منهج استخدام المصفوفات الرياضية لبيان انحرافات التكاليف

دكتور/ محمود عوض الله أبو محمود(*)

مقدمة .. والهدف من البحث :

تعتبر الرياضة من أقدم العلوم الرياضية التي اهتدي إليها الإنسان ، ولقد حدث تقدم ملحوظ في مجال العلوم الرياضية ، وترتب على ذلك زيادة فروعها ، وانعكس ذلك إيجابيا على تحقيق التقدم والتطور في مجال كثير من العلوم مثل المحاسبة والإدارة والاقتصاد ، وتقتضي الضرورة استخدام الأساليب الرياضية الحديثة Modern mathematics techniques التي تناسب منهج الحاسبات الإلكترونية ، حيث أن ذلك يساعد على معالجة كثير من الأمور والمشاكل مثل مشاكل التكاليف ، وبالتالي يتم الاستفادة من مميزات هذه الحاسبات والتي منها السرعة الفائقة ، والدقة المتناهية ، والطاقة الهائلة لتخزين المعلومات ، والقدرة الكبيرة للحصول عليها في أي وقت ، وإذا تم وضع مشاكل التكاليف في قالب الرياضة الحديثة ، فإنه يتم الاستفادة من المميزات السابقة ، وبذلك يمكن توفير البيانات والمعلومات اللازمة لترشيد القرارات ، وتتحقق الأهداف المطلوبة من أهمية دور التكاليف للإدارة العلمية الحديثة .

وغني عن البيان أنه بتطور المشروعات الصناعية ، وتعدد أنواعها ، تطورت محاسبة التكاليف واستخدمت الأساليب الرياضية الحديثة وقد ساعد ذلك على ترشيد القرارات الإدارية ، وجدير بالذكر أن محاسبة التكاليف تهدف إلى تحقيق أغراض متعددة[1] إلى أنه يمكن تجميع هذه الأغراض في ثلاثة أهداف رئيسية هي[2] تحديد التكلفة الفعلية ، والرقابة على التكاليف ، وإعداد الدراسات اللازمة لحل المشاكل واتخاذ القرارات الإدارية .

(*) عضو هيئة التدريس – قسم المحاسبة – كلية الإدارة والاقتصاد – جامعة مصر للعلوم والتكنولوجيا.

١) د. أحمد فرغلي محمد حسن، أصول محاسبة التكاليف – جامعة القاهر، كلية التجارة ٢٠٠٢ ص٣١

٢) د. حسين عامر شرف، مبادئ محاسبة التكاليف، الجزء الأول، القاهرة، دار النهضة العربية، ص٢١

وتتضمن التكلفة الصناعية للمنتج المواد المباشرة Direct Materials، والعمالة المباشرة Direct Labor والمصاريف المباشرة ، والتكاليف الصناعية غير المباشرة Indirect Manufacturing Costs ، والمواد المباشرة هي كل المواد التي يسهل تحديدها وتحميلها مباشرة لمنتج معين، حيث تدخل مباشرة في تكوينه وتكون العلاقة بينهما واضحة وجدير بالذكر أن هناك من المواد الخام المباشرة تكون قيمتها زهيدة ويفضل اعتبارها عناصر غير مباشرة وذلك على ضوء مبدأ اقتصاديات المعلومات، وبخصوص العمالة المباشرة فهي العمالة الخاصة بمنتج معين ويكون لها دور أساسي في إنتاجه ويسهل تتبعها وتحديدها وتحميلها مباشرة لهذا المنتج، وتشمل المصروفات المباشرة تكلفة الخدمات التي يتطلبها إنتاج منتج معين بالذات ومن أمثلتها تكاليف الأبحاث والتجارب العلمية التي يستلزمها إنتاج منتج كيميائي معين أو تكاليف إعداد التصميمات الهندسية اللازمة لإنتاج سلعة معينة ، وبالنسبة للتكاليف الصناعية غير المباشرة[1]، فهي جميع التكاليف الأخرى المتعلقة بالعملية الصناعية ككل وليس لمنتج معين ويطلق على التكاليف الصناعية غير المباشرة التكاليف الصناعية الإضافية Manufacturing Overhead أو تكاليف المصنع الإضافية Factory overhead أو الأعباء الصناعية Manufacturing Burden أو أعباء المصنع factory burden أو يطلق عليها ببساطة الأعباء Burden أو الإضافية overhead.

وتقتضي الضرورة مقارنة التكاليف الفعلية Actual Costs بالتكاليف النمطية Standard costs لمعرفة الانحرافات ويجب [2] استقصاء أسبابها بقصد استئصالها أو العمل على التقليل من الأضرار المترتبة عليها، وتحقق هذه المقارنة هدفاً جوهرياً هو القضاء على الضياع الذي يترتب على انخفاض مستوى الكفاية في استخدام عناصر التكلفة وفي استغلال الطاقة الإنتاجية المتاحة استغلالاً كاملاً ، ويكون

1) MICHAEL. W. MAHER WILLIARN: N LANEN, MADHAV V. RAJAN, Fundamentals of Cost Accounting, Mc Graw-Hill Internathional Edition 2006 p. 34.

٢) أ.د. حسين عامر شرف، مرجع سابق، ص٢٣-٢٤.

الانحراف غير مرغوباُ فيه unfavorable إذا كانت التكاليف الفعلية أكبر من التكاليف النمطية، وإذا كانت التكاليف الفعلية أقل من التكاليف المعيارية يكون الانحراف مرغوباً فيه favorable ويجب أن يتم إعداد المعايير بعناية واهتمام حتى يمكن الاعتماد عليها فالمعايير أهداف ومقاييس[١] وجدير بالإشارة أن يتم تعديل المعايير السارية في ضوء العوامل الجديدة كلما ثبت إن هذه العوامل ستدوم لأجل غير قصير ، وليست طارئة ووقتية[٢] وعلى المحاسب عند إعداد التكاليف المعيارية أن يتأكد أنه ليس لمنحنى التعلم أي أثر على انحرافات التكلفة ، وأن منحنى التعلم قد أخذ بشكل واضح[٣] عند إعداد المعايير.

وتوجد مشاكل متعددة الجوانب عند تحديد معيار للتكاليف الصناعية غير المباشرة[٤] ويحتاج انحراف التكاليف الفعلية عن المعايير إلى مجموعة[٥] من التحليلات أكثر وأدق مما يحتاج انحراف الأجور المباشرة أو انحراف تكلفة المواد المباشرة، وذلك للصعوبة التي تتصف بها دائماً هذه التكاليف من حيث أنها غير مباشرة ويصعب تحميلها على وحدات الإنتاج بشكل دقيق وسليم ، ومن حيث أنها تضم بنوداً كثيرة ومختلفة الصفات والمرونة، فهي في حدوثها الفعلي تتأثر بمستوى الإنتاج الذي يسير عليه العمل، وبالكفاية الإنتاجية للعمال والآلات، وبالعوامل السوقية ومدى توفيق المنشأة في الحصول على الخدمات اللازمة بكميات كافية وأسعار معتدلة، كما أنها تتأثر بالاستعدادات و الترتيبات وكافة الظروف المحيطة.

١) د.محمد توفيق بلبع، التكاليف المعيارية – لأغراض قياس وضبط التكاليف الفعلية، القاهرة، مكتبة الشباب، ص ٦٠.
٢) المرجع السابق ص ١٨٥.
٣) د. محمد محمود يوسف، كفاءة وفعالية قواعد تحليل وفحص انحرافات التكلفة، المجلة العلمية كلية الإدارة والاقتصاد– الدوحة – جامعة قطر – العدد الرابع ١٩٩٣م ص ٥٤–٥٥.
٤) د. عباس شافعي، تحليل انحرافات خطة الربح، تحت نظام التكاليف المتغيرة المعيارية، المجلة العلمية للاقتصاد والتجارة، كلية التجارة – جامعة عين شمس، القاهرة، ١٩٧٨ ص ٩٤
٥) د. محمد توفيق بلبع ، مرجع سابق ، ص ٢٠٥.

ويمكن تحليل انحراف التكاليف الصناعية غير المباشرة على ضوء طريقة التحليل[١] الثنائي Two-Variance Analysis Method أو طريقة التحليل الثلاثي Three- Variance Analysis Method أو طريقة التحليل الرباعي Four - Variance Analysis Method وتساعد الأساليب والطرق الإحصائية على فصل الانحرافات التي يمكن التحكم فيها عن الانحرافات الناتجة عن أسباب عشوائية ويعتبر هذا أمر مهم لبيان ما إذا كان من الضروري فحص أي انحرف ومتى يتم هذا الفحص[٢] ويصعب وضع قاعدة عامة لبيان متى يتم دراسة الانحرافات، ويترك الأمر للإدارة وقسم التكاليف[٣]، ويتطلب الأمر عند فحص انحرافات التكلفة إتباع إحدى القواعد الخاصة بالفحص ، مع مراعاة تحديد طبيعة المعيار المستخدم كأساس للفحص، كذلك تحديد احتمالات نجاح أو فشل قرار الفحص لهذه الانحرافات، مع عقد المقابلة بين المنفعة المتوقعة والتكلفة المتوقعة لقرار الفحص، والتي لا يتم الفحص إلا إذا كانت القيم المتوقعة لقرار الفحص أكبر من القيم المتوقعة لقرار عدم الفحص، كذلك يتطلب الأمر تحديد مدى انتماء انحرافات التكلفة التي يتم فحصها إلى المجموعة الخاضعة للرقابة أو المجموعة غير الخاضعة للرقابة والتوزيع الاحتمالي لكل حالة، ويتم بعد ذلك اختيار إحدى القواعد المستخدمة للفحص ، ثم تحديد درجة كفاءة وفعالية هذه القاعدة[٤].

---

١) د. إسماعيل إبراهيم جمعه، د. زينات محمد محرم، د. عمر عباس العتر «محاسبة التكاليف»- مدخل إداري، جامعة الإسكندرية - كلية التجارة ٢٠٠٠م ص ٥٩٥.

- JAMES A. CASHIN & RALPH S. POLIMENT" Cost Accounting" McGraw-Hill Book Company, New York 1981 . pp.422-425.

2) HORNGREN C.T,. " Cost Accounting: A managerial Emphasis " Englewood Cliffs, New Jersey: prentice- Hall, Inc., P 872.

٣) د. خليفة على ضو ، محاسبة التكاليف : نظريات وتطبيق ، الطبعة الأولى ، ليبيا – طرابلس ، منشورات الشركة العامة للنشر والتوزيع والإعلان ، ص٣٦٥.

٤) د. محمد محمود يوسف، كفاءة وفاعلية قواعد تحليل وفحص انحرافات التكلفة، مرجع سابق، ص ٧٢.

ويمكن استخدام المصفوفات[1] Matrices في تحديد انحرافات التكاليف خاصة عندما يتطلب الإنتاج وجود عدة أنواع من المواد الأولية المباشرة وعدة منتجين من فئات مختلفة من المهارة ، حيث يتم بيان انحرافات المواد الخام المباشرة المستخدمة في الإنتاج والتي تتمثل في الانحراف الإجمالي ، وانحراف سعر المواد Materials Prices Variance وانحراف كمية المواد Materials Quantity Variance وانحراف المزج Materials Mix Variance وانحراف عائد المواد Materials yield Variance ، كذلك يمكن بيان انحراف تكلفة الأجور المباشرة وانحراف معدل الأجر[2] labor Rate Variance وانحراف كفاءة العمل (أو الوقت) Labor Efficiency Variance وانحراف مزج العمل Labor Mix Variance وانحراف غلة العمل labor Yield Variance وتتحدد تكلفة المواد المباشرة والعمل المباشر على ضوء العديد من المصفوفات، والتي منها مصفوفة الكميات ومصفوفة الأسعار الفعلية ، ومصفوفة الأسعار المعيارية ،..... الخ ، والمصفوفات[3] Matrices أداة رياضية تستخدم لتلخيص أو عرض مجموعة من الأرقام بطريقة مبسطة في صورة منظوم مكون من عدد من الصفوف وعدد من الأعمدة، وقد يكون هذا المنظوم مستطيلا أي عدد الصفوف به لا يساوي عدد الأعمدة، كما قد يكون مربعا أي عدد الصفوف به يساوي عدد الأعمدة ، كما أن الأرقام التي تتكون منها صفوف وأعمدة المصفوفة يطلق عليها مكونات أو عناصر المصفوفة، وهذه قد تكون موجبة أو سالبة، صحيحة أو كسرية، وتوجد أنواع[4] عديدة من المصفوفات منها المصفوفة المربعة square matrix والمصفوفة الصفرية zero matrix والمصفوفة المتماثلة Symmetrie matrix ، والمصفوفة القطرية

1) CORCORAN, WYNE A.& LEINGER, WYNE. "Isolating Accounting Variances Via Partitioned Matrices" Accounting Review, January, 1975, pp. 184- 188".
2) HORNGREN C.T,. " Cost Accounting: A managerial Emphasis" op. cit., pp.867-869.
٣) د. إبراهيم على إبراهيم عبد ربه، د يحيى سعد زغلول، مقدمة في الرياضة البحتة، لبنان– بيروت، الدار الجامعية، ١٩٨٨، ص٢١٩.
4) FRANK AYRES , JR , "MATRICES" Mc GRAW-Hill International Book company, New York, pp.10-14.

diagonal matrix وعلي ضوء مختلف العمليات الرياضية المتعلقة بالمصفوفات[١]، سوف يتم بيان الانحرافات المختلفة الخاصة بالتكاليف ، وغني عن البيان أنه يؤدي تحديد وتحليل وفحص الانحرافات بشكل صحيح الي نتائج ايجابية ، وجدير بالإشارة أنه بالاستعانة بنظرية الاحتمالات وأساليب الرقابة الاحصائية ، يمكن فصل الانحرافات العشوائية غير واجبة الفحص والدراسة[٢]، عن الانحرافات المسببة واجبة الفحص والدراسة ، ويرجع اختلاف الأداء الفعلي عن الأداء المعياري المحدد مقدما إلى عدة أسباب ، قد ترجع إلى أن الأداء الفعلي أحسن أو أسواء من المتوقع ، أو قد يكون المعيار نفسه في حاجة إلى إعادة النظر فيه[٣].

يقوم البحث على الفروض التالية:

يساعد استخدام الأساليب الرياضية الحديثة على معالجة مشاكل التكاليف وبصفة خاصة إذا تم بيان هذه المشاكل على ضوء منهج الرياضة الحديثة وبالتالي تتحقق الأهداف المطلوبة من أهمية دور التكاليف للإدارة العلمية الحديثة حيث يتم توفير بيانات ومعلومات إجمالية وتفصيلية دقيقة للأسباب المختلفة لانحرافات التكاليف الأمر الذي يساعد على تحديد المسئولية وترشيد القرارات الإدارية ،

---

١) لمزيد من التفاصيل يتم الرجوع الى المراجع الآتية:

أ- هوارد انتون ، برنارد كولن، الرياضيات وتطبيقاتها في العلوم الإدارية والاجتماعية- السعودية الرياض- دار المريخ لنشر ٢٠٠٢ ترجمة د. هادي مجيد الحداد ، د. محمد بركات قنديل ص ٢٧١

b- NAGLAA M. ABD El Latif, The study of the complex elgenvalue Assignment problem Associated with linear control system, Athesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the master degree in pure mathematics, Monoufia University, Faculty of scince, 2002, pp. 23-26

c-DARMALD J HARTFIEL, Matrix Theory and Applications with maltab, 2001 by CRC press llc, London, NEW YORK pp. 1-22

d- KARIM M. ABADIR JAN R. MAGNUS, Matrix Algebra, campridge university press, printed in the United States of America, 2005 pp. 15-42

٢) د. عبد الحي مرعي، حدود الرقابة وتحليل الحساسية – محاولة التغلب على بعض أوجه القصور في وضع المعايير وتحليل الانحرافات، والتكاليف- مجلة علمية تصدرها الجمعية العربية للتكاليف، مايو ١٩٧٥، ص ٧٥

٣) د. ليلى فتح الله، الإطار الذي يحكم المحاسبة والإدارة، المجلة العلمية للاقتصاد والتجارة، جامعة عين شمس، كلية التجارة، القاهرة ١٩٨١، ص ١٨٧.

وتحديد انحرافات التكاليف باستخدام المصفوفات الرياضية يتمشى مع منهج الحاسبات الإلكترونية الأمر الذي يساعد على الاستفادة من المميزات العديدة لهذه الحاسبات.

خطة البحث:

يتضمن البحث كيفية استخدام المصفوفات الرياضية لبيان انحرافات تكاليف المواد المباشرة والأجور المباشرة والتكاليف الصناعية غير المباشرة وتوضيح متجهات الصفوف rows vectors ومتجهات الأعمدة columns vectors ومصفوفة الكميات للمواد المباشرة والأجور المباشرة والمصفوفات القطرية للأسعار الفعلية والأسعار المعيارية لمختلف المواد الخام، والمصفوفات القطرية للأجور الفعلية والمعيارية والتطبيق العملي لذلك على النحو التالي:

- ❖ التطبيق العملي لمنهج استخدام المصفوفات الرياضية ومتجهات الصفوف والأعمدة لبيان انحرافات تكلفة المواد المباشرة والأجور المباشرة .
- ❖ التطبيق العملي لمنهج استخدام المصفوفات الرياضية ومتجهات الصفوف والأعمدة وتحليل انحرافات التكاليف الصناعية الغير المباشرة في الحالات التالية:
  - الموازنة الثابتة Flexible Budget وبيان انحرافات التكاليف .
  - الموازنة المرنة fixable Budget وطريقة التحليل الثلاثي للانحرافات Three variance Analysis Method
  - الموازنة المرنة وطريقة التحليل الثنائي للانحرافات Two variance - Analysis Method
  - الموازنة المرنة وطريقة التحليل الرباعي للانحرافات Four - variance Analysis Method

المصفوفات الرياضية للكميات (للمواد المباشرة والعمل المباشر) وبعض متجهات الصفوف والأعمدة :

❖ يمكن تحديد انحرافات التكاليف الخاصة بالمواد المباشرة ، والعمل المباشر ، وذلك على ضوء كل من متجهات الصفوف Rows vectors ومتجهات الأعمدة columns vectors والمصفوفات القطرية Diagonal matrices لأسعار المواد الخام ومعدل أجور مختلف المنتجين، ومصفوفة الكميات[١] للمواد الأولية المباشرة والعمل المباشر ، وسوف يتم فيما يلي بيان المصفوفات، وبعض متجهات الصفوف والأعمدة والتي يلزم استخدامها لبيان انحرافات التكاليف. وتتكون مصفوفة الكميات من ثلاثة صفوف ، ويتحدد عدد أعمدة المصفوفة بعدد المواد الخام المستخدمة في الإنتاج وذلك في حالة مصفوفة الكميات للمواد ، ويتحدد عدد الأعمدة في حالة العمل المباشر بعدد فئات المنتجين ، وبخصوص عناصر المصفوفة فإنها تكون على النحو التالي :

❖ عناصر الصف الأول : تتكون عناصر الصف الأول لمصفوفة كميات المواد من مختلف الكميات المعيارية للمواد الخام وفي حالة مصفوفة كميات العمل المباشر، فإن عناصر هذا الصف تتكون من ساعات وقت العمل المعيارية للمنتجين .

❖ عناصر الصف الثاني : لمصفوفة كميات المواد تتكون من حاصل ضرب معدل المزج المعياري (م) بكل عنصر في إجمالي الكميات الفعلية للمواد الخام التي تستخدم في الإنتاج وفي حالة مصفوفة الكميات للعمل المباشر ، فإن عناصر هذا الصف تتكون من حاصل ضرب معدل المزج المعياري في إجمالي ساعات وقت العمل الفعلية للمنتجين .

❖ عناصر الصف الثالث : تتكون عناصر الصف الثالث لمصفوفة كميات المواد من مختلف الكميات الفعلية للمواد الخام ، وفي حالة مصفوفة كميات العمل المباشر، فإن هذا الصف تتكون من ساعات وقت العمل الفعلية للمنتجين[١] .

1) (A) HASSELDINE , C. R., " Mix and Yield Variances " The Accounting Review Vol. X111 July, 1967 p. 498.
(B) GILLESPLE C., "Cost Accounting and Control " Prentice - Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1961 p.498. =

وعلى هذا الأساس فإن مصفوفة الكميات للمواد المباشرة تكون كالآتى :

$$\begin{bmatrix} (ك_1) & (ك_2) & \dots\dots_3(ك) & (ك_ن) \\ مجـ(ك_ر+\Delta ك_ر)_{م1} & مجـ(ك_ر+\Delta ك_ر)_{م2} \dots\dots & مجـ(ك_ر+\Delta ك_ر)_{م3} & مجـ(ك_ر+\Delta ك_ر)_{مـن} \\ (ك_1+\Delta ك_1) & (ك_2+\Delta ك_2) & (ك_3+\Delta ك_3) & (ك_ن+\Delta ك_ن) \end{bmatrix}$$

وتظهر صفوف وأعمدة مصفوفة الكميات للعمل المباشر على النحو التالى

$$\begin{bmatrix} (ت_1) & (ت_2) & \dots\dots_3(ت) & (ت_ن) \\ مجـ(ت_ر+\Delta ت_ر)_{م1} & مجـ(ت_ر+\Delta ت_ر)_{م2} & مجـ(ت_ر+\Delta ت_ر)_{م3} & مجـ(ت_ر+\Delta ت_ر)_{مـن} \\ (ت_1+\Delta ت_1) & (ت_2+\Delta ت_2) & (ت_3+\Delta ت_{13}) & (ت_ن+\Delta ت_{ن_1}) \end{bmatrix}$$

وتعبر القيم (ك ر + Δك ر) عن متجه صف يتضمن عناصر عددها (ن) والتى تساوى عدد الكميات الفعلية للمواد الخام التى تستخدم فى الإنتاج وبذلك يكون متجه الصف على النحو التالى :

$$[(ك_1+\Delta ك_1) \quad (ك_2+\Delta ك_2) \quad (ك_3+\Delta ك_3)$$
$$(ك_4+\Delta ك_4) \dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (ك_ن+\Delta ك_ن)]$$

=(C) MATZ GURRY & FRANK " Cost Accounting",3rd Ed., South - Western Publishing Co., 1962 p.614.

(D) DREADEN, J., "Cost and Budget Analysis" Prentice - Hall Inc., Englewood Cliffs N.J. , 1962 p30.

(E) FRANK AND MANES "A standard Cost Application Matrix Algebra" The Accounting Review Vol. XIII July, 1967,pp. 517-524.

(F) PARTRIDGE R.W. "Will The Real Variance Please, Stand Up" Management Accounting Nov. 1966 p.7 N.AA. Bulletin Vol. XIVI11 3-9.

*مشار إليه في: محمد السعيد صديق الشحات، استخدام النماذج الكمية في الرقابة المحاسبية، رسالة ماجستير، مقدمة إلى كلية التجارة جامعة القاهرة سنة ١٩٧١ .

وتعبر القيم (Δس ر) عن متجه عمود يتضمن عناصر عددها (ن) ويمثل كل عنصر الفرق بين السعر الفعلى (س ر + Δ س ر) والسعر المعيارى (س ر) وذلك لكل مادة من المواد الأولية المباشرة، وعلى هذا الأساس يكون متجه العمود الآتى :

وتعبر القيم (ت ر + Δ ت ر) عن متجه صف، يتضمن (ن) من العناصر، عددها يساوى فئات المنتجين، ويعبر كل عنصر عن ساعات الوقت الفعلية وذلك لمختلف الفئات وبالتالى يكون متجه الصف كالآتى،

[(ت$_1$ +Δت$_1$) (ت$_2$+Δت$_2$) (ت$_3$+Δت$_3$)..... (ت$_ن$+Δت$_ن$)]

وبعد أن تم بيان بعض متجهات الصفوف Rows vectors ومتجهات الأعمدة Columns Vectors وصفوف وأعمدة المصفوفات الرياضية للكميات وذلك للمواد المباشرة والعمل المباشر، سوف يتم توضيح بعض المصفوفات القطرية Diagonal Matrices لأسعار المواد الخام، ومعدل أجور المنتجين وذلك تمهيداً لبيان كيفية التطبيق العملى لمنهج استخدام المصفوفات الرياضية لتحديد انحرافات تكلفة المواد المباشرة والأجور المباشرة.

المصفوفات القطرية Diagonal Matices لأسعار المواد الخام ومعدل أجور المنتجين:

يتطلب منهج استخدام المصفوفات الرياضية لتحديد الانحرافات المختلفة للمواد المباشرة التي تستخدم في الإنتاج ، والانحرافات المتعلقة بالأجور المباشرة ، بيان المصفوفات التالية :

❖المصفوفة القطرية للأسعار الفعلية لمختلف المواد الخام المباشرة، والمصفوفة القطرية للأسعار المعيارية لهذه المواد ، المصفوفة القطرية للمعدلات الفعلية للأجور المباشرة ، والمصفوفة القطرية للمعدلات المعيارية لهذه الأجور وذلك لكل ساعة ولمختلف المنتجين، ويكون ذلك كالآتي :

❖وتمثل العناصر القطرية Diagonal Elements للمصفوفة الأولي في الأسعار الفعلية لمختلف المواد الخام المباشرة التي تستخدم في الإنتاج وبذلك فإن هذه المصفوفة تكون كالآتي :

❖وتتمثل المفردات القطرية Diagonal Entries للمصفوفة الثانية فى الأسعار المعيارية وذلك لكل مادة من المواد الأولية المباشرة، وعلى هذا الأساس فإن هذه المصفوفة تكون على النحو التالى :

❖ وتتمثل العناصر القطرية Diagonal Elements للمصفوفة الثالثة في المعدلات الفعلية للأجور المباشرة لكل ساعة عمل ، لمختلف المنتجين، وبذلك فإن هذه المصفوفة تكون كالآتي :

❖ وتتمثل المفردات القطرية Diagonal Entries للمصفوفة الرابعة في المعدلات

المعيارية للأجور المباشرة لكل ساعة عمل وذلك لمختلف فئات المنتجين، وعلي هذا الأساس فإن هذه المصفوفة تكون علي النحو التالي :

ويتم تحديد كل من الانحرافات المختلفة للمواد المباشرة والتي تتمثل في الانحراف الإجمالي وانحراف السعر وانحراف الكمية وانحراف المزج وانحراف الغلة علي ضوء العمليات التالية : ضرب متجه الصف والذي يمثل الكميات الفعلية (ك ر + Δ ك ر) للمواد الخام المباشرة التي تستخدم في الإنتاج في المصفوفة القطرية للأسعار الفعلية لهذه المواد ، وبفرض أن حاصل الضرب يساوى .

[(هـ١) (هـ٢) (هـ٣) (هـ٤) (هـ٥) (هـن)..... .....(هـن)]

ضرب مصفوفة الكميات للمواد المباشرة في المصفوفة القطرية للأسعار المعيارية لمختلف المواد الخام التي يتم استخدمها في الإنتاج ، وبفرض أن حاصل الضرب تساوي :

$$\begin{bmatrix} (أ_{10}) & (أ_{20}) & (أ_{30}) & (أ_{40}) & (أ_{50}) & \dots & (أ_{ن}) \\ (ب_{10}) & (ب_{20}) & (ب_{30}) & (ب_{40}) & (ب_{50}) & \dots & (ب_{ن}) \\ (جـ_{10}) & (جـ_{20}) & (جـ_{30}) & (جـ_{40}) & (جـ_{50}) & \dots & (جـ_{ن}) \end{bmatrix}$$

❖ ويتحدد الانحراف الإجمالي لمختلف المواد المباشرة ، بالفرق بين العنصر الذي رتبة (ر) في المتجه الناتج من حاصل ضرب متجه الصف الكميات الفعلية في المصفوفة القطرية لأسعار الفعلية للمواد الأولية ، وبين العنصر الذي يقع في الصف الأول والعمود (ر) من المصفوفة الناتجة من حاصل ضرب مصفوفة الكميات المواد المباشرة في المصفوفة القطرية لأسعار المعيارية لهذه المواد ، وبالتالي فإن هذه الانحرافات تساوي :

الانحراف الإجمالى لكل مادة من المواد المباشرة =

$$\begin{bmatrix} XX \\ XX \\ XX \\ ..... \\ ..... \\ XX \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (10\ أ) \\ (20\ أ) \\ (30\ أ) \\ ..... \\ ..... \\ (أ\ ن) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (1\ هـ) \\ (2\ هـ) \\ (3\ هـ) \\ ..... \\ ..... \\ (هـ\ ن) \end{bmatrix}$$

❖ ويتحدد انحراف السعر للمواد المباشرة بالفرق بين العنصر الذي رتبه (ر) في المتجه الناتج من حاصل ضرب متجه صف الكميات الفعلية في المصفوفة القطرية للأسعار الفعلية للمواد المباشرة، وبين العنصر الذي يقع في الصف الثالث والعمود (ر) من المصفوفة الناتجة من حاصل ضرب مصفوفة الكميات للمواد الخام في المصفوفة القطرية للأسعار المعيارية لهذه المواد وعلي ضوء ذلك فإن هذه الانحرافات تساوى

انحراف السعر لكل مادة من المواد المباشرة =

$$\begin{bmatrix} XX \\ XX \\ XX \\ ..... \\ ..... \\ XX \\ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (10\ \text{ـجـ}) \\ (20\ \text{ـجـ}) \\ (30\ \text{ـجـ}) \\ ..... \\ ..... \\ (\text{ـجـ}\ ن) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (1\ هـ) \\ (2\ هـ) \\ (3\ هـ) \\ ..... \\ ..... \\ (هـ\ ن) \end{bmatrix}$$

❖ ويتحدد انحراف الكمية للمواد المباشرة بالفرق بين العنصر الذي يقع في الصف

الثالث والعمود (ر) وبين العنصر الذي يقع في الصف الأول والعمود (ر) وذلك من المصفوفة الناتجة من حاصل ضرب مصفوفة الكميات للمواد المباشرة في المصفوفة القطرية للأسعار المعيارية لهذه المواد ، وبذلك فإن انحراف الكمية لمختلف المواد يساوى :

إنحراف الكمية لكل مادة من المواد المباشرة =

$$\begin{bmatrix} X & X & X \\ X & X & X \\ X & X & X \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ X & X & X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (أ_{10}) \\ (أ_{20}) \\ (أ_{30}) \\ \cdots\cdots \\ \cdots\cdots \\ (أ_{ن}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (جـ_{10}) \\ (جـ_{20}) \\ (جـ_{30}) \\ \cdots\cdots \\ \cdots\cdots \\ (جـ_{ن}) \end{bmatrix}$$

ويتحدد انحراف المزج بالفرق بين العنصر الذي يقع في الصف الثالث والعمود (ر)وبين العنصر الذي يقع في الصف الثاني ونفس العمود السابق، وذلك من المصفوفة الناتجة من حاصل ضرب مصفوفة الكميات للمواد المباشرة في المصفوفة القطرية للأسعار المعيارية ، وعلى هذا الأساس فإن انحراف المزج لمختلف المواد الخام يساوي :

إنحراف المزج لكل مادة من المواد المباشرة =

$$\begin{bmatrix} X & X & X \\ X & X & X \\ X & X & X \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ X & X & X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (ب_{10}) \\ (ب_{20}) \\ (ب_{30}) \\ \cdots\cdots \\ \cdots\cdots \\ (ب_{ن}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (جـ_{10}) \\ (جـ_{20}) \\ (جـ_{30}) \\ \cdots\cdots \\ \cdots\cdots \\ (جـ_{ن}) \end{bmatrix}$$

❖ ويتحدد انحراف الغلة بالفرق بين العنصر الذي يقع في الصف الثاني والعمود (ر) وبين العنصر الذي يقع في الصف الأول ونفس العمود السابق، وذلك من المصفوفة الناتجة من حاصل ضرب مصفوفة الكميات للمواد المباشرة في المصفوفة القطرية للأسعار المعيارية، وعلى هذا الأساس فإن انحراف الغلة لمختلف المواد الخام المباشرة يساوي:

إنحراف الغلة لكل مادة من المواد المباشرة =

$$\begin{bmatrix} X & X & X \\ X & X & X \\ X & X & X \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ \cdots\cdots & \cdots\cdots & \cdots\cdots \\ X & X & X \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\text{أ}_{10}) \\ (\text{أ}_{20}) \\ (\text{أ}_{30}) \\ \cdots\cdots \\ \cdots\cdots \\ (\text{أ}_{\text{ن}}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (\text{ب}_{10}) \\ (\text{ب}_{20}) \\ (\text{ب}_{30}) \\ \cdots\cdots \\ \cdots\cdots \\ (\text{ب}_{\text{ن}}) \end{bmatrix}$$

❖❖❖ وعلي ضوء متجهات الصفوف Rows Vectors ومتجهات الأعمدة Columns Vectors يتم تحديد كل من انحراف السعر وانحراف الكمية وذلك مختلف المواد الأولية المباشرة، وانحراف معدل الأجر وكفاءة العمل (أو الوقت) وذلك علي النحو التالي:

❖ يتحدد انحراف الكمية للمواد الأولية المباشرة يضرب متجه الصف الذي يمثل السعر المعياري للمواد الأولية في متجه العمود الذي يمثل الفرق بين الكميات الفعلية والكميات المعيارية، وبذلك فإن انحراف الكمية للمواد المباشرة التي تستخدم في الإنتاج يساوى:

$$[\ (\Delta ك_1)\ (\Delta ك_2)\ (\Delta ك_3)\ \ldots\ (\Delta ك_ن)\ ]\begin{bmatrix} (س_1) \\ (س_2) \\ (س_3) \\ \ldots \\ (س_ن) \end{bmatrix}$$

يتحدد انحراف معدل الأجر لمختلف المنتجين يضرب متجه الصف الذي يمثل ساعات وقت العمل الفعلية لمختلف المنتجين في متجه العمود الذي يمثل الفرق بين معدل الأجر الفعلي ومعدل الأجر المعياري، وبذلك فإن انحراف معدل الأجر لمختلف المنتجين يساوى:

$$[\ (\Delta + ت_1)\ (\Delta + ت_2)\ (\Delta + ت_3)\ \ldots\ (\Delta + ت_ن)\ ]\begin{bmatrix} (\Delta ع_1) \\ (\Delta ع_2) \\ (\Delta ع_3) \\ \ldots \\ (\Delta ع_ن) \end{bmatrix}$$

❖ ويتحدد انحراف كفاءة العمل (أو الوقت) بضرب متجه الصف والذي يمثل معدل الأجر المعياري للمنتجين في متجه العمود والذي يمثل الفرق بين ساعات وقت العمل الفعلية وساعات وقت العمل المعيارية ، وبذلك فإن انحراف كفاءة العمل (أو الوقت) لمختلف المنتجين يساوى :

[(ع1) (ع2) (ع3) (ع3) ..... (ع3) (عن)]

$$\begin{bmatrix} (\Delta\ ت_1) \\ (\Delta\ ت_2) \\ (\Delta\ ت_3) \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ (\Delta\ ت_ن) \end{bmatrix}$$

❖ يتحدد انحراف السعر للمواد الأولية المباشرة بضرب متجه الصف الذي يمثل الكميات الفعلية للمواد الخام التي تستخدم في الإنتاج في متجه العمود الذي يمثل الفرق بين السعر الفعلي والسعر المعياري، وبذلك فإن انحراف السعر للمواد المباشرة يساوى :

$$[(ك_1 + \Delta ك_1)(ك_2 + \Delta ك_2)(ك_3 + \Delta ك_3) \ldots\ldots\ldots (ك_ن + \Delta ك_ن)]$$

$$\begin{bmatrix} (\Delta\ س_1) \\ (\Delta\ س_2) \\ (\Delta\ س_3) \\ \cdots\cdots\cdots \\ \cdots\cdots\cdots \\ (\Delta\ س_ن) \end{bmatrix}$$

❖❖❖❖ وعلى ضوء كل من متجهات الصفوف والأعمدة والمصفوفات الرياضية للكميات وذلك للمواد المباشرة والأجور المباشرة، والمصفوفات القطرية Diagonal Matrices للأسعار الفعلية والأسعار المعيارية لمختلف المواد الخام، والمصفوفات القطرية للمعدلات الفعلية والمعدلات المعيارية للأجور المباشرة، سوف يتم توضيح كيفية التطبيق العملي لمنهج المصفوفات الرياضية لبيان انحرافات التكاليف.

التطبيق العملي لمنهج استخدام المصفوفات الرياضية لبيان انحرافات المواد المباشرة والأجور المباشرة.

تبين مما سبق كيفية تحديد انحرافات تكاليف المواد المباشرة، ويتم تحديد الانحرافات المختلفة للأجور المباشرة والتي تتمثل في الانحراف الإجمالي، وانحراف معدل الأجر، وانحراف كفاءة العمل (أو الوقت) وانحراف مزج العمل المباشر[1]، وانحراف غلة العمل المباشرة، على ضوء العمليات التالية:

- ضرب متجه الصف والذي يمثل الساعات الفعلية لوقت العمل ($ت_ر + \Delta ت_ر$) لمختلف المنتجين في المصفوفة القطرية للمعدلات الفعلية للأجور المباشرة لكل ساعة لمختلف المنتجين، ويكون نتيجة ذلك متجه صف Row Vector عناصره تساوي عدد فئات المنتجين.
- ضرب مصفوفة الكميات للعمل المباشر في المصفوفة القطرية للمعدلات المعيارية للأجور المباشرة لكل ساعة ولمختلف المنتجين، ويكون نتيجة ذلك مصفوفة مكونة من ثلاثة صفوف وعدد فئات المنتجين يساوي عدد أعمدة المصفوفة.

❖❖❖❖ وعلى ضوء كل من متجه الصف، والمصفوفة التي يتم الحصول عليهما من العمليات السابقة يتم تحديد الانحرافات المختلفة للأجور المباشرة، ويكون ذلك على النحو التالي:

❖ يتحدد الانحراف الإجمالي للأجور المباشرة بالفرق بين العنصر الذي رتبه (ر) في متجه الصف وبين العنصر الذي يقع في الصف الأول والعمود (ر) من المصفوفة.

---

١) د/ أحمد فرغلى محمد حسن، نظم التكاليف – الجزء الثاني (الفعلية – المعيارية) جامعة القاهرة، كلية التجارة عام ٢٠٠٢ ص ٢٢٢.

❖ ويتحدد انحراف معدل الأجور المباشرة بالفرق بين العنصر الذي رتبة (ر) في متجه الصف والعنصر الذي يقع في الصف الثالث والعمود (ر) من المصفوفة.

❖ ويتحدد انحراف كفاءة العمل (أو الوقت) بالفرق بين العنصر الذي يقع في الصف الثالث والعنصر الذي يقع في الصف الأول ، ونفس العمود وذلك من المصفوفة.

❖ ويتحدد انحراف المزج بين العنصر الذي يقع في الصف الثالث، والعنصر الذي يقع في الصف الثاني ونفس العمود للمصفوفة.

ويتحدد انحراف الغلة بين العنصر الذي يقع في الصف الثاني والعنصر الذي يقع في الصف الأول ونفس العمود للمصفوفة.

ولتوضيح كيفية بيان انحرافات التكاليف باستخدام المصفوفات الرياضة نفترض أن الإنتاج في إحدى الشركات الصناعية يتطلب أربعة أنواع من المواد الخام ، هذا بالإضافة إلي ثلاثة أنواع من فئات المنتجين، ولقد كانت البيانات المعيارية على النحو التالي :

يلزم لإنتاج وحدة المنتج 5 كجم من المادة الخام الأولي، 10 كجم من المادة الخام الثانية، 20 كجم من المادة الخام الثالثة، 15 كجم من المادة الخام الرابعة، 16 ساعة للمنتجين فئة (أ)، 20 ساعة للمنتجين فئة (ب)، 4 ساعات للمنتجين فئة (ج). والتكلفة المعيارية لكل كيلو جرام من مختلف المواد الخام تساوي 8 دينار، 5 دينار، 10 دينار، 4 دينار وذلك علي الترتيب ، ومعدل الأجر المعياري لكل ساعة يساوي 15 دينار، 10دينار، 25دينار علي الترتيب وذلك لمختلف المنتجين . وبخصوص التكاليف الصناعية غير المباشرة ، كانت التقديرات عند مستوي الطاقة المعياري (45000 ساعة عمل مباشر) كالآتي : مواد غير مباشرة (متغيرة) 40500 دينار، أجور غير مباشرة (متغيرة) 36000 دينار ، مصاريف صيانة (ثابتة) 3150 دينار، مصاريف صيانة (متغيرة) 31500 دينار، مصاريف استهلاك (ثابتة) 27000

دينار، مصاريف متنوعة (ثابتة) 14850 دينار، مصاريف متنوعة (متغيرة) 72000 ولقد كانت بيانات التكاليف الفعلية علي النحو التالى :

التكلفة الفعلية لكل كيلو جرام من مختلف المواد الخام يساوي 10 دينار، 7دينار، 9دينار، 6 دينار وذلك علي الترتيب، ومعدل الأجر الفعلي وكل ساعة عمل يساوي 20 دينار، 10 دينار، 30 دينار علي الترتيب وذلك لمختلف المنتجين.

ولقد استخدم في إنتاج 1000 وحدة من المنتج كميات من المواد الخام وساعات العمل التالية...

9000 كيلو جرام من المادة الخام الأولي ، 4500 كيلو جرام من المادة الخام الثانية 20250كيلو جرام من المادة الثالثة ، 11250 كيلو جرام من المادة الخام الرابعة ، 15000 ساعة عمل للمنتجين فئة (أ) 6000 ساعة العمل للمنتجين فئة(ب) 9000ساعة عمل للمنتجين من الفئة الأخيرة.

وبخصوص التكاليف الصناعية غير المباشرة الفعلية كانت علي النحو التالي ...

مواد غير مباشرة (ومتغيرة) 38700 دينار، أجور غير مباشرة (متغيرة) 35400 دينار، مصاريف صيانة (ثابتة) 3150 دينار، مصاريف صيانة (متغيرة) 29850 دينار، مصاريف استهلاك (ثابتة) 27000 دينار، مصاريف متنوعة (ثابتة) 14850 دينار، مصاريف متنوعة (متغيرة) 67650 دينار.

... وعلى ضوء متجهات الصفوف Rows Vectors ومتجهات الأعمدة Columns Vectors ومصفوفة الكميات للمواد المباشرة، والعمل المباشرة، والمصفوفة القطرية لأسعار المواد الخام ، ومعدل أجور المنتجين ، يتم تحديد مختلف الانحرافات للمواد المباشرة ، والتي تتمثل في الانحراف الإجمالي ، وانحراف السعر، وانحراف الكمية، وانحراف المزج ، وانحراف الغلة ، والانحرافات المختلفة للأجور المباشرة والتي تتمثل في الانحراف الإجمالي، وانحراف معدل الأجر، وانحراف كفاءة

العمل (أو الوقت) وانحراف مزج العمل، وانحراف غلة العمل ويكون ذلك على أساس خطوات التالية :

ضرب متجه الصف الذي يمثل الكميات الفعلية لمختلف المواد المباشرة في المصفوفة القطرية للأسعار الفعلية لهذه المواد وهذا يساوي .

$$[(ك_{١} + \Delta ك_{١})\ (ك_{٢} + \Delta ك_{٢})\ (ك_{٣} + \Delta ك_{٣})\ (ك_{٤} + \Delta ك_{٤})]$$

$$\begin{bmatrix} (س_{1}+\Delta س_{1}) & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & (س_{2}+\Delta س_{2}) & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & (س_{3}+\Delta س_{3}) & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & (س_{4}+\Delta س_{4}) \end{bmatrix}$$

$$= [(هـ_{١}) \quad (هـ_{2}) \quad (هـ_{3}) \quad (هـ_{4})]$$

$$= [67500 \quad 182250 \quad 31500 \quad 90000] \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots & 10 \\ \cdots & \cdots & 7 & \cdots \\ \cdots & 9 & \cdots & \cdots \\ 6 & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} [11250 \quad 20250 \quad 4500 \quad 9000]$$

ضرب مصفوفة الكميات للمواد المباشرة في المصفوفة القطرية للأسعار المعيارية لمختلف المواد المباشرة التي يتم استخدامها في الإنتاج وهذا يساوي

$$\begin{bmatrix} (ك_{1}) & (ك_{2}) & \cdots (ك_{3}) & (ك_{4}) \\ مجـ_{1م}(ك_{1}+\Delta ك_{1}) & مجـ_{2م}(ك_{2}+\Delta ك_{2}) & مجـ_{3م}(ك_{3}+\Delta ك_{3}) & مجـ_{4م}(ك_{4}+\Delta ك_{4}) \\ (ك_{1}+\Delta ك_{1}) & (ك_{2}+\Delta ك_{2}) & (ك_{3}+\Delta ك_{3}) & (ك_{4}+\Delta ك_{4}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ..... & ..... & ..... & (س_1) \\ ..... & ..... & (س_2) & ..... \\ ..... & (س_3) & ..... & ..... \\ (س_4) & ..... & ..... & ..... \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} أ_{40} & أ_{30} & أ_{20} & أ_{10} \\ ب_{40} & ب_{30} & ب_{20} & ب_{10} \\ جـ_{40} & جـ_{30} & جـ_{20} & جـ_{10} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 60000 & 200000 & 50000 & 40000 \\ 54000 & 180000 & 45000 & 36000 \\ 45000 & 202500 & 22500 & 72000 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} ..... & ..... & ..... & 8 \\ ..... & ..... & 5 & ..... \\ ..... & 10 & ..... & ..... \\ 4 & ..... & ..... & ..... \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 15000 & 20000 & 10000 & 5000 \\ 13500 & 18000 & 9000 & 4500 \\ 11250 & 20250 & 4500 & 9000 \end{bmatrix}$$

الإنحراف الإجمالى لكل مادة من المواد المباشرة=

$$\begin{bmatrix} 50000 \\ 18500 - \\ 17750 - \\ 7500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40000 \\ 50000 \\ 200000 \\ 600000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 90000 \\ 31500 \\ 182250 \\ 67500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (أ_{10}) \\ (أ_{20}) \\ (أ_{30}) \\ (أ_{40}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (هـ_1) \\ (هـ_2) \\ (هـ_3) \\ (هـ_4) \end{bmatrix}$$

ويتضح من ذلك أن الانحراف الإجمالي للمادة الخام الأولي والرابعة في غير صالح

المشروع ويساوى 50000 دينار ، 7500 دينار علي الترتيب ، والانحراف الإجمالي للمادة الخام الثانية والثالثة في صالح المشروع ويساوى 18500 دينار ، 17750 دينار علي الترتيب ، ومجموع هذه الانحرافات يساوى الانحراف الإجمالي لجميع المواد الخام، وقدره 21250 دينار وهو في غير صالح المشروع لزيادة التكاليف الفعلية عن التكاليف المعيارية للمواد الخام التي تستخدم في الإنتاج ويتم تحليل الانحراف الإجمالي علي النحو التالي :

إنحراف السعر لكل مادة من المواد الخام المباشرة

$$\begin{bmatrix} 18000 \\ 9000 \\ 20250- \\ 22500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 72000 \\ 22500 \\ 202500 \\ 45000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 90000 \\ 31500 \\ 182250 \\ 67500 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (_{10}\vec{ج}) \\ (_{20}\vec{ج}) \\ (_{30}\vec{ج}) \\ (_{40}\vec{ج}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (_{1}\overleftarrow{هـ}) \\ (_{2}\overleftarrow{هـ}) \\ (_{3}\overleftarrow{هـ}) \\ (_{4}\overleftarrow{هـ}) \end{bmatrix} =$$

ويمكن أيضا بيان هذه الانحرافات وذلك بضرب متجه صف الكميات الفعلية للمواد الأولية في متجه عمود الفرق بين السعر الفعلي والسعر المعياري لهذه المواد ، وذلك كالآتي :

إنحراف السعر للمواد الأولية التى يتم استخدامها فى الإنتاج يساوى :

$$\left[\begin{bmatrix} (22500) + (20250-) + (9000) + (18000) = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 1- \\ 2 \end{bmatrix} \end{bmatrix} [11250 \ 20250 \ 4500 \ 9000] = \right] 9250 = \text{دينار}$$

وعلي ضوء هذه النتائج فإن انحراف السعر للمادة الخام الأولي تساوى 18000 دينار، وللمادة الخام الثانية يساوى 9000 دينار في غير صالح المشروع ، والانحراف للمادة الثالثة في صالح المشروع وتساوى 20250 دينار، وللمادة

الرابعة تساوى 22500 دينار في صالح المشروع ومجموع هذه الانحرافات تساوى 29250 دينار وهو انحراف السعر لجميع المواد الخام المباشر التي تستخدم في الإنتاج .

إنحراف الكمية لكل مادة من المواد الخام المباشرة

$$\begin{bmatrix} 32000 \\ 27500- \\ 2500 \\ 15000- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40000 \\ 50000 \\ 200000 \\ 600000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 72000 \\ 22500 \\ 202500 \\ 45000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (_{10}\text{ف}) \\ (_{20}\text{ف}) \\ (_{30}\text{ف}) \\ (_{40}\text{ف}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (_{10}\text{جـ}) \\ (_{20}\text{جـ}) \\ (_{30}\text{جـ}) \\ (_{40}\text{جـ}) \end{bmatrix} =$$

ويمكن أيضا بيان إنحرافات الكمية المواد الخام، وذلك بضرب متجه صف السعر المعيارى لهذه المواد فى متجه مواد الفرق بين الكميات الفعلية والكميات المعيارية للمواد الخام الأولية وذلك كالآتى :

إنحراف الكمية للمواد الخام التى يتم استخدامها فى الإنتاج تساوى :

=

$$8000- = [(15000-)+(2500)+(27500-)+(32000)] = \begin{bmatrix} 4000 \\ 5500- \\ 250 \\ 3750- \end{bmatrix} [4 \quad 10 \quad 5 \quad 8]$$

ويتضح من النتائج السابقة أن انحراف الكمية للمادة الخام الأولى تساوى 32000 دينار وللمادة الخام الثالثة 2500 دينار وهو في غير صالح المشروع ، وانحراف الكمية للمادة الخام الثانية يساوى 27500 دينار وللمادة الخام الرابعة يساوى 15000 وهو في صالح المشروع ، ومجموع هذه الانحرافات في صالح المشروع ويساوى 8000 دينار ، ويتم تحليل هذه الانحرافات كالآتي :

إنحراف المزج للمواد الخام المباشرة =

$$\begin{bmatrix} 36000 \\ 22500 - \\ 22500 \\ 9000 - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 36000 \\ 45000 \\ 180000 \\ 54000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 72000 \\ 22500 \\ 202500 \\ 45000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (ب_{10}) \\ (ب_{20}) \\ (ب_{30}) \\ (ب_{40}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (جـ_{10}) \\ (جـ_{20}) \\ (جـ_{30}) \\ (جـ_{40}) \end{bmatrix}$$

ويتبين من هذه النتائج أن انحراف المزج للمادة الخام الأولي يساوى 36000 دينار وهو في غير صالح المشروع ، وانحراف المزج للمادة الخام الثانية يساوى 22500 وهو في غير صالح المشروع وانحراف المزج للمادة الخام الثالثة في صالح المشروع يساوى 22500 دينار ، وانحراف المزج للمادة الخام الرابعة تساوى 9000 دينار وهو في صالح المشروع ومجموع هذه الانحرافات تساوى 27000 دينار وهو في غير صالح المشروع

انحراف الغله للمواد الخام المباشرة =

$$\begin{bmatrix} 4000 - \\ 5000 - \\ 20000 - \\ 6000 - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40000 \\ 50000 \\ 200000 \\ 600000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 36000 \\ 45000 \\ 180000 \\ 54000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (أ_{10}) \\ (أ_{20}) \\ (أ_{30}) \\ (أ_{40}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (ب_{10}) \\ (ب_{20}) \\ (ب_{30}) \\ (ب_{40}) \end{bmatrix}$$

ويتضح من ذلك أن إنحراف الغلة لجميع المواد الخام فى صالح المشروع وتساوى بالنسبة للمادة الخام الأولى 4000 دينار ، وللمادة الخام الثانية 5000 دينار ، وللمادة الثالثة 20000 ينار ، وللمادة الرابعة 6000 دينار ومجموع هذه الانحرافات يساوى إجمالي انحراف الغله للمواد المباشرة ، وهو في صالح المشروع وجدير بالملاحظة أنه يوفر كل من انحراف الغلة وانحراف مزج المواد المباشرة رؤية اعمق

وأفضل عن انحراف كفاءة هذا المواد[1] ويمكن تحديد الانحرافات المختلفة للأجور المباشرة ، وذلك علي ضوء كل من مصفوفة الكميات للعمل المباشر ، والمصفوفة القطرية للمعدلات الفعلية والمعيارية للأجور المباشرة ، ومتجهات الصفوف والأعمدة ومنها ، متجه صف Row Vector ساعات وقت العمل الفعلي لفئات المنتجين ، ومتجه عمود Column Vector للفرق بين المعدل الفعلي والمعياري للأجور المباشرة ، ويكون ذلك علي أساس الخطوات التالية :

❖ ضرب متجه الصف الذي يمثل ساعات وقت العمل الفعلية لمختلف فئات المنتجين في المصفوفة القطرية للمعدلات الفعلية للأجور المباشرة وهذا يساوى :

$$\begin{bmatrix} \ldots\ldots & \ldots\ldots & (\Delta ع_1 + ع_1) \\ \ldots\ldots & (\Delta ع_2 + ع_2) & \ldots\ldots \\ (\Delta ع_3 + ع_3) & \ldots\ldots & \ldots\ldots \end{bmatrix} [(\Delta ت_3 + ت_3)\ (\Delta ت_2 + ت_2)\ (\Delta ت_1 + ت_1)] =$$

$$[(هـ_7)\quad (هـ_6)\quad (هـ_5)] =$$

$$[270000 \quad 60000 \quad 300000] = \begin{bmatrix} \ldots\ldots & \ldots\ldots & 20 \\ \ldots\ldots & 10 & \ldots\ldots \\ 30 & \ldots\ldots & \ldots\ldots \end{bmatrix} [9000 \quad 6000 \quad 15000] =$$

● ضرب مصفوفة الكميات للعمل المباشر في المصفوفة القطرية للمعدلات المعيارية للأجور المباشرة لكل ساعة عمل لجميع المنتجين وهذا يساوى :

$$\begin{bmatrix} 70^{أ} & 60^{أ} & 50^{أ} \\ 70^{ب} & 60^{ب} & 50^{ب} \\ 70^{\rightarrow} & 60^{\rightarrow} & 50^{\rightarrow} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ldots\ldots & \ldots\ldots & ع_1 \\ \ldots\ldots & ع_2 & \ldots\ldots \\ ع_3 & \ldots\ldots & \ldots\ldots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ت_3 & ت_2 & ت_1 \\ مجـ(ت + \Delta ت)_{م3} & مجـ(ت + \Delta ت)_{م2} & مجـ(ت + \Delta ت)_{م1} \\ (ت_{13} + \Delta ت_3) & (ت_2 + \Delta ت_2) & (ت_1 + \Delta ت_1) \end{bmatrix}$$

---

١) د. تشارلزت هورنجورن وآخرون، محاسبة التكاليف، مدخل ادارى – الجزء الثاني، ترجمة د. حامد أحمد حجاج – السعودية – الرياض – دار المريخ للنشر ١٩٩٦ ص ١١٨٠.

$$\begin{bmatrix} 100000 & 200000 & 240000 \\ 75000 & 150000 & 180000 \\ 225000 & 60000 & 225000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ..... & ..... & 15 \\ ..... & 10 & ..... \\ 25 & ..... & ..... \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4000 & 20000 & 16000 \\ 3000 & 15000 & 12000 \\ 9000 & 6000 & 15000 \end{bmatrix}$$

الإنحراف الإجمالى للأجور المباشرة لفئات المنتجين يساوى :

$$\begin{bmatrix} 60000 \\ 140000 \\ 170000 \end{bmatrix} - = \begin{bmatrix} 240000 \\ 200000 \\ 100000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 300000 \\ 60000 \\ 270000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (_{50}\ ^{f}) \\ (_{60}\ ^{f}) \\ (_{70}\ ^{f}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (_{5}\ هـ) \\ (_{6}\ هـ) \\ (_{7}\ هـ) \end{bmatrix} =$$

ويتضح من ذلك أن انحراف الإجمالي للأجور المباشرة لفئات المنتجين يساوى 60000 دينار للفئة الأولي وهو في غير صالح المشروع ، والانحراف للفئة الثانية يساوى 140000 دينار وهو في صالح المشروع ، والانحراف الإجمالي للفئة الثالثة يساوى 170000 دينار وهو في غير صالح المشروع ويتم تحليل الانحراف الإجمالي على النحو التالي :

انحراف معدل الأجر لكل فئة من فئات المنتجين يساوى

$$\begin{bmatrix} 75000 \\ صفر \\ 45000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 225000 \\ 60000 \\ 225000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 300000 \\ 60000 \\ 270000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (_{50}\ جـ) \\ (_{60}\ جـ) \\ (_{70}\ جـ) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (_{5}\ هـ) \\ (_{6}\ هـ) \\ (_{7}\ هـ) \end{bmatrix} =$$

ويمكن بيان هذه الانحرافات وذلك بضرب متجه صف ساعات العمل الفعلية للمنتجين في متجه عمود يمثل الفرق بين معدل الأجر الفعلي ومعدل الأجر المعياري ، وذلك كالآتي :

انحراف معدل الأجر للفئات المختلفة للمنتجين يساوى :

$$= [9000 \quad 6000 \quad 15000] \begin{bmatrix} 5 \\ صفر \\ 5 \end{bmatrix} = [(45000) + (\text{صفر}) + (75000)] = 120000$$

ويتضح من هذه النتائج أن انحراف معدل الأجر للفئة الأولى للمنتجين يساوى 75000 دينار وهو في غير صالح المشروع ، وهذا الانحراف يساوى صفر للفئة الثانية ، ويساوى 45000 دينار للفئة الثالثة من المنتجين وهو في غير صالح المشروع ، ومجموع هذه الانحرافات يساوى 120000 دينار ويمثل انحراف المعدل لجميع المنتجين وهو في غير صالح المشروع .

انحراف كفاءة العمل (أو الوقت) لمختلف فئات المنتجين يساوى :

$$\begin{bmatrix} 15000 - \\ 140000 - \\ 125000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 240000 \\ 200000 \\ 100000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 225000 \\ 60000 \\ 225000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (_{50}\acute{f}) \\ (_{60}\acute{f}) \\ (_{70}\acute{f}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (_{50}جـ) \\ (_{60}جـ) \\ (_{70}جـ) \end{bmatrix} =$$

ويمكن إيجاد انحراف كفاءة العمل (أو الوقت) وذلك بضرب متجه صف معدل الأجر المعياري في متجه عمود الفرق بين ساعات وقت العمل الفعلية وساعات وقت العمل المعيارية لمختلف المنتجين وذلك علي النحو التالي

انحراف كفاءة العمل لمختلف المنتجين يساوى :

$$= [25 \quad 10 \quad 15] \begin{bmatrix} 1000- \\ 14000- \\ 5000 \end{bmatrix} = [(15000-) + (140000-) + (125000)] = 30000- \text{ جنيه}$$

ويتضح من النتائج السابقة أن انحراف كفاءة العمل للفئة الأولى للمنتجين يساوى 15000 دينار وهو في صالح المشروع ، وهذا الانحراف للفئة الثانية يساوى 140000 دينار وهو في صالح المشروع ولكن انحراف الفئة الثالثة يساوى 125000 دينار وهو في غير صالح المشروع ، ويتم تحليل هذه الانحرافات كالآتي :

انحراف المزج للعمل المباشر يساوى :

$$\begin{bmatrix} 45000 \\ 90000- \\ 150000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 180000 \\ 150000 \\ 75000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 225000 \\ 60000 \\ 225000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (ب_{50}) \\ (ب_{60}) \\ (ب_{70}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (جـ_{50}) \\ (جـ_{60}) \\ (جـ_{70}) \end{bmatrix} =$$

إنحراف الغلة للعمل المباشر يساوى :

$$\begin{bmatrix} 60000- \\ 50000- \\ 25000- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 240000 \\ 200000 \\ 100000 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 180000 \\ 150000 \\ 75000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (أ_{50}) \\ (أ_{60}) \\ (أ_{70}) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (ب_{50}) \\ (ب_{60}) \\ (ب_{70}) \end{bmatrix} =$$

ويتبين من هذه النتائج أن انحراف المزج للفئة الأولى للمنتجين في غير صالح المشروع ويساوى 45000 دينار بينما انحراف الغله لنفس الفئة يساوى 60000 دينار وهو في صالح المشروع ، ومجموع الانحرافين السابقين ، يساوى انحراف كفاءة العمل (أو الوقت) وهو في صالح المشروع ، وانحراف مزج العمل للفئة الثانية للمنتجين يساوى 90000 دينار وهو في صالح المشروع ، وانحراف الغله لنفس الفئة يساوى 50000 دينار وهو في صالح المشروع ومجموع الانحرافين السابقين يساوى انحراف كفاءة العمل وهو في صالح المشروع ، وانحراف المزج للفئة الثالثة للمنتجين يساوى 150000 دينار وهو في غير صالح المشروع وانحراف الغلة لنفس الفئة يساوى 25000 دينار وهو في صالح المشروع ، ومجموع الانحرافين يساوى انحراف كفاءة العمل وهو في صالح المشروع ، ويجب عند[1] تحليل انحرافات تكلفة المواد المباشرة مراعاة موقف دالة الإنتاج ودالة تكلفة المواد المباشرة ، حتى يمكن تحقيق درجة دقة أعلي لنتائج فحص هذه الانحرافات ، ويجب الاهتمام عند تحليل انحراف تكلفة العمالة بأثر منحني التعلم علي المعايير المحددة مقدما لساعات العمل اللازمة لإنتاج وحدة المنتج ، ويظهر أثر منحني التعلم

١) د. محمد محمود يوسف كفاءة وفاعلية قواعد تحليل وفحص إنحرافات التكلفة، مرجع سابق ص٥١

بوضوح في حالة العمالة غير الماهرة أو متوسطة المهارة، حيث يتحسن أداء هذه العمالة بزيادة حجم الإنتاج من خلال اكتساب الخبرة نتيجة التعلم[١].

المصفوفات القطرية DIAGONAL MATRICES ومتجهات الصفوف والأعمدة وتحليل انحرافات التكاليف الصناعية غير المباشرة :

يتطلب منهج استخدام المصفوفات الرياضية لتحديد انحرافات التكاليف الصناعية غير المباشرة سواء عند اتباع أسلوب الموازنة الثابتة Fixed Budget أو الموازنة المرنة Flexible Budget وطريقة التحليل الثناتي للانحرافات Variance –Two Analysis Method أو طريقة التحليل الثلاثي Variance Analysis –Three Method أو طريقة التحليل الرباعي Variance Analysis Method –Four بيان الآتى : متجهات الصفوف ROW Vectors ومتجهات الأعمدة Columns Vectors والمصفوفات القطرية، والتي منها ما يلي :

- ❖ متجهات الصفوف وأعمدة لكل من معدل التحميل الإجمالي التقديري والفعلي ، ومعدل التحميل المتغير والثابت التقديرى والفعلي وذلك لمختلف بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة.
- ❖ المصفوفات القطرية المختلفة والتي تكون القيم القطرية لعناصرها عبارة عن ساعات وقت العمل الفعلية للمصفوفة الأولى ، والفرق بين ساعات العمل النمطية للإنتاج الفعلي والساعات الفعلية للمصفوفة الثانية ، الفرق بين ساعات العمل الفعلية وساعات مستوى الطاقة المعياري للمصفوفة الثالثة ، والفرق بين وساعات العمل النمطية للإنتاج الفعلي وساعات مستوى الطاقة المعيارى للمصفوفة الرابعة.

---

١) يمكن التعبير رياضيا عن منحيات التعلم learning curves بالمعادلة الرياضية التالية: ص =أ(س) ^ ب
حيث أن: ص= متوسط ساعات العمل لإنتاج الوحدة، أ= ساعات العمل اللازمة لإنتاج الوحدة الأولى، س = المجموع المتراكم لعدد الوحدات المنتجة (أو المدفعات)، ب= مؤشر التعلم.

❖❖❖ وسوف يتم بيان بعض هذه المتجهات وبعض المصفوفات الرياضية التي يلزم استخدامها لتحليل انحرافات التكاليف الصناعية غير المباشرة وذلك علي النحو التالي :

❖ تعبر القيم (ح جـ ر) عن متجه صف يتضمن عناصر عددها (ن) والتي تساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة ، وقيمة كل عنصر تدل علي معدل التحميل التقديري الإجمالي لمختلف البنود ، وبذلك يكون متجه الصف علي النحو التالي :

$$[(ح\ جـ_1)\ (ح\ جـ_2)\ (ح\ جـ_3)\ (ح\ جـ_4)\ (ح\ جـ_5)\ (ح\ جـ_6)\ \ldots\ldots\ldots\ (ح\ جـ_ن)]$$

❖ وتعبر القيم (ح جـ ر + Δ ح جـ ر) عن متجه صف يتضمن عناصر عددها (ن) تساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وقيمة العنصر تعبر عن معدل التحميل الفعلي الإجمالي وذلك لمختلف البنود وبذلك يكون متجه الصف كالآتي :

$$[(ح\ جـ_1 + \Delta ح\ جـ_1)\ (ح\ جـ_2 + \Delta ح\ جـ_2)\ (ح\ جـ_3 + \Delta ح\ جـ_3) \ldots\ldots (ح\ جـ_ن + \Delta ح\ جـ_ن)]$$

- وتعبر القيم (ح ث ر) عن متجه صف يتضمن (ن) من العناصر عددها يساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وقيمة العنصر تدل علي معدل التحميل التقديري الثابت لمختلف البنود ، وبذلك يكون متجه الصف على النحو التالي :

$$[(ح\ ث_1)\ \ (ح\ ث_2)\ \ (ح\ ث_3)\ \ (ح\ ث\ 4)\ \ (ح\ ث\ 5)\ \cdots\cdots\cdots (ح\ ث\ ن)]$$

- وتعبر القيم (ح ث ر +Δ ح ث ر) عن متجه صف يتضمن عناصر عددها (ن) والتي تساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة ، وقيمة كل عنصر تدل علي معدل التحميل الفعلي الثابت وذلك لمختلف البنود ، وبذلك يكون متجه الصف كالآتي :

[(ح ث $_1$ +Δ ح ث $_1$) (ح ث $_2$ + Δ ح ث $_2$) (ح ث $_3$ +Δ ح ث $_3$) .....(ح ث ن +Δ ح ث ن)]

وتعبر القيم (ح غ ر) عن متجه صف يتضمن (ن) من العناصر عددها يساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وقيمة العنصر تعبر عن معدل التحميل التقديري المتغير لمختلف البنود وبذلك يكون متجه الصف كالآتي :

[(ح غ $_1$) (ح غ $_2$) (ح غ $_3$) (ح غ $_4$) (ح غ $_5$) .....(ح غ ن)]

وتعبر القيم (ح غ ر +Δ ح غ ر) عن متجه عمود يتضمن (ن) من العناصر

عددها يساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وقيمة كل

عنصر يعبر عن معدل التحميل الفعلي المتغير وذلك لمختلف بنود هذه

التكاليف ، وبالتالي يكون متجه العمود علي النحو التالي :

وتعبر القيم (ف ج ر + Δ ج ر) عن متجه عمود يتضمن عناصر عددها (ن) والتي تساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وتعبر قيمة العنصر عن التكاليف الصناعية غير المباشرة الفعلية الإجمالية لكل بند من بنود التكاليف ، وعلي ذلك يكون متجه العمود كالآتي :

وتعبر القيم (ت ر +Δ ت ر) عن ساعات وقت العمل الفعلية لمختلف فئات المنتجين، ويتم تحديد المصفوفة القطرية والتي تكون هذه الساعات عبارة عن العناصر القطرية Elements Diagonal لهذه المصفوفة وبالتالي تظهر علي النحو التالي :

❖❖❖ وعلي ضوء كل من متجهات الصفوف والأعمدة لكل من معدل التحميل الإجمالي التقديري والفعلي ومعدل التحميل المتغير والثابت التقديري والفعلي وذلك للبنود المختلفة للتكاليف، ومختلف المصفوفات القطرية Diagonal Matrices سوف يتم بيان كيفية التطبيق العملي لمنهج استخدام المصفوفات الرياضة ومتجهات الصفوف والأعمدة في تحليل انحرافات التكاليف الصناعية غير المباشرة.

التطبيق العملي لمنهج استخدام المصفوفات الرياضية ومتجهات الصفوف والأعمدة وتحليل انحراف التكاليف الصناعية غير المباشرة:

تقتضى الضرورة لتحديد انحرافات التكاليف الصناعية غير المباشرة ، بيان مختلف المصفوفات القطرية الأخرى، والتي منها المصفوفة القطرية والتي تكون القيم القطرية لعناصرها عبارة عن الفرق بين ساعات العمل النمطية للإنتاج الفعلي والساعات الفعلية، والمصفوفة القطرية والتي يعبر الفرق بين ساعات العمل الفعلية وساعات مستوى الطاقة المعياري عن عناصرها ، والمصفوفة القطرية والتي تكون عناصرها القطرية عبارة عن الفرق بين الساعات النمطية للإنتاج الفعلي وساعات مستوى الطاقة المعياري ، وعلي ضوء كل من متجهات الصفوف والأعمدة ومختلف المصفوفات القطرية ، يتم بيان انحرافات التكاليف الصناعية غير المباشرة علي أساس الخطوات التالية :

❖ تحديد الانحراف الإجمالي :

يتحدد الانحراف الإجمالي للعناصر المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة علي ضوء الآتي :

أ- ضرب ساعات العمل النمطية للإنتاج الفعلي في متجه عمود يتضمن (ن) من العناصر والتي تساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وكل عنصر(ح ج ر) يمثل معدل التحميل التقديري الإجمالي لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة .

ب- ضرب ساعات العمل الفعلية في متجه عمود ،عدد عناصره (ن) وتساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وكل عنصر (ح ج ر+Δ ج ر) يعبر عن معدل التحميل الفعلي الإجمالي لبنود التكاليف الصناعية غير المباشرة، وبطرح هذه القيمة من الناتج في (أ) يتم تحديد الانحراف الإجمالي ويكون ذلك كالآتي:

الإنحراف الإجمالى للتكاليف الصناعية غير المباشرة يساوى

= الساعات النمطية للإنتاج الفعلى

$$\begin{bmatrix} XX \\ XX \\ XX \\ XX \\ XX \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (ح_{1} \Delta ح_{1}+) \\ (ح_{2} \Delta ح_{2}+) \\ (ح_{3} \Delta ح_{3}+) \\ (ح_{4} \Delta ح_{4}+) \\ (ح_{5} \Delta ح_{5}+) \end{bmatrix} \text{الفعلية} \quad \text{الساعات} \quad - \begin{bmatrix} (ح_{1}) \\ (ح_{2}) \\ (ح_{3}) \\ (ح_{4}) \\ (ح_{5}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2700- \\ 3400- \\ 2200- \\ 3000- \\ 5300- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38700 \\ 35400 \\ 33000 \\ 27000 \\ 82500 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 36000 \\ 32000 \\ 30800 \\ 24000 \\ 77200 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.29 \\ 1.18 \\ 1.10 \\ 0.90 \\ 2.75 \end{bmatrix} 30000- \begin{bmatrix} 0.90 \\ 0.80 \\ 0.77 \\ 0.60 \\ 1.93 \end{bmatrix} 40000=$$

ويتضح من العمليات السابقة أن الانحراف الإجمالى للمواد غير المباشرة في غير صالح المشروع ويساوى 2700 دينار والانحراف الإجمالي للأجور غير المباشرة يساوى 2400 دينار وهو في غير صالح المشروع ، والانحراف الإجمالي لمصاريف الصيانة في غير المشروع ويساوى 2200 دينار ، والانحراف الإجمالي لمصاريف الاستهلاك في غير صالح المشروع ويساوى 3000 ، والانحراف الاجمالى للمصاريف الصناعية المتنوعة تساوى 5300 دينار وهو في صالح المشروع ، وغنى عن البيان إن الانحراف الإجمالي للتكاليف الصناعية غير المباشرة يساوى ناتج طرح التكاليف الفعلية من حاصل ضرب الساعات النمطية للإنتاج الفعلي في أجمالي معدل التحميل التقديري (5X4000) ـ (216600) = ـ 16600 دينار وهو

في غير صالح المشروع ويساوى مجموع الانحراف الخاصة بمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة وسوف يتم بيان تحليل الانحرافات باستخدام الموازنة الثابتة Fixed Budget ، علي ضوء المصفوفات الرياضية ومتجهات الصفوف والأعمدة.

* الموازنة الثابتة Fixed Budget وبيان انحرافات التكاليف:

❖❖ تحديد انحراف الكفاءة: يتحد انحراف الكفاءة للعناصر المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة على ضوء العمليات التالية:

أ- تحديد متجه صف يتضمن عناصر عددها (ن) والتي تساوى عدد التكاليف الصناعية غير المباشر، وقيمة كل عنصر (ح ج ر) تعبر عن معدل التحميل التقديرى الإجمالي وذلك لمختلف بنود التكاليف.

ب- تحديد المصفوفة القطرية Diagonal Matrix والتي تكون العناصر القطرية Diagonal Elements لها عبارة عن الفرق بين الساعات النمطية للإنتاج الفعلي والساعات الفعلية (Δ ت ر) ، ويتم بعد ذلك ضرب متجه الصف المحدد في الفقرة (أ) في المصفوفة القطرية، وذلك لإيجاد انحراف الكفاءة لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة وذلك كالآتي:

$$[(ح\,ج_1)\ (ح\,ج_2)\ (ح\,ج_3)\ (ح\,ج_4)\ (ح\,ج_5)] \begin{bmatrix} (\Delta ت_ر) & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & (\Delta ت_ر) & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & (\Delta ت_ر) & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & (\Delta ت_ر) & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & (\Delta ت_ر) \end{bmatrix}$$

إنحراف الكفاءة للعناصر المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة=

$$[19300 \quad 6000 \quad 7700 \quad 8000 \quad 9000] = \begin{bmatrix} ..... & ..... & ..... & ..... & 10000 \\ ..... & ..... & ..... & 10000 & ..... \\ ..... & ..... & 10000 & ..... & ..... \\ ..... & 10000 & ..... & ..... & ..... \\ 10000 & ..... & ..... & ..... & ..... \end{bmatrix} [1.93 \quad 0,6 \quad 0,77 \quad 0,8 \quad 0,9] =$$

ويتضح من النتائج السابقة أن إنحراف الكفاءة لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة فى صالح المشروع ويساوى ٩٠٠٠ دينار للمواد غير المباشرة، ٨٠٠٠ دينار للأجور غير المباشرة ٧٧٠٠ دينار لمصاريف الصيانة، ٦٠٠٠ لمصاريف الاستهلاك، ١٩٣٠٠ دينار للمصاريف الصناعية المتنوعة، وجدير بالإشارة أن إنحراف الكفاءة الإجمالى يساوى حاصل ضرب معدل التحميل التقديرى الإجمالى فى الفرق بين الساعات النمطية للإنتاج الفعلى والساعات الفعلية ١٠٠٠٠ x٥ وهذا الإنحراف فى صالح المشروع ويساوى مجموع إنحرافات الكفاءة لمختلف عناصر التكاليف.

❖❖ تحديد انحراف الإنفاق: يتحدد انحراف الإنفاق لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة علي ضوء العمليات التالية:

أ- ضرب ساعات العمل المباشر لمستوى الطاقة المعياري في متجه عمود يتضمن (ن) من العناصر وتساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة ، وقيمة كل عنصر (ح ج ر) تعبر عن معدل التحميل التقديري الإجمالي لمختلف بنود التكاليف.

ب- ضرب ساعات العمل الفعلية في متجه عمود يتضمن عناصر عددها (ن) وتساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة، وقيمة كل عنصر (ح ج ر + Δ ح ج ر) تمثل معدل التحميل الفعلي الإجمالي لبنود التكاليف الصناعية غير المباشرة.، وبطرح هذه القيمة من الناتج (أ) يتم تحديد الانحراف ويكون ذلك كالآتي:

$$\begin{bmatrix} XX \\ XX \\ XX \\ XX \\ XX \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (ح_{1}جـ + \Delta ح_{1}جـ) \\ (ح_{2}جـ + \Delta ح_{2}جـ) \\ (ح_{3}جـ + \Delta ح_{3}جـ) \\ (ح_{4}جـ + \Delta ح_{4}جـ) \\ (ح_{5}جـ + \Delta ح_{5}جـ) \end{bmatrix} \text{الفعلية} \qquad \text{الساعات} \qquad - \begin{bmatrix} (ح_{1}جـ) \\ (ح_{2}جـ) \\ (ح_{3}جـ) \\ (ح_{4}جـ) \\ (ح_{5}جـ) \end{bmatrix}$$

إنحراف الإنفاق للتكاليف الصناعية غير المباشرة = ساعات العمل / مستوى الطاقة المعيارى

$$\begin{bmatrix} 1800 \\ 600 \\ 1650 \\ صفر \\ 4350 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38700 \\ 35400 \\ 33000 \\ 27000 \\ 82500 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 40500 \\ 36000 \\ 34650 \\ 27000 \\ 86850 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.29 \\ 1.18 \\ 1.10 \\ 0.90 \\ 2.75 \end{bmatrix} 30000 - \begin{bmatrix} 0.90 \\ 0.80 \\ 0.77 \\ 0.60 \\ 1.93 \end{bmatrix} 450000 =$$

ويتضح من ذلك أن انحراف الإنفاق للعناصر المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة في صالح المشروع ويساوى 1800 دينار للمواد غير المباشرة، ويساوى 600 دينار للأجور غير المباشرة «ويساوى 1650 دينار لمصاريف الصيانة» ويساوى 4350 دينار للمصاريف الصناعية المتنوعة، وهذا الانحراف يساوى صفر بالنسبة لمصاريف الاستهلاك ، وجدير بالذكر أن انحراف الإنفاق الإجمالي يساوى ناتج طرح التكاليف الفعلية من حاصل ضرب ساعات العمل المباشر لمستوى الطاقة المعياري في معدل التحميل التقديري الإجمالي للتكاليف (-216600=8400 5x45000) دينار) ، وهذا الانحراف في صالح المشروع ويساوى مجموع انحرافات الإنفاق للعناصر المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة.

❖❖ تحديد انحراف الطاقة : يتحدد انحراف الطاقة للعناصر المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة علي ضوء العمليات التالية .

أ – تحديد متجه صف يتضمن عناصر عددها (ن) والتي تساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة ، وقيمة كل عنصر (حـ ر) تعبر عن معدل التحميل التقديري الإجمالي لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة.

ب – تحديد المصفوفة القطرية Diagonal Matrix والتي تكون المفردات القطرية Diagonal Entries لها عبارة عن الفرق بين الساعات الفعلية وساعات العمل المباشر لمستوى الطاقة المعيار (ت ف ط ر) ثم يتم ضرب متجه الصف المحدد في الفقرة (أ) في المصفوفة القطرية وذلك لتحديد انحراف الطاقة لمختلف عناصر التكاليف ويكون ذلك علي النحو التالي :

إنحراف الطاقة للتكاليف الصناعية غير المباشر =

$$\begin{bmatrix} (ت_1 ط ر) & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & (ت_2 ط ر) & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & (ت_3 ط ر) & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & (ت_4 ط ر) & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & (ت_5 ط ر) \end{bmatrix} [(ح_1 \rightarrow) (ح_2 \rightarrow) (ح_3 \rightarrow) (ح_4 \rightarrow) (ح_5 \rightarrow)]$$

$$\begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 15000- \\ \cdots & \cdots & \cdots & 15000- & \cdots \\ \cdots & \cdots & 15000- & \cdots & \cdots \\ \cdots & 15000- & \cdots & \cdots & \cdots \\ 15000- & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} [1.93 \quad 0,6 \quad 0,77 \quad 0,8 \quad 0,9] =$$

$$[28950- \quad 9000- \quad 11550- \quad 12000- \quad 13500-] =$$

ويتضح من النتائج السابقة إن انحراف الطاقة لبنود التكاليف الصناعية غير المباشرة في غير صالح المشروع ويساوي ١٣٥٠٠دينار للمواد غير المباشرة، ويساوي ١٢٠٠٠ جنيه للأجور غير المباشرة، و يساوي لمصاريف الصيانة ١١٥٥٠دينار، ويساوي لمصاريف الاستهلاك ٩٠٠٠ دينار، ويساوي للمصاريف الصناعية المتنوعة ٢٨٩٥٠دينار، وجدير بالملاحظة أن إنحراف الطاقة الإجمالي يساوي حاصل ضرب معدل التحميل التقديري الإجمالي في الفرق بين الساعات الفعلية وساعات العمل لمستوى الطاقة المعياري (15000-X5) وهذا الانحراف في غير صالح المشروع، ويساوي مجموع انحرافات الطاقة لمختلف عناصر التكاليف.

ويلاحظ أن أسلوب الموازنة الثابتة Fixed Budget يعد على أساس مستوى نشاط معين وبالتالي فإن الرقابة لا تكون مجدية عند اختلاف مستوى النشاط الفعلي عن مستوى النشاط التقديري الذي قدرت على أساسه التكاليف، وأسلوب الموازنة المرنة Flexible Budget [1] يتفادي ذلك لوجود عدة مستويات للطاقة الإنتاجية، وبالتالي يمكن المقارنة لنفس المستوى، وجدير بالإشارة أنه عندما يختلف مستوى النشاط الفعلي عن مستوى النشاط الذي وضعت على أساسه تقديرات الموازنة وبالتالي حسب على أساسه معدل التحميل المعياري فإن المقارنة يجب أن تتم بين التكاليف الفعلية وبين رقم التكاليف الذي كان من الواجب إنفاقه فيما لو وضعت تقديرات الموازنة على أساس نفس ساعات التشغيل الفعلية، وتحسب هذه التقديرات باستخدام معادلة الدرجة الأولى، ويحقق ذلك الدقة والموضوعية، وعند إتباع أسلوب الموازنة المرنة، سوف يتم بيان كيفية تحليل الإنحراف الإجمالي على ضوء طريقة التحليل الثلاثي والثنائي والرباعي وذلك على النحو التالي:

1) CHARLES T. HORNGREN, GEORGE FOSTER SPIKNT M.DATAR, Cost Accountant A Managerial Emphasis, op. cit., p. 256.

٢) عباس الشافعى، د/ منير محمود سالم، المحاسبة الإدارية، مكتبة عين شمس، القاهرة، ص 254-255.

الموازنة المرنة Flexible Budget وطريقة التحليل الثلاثي للانحرافات Three-Variance Analysis Method

تقتضي الضرورة عند إتباع طريقة التحليل الثلاثي بيان كل من الإنحراف الإجمالي للجزء الثابت والجزء المتغير وذلك لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة، وتحديد إنحراف الإنفاق Spending Variance وإنحراف الكفاءة Efficiency Variance للجزء الثابت والجزء المتغير وذلك للعناصر المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة، كما يتم أيضاً تحديد إنحراف الطاقة Capacity Variance للجزء الثابت لهذه التكاليف، ويكون ذلك على النحو التالي:

أولاً: تحديد الانحراف الإجمالي للجزء الثابت والجزء المتغير لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة.

❖ يتحدد الإنحراف الإجمالي للجزء الثابت للعناصر المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة، على ضوء متجهات الأعمدة والصفوف، كما يتضح من العمليات التالية:

أ – ضرب ساعات العمل النمطية للإنتاج الفعلي في متجه عمود يتضمن (ن) من العناصر والتي تساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة ، وقيمة كل عنصر ($ح_{ث_ر}$) تعبر عن معدل التحميل التقديري الثابت لمختلف عناصر التكاليف.

ب – ضرب ساعات العمل الفعلية في متجه عمود عدد عناصره(ن) وتساوى عدد بنود التكاليف الصناعية المباشرة وقيمة كل عنصر ($ح_{ث_ر} + \Delta ح_{ث_ر}$) تعبر عن معدل التحميل الفعلي الثابت لمختلف عناصر التكاليف ويطرح هذه القيمة من الناتج في (أ) يتحدد الانحراف الإجمالي للجزء الثابت لمختلف عناصر التكاليف ويكون ذلك كالآتي:

الإنحراف الإجمالى للجزء الثابت للتكاليف الصناعية غير المباشرة

= الساعات النمطية للإنتاج الفعلى

$$\begin{bmatrix} XX \\ XX \\ XX \\ XX \\ XX \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (ح_{ث1}\Delta+_{ث1}ح) \\ (ح_{ث2}\Delta+_{ث2}ح) \\ (ح_{ث3}\Delta+_{ث3}ح) \\ (ح_{ث4}\Delta+_{ث4}ح) \\ (ح_{ث5}\Delta+_{ث5}ح) \end{bmatrix} \text{الفعلية} \quad \text{الساعات} \quad - \begin{bmatrix} (ح_{ث1}) \\ (ح_{ث2}) \\ (ح_{ث3}) \\ (ح_{ث4}) \\ (ح_{ث5}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 350 - \\ 3000 - \\ 1650 - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 3150 \\ 27000 \\ 14850 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2800 \\ 24000 \\ 13200 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,105 \\ 0,90 \\ 0,495 \end{bmatrix} 30000 - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,07 \\ 0,60 \\ 0,33 \end{bmatrix} 40000 =$$

ويتضح من ذلك أن الإنحراف الإجمالي للعنصر الثابت لكل بند من بنود التكاليف يساوى القيمة التالية :

لمصاريف الصيانة 350 دينار وهو في غير صالح المشروع ، ولمصاريف الاستهلاك 3000 دينار وهو أيضا في غير صالح المشروع ، وللمصاريف الصناعية المتنوعة 1650 دينار في غير صالح المشروع والانحراف يساوي صفر لبقية العناصر الأخرى ، وجدير بالذكر أن انحراف الإجمالي لمجموع بنود التكاليف يساوى ناتج طرح التكاليف الثابتة الفعلية من حاصل ضرب الساعات النمطية للإنتاج الفعلي في معدل التحميل التقديري الثابت [(45000 = - 5000]–1x40000) دينار وهو في غير صالح المشروع ويساوى مجموع انحرافات السابقة لمختلف بنود التكاليف.

❖❖ ويتحدد الانحراف الإجمالي للجزء المتغير للعناصر المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة علي ضوء العمليات التالية :

أ – ضرب ساعات العمل النمطية للإنتاج الفعلي في متجه عمود يتضمن (ن) من العناصر ، والتي تساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة ، وقيمة كل عنصر (ح غ ر) تمثل معدل التحميل التقديري المتغير لمختلف عناصر التكاليف.

ب – ضرب ساعات العمل الفعلية في متجه عمود يتضمن (ن) من العناصر والتي عددها يساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة ، وكل عنصر (ح غ ر + Δ ح غ ر) يمثل معدل التحميل الفعلي المتغير لمختلف البنود ، ويطرح من القيمة من الناتج (أ) يتم تحديد الانحراف الإجمالي للجزء المتغير للعناصر المختلفة ، ويكون ذلك كالآتي :

الإنحراف الإجمالى للجزء المتغير للتكاليف الصناعية غير المباشرة

= الساعات النمطية للإنتاج الفعلى

$$\begin{bmatrix} XX \\ XX \\ XX \\ XX \\ XX \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (ح\ غ_1 + \Delta ح\ غ_1) \\ (ح\ غ_2 + \Delta ح\ غ_2) \\ (ح\ غ_3 + \Delta ح\ غ_3) \\ (ح\ غ_4 + \Delta ح\ غ_4) \\ (ح\ غ_5 + \Delta ح\ غ_5) \end{bmatrix} \text{الفعلية} \quad \text{الساعات} \quad - \begin{bmatrix} (ح\ غ_1) \\ (ح\ غ_1) \\ (ح\ غ_1) \\ (ح\ غ_1) \\ (ح\ غ_1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2700 - \\ 3400 - \\ 1850 - \\ \text{صفر} \\ 3650 - \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38700 \\ 35400 \\ 29850 \\ \text{صفر} \\ 67650 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 36000 \\ 32000 \\ 28000 \\ \text{صفر} \\ 64000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.29 \\ 1.18 \\ 0.995 \\ \text{صفر} \\ 2.255 \end{bmatrix} 30000 - \begin{bmatrix} 0.90 \\ 0.80 \\ 0.70 \\ \text{صفر} \\ 1.6 \end{bmatrix} 40000 =$$

ويتبين مما سبق أن انحراف الإجمالي للعنصر المتغير لكل بند من بنود التكاليف يساوى القيم التالية :

للمواد غير المباشرة 2700دينار وهو في غير صالح المشروع ، وللأجور غير المباشرة 3400 دينار وهو في غير صالح المشروع ، ولمصاريف الصيانة 1850دينار وهو في غير صالح المشروع ، وللمصاريف الصناعية المتنوعة 3650 دينار وهو في غير صالح المشروع ، وجدير بالإشارة أن قيمة الانحراف الإجمالي لمجموع بنود التكاليف يساوى ناتج طرح التكاليف المتغيرة الفعلية من حاصل ضرب الساعات

النمطيـــة للإنتـــاج الفعلـــي في معـــدل التحميـــل التقـــديري المـــتغير [(4x4000=–171600) ـ 11600 دينار] وهذا الانحراف في غير صالح المشروع، ويساوى مجموع الانحرافات السابقة لمختلف بنود التكاليف، ويلاحظ أن الانحراف الكلي للعنصر الثابت والعنصر المتغير يساوى الانحراف الإجمالي للتكاليف الصناعية غير المباشرة.

ثانياً: تحديد انحراف الإنفاق : يتحدد انحراف الإنفاق للعناصر المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة علي ضوء العمليات التالية :

أ – ضرب الساعات المقدرة لمستوى الطاقة المعياري في متجه عمود يتضمن (ن) من العناصر والتي عددها يساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة، وكل عنصر (ح ث ر) يمثل معدل التحميل التقديري الثابت لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة.

ب – ضرب ساعات العمل الفعلية في متجه عمود يتضمن عناصر عددها (ن) ويساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة ، وكل عنصر (ح غ ر) يمثل معدل التحميل التقديري المتغير لمختلف بنود التكاليف.

ج – تحديد متجه عمود يتضمن (ن) من العناصر والتي عددها يساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وقيمة كل عنصر (ف جـ ر +Δ ف جـ ر) تمثل التكاليف الفعلية الإجمالية لمختلف عناصر التكاليف الصناعية المباشرة ، ويطرح هذه القيمة من حاصل جمع الناتج في (أ) والناتج (ب) يتم تحديد انحراف الإنفاق لبنود التكاليف ، ويكون ذلك على النحو التالي :

إنحراف الإنفاق = الساعات المقدرة لمستوى الطاقة المعيارى

$$\begin{bmatrix} XX \\ XX \\ XX \\ XX \\ XX \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (ف\ جـ_1 + \Delta\ ف\ جـ_1) \\ (ف\ جـ_2 + \Delta\ ف\ جـ_2) \\ (ف\ جـ_3 + \Delta\ ف\ جـ_3) \\ (ف\ جـ_4 + \Delta\ ف\ جـ_4). \\ (ف\ جـ_5 + \Delta\ ف\ جـ_5) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (ح\ غـ_1) \\ (ح\ غـ_2) \\ (ح\ غـ_3) \\ (ح\ غـ_4) \\ (ح\ غـ_5) \end{bmatrix} \quad \text{الفعلية} \quad \text{العمل} \quad \text{ساعات} \quad + \begin{bmatrix} (ح\ ث_1) \\ (ح\ ث_2) \\ (ح\ ث_3) \\ (ح\ ث_4) \\ (ح\ ث_5) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 11700 \\ 11400 \\ 8850 \\ صفر \\ 19650 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38700 \\ 35400 \\ 33000 \\ 27000 \\ 82500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 27000 \\ 24000 \\ 24150 \\ 27000 \\ 62850 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38700 \\ 35400 \\ 33000 \\ 27000 \\ 82500 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 27000 \\ 24000 \\ 21000 \\ صفر \\ 48000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} صفر \\ صفر \\ 3150 \\ 27000 \\ 14850 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38700 \\ 35400 \\ 33000 \\ 27000 \\ 82500 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.90 \\ 0.80 \\ 0.70 \\ صفر \\ 1.6 \end{bmatrix} 30000 \begin{bmatrix} صفر \\ صفر \\ 0.07 \\ 0.60 \\ 0.33 \end{bmatrix} 45000$$

ويتضح من النتائج السابقة أن انحراف الإنفاق لمختلف بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة في غير صالح المشروع ، ويساوي 11700 دينار للمواد غير المباشرة، ويساوى 11400 للأجور غير المباشرة ، ويساوى 8850 دينار لمصاريف الصيانة، ويساوى 19650 دينار للمصاريف الصناعية المتنوعة، ويساوى صفر لمصاريف الاستهلاك وجدير بالملاحظة أن انحراف الإنفاق الإجمالي يساوى ناتج طرح التكاليف الفعلية من قيمة التكاليف الثابتة المقدرة مضافاً إليها معدل التحميل التقديري للتكاليف المتغيرة مضروبا في الساعات الفعلية [(216600 = - 51600 – 450000 + (30000x4)) دينار) وهذا الانحراف في غير صالح المشروع .

ويساوي مجموع الانحراف السابقة لمختلف بنود التكاليف ،ويتم تحليل هذا الانحراف إلى انحراف الإنفاق للعناصر المعتبرة وللعناصر الثابتة لمختلف بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وذلك على النحو التالي :

❖❖ يتحدد انحراف الإنفاق للجزء الثابت للتكاليف الصناعية غير المباشرة على ضوء العمليات التالية :

أ- ضرب ساعات مستوى الطاقة المعياري في متجه عمود يتضمن (ن) من العناصر والتي عددها يساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وكل عنصر (ح ث ر) يمثل معدل التحميل التقديري الثابت لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة .

ب- ضرب ساعات العمل الفعلية في متجه عمود يتضمن عناصر عددها(ن) وتساوي عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وكل عنصر (ح ث ر +Δح ث ر) يمثل معدل التحميل الفعلي الثابت لمختلف بنود التكاليف ، ويطرح هذه القيمة من الناتج في (أ) يتم تحديد انحراف الإنفاق لمختلف العناصر الثابتة للتكاليف وذلك كالآتي :

انحراف الإنفاق للجزء الثابت للعناصر المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة=

ساعات مستوى الطاقة المعيارى

$$\begin{bmatrix} XX \\ XX \\ XX \\ XX \\ XX \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (ح_{ث1}\Delta + ح_{ث1}) \\ (ح_{ث2}\Delta + ح_{ث2}) \\ (ح_{ث3}\Delta + ح_{ث3}) \\ (ح_{ث4}\Delta + ح_{ث4}) \\ (ح_{ث5}\Delta + ح_{ث5}) \end{bmatrix} \text{الفعلية} \quad \text{الساعات} \quad - \begin{bmatrix} (ح_{ث1}) \\ (ح_{ث2}) \\ (ح_{ث3}) \\ (ح_{ث4}) \\ (ح_{ث5}) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 31550 \\ 27000 \\ 14850 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 31550 \\ 27000 \\ 14850 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.105 \\ 0.90 \\ 0.495 \end{bmatrix} 30000 - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.07 \\ 0.60 \\ 0.33 \end{bmatrix} 45000 =$$

ويتضح من ذلك أن انحراف الإنفاق لمختلف العناصر الثابتة للتكاليف الصناعية غير المباشرة يساوى صفر، وذلك للمواد غير المباشرة، وللأجور غير

المباشرة ، ولمصاريف الصيانة ولمصاريف الاستهلاك ، والمصاريف الصناعية المتنوعة ، وجدير بالإشارة أن ناتج طرح التكاليف الثابتة الفعلية من حاصل ضرب ساعات مستوى الطاقة المعياري في معدل التحميل التقديري الثابت [(1x45000) – 45000 = صفر) يساوى انحراف الإنفاق للعناصر الثابتة للتكاليف.

❖❖ يتحدد انحراف الإنفاق للجزء المتغير للتكاليف الصناعية غير المباشرة على ضوء العمليات التالية :

أ- تحديد متجه صف يتضمن (ن) من العناصر والتي عددها يساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وكل عنصر (Δ ح غ ر) يمثل الفرق بين معدل التحميل التقديري المتغير ومعدل التحميل الفعلي المتغير للعناصر المختلفة للتكاليف غير المباشرة.

ب - تحديد المصفوفة القطرية Diagonal Matrix والتى تكون العناصر القطرية Diagonal Elements لها عبارة عن (ت ر + Δ ت ر) وتعبر عن ساعات العمل الفعلية ، وبعد ذلك يتم ضرب متجه الصف المحدد فى الفقرة (أ) فى المصفوفة القطرية التى تم بيانها وذلك لإيجاد إنحراف الإنفاق للجزء المتغير للعناصر المختلفة للتكاليف والذى يساوى :

$$[(\Delta ح\ غ_1)\ (\Delta ح\ غ_2)\ (\Delta ح\ غ_3)\ (\Delta ح\ غ_4)\ (\Delta ح\ غ_5)] \begin{bmatrix} (\Delta ت_ر) & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & (\Delta ت_ر) & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & (\Delta ت_ر) & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & (\Delta ت_ر) & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & (\Delta ت_ر) \end{bmatrix}$$

إنحراف الإنفاق للجزء المتغير للتكاليف =

$$\begin{bmatrix} \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & 30000 \\ \ldots & \ldots & \ldots & 30000 & \ldots \\ \ldots & \ldots & 30000 & \ldots & \ldots \\ \ldots & 30000 & \ldots & \ldots & \ldots \\ 30000 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{bmatrix} [0.655 \quad \text{صفر} \quad -0.295 \quad -0.38 \quad -0.39] =$$

$$[19650 \quad \text{صفر} \quad 8850 \quad 11400 \quad 11700] =$$

ويتضح من ذلك أن انحراف الإنفاق للجزء المتغير لمختلف بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة في غير صالح المشروع ويساوى 11700 دينار للمواد غير المباشرة ، 11400 دينار للأجور غير المباشرة ، 8850 لمصاريف الصيانة ، 19650 دينار للمصاريف الصناعية المتنوعة، وهذا الانحراف يساوى صفر بالنسبة لمصاريف الاستهلاك، وجدير بالملاحظة أن حاصل ضرب الساعات الفعلية في الفرق بين معدل التحميل التقديري المتغير ، ومعدل التحميل الفعلي المتغير [30000 (-4 -5.72) = -51600 دينار] يعبر عن انحراف الإنفاق الإجمالي للجزء المتغير للتكاليف ، وهو في غير صالح المشروع.

ثالثا: تحديد انحراف الكفاءة: يتحدد انحراف الكفاءة للعناصر المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة علي ضوء العمليات التالية:

أ – تحديد متجه صف يتضمن (ن) من العناصر والتي عددها يساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وقيمة كل عنصر (ح جـ ر) تعبر عن معدل التحميل التقديري الإجمالي لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة.

ب – تحديد المصفوفة القطرية Diagonal Matrix والتي تكون المفردات القطرية Diagonal Entries عبارة عن الفرق بين ساعات العمل النمطية للإنتاج الفعلي وساعات العمل الفعلية (Δ ت ر) ، ثم يتم ضرب متجه الصف السابق في المصفوفة القطرية التي يتم بياتها وذلك لتحديد انحراف الكفاءة لبنود التكاليف ويكون ذلك كآلاتي:

انحراف الكفاءة للعناصر المختلفة للتكاليف = الصناعية غير المباشرة

$$\begin{bmatrix} \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & (\Delta ت_{ر}) \\ \ldots & \ldots & \ldots & (\Delta ت_{ر}) & \ldots \\ \ldots & \ldots & (\Delta ت_{ر}) & \ldots & \ldots \\ \ldots & (\Delta ت_{ر}) & \ldots & \ldots & \ldots \\ (\Delta ت_{ر}) & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{bmatrix} [(ح جـ_5) (ح جـ_4) (ح جـ_3) (ح جـ_2) (ح جـ_1)]$$

$$[193006000\ 7700\ 8000\ 900]0 = \begin{bmatrix} \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & 10000 \\ \ldots & \ldots & \ldots & 10000 & \ldots \\ \ldots & \ldots & 10000 & \ldots & \ldots \\ \ldots & 10000 & \ldots & \ldots & \ldots \\ 10000 & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{bmatrix} [193\ \ 06\ \ 077\ \ 08\ \ 09] =$$

ويتضح من ذلك أن انحراف الكفاءة لمختلف بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة في صالح المشروع ويساوي 9000 دينار للمواد غير المباشرة ، 8000 دينار للأجور غير المباشرة ، وبمصاريف الصيانة 7700 دينار ، ولمصاريف الاستهلاك 6000 دينار ، وللمصاريف الصناعية المتنوعة 19300 دينار ، ويلاحظ أن انحراف الكفاءة الإجمالي يساوى حاصل ضرب معدل التحميل التقديري الإجمالي في الفرق بين الساعات النمطية للإنتاج الفعلي والساعات الفعلية (10000x5 = 50000 دينار) وهذا الانحراف في صالح المشروع ويساوي مجموع الانحرافات السابقة لمختلف بنود التكاليف ، ويتم تحليل هذا الانحراف إلى انحراف الكفاءة للجزء الثابت والمتغير لمختلف بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وذلك كالآتي :

❖❖ **يتحدد انحراف الكفاءة للجزء الثابت للتكاليف الصناعية غير المباشرة علي ضوء العمليات التالية :**

أ – تحديد متجه صف يتضمن (ن) من العناصر والتي عددها يساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وقيمة كل عنصر (ح ث ر) تعبر عن معدل التحميل التقديري للجزء الثابت وذلك لمختلف بنود التكاليف.

ب- تحديد المصفوفة القطرية Diagonal Matrix والتي تكون العناصر القطرية Diagonal Elements لها عبارة عن الفرق بين ساعات العمل النمطية للإنتاج الفعلي والساعات الفعلية (Δ ت ر)، ويضرب متجه الصف المحدد في الفقرة (أ) في المصفوفة القطرية يتم تحديد انحراف الكفاءة للجزء الثابت وذلك للعناصر المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة، ويكون ذلك كالآتي:

إنحراف الكفاءة للجزء الثابت لمختلف عناصر التكاليف =

$$[\text{ح ث}_1 \quad \text{ح ث}_2 \quad \text{ح ث}_3 \quad \text{ح ث}_4 \quad \text{ح ث}_5] \begin{bmatrix} (\Delta\text{ت ر}) & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & (\Delta\text{ت ر}) & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & (\Delta\text{ت ر}) & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & (\Delta\text{ت ر}) & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & (\Delta\text{ت ر}) \end{bmatrix}$$

$$[\text{صفر} \quad \text{صفر} \quad 007 \quad 060 \quad 033] = [\text{صفر} \quad \text{صفر} \quad 700 \quad 6000 \quad 3300] \begin{bmatrix} 10000 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & 10000 & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & 10000 & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & 10000 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 10000 \end{bmatrix}$$

ويتضح من النتائج السابقة إن انحراف الكفاءة للجزء الثابت لكل من المواد الغير مباشرة والأجور غير المباشرة يساوى صفر، بينما انحراف الكفاءة للعناصر الأخرى للتكاليف غير المباشرة وللجزء الثابت يساوى 700 دينار لمصاريف الصيانة، 6000 دينار لمصاريف الاستهلاك، 3300 دينار للمصاريف الصناعية المتنوعة، وجدير بالإشارة أن حاصل ضرب معدل التحميل التقديري للجزء الثابت للتكاليف في الفرق بين الساعات النمطية للإنتاج الفعلي والساعات الفعلية

(10000x1) يساوي انحراف الكفاءة للعناصر الثابتة للتكاليف وهو في صالح المشروع ويساوى مجموع انحرافات الكفاءة لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة.

❖❖ يتحدد انحراف الكفاءة للجزء المتغير للتكاليف الصناعية غير المباشرة، علي ضوء الاعتبارات التالية:

أ- تحديد متجه صف يتضمن عناصر عددها (ن) تساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وقيمة كل عنصر (ح غ ر) تعبر عن معدل التحميل التقديري للجزء المتغير للبنود المختلفة للتكاليف.

تحديد المصفوفة القطرية Diagonal Matrix والتي تكون المفردات القطرية Diagonal Entries لها عبارة عن الفرق بين ساعات العمل النمطية للإنتاج الفعلي وساعات العمل الفعلية(Δ ت ر) وبضرب متجه الصف المحدد في الفقرة(أ) في المصفوفة القطرية يتم تحديد انحراف الكفاءة للجزء المتغير للبنود المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة، وذلك علي النحو التالي:

إنحراف الكفاءة للجزء المتغير لمختلف عناصر التكاليف =

$$[(ح\ غ_1)\ (ح\ غ_2)\ (ح\ غ_3)\ (ح\ غ_4)\ (ح\ غ_5)] \begin{bmatrix} (\Delta ت_ر) & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & (\Delta ت_ر) & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & (\Delta ت_ر) & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & (\Delta ت_ر) & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & (\Delta ت_ر) \end{bmatrix}$$

$$[16000 \quad \text{صفر} \quad 7000 \quad 8000 \quad 9000] =$$

$$\begin{bmatrix} 10000 & ..... & ..... & ..... & ..... \\ ..... & 10000 & ..... & ..... & ..... \\ ..... & ..... & 10000 & ..... & ..... \\ ..... & ..... & ..... & 10000 & ..... \\ ..... & ..... & ..... & ..... & 10000 \end{bmatrix} [1.6 \quad \text{صفر} \quad 0.7 \quad 0.8 \quad 0.9] =$$

ويتضح من ذلك أن انحراف الكفاءة للجزء المتغير لكل من المواد غير المباشرة يساوى **9000** دينار، والأجور غير المباشرة **8000** دينار، ولمصاريف الصيانة **7000** دينار، وللمصاريف الصناعية المتنوعة **16000** دينار، غير أن انحراف الكفاءة لمصاريف الاستهلاك يساوى صفر، وجدير بالذكر أن حاصل ضرب الفرق بين الساعات النمطية للإنتاج الفعلي والساعات الفعلية في معدل التحميل التقديري للجزء المتغير (4x10000) يساوى انحراف الكفاءة للعناصر المتغيرة للتكاليف ، وهو في صالح المشروع ويلاحظ أن قيم الإنحراف لكل من الجزء الثابت والجزء المتغير يساوى انحراف الكفاءة لبنود التكاليف الصناعية غير المباشرة.

رابعاً: تحديد انحراف الطاقة:

يتحدد انحراف الطاقة لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة علي ضوء العمليات التالية:

أ- تحديد متجه صف يتضمن (ن) من العناصر والتي تساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وتعبر قيمة كل عنصر(ح ث،)عن معدل التحميل التقديري للجزء الثابت لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة.

ب- تحديد المصفوفة القطرية Diagonal Matrix والتي يكون العناصر القطرية Diagonal Elements لها عبارة عن الفرق بين ساعات العمل الفعلية والساعات لمستوى الطاقة المعيارى (ت ف ط ر) ، ثم يتم ضرب متجه الصف السابق في المصفوفة القطرية التي تم بيانها وذلك لتحديد انحراف الطاقة لمختلف بنود التكاليف وذلك على النحو التالي :

إنحراف الطاقة للعناصر المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة =

$$= [\text{صفر} \quad \text{صفر} \quad 0.07 \quad 0.6 \quad 0.33] \begin{bmatrix} (\text{ت ف ط ر}) & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & (\text{ت ف ط ر}) & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & (\text{ت ف ط ر}) & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & (\text{ت ف ط ر}) & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & (\text{ت ف ط ر}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{ح ث 1} \\ \text{ح ث 2} \\ \text{ح ث 3} \\ \text{ح ث 4} \\ \text{ح ث 5} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 15000- & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & 15000- & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & 15000- & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & 15000- & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 15000- \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.33 \\ 0.6 \\ 0.07 \\ \text{صفر} \\ \text{صفر} \end{bmatrix} = [4950- \quad 9000- \quad 1050- \quad \text{صفر} \quad \text{صفر}]$$

ويتضح من الناتج السابق أن إنحراف الطاقة لبنود التكاليف الصناعية غير المباشرة في غير صالح المشروع ويساوي ١٠٥٠- دينار لمصاريف الصيانة، ولمصاريف الاستهلاك ٩٠٠٠- دينار، وللمصاريف الصناعية المتنوعة ٤٩٥٠- دينار، وهذا الإنحراف يساوي صفر بالنسبة لبقية بنود التكاليف وجدير بالإشارة أن إنحراف الطاقة الإجمالي يساوي حاصل ضرب معدل التحميل التقديري للجزء الثابت في الفرق بين الساعات الفعلية وساعات مستوى الطاقة المعياري (15000-X1) وهو في غير صالح المشروع ويساوي مجموع الإنحرافات السابقة لمختلف بنود التكاليف.

الموازنة المرنة Flexible Budget وطريقة التحليل الثنائي للإنحرافات Two-Variance Analysis Method:

جدير بالإشارة أن تحليل إنحرافات التكاليف الصناعية غير المباشرة باستخدام الموازنة المرنة Flexible Budget يعطي مدلول أفضل لكل من إنحرافات الإنفاق، وإنحراف الطاقة[1] ويجب بيان الإنحرافات الخاضعة للرقابة Controllable Variance والإنحرافات غير الخاضعة للرقابة Non-Controllable Variance وذلك على أساس طريقة التحليل الثنائي[2] للإنحرافات Two-Variance Analysis Method ويتم تحديد الإنحرافات الخاضعة للرقابة على ضوء متجهات الأعمدة Columns Vectors وذلك كما يتضح من العمليات التالية:

أ. ضرب ساعات مستوى الطاقة المعياري في متجه عمود يتضمن (ن) من العناصر التي عددها يساوي عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة، وقيمة كل عنصر (ح ث ر) تعبر عن معدل التحميل التقديري الثابت لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة.

ب. ضرب الساعات النمطية للإنتاج الفعلي في متجه عمود يتضمن عناصر عددها (ن) وتساوي عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة، وقيمة كل عنصر (ح غ ر) تعبر عن معدل التحميل التقديري المتغير لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة.

جـ. تحديد متجه عمود يتضمن عناصر عددها (ن) وقيمة كل عنصر (ف ج ر + Δ ف جـ ر) تمثل التكاليف الفعلية الإجمالية لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة، وبطرح هذه القيمة من حاصل جمع الناتج في (أ) والناتج في (ب) يتم تحديد الانحرافات الخاضعة للرقابة لمختلف عناصر التكاليف، ويكون ذلك كالآتي:

---

١) د. عباس شافعى د. منير محمود سالم المحاسبة الإدارية، مرجع سابق ٢٥٦.

2) RALPH S. POLIMENI, FRANK J.FABOZZI. ARTHUR H. ADELBERG. Cost Accounting Concepts and Applications for Managerial Decision making, McGraw-Hill international Edition, PP. 486-478.

الإنحراف الخاضعة للرقابة = ساعات مستوى الطاقة المعيارى

$$\begin{bmatrix} (ف_{1جـ} \Delta ف_{1جـ}+) \\ (ف_{2جـ} \Delta ف_{2جـ}+) \\ (ف_{3جـ} \Delta ف_{3جـ}+) \\ (ف_{4جـ} \Delta ف_{4جـ}+) \\ (ف_{5جـ} \Delta ف_{5جـ}+) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (ح غ_1) \\ (ح غ_2) \\ (ح غ_3) \\ (ح غ_4) \\ (ح غ_5) \end{bmatrix} \text{الفعلي} \quad \text{للإنتاج} \quad \text{النمطية} \quad \text{الساعات} \quad + \begin{bmatrix} (ح ث_1) \\ (ح ث_2) \\ (ح ث_3) \\ (ح ث_4) \\ (ح ث_5) \end{bmatrix}$$

إنحراف التكاليف الخاضعة للرقابة

$$\begin{bmatrix} 2700- \\ 3400- \\ 1850- \\ صفر \\ 3650- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38700 \\ 35400 \\ 33000 \\ 27000 \\ 82500 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 36000 \\ 32000 \\ 31150 \\ 27000 \\ 78850 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38700 \\ 35400 \\ 33000 \\ 27000 \\ 82500 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 36000 \\ 32000 \\ 28000 \\ صفر \\ 64000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} صفر \\ صفر \\ 3150 \\ 27000 \\ 14850 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38700 \\ 35400 \\ 33000 \\ 27000 \\ 82500 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.90 \\ 0.80 \\ 0.70 \\ صفر \\ 1.6 \end{bmatrix} 40000- \begin{bmatrix} صفر \\ صفر \\ 0.07 \\ 0.60 \\ 0.33 \end{bmatrix} 45000-$$

ويتضح من ذلك أن انحرافات التكاليف الخاضعة للرقابة لعناصر التكاليف الصناعية غير مباشرة في غير صالح المشروع وتساوي 2700 دينار للمواد غير المباشرة ، وللأجور غير المباشرة 3400 دينار ، ولمصاريف الصيانة ١٨٥٠ دينار وللمصاريف الصناعية المتنوعة ٣٦٥٠ دينار ، وهذا الانحراف يساوي صفر بالنسبة لمصاريف الاستهلاك ، وجدير بالذكر أن أجمالي الانحرافات الخاضعة للرقابة يساوي ناتج طرح التكاليف الفعلية من حاصل جمع التكاليف الثابتة المقدرة وحاصل ضرب معدل التحميل التقديرى المتغير فى الساعات النمطية للإنتاج الفعلي [45000+(40000x4)-216600=-11600 دينار) وهو في غير صالح المشروع ويساوي مجموع الانحرافات السابقة بياتها وذلك لمختلف بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة .

❖❖ ويتم تحديد الانحرافات غير الخاضعة للرقابة لمختلف عناصر التكاليف الصناعية الغير مباشرة ، على ضوء العمليات التالية :

أ – تحديد متجه صف يتضمن عناصر عددها (ن) وتساوى عدد بنود التكاليف الصناعية غير مباشرة وقيمة كل عنصر (ح ث ر) تعبر عن معدل التحميل التقديري الثابت لمختلف عناصر التكاليف .

ب – تحديد المصفوفة القطرية Diagonal Matrix والتي تكون المفردات القطرية Diagonal Entries لها عبارة عن الفرق بين ساعات العمل النمطية للإنتاج الفعلي وساعات مستوي الطاقة المعياري (ت ر ط ر) ، ثم يتم ضرب متجه الصف السابق في المصفوفة القطرية لتحديد الانحرافات غير الخاضعة للرقابة لمختلف بنود التكاليف ويكون ذلك علي النحو التالي :

إنحراف التكاليف غير الخاضعة للرقابة =

$$\begin{bmatrix} (ت_{ر}ط_{ر}) & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & (ت_{ر}ط_{ر}) & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & (ت_{ر}ط_{ر}) & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & (ت_{ر}ط_{ر}) & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & (ت_{ر}ط_{ر}) \end{bmatrix} [(ح_{ث1}) \ (ح_{ث2}) \ (ح_{ث3}) \ (ح_{ث4}) \ (ح_{ث5})]$$

$$= [\text{صفر} \quad \text{صفر} \quad 0.07 \quad 0.6 \quad 0.33] \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 5000 \\ \cdots & \cdots & \cdots & 5000 & \cdots \\ \cdots & \cdots & 5000 & \cdots & \cdots \\ \cdots & 5000 & \cdots & \cdots & \cdots \\ 5000 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} = [\text{صفر} \quad \text{صفر} \quad 350 \quad 3000 \quad 1650]$$

ويتضح من النتائج السابقة أن انحرافات التكاليف غير الخاضعة للرقابة لعناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة في غير صالح المشروع ويساوي 350 دينار لمصاريف الصناعية، ويساوي 3000 دينار لمصارف الاستهلاك، ويساوي 1650دينار للمصاريف المتنوعة، الانحراف يساوي صفر بالنسبة للمواد غير

المباشرة ، وللأجور غير المباشرة ، وجدير بالإشارة أن إجمالي الانحرافات غير الخاضعة للرقابة يساوي حاصل ضرب معدل التحميل التقديري الثابت للتكاليف الصناعية غير المباشرة في الفرق بين الساعات النمطية للإنتاج الفعلي وساعات الطاقة العادية (X1 -5000) وهو في غير صالح المشروع ويساوى مجموع الانحرافات غير الخاضعة للرقابة والخاصة بمختلف عناصر التكاليف .

الموازنة المرنة FLEXIBLE BUDGET وطريقة التحليل الرباعي للانحرافات FOUR -VARIANCE ANALYSIS METHOD :

يتم تحليل الانحراف الإجمالي للتكاليف الصناعية غير المباشرة ، عند اتباع طريقة التحليل الرباعي للانحرافات Four – Variance Analysis Method علي أساس تحليل الانحرافات الخاضعة للرقابة Controllable Variance إلى انحرافين، وتحليل الانحرافات غير الخاضعة للرقابة Non –Variance Controllable إلى انحرافين أيضا ويكون ذلك علي ضوء المصفوفات القطرية Diagonal Matrices ومتجهات الصفوف والأعمدة علي النحو التالي :

• انحراف الكفاءة: يتحدد انحراف الكفاءة لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة على ضوء العلميات التالية :

أ – تحديد متجه صف يتضمن عناصر عددها (ن) والتي تساوي عدد بنود التكاليف غير المباشرة وقيمة كل عنصر (ح غ ر) يمثل معدل التحميل التقديري للجزء المتغير لمختلف بنود التكاليف .

ب – تحديد المصفوفة القطرية Diagonal Matrix والتي تكون العناصر القطرية Diagonal Element لها عبارة عن الفرق بين ساعات العمل النمطية للإنتاج الفعلي وساعات العمل الفعلية (Δ ت ر) ثم يتم ضرب متجه الصف السابق في المصفوفة القطرية لتحديد انحراف الكفاءة للعناصر المختلفة للتكاليف ، ويكون ذلك كالآتي

إنحراف الكفاءة للعناصر المختلفة للتكاليف الصناعية غير المباشرة=

$$\begin{bmatrix} \Delta ت_{ر} & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \Delta ت_{ر} & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \Delta ت_{ر} & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \Delta ت_{ر} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \Delta ت_{ر} \end{bmatrix} [ح غ_{1} \quad ح غ_{2} \quad ح غ_{3} \quad ح غ_{4} \quad ح غ_{5}]$$

$$= [9000 \quad 8000 \quad 7000 \quad \text{صفر} \quad 16000]$$

$$= [0.9 \quad 0.8 \quad 0.7 \quad \text{صفر} \quad 1.6] \begin{bmatrix} 10000 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & 10000 & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & 10000 & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & 10000 & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 10000 \end{bmatrix}$$

ويتضح من ذلك أن انحراف الكفاءة لعناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة في صالح المشروع ويساوي 9000 دينار للمواد غير المباشرة ، وللأجور غير المباشرة 8000 دينار ، ولمصاريف الصيانة يساوي7000 دينار ، وللمصاريف الصناعية المتنوعة 16000دينار ، وهذا الانحراف يساوي صفر لمصاريف الاستهلاك ، وجديرا بالملاحظة أنه في ظل التحليل الرباعي فإن انحراف الكفاءة الإجمالي يساوي حاصل ضرب معدل التحميل التقديري المتغير للتكاليف في الفرق بين الساعات النمطية للإنتاج الفعلي والساعات الفعلية (10000x4) وهذا الانحراف في صالح المشروع ويساوي مجموع انحراف الكفاءة لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة .

❖❖ انحراف إنفاق : يتحدد انحراف الإنفاق لمختلف عناصر التكاليف غير المباشرة علي ضوء العلميات التالية :

أ – ضرب ساعات العمل المباشر لمستوي الطاقة المعياري في متجه عمود يتضمن (ن) من العناصر والتي عددها يساوي عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة ، وقيمة كل عنصر (ح ث ر) تعبر عن معدل التحميل التقديري الثابت لمختلف عناصر التكاليف.

ب – ضرب ساعات العمل الفعلية في متجه عمود يتضمن عناصر عددها (ن) وتساوي عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وقيمة كل عنصر (ح غ ر) يمثل معدل التحميل التقديري المتغير لمختلف عناصر التكاليف.

ج – تحديد متجه عمود يتضمن (ن) من العناصر والتي عددها يساوي عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة ، وقيمة كل عنصر (ف جـ ر +Δ ف جـ ر) يمثل التكاليف الفعلية الإجمالية لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة ، وبطرح هذه القيمة من حاصل جمع الناتج في (أ) والناتج في (ب) يتم تحديد انحراف الإنفاق لعناصر التكاليف ، ويكون ذلك كالآتي :

إنحراف الإنفاق لمختلف بنود التكاليف = ساعات العمل لمستوى الطاقة المعيارى

$$\begin{bmatrix} (ف\ جـ_1 + \Delta ف\ جـ_1) \\ (ف\ جـ_2 + \Delta ف\ جـ_2) \\ (ف\ جـ_3 + \Delta ف\ جـ_3) \\ (ف\ جـ_4 + \Delta ف\ جـ_4) \\ (ف\ جـ_5 + \Delta ف\ جـ_5) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} (ح\ غ_1) \\ (ح\ غ_2) \\ (ح\ غ_3) \\ (ح\ غ_4) \\ (ح\ غ_5) \end{bmatrix} \text{ الساعات النمطية للإنتاج الفعلي } + \begin{bmatrix} (ح\ ث_1) \\ (ح\ ث_2) \\ (ح\ ث_3) \\ (ح\ ث_4) \\ (ح ث_5) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 11700 \\ 11400 \\ 8850 \\ صفر \\ 19650 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38700 \\ 35400 \\ 33000 \\ 27000 \\ 82500 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 27000 \\ 24000 \\ 24150 \\ 27000 \\ 62850 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38700 \\ 35400 \\ 33000 \\ 27000 \\ 82500 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 27000 \\ 24000 \\ 21000 \\ صفر \\ 48000 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} صفر \\ صفر \\ 3150 \\ 27000 \\ 14850 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 38700 \\ 35400 \\ 33000 \\ 27000 \\ 82500 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0.90 \\ 0.80 \\ 0.70 \\ صفر \\ 1.6 \end{bmatrix} 30000 + \begin{bmatrix} صفر \\ صفر \\ 0.07 \\ 0.60 \\ 0.33 \end{bmatrix} 45000 =$$

ويتضح من النتائج السابقة أن انحراف الإنفاق لعناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة في غير صالح المشروع ويساوي 11700 دينار للمواد غير المباشرة، ويساوي 11400 دينار للأجور غير المباشرة ويساوي 8850 دينار لمصاريف الصيانة ، ويساوي 19650 دينار للمصاريف الصناعية المتنوعة، وهذا الانحراف يساوي صفر بالنسبة لمصاريف الاستهلاك، وجدير بالإشارة أنه في ظل التحليل الرباعي فإن انحراف الإنفاق الإجمالي يساوي ناتج طرح التكاليف الفعلية ، من قيمة التكاليف الثابتة المقدرة، مضافا إليها حاصل ضرب المعدل المتغير في الساعات الفعلي [(45000+4x30000—216600) = - 51600 دينار] وهو انحراف في غير صالح المشروع ويساوي مجموع انحراف الإنفاق لمختلف عناصر التكاليف، ويلاحظ أن مجموع قيم انحراف الكفاءة وانحراف الإنفاق في ظل التحليل الرباعي يساوي قيمة الانحرافات الخاضعة للرقابة وذلك في ظل التحليل الثنائي لانحرافات التكاليف.

انحراف التنفيذ (انحراف فاعلية التشغيل) : وهو يمثل مدي فاعلية[1] المشرف علي مراكز الإنتاج في استخدام الطاقة الإنتاجية التي يعتبر مسئولا عن استخدامها ويتحدد انحراف التنفيذ لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة علي ضوء العلميات التالية :

أ- تحديد متجه صف يتضمن عناصر عددها (ن) ويساوي عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وقيمة كل عنصر (ح ث ر) تعبر عن معدل التحميل التقديري الثابت لمختلف عناصر التكاليف.

ب- تحديد المصفوفة القطرية Diagonal Matrix والتي تكون المفردات القطرية Diagonal Entries عبارة عن الفرق بين ساعات العمل النمطية للإنتاج الفعلي والساعات الفعلية (Δ ت ر) وبضرب متجه الصف السابق في المصفوفة القطرية يتم تحديد انحراف التنفيذ لمختلف عناصر التكاليف ، ويكون ذلك علي النحو التالي :

١) د. عباس شافعى ، د. منير محمود سالم، المحاسبة الإدارية، مرجع سابق، ص 258.

انحراف التنفيذ لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة=

$$\begin{bmatrix} (\Delta\text{ت ر}) & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & (\Delta\text{ت ر}) & \cdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & (\Delta\text{ت ر}) & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & (\Delta\text{ت ر}) & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & (\Delta\text{ت ر}) \end{bmatrix} [(\text{ح ث}_1)\ (\text{ح ث}_2)\ (\text{ح ث}_3)\ (\text{ح ث}_4)\ (\text{ح ث}_5)]$$

$$= [\text{صفر} \quad \text{صفر} \quad 0.7 \quad 0.6 \quad 0.33] \begin{bmatrix} \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 10000 \\ \cdots & \cdots & \cdots & 10000 & \cdots \\ \cdots & \cdots & 10000 & \cdots & \cdots \\ \cdots & 10000 & \cdots & \cdots & \cdots \\ 10000 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{bmatrix} = [\text{صفر} \quad \text{صفر} \quad 700 \quad 6000 \quad 3300]$$

ويتضح من ذلك أن انحراف التقيد (انحراف فاعلية التشغيل) لعناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة في صالح المشروع ويساوي 700 دينار لمصاريف الصيانة، ويساوى 6000 دينار لمصاريف الاستهلاك ، ويساوي 3300 دينار للمصاريف الصناعية المتنوعة ، وهذا الانحراف يساوي صفر لكل من المواد غير مباشرة، والأجور غير المباشرة، وجدير بالملاحظة أنه في ظل التحليل الرباعي، فان انحراف التنفيذ الإجمالي يساوي حاصل ضرب معدل التحليل التقديري والثابت في الفرق بين الساعات النمطية للإنتاج الفعلي والساعات الفعلية (10000x1) وهذا الانحراف في صالح المشروع ، ويساوي مجموع انحرافات فاعلية التشغيل لمختلف عناصر التكاليف.

❖ انحراف الطاقة : يتحدد انحراف الطاقة لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة على ضوء العمبيات التالية :

أ – تحديد متجه صف يتضمن (ن) من العناصر والتي تساوي عدد بنود التكاليف الصناعية غير المباشرة وقيمة كل عنصر (ح ث ر) تعبر عن معدل التحميل التقديري الثابت لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة.

ب – تحديد المصفوفة القطرية Diagonal Matrix والتي تكون العناصر القطرية Diagonal Elements لها عبارة عن الفرق ساعات العمل الفعلية وساعات العمل المباشر لمستوي الطاقة (ت ى ط ر) ، ثم يتم ضرب متجه الصف السابق في المصفوفة القطرية وذلك لتحديد انحراف الطاقة للعناصر المختلفة ويكون ذلك كالآتي :

انحراف الطاقة لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة=

$$\begin{bmatrix} \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & (\text{ت ف ط ر}) \\ \ldots & \ldots & \ldots & (\text{ت ف ط ر}) & \ldots \\ \ldots & \ldots & (\text{ت ف ط ر}) & \ldots & \ldots \\ \ldots & (\text{ت ف ط ر}) & \ldots & \ldots & \ldots \\ (\text{ت ف ط ر}) & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{bmatrix} [(\text{ح ث}_5)\ (\text{ح ث}_4)\ (\text{ح ث}_3)\ (\text{ح ث}_2)\ (\text{ح ث}_1)]$$

$$[\text{صفر} \quad \text{صفر} \quad 0.7 \quad 0.6 \quad 0.33] \begin{bmatrix} \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & 15000- \\ \ldots & \ldots & \ldots & 15000- & \ldots \\ \ldots & \ldots & 15000- & \ldots & \ldots \\ \ldots & 15000- & \ldots & \ldots & \ldots \\ 15000- & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{bmatrix} = [\text{صفر} \quad \text{صفر} \quad 1050- \quad 9000- \quad 4950-]$$

ويتبين من النتائج السابقة أن انحراف الطاقة لعناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة في غير صالح المشروع ويساوي لمصاريف الصيانة 1050 دينار ، ويساوي لمصاريف الاستهلاك 9000 دينار ، ويساوي 4950 دينار للمصاريف الصناعية المتنوعة ، وهذه الانحراف يساوي صفر لكل من المواد غير المباشرة والأجور غير المباشرة ، وجدير بالإشارة أن انحراف الطاقة الإجمالي يساوي حاصل ضرب معدل التحميل التقديري الثابت في الفرق بين الساعات الفعلية وساعات العمل المباشر لمستوي الطاقة المعياري (15000-x1) وهذا الانحراف في غير صالح المشروع ، ويساوي مجموع انحرافات الطاقة لمختلف عناصر التكاليف ، ويلاحظ أن مجموع انحراف فاعلية التشغيل وانحراف الطاقة في ظل التحليل الرباعي يساوى قيمة الانحرافات غير الخاضعة للرقابة وذلك في ظل التحليل الثنائي للتكاليف ومما لاشك فيه أن استخدام منهج المصفوفات MATRICES الرياضة لبيان الانحرافات بين

التكاليف المعيارية والتكاليف الفعلية إذا تم عن طريق الحاسب الإلكتروني وخاصة في حالة كبر العمليات وتعدد مختلف الأنشطة، فإنه يمكن توفير معلومات إجمالية وتفصيلية ، وهذا يساعد علي زيادة الفاعلية في الرقابة علي التكاليف ، ويؤدي إلي نجاح نظام محاسبة المسئولية Responsibility Accounting ، ونتيجة ذلك تتحقق العديد من الآثار الإيجابية لتحليل ومعرفة الأسباب وتحديد المسئولية عن التكاليف ، وتقتضي الضرورة استخدام الأساليب الرياضية الحديثة Modern Mathematics Techniques التي تناسب منهج الحاسبات الإلكترونية حيث يساعد علي معالجة كثير من الأمور والمشاكل مثل مشاكل التكاليف، وبالتالي يتم بالاستفادة من مميزات هذه الحاسبات والتي منها السرعة الفائقة والدقة المتناهية، والطاقة الهائلة لتخزين المعلومات، ـ والقدرة الكبيرة للحصول عليها في أي وقت، وإذا تم وضع مشاكل التكاليف في قالب الرياضة الحديثة، فإنه يتم الاستفادة من المميزات السابقة ، وبذلك يمكن توفير البيانات والمعلومات اللازمة لترشيد القرارات وتتحقق الأهداف المطلوبة من أهمية دور التكاليف للإدارة العلمية الحديثة.

خلاصة البحث

غني عن البيان أن تقدم العلوم الرياضية انعكس إيجابيا علي تحقيق التقدم والتطور في مجال كثير من العلوم مثل المحاسبة والإدارة والاقتصاد ، ويتطلب الأمر استخدام الرياضة الحديثة Modern Mathematics Techniques التي تناسب منهج الحاسبات الإلكترونية ، حيث أن ذلك يساعد علي معالجة كثير من الأمور والمشاكل مثل مشاكل التكاليف ، وبالتالي يمكن الاستفادة من مميزات هذه الحاسبات والتي منها السرعة الفائقة ، والدقة المتناهية، والطاقة الهائلة لتخرين المعلومات ، والقدرة الكبيرة للحصول عليها في أي وقت ، وإذا تم وضع مشاكل التكاليف في قالب الرياضة الحديثة فإنه يتم الاستفادة من المميزات السابقة ، وبذلك يمكن توفير البيانات والمعلومات اللازمة لترشيد القرارات ، وتتحقق الأهداف المطلوبة من دور التكاليف وأهميتها للإدارة العلمية الحديثة.

وتقضي الضرورة مقارنة التكاليف الفعلية Actual Costs بالتكاليف النمطية Standard Costs لمعرفة الانحرافات، وتكون هذه الانحرافات مرغوبا فيها Favorable إذا كانت التكاليف الفعلية أقل من التكاليف النمطية ، وإذا كانت التكاليف الفعلية أكبر من التكاليف النمطية يكون الانحراف غير مرغوبا فيه Unfavorable ، ويؤدى تحديد وتحليل وفحص الانحرافات بشكل صحيح إلى نتائج إيجابية ، ولقد استخدم الباحث المصفوفات Matrices في تحديد انحرافات التكاليف ، والمصفوفة هي ترتب في شكل صفوف وأعمدة لإعداد أو معلمات عدة دوال أو لقيم المتغيرات في هذه الدوال ، بحيث تكون لكل منها مكانة المحدد ضمن المصفوفة وتسمي الأعداد أو المعلمات أو قيم المتغيرات بعناصر المصفوفة ، ويطلق علي العناصر الأفقية الصفوف، وعلي العناصر الرأسية الأعمدة[1] وتوجد أنواع عديدة من المصفوفات منها المصفوفة المربعة Square Matrix والمصفوفة الصفرية

١) د. عبد العزيز فهمى هيكل، الرياضيات، والإدارة الاقتصادية، دار النهضة العربية – لبنان – بيروت ص٢٨١.

Zero Matrix والمصفوفة القطرية Diagonal Matrix ، وتضمن البحث منهج استخدام المصفوفات الرياضية لبيان انحرافات تكاليف المواد المباشرة والعمل المباشر والتكاليف الصناعية غير المباشرة.

*** ولقد تم توضيح التطبيق العلمي لمنهج استخدام المصفوفات الرياضية لبيان انحرافات التكاليف الخاصة بالمواد المباشرة والعمل المباشر علي ضوء الآتي:

- متجهات الصفوف Rows Vectors ومتجهات الأعمدة Cloumns Vectors ولبتي منها .
- متجه الصف Row Vector والذي يمثل السعر المعياري للمواد الأولية ومتجه الصف لمعدل الأجر المعياري.
- متجه العمود Columns Vector والذي يمثل الفرق بين الكميات الفعلية والمعيارية للمواد الأولية ومتجه العمود الذي يشمل الفرق بين معدل الأجر الفعلي ومعدل الأجر المعياري.
- مصفوفة الكميات للمواد المباشرة والعمل المباشر ، والتي تتكون من ثلاثة صفوف ويتحدد عدد أعمدة المصفوفة بعدد المواد الأولية المستخدمة في الإنتاج وذلك في حالة مصفوفة الكميات للمواد الخام، وفي حالة مصفوفة العمل المباشر بعدد أنواع المنتجين.
- المصفوفات القطرية Diagonal Matrices للأسعار الفعلية والمعيارية لمختلف المواد المباشرة، والمصفوفات القطرية للمعدلات الفعلية والمعيارية لأجور المنتجين، وجدير بالإشارة أن لكل مصفوفة عناصر قطرية Diagonal Elements تختلف عن عناصر المصفوفات الأخرى.

*** وتم بيان التطبيق العملي لمنهج استخدام المصفوفات الرياضية لتحديد انحرافات التكاليف الصناعية غير المباشرة

وفي حالة الموازنة الثابتة Fixed Budget ، وعند اتباع أسلوب الموازنة المرنة Flexible Budget وفي ظل طريقة التحليل الثنائي Two-Variance Analysis Method وطريقة التحليل الثلاثي Three – Variance Analysis Method وطريقة التحليل الرباعي Four ـVariance Analysis Method علي ضوء الآتي :

❖ متجهات الصفوف Rows Vectors ومتجهات الأعمدة Columns Vectors والتي منها :

- متجه العمود Columns Vector الذي يمثل معدل التحميل الإجمالي التقديري والفعلي لمختلف عناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة .
- متجه الصف Row Vector الذي يمثل الفرق بين معدل التحميل المتغير الفعلي والتقديري لعناصر التكاليف الصناعية غير المباشرة .
- المصفوفات القطرية Diagonal Matrices المختلفة والتي تكون العناصر القطرية Diagonal Element عبارة عن ساعات وقت العمل الفعلية للمصفوفة الأولي ، والفرق بين الساعات النمطية للإنتاج الفعلى والساعات الفعلية للمصفوفة الثانية ، والفرق بين ساعات العمل الفعلية وساعات مستوي الطاقة المعياري للمصفوفة الثالثة ، والفرق بين ساعات العمل النمطية للإنتاج الفعلي وساعات مستوي الطاقة المعياري للمصفوفة الرابعة .

وجدير بالإشارة أنه إذا استخدم منهج المصفوفات الرياضية لتحيد انحرافات التكاليف عن طريق الحاسب الإلكتروني وخاصة في حالة تعدد الأنشطة وكبر حجم العمليات ، فأنه يمكن توفير معلومات إجمالية وتفصيلية دقيقة ، وهذا يساعد علي زيادة الفاعلية في الرقابة علي التكاليف ، وبصفة عامة يفصل أسلوب

تحليل الانحرافات الذي يساعد علي توفير معلومات متكاملة ودقيقة للأسباب المختلفة للإنحرافات، وتحديد المسئولية عن حدوثها وبالتالي يتم اتباع الطريقة الصحيحة للمعالجة واتخاذ القرارات السليمة بصدد انحرافات التكاليف.

مراجع البحث

المراجع العربية

أ. كتب :

١- د . إبراهيم على إبراهيم عبد ربه، د يحيى سعد زغلول، مقدمة في الرياضة البحتة، لبنان بيروت،الدار الجامعية ١٩٨٨م.

٢- أحمد فرغلي محمد حسن، أصول محاسبة التكاليف ، كلية التجارة – جامعة القاهرة ، ٢٠٠٢م.

٣- أحمد فرغلي محمد حسن، نظم التكاليف – الجزء الثاني (الفعلية– والمعيارية) كلية التجارة، جامعة القاهرة ٢٠٠٢م.

٤- د . إسماعيل إبراهيم جمعه، د . زينات محمد محرم، عمر عباس العتر، محاسبة التكاليف – مدخل إداري، جامعة الإسكندرية – كلية التجارة ٢٠٠٠م.

٥- د . تشارلز . ت . هورنجورن، وآخرون، محاسبة التكاليف، مدخل إداري، الجزء الثاني، ترجمة د . حامد أحمد حجاج، دار المريخ للنشر، الرياض، السعودية، ١٩٩٦م.

٦- د . حسين عامر شرف، مبادئ محاسبة التكاليف، الجزء الأول – القاهرة– دار النهضة العربية.

٧- د . خليفة على ضو، محاسبة التكاليف، نظريات وتطبيق – الطبعة الأولى – ليبيا – طرابلس، منشورات الشركة العامة للنشر والتوزيع والإعلان.

٨- هوارد أنتون، برنارد كولن، الرياضيات وتطبيقاتها في العلوم الإدارية والاجتماعية – السعودية – الرياض – دار المريخ للنشر ٢٠٠٢م ترجمة د .هادي مجيد الحداد ، د . محمد بركات قنديل.

٩- د . عبد العزيز فهمي هيكل، الرياضيات والإدارة الاقتصادية ، دار النهضة العربية - بيروت - لبنان .

١٠- د . عباس شافعي، د . منير محمود سالم، المحاسبة الإدارية – القاهرة مكتبة عين شمس.

١١- د . محمد توفيق بلبع– التكاليف المعيارية لأغراض قياس وضبط التكاليف الفعلية، القاهرة، مكتبة الشباب.

١٢- د . محمد رضوان حلوه، محاسبة التكاليف المعيارية - سوريا - منشورات جامعة حلب، كلية الاقتصاد والإدارة.

ب. مجلات ورسائل علمية:

١- د . عباس الشافعي، تحليل انحرافات خط الربح، بحث نظام التكاليف المتغيرة المعيارية – المجلة القومية للاقتصاد والتجارة –كلية التجارة – جامعة عين شمس – القاهرة ١٩٧٨م.

٢- د . عبد الحي مرعي، حدود التخطيط وحدود الرقابة وتحليل الحساسية – محاولة للتغلب على بعض أوجه القصور في وضع المعايير وتحليل الانحرافات – التكاليف – مجلة علمية تصدرها الجامعة العربية للتكاليف مايو ١٩٧٥م.

٣- أ . محمد السعيد صديق الشحات – استخدام النماذج الكمية في الرقابة المحاسبية رسالة ماجستير – مقدمة لكلية التجارة – جامعة القاهرة ١٩٧١م.

٤- د . محمد محمود يوسف، كفاءة وفاعلية قواعد تحليل وفحص انحرافات التكلفة المجلة العلمية – كلية الإدارة والاقتصاد ، الدوحة – جامعة قطر – العدد الرابع ١٩٩٣م.

٥- د . ليلي فتح الله، الإطار الذي يحكم المحاسبة والإدارة – المجلة العلمية للاقتصاد والتجارة (١٩٨١م) كلية التجارة – جامعة عين شمس.

المراجع الأجنبية

1-CHARLES T. HORGREN, GEORGE FOSTER, SRTKANT M. DATAR, "Cost Accounting A Managerial Emphasis" Englewood cliffs, New Jersy: Prentics-Hall, Inc.1994.

2- DARALD J HARTFIEL, Matrix Theory and Applications with Maltab, 2001 by CRC press llc, LONDON, NEW YORK.

3- FRANK AYRES , JR , "MATRICES" Mc GRAW-Hill International Book company, New York.

4- HORNGREN, C.T," Cost Accounting A Managerial Emphasis" Englewood Cliffs, New Jersy: prentice- Hall , inc., 1982

5-JAMES A. CASHIN & RALPH S. POLIMENT, "Cost Accounting" McGraw-Hill Book Company, New York, 1981.

6- KARIM M. ABADIR JAN R. Magnus Matrix Algebra, Cambridge University press, printed in The United States Of America, 2005

7- MICHAEL. W. MAHER WILLIARN: N LANEN, MADHAV V. RAJAN, Fundamentals of Cost Accounting, Mc Graw-Hill International Edition 2006.

8-NAGLAA M. ABD El LATIF, The study of the complex elgenvalue Assignment problem Associated with linear control system, Athesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the master degree in pure Mathematics, Monoufia University, faculty of science, 2002,

9-RALPH S. POLIMENI, FRANK J. FABOZZI. ARTHUR H.ADELBERG. Cost Accounting Concepts and Applications for Managerial Decision Making, McGraw-Hill International Edition,1991.