المقارنة بين كفاءة نموذج هولت ـ ونترس الموسمي ونموذج SARIMA المضاعف فى التنبؤ بنسبة الرطوبة في محافظة القاهرة

دكتور/ ايناس جودت محمود يحيى (*)

الملخص

عُنى هذا البحث بإجراء مقارنة بين أداء نموذج هولت ـ ونترس الموسمي بنوعيه المضاعف **Multiplicative** والمضاف **Additive**، ونموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملي الموسمي المضاعف **Multiplicative Seasonal Autoregressive Integrated Movingaverage (Multiplicative SARIMA) Model** في التنبؤ بنسبة الرطوبة الشهرية بمحافظة القاهرة، وقد تمت مقارنة دقة التنبؤ لهذه النماذج من خلال معايير قياس أخطاء التنبؤ: **MAE**، **MAPE** ، **MSE** ، **RMSE**، وأسفرت النتائج عن كون نموذج **SARIMA** المضاعف هو الأكفأ تنبؤا لإعطائه أدق النتائج بأقل أخطاء تنبؤ.

الكلمات المفتاحية: نموذج هولت ـ ونترس الموسمي ـ التمهيد الأسى ـ نموذج **SARIMA** المضاعف ـ التنبؤ.

(*) مدرس بقسم الإحصاء – كلية التجارة فرع البنات– تفهنا الأشراف – جامعة الأزهر.

١- مقدمة

تتصف السلاسل الزمنية في كثير من الأحيان بكونها موسمية **Seasonality** وغير مستقرة **Non-Stationary**، وعلى الرغم من وجود العديد من النماذج التي تستهدف تحليل السلاسل الزمنية الذي يمثل التنبؤ أحد أهم أهدافه، إلا أن أغلبها لا يأخذ بعين الاعتبار المكون الموسمي للسلسلة. ويعتبر نموذج هولت ــ ونترس الموسمي **Seasonal Holt-Winters** للتمهيد الأسى **Exponential Smoothing** المقترح في عام ١٩٦٠م من خلالهما تعميم لطريقة **Holt** الخطية التي اقترحها **Holt(1957)** ، فهي تهدف إلى وصف وتحليل السلاسل الزمنية التي تحتوى على نمط موسمي وبها اتجاه عام. ولنموذج هولت ـ ونترس نوعين مختلفين يعتمدان في نمذجتهما على الموسمية وهما: النموذج الموسمي المضاعف والنموذج الموسمي المضاف، وقد طبق نموذج هولت ـ ونترس بنوعيه المضاعف والمضاف في التنبؤ بالسلاسل الزمنية لدى كثير من الباحثين منهم على سبيل المثال، **Taylor(2010)** في التنبؤ قصير الأجل بالطلب على الكهرباء بفرنسا وبريطانيا، **Khan(2011)** في التنبؤ بإجمالي الواردات في بنجلاديش، **Gundalia and Dholakia(2012)** في التنبؤ بدرجات الحرارة العظمى والصغرى بمدينة جوناغاد بالهند ، **Omane-Adjepong et al.(2013)** للتنبؤ قصير الأجل بمعدل التضخم في غانا.

ومنذ أن طرح **Box and Jenkins(1976)** نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية **Autoregressive Integrated Movingaverage (ARIMA) Models** لتحليل السلاسل الزمنية غير المستقرة وتعميمها بنماذج **ARIMA** الموسمية المضاعفة **Multiplicative Seasonal ARIMA (Multiplicative SARIMA)**

ليتضمن تحليل السلاسل الزمنية الموسمية وغير المستقرة، وقد أصبحت من أكثر النماذج استخدامًا في تحليل السلاسل الزمنية كونها تلائم وصف العديد من السلاسل، فقد استخدمت نماذج **SARIMA** المضاعفة في التنبؤ بالعديد من السلاسل في مختلف المجالات كالتنبؤ بتدفقات المياه إلى خزان بادرا بجنوب الهند **Mohan and Vedula(1995)**، والتنبؤ بعدد السياح الوافدين إلى مدينة بالى بإندونيسيا **Suhartono and Lee(2011)**، وفى التنبؤ بمعدل تلوث الهواء بمدينة جوهور بماليزيا **Lee et al.(2012)**، أيضا التنبؤ بالأمطار الفصلية في ولاية كروس ريفر بنيجيريا **Usoro et al.(2012)**، والتنبؤ بحجم العملة المتداولة شهريًا في غانا **Nasiru et al.(2013)**.

ونظرًا لكون التنبؤ هدفًا أساسًا لتحليل السلاسل الزمنية، فيعنى البحث بإجراء مقارنة بين أداء نموذج هولت ـ ونترس الموسمي بنوعيه ونموذج **SARIMA** المضاعف من حيث دقة التنبؤات الناتجة عن كل نموذج وذلك في التنبؤ بنسبة الرطوبة الشهرية بمحافظة القاهرة بجمهورية مصر العربية لما للرطوبة من تأثير كبير في ضبط المناخ وكذلك في إنتاج المحاصيل الزراعية وعلى صحة الإنسان وفى مجالات الصناعة وغيرها من المجالات. ومن ثم فقد قدم نموذج هولت- ونترس الموسمي بنوعيه بالقسم (٢)، ونموذج **SARIMA** المضاعف بالقسم (٣)، وعرضت المقاييس المستخدمة للمفاضلة بين نماذج التنبؤ بالقسم (٤)، تلي ذلك إجراء دراسة تطبيقية لنماذج التنبؤ محل البحث لبيانات حقيقية متمثلة في سلسلة زمنية لنسبة الرطوبة الشهرية بمحافظة القاهرة، ومن ثم إجراء مقارنة بين أداء النماذج بالقسم (٥)، وأخيرًا، اشتمل القسم (٦) على أهم نتائج البحث.

٢- نموذج هولت– ونترس الموسمي

يعتبر نموذج هولت ـ ونترس **Holt-Winters (HW) Model** الموسمي أحد أفضل أساليب التنبؤ للسلاسل الزمنية فهي تستخدم منذ عدة عقود على نطاق واسع في عملية التنبؤ منذ أن اقترحت في عام ١٩٦٠م لتلائم السلاسل الزمنية التي تحتوى على نمط موسمي وبها اتجاه عام حيث تضم معادلة التنبؤ ثلاث معادلات للتمهيد: الأولى لتمهيد المستوى **Level** بالمعلمة α والثانية لتمهيد الاتجاه العام **Trend** بالمعلمة β والثالثة لتمهيد المكون الموسمي بالمعلمة γ.

ولهذه الطريقة نوعان: الأول يعرف بنموذج هولت ـ ونترس الموسمي المضاعف **Multiplicative Seasonal Holt-Winters (MHW)Model** ليلائم السلاسل الزمنية التي تتناسب فيها التقلبات الموسمية مع المستوى العام للسلسلة، والنوع الثاني يعرف بنموذج هولت ـ ونترس الموسمي المضاف **Additive Seasonal Holt-Winters (AHW)Model** ليلائم السلاسل الزمنية التي تكون فيها التقلبات الموسمية ثابتة بصرف النظر عن المستوى العام للسلسلة.

٢-١ نموذج هولت ـ ونترس الموسمي المضاعف

يضم هذا النموذج المعادلات الأساسية الآتية:

المستوى **(Level)**:

$$L_t = \alpha \frac{Y_t}{S_{t-s}} + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \qquad \textbf{(2.1)}$$

الاتجاه العام (**Trend**):

$$T_t = \beta (L_t - L_{t-1}) + (1-\beta) T_{t-1} \quad \textbf{(2.2)}$$

الموسمية (**Seasonality**):

$$S_t = \gamma \frac{Y_t}{L_t} + (1-\gamma)(L_{t-1} + S_{t-s}) \quad \textbf{(2.3)}$$

التنبؤ (**Forecasting**):

$$\hat{Y}_{t+h} = (L_t + T_t\, h)\, S_{t-s+h} \quad \textbf{(2.4)}$$

حيث Y_t تمثل المشاهدة الحالية للسلسلة في الفترة t.

L_t القيمة الممهدة لمستوى السلسلة في الفترة t.

T_t القيمة الممهدة للاتجاه العام للسلسلة في الفترة t.

S_t القيمة الممهدة للمركب الموسمي للسلسلة في الفترة t.

s طول الدورة الموسمية.

α معلمة التمهيد الأسى لمستوى السلسلة حيث $0 \le \alpha \le 1$.

β معلمة التمهيد الأسى للاتجاه العام للسلسلة حيث $0 \le \beta \le 1$.

γ معلمة تمهيد المركب الموسمي بالسلسلة حيث $0 \le \gamma \le 1$.

$\hat{Y}_{t+h}$ تمثل قيمة المشاهدة المستقبلية المتنبأ بها للسلسلة بخطوة أمامية مقدارها h، $h \ge 1$.

٢-٢ نموذج هولت-ونترس الموسمي المضاف

يختلف النموذج المضاف عن النموذج المضاعف في أنه يعتمد على الإضافة والحذف للمركب الموسمي بدلاً من الضرب والقسمة كما في النموذج المضاعف، وهو يضم معادلات التمهيد الآتية:

المستوى **(Level)**:

$$L_t = \alpha (Y_t - S_{t-s}) + (1-\alpha)(L_{t-1} + T_{t-1}) \qquad \textbf{(2.5)}$$

الاتجاه العام **(Trend)**:

$$T_t = \beta (L_t - L_{t-1}) + (1-\beta) T_{t-1} \qquad \textbf{(2.6)}$$

الموسمية **(Seasonality)**:

$$S_t = \gamma (Y_t - L_t) + (1-\gamma) S_{t-s} \qquad \textbf{(2.7)}$$

التنبؤ **(Forecasting)**:

$$\hat{Y}_{t+h} = L_t + T_t\, h + S_{t-s+h} \qquad \textbf{(2.8)}$$

٣- نموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملي الموسمي المضاعف

قدم **Box and Jenkins(1976)** نموذج **SARIMA** المضاعف لوصف العديد من السلاسل الزمنية غير المستقرة والذي قد يرجع عدم استقرارها لاحتوائها على نمط موسمي أو اتجاه عام أو قد يرجع لعدم ثبات الوسط الحسابي والتباين بالسلسلة ويشار للنموذج بالرمز $ARIMA(p,d,q)\times(P,D,Q)_S$ حيث يشتمل النموذج على جزء غير موسمي يعبر عنه (p,d,q) وجزء موسمي يعبر عنه $(P,D,Q)_S$ ، والصورة العامة للنموذج كالآتي:

$$\phi_p(B)\,\Phi_P(B^S)(1-B)^d\,(1-B^S)^D\,Y_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^S)\,a_t \qquad (3.1)$$

حيث $\phi_p(B)=1-\phi_1 B-\phi_2 B^2-...-\phi_p B^p$ تمثل متعددة حدود الانحدار الذاتي غير الموسمي بالمعالم $\phi_1,\phi_2,...,\phi_p$.

$\Phi_P(B^S)=1-\Phi_1 B-\Phi_2 B^{2S}-...-\Phi_P B^{PS}$ تمثل متعددة حدود الانحدار الذاتي الموسمي بالمعالم $\Phi_1,\Phi_2,...,\Phi_P$.

$\theta_q(B)=1-\theta_1 B-\theta_2 B^2-...-\theta_q B^q$ تمثل متعددة حدود المتوسطات المتحركة غير الموسمي بالمعالم $\theta_1,\theta_2,...,\theta_q$.

$\Theta_Q(B^S)=1-\Theta_1 B-\Theta_2 B^{2S}-...-\Theta_Q B^{QS}$ تمثل متعددة حدود المتوسطات المتحركة الموسمي بالمعالم $\Theta_1,\Theta_2,...,\Theta_Q$.

كما أن B هو مؤثر الإزاحة للخلف **The Backward Shift Operator** بحيث يكون $B^k\,Y_t=Y_{t-k}$ ، k تمثل الإبطاء **Lag**.

p هي رتبة نموذج الانحدار الذاتي غير الموسمي.

d هي رتبة مؤثر الفروق المتتالية **Consecutive Differences**.

q هي رتبة نموذج المتوسطات المتحركة غير الموسمي.

P هي رتبة نموذج الانحدار الذاتي الموسمي.

D هي رتبة مؤثر الفروق الموسمية **Seasonal Differences**.

Q هي رتبة نموذج المتوسطات المتحركة الموسمي.

s هي طول الدورة الموسمية.

Y_t تمثل المشاهدة الحالية للسلسلة في الفترة t.

a_t هي متتالية أخطاء عشوائية مستقلة ولها نفس توزيع جاوس بمعنى أن $a_t \sim I.I.D.N(0,\sigma^2)$.

كما يمكن صياغة النموذج بالشكل التالي:

$$\phi_p(B)\,\Phi_P(B^S)\,W_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^S)\,a_t \qquad \textbf{(3.2)}$$

حيث إن

$$W_t = \nabla_S^D \nabla^d Y_t \quad , \nabla_S^D = (1-B^S)^D , \;\; \nabla^d = (1-B)^d$$

W_t تمثل سلسلة المشاهدات بعد أخذ الفروق المتتالية والفروق الموسمية اللازمان لتحقيق استقرار السلسلة.

وتمر عملية تحليل السلاسل الزمنية وفقًا لنماذج بوكس ـ جنكنز بعدة مراحل تبدأ بمرحلة التعرف على النموذج **Model Identification** وفيها يتم التعرف على النموذج الملائم لوصف السلسلة، كذلك تحديد رتبته، ثم مرحلة التقدير **Parameter Estimation** والتي يتم من خلالها تقدير معالم النموذج المقترح لوصف السلسلة بأحد طرق التقدير كطريقة المربعات الصغرى أو طريقة الإمكان الأكبر، يلي ذلك مرحلة الفحص **Model Diagnostic** لاختبار ملائمة النموذج المقدر في وصف سلوك السلسلة بإجراء اختبار لفحص البواقي، وبعد التحقق من ملائمة النموذج يتم استخدامه في مرحلة التنبؤ **Forecasting** والتي تعتبر المرحلة الأخيرة لتحليل السلسلة الزمنية.

٤- مقاييس المقارنة بين نماذج التنبؤ

للمفاضلة بين أداء نماذج التنبؤ من حيث دقة النتائج، يمكننا استخدام المقاييس الإحصائية الآتية: متوسط القيم المطلقة للأخطاء**Mean Absolute Error (MAE)**، ومتوسط القيم المطلقة لنسب الأخطاء **Mean Absolute Percentage Error (MAPE)**، ومتوسط مربعات الخطأ **Mean Square Error (MSE)**، والجذر التربيعي لمتوسط مربعات الخطأ **Root Mean Square Error (RMSE)** حيث إن:

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|Y_t - \hat{Y}_t\right| \tag{4.1}$$

$$MAPE = [\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|\frac{Y_t - \hat{Y}_t}{Y_t}\right|] \times 100 \tag{4.2}$$

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(Y_t - \hat{Y}_t)^2 \tag{4.3}$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}(Y_t - \hat{Y}_t)^2} \tag{4.4}$$

حيث Y_t تمثل المشاهدة الحالية للسلسلة في الفترة t.

$\hat{Y}_t$ تمثل القيمة المقدرة للسلسلة في الفترة t.

n هي عدد مشاهدات السلسلة.

فالنموذج صاحب أقل قيم لهذه المقاييس يكون هو الأفضل أداءً.

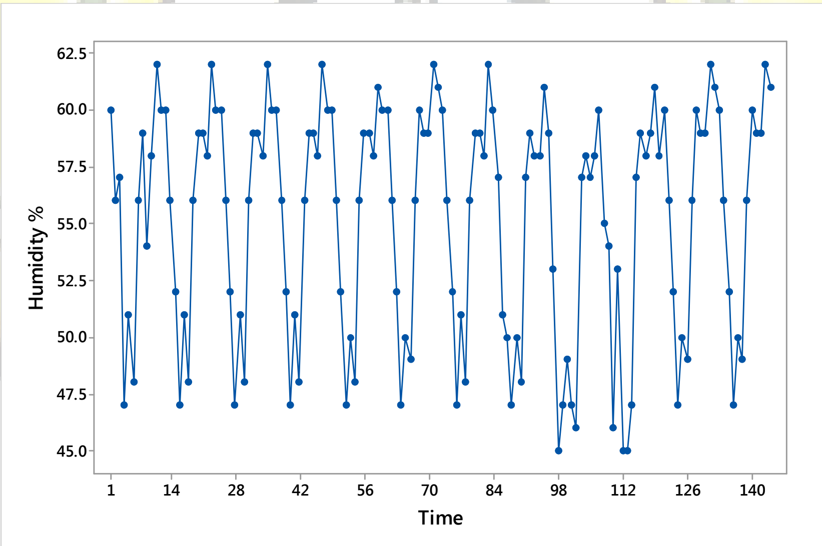
٥- دراسة تطبيقية

لتحقيق الهدف من البحث يتم إجراء دراسة تطبيقية لنماذج التنبؤ محل البحث

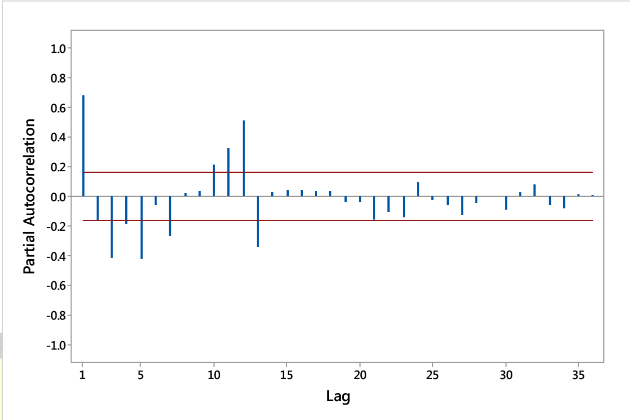
وذلك باستخدام بيانات حقيقية تتمثل في سلسلة الرطوبة النسبية الشهرية بمحافظة القاهرة للفترة (2001-2012) وقد تم الحصول عليها من الكتاب الإحصائي السنوي للجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء.

٥-١ نتائج نموذج SARIMA المضاعف

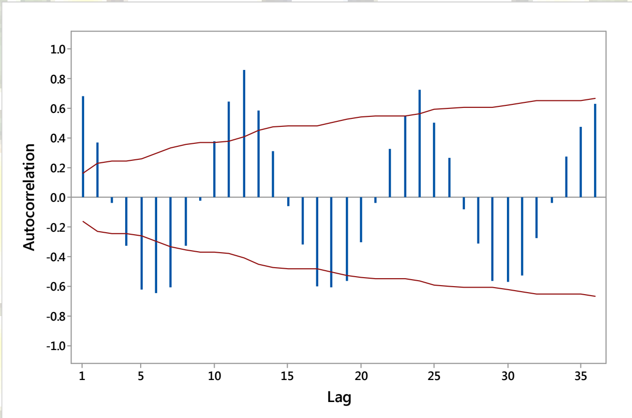
يتم تمثيل السلسلة الزمنية بيانيًا من خلال الشكل رقم (١) ودالتي الارتباط الذاتي **Function(ACF) Autocorrelation** والارتباط الذاتي الجزئي **Partial Autocorrelation Function(PACF)** بالشكلين رقم (٢)، (٣) على التوالي وذلك لدراسة سلوك السلسلة.



شكل (١) منحنى نسبة الرطوبة الشهرية بمحافظة القاهرة للفترة ٢٠٠١-٢٠١٢



شكل (٢) دالة الارتباط الذاتي



شكل (٣) دالة الارتباط الذاتي الجزئي

ويلاحظ من الشكل رقم (١) أن السلسلة متذبذبة بصورة متكررة ما يدل على وجود نمط موسمي بها، ويؤكد الشكلين رقم (٢)، (٣) عدم استقرار السلسلة ووجود نمط موسمي بها يتكرر كل ١٢ شهر حيث إن قيم معاملات الارتباط الذاتي عند الفجوة ١٢ ومضاعفاتها لا تقترب من الصفر، ولذا فيتم أخذ التحويلة اللوغاريتمية للسلسلة لتثبيت التباين وللتخلص من أثر الموسمية يتم أخذ فرق

موسمي من الدرجة الأولى $(D=1)$، ولتحقيق استقرار السلسلة يتم أخذ فرق متتالي من الدرجة الأولى $(d=1)$.

ولتوفيق أفضل نموذج من نماذج $ARIMA(p,d,q)\times(P,D,Q)_S$ يتم الاستعانة بمعيار المعلومات **Akaike Information Criteria(AIC)**، ومتوسط مربعات الخطأ **MSE** ، واختيار النموذج الذي يحقق أقل قيمة لهما. ويعرض جدول رقم (١) النماذج المقترحة لوصف السلسلة وقيم كل من **AIC**، **MSE** الخاصة بكل نموذج.

جدول (١) قيم **AIC**، **MSE** للنماذج المقترحة

MSE	AIC	النموذج	MSE	AIC	النموذج
0.000934	-877.956	ARIMA(2,1,0)x(1,1,1)$_{12}$	0.001661	-830.044	$ARIMA$(0,1,0)x(0,1,1)$_{12}$
0.001455	-830.192	ARIMA(2,1,1)x(0,1,0)$_{12}$	0.001729	-824.828	$ARIMA$(0,1,0)x(1,1,0)$_{12}$
0.001130	-853.760	$ARIMA$(2,1,1)x(0,1,1)$_{12}$	0.001212	-862.297	$ARIMA$(0,1,0)x(1,1,1)$_{12}$
0.001169	-849.454	$ARIMA$(2,1,1)x(1,1,0)$_{12}$	0.001193	-873.067	$ARIMA$(0,1,1)x(0,1,0)$_{12}$
0.000914	-871.708	$ARIMA$(2,1,1)x(1,1,1)$_{12}$	0.001185	-865.204	$ARIMA$(0,1,1)x(0,1,1)$_{12}$
0.001149	-860.414	$ARIMA$(0,1,2)x(0,1,1)$_{12}$	0.001196	-864.012	$ARIMA$(0,1,1)x(1,1,0)$_{12}$
0.001174	-857.659	$ARIMA$(0,1,2)x(1,1,0)$_{12}$	0.000913	-889.843	$ARIMA$(0,1,1)x(1,1,1)$_{12}$
0.000989	-861.771	$ARIMA$(0,1,2)x(2,1,1)$_{12}$	0.001553	-838.784	$ARIMA$(1,1,0)x(0,10)$_{12}$
0.000948	-858.145	$ARIMA$(0,1,2)x(2,1,2)$_{12}$	0.001508	-834.109	$ARIMA$(1,1,0)x(0,1,1)$_{12}$
0.001112	-855.803	$ARIMA$(1,1,2)x(0,1,1)$_{12}$	0.001542	-831.233	$ARIMA$(1,1,0)x(1,1,0)$_{12}$
0.001173	-849.020	$ARIMA$(0,1,2)x(1,1,0)$_{12}$	0.001162	-858.974	$ARIMA$(1,1,0)x(1,1,1)$_{12}$
0.001292	-854.052	$ARIMA$(2,1,0)x(0,1,0)$_{12}$	0.001187	-864.986	$ARIMA$(1,1,1)x(0,1,1)$_{12}$
0.001027	-874.783	$ARIMA$(2,1,0)x(0,1,1)$_{12}$	0.001164	-858.754	$ARIMA$(1,1,1)x(0,1,1)$_{12}$
0.001273	-847.297	$ARIMA$(2,1,0)x(1,1,0)$_{12}$	0.001184	-856.574	$ARIMA$(1,1,1)x(1,1,0)$_{12}$

وقد تبين من الجدول رقم (١) أن النموذج $ARIMA(0,1,1)\times(1,1,1)_{12}$ يكون ملائمًا لوصف السلسلة لحصوله على أقل قيمة لكل من **AIC** ، **MSE**. ومن ثم فإننا

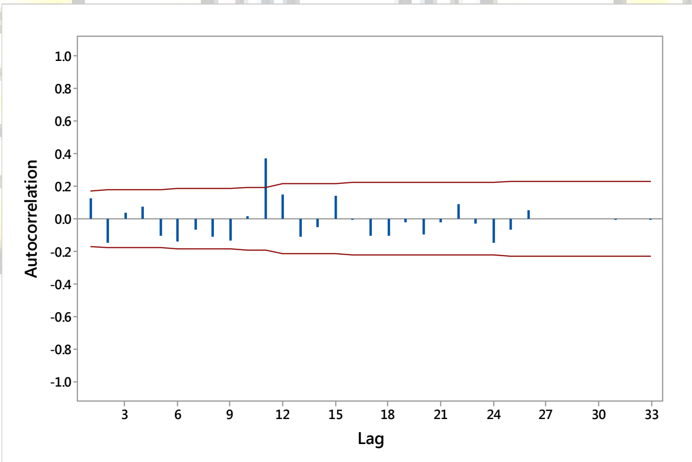
نقوم بعملية تقدير معالمه وفحصه والتنبؤ من خلاله وتجرى هذه العمليات باستخدام برنامج **MINITAB** إصدار **17**، فيوضح جدول رقم (٢) نتائج التقدير للنموذج $ARIMA(0,1,1)\times(1,1,1)_{12}$.

جدول(٢) نتائج التقدير لنموذج $ARIMA(0,1,1)\times(1,1,1)_{12}$

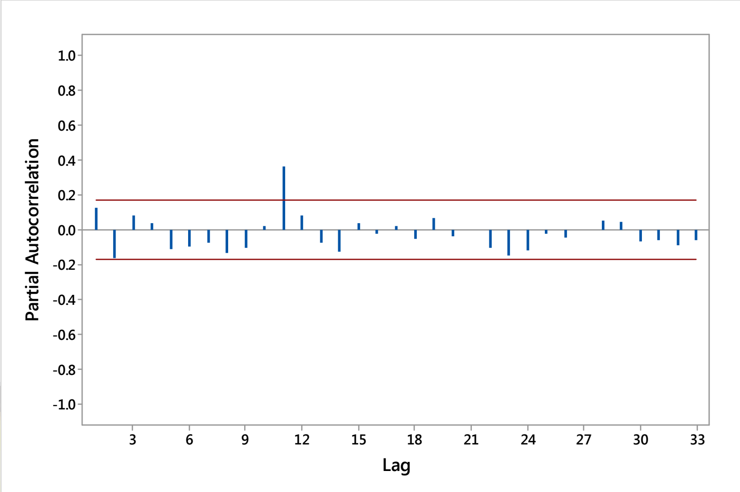
Variable	Coefficient	Standard Error	t	P-value
Φ_1	0.4265	0.1216	3.51	0.001*
θ_1	0.7793	0.0569	13.71	0.000*
Θ_1	0.9230	0.0809	11.41	0.000*

* تعنى معنوية بمستوى معنوية 5٪

وقد أظهرت النتائج بالجدول أعلاه أن المعالم تختلف معنويًا عن الصفر، وفيما يلي يوضح الشكلين رقم (٤) ، (٥) دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للبواقي.



شكل (٤) دالة الارتباط الذاتي للبواقي



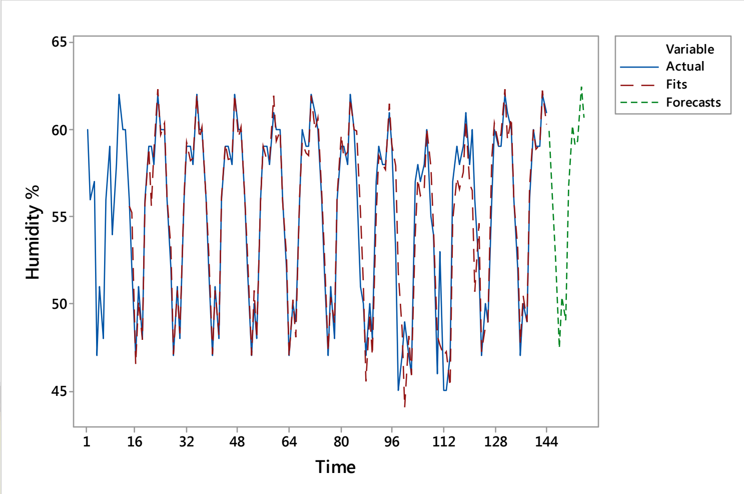
شكل (٥) دالة الارتباط الذاتي الجزئي للبواقي

فيلاحظ من الشكلين رقم (٤)، (٥) عدم معنوية معاملات الارتباط بها، ومن ثم فإن بواقي النموذج تمثل تغيرات عشوائية بحتة ما يجعل النموذج $ARIMA(0,1,1)\times(1,1,1)_{12}$ ملائمًا لوصف السلسلة، وبالتالي فإننا نقوم باستخدامه فى التنبؤ بنسبة الرطوبة لعام ٢٠١٢م ومقارنة النتائج بالقيم الحقيقية بالجدول رقم (٣)، كما تتم مقارنتها مع القيم المقدرة في الشكل رقم (٦).

جدول(٣) القيم الحقيقية والتنبؤية وفقًا لنموذج $ARIMA(0,1,1)\times(1,1,1)_{12}$ لنسبة الرطوبة عام ٢٠١٢م

الشهر	القيم الحقيقية	القيم التنبؤية
يناير	**60**	**60.6609**
فبراير	**56**	**56.0688**
مارس	**52**	**53.3669**
أبريل	**47**	**48.0807**
مايو	**50**	**51.0130**
يونيو	**49**	**49.6034**
يوليو	**56**	**57.4262**
أغسطس	**60**	**60.9571**
سبتمبر	**59**	**59.8152**
أكتوبر	**59**	**60.0249**
نوفمبر	**62**	**63.2200**
ديسمبر	**61**	**61.3319**

يتبين من الجدول رقم (٣) كفاءة نموذج $ARIMA(0,1,1)\times(1,1,1)_{12}$ فى التنبؤ بنسبة الرطوبة الشهرية بمحافظة القاهرة للتقارب الكبير بين القيم الحقيقية والمتنبأ بها.



شكل (٦) القيم الحقيقية والمقدرة والتنبؤية لنموذج $ARIMA(0,1,1)\times(1,1,1)_{12}$

٥-٢ نتائج نموذج هولت- ونترس

يتم تحديد القيم المثلى لمعلمات التمهيد الأسى α، β، γ وذلك بتجربة التوافيق الممكنة للمعالم واختيار القيمة التي تجعل متوسط مربعات انحرافات الخطأ **Mean Square Deviation(MSD)** أقل ما يمكن حيث أن:

$$MSD = \frac{1}{n}\sum_{t=1}^{n}\left|Y_t - \hat{Y}_t\right|^2 \quad \textbf{(5.1)}$$

حيث Y_t تمثل المشاهدة الحالية للسلسلة في الفترة t.

$\hat{Y}_t$ تمثل القيمة المقدرة للسلسلة في الفترة t، n هي عدد مشاهدات السلسلة.

ويعرض الجدول رقم (٤) القيم المثلى لمعالم التمهيد الأسى الخاصة بنموذج هولت ـ ونترس الموسمي المضاعف **(MHW)**، والمضاف **(AHW)**، وقد استخدم برنامج **MINITAB** إصدار ١٧ في الحصول على نتائج التنبؤ للنموذجين، كما يعرض

جدول رقم (٥) نتائج التنبؤ لهذين النموذجين لنسبة الرطوبة الشهرية بمحافظة القاهرة عام ٢٠١٢م مقارنة بالقيم الحقيقية لها بنفس العام، ويتم تمثيل هذه النتائج بيانيًا بالشكلين رقم (٧) ، (٨).

جدول(٤) القيم المثلى لمعالم التمهيد الأسى

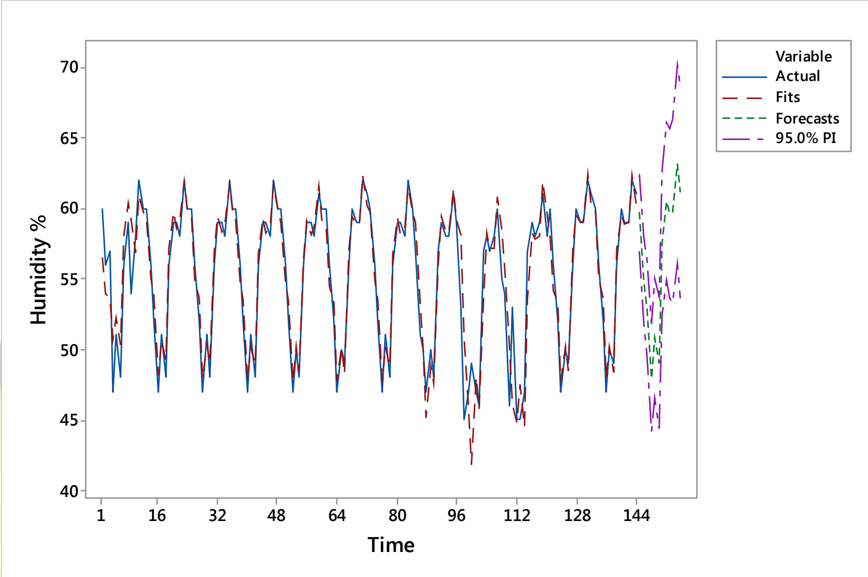
نموذج التنبؤ	α	β	γ	MSD
MHW	0.5	0.06	0.01	2.83792
AHW	0.49	0.05	0.01	2.92107

جدول(٥) القيم الحقيقية والتنبؤية وفقًا لنموذج هولت - ونترس الموسمي لنسبة الرطوبة عام ٢٠١٢م

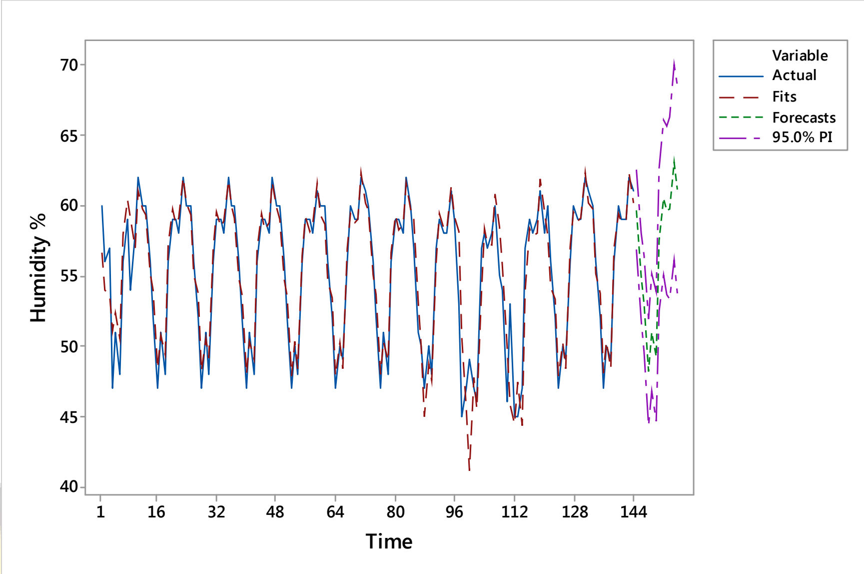
الشهر	القيم الحقيقية	القيم التنبؤية	
		MHW	AHW
يناير	60	54.8729	54.9480
فبراير	56	53.1968	53.3015
مارس	52	48.2409	48.4747
أبريل	47	51.1122	51.2840
مايو	50	49.3254	49.5528
يونيو	49	58.0270	58.0022
يوليو	56	61.0273	60.9061
أغسطس	60	60.1829	60.0840
سبتمبر	59	60.3725	60.2613
أكتوبر	59	63.8622	63.6204
نوفمبر	62	61.7885	61.6166
ديسمبر	61	61.0633	60.8920

فيتبين من الجدول رقم (٥) أن قيم التنبؤ من خلال النموذجين MHW ،

AHW لا تكون قريبة بما يكفى من القيم الحقيقية ، ويعطى نموذج **MHW** نتائج أقرب قليلًا من القيم الحقيقية عن نموذج **AHW** وهو ما يؤكده الشكلين الآتيين:



شكل (٧) القيم الحقيقية والمقدرة والتنبؤية لنموذج **MHW**



شكل (٨) القيم الحقيقية والمقدرة والتنبؤية لنموذج **AHW**

وللمفاضلة بين كفاءة نموذج $ARIMA(0,1,1)\times(1,1,1)_{12}$ ونموذج هولت ـ ونترس الموسمي بنوعيه المضاعف والمضاف فيتم حساب مقاييس دقة التنبؤ الموضحة بالقسم (٤) بكل نموذج ويبين الجدول رقم (٦) نتائج المقارنة لدقة التنبؤ وفقًا لهذه النماذج لتحديد النموذج الأكفأ تنبؤا.

جدول(٦) نتائج مقاييس دقة التنبؤ وفقًا لنماذج $ARIMA(0,1,1)\times(1,1,1)$ ، MHW ، AHW

RMSE	MSE	MAPE	MAE	نموذج التنبؤ
1.48188	**2.19599**	**1.61191**	**0.857880**	$ARIMA(0,1,1)\times(1,1,1)$
1.68461	**2.83792**	**2.14236**	**1.13821**	**MHW**
1.70911	**2.92107**	**2.17588**	**1.15192**	**AHW**

يتضح من الجدول أعلاه أن النموذج $ARIMA(0,1,1)\times(1,1,1)_{12}$ هو الأكفأ للتنبؤ بسلسلة الرطوبة النسبية بمحافظة القاهرة كونه يعطى أقل قيم لأخطاء التنبؤ مقارنة بنموذج هولت ـ ونترس الموسمي بنوعيه، كما يتضح أن التنبؤ بنموذج **MHW** يكون أدق قليلًا عنه في نموذج **AHW**.

٦- النتائج

أسفرت المقارنة بين نموذج هولت ـ ونترس الموسمي بنوعيه المضاعف والمضاف ونموذج **SARIMA** المضاعف من الدرجة $ARIMA(0,1,1)\times(1,1,1)_{12}$ عن كون نموذج **SARIMA** المضاعف هو الأكفأ تنبؤا كونه يعطى أذق التنبؤات بأقل الأخطاء وهو ما يجعله الأصلح للتنبؤ بسلسلة الرطوبة النسبية بمحافظة القاهرة.

References:

1- Box, G. E. P. and Jenkins, G. M. (1976). Time series analysis: forecasting and control, Holden-Day, San Francisco.

2- Gundalia, M. J. and Dholakia, M. B. (2012). Prediction of maximum/minimum temperatures using Holt Winters method with Excel spread sheet for Junagadh region, International Journal of Engineering Research & Technology, Vol. 1, No. 6, pp. 1-8.

3- Holt, C. C. (1957). Forecasting seasonal and trends by exponentially weighted moving averages, Office of Naval Research, Memorandum No. 52, Carnegie Institute of Technology, Pittsburgh, USA published in International Journal of Forecasting 2004, Vol. 20, pp. 5-10.

4- Khan, T. (2011). Identifying an appropriate forecasting model for forecasting total import of Bangladesh, International Journal of Trade, Economics and Finance, Vol. 2, No. 3, pp. 242-246.

5- Lee, M. H., Abd. Rahman, N. H., Suhartono, Latif, M. T., Nor, M. E. and Kamisan, N. A. B. (2012). Seasonal ARIMA for forecasting air pollution index: a case study, American Journal of Applied Sciences, Vol. 9, No. 4, pp. 570-578.

6- Mohan, S. and Vedula, S. (1995). Multiplicative seasonal ARIMA model for longterm forecasting of inflows, Water Resources Management, Vol. 9, pp. 115-126.

7- Nasiru, S., Luguterah, A. and Anzagra, L. (2013). The efficacy of ARIMAX and SARIMA models in predicting monthly currency in circulation in Ghana, Mathematical Theory and Modeling, Vol. 3, No. 5, pp. 73-81.

8- Omane-Adjepong, M., Oduro, F. T. and Oduro, S. D. (2013). Determining the better approach for short-term forecasting of Ghana's inflation: seasonal-ARIMA vs. Holt-Winters, International Journal of Business, Humanities and Technology, Vol. 3, No. 1, pp. 69-79.

9- Suhartono (2011). Time series forecasting by using seasonal autoregressive integrated moving average: subset, multiplicative or additive model, Journal of Mathematics and Statistics, Vol. 7, No. 1, pp. 20-27.

10- Suhartono and Lee, M. H. (2011). Forecasting of tourist arrivals using subset, multiplicative or additive seasonal ARIMA model, Matematika, Vol. 27, No. 2, pp. 169-182.

11- Taylor, J. W. (2010). Triple seasonal methods for short-term electricity demand forecasting, European Journal of Operational Research, Vol. 204, No. 1, pp. 139-152.

12- Usoro, A. E., Omekara, C. O. and Nneke, E. M. (2012). Comparative study of quarterly rainfall in Cross River state through application of seasonal autoregressive integrated moving average model: a case of Calabar and Ogoja, International Journal of Mathematical and Computational Analysis, Vol. 4, No. 1, pp. 113-117.