

دراسة مقارنة لنماذج السلاسل الزمنية أحادية المتغير
(دراسة تطبيقية)

**Comparative study of Univariate Time
Series Modelling (Applied Study)**

نورا أبو عجيبة عيسى عيسى

د.فاطمة على عبد العاطى

أستاذ الإحصاء التطبيقى

كلية التجارة – جامعة المنصورة

د.محمد مصطفى شهاب الدين

مدرس الإحصاء التطبيقى

كلية التجارة – جامعة المنصورة

المخلص

هدفت هذه الدراسة الى تحليل السلسلة الزمنية باستخدام نماذج ARIMA,SARIMA ونموذج Holt-winters الموسمي الطريقة المضافة، ومقارنة هذه النماذج لتحديد أفضل نموذج إحصائي وذلك للتنبؤ بأعداد الإصابات الشهرية لمرضى الدرن بمدينة الزاوية بليبيا خلال الفترة من ٢٠٠٠ إلى ٢٠١٨

توصلت الدراسة إلى أن نموذج Holt-Winter هو النموذج الأفضل طبقا لمعايير المفاضلة، الجذر التربيعي لمتوسط مربع الأخطاء (RMSE) ومتوسط الأخطاء المطلقة النسبي (MAPE) ، وبالتالي يمكن استخدامه في التنبؤ بأعداد الإصابات الشهرية بمرض الدرن.

الكلمات المفتاحية:

نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية ARIMA، نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الموسمية SARIMA، نموذج هولت ونتر الموسمي المضاف، مرضى الدرن، التنبؤ.

Abstract

This study aimed to analyze the time series using ARIMA, SARIMA models, and the Holt-Winters seasonal additive method, and to compare these models in order to determine the best statistical model for predicting the monthly number of tuberculosis cases in the city of Zawiya, Libya, during the period from 2000 to 2018.

The study concluded that the Holt-Winter model is the best model according to the comparison criteria, namely the Root Mean Square Error (RMSE) and the Mean Absolute Percentage Error (MAPE). Therefore, it can be used for forecasting the monthly number of tuberculosis cases.

Key Words:

ARIMA, SARIMA Model , Holt Winters additive Model, Tuberculosis patients,

Forecasting.

١ - المقدمة

يعد أسلوب تحليل السلاسل الزمنية أحد الموضوعات الهامة والمستخدمه في تفسير سلوك الظواهر عن طريق دراسة تطورها التاريخي عبر فترة زمنية قد تكون يومية أو أسبوعية أو فصلية أو شهرية... الخ ويكون الغرض منه التنبؤ بما سيحدث في مستقبل هذه الظواهر بأقل خطأ ممكن، وأن تحليل السلاسل الزمنية أصبح له دور هام في عملية اتخاذ القرارات في المجالات التطبيقية، والغاية الأساسية من تحليل السلاسل الزمنية يتمثل بالحصول على نموذج يمكن استخدامه لوصف المشكلة والتنبؤ بمستقبل الظاهرة المدروسة، حيث يعتبر التنبؤ بسلوك السلسلة الزمنية في المستقبل بناءً على الماضي والحاضر جزء هام لمتخذي القرار في جميع المجالات.

تتناول هذه الدراسة المقارنة بين نماذج السلاسل الزمنية أحادية المتغير وهي نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية ARIMA ونموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الموسمية SARIMA مع نموذج التمهيد الأسّي الثلاثي HOLT-WINTERS الموسمي الطريقة المضافة، واختيار أفضل وأدق نموذج للتنبؤ من خلال استخدام معايير دقة التنبؤ.

٢ - مشكلة الدراسة

تعد نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية ARIMA من أهم نماذج تحليل السلاسل الزمنية المختلفة والتي تستخدم في التنبؤ لأنها لا تفترض وجود نمطا معينا في بيانات السلسلة قبل تطبيقها. وتعتبر كذلك نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الموسمية SARIMA من أهم نماذج السلاسل الزمنية العشوائية الخطية فهي تأخذ بعين الاعتبار عدم الاستقرار والتغيرات الفصلية في السلسلة الزمنية. وتعد نماذج التمهيد الأسّي الثلاثي HOLT-WINTERS الموسمية من النماذج التي تستخدم في تحليل السلاسل الزمنية فهي تمتاز بسهولة تطبيقها وتعامل مع السلسلة الأصلية دون تسكينها

وبالتالي يمكن صياغة إشكالية الدراسة في التساؤل التالي:

أي نموذج أفضل للوصول إلى نتائج أكثر دقة وقريبة من الواقع الفعلي في التنبؤ من

بين نماذج HOLT-WINTERS , SARIMA, ARIMA

٣ - أهداف الدراسة

تهدف الدراسة لبناء نموذج مناسب لبيانات السلسلة الزمنية لأعداد المصابين بمرض الدرن في مدينة الزاوية بليبيا والتعريف بنماذج ARIMA, SARIMA ونموذج Holt-Winters الموسمي والمقارنة بينها وذلك لتحديد أفضل وأكفأ نموذج إحصائي للتنبؤ بسلوك السلسلة في المستقبل حيث يعتبر التنبؤ جزء مهم لاتخاذ القرار

٤- أهمية الدراسة

يعتبر التنبؤ بسلوك السلسلة الزمنية لأعداد المصابين بمرض الدرن في المستقبل بناءً على بيانات الماضي جزء مهم بالنسبة لاتخاذ القرار، وبناء على ذلك تكمن الأهمية العلمية للدراسة في إيجاد النموذج الأفضل والأنسب من بين نماذج ARIMA, SARIMA ونموذج HOLT-WINTERS والتعريف بالنماذج وإيضاح خصائصها والمقارنة بينها لاختيار أفضل وأدق نموذج للتنبؤ.

أما الأهمية العملية تتمثل في الحصول على تقدير لأعداد المصابين بمرض الدرن في مدينة الزاوية بليبيا مما يساعد على وضع الخطط المستقبلية المناسبة لمجابهة هذا المرض.

٥- حدود الدراسة

أ- الحدود المكانية

تتركز الدراسة على المصابين بمرض الدرن الرئوي في مدينة الزاوية بدولة ليبيا.
ب- الحدود الزمنية
تنصب الدراسة على معالجة أعداد المصابين بمرض الدرن خلال الفترة من ٢٠٠٠ إلى ٢٠١٨.

٦- الدراسات السابقة

أولاً: الدراسات العربية

- دراسة (مي، ٢٠١٤) هدفت الدراسة للمقارنة بين نماذج بوكس – جينكيز ARIMA. ونموذج التمهيد الآسي المزدوج (نموذج هولت) للتنبؤ بأعداد المصابين بأورام البروستاتا وتوصلت الدراسة إلى أن كل من النموذجين أعطى نتائج جيدة وبعد استخدام اختبارات دقة التنبؤ وجد أن نموذج هولت هو النموذج الأفضل في التنبؤ بالقيم المستقبلية.
- دراسة (دقري، ٢٠١٩) تم في هذه الدراسة استخدام نماذج السلاسل الزمنية الموسمية للتنبؤ بأعداد المصابين بمرض الملاريا في محلية زانجي للفترة من ٢٠١٩-٢٠٢٣ وقد أظهرت النتائج أن النموذج الملائم والكفوء لتمثيل البيانات هو النموذج الموسمي المضاعف SARIMA.
- دراسة (الجبوري، ٢٠١٠) هدفت الدراسة إلى التنبؤ بأسعار النفط العراقي في سنة ٢٠١٠ باستخدام طريقتين للتنبؤ هما طريقة بوكس –جينكيز ARIMA ونموذج التمهيد الآسي المزدوج (هولت) وتوصلت النتائج إلى أن طريقة التمهيد الآسي المزدوج (هولت) حقق دقة تنبؤية أقل من نموذج ARIMA.

ثانياً: الدراسات الأجنبية:

- (Arumugam and Anithakumari, 2013) هدفت الدراسة للمقارنة بين نموذج السلاسل الزمنية الموسمية SARIMA ونموذج التمهيد الآسي الموسمي وقد خلصت الدراسة إلى أن أفضل نموذج للتنبؤ من خلال معايير دقة التنبؤ هو نموذج SARIMA.
- (Rahman and Ahmar, 2016) هدف هذا البحث إلى مقارنة نماذج ARIMA ونموذج Holt – Winter للتنبؤ بإجمالي استهلاك الطاقة الأولية في الولايات المتحدة وتوصلت النتائج إلى أن نموذج Holt – Winter المضاف هو النموذج المناسب في التنبؤ.
- (Veiga, et.al, 2014) هدف هذا البحث إلى المقارنة بين نماذج ARIMA ونموذج Holt – Winter للتنبؤ بسلسلة زمنية مكونة من مجموعة ألبان القابلة للتلف وتوصلت الدراسة إلى أن نموذج ARIMA أفضل في التنبؤ وفق مقاييس دقة التنبؤ.
- (Makatjane and Moroke , 2016) الهدف من الدراسة استخدام كل من نموذج SARIMA ونموذج Holt – Winter للتنبؤ بمبيعات السيارات الشهرية في جنوب أفريقيا وتوصلت الدراسة إلى أن نموذج Holt – Winter لديه دقة تنبؤية أكثر دقة.

٧- الجانب النظري

يعتبر أسلوب تحليل السلاسل الزمنية من الأساليب الإحصائية الهامة في التنبؤ، وقد تم استخدام هذا الأسلوب على نطاق واسع في الكثير من التطبيقات الإحصائية والاقتصادية، فمؤذ السلاسل الزمنية يأخذ في الاعتبار أنماط التغيرات في الماضي لمتغير معين ويستخدم هذه المعلومات للتنبؤ بالتغيرات المستقبلية لذلك المتغير، والغرض من دراسة تحليل السلاسل الزمنية هو التعرف على التغيرات الكمية التي تطرأ على الظاهرة عبر الزمن ومعرفة أسبابها وتحليلها والحصول على النتائج، والتنبؤ

٧-١ أساليب تحليل السلسلة الزمنية (شاهر، ٢٠١٠)

يوجد أسلوبان لدراسة السلسلة الزمنية:

أولاً: الأسلوب التقليدي

وفيه يتم تجزئة السلسلة الزمنية إلى مكوناتها، الاتجاه العام، التغيرات الموسمية، التغيرات الدورية، التغيرات غير المنتظمة (العشوائية).

ثانياً: أسلوب بوكس جينكنز

يعد أسلوب بوكس جينكنز من أهم الأساليب المستخدمة للتنبؤ في السلاسل الزمنية، وهو يختلف عن العديد من أساليب التنبؤ الأخرى، فهذا الأسلوب لا يفترض

وجود أي نمط معين للبيانات التاريخية للسلسلة التي تنتبأ بها حيث أن اختيار النموذج المناسب يتم بمقارنة توزيعات معاملات الارتباط الذاتي للسلسلة الزمنية بالتوزيعات النظرية للنماذج المختلفة، ويكون النموذج الذي يتم اختياره جيدا إذا كانت الفروق بين القيم المقدره والبيانات التاريخية صغيرة وتوزع طبيعيا ومستقلة عن بعضها.

٧-٢ مفاهيم خاصة بأسلوب Box-Jenkins

٧-٢-١ السكون

إذا كانت الخصائص الإحصائية للعملية العشوائية التي ولدت السلسلة الزمنية المتاحة متغيرة سنواعة العديد من الصعوبات، منها كثرة المؤشرات الرئيسية مثل التوقعات والتباينات والتغايرات وصعوبة تفسير وتقدير هذه المؤشرات، كما يصعب نمذجة البيانات بشكل مباشر بواسطة نموذج إحصائي بسيط يعكس الخصائص الحقيقية للعملية العشوائية (شعراوي، ٢٠٠٥). لذلك يجب أن تكون السلسلة الزمنية ساكنة لكي يمكن بناء نموذج لها. ويكون السكون على نوعين (فاندل، ١٩٩٢):

أولاً: السكون التام أو السكون القوي

يقال للسلسلة الزمنية أنها ساكنة تماما إذا كان التوزيع الاحتمالي المشترك لفئة من المتغيرات العشوائية لأية مجموعة من المتغيرات المتتالية التي تتكون منها السلسلة لا تتأثر بالإزاحة إلى الأمام أو إلى الخلف، أي أنه إذا كانت $F(y_{t+1}, \dots, y_{t+m})$ تمثل التوزيع الاحتمالي المشترك لأية مجموعة m من المتغيرات المتتالية y^s فإن السلسلة يكون سكونها تام إذا كانت F مستقلة عن t لجميع قيم $m > 0$ أي أنه توزيع أية مجموعة من m من المشاهدات المتتالية لا يتغير أينما كان موقع هذه المشاهدات المتتالية في السلسلة.

ثانياً: السكون الضعيف أو سكون التباين

إن عملية السلاسل الزمنية تكون عملية سكونها ضعيف إذا كان الوسط الحسابي والتباين ثابتين خلال الزمن ولكل منهما قيمة محدودة وكان الارتباط الذاتي بين قيم العملية عند نقطتين s, t يعتمد على الفجوة الزمنية بينهما وليس على t, s على افتراض أن $t > s$ ، وبذلك تكون العملية ساكنة إذا تحققت الشروط الآتية:

١- ثبات المتوسط ولا يعتمد على الزمن.

$$E(Y_t) = \mu \quad (1)$$

٢- ثبات التباين ولا يعتمد على الزمن.

$$Var(Y_t) = E[(Y_t - \mu)^2] = \sigma^2 \quad (2)$$

٣- التباين يعتمد على الفجوة الزمنية بين المتغيرين، وليس على القيمة الفعلية للزمن.

$$Cov(Y_t, Y_s) = E[(Y_t - \mu)(Y_s - \mu)] \quad (3)$$

٤- اعتماد دالة الارتباط الذاتي على t-s فقط.

$$\rho_{t-s} = \frac{Cov(Y_t, Y_s)}{\sigma^2} = \frac{E[(Y_t - \mu)(Y_s - \mu)]}{\sigma^2} \quad (4)$$

٧-٢-٢ طرق تثبيت (تسكين) السلسلة الزمنية (بري، ٢٠٠٢):

يعتمد أسلوب Box Jenkins على السلاسل الزمنية المستقرة وهذا يتطلب الخطوات الآتية:

١- التخلص من الاتجاه العام:

يمثل الاتجاه العام التغير في مستوى السلسلة الزمنية على المدى الطويل بشكل منتظم والنتائج عن عدم ثبات المتوسط، ويمكن تثبيت المتوسط من خلال أخذ الفروق المتتالية حيث تكون سلسلة الفروق الجديدة كالتالي:

الفروق من الدرجة الأولى:

$$\nabla y_t = y_t - y_{t-1} \quad (5)$$

أما الفروق من الدرجة الثانية:

$$\nabla^2 y_t = y_t - 2y_{t-1} + y_{t-2} \quad (6)$$

٢- تثبيت التباين:

يتم تثبيت التباين من خلال عمل تحويل اللوغاريتم $Z_t = \log Y_t$ أو الجذر التربيعي $Z_t = \sqrt{Y_t}$.

وبهذا يتم تحويل السلسلة غير المستقرة إلى سلسلة مستقرة.

٣- التخلص من التغيرات الموسمية:

تعرف بتغيرات المدى القصير تمييزاً لها عن تغيرات المدى الطويل أو الاتجاه العام لأنها تحدث داخل الوحدة الزمنية (سنة - أسبوع - يوم - ...)، ولإزالة أثر الموسم وجعل السلسلة مستقرة نأخذ الفروق الموسمية كالتالي:

$$\nabla_s y_t = y_t - y_{t-s} \quad (7)$$

حيث s طول الدورة الموسمية سواء كانت ربع سنوية أو شهرية، فإذا كانت الدورة الموسمية شهرية تكون الفروق كالتالي :

الفروق الموسمية من الدرجة الأولى

$$Z_t = y_t - y_{t-12} \quad (8)$$

أما الفروق الموسمية من الدرجة الثانية

$$Z_t = y_t - 2y_{t-12} + y_{t-24} \quad (9)$$

٣-٢-٧ دالة الارتباط الذاتي (ACF) (شعراوي، ٢٠٠٥)

تعرف بأنها مقياس درجة الارتباط الخطي بين المتغيرات التي تقع على نفس السلسلة الزمنية أو العملية العشوائية وهي إحدى الأدوات الرئيسية لاختبار سكون السلسلة الزمنية والتعرف على النموذج الملائم للسلسلة الزمنية.

ويعرف معامل الارتباط الذاتي للعملية الساكنة Y_t عند الفجوة الزمنية أو الازاحة k بأنه معامل الارتباط الذاتي للمجتمع بين المتغيرين Y_t, Y_{t-k} والذي يكون بالصورة الآتية:

$$\rho_k = \frac{E(Y_t - \mu)(Y_{t-k} - \mu)}{\sqrt{E[(Y_t - \mu)^2]E[(Y_{t-k} - \mu)^2]}} \quad (10)$$

$$= \frac{\gamma(k)}{\gamma(0)}, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2$$

حيث $\gamma(0)$ تباين العملية الساكنة ، $\gamma(k)$ التغاير الذاتي عند الازاحة k لنفس العملية.
ويتم حساب r_k للعينة كما يلي:

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Y_t - \bar{Y})(Y_{t-k} - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2}, \quad k=1, 2, \dots, m \quad (11)$$

حيث k الفجوة الزمنية ، m عدد معاملات الارتباط الذاتي المقدر.

Y_t تمثل المشاهدات الفعلية للسلسلة الزمنية موضوع الدراسة وتمثل n عدد المشاهدات ويرمز للوسط الحسابي \bar{Y} .

٤-٢-٧ دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) (بري، ٢٠٠٢):

يعرف الارتباط بين أي متغيرين في السلسلة بعد حذف أثر المتغيرات الوسيطة باسم الارتباط الذاتي الجزئي وتعتبر مؤشر لقياس العلاقة بين Y_t, Y_{t-k} للسلسلة نفسها مع

افتراض ثبات بقية قيم السلسلة الزمنية وتساعد في عملية تحديد رتبة النموذج ونوعه، ويمكن إيجاد دالة الارتباط الذاتي الجزئي وفق معادلات يؤول والكر كالتالي:

$$\phi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \cdot & \dots & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot & \cdot \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \cdot & \dots & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} \quad (12)$$

حيث | | يرمز إلى محدد المصفوفة ، $k=2,3,\dots$.
كما يمكن إيجاد دالة الارتباط الذاتي الجزئي بالصيغة الآتية:

$$\phi_{kk} = \frac{p_k - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} p_{k-j}}{1 - \sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} p_j}, \quad k = 2,3, \dots \quad (13)$$

$$\phi_{kj} = \phi_{k-1,j} - \phi_{kk} \phi_{k-1,k-1}, \quad j = 1,2, \dots, k-1, k = 3, \dots,$$

ولأن معامل الارتباط الذاتي الجزئي الأول يساوي معامل الارتباط الأول p_1

$$\phi_{22} = \frac{p_2 - \phi_{11} p_1}{1 - \phi_{11} p_1} = \frac{p_2 - p_1^2}{1 - p_1^2} \quad (14)$$

٣-٧ نماذج بوكس جينكنز

١-٣-٧ - نموذج الانحدار الذاتي

Autoregressive Model AR(p)

يأخذ النموذج شكل معادلة الانحدار الخطي لقيمة السلسلة الزمنية عند الزمن t أي y_t على قيمة السلسلة عند الأزمنة السابقة، ويمكن كتابة الصيغة العامة للنموذج بالشكل التالي:

$$Y_t = c + \phi_1 y_{t-1} + \phi_2 y_{t-2} + \dots + \phi_p y_{t-p} + e_t \quad (15)$$

وتكون القيمة المتوقعة لهذا النموذج كالتالي:

$$E(y_t) = \frac{c}{1 - \varphi_1 - \varphi_2 - \dots - \varphi_p} \quad (16)$$

حيث p تمثل رتبة النموذج

معالم النموذج: $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$

y_t : قيم مشاهدات السلسلة

e_t : تمثل التغيرات العشوائية

والتي لها الخصائص $E(e_t, e_{t+k}) = \begin{cases} 0 & k \neq 0 \\ \sigma_t^2 & k = 0 \end{cases}$ أي أنها مستقلة ولها تباين ثابت (شعراوي، ٢٠٠٥).

٧-٣-٢ نموذج المتوسطات المتحركة

Moving Average Model MA(q)

في نموذج المتوسطات المتحركة من الرتبة (q) تكون كل مشاهدة y_t الة في عدد (q) من الحدود العشوائية السابقة بالإضافة إلى حد عشوائي عن الفترة الحالية (فاندل، ١٩٩٢).

يمكن كتابة الصيغة العامة له كالتالي (شعراوي، ٢٠٠٥):

$$Y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad (17)$$

حيث $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$

معالم النموذج: $\theta_0, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$

قيم الأخطاء العشوائية عن الفترة t والفترة السابقة: $e_t, e_{t-1}, e_{t-2}, \dots, e_{t-q}$

وهي نماذج دائما ساكنة لأن رتبة النموذج (q) محدودة ونماذج MA(q) منعكسة إذا كانت جذور المعادلة $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q = 0$ أي تقع كلها خارج دائرة الوحدة.

الصيغة العامة لدالة الارتباط الذاتي تكون على الصورة:

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \theta_2 \theta_{k+2} + \dots + \theta_{q+k} \theta_q}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2}, & k = 1, 2, \dots, q \\ 0, & k > q \end{cases} \quad (18)$$

أي أن دالة الارتباط الذاتي تنقطع فجأة بعد الفجوة الزمنية q . أما بالنسبة لدالة الارتباط الذاتي الجزئي يصعب إيجادها رياضياً ويمكن القول أنها تسلك سلوك مشابه لدالة الارتباط الذاتي الجزئي لنموذج $MA(2)$.

٣-٣-٧ النماذج المختلطة

أولاً: نماذج الانحدار الذاتي المتوسطات المتحركة ARMA

يقال أن عملية انحدار ذاتي ومتوسطات متحركة ARMA من الرتبة (p, q) إذا أمكن التعبير عنها في الصورة (شعراوي، ٢٠٠٥):

$$Y_t = c + \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \dots - \theta_q e_{t-q}. \quad (19)$$

حيث

$\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$ معالم الانحدار الذاتي، p رتبة النموذج.

$\theta_1, \theta_2, \theta_q, \dots, \theta_q$ معالم المتوسطات المتحركة، q رتبة النموذج.

وفي هذه العمليات تنحدر y_t على مجموعتين من المتغيرات المفسرة، المجموعة الأولى تعرف الانحدار الذاتي أو ماضي السلسلة $(y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-p})$ والمجموعة الثانية تعرف بالمتوسطات المتحركة أو المتغيرات العشوائية $(e_t, e_{t-2}, \dots, e_{t-q})$ ويمكن التعبير عنها بالصورة:

$$\varphi(B)y_t = c + \theta(B)e_t \quad (20)$$

حيث:

$$\varphi(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

وتكون نماذج ARMA ساكنة إذا كانت جذور المعادلة $\varphi(B) = 0$ تقع كلها خارج دائرة الوحدة ويمكن تمثيلها على شكل $MA(\infty)$ ، وتكون منعكسة إذا كانت جذور المعادلة $\theta(B) = 0$ تقع كلها خارج دائرة الوحدة ويمكن تمثيلها على شكل $AR(\infty)$.

الصيغة العامة لدالة الارتباط الذاتي لنموذج ARMA تكون على الصورة:

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{\varphi_1 \sigma^2 y - \theta \sigma^2 e}{\sigma^2 y (1 - \theta_2)}, & k = 1 \\ \varphi_1 \rho(k-1) + \varphi_2 \rho(k-2), & k > 1 \end{cases} \quad (21)$$

أي أن دالة الارتباط الذاتي لنموذج ARMA تأخذ أشكالاً صعبة لا يمكن إخضاعها بصورة رياضية عامة بدلالة المعالم، حيث يحدها مجموعة من الدوال الأسية تقترب تدريجياً من الصفر.

أما دالة الارتباط الذاتي الجزئي يصعب أيضاً اشتقاقها رياضياً حيث يحدها توليفة من الدوال الأسية أو دوال الجيب تقترب تدريجياً من الصفر.

ثانياً: نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية ARIMA

في أغلب السلاسل الزمنية التي يتم التعامل معها تكون غير ساكنة ولتحويل السلسلة غير الساكنة إلى سلسلة ساكنة فإنه يتم أخذ فروق السلسلة بشكل متتالي وبفرض أن (d) هو الحد الأدنى للفروق والتي يجب أن تؤخذ لتسكين السلسلة (شعراوي، ٢٠٠٥).

وتعد نماذج ARIMA(p,d,q) أكثر نماذج السلاسل الزمنية استخداماً حيث تتكون من ثلاثة أجزاء، الجزء الأول نموذج الانحدار الذاتي AR(p) والجزء الثاني نموذج المتوسط المتحرك MA(q) والجزء الثالث الفروق (d) التي تتطلبها السلسلة الزمنية لتكون مستقرة.

وتعد نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية ARIMA من أهم نماذج تحليل السلاسل الزمنية المختلفة والتي تستخدم في التنبؤ لأنها لا تفترض وجود نمط معيناً في بيانات السلسلة قبل تطبيقها (الديراوي، ٢٠١٤).

والصيغة العامة للنموذج ARIMA(p,d,q) تكون على الصورة (بري، ٢٠٠٢):

$$\varphi_p(B)(1-B)^d y_t = c + \theta_q(B)e_t \quad (22)$$

حيث:

$$\varphi_p(B) = 1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_p B^p$$

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

p: درجة نموذج الانحدار الذاتي AR(p).

q: درجة نموذج المتوسط المتحرك MA(q).

d: عدد الفروق التي تجعل السلسلة مستقرة.

φ: معالم نموذج الانحدار الذاتي.

θ : معالم نموذج المتوسط المتحرك.

B: عامل الارتداد الخلفي.

y_t : قيم مشاهدات السلسلة.

e_t: الأخطاء العشوائية والتي تتوزع توزيعاً طبيعياً بمتوسط صفر وتباين δ².

$$E(y_t) = \frac{c}{(1-\phi_1-\dots-\phi_p)} \text{ والتوقع}$$

٧-٣-٤ النمذج الموسمية:

غالبا ما نشاهد نمطا موسميا عند دراسة السلاسل الزمنية الربع سنوية أو الشهرية حيث نلاحظ تكرار حدوث قمة أو قاع عند نفس الشهر أو ربع السنة تقريبا في الأعوام التالية وبالتالي فإن الموسمية تعرف على أنها سلوك يكرر نفسه كل فترة زمنية محددة ويظهر هذا السلوك في معامل الارتباط الذاتي في تلك الفترات حيث يأخذ في تلك الفترات قيما موجبة كبيرة مشيرا إلى وجود موسمية، ومما ينبغي ملاحظته أنه إذا كان السلوك الموسمي هو فقط السلوك الوحيد الذي يمكن أن تحتوي عليه السلسلة الزمنية فإنه يكون من السهل عندئذ التعرف على الموسمية بالنظر في معاملات الارتباط الذاتي للفترات الزمنية المختلفة، أما إذا تضمنت السلسلة الزمنية كلا من الموسمية والاتجاه العام فإنه لا يكون من السهل تحديد الموسمية في هذه الحالة حيث أنه كلما كان الاتجاه العام قويا قل وضوح الموسمية في البيانات حيث تكون معاملات الارتباط الذاتي الموجبة كبيرة نسبيا ناتجة عن عدم الثبات في البيانات Nonstationary ولذلك يجب تحويل البيانات إلى سلسلة ساكنة قبل تحديد الموسمية (الوصيفي، ٢٠١٥).

٧-٣-٤-١ نموذج الانحدار الذاتي الموسمي SAR(P)

يقال عن سلسلة زمنية ساكنة أنها تتبع عملية انحدار ذاتي موسمي من الرتبة P إذا أمكن التعبير عن المشاهدات الحالية للسلسلة y_t كدالة خطية في مشاهدة السلسلة التي حصلنا عليها في نفس الموسم من السنوات السابقة y_{t-ps} (فاندل، ١٩٩٢).

ويمكن كتابة الصيغة العامة لهذا النموذج من الرتبة P كالتالي (المحمدي وطعمة، ٢٠١١):

$$Y_t = \phi_s y_{t-s} + \phi_{2s} y_{t-2s} + \dots + \phi_{ps} y_{t-ps} + e_t \quad (23)$$

حيث أن:

S : طول الفترة الموسمية.

y_{t-is} : قيم مشاهدات السلسلة الزمنية الموسمية، $i=1,2,\dots,p$.

ϕ_{is} : تمثل معالم الانحدار الذاتي الموسمي $i=1,2,\dots,p$.

P: تمثل درجة النموذج الموسمي .

e_t : الخطأ العشوائي، حيث $e_t \sim WN(0, \sigma^2)$.

ويمكن كتابة هذا النموذج بالصيغة التالية (حسن وعبدالرحمن، ٢٠١٦):

$$\phi_p(B^s)y_t = c + e_t \quad (24)$$

حيث: B عامل الازاحة الخلفي .

$$\phi_p(B^s) = 1 - \phi_1 B^s - \phi_2 B^{2s} - \dots - \phi_p B^{ps}$$

دالة الارتباط الذاتي لنموذج الانحدار الذاتي الموسمي تشبه في خصائصها العامة دالة الارتباط الذاتي لنموذج الانحدار الذاتي العادي فيما عدا ظهور قيم معاملات الارتباط الذاتي عند مضاعفات S أي عند مضاعفات طول الدورة الموسمية أي أن دالة الارتباط الذاتي لنموذج SAR(1) تشبه دالة الارتباط الذاتي لنموذج AR(1) فيما عدا ظهور هذه القيم عند مضاعفات s أي أن:

$$\rho_{sk} = \phi_1^k, \quad k > 0 \quad (25)$$

أي أن دالة الارتباط الذاتي لنموذج SAR(P) تتناقص أسياً للصفر ودالة الارتباط الذاتي الجزئي تنقطع بعد الفجوة الزمنية الأولى (فاندل، ١٩٩٢).

٧-٣-٤-٢ نموذج المتوسط المتحرك الموسمي SMA(Q)

يقال أن سلسلة زمنية ساكنة تتبع عملية متوسط متحرك موسمي من الرتبة Q إذا أمكن التعبير عن المشاهدة الحالية y_t باستخدام التغير العشوائي الحالي e_t والتغير العشوائي e_{t-Qs} الذي حدث في نفس الموسم من السنوات السابقة، ويمكن كتابة الصيغة العامة لهذا النموذج من الرتبة Q كالتالي (المحمدي وطعمة، ٢٠١١):

$$Y_t = e_t - \Theta_s e_{t-s} - \Theta_{2s} e_{t-2s} - \dots - \Theta_{Qs} e_{t-Qs} \quad (26)$$

حيث Θ_{is} : تمثل معالم نموذج المتوسط المتحرك الموسمي، $i=1,2,\dots,p$.
Q: تمثل درجة النموذج الموسمي، s طول الفترة الموسمية.

$$e_{t-Qs} : \text{الخطأ العشوائي، } e_{t-Qs} \sim WN(0, \sigma^2)$$

ويمكن كتابة هذا النموذج بالصيغة التالية (حسن وعبدالرحمن، ٢٠١٦):

$$y_t = c + \Theta_Q(B^s)e_t \quad (27)$$

حيث أن

$$\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}$$

دالة الارتباط الذاتي لنموذج SAM(Q) ذات سلوك مشابه لسلوك دالة الارتباط الذاتي لنموذج MA (q) فيما عدا ظهور قيم معاملات الارتباط الذاتي عند فجوات زمنية تتساوى مع مضاعفات S ، أي تتساوى مع مضاعفات طول الدورة الموسمية، أي أنه في نموذج SAM(1) مثلا توجد قيمة واحدة فقط غير صفرية تظهر عند فجوة زمنية تساوي طول الدورة الموسمية.

$$\rho_s = -\theta_1 / (1 + \theta_1^2) \quad (28)$$

$$\rho_{sk} = 0, k \geq 2 \quad (29)$$

أي أن دالة الارتباط الذاتي لنموذج SAM(Q) تنقطع بعد الفترة الموسمية QS ودالة الارتباط الذاتي الجزئي تتناقص أسيا (فاندل، ١٩٩٢).

٣-٤-٣-٧ نماذج الموسمية المختلطة

أولاً: نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة الموسمية

SARMA(P,Q)s

وهي نماذج انحدار ذاتي من الدرجة P ومتوسطات متحركة من الدرجة Q وتكون على الصورة (حسن وعبد الرحمن، ٢٠١٦):

$$\phi_P(B^S)y_t = c + \theta_Q(B^S)e_t \quad (30)$$

هذه النماذج الموسمية تنطبق على السلاسل الزمنية الموسمية المستقرة .

ثانياً: نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الموسمية

SARIMA(P,D,Q)s

إذا كانت السلسلة الزمنية الموسمية غير مستقرة يتم إيجاد الفروق الموسمية D لتحقيق استقرار السلسلة ويكون النموذج على الصورة :

$$\phi_P(B^S)(1 - B^S)^D y_t = c + \theta_Q(B^S)e_t \quad (31)$$

ويعتبر سلوك دوال الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للنماذج الموسمية (انحدار ذاتي، متوسطات متحركة، نموذج مختلط) يشبه سلوك دوال الارتباط الذاتي ودوال الارتباط الذاتي الجزئي المناظرة فيما عدا ظهور قيم معاملات الارتباط الذاتي عند مضاعفات طول الدورة الموسمية S ، أي عند مضاعفات عدد المواسم في كل دورة موسمية، وتتحقق نفس النتيجة بالنسبة لدوال الارتباط الذاتي الجزئي لنماذج ARIMA الموسمية.

ثالثاً: نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الموسمية

المنضربة SARIMA :

تعتبر الموسمية من أهم المشاكل التي تواجه الباحثين عند تحليل السلسلة الزمنية والتي تؤثر سلباً على دقة النموذج الرياضي في حالة عدم معالجتها بصورة صحيحة كما وتعتبر سبب إضافي لعدم سكون السلسلة في السلاسل الزمنية ذات الاتجاه العام.

تعتبر نماذج الانحدار الذاتي المتوسطات المتحركة التكاملية الموسمية المنضربة والتي يرمز لها بالرمز $SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)_s$ من أهم نماذج السلاسل الزمنية العشوائية الخطية فهي تأخذ بعين الاعتبار عدم الإستقرارية والتغيرات الفصلية في السلسلة الزمنية فهي تستخدم في تحليل السلاسل الزمنية الموسمية والتي تنشأ من دمج النماذج الموسمية والنماذج غير الموسمية، ويطلق عليها اسم نماذج $ARIMA$ المنضربة أو النموذج الموسمي المضاعف. وتكون الصيغة العامة للنموذج كالتالي (فاندل، ١٩٩٢):

$$\begin{aligned} \phi_p(B)\phi_P(B^s)(1-B)^d(1-B^s)^D y_t \\ = c + \theta_q(B)\Theta_Q(B^s)e_t \end{aligned} \quad (32)$$

حيث

مؤثر الانحدار الذاتي العادي

$$\phi_p(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$$

مؤثر الانحدار الذاتي الموسمي

$$\phi_P(B^s) = 1 - \phi_1 B^s - \phi_2 B^{2s} - \dots - \phi_P B^{Ps}$$

مؤثر المتوسط المتحرك العادي

$$\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$$

مؤثر المتوسط المتحرك الموسمي

$$\Theta_Q(B^s) = 1 - \Theta_1 B^s - \Theta_2 B^{2s} - \dots - \Theta_Q B^{Qs}$$

٧-٤ مراحل بناء نموذج للتنبؤ باستخدام أسلوب بوكس وجينكنز:

أولاً: التعرف على النموذج:

تعد مرحلة التعرف على النموذج مرحلة أساسية وهامة في بناء نموذج السلسلة الزمنية وتتمثل في رسم المنحنى الزمني للسلسلة الاصلية للتعرف على الاتجاه العام والتشتت والسكون والارتباط الذاتي واختبار استقرار السلسلة الزمنية حول الوسط والتباين ومن ثم اختبار النموذج الأفضل الذي يمثل السلسلة الزمنية باستخدام معاملات الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي حيث تعتبر دالة الارتباط الذاتي (ACF)، ودالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF) اداتان مهمتان في التعرف على النماذج وتحديد رتبتهما، والجدول التالي يوضح الخصائص الرئيسية لهما (الشعراوي، ٢٠٠٥).

جدول (١) خصائص دالتي الارتباط الذاتي والجزئي لنماذج ARMA

النموذج	ACF	PACF
AR(p)	تقترب تدريجيا من الصفر بشكل اسي أو بشكل متردد في الإشارة	تنقطع تماما بعد الفجوة الزمنية p
MA(q)	تنقطع تماما بعد الفجوة الزمنية q	يحدثها توليفة من الدوال تقترب تدريجيا من الصفر بصورة اسيية
ARMA(p, q)	تقترب تدريجيا م الصفر بعد اول p-q من الفجوات بشكل اسي	يحدثها بعد اول p-q م الفجوات توليفة م الدوال تقترب من الصفر بصورة اسيية

كما يمكن التعرف على الخصائص الأساسية لدالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة الزمنية الموسمية كما في الجدول (٢)

جدول (٢) خصائص دالتي الارتباط الذاتي والجزئي للنماذج الموسمية (المحمدي وطعمة، ٢٠١١)

النموذج	دالة الارتباط الذاتي (ACF)	دالة الارتباط الذاتي الجزئي (PACF)
SAR(PS)	تتناقص تدريجيا سالكه سلوكا أسيا أو سلوك دالة الجيب (يتلاشى تدريجيا)	تنقطع تماما بعد الفجوة الزمنية PS
SMA(QS)	تنقطع تماما بعد الفجوة الزمنية QS	تتناقص تدريجيا سالكه سلوكا أسيا أو سلوك دالة الجيب (يتلاشى تدريجيا)
SARMA(PS, QS)	تتناقص تدريجيا سالكه سلوكا أسيا أو سلوك دالة الجيب (يتلاشى تدريجيا)	تتناقص تدريجيا سالكه سلوكا أسيا أو سلوك دالة الجيب (يتلاشى تدريجيا)

ثانيا: تقدير معالم النموذج

تأتي عملية تقدير معالم النموذج بعد عملية التعرف على النموذج الملائم للسلسلة الزمنية، وهناك عدة طرق لتقدير معالم النموذج (شعراوي، ٢٠٠٥).

١ - طريقة المربعات الصغرى O.L.S.E تقوم هذه الطريقة على تقليص مجموع مربعات خطأ التقدير وجعله في النهاية الصغرى، فعند تقدير نموذج ARMA(p,q) والذي يكتب على الصورة:

$$y_t = c + \varphi_1 y_{t-1} + \dots + \varphi_p y_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \dots - \theta_q e_{t-q}.$$

حيث تقع جذور كل من المعادلتين $\theta(B) = 0, \varphi(B) = 0$ خارج دائرة الوحدة ومن ثم يمكن حساب e_t كما يلي:

$$e_t = y_t - \varphi_1 y_{t-1} - \dots - \varphi_p y_{t-p} + \theta_1 e_{t-1} + \dots + \theta_q e_{t-q}. \quad (35)$$

$$e_1 = e_2 = \dots = e_p, \quad t = p + 1$$

وبذلك يكون مجموع مربعات الأخطاء الشرطي على الصورة:

$$S_c(\varphi, \theta) = \sum_{t=p+1}^n e_t^2 \quad (36)$$

$$= \sum_{t=p+1}^n [y_t - \varphi_1 y_{t-1} - \dots - \varphi_p y_{t-p} + \theta_1 e_{t-1} + \dots + \theta_q e_{t-q}]^2 \quad (37)$$

وبمساواة تفاضل المعادلة السابقة بالصفر نوجد مقدرات المربعات الصغرى $\hat{\varphi}, \hat{\theta}$.

٢- طريقة الإمكان الأعظم (M.L):

بافتراض أن (e_t) عملية جاوس فإنه يمكن إثبات أن دالة الإمكان الأعظم لنموذج ARMA(p,q) يكون على الصورة الآتية:

$$L(\varphi, \theta, \sigma^2/y) = (2\pi)^{\frac{-(n-p)}{2}} (\sigma^2)^{\frac{-(n-p)}{2}} \exp \left[-\frac{1}{2\sigma^2} S_c(\varphi, \theta) \right] \quad (38)$$

وبأخذ لوغاريتم الدالة ومساواة التفاضل بالصفر نحصل على تقديرات $\varphi, \theta, \sigma^2$. وبالتالي فإن قيم φ, θ التي تجعل دالة الإمكان الشرطية نهاية عظمى هي نفس القيم التي تجعل $S_c(\varphi, \theta)$ نهاية صغرى.

ويكون مقدر تباين البواقي على الصورة (بري، ٢٠٠٢):

$$\sigma^2 = \frac{S_c(\varphi, \theta)}{n - (p + q)} \quad (39)$$

وتوجد طرق أخرى تستخدم لتقدير معالم النموذج منها: طريقة العزوم، طريقة المربعات الصغرى غير الشرطية، طرق التقدير غير الخطية.

ثالثاً: تشخيص واختبار النموذج

بعد التعرف على النموذج وتقدير معالمه نقوم بتشخيص واختبار البواقي أو الأخطاء لمعرفة مدى مطابقة النموذج للمتسلسلة المشاهدة، ويقوم التشخيص والاختبارات على فحص البواقي والنظر في مدى تحقيقها لفرضيات النموذج (بري، ٢٠٠٢).

ويكون الهدف من الاختبارات معرفة ما إذا كانت معاملات الارتباط معنوية أم لا، وإذا كانت معنوية تحديد تلك المعنوية عند أي فجوة زمنية. ويقصد بمعنوية الاختبار أن هناك ارتباط أي ليس هذا النموذج النهائي لازال هناك تحليل للسلسلة.

عدم معنوية الاختبار أي ليس هناك ارتباط وهذه السلسلة غير قابلة للتحليل معاملات الارتباط عند أي فجوة زمنية يساوي الصفر. ولاختبار معنوية معاملات الارتباط نستخدم إحصائية

1- Box-Pierce

$$Q_{cal} = n \sum_{k=1}^h r^2_k \quad (40)$$

$$Q_{tab} \approx \chi^2(n - m, \alpha)$$

حيث n عدد المشاهدات، h أعلى فجوة زمنية، m عدد المعلمات، r معامل الارتباط الذاتي، k فترة الإبطاء.

2-Ljung -Box

$$Q_{cal}^* = n(n + 2) \sum_{k=1}^h \frac{r^2_k}{n - k} \quad (41)$$

$$Q_{tab}^* \approx \chi^2(n - m, \alpha)$$

إذا كانت $Q_{cal}^* < Q_{tab}^*$ نقبل فرض العدم ونرفض الفرض البديل ويكون الاختبار غير معنوي حيث

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k = 0$$

$$H_1: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_k \neq 0$$

رابعاً: التنبؤ

التنبؤ هو المرحلة الأخيرة من مراحل منهجية بوكس وجينكنز وهو عادة الهدف النهائي من تحليل السلسلة الزمنية، ولا يمكن أن الانتقال إلى هذه المرحلة إلا بعد أن يجتاز النموذج كافة الاختبارات السابقة، وإذا لم يجتاز النموذج هذه الاختبارات بكفاءة فإنه يجب العودة إلى المرحلة الأولى مرحلة التعرف (شعراوي، ٢٠٠٥).
وتعتبر الدقة هي المقياس الأساسي في اختيار طريقة التنبؤ المناسبة، وتزداد دقة التنبؤ بانخفاض الفرق بين القيم الفعلية للسلسلة الزمنية والقيم المتنبأ بها، وللتنبؤ عدة مقاييس سنستخدم منها في هذا البحث:

الجذر التربيعي لمتوسط مربعات الأخطاء Root Mean Square Error :

$$RMSE = \sqrt{MSE} \quad (42)$$

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^n e^2_t}{n} \quad (43)$$

متوسط الانحرافات المطلقة النسبي Mean Absolute Percentage Error :

$$MAPE = \frac{\sum_{t=1}^n \left| \frac{\hat{x}_t}{x_t} \right| \times 100}{n} \quad (44)$$

٨- نماذج التمهيد الآسي

يعتبر التمهيد الآسي إحدى الأساليب التي يمكن بواسطتها التنبؤ بالقيم المستقبلية والغرض منه هو تقليل التغيرات في قيم السلسلة الزمنية حول خط المنحنى الذي يمثل النمط العام، وتعني تمهيد البيانات التي بها تشويش، وسميت بذلك لإعطائها أوزاناً لأحدث مشاهدة عند الزمن الذي يراد التنبؤ عنده ثم إعطاء أوزاناً ترجيحية تتناقص بشكل آسي مع زيادة الفاصل الزمني بين زمن التنبؤ وزمن المشاهدة (شعراوي، ٢٠٠٥).

٨-١ نموذج هولت ونتر

تعتبر طريقة هولت ونتر تطوير لطريقة هولت في التمهيد الآسي المزدوج حيث قام الباحث Winters عام (١٩٦٠) بتوسيعها وإضافة المكون الموسمي للتمهيد، ويسمى بنموذج التمهيد الآسي الثلاثي لاحتوائه على ثلاث معالم

α ثابت التمهيد الكلي، B تمهيد الاتجاه العام، γ ثابت تمهيد الموسمية.

ويستخدم هذا النموذج عندما يظهر في البيانات الاتجاه العام والنمط الموسمي وتتميز عن طريقة هولت بإضافة معلمة تمهيد المكون الموسمي، وينقسم هذا النموذج الى نموذجين رئيسيين.

أولاً: النموذج الموسمي المضاف

ويستخدم هذا النموذج في حالة البيانات التي يظهر فيها الاتجاه العام أو بدونه والنمط الموسمي الذي لا يعتمد على حجم البيانات أي لا يتأثر ولا يتغير بقيم السلسلة الزمنية بالزيادة للأعلى أو تتناقص للأدنى، وكذلك يستخدم للتنبؤ بالقيم المستقبلية لمدى قصير أو متوسط (العجيلي، ٢٠١٦).

وبذلك تكون معادلات هذا النموذج على الصورة الآتية (Prajakta,2004) :

$$L_t = \alpha (y_t - S_{t-p}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + b_{t-1}) \quad (45)$$

$$T_t = B(L_t - L_{t-1}) + (1 - B)b_{t-1} \quad (46)$$

$$S_t = \gamma(y_t - L_t) + (1 - \gamma)S_{t-p} \quad (47)$$

وبذلك تكون معادلة التنبؤ لهذا النموذج كالتالي:

$$\hat{Y}_t = (L_{t-1} + T_{t-1})S_{t-p} \quad (48)$$

حيث

L_t : المستوى او عامل التعديل الموسمي عند الزمن.

α : الوزن للمستوى $0 < \alpha < 1$.

y_t : القيمة الحقيقية في نهاية الفترة t .

S_t : المكون الموسمي عند الزمن t .

S_{t-p} : المكون الموسمي للفترة الماضية .

p : طول الفترة الموسمية.

T_t : قيمة تمهيد الاتجاه العام خلال الفترة t .

B : الوزن او ثابت تمهيد الاتجاه العام في الفترة t .

γ : الوزن او ثابت التمهيد للمكون الموسمي في الفترة t .

b_t : قيمة تمهيد الاتجاه العام.

وتكون القيم الأولية لطريقة هولت ونتر الموسمية المضافة كالتالي:

$$L_0 = \sum_{t=1}^p \frac{Y_t}{p} \quad (49)$$

$$T_0 = \frac{1}{p} \left\{ \sum_{t=1}^p - \sum_{t=p+1}^{2p} \frac{Y_t}{p} \right\} \quad (50)$$

$$S_0 = Y_k - \left\{ L_0 + \frac{(k-1)T_0}{2} \right\} \quad (51)$$

ثانياً: النموذج الموسمي المضاعف Multiplicative Seasonal Model

ويستخدم هذا النموذج في حالة وجود الاتجاه العام أو بدونه في السلسلة الزمنية وكذلك البيانات من النمط الموسمي الذي يتناسب مع حجم البيانات في حالة الزيادة أو النقصان. ويستخدم هذا النموذج للتنبؤ بالقيم المستقبلية لمدى قصير إلى متوسط (العجيلي، ٢٠١٦).

وتكون معادلات هذا النموذج كالتالي (Tylor,2003):

عامل التعديل الموسمي

$$L_t = \alpha \left(\frac{y_t}{S_{t-p}} \right) + (1-\alpha)(L_{t-1} + b_{t-1}) \quad (51)$$

تمهيد الاتجاه العام للسلسلة

$$T_t = B(L_t - L_{t-1}) + (1 - B)b_{t-1} \quad (52)$$

تمهيد المركب الموسمي

$$S_t = \gamma(y_t/L_t) + (1 - \gamma)S_{t-p} \quad (53)$$

وبذلك تكون معادلة التنبؤ:

$$\hat{Y}_t = (L_{t-1} + T_{t-1})S_{t-p} \quad (54)$$

وتكون القيم الابتدائية المستخدمة لطريقة هولت ونتر المضاعفة كالتالي:

$$L_0 = \sum_{t=1}^p \frac{Y_t}{p} \quad (55)$$

$$T_0 = \frac{1}{p} \left\{ \sum_{t=1}^p - \sum_{t=p+1}^{2p} \frac{Y_t}{p} \right\} \quad (56)$$

$$S_0 = \frac{Y_k - (k-1)T_0/2}{L_0} \quad (57)$$

ونظرا لصعوبة تتبع طريقة هولت ونتر بالحسابات اليدوية فإن القيم الأولية لمركبات النموذج تحسب بخوارزميات غير خطية باستخدام الحاسب.

٩- الجانب العملي

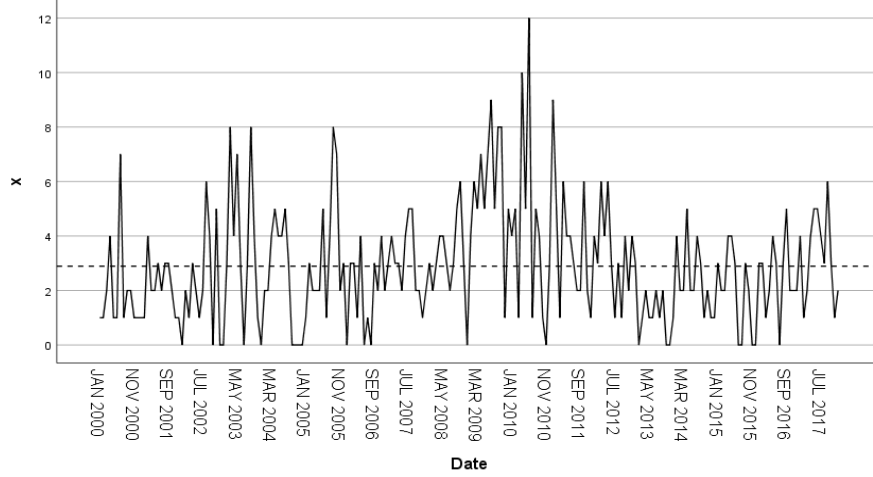
٩-١ بناء نموذج ARIMA للتنبؤ بأعداد المصابين بمرض الدرن

سيتم في هذا الجزء بناء نموذج باستخدام البيانات الشهرية لمرضى الدرن خلال الفترة من ٢٠٠٠ إلى ٢٠١٨، حيث يتم تقسيم هذه الفترة إلى:

- فترة تقدير من سنة ٢٠٠٠ إلى سنة ٢٠١٧ أي باستخدام ٢٠٤ مشاهدة.
 - فترة تنبؤ وهي البيانات الشهرية لسنة ٢٠١٨ أي ١٢ مشاهدة.
- وكما سبق ذكره يمر بناء النموذج بعدة مراحل هي كالتالي:

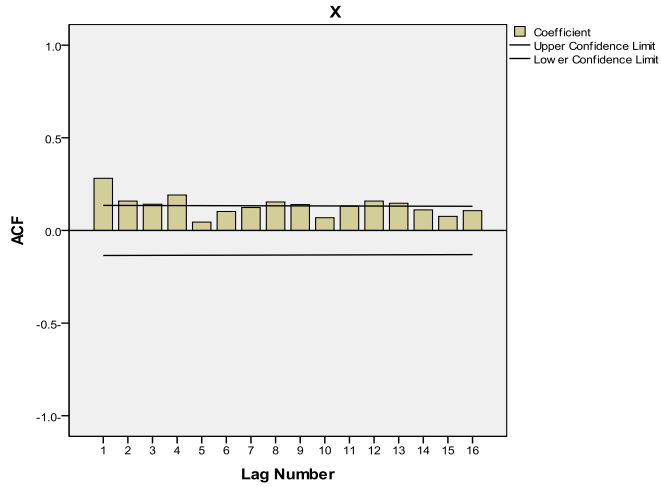
أولاً: مرحلة التعرف على النموذج:
وفيها نبدأ بالرسم البياني لسلسلة أعداد المصابين بمرض الدرن في الفترة من ٢٠٠٠ إلى ٢٠١٧.

شكل (١) التمثيل البياني لسلسلة البيانات الأصلية



من خلال الشكل (١) يمكن ملاحظة تغير التشتت حول مستوى السلسلة مما يدل على عدم ثبات التباين، وكذلك يتبين احتواء السلسلة على اتجاه عام أي أن الوسط الحسابي غير ثابت أيضاً، وللتأكد من ذلك تم حساب دالة الارتباط الذاتي للسلسلة الزمنية

الشكل (٢) يوضح دالة الارتباط الذاتي للسلسلة الأصلية



وبفحص الشكل (٢) يلاحظ أن معاملات الارتباط الذاتي تصل إلى الصفر ببطء مما يدل على عدم سكون السلسلة، ولزيادة التأكد من عدم سكون السلسلة تم إجراء اختبار جذر الوحدة لديكي فولر Dicky fuller والذي يشير إلى الفروض التالية:

الفرض العدمي $H_0: \rho_1 = 1$ والذي يعني أن السلسلة غير مستقرة.

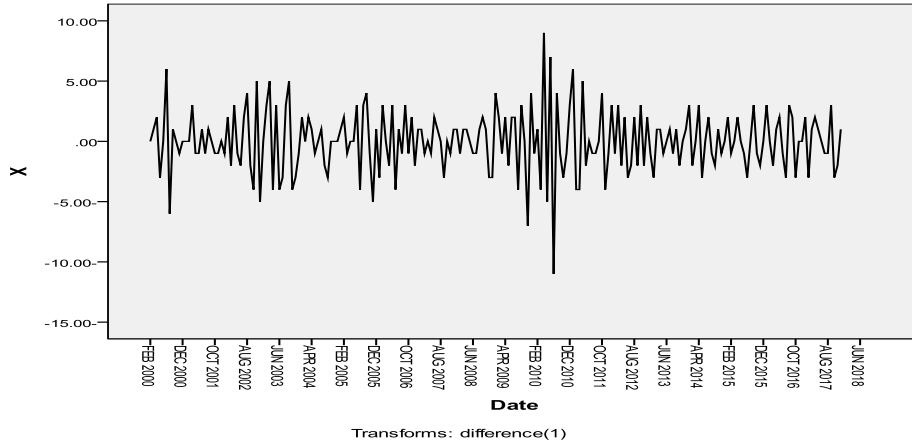
مقابل الفرض البديل $H_1: |\rho_1| < 1$ والذي يعني أن السلسلة الزمنية مستقرة.

الجدول (٣) اختبار Dicky fuller للسلسلة الاصلية

		t-test	Sig
Dickey fuller test statistics		-2.736	0.193
Critical values	0.01	-3.051	
	0.05	-2.971	

يتضح من نتائج الاختبار أن قيمة $\text{sig}=0.193$ وهي قيمة أكبر من مستوى المعنوية 1% و 5% وبالتالي لا يمكن رفض الفرض العدمي أي ان السلسلة الزمنية غير مستقرة. ولتحويل السلسلة الزمنية الى سلسلة زمنية أخرى مستقرة لتسكين تباين ومتوسط السلسلة، قام الباحث بأخذ الفروق من الدرجة الأولى لسلسلة اللوغاريتمات فكان شكل السلسلة كما موضح بالشكل (٣).

الشكل (٣) السلسلة الزمنية بعد أخذ الفروق الأولى



يتضح من الشكل (٣) تغير في اتجاه السلسلة نحو الثبات في المتوسط والتباين . ولاختبار السكون تم استخدام اختبار جذر الوحدة Dicky fuller للمرة الثانية بعد أخذ الفروق الأولى للسلسلة الزمنية وكانت النتائج كالتالي:

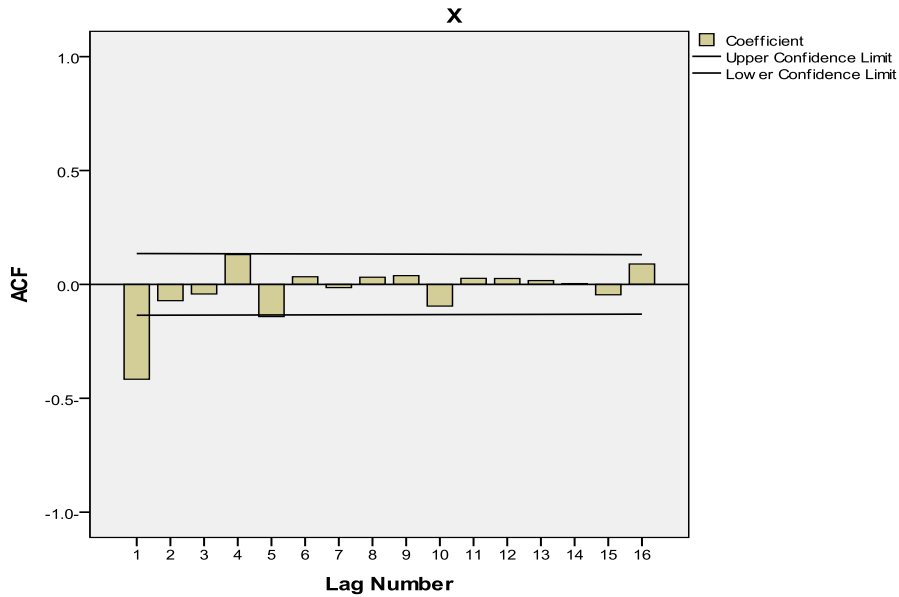
الجدول (٤) اختبار Dickey fuller لسلسلة الفروق الأولى

		t-test	Sig.
Dickey fuller test statistics		-3.118	0.0271
Critical value	0.01	-1.417	
	0.05	-0.839	

من خلال النتائج اتضح أن قيمة $\text{sig}=0.0271$ وهي أقل من مستوى المعنوية 0.05 وبالتالي نرفض فرض عدم أي أن السلسلة الزمنية مستقرة .

وللتأكد قام الباحث برسم دالة الارتباط الذاتي للسلسلة بعد أخذ الفروق الأولى فكانت كما مبيته بالشكل (٤)

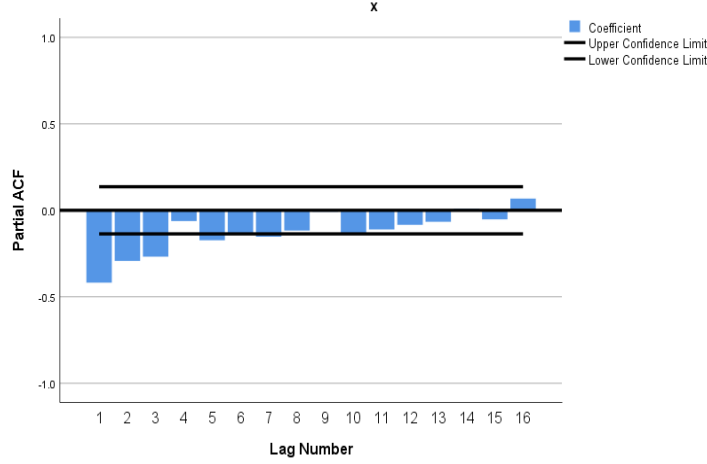
شكل (٤) يوضح دالة الارتباط الذاتي بعد الفروق الأولى



من الشكل (٤) يتضح وقوع قيم الارتباط الذاتي داخل حدود الثقة ووصولها للصفر بسرعة وهذا مؤشر على استقرار السلسلة الزمنية بعد أخذ الفروق الأولى.

ولاختيار النموذج الأمثل من بين نماذج ARIMA وللتعرف (تحديد) النماذج الممكنة لتمثيل السلسلة تم إيجاد دالة الارتباط الذاتي الجزئي.

الشكل (٥) دالة الارتباط الذاتي الجزئي لسلسلة الفروق الأولى



من خلال دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي يتم ترشيح النماذج التالية:

الجدول (٥) قيم مقاييس الدقة للنماذج

R -Square	RMSE	MAPE	النموذج
0.64	2.629	101.202	ARIMA(0,1,1)
0.38	3.42	136.7	ARIMA(1,1,0)
0.70	2.39	87.42	ARIMA(1,1,1)

من الجدول السابق يتضح أن نموذج ARIMA(1,1,1) ووفق معايير المفاضلة المستخدمة هو النموذج الأفضل من النماذج المقترحة حيث كانت المعايير أقل ما يمكن من بقية النماذج وامتلاكه لأعلى معامل تحديد

ثانياً: تقدير معالم النموذج

الجدول (٦) القيم المقدرة لمعالم النموذج

p-value	SE	Coefficient	معالم النموذج
0.000	0.06	-0.403	φ_1
0.012	0.39	0.998	θ_1

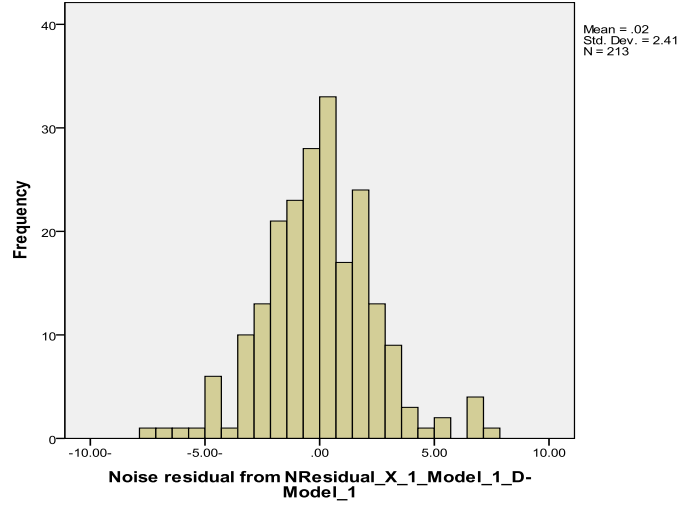
نلاحظ من الجدول السابق معنوية معالم النموذج حيث كانت sig. أقل من 0.05 ، بالتالي سيصبح شكل النموذج المقدر بالصيغة التالية:

$$y_t = -0.403y_{t-1} + e_t - 0.998e_{t-1} \quad (58)$$

ثالثاً: فحص النموذج:

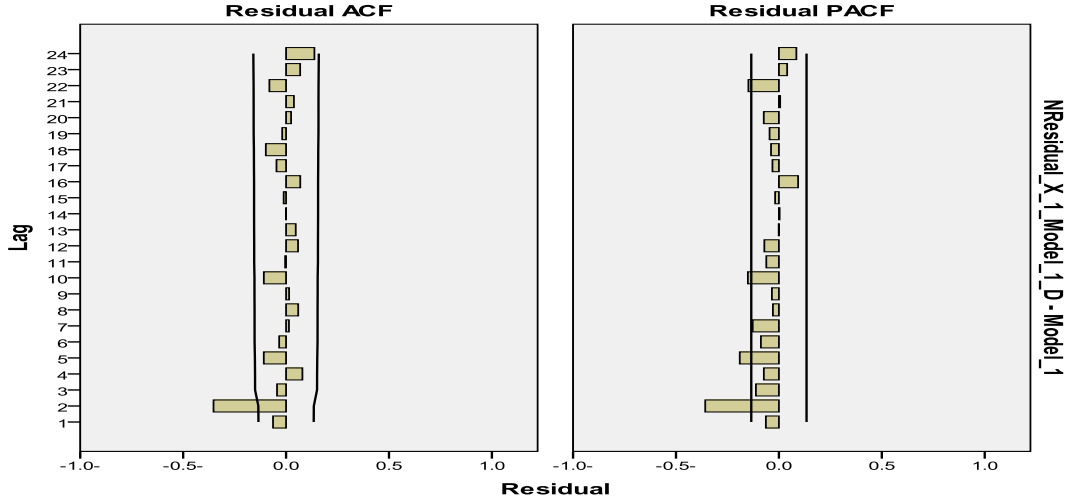
لفحص النموذج قام الباحث باختبار عشوائية البواقي واتضح انها تأخذ شكل التوزيع الطبيعي كما موضح بالشكل (٦).

الشكل (٦) يوضح اعتدالية بواقي النموذج



ومن خلال رسم دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لبواقي النموذج حيث كانت ضمن حدود الثقة بنسبة ثقة 95% مما يعني أن سلسلة بواقي النموذج تمثل متغيرات عشوائية بحتة وهذا دل على أن النموذج المقدر جيد ويمكن استخدامه للتنبؤ.

الشكل (٧) يوضح رسم دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للبواقي



ولاختبار معنوية معاملات الارتباط الذاتي تم اختبار العشوائية للبواقي باستخدام إحصاءة Ljung-box

الجدول (٧) يوضح اختبار معنوية البواقي Ljung-box

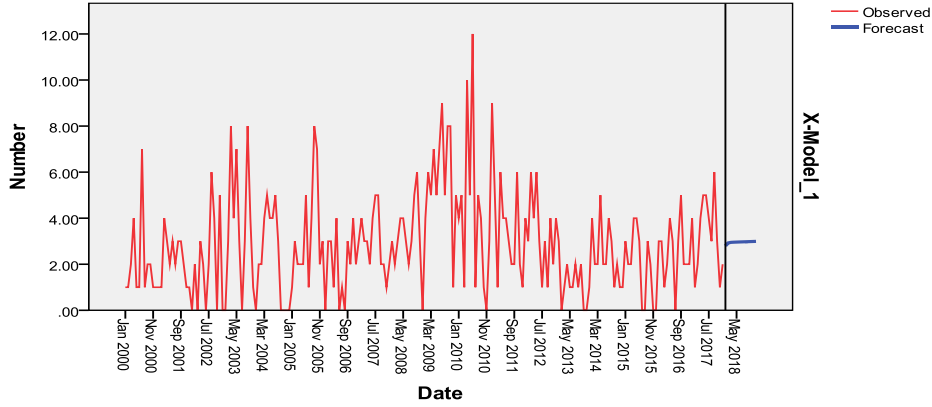
Test	Statistic (Q)	Sig
Ljung-box	5.832	0.412

من خلال النتائج يتضح أن $Sig = 0.412$ أكبر من مستوى المعنوية 0.01 أو 0.05 وبالتالي قبول فرض العدم واستقلالية البواقي.

رابعاً: استخدام النموذج في التنبؤ لبيانات السلسلة

بعد التأكد من دقة النموذج المقترح يصبح بالإمكان استخدامه للتنبؤ لبيانات السلسلة الزمنية كما موضح بالشكل (٨) حيث تم الحصول على القيم التنبؤية.

الشكل (٨) يوضح القيم التنبؤية للسلسلة الزمنية باستخدام نموذج ARIMA(1,1,1)



الجدول (٨) يوضح القيم الحقيقية والقيم التنبؤية لسنة ٢٠١٨

القيم التنبؤية	القيم الحقيقية
2.80	1
2.93	3
2.95	1
2.96	1
2.96	3
2.97	2
2.97	5
2.98	1
2.98	6
2.98	5
2.99	2
2.99	3

بفحص القيم نجد اختلاف كبير بين القيم الحقيقية والمتنبأ بها.

٢-٩ نماذج SARIMA

أولاً: بعد أخذ الفروق الأولى وأخذ الفروق الموسمية الأولى واستقرار السلسلة الزمنية وتطبيق المراحل السابقة يتم ترشيح بعض النماذج واختيار أفضل نموذج وذلك باستخدام معايير أو مقاييس المفاضلة بين النماذج.

الجدول (٩) يوضح مقاييس الدقة للنماذج المقدره

R -Square	RMSE	MAPE	النموذج
0.78	2.87	112.3	ARIMA(0,1,1)(0,1,1) ₁₂
0.64	2.62	99.008	ARIMA(1,1,0)(1,1,1) ₁₂
0.71	2.35	86.1	ARIMA(1,1,1)(0,1,1) ₁₂

يتضح من الجدول السابق ووفق أقل قيمة من معايير المفاضلة بين النماذج المرشحة أن النموذج الأفضل هو ARIMA(1,1,1)(0,1,1)₁₂ على الرغم من عدم احتوائه على أكبر قيمة لـ R-Square

ثانياً: تقدير معالم النموذج

الجدول (١٠) يوضح التقديرات الخاصة بمعالم النموذج المقدر

p-value	SE	Coefficient	معالم النموذج
0.000	0.063	-0.44	ϕ_1
0.047	0.5	0.999	θ_1
0.000	0.14	0.831	Θ_1

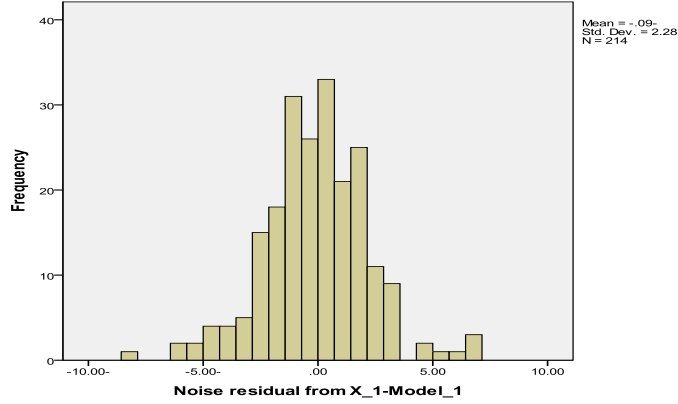
نلاحظ من الجدول السابق معنوية معالم النموذج حيث كانت p-value أقل من 0.05 ، بالتالي سيصبح شكل النموذج المقدر بالصيغة الآتية:

$$(1 - 0.44B)(1 - B^{12})(1 - B)y_t = (1 - 0.999B)(1 - 0.831B^{12})e_t \quad (59)$$

ثالثاً: اختبار البواقي

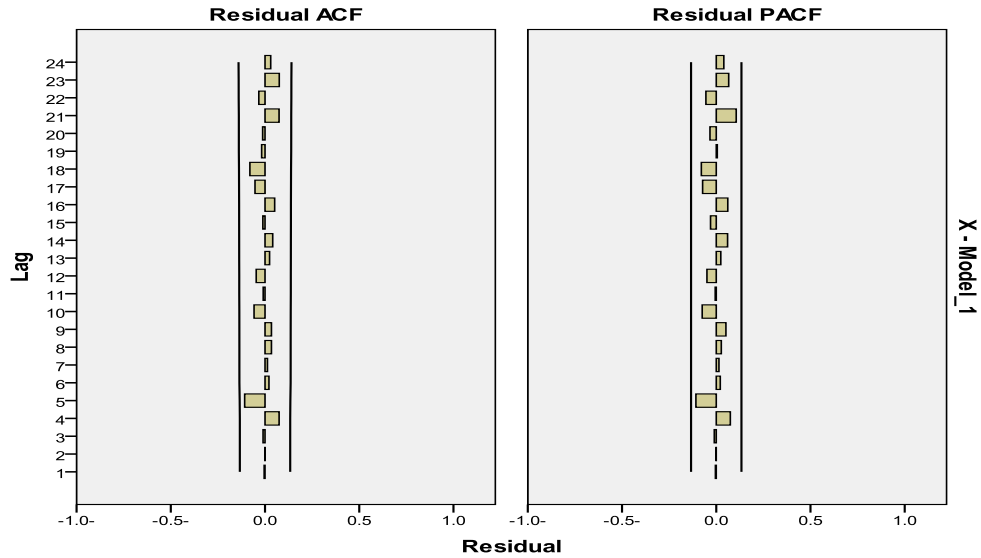
وللتأكد من دقة النموذج قام الباحث باختبار عشوائية البواقي واتضح انها تأخذ شكل التوزيع الطبيعي كما موضح بالشكل (٩):

الشكل (٩) يوضح المدرج التكراري لبواقي النموذج



من خلال رسم دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لبواقي النموذج حيث كانت ضمن حدود الثقة بنسبة ثقة ٩٥ % مما يعني أن سلسلة بواقي النموذج تمثل متغيرات عشوائية بحتة وهذا دل على أن النموذج المقدر جيد ويمكن استخدامه للتنبؤ.

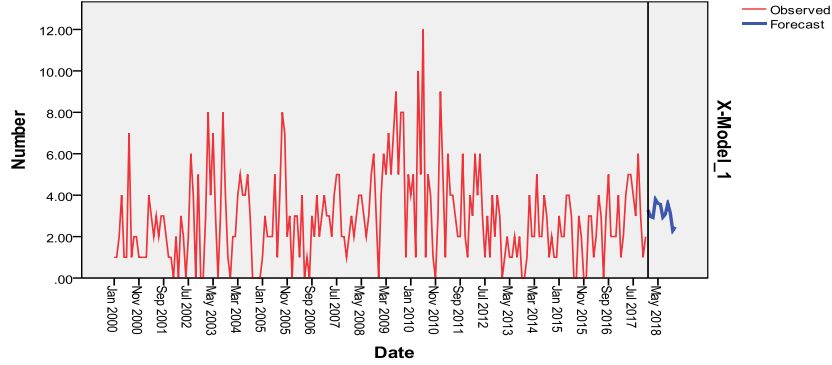
شكل (١٠) يوضح دالة الارتباط الذاتي والجزئي لبواقي النموذج



رابعاً: استخدام النموذج في التنبؤ

بعد التأكد من دقة النموذج المقترح يصبح بالإمكان استخدامه للتنبؤ ببيانات السلسلة الزمنية باستخدام النموذج SARIMA(1,1,1)(0,1,1)₁₂ كما في الشكل (١١).

الشكل (١١) يوضح شكل السلسلة الزمنية المتنبأ بها



الجدول (١١) يوضح القيم الحقيقية والقيم التنبؤية باستخدام النموذج

SARIMA(1,1,1)(0,1,1)₁₂ لسنة ٢٠١٨

القيم التنبؤية	القيم الحقيقية
1.28	1
2.96	3
1.91	1
2.80	1
3.40	3
2.36	2
3.93	5
2.08	1
3.98	6
3.97	5
2.29	2
2.47	3

من خلال الجدول السابق نلاحظ وجود توافق بين القيم المتنبأ بها والقيم الفعلية وهذا دليل على ملائمة هذا النموذج في التنبؤ عن نموذج ARIMA نظرا لأن هذا النموذج يراعي أثر الموسمية في البيانات.

٩-٣ نموذج Holt-Winter الموسمي المضاف. أولاً: فحص النموذج

حيث يتم إيجاد القيم الأولية لمعالم النموذج α B γ تحسب عن طريق خوارزميات خطية عن طريق الحاسب واختيار أفضل نموذج معنوي ملائم للبيانات من خلال احتساب مقاييس الدقة التنبؤية. كما في الجدول (١٢).

الجدول (١٢) يوضح مقاييس الدقة لمعالم النموذج

النموذج	MAPE	RMSE	R -Square
Holt-Winters' Additive	91.11	2.48	0.84

ثانياً: تقدير معالم النموذج

تقدير معالم النموذج والتأكد من معنوية المعالم من عدمه فكانت النتائج كما موضحة بالجدول (١٣).

الجدول (١٣) يوضح تقدير معالم نموذج Holt-Winters

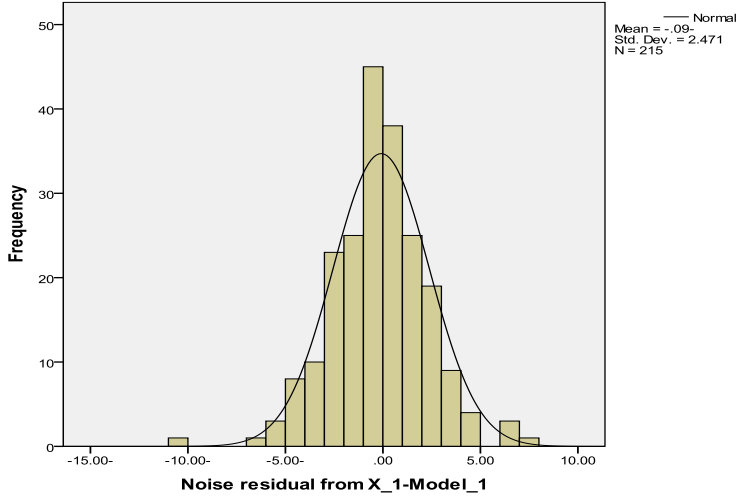
معالم النموذج	COEFFICIENT	SE	p-value
α	0.102	0.027	0.000
γ	0.0051	0.015	0.983

من تحليل السلسلة الأصلية للبيانات باستخدام النموذج تحصلنا على أفضل الفا حيث كانت ($\alpha = 0.102$) وجاما ($\gamma = 0.0051$) وبالرغم من عدم معنوية جاما إلا أن النموذج أعطي أقل قيمة لـ MAPE , RMSE .

ثالثاً: اختبار البواقي:

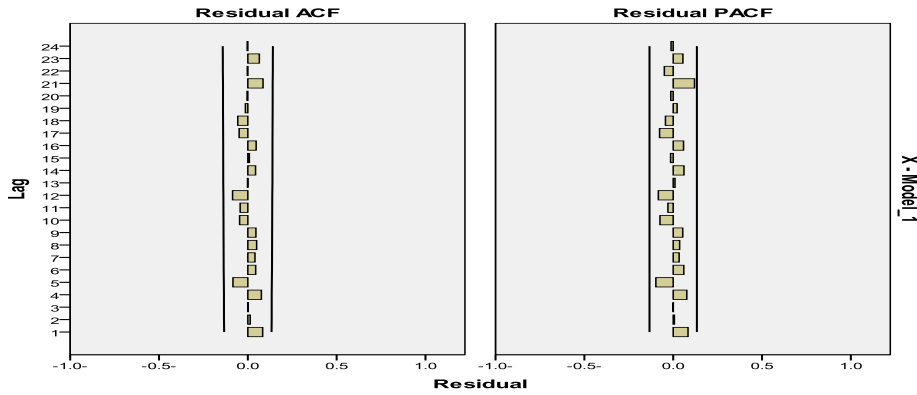
وللتأكد من دقة النموذج قام الباحث باختبار عشوائية البواقي واتضح أنها تأخذ شكل التوزيع الطبيعي كما موضح بالشكل (١٢).

الشكل (١٢) يوضح المدرج التكراري لبواقي النموذج



ومن خلال رسم دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لبواقي النموذج للسلسلة الأصلية كما بالشكل (١٣)، حيث من خصائص هذا من مميزات هذا النموذج التعامل مع السلسلة الأصلية بغض النظر عن تسكينها، حيث لوحظ أن قيم الارتباط الذاتي والارتباط الجزئي تقع ضمن حدود الثقة مما يشير الي ثبات في المتوسط والتباين. وهذا مؤشر على ملائمة النموذج للبيانات.

شكل (١٣) يوضح دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي لنموذج Holt-Winters



رابعاً: التنبؤ

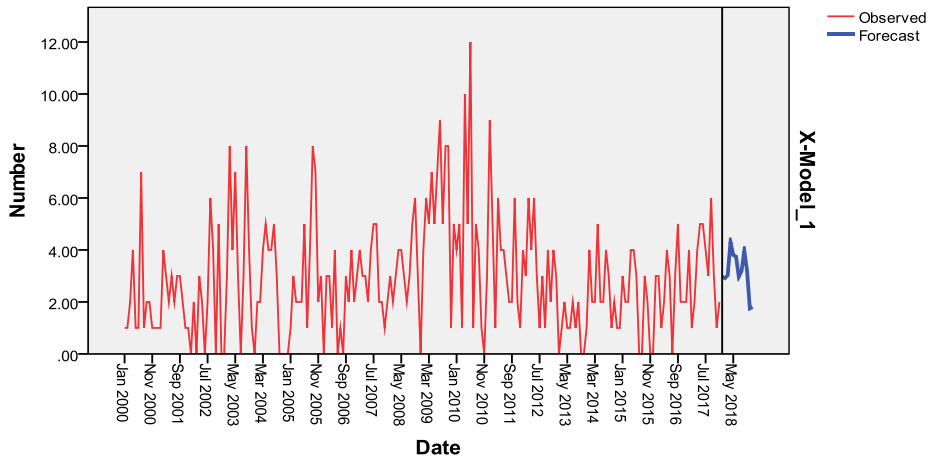
تم التنبؤ باستخدام نموذج Holt winter الموسمي المضاف لبيانات السلسلة الزمنية لسنة ٢٠١٨ فكانت النتائج كالتالي:

الجدول (١٤) يوضح القيم الحقيقية والقيم المتنبأ بها باستخدام نموذج Hot winter

القيم الفعلية	القيم المتنبأ بها
1	2.97
3	2.91
1	3.03
1	2.1
3	3.8
2	2.97
5	3.75
1	3.1
6	3.97
5	3.9
2	1.75
3	1.80

من خلال الجدول (١٤) نلاحظ أن القيم المتنبأ بها متقاربة مع القيم الفعلية لبيانات السلسلة الزمنية وهذا يدل على ملائمة النموذج للتنبؤ. ونلاحظ كذلك من خلال رسم المنحنى الزمني للسلسلة الزمنية الأصلية متوافق مع المنحنى الزمني للسلسلة الزمنية المتنبأ بها كما بالشكل (١٤).

الشكل (١٤) يوضح منحنى السلسلة الزمنية المتنبأ بها باستخدام نموذج Holt-Winter



٩-٤ مقارنة بين النماذج الملائمة للتنبؤ لبيانات السلسلة

تم استخدام معايير المفاضلة (MAPE , RMSE) للمقارنة بين نماذج SARIMA $(1,1,1)(0,1,1)_{12}$ ونموذج Hot winter الطريقة المضافة كما في الجدول (١٥).

الجدول (١٥) يوضح مقاييس الدقة التنبؤية بين نموذج SARIMA ونموذج Holt-Winters

ملاحظات	MAPE	RMSE	النموذج
	86.1	2.35	SARIMA $(1,1,1)(0,1,1)_{12}$
النموذج الأفضل	54.9	1.91	Winters' Additive

نلاحظ من الجدول (١٥) أن نموذج Holt-Winters قد أظهر تفوقاً على نموذج SARIMA $(1.1.1)(0.1.1)_{12}$ حيث كان معيار المتوسط المطلق للخطأ النسبي (MAPE) والجذر التربيعي لمتوسط مربعات الخطأ (RMSE) لنموذج Hot winter الموسمي أقل قيم، بالتالي سيتم استخدام هذا النموذج للتنبؤ ببيانات السلسلة الزمنية لسنة ٢٠١٨.

١٠- النتائج

من خلال الدراسة التطبيقية لتحليل السلسلة الزمنية باستخدام نماذج ARIMA, SARIMA ونموذج Holt-Winters الموسمي الطريقة المضافة للتنبؤ بأعداد الإصابات الشهرية بمرض الدرن بمدينة الزاوية (ليبيا) في الفترة من سنة (٢٠٠٧-٢٠٠٨) وكانت سنة (٢٠٠٨) سنة المقارنة حيث توصل الباحث الى النتائج الآتية:

١- السلسلة الزمنية لأعداد الإصابة الشهرية بمرض الدرن هي سلسلة زمنية غير ساكنة وموسمية حيث تعيد نفسها كل ١٢ شهر.

٢- عند استخدام نموذج ARIMA والذي يعتبر من أهم النماذج التي تستخدم في التنبؤ ولا تفترض وجود نمط معين للبيانات أظهرت النتائج ان النموذج الملائم لتمثيل بيانات السلسلة الزمنية لمرض الدرن هو النموذج $ARIMA(1.1.1)$ ، وكذلك أظهرت النتائج عدم وجود توافق بين القيم الحقيقية والمتنبأ بها وهذا دليل على أن النموذج غير قادر على التنبؤ على الرغم من أنه من النماذج الأساسية في تحليل السلاسل الزمنية وليس بالضرورة لجميع أنواع البيانات.

٣- عند استخدام نموذج SARIMA الذي يعتبر من أهم النماذج التي تستخدم في تحليل السلاسل الزمنية الموسمية أظهرت النتائج أن النموذج الملائم لتمثل بيانات السلسلة الزمنية هو النموذج $SARIMA(1.1.1)(0.1.1)_{12}$ وكذلك أظهرت النتائج وجود توافق للقيم المتنبأ بها مع القيم الفعلية.

٤- عند استخدام نموذج Holt-Winters الموسمي بالطريقة المضافة والذي يستخدم في تحليل السلسلة الزمنية التي يظهر فيها الاتجاه العام ونمط الموسمية والتنبؤ بفترات قصيرة الى متوسطة وتتميز بأنها طريقة سهلة التطبيق وخطواتها محدودة ولا تتطلب شرط السكون مقارنة مع نماذج SARIMA التي تتطلب خطوات كثيرة، وقد أظهرت النتائج وجود توافق للقيم المتنبأ بها مع القيم الفعلية.

٥- عند المقارنة بين نموذج SARIMA ونموذج Holt-Winters الموسمي الطريقة المضافة باستخدام مقاييس الدقة التنبؤية للمفاضلة بين النموذجين RMSE,MAPE أظهرت النتائج تفوق نموذج Holt-Winters.

١١ - التوصيات

من أهم توصيات هذه الدراسة ما يلي:

١- الأخذ بنتائج هذا البحث من قبل الجهات الصحية المسؤولة بمدينة الزاوية (ليبيا) وتطبيق نموذج Holt-Winters الموسمي الطريقة المضافة وذلك لغرض التنبؤ بالإصابات الشهرية لمرض الدرن.

٢- نوصي بدراسة طرق أخرى من طرق التمهيد الأسّي Holt-Winters منها طريقة هولت ونتر المتضائلة.

٣- عمل مقارنات بين طريقة Holt-Winters وبين نماذج إحصائية أخرى للتنبؤ.

المراجع

- ١- بري، عدنان (٢٠٠٢)، " طرق التنبؤ الإحصائي الجزء الأول"، جامعة الملك عبد العزيز، السعودية، ط ١.
- ٢- حسن، فارس طاهرو سعد احمد عبد الرحمن. (٢٠١٦). "التنبؤ الموسمي بالأعداد الشهرية للمصابين بالأمراض المزمنة في مدينة بغداد باستخدام نماذج SARIMA"، مجلة العلوم الاقتصادية والإدارية، المجلد (٢٢) العدد (٨٧).
- ٣- الديراوي، عبد الله سلمان. (٢٠١٥). "استخدام نموذج الجار الأقرب وطريقة بوكس جينكنز في التنبؤ بالسلاسل الزمنية، رسالة ماجستير، جامعة الأزهر غزة.
- ٤- سعد صبر محمد العجيلي (٢٠١٢). "نماذج التمهيد لأسى هولت وانتر (HW)، البسيط والمزدوج مع نموذج الاتجاه العام الخطي وتطبيقاتها على الناتج المحلي الإجمالي للأنشطة الاقتصادية غير النفطية في ليبيا"، مجلة الكوت للعلوم الاقتصادية والإدارية، ص ٢٥٨-٢٨٦.
- ٥- شعراوي، سمير (٢٠٠٥). "مقدمة في التحليل الحديث للسلاسل الزمنية"، مركز النشر العلمي جامعة الملك عبد العزيز، السعودية، ط ١.
- ٦- عبير حسن علي الجبوري (٢٠١٠). "التنبؤ بأسعار النفط العراقي للعام ٢٠١٠ باستخدام السلاسل الزمنية"، مجلة جامعة بابل / العلوم الإنسانية/ المجلد ١٨ / العدد (١)
- ٧- المحمدي، ناظم عبد الله وسعدية عبد الكريم طعمة (٢٠١١) "استخدام نماذج السلاسل الزمنية الموسمية المختلطة SARIMA للتنبؤ باستهلاك الطاقة الكهربائية في مدينة الفلوجة"، مجلة جامعة الانبار للعلوم الاقتصادية والإدارية، المجلد (٤) العدد (٧).
- ٨- مي عبد الرحمن مكي (٢٠١٤). "المقارنة بين نماذج بوكس جينكينز ونموذج هولت باستخدام اختبارات الدقة التنبؤية للتنبؤ بأعداد المصابين بأورام البروستاتا دراسة حالة المعهد القومي للسرطان"، رسالة ماجستير، جامعة الجزيرة، السودان.
- ٩- النيل حسب الله محمد الدقري (٢٠١٩). "التنبؤ للتنبؤ بأعداد المصابين بمرض الملا ريا في محلية زالنجي للفترة من ٢٠١٩-٢٠٢٣"، المجلة الالكترونية الشاملة متعددة المعرفة، العدد ١١.
- ١٠- والتر، فاندال (١٩٩٢). "السلاسل الزمنية من وجهة التطبيقية"، ترجمة عبد المرضي عزام و احمد هارون، دار المريخ للنشر، الرياض.
- ١١- الوصيفي، الشيماء إبراهيم. (٢٠١٥) "نماذج بوكس-جينكنز بالتطبيق على برنامج SPSS" كلية التجارة، جامعة دمياط.

ثانياً: المراجع باللغة الإنجليزية:

- 1- Arumugam, P., & Anithakumari, V. (2013). SARIMA model for Natural Rubber production in India. International Journal of Computer Trends and Technology, 4(8), 2480-2484.
- 2- Box, G. and Jenkins, G. (1976), "Time Series Analysis: Forecasting and Control sanfrancisco Holden-Day".
- 3- Da Veiga, C. P., Da Veiga, C. R. P., Catapan, A., Tortato, U., & Da Silva, W. V. (2014). Demand forecasting in food retail: A comparison between the Holt-Winters and ARIMA models. WSEAS transactions on business and economics, 11, 608-614.
- 4- Makatjane, K., & Moroke, N. (2016). Comparative study of holt-winters triple exponential smoothing and seasonal Arima: forecasting short term seasonal car sales in South Africa. Makatjane KD, Moroke ND.
- 5- Pegels, C. C. (1969). Exponential forecasting: Some new variations. Management Science, 311-315.
- 6- Kalekar, P.S. (2004). Time Series Analysis: Forecasting Using Holt Winters Exponential Smoothing. Kanwal Rakhi School Of Information Technology, 4329008(13), 1-13.
- 7- Rahman, A., & Ahmar, A. S. (2017, September). Forecasting of primary energy consumption data in the United States: A comparison between ARIMA and Holter-Winters models. In AIP Conference Proceedings (Vol. 1885, No. 1 p. 020163). AIP Publishing LLC.
- 8- Taylor, J. W. (2003). Exponential smoothing with a damped multiplicative trend. International journal of forecasting, 19(4), 715-725.