International Journal of Contemporary Humanities and Educational Science
المجلة الدولية للعلوم التربوية والإنسانية المعاصرة
IJCHES, volume 3, October 2024
Online ISSN: 2974-3079 Print ISSN: 2974-3060

Language and concepts as elements of thinking and their relationship to teaching mathematics

Hanan Ahmed Yahya Al-Saidi
Professor of Curriculum and Teaching Methods of Mathematics, King Khalid University, Saudi Arabia

Sharaf Faraj Sharaf Al-Shahrani

Doctoral researcher in curricula and teaching methods of mathematics

King Khalid University, Saudi Arabia

Date of receipt: August 25, 2024 Date of acceptance: September 30, 2024 Date of publication: October 2024

This article distributed under the erms of Creative Commons Attribution-Non- Commercial-No Derivs (CC BY-NC-ND) For non-commercial purposes, lets others distribute and copy the article, and to include I a collective work (such as an anthology), as long as they credit the thor(s) and provided they do not alter or modify the article and maintained and its original authors, cltation details and publisher are identified

Abstract

The article addresses language and concepts as elements of thought and highlights the relationship between language, concepts, and teaching of mathematics. It points to the importance of language in supporting teaching and emphasizes that concepts are components of the cognitive structure of mathematics. Through a descriptive approach and by reviewing studies, books, and relevant literature, the two researchers reached several conclusions, the most important of which are: The significant importance of language and concepts in teaching mathematics. Language use can occur through symbols, orally, or in writing, but in all cases, it is indispensable in teaching mathematics. The concept is the fundamental structure of thinking and is an integral part of mathematical knowledge. Therefore, students' understanding of it means their understanding of the subject matter. As the researchers recommended the necessity of holding training courses for teachers to enable them to adapt language and its concepts to enhance mathematics teaching. Additionally, it stresses the need to select teaching strategies and methods centered around mathematical concepts and how to convey them to students in a way that enhances their learning.

Keywords: Language – Concepts – Elements of Thought – Mathematics.

International Journal of Contemporary Humanities and Educational Science
المجلة الدولية للعلوم التربوية والإنسانية المعاصرة
IJCHES, volume 3, October 2024
Online ISSN: 2974-3079 Print ISSN: 2974-3060

اللغة والمفاهيم كعناصر للتفكير وعلاقتهما بتدريس الرياضيات

حنان أحمد يحيى السعيدي
أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات
الرياضيات– جامعة خالد المملكة العربية السعودية
haloaydi@kku.edu.sa

شرف فرج شرف الشهراني
باحث دكتوراة في المناهج وطرق تدريس
جامعة الملك خالد– المملكة العربية السعودية
Sharaffaraj1@gmail.com

تاريخ الاستلام: 25 أغسطس 2024 تاريخ القبول: 30 سبتمبر 2024 تاريخ النشر : أكتوبر 2024

المستخلص

يتناول هذا المقال اللغة والمفاهيم بوصفهما من عناصر التفكير ويُسلط الضوء على العلاقة بين كل من اللغة والمفاهيم وتدريس مادة الرياضيات ويُشير لأهمية اللغة في تدعيم تدريسها، كما تؤكد على أن المفاهيم من مكونات البنية المعرفية الرياضية، ومن خلال المنهج الوصفي واستقراء الدراسات والكتب والأدبيات ذات الصلة، توصل الباحثان لعدة استنتاجات أهمها: الأهمية الكبيرة للغة والمفاهيم في تدريس الرياضيات، وأن استخدام اللغة قد يتم من خلال الرموز أو شفهيًا أو كتابيًا ولكنه في جميع الأحوال لا غنى عنه في تدريس الرياضيات، كما أن مفهوم البنية الأساسية للتفكير هو جزأ لا يتجزأ من المعرفة الرياضية وبناء عليه فإن استيعاب الطلاب له تعني استيعابهم للمادة الدراسية، كما أوصى الباحثان بضرورة عقد دورات تدريبية للمعلمين لتمكينهم من تطويع اللغة والمفاهيم لتعزيز تدريس مادة الرياضيات، وضرورة اختيار استراتيجيات وطرق تدريس تتمركز حول المفاهيم الرياضية وكيفية توصليها للطلاب بشكل يُعزز تعلمهم.

الكلمات المفتاحية: اللغة – المفاهيم – عناصر التفكير – الرياضيات.

مقدمة

يُعد التفكير من القدرات التي تميز بها الإنسان منذ نشأته الأولى وهو أعظم هبة وهبها الله له، ويشكِّل التفكير أداة أساسية لفهم العالم والتفاعل معه، وقد استطاع الإنسان من خلال التفكير تطوير الأدوات، وحل المشكلات، واتخاذ القرارات التي ساعدته على البقاء والتقدم عبر العصور.

وللتفكير عناصر تؤثر عليه وتتأثر به، ومن تلك العناصر تظهر اللغة، حيث أن الاستخدام الرئيسي للغة هو نقل المعلومات كما يمكن استخدامها لنقل الأفكار من عقل إلى عقل آخر، وأيضًا لتعديل واستكشاف الأفكار داخل العقل، كما أن أجزاء المعلومات اللغوية التي تدخل إلى عقل شخص ما، من شخص آخر تجعل الأفراد يجربون فكر جديد له تأثيرات عميقة على معرفتهم بالعالم، والاستدلال والسلوك التابع له. (Mercer & Sams, 2006)

وللغة أهمية كبيرة في حياة الإنسان فهي وسيلة التفاهم، ووسيلة التعليم وتحصيل الثقافات، كما أنها أداة لنقل الأفكار بل هي أداة التفكير والحس والشعور ولا يمكن الحديث عن وجود اللغة بمعزل عن التفكر؛ فهذا الأخير لباسها الذي ينطوي على التصور والتخيل والذاكرة، وعن طريق علاقة اللغة بالتفكر تمكن الإنسان من فهم ذاته وعالمه وواقعه (الحياني والفهداوي، 2016).

وترتبط اللغة ترتبط ارتباطًا وثيقًا بالتفكير؛ فالعمليات الفكرية تحدث أولاً، ثم يتم التعبير عنها من خلال اللغة، ومع ذلك لا يمكن فصل التفكير عن الأداة اللغوية التي تعبر عنه، حيث يُفكر الإنسان باستخدام اللغة، ولا يتخذ تفكيره شكلاً محددًا إلا عندما يتجسد في صيغة لغوية، وهذا لا يعني أن التفكير لا يحدث قبل التعبير عنه؛ فعمليات مثل الجمع والترتيب والتوليف والدمج تتم داخليًا قبل الوصول إلى مرحلة التعبير النهائي، وهذه العمليات الفكرية تحدث في ذهن الإنسان ولا يمكن ملاحظتها إلا من خلال ما يعبر عنه كنتيجة لتفكيره، وحيث أن التفكير ركيزة من ركائز التعلم، فاللغة بوصفها أحد عناصر التفكير هي الأخرى من أساسيات عمليات التعلم (السيد، 2015).

وفي مادة الرياضيات تظهر اللغة بها في عدة أشكال، وتسهم الرياضيات في مساعدة الإنسان على التفكير المنطقي وحل المشكلات التي يواجهها في حياته اليومية، سواء على المستوى الشخصي أو المهني، كما تعزز القدرة على تبادل الأفكار والتواصل مع الآخرين بفعالية، ولذلك اعتبرها الكثيرون لغة عالمية، وأطلق عليها "لغة العلم"، فهي تستخدم كلغة مشتركة في مجالات مختلفة مثل: الهندسة والتجارة على المستوى العالمي، بغض النظر عن اللغة الأم، فالرياضيات تعد وسيلة يتحدث بها الجميع

أثناء تواصلهم وتبادل الأفكار، وخاصة في عصرنا الرقمي، حيث تُعد أداة أساسية في هذا العالم، علاوة على ذلك فإنها تتميز بطابعها العالمي، حيث يتفق الجميع على مجموعة من الرموز والأشكال المرتبطة بمفاهيم العدد والبعد في إطار نظام متفق عليه عالميًا، ويمكن القول إن العلاقة بين اللغة والتفكير تتجلى بوضوح في الرياضيات فهي ليست فقط وسيلة للتواصل، بل هي أيضًا أداة تفكير وتحليل، وتُستخدم لتنظيم الأفكار وتحليل المعطيات بشكل منطقي ومنهجي (السعيد، 2018).

كما تؤثر اللغة بشكل مباشر وغير مباشر على جميع أشكال التعلم، وقد أكد العديد من الباحثين على أن للغة تأثير على تعلم الرياضيات، وقد أشار علماء الرياضيات إلى وجود أدلة كافية تؤكد أن التحصيل في الرياضيات يرتبط ارتباطاً وثيقاً بالتمكن من اللغة، ومن خلال دراسة أجراها ريد على طلاب الرياضيات في المستوى الثالث، تبين وجود علاقة بين استيعاب اللغة وتطور المهارات الرياضية في مراحل التعليم العام (الابتدائي، والمتوسط، والثانوي)، وحدد ريد ثلاث فئات من النمو اللغوي: استيعاب اللغة، تكوين المفاهيم، والرموز الرياضية، ويلاحظ أن استيعاب اللغة يصبح أكثر أهمية بشكل متزايد خلال المراحل المبكرة من تطور الرياضيات، كما يشير إلى أن الاعتماد على استيعاب اللغة الإنجليزية يقل في المراحل المتقدمة من التعليم الثانوي، مما يتيح المجال للمتطلبات الأكثر صعوبة للغة، وهي لغة الرموز الرياضية (Espinas & Fuchs, 2022).

ومن عناصر التفكير الأخرى المفاهيم الرياضية وهي اللبنات الأساسية التي تبني عليها المعرفة الرياضية، فالمبادئ والقوانين والنظريات هي علاقات تربط بين المفاهيم وتمثل الهيكل الرئيسي للبناء الرياضي، والمهارات الرياضية هي في جوهرها تطبيق للمفاهيم واستثمار لها ووضعها في شكل خوارزميات وقواعد تستخدم في حل المشكلات الرياضية العامة والمدرسية، وبالتالي فإن هناك أهمية لتدريس المفاهيم الرياضية؛ وذلك لأن دراسة البنية المعرفية لأي موضوع رياضي تبدأ بتوضيح المفاهيم التي تكونه وتنميتها بالأساليب التدريسية المناسبة فهي حلقة الوصل بين الحقائق والتعميمات؛ ولذا فعند تعليم أي موضوع في الرياضيات لابد من تحديد المفاهيم التي يتضمنها أولاً (وليم، 2004).

والمعرفة الرياضية تنقسم إلى ثلاثة أنواع: العمليات الذهنية، المفاهيم، والأنظمة الرمزية وتُعد الأنظمة الرمزية أدوات أساسية للمعرفة، إذ تلعب دورًا حيويًا في صياغتها وفهمها وتبادلها مع الآخرين، وفي هذا السياق تُعد الرموز الرياضية وبشكل خاص شكلها المكتوب من أبرز الأنظمة الرمزية من حيث وظيفتها المعرفية، وهذا يفسر سبب التركيز الذي يوليه علماء النفس لدراسة اكتساب الرياضيات (مقابلة، 2018).

ومن هنا جاء هذا المقال للإجابة على الأسئلة التالية:

-ما مفهوم اللغة كعنصر من عناصر التفكير؟

-ما العلاقة بين اللغة والتفكير؟

-ما العلاقة بين اللغة والرياضيات؟

-ما أهمية اللغة في تدريس الرياضيات؟

-ما مفهوم المفاهيم كعنصر من عناصر التفكير؟

-ما العلاقة بين المفاهيم والتفكير؟

-ما العلاقة بين المفاهيم والرياضيات؟

-ما أهمية المفاهيم في تدريس الرياضيات؟

أهداف المقال:

هدف هذا المقال إلى ما يلي:

- التعرف على مفهوم اللغة كعنصر من عناصر التفكير.
- تحديد العلاقة بين اللغة والتفكير.
- تحديد العلاقة بين اللغة والرياضيات.
- توضيح أهمية اللغة في تدريس الرياضيات.
- التعرف غلى مفهوم المفاهيم كعنصر من عناصر التفكير.
- تحديد العلاقة بين المفاهيم والتفكير.
- تحديد العلاقة بين المفاهيم والرياضيات.
- توضيح أهمية المفاهيم في تدريس الرياضيات.

أهمية المقال:

تتمثل أهمية هذ المقال فيما يلي:

- تسليط الضوء على اللغة والمفاهيم بوصفهما من عناصر التفكير.
- تسليط الضوء على أهمية اللغة في تدريس مادة الرياضيات.
- إبراز أهمية المفاهيم في تدريس مادة الرياضيات.
- يجمع المقال متفردًا بذلك بين اللغة والمفاهيم بوصفهما عناصر للتفكير وبين تدريس الرياضيات مع التمثيل.

- يساعد الباحثين على الاهتمام باللغة والرياضيات بوصفهما متكاملتين وباعتبار اللغة أساس للرياضيات.
- فتح آفاقًا جديدةً لدراسات منهجية وميدانية لتأكيد دور اللغة والمفاهيم في تدريس الرياضيات.

المنهج المتبع:

اتبع الباحثان المنهج الوصفي الذي يعتمد على مراجعة واستقراء الأدب النظري ذو الصلة بموضوع المقال، وللإجابة على أسئلة المقال والسعي لتحقيق أهدافه تم تناول المحاور التالية:

أولًا: مفهوم اللغة كعنصر من عناصر التفكير:

لقد طور العديد من العلماء واللغويين تعريفات متنوعة للغة، وقد لخصها جونز (2006) في التعريف التالي: "اللغة هي نظام من الرموز الصوتية الافتراضية التي تم تطويرها والاتفاق عليها من قبل أعضاء المجتمع الثقافي كأدوات للتواصل مع الآخرين"(الريماوي وسليطي، 2014).

كما تُعد اللغة نظامًا لأنها تتكون من أجزاء وقواعد تحكم كيفية تفاعل هذه الأجزاء، وتشمل هذه الرموز إما رموزًا سمعية أو شفوية، وتتميز بالتطور المستمر، حيث يعاد تشكيلها وإضافة عناصر جديدة بواسطة المتحدثين (عدنان، 2012).

واللغة ظاهرة اجتماعية ترتقي برقي المجتمع وتتدهور بتدهوره؛ فهي أداة الاتصالِ والتفاهُم بين أبناء البشرِ واللغة لسان حال الإنسان ينطق ويعبِرُ بها عمًا في داخله من أحاسيس ومشاعر، وتصوّراتٍ فكرية وذهنيةٍ يعبر بها عن نزعاته ورغباته وحُبِّه، وكراهيّته وفرحه، وحُزنه، وغير ذلك من المشاعر وللغة الإنسانية صورتان:

الأولى: اللغة المنطوقة: وهي الكلام المنطوق في الحديث اليومي.

الثانية: اللغة المكتوبة: وهي الكلام المكتوب بالحروف الكتابية (محيسن، 2014).

ثانيًا: العلاقة بين اللغة والتفكير:

لا يمكن فصل اللغة عن التفكر بأي شكل من الأشكال، إذ لا يمكن أن يوجد تفكر بدون لغة، ولا لغة بدون تفكر، حيث تُظهِر العلاقة بينهما كيف نشعر بوجودنا وحاجاتنا المختلفة وعواطفنا المتنوعة وميولنا المتباينة من خلال التفكير، ويعني ذلك أننا لا نفهم أنفسنا إلا من خلال التفكير، ولا يمكننا تصور الأشياء أو فرضها على أنفسنا إلا من خلال الألفاظ التي نستخدمها ونفكر فيها، حيث نعرض ما نريد للآخرين ونحتفظ بما نختار لأنفسنا، وبالتالي يمكن القول إننا نفكر باللغة، وليس من المبالغة أن نقول إن اللغة ليست مجرد أداة للتواصل والتعاون الاجتماعي، بل هي أيضًا وسيلة للتفكير والإحساس والشعور بالنسبة للأفراد (السيد، 2015). وقد أشار عالم النفس الروسي (فيجوتسكي) إلى العلاقة

الوثيقة بين التفكر واللغة، مؤكدًا أن الكلمة التي تفتقر إلى المعنى لا تعدو أن تكون مجرد صوت، فوظائف التفكر تحمل خصوصية معينة، حيث إن العلاقة بين التفكر والكلمة تُعد عملية عقلية بالدرجة الأولى، وليست شيئًا ملموسًا، حيث إنها عملية انتقال تبدأ من التفكر نحو الكلمة، ومن ثم تنتقل الكلمة إلى التفكر الذي تمثله في الوقت ذاته بمعنى آخر، إن معنى الكلمة يتجاوز مجرد الصوت ليصبح تعميمًا أو مفهومًا، ويُعد التعميم والمفهوم من العناصر الأساسية في هذه العملية. (Gleitman & Papafragou, 2012).

ثالثًا: العلاقة بين اللغة والرياضيات:

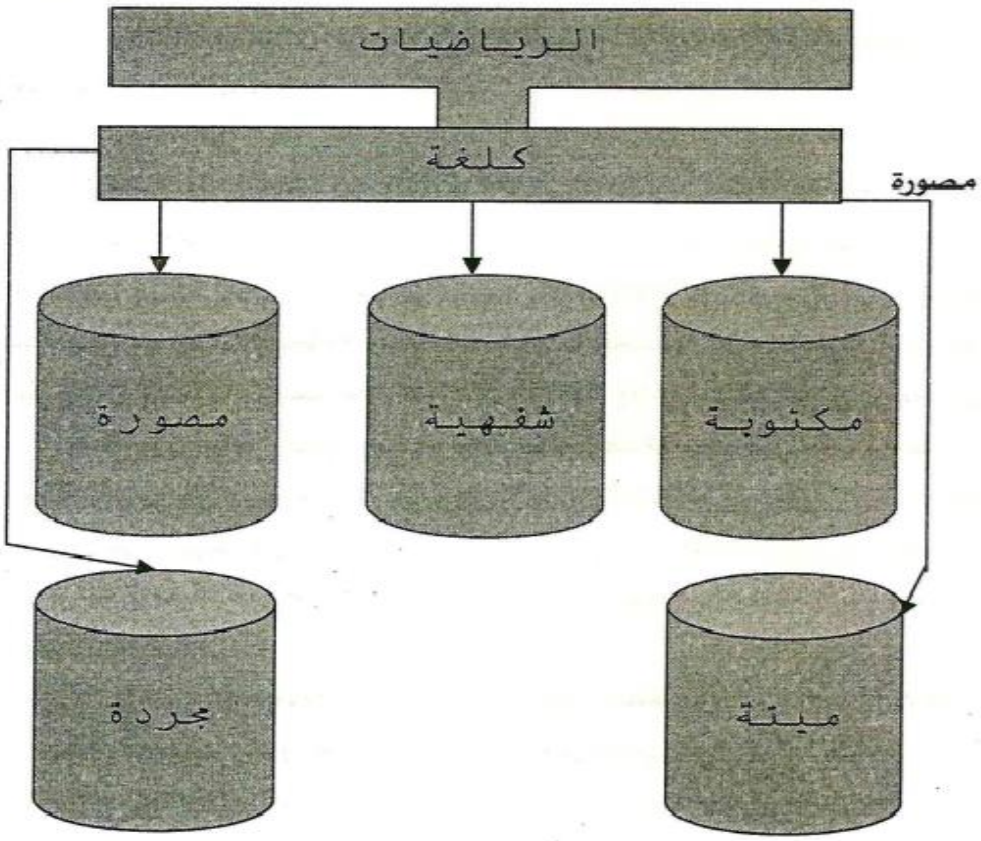
يمكن اعتبار اللغة أداة حيوية لتحقيق الفهم، ويدعم برونر هذا المفهوم بقوله: "الفكرة السائدة هي أنه إذا فهم الشخص بنية المعرفة "، فإن هذا الفهم يمكّنه من التقدم بشكل مستقل والتكامل بين اللغة والرياضيات لا يقتصر على النمو فحسب، بل يمتد ليشمل الطبيعة الرمزية المشتركة بينهما، مما يجعلهما عنصرين متكافئين في تطوير القدرات العقلية للأطفال كما يرى برونر أن كلاً من اللغة والرياضيات يساهمان في "تنظيم أفكار الإنسان حول الأشياء وتنظيم التفكير في التفكير نفسه" وهذا التداخل والتكامل بين اللغة والرياضيات يُظهر كيف يمكن لكلاهما أن يعملاً معًا لتعزيز الفهم وبناء المعرفة الرياضية، خاصة في مرحلة التعليم الابتدائي (Hurrell, 2021).

فمثلًا: العمليات الأربع الأساسية في الرياضيات هي الجمع والطرح والضرب والقسمة، وتُعد هذه العمليات الأساس الذي تُبنى عليه جميع المفاهيم الرياضية الأخرى، وتُستخدم للتعبير عن العلاقات بين الأعداد، وهي تشمل أفعال مثل: إضافة عدد، حذف عدد، جمع متكرر، طرح متكرر.

وتتميز الرياضيات باستخدام لغة ورموز موحدة، مما يتيح لعلماء الرياضيات حول العالم التواصل بسهولة باستخدام نفس اللغة والرموز الرياضية، وتتعدد أشكال استخدام لغة الرياضيات في سياقات مختلفة، فمنها اللغة المقروءة التي تمكن من قراءة النصوص الرياضية وفهم معاني الرموز والمصطلحات والأشكال البيانية، كما توجد اللغة المكتوبة التي تستخدم للتعبير عن الأفكار والمصطلحات والنظريات، ووصف خطوات حل المسائل الرياضية وتحليلها، بالإضافة إلى ذلك هناك اللغة المحكية التي تُستخدم للتعبير الشفهي بوضوح عن الأفكار الرياضية وتفسير ما يقوله الآخرون بدقة، باستخدام صياغات رياضية صحيحة (أبو عصر، 2019).

ومن غير المألوف أن نضع اللغة والرياضيات في خانة واحدة، فنحن ننظر إلى اللغة على أنها فرع من الآداب وإلى الرياضيات على أنها فرع من العلوم وضمن هذا التصنيف يتم التعامل مع كل منهما تبعًا لخصائصه بشكل منفصل كل له مجاله الخاص، ولكن هناك صوتًا يقول أنه يمكن

اعتبار الرياضيات كلغة، وبالطريقة نفسها التي تعتبر بها الانجليزية؛ والفرنسية، وغيرها... لغات وأن الرياضيات كأي لغة حديثة تأخذ أشكالاً عدة كتابة وشفهية، أو رسمية وغير رسمية (عامية)، وهي كأي لغة أخرى– لها خصائصها التي تنفرد بها وتميزها عن غيرها من اللغات، كما يُعد التواصل واحدًا من أهم أهدافها (باعلي وسماعيلي، 2011).



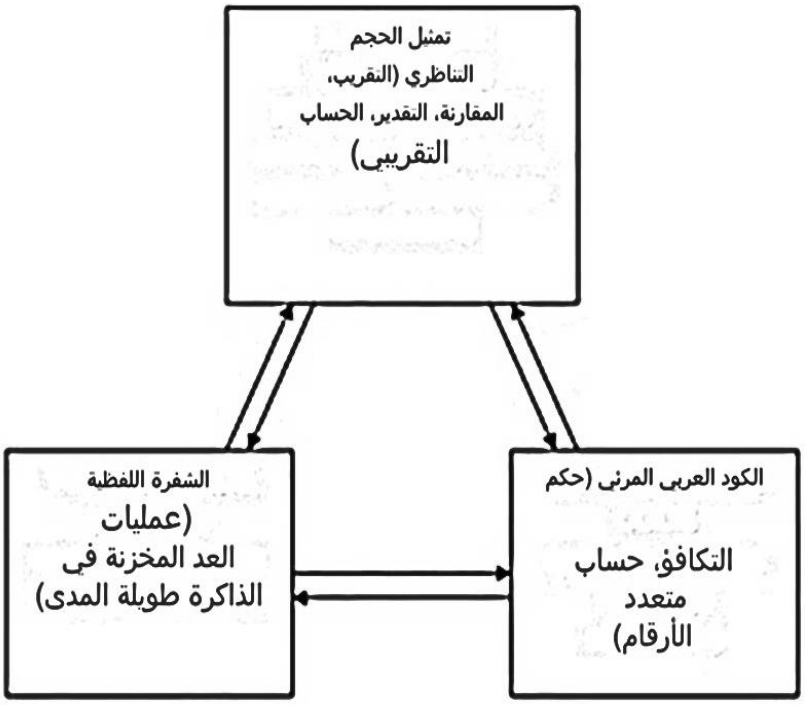
شكل رقم (1) علاقة الرياضيات باللغة

المصدر: (باعلي وسماعيلي، 2011).

وتُعد لغة الرياضيات لغة عالمية، تتألف من رموز الأعداد والأشكال والعمليات والعلاقات الرياضية، إضافة إلى مفردات ومصطلحات تُمكن من بناء تعابير وجمل رياضية متكاملة، وتعتمد الرياضيات في أسلوب معالجتها على التواصل الرياضي؛ ولهذا يُعد من أهدافها الرئيسية تنمية هذا النوع من التواصل نظرًا لارتباطه الوثيق بتطوير التفكير الرياضي (Wong, 2007).

مثلًا: الصيغة 2 (س+ص) = 2س + 2ص، وهي حروف وأرقام ولكنها تُعبر عن لغة رياضية أو قاعدة رياضية لأخذ العامل المشترك.

ويقترح ديهاين (1992م) وديهاين وكوهين (1995م) ثلاثة أنواع من التمثيلات الداخلية التي يمكن أن تشارك في حل المهام الرياضية: حجم تناظري، ورمز بصري عربي ونظام لفظي (انظر الشكل 1)، وهذا يؤكد أن هناك روابط كبيرة بين التمثيلات الداخلية التي يتم إجراؤها واللغة في جميع المهام الرياضية التي يتم تنفيذها.



شكل (1) مخطط يوضح اللغة الرمزية ضمن مهمة رياضية.

المصدر: (Bermejo et al, 2021).

رابعًا: أهمية اللغة في تدريس الرياضيات:

يمكن استخدام اللغة وتعبيراتها وتمثيلاتها المختلفة ضمن تدريس الرياضيات سواء كانت مكتوبة أو شفهية فمثلًا قدم (Mercer & Sams, 2006) دراسة لتعليم الطلاب حل المشكلات من خلال اللغة وقد تتضمن ذلك مساهمات المعلم استخدام "كلمات الاستدلال" مثل "ماذا"، و"كيف"، و"إذا"، و"لماذا" أثناء توجيه الطلاب خلال النشاط ثم يناقش المعلم التحديات التي تم طرحها، مع اعتبار المساهمة التي قدمها في بدء المناقشة، وبعدها يتم تقديم عرض توضيحي للطلاب حول كيفية النظر في صحة الاقتراحات البديلة، ويدعو المعلم الطلاب للتحدث حتى يتمكن أكبر عدد ممكن من الطلاب من الانضمام إلى المناقشة – وأخيرًا يضمن السعي إلى التوصل إلى اتفاق، وبهذه الطريقة ومن خلال النمذجة الدقيقة للقواعد الأساسية للغة والكلام، يوضح المعلم للطلاب مدى فعالية التعاون كعنصر لا

يتجزأ من النشاط الفكري، ولتوضيح العلاقة بين استخدام اللغة وتدريس الرياضيات يتم طرح النقاط التالية:

1. الأسئلة وصياغتها لتحفيز التفكير:

تمثل أسئلة المعلم لطلابه أثناء التدريس أحد أهم كفاياته الرئيسية التي تساهم في تنمية مهارات التفكير لدى طلابه خاصة إذا أتاح فرص المشاركة للإجابة عن الأسئلة للطلاب الذين يتسمون بخوفهم من الأسئلة نظراً لفشلهم في الإجابة عن بعض الأسئلة في مواقف سابقة، حيث إن للصياغة التي يوليها المعلم لأسئلته ونوع هذه الصياغة أثر على طلابه، فهو بذلك قد يدفعهم للتفكير واستخدام العقل ومهاراته وتوظيف المعرفة أو قد يدفعهم إلى الحفظ والاستظهار عن ظهر قلب والاعتماد على الذاكرة دون مراعاة لضرورة القيام بأعمال عقلية تتطلب التفكير والمهارة والذكاء لذا فعلى المعلم أن يهتم بصياغة أسئلته واختيار عباراته التي تحفز الطالب على أن يشارك برأيه فيما سبق له أن عرفه من مفاهيم ومصطلحات وخبرات (عدس، 2000).

فمثلًا:

عند حل المعادلة:

$2س + 3 = 7$

يُمكن طرح سؤال لتحفيز التفكير مثل:

إذا قمت بتبديل المعاملات في المعادلة السابقة لتصبح $3س + 2 = 7$ فهل سيتغير الحل؟

ومن أنواع الأسئلة التي تحفز التفكير في حصة الرياضيات ما يلي: (زهران، 2018).

الأسئلة الاستكشافية:

تُطرح الأسئلة الاستكشافية بهدف تحفيز الطلاب على التفكير بشكل أعمق في ردودهم الأولية وتعزيز قدرتهم على التعبير بشكل أكثر وضوحًا، ويمكن أن يتجلى ذلك في مجموعة من الأسئلة مثل: "أحسنت، أنت تسير في الاتجاه الصحيح حتى الآن، ولكن هل يمكنك أن توضح ذلك...؟" وكذلك من خلال توجيه مثل هذه الأسئلة، التي تتطلب من الطلاب تقديم أمثلة وتفسيرات وتبريرات يستطيع المعلمون بشكل عام قياس مدى فهم الطلاب للمادة بدقة أكبر مقارنة باستخدام الأسئلة المباشرة، وغالبًا ما تبدأ الأسئلة الاستكشافية بكلمة "لماذا".

مثال: بعد أن يقوم الطالب بحل مسألة تتعلق بحساب محيط دائرة باستخدام الصيغة:

محيط الدائرة = **2 ط نق**، حيث يمكن للمعلم أن يسأل الطالب:

"أحسنت، لقد استخدمت الصيغة بشكل صحيح لحساب المحيط، ولكن لماذا نستخدم ط أو باي π في هذه الصيغة، وما دلالته بالنسبة للدائرة؟ هل يمكنك تقديم تفسير لذلك؟"هذا السؤال يتطلب من الطالب التفكير في مفهوم ط أو باي π وعلاقته بالدائرة، مما يعزز فهمه للمادة بشكل أعمق.

الأسئلة المفتوحة – المغلقة:

السؤال المفتوح – المغلق هو ذلك الذي لا يتطلب إجابة صحيحة أو خاطئة محددة، فعلى سبيل المثال يمكن طرح سؤال مثل: "ما رأيك في احتمالية وجود أعداد أخرى غير الأعداد الصحيحة؟" لتحفيز الطلاب على التفكير بشكل أعمق من مجرد استرجاع المعلومات السابقة، حيث يشجعهم على الافتراض، والتحليل، واستخلاص النتائج. هذا النوع من الأسئلة يعد مناسبًا لبدء النقاشات، لأنه يشجع على التفكير النقدي والتعبير عن الأفكار بطرق متعددة.

الأسئلة المتجمعة (أسئلة التفكير المتقارب):

الأسئلة المتجمعة تُرتب في مجموعات وتُصمم لاستكشاف فكرة أو نقطة محددة، فعلى سبيل المثال يمكن طرح أسئلة مثل: "هل عدد المزارعين اليوم أكثر أم أقل مما كان عليه قبل 10 سنوات؟". تُستخدم هذه الأسئلة عادةً للوصول إلى مبدأ معين أو لاستنتاج إجابة محددة من خلال التفكير المتقارب.

الأسئلة المتشعبة (أسئلة التفكير المتمايز):

تهدف الأسئلة المتشعبة إلى توجيه انتباه الطالب من نقطة معينة ومنحه الحرية للتفكير بشكل إبداعي في نقطة أخرى قد لا ترتبط مباشرة بالنقطة الأولى، وهذه الأسئلة تكون فعالة بشكل خاص في تشجيع الطلاب على استكشاف حالات مشابهة أو تطبيقات مختلفة.

فعلى سبيل المثال في الرياضيات: بعد شرح مفهوم المساحة، يمكن للمعلم أن يسأل: "إذا كنت تعرف كيفية حساب مساحة المستطيل، كيف يمكنك تطبيق هذا المفهوم لحساب مساحة شكل آخر غير منتظم؟" هذا النوع من الأسئلة يحفز الطالب على التفكير بطريقة جديدة والبحث عن طرق مبتكرة للتطبيق.

2. اللغة الرمزية ودورها في تدريس الرياضيات:

إن تمثيل اللغة يظهر في عدة أشكال ومنها الرموز وقد ارتبطت الرموز بالرياضيات منذ أقدم العصور وتُعد التمثيلات الرياضية من الأساليب الفعالة التي تساهم في تعزيز الأفكار الرياضية، حيث تدعم تلك الأفكار من خلال مساعدة الطلاب على التركيز على الخصائص الرئيسية للمواقف الرياضية، كما تساعدهم في التعرف على العناصر الرياضية المشتركة في مواقف مختلفة Fennel & Rowan, (2001).

وفي الواقع فإن الكثير من تعلم الرياضيات يتمحور حول تعلم التمثيلات، إذ تُستخدم الرموز الرياضية لتمثيل كيانات رياضية مثل الأعداد والكسور والمعادلات والعمليات الحسابية كالجمع والطرح؛ ولتحقيق الإتقان في الرياضيات يحتاج الطلاب إلى تعلم كيفية التعامل مع هذه التمثيلات وفهم ما تعنيه من كيانات وعمليات رياضية (السواعي، 2010).

وتبرز أهمية التمثيلات الرياضية من خلال ما أكده المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM, 2000) فهي تعزز فهم الطلاب للإجراءات الرياضية واستخدامها بفاعلية، بالإضافة إلى ذلك، تعمل التمثيلات الرياضية على تنشيط نصفي الدماغ؛ حيث يتم معالجة الصور والأشكال في النصف الأيمن، بينما تعالج الألفاظ والأرقام والرموز في النصف الأيسر، وهذا النهج الحديث في التدريس يسهم في تعزيز الفهم لدى الطلاب ويقوي قدرتهم على تذكر المحتوى الرياضي بشكل أفضل.

كما أشار (Candia et al, 2014) أن الرموز والتعبيرات الرياضية كونها لغة رمزية لها أهمية بالغة في تعليم الرياضيات مُشيرًا لأن العديد من العلماء قد تناولوا الرياضيات ورموزها فمثلًا تناول أوستن وهاوسن 1979م فكرة الانتقال بين الرموز الرياضية واللغة "الطبيعية" كأحد مصادر صعوبة تعلم الرياضيات بين الطلاب، وذكرا مثالًا على ذلك: 6 = 8 – 2 و 8 – 2 = 6، ففي المثال الأول، تعني إشارة المساواة "يصبح" أو "يجعل"، بينما في المثال الثاني تعني "يبقى" إذًا فالعلاقة غير المباشرة بين اللغة والرموز الرياضية، وأن هذه الاختلافات في الفهم قد تكون سببًا في تعقيد عملية تعلم الرياضيات.

3. التمثيلات الرياضية:

تُعد التمثيلات الرياضية من المعايير الأساسية التي يجب الاعتماد عليها في تدريس الرياضيات في جميع المراحل الدراسية وأن تحل محل الطرق التقليدية وكذلك لها أهمية كبيرة من خلال ما يلي:

أ. أنها تستخدم كأداة قوية للتفكير وجعل الأفكار أكثر واقعية.

ب. أنها تساعد المتعلم في التعرف على الأفكار الرياضية من خلال الموقف التعليمي.

ج. أنها تحقق فهم المتعلمين عند الانتقال من المحسوس إلى المجرد أو بين صور التمثيلات الرياضية المختلفة. (Fennel & Rowan, 2001).

وترتبط التمثيلات الرياضية بحل المشكلات ارتباطًا وثيقًا، وتحتاج معالجة معرفية فكرية لنعطي مثالاً مأخوذًا من عمليات الجمع؛ ونص المسألة كالتالي: مع خالد 5 تفاحات حمراء و6 تفاحات

صفراء؛ فكم تفاحة يملك خالد؟ حلها طبعًا 6 + 5 يساوي 11، وتتطلب الإجابة الصحيحة عن هذه المسألة ظاهريًامن خلال ما يلي:

أ. من الجانب الرياضي: امتلاك البنية التي تسمح للمتعلم بإتمام العملية الحسابية وبالتالي منطقيا: يقوم بعملية جمع

ب. من الجانب اللغوي: امتلاك المشكلات اللغوية التي تسمح للمتعلم بفهم نص وبكتابة الإجابة الصحيحة عليها.

وبالنظر إلى عمر المتعلم الذي يحل هذه المسألة هو في الصف الأول من التعليم الابتدائي؛ لذا نجد طريقة المعالجة المعرفية تختلف في شقها اللغوي والرياضي إذا كان نص المسألة كالتالي: مع خالد خمس تفاحات، ومع عمر ست تفاحات أكثر من خالد؛ فكم تفاحة يملك عمر؟

ويمكن تصنيف التمثيلات الرياضية وفق التعبير عنها:

أ. التمثيل الرياضي المكتوب: وهو الكلمات التي يستطيع الطالب صياغتها والتعبير بها عن فكرة رياضية.

ب. التمثيل الرياضي الشفوي: وهو ما يستطيع أن يعبر عنة شفويًا، بشكل منطوق.

ويمكن للطالب أن يشرح شفويًا كيفية إيجاد متوسط مجموعة من الأعداد، مثل: "لإيجاد المتوسط، نجمع جميع القيم ثم نقسمها على عددها، فعلى سبيل المثال: إذا كانت الأعداد (5، 7، 9)، فإن مجموعها 21، وقسمتها على 3 تعطينا متوسطًا قدره 7".

ج. التمثيل الرياضي بالرموز: ويشمل التعبيرات الرمزية التي تسهل التعامل مع المفاهيم والتعبير عنها. ومن أمثلة ذلك:

تدريس معادلة بسيطة مثل: س+ 5 = 12، فيوضِّح المعلم أن س هي رمز لمتغير علينا إيجاد قيمته.

د. التمثيل الرياضي بالصور والرسومات: وتشمل رسم الأشكال والمجسمات والرسوم التخطيطية.

هـ. التمثيل الرياضي المحسوس: الأنشطة التي يمارسها الطالب للتوصل إلى المفهوم وإدراكه من خلال مواد يقوم بالتعامل معها.

و. التمثيل الرياضي بالجداول: يشمل عمليات التصنيف لأمثلة المفاهيم، وكذلك حساب قيم المتغيرات في المعادلات والدوال لإيجاد حلول للمعادلة.

فمثلاً: عند دراسة الدوال الخطية يمكن للطلاب إنشاء جدول يوضِّح العلاقة بين س و ص لحساب قيمة ص عند قيم مختلفة لـ س باستخدام معادلة الدالة مثل: ص=2س+3.

ز. **التمثيل الرياضي باستخدام الحاسوب:** حيث أصبح جهاز الحاسوب من أفضل المواد التي يمكن من خلالها عرض الكثير من التمثيلات الرياضية سواء كانت مصورة أو بالرسم كرسم الدوال أو بعرض مجموعة من الأمثلة، فمثلاً: يمكن استخدام برمجيات الحاسوب لرسم الدوال أو النظريات الهندسية (زيتون، 2005).

وبناءً على ما سبق يرى الباحثان أن اللغة من عناصر التفكير وخاصة في الرياضيات وأن دور المعلم هنا هو استخدام اللغة سواء كانت رمزية أو شفهية مثل طرح الأسئلة أو المناقشة أو كتابية أو غيرها ويمكن إعطاء أمثلة لذلك كالتالي:

في درس المعادلات:

- **تمثيل لغوي رمزي** :3س + 3 = 12.
- **استخدام اللغة شفهيًا أو كتابيا**" :إذا كان لديك ضعف عدد ما، ثم تضيف إليه 3، وتحصل على 12، فما هو هذا العدد؟"

في درس النسبة:

- **التمثيل الرمزي** :نسبة 4/3
- **استخدام اللغة شفهيًا أو كتابيًا:** إذا كان لديك 3 كرات حمراء و4 كرات زرقاء، ما هي نسبة الكرات الحمراء إلى الزرقاء؟"

في درس مساحة المستطيل:

- **التمثيل الرمزي** :المساحة=الطول×العرض
- **استخدام اللغة شفهيا أو كتابيا** "لنفترض أن لديك مستطيل طوله 5 وحدات وعرضه 3 وحدات. كيف يمكنك حساب المساحة؟"

في درس المتوسط الحسابي:

- **التمثيل الرمزي:** المتوسط = س+1س+ 2س+...+3س+..... / ن (حيث أن س ترمز إلى الرقم و ن ترمز لمجموع الأرقام).
- **استخدام اللغة شفهيا أو كتابيًا:**" إذا كانت درجاتك في 5 اختبارات هي: 80، 75، 90، 85، 70، كيف يمكنك حساب متوسط درجاتك؟"

في درس الزوايا:

- **التمثيل الرمزي:** ∠أ + ∠ب = 180 ° تعني أن الزاويتين متكاملتان.

- **التمثيل الشفهي أو الكتابي**" :إذا كانت الزاويتان متكاملتين، وقياس إحداهما هو 70 درجة، ما قياس الزاوية الأخرى؟"

خامسًا: مفهوم المفاهيم كعنصر من عناصر التفكير:

تُعرَّف المفاهيم، وخاصة المفاهيم الرياضية بأنها: أدوات عقلية نطورها لمساعدتنا في التعامل مع التعقيدات والمثيرات المتشابكة والمتلاحقة التي نواجهها في العالم من حولنا، فإذا لم نعمل على تنظيم هذه المثيرات وتبسيطها، فقد يصبح من الصعب علينا فهم البيئة المحيطة بنا، ومن هذا المنطلق تُعد المفاهيم الرياضية ركائز أساسية في بناء المعرفة الرياضية؛ ولهذا فإن لتدريس المفاهيم في الرياضيات أهمية كبيرة، حيث أن دراسة البنية المعرفية لأي موضوع رياضي تبدأ بتوضيح المفاهيم التي يتكون منها، وتطوير تلك المفاهيم باستخدام أساليب تدريسية مناسبة مثل: استراتيجية المشاريع أو الأنشطة التعليمية الموجهة (قرقش وآخرون، 2019).

ومن أمثلة المفاهيم في الرياضيات: المثلث، المربع، العدد الزوجي، العدد الأولي، القاسم المشترك الأكبر، المضاعف المشترك الأصغر، الإبدال، التجميع، العنصر المحايد، الأس، الأساس، ...إلخ.

والمفاهيم الرياضية نوعان هما:

أ. **المفاهيم المادية:** هي مفاهيم ملموسة قابلة للملاحظة بالحواس، كمفهوم الكرة ومفهوم الشجرة... الخ.

ومن أمثلة المفاهيم المادية أو الملموسة:

المثلث: شكل هندسي له ثلاثة أضلاع وثلاث زوايا.

المربع: شكل هندسي ذو أربعة أضلاع متساوية وأربع زوايا قائمة.

الكرة: جسم ثلاثي الأبعاد يحتوي على سطح منحني.

ب. المفاهيم المجردة: هي مفاهيم لا يمكن إدراكها بالحواس، وتتكون من تجريد الخواص والصفات المشتركة

للعنصر، كالمفاهيم الأخلاقية (التسامح)، وبعض المفاهيم الرياضية (العدد–المتواليات) (الجوراني، 2009).

ومن أمثلتها:

العدد الزوجي: عدد صحيح يقبل القسمة على 2.

العدد الأولي: عدد صحيح أكبر من 1 ولا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى 1.

القاسم: عدد يمكن تقسيم عدد آخر عليه بدون أن يترك باقيًا.

المضاعف: عدد ناتج عن ضرب عدد معين بعدد صحيح آخر.

وصنَّف فيجوتسكي المفاهيم الرياضية من حيث الموقف الذي يتم تعلمها فيه إلى نوعين هما:

أ. **مفاهيم عفوية:** يتم اكتسابها عن غير قصد وتتطور نتيجة احتكاك الفرد بالمواقف الحياتية وتفاعله مع الظروف المحيطة به.

ب. **مفاهيم علمية:** يتم اكتسابها بشكل مقصود إما من طرف المتعلم نفسه أو من مصدر خارجي. (Gleitman & Papafragou, 2012).

ومن أمثلتها:

المتتاليات والمتسلسلات:

المتتاليات هي قائمة من الأرقام المرتبة، بينما المتسلسلات: هي مجموعات هذه الأرقام، وتُستخدم في دراسة الأنظمة الديناميكية، والفيزيائية، والاقتصادية.

مثال: متسلسلة تايلور وهي تقريب لدالة باستخدام مجموع لانهائي من المشتقات عند نقطة معينة.

ومن حيث مستوياتها تُصنف المفاهيم الرياضية إلى:

أ. **مفاهيم أولية:** وهي مفاهيم غير مشتقة من مفاهيم غيرها (مفهوم الزمن/الفراغ/الكتلة...إلخ).

فمثلاً:

الخط المستقيم: شكل هندسي له بُعد واحد (الطول) ويمتد في كلا الاتجاهين إلى ما لا نهاية، ولا يحتوي على سُمك.

ب. **مفاهيم مشتقة:** وهي مفاهيم يُمكن اشتقاقها من غيرها (مفهوم المسافة–السرعة*الزمن)، وفي الرياضيات قد تتمثل المفاهيم الرياضية في المشتقات، الزاويا، والأعداد المركبة (الشريف وأبو الحمائل ،2019).

فمثلاً:

المشتقات: معدل التغير اللحظي لدالة معينة بالنسبة لمتغيرها.

الزاوية: مقدار الانحناء أو الالتقاء بين خطين أو سطحين.

سادسًا: العلاقة بين المفاهيم والتفكير:

تُعد المفاهيم هي اللبنات الأساسية للأفكار، وبالتالي فهي ضرورية لعمليات نفسية مثل: التصنيف والاستدلال والذاكرة والتعلم واتخاذ القرار، وهذا أمر غير مثير للجدال نسبيًا، لكن طبيعة المفاهيم ـ نوع الأشياء التي تمثلها المفاهيم ـ والقيود التي تحكم نظرية المفاهيم كانت موضوعًا للكثير من النقاش (Laurence & Margolis, 2012).

فمثلاً:

العدد النسبي هو عدد يمكن التعبير عنه كنسبة بين عددين صحيحين، حيث يكون البسط (العدد الأعلى) والمقام (العدد السفلي) عددين صحيحين، والمقام لا يساوي صفرًا. على سبيل المثال، يمكن التعبير عن العدد النسبي 4/3، 2/5، و-1/7.

ومن هذا القانون نستدل على النسب في حياتنا اليومية.

والرؤية التي تنظر إلى المفاهيم باعتبارها تمثيلات ذهنية هي الموقف الافتراضي في علم الإدراك وتتمتع بدعم واسع في فلسفة العقل، ويدعم هذه الرؤية العديد من الفلاسفة الذين يرون أن أعمالهم تتماشى مع أبحاث علم الإدراك، ويؤكد مؤيدو هذا التوجه على أهميته من حيث القدرة التفسيرية، حيث يعتبرون أن المفاهيم والتمثيلات الذهنية المنظمة تلعب دورًا حاسمًا في تفسير إنتاجية التفكر (أي القدرة على توليد عدد غير محدود من الأفكار) وتوضيح كيفية تنفيذ العمليات الذهنية بشكل عقلاني في الدماغ، بالإضافة إلى تلبية الحاجة إلى عمليات ذهنية حساسة للبنية (Pinker, 2007).

وفي نظريته حول تكوين المفهوم وتعليم الرياضيات أشار لفيجوتسكي، أن تشكيل المفاهيم يمر بمراحل ما قبل المفهوم، مثل التجمعات والتراكيب، وفي مرحلة التجمعات، يقوم الطفل بتجميع أفكار أو أشياء غير مرتبطة بناءً على الصدفة أو الانطباعات الذاتية. في مرحلة التراكيب، ترتبط الأفكار بخصائص موضوعية مشتركة، ما يمكّن الطفل من التفكير بشكل مترابط والتواصل باستخدام كلمات ورموز، وهذا التواصل مع الآخرين يساعد في تطوير مفهوم ذي معنى، والتراكيب لا تتطور تلقائيًا بل تسترشد بمعاني الكلمات في لغة البالغين، وتؤسس لاحقًا لتعميمات أكثر تعقيدًا، وبعد ذلك تأتي مرحلة المفاهيم المحتملة وهي تمثل مرحلة متقدمة بعد مرحلتي التجمعات والتراكيب، وفي هذه المرحلة يبدأ الطفل بتطوير مفاهيم أكثر تجريدًا وتماسكًا، حيث يكون قادرًا على استخدام المعرفة المكتسبة في سياقات جديدة، ويتضمن ذلك القدرة على التعرف على الأنماط، وتطبيق الأفكار الرياضية في مواقف مختلفة، وتطوير فهم أعمق للمفاهيم من خلال التجربة والتفاعل مع الآخرين (Berger, 2005).

ومما سبق يُمكن القول أن العلاقة بين المفاهيم والتفكير علاقة واضحة وأن المفاهيم عنصر أساسي من عناصر التفكير وهي نتاج للتفكر وعملياته كما أنها تحتاج للتفكير ليتم صياغتها واستيعابها.

سابعًا: العلاقة بين المفاهيم والرياضيات:

إن تعلم الرياضيات يتطلب تعلم قراءتها وكتابتها والاستماع إلى مفاهيمها وفهم وإدراك أُسس التعبير بها أو عنها وذلك يرجع إلى كون التعلم البنائي يتطلب تخطيطًا يشدد على التركيز على المفاهيم والتي بدورها تعمل على بناء الفهم والخبرات الأساسية والتقييم السليم في منظومة ديناميكية متوازنة، فالمعرفة لا توجد خارج عقل المتعلم؛ ولا يمكن أن تنقل مباشرة، ويجب أن تمثل بناء الواقع عند كل متعلم، باعتبار التعلم يكمن في بناء أو تغيير التمثل الذي يمتلكه الفرد (عبد القادر، 2014).

وعندما نتحدث عن تطوير التفكير ضمن الرياضيات في المراحل المبكرة، نشير إلى الكثير من بناء المفاهيم الأساسية بالإضافة إلى اكتساب الإجراءات الرياضية التي تتيح لنا تطوير مهارات حل المشكلات، والتي تُعد واحدة من أكثر المهام تعقيدًا، فالمهام مثل العد والحساب والتقريب والقياس ومقارنة الأحجام وحل المشكلات هي بعض المحتويات الرياضية المرتبطة بالمفاهيم، والتي يتعلمها الطالب ويطورها خلال مسيرة تعلمه (NCTM, 2000).

فمثلاً: قانون فيثاغورس هو قاعدة رياضية تنص على أن "مربع طول الوتر في مثلث قائم الزاوية يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين."

في هذه الحالة، لا يقتصر عمل الطالب على حفظ القانون فقط، بل يحتاج إلى فهم كيفية اشتقاقه وتطبيقه على مواقف حياتية، فعلى سبيل المثال، يمكن للطلاب استخدام هذا القانون لحساب أطوال الأضلاع في البناء أو تصميم الأثاث.

ونظرًا لأن تعلم الرياضيات واكتساب مفاهيمها يُعد عملية نشطة يتفاعل من خلالها الطلاب لتطوير فهمهم، فإنه من الضروري أن يعمل المعلمون على تهيئة بيئة تعليمية تشجع على الملاحظة والاكتشاف وتطبيق المفاهيم التي يتعلمها الطلاب، وتركز الاتجاهات التربوية الحديثة في تدريس الرياضيات على أهمية المعرفة المفاهيمية، والتي تتجلى في فهم الطالب للأفكار الرياضية والعلاقات المتداخلة بينها، بالإضافة إلى القدرة على ربط هذه الأفكار بطريقة تعكس المعنى وتؤدي إلى تصور شامل للنهاية (وليم، 2004).

ثامنًا: أهمية المفاهيم في تدريس الرياضيات:

تُعد المفاهيم الرياضية الوحدة الأساسية في العلوم والدعامة الرئيسية لعملية التعلم، حيث يجب تقديمها وتعليمها بشكل يتناسب مع مراحل نمو الطلاب ومستوياتهم العمرية والعقلية؛ لذا تلعب هذه المفاهيم دورًا كبيرًا في بناء المعرفة الرياضية، فلا يمكن فهم القواعد والنظريات والتعميمات إلا من خلالها، لذا تُعد المفاهيم جوهر العملية الرياضية، وتصبح مادة الرياضيات أكثر وضوحًا وذات معنى عندما يتمكن الطلاب من إدراك هذه المفاهيم وفهم معانيها (وليم وآخرون، 1998).

كما يشير (سلام، 2022) إلى أن المفاهيم العلمية المختلفة أساسية في إيجاد منهج تكاملي للمعرفة، حيث تساهم هذه المفاهيم في تصميم مواقف تعليمية متنوعة في عملية التدريس؛ لذا يمكن الاعتماد عليها في تعليم الموضوعات الرياضية التي تمثل تحديًا للعديد من طلاب المرحلة الابتدائية، على الرغم من أهميتها في جميع المراحل التعليمية؛ لذلك تُعد المرحلة الابتدائية بشكل خاص حجر الأساس للتعليم المتقدم، إذ تسهم في تعزيز دافعية الطلاب نحو تحسين التحصيل الدراسي وزيادة مستويات التعلم.

ويُعد اكتساب المفاهيم شرطًا أساسيًا لكل متعلم يسعى لأن يكون مثقفًا تقنيًا وعلميًا، وتُعد مهمة اكتساب هذه المفاهيم جزءًا أساسيًا من عملية التعليم، حيث يقوم المعلمون بتعليم مفاهيم متنوعة وجديدة للطلاب بطرق وأساليب مختلفة، وقد يحدث أحيانًا تباين في عرض مفهومين مختلفين من قِبل المعلم نفسه في صف واحد (الخطيب وعبابنة، 2011).

كما يُشير (سري وغالب، 2022) إلى أن اكتساب المفهوم الرياضي هو جوهر التعلم في مادة الرياضيات من خلال ما يلي:

أ. تقديم أمثلة وأمثلة معاكسة للمفهوم.

ب. التمييز بين المفاهيم المتشابهة.

ج. صياغة تعريف للمفهوم.

د. تطبيق المفهوم.

وفي حصة الرياضيات يقدم المعلم تعريفات لمفاهيم رياضية وشروحات ذات صلة بها وعلى المعلم أن يدرك سمات تعريف المفاهيم الرياضية من أجل تدريس ناجح وهي: وفقًا ل (Vinner, 2002).

1.سمات أساسية ومنها ما يلي:

أ. **التسلسل الهرمي:** يجب أن يُقدّم المفهوم الجديد كحالة خاصة من مفهوم أعم، مثلًا: المربع هو حالة خاصة من الرباعي.

المثال: المربع هو حالة خاصة من المستطيل، والمستطيل بدوره هو حالة خاصة من الشكل الرباعي.

ب. الوجود: يجب أن يكون هناك مثال واحد على الأقل أو حالة واحدة تدعم صحة المفهوم.

فمثلاً: العدد الزوجي هو أي عدد يقبل القسمة على 2 بدون باقي.

مثال على ذلك هو العدد 4، فهذا العدد يمثل وجودًا لمفهوم العدد الزوجي ويدعم صحته.

ج.التكافؤ: إذا كانت هناك تعريفات متعددة للمفهوم، يجب توضيح أنها متكافئة أو تؤدي إلى نفس المعنى.

فمثلاً: الزاوية القائمة يمكن تعريفها بأنها الزاوية التي تساوي 90 درجة، ويمكن أيضًا تعريفها بأنها الزاوية التي يتقاطع فيها خطان ويشكلان زوايا متساوية. كلا التعريفين متكافئان لأنهما يؤديان إلى نفس الفهم بأن الزاوية القائمة تكون دائمًا 90 درجة.

د. التأقلم: يجب أن يكون التعريف منسجمًا داخل نظام استنتاجي ويتوافق مع القواعد العامة للنظام.

فمثلاً:

العدد العشري هو الذي يحتوي على فاصلة عشرية، تفصل بين أعداده الصحيحة وأعداده العشرية، العدد الصحيح يكون على يسار الفاصلة العشرية، ويكون العدد العشري على يمين الفاصلة العشرية وهذا ما يعرف بقيمة مكان عشري.

مِثال: الرقم 1,7 .

والتأقلم: أن تتوافق الأعداد العشرية مع النظام الأوسع للأعداد الحقيقية، حيث يمكن تمثيل أي عدد عشري على خط الأعداد ويمكن تطبيق العمليات الرياضية عليه بنفس القواعد المستخدمة للأعداد الحقيقية.

2.سمات تفضيلية ومنها ما يلي:

أ. **الاختصار:** يجب ذِكر أقل عدد ممكن من الصفات الضرورية لبناء المفهوم.

فمثلاً: في تعريف مربع نذكر زاوية قائمة واحدة في كل ركن وليس أربعة زوايا.

ب. الجمال: عند اجراء اختيار بين تعريفين لمفهوم واحد؛ على المعلم أن يختار الذي يحتوي على كلمات ورموز أقل أو الذي يظهر أبسط وأجمل.

فعلى سبيل المثال:

الصياغة التالية:

$$|x| = \sqrt{x^2}$$

أفضل من الصياغة:

$$|x| = \begin{cases} x, x \geq 0; \\ -x, x \leq 0. \end{cases}$$ ،

مع اعتبار أن x عدد حقيقي.

ويرى الباحثان أنه لتوضيح المفهوم يمكن استخدام اللغة لتحفيز التفكير وتثبيت مضمون المفهوم فمثلاً:

في تعليم مفهوم "الأعداد النسبية"، فعند تدريس هذا المفهوم، يمكن للمعلم استخدام اللغة بشكل فعَّال لتوجيه تفكير الطلاب، مثل وصف العلاقة بين الأعداد النسبية والأعداد الصحيحة، فعلى سبيل المثال، بدلاً من مجرد عرض التعريف الرياضي للأعداد النسبية على السبورة، يمكن للمعلم أن يبدأ بحوار يطرح فيه أسئلة مثل: "كيف يمكننا تقسيم كعكة إلى أجزاء متساوية بين خمسة أشخاص؟"، و"إذا كان لديك 5/3 من الكعكة، ماذا يعني ذلك؟"

وتُمثِل المفاهيم الرياضية الأساس الذي تُبنى عليه المعرفة الرياضية، حيث إن قدرة الطالب على استيعاب المفاهيم الرياضية تُعد جزءًا جوهريًا من عملية تعلم الرياضيات داخل الفصل الدراسي، فهناك العديد من الأساليب أو الإجراءات التي يقوم بها المعلم لتعليم الطلاب هذه المفاهيم، وتُعرف هذه الإجراءات باسم "تحركات تدريس المفاهيم" وفيما يلي نظرة عامة على أبرز هذه التحركات: (زيتون، 2005).

1.تحرك التعريف: في هذا الإجراء، يقوم المعلم بتقديم مفهوم رياضي معين (اسم المفهوم أو المصطلح) وتوضيحه من خلال تفسير لغوي يشرح معناه، ويُعد هذا التحرك من أكثر الأساليب استخدامًا لسهولته ودقته في تحديد المفهوم، إلا أنه قد يكون صعبًا على الطلاب، خاصة في المراحل المبكرة، وغالبًا ما يؤدي ذلك إلى لجوء الطلاب إلى حفظ التعريفات دون استيعاب حقيقي لها، مما يحد من قدرتهم على توظيف هذه المفاهيم وتطبيقها بشكل فعّال.

فعلى سبيل المثال: إذا قام المعلم بتعريف مفهوم المربع بقوله إنه "شكل هندسي رباعي الأضلاع، جميع أضلاعه متساوية، وزواياه قائمة"، فقد يحفظ الطلاب هذا التعريف عن ظهر قلب دون أن يفهموا كيف يستخدمونه في حل مسائل تتعلق بالمساحات أو المحيطات.

2.تحرك المثال: في هذا النوع من التحركات، يقدم المعلم أمثلة على المفهوم الذي يتم تدريسه، مع التأكد من أن كل مثال يعكس الخصائص الكاملة للمفهوم.

فعلى سبيل المثال: عند تدريس مفهوم العدد الأولي، يقوم المعلم بإعطاء أمثلة مثل: 2، 3، 5، 7، 11، 13...إلخ، حيث تتوافر في هذه الأعداد جميع خصائص العدد الأولي.

3.تحرك اللامثال: يُقصد باللامثال الحالات التي تفتقر إلى خاصية أو أكثر من خصائص المفهوم المعني، ويركز هذا التحرك على تقديم أمثلة لا تنتمي للمفهوم؛ وذلك لتوضيح الفرق بين ما ينتمي وما لا ينتمي للمفهوم.

فعلى سبيل المثال: عند شرح مفهوم العدد الزوجي (العدد الذي يقبل القسمة على 2 بدون باقٍ)، يمكن للمعلم أن يذكر الأعداد 3، 7، 49 كأمثلة على أعداد غير زوجية، وبالتالي فهي توضح اللامثال لمفهوم العدد الزوجي.

وفي الرياضيات تُعد المفاهيم جوهر التفكير الرياضي وعادة ما تتكون بنية الرياضيات منها، وقد تتطور لتجمع بين مفهومين فيما يُسمى بالتعميم.

التعميمات الرياضية:

التعميم الرياضي يُقصد به: العلاقة الثابتة بين مفهومين أو أكثر، ويشمل العلاقات والمبادئ والقوانين والنظريات التي ترد في كتب الرياضيات، كما يُعرَّف بأنه: فكرة معقدة تتكون من مجموعة من المفاهيم المرتبطة معًا، وبالإضافة إلى ذلك يمكن النظر إليه كعبارة رياضية تنطبق على مجموعة من العناصر والأشياء (شطا، 2010).

ومن أمثلة التعميمات: (الحقائق، والمسلمات، والبديهيات، والنظريات ونتائجها، والقوانين، والقواعد)، ومن الأمثلة على التعميمات الرياضية ما يلي:

- 5 × 7 = 35 (حقيقة).
- ا كجم = 1000جم (حقيقة).
- في المثلث القائم الزاوية، مربع طول الوتر = مربع مجموع طولي الضلعين الآخرين (نظرية).
- أ م × أ ن = أ (م+ن) (قانون).
- (أ ^{2} – ب^2) = (أ + ب) (أ – ب). (قاعدة).
- كل نقطتين مختلفتين في المستوي تحددان مستقيمًا واحدًا فقط (مسلمة).
- الكل أكبر من الجزء (بديهية).

مثال1: لتدريس التعميم: حاصل ضرب عددين أحدهما فردي والآخر زوجي، يكون عددًا زوجيًا.

حيث يقدم المعلم بعد التمهيد الأمثلة التالية ويطلب من الطلاب حلها:

4×3= ..... 12×5= .....

6×7= ..... 7×4= .....

ومن خلال الأمثلة السابقة نستنتج أن: (لغة شفهية).

حاصل ضرب عدد فردي في عدد زوجي يكون عدداً زوجي، ليصل إلى تفسير وتبرير هذا المبدأ وتطبيقه في أمثلة متعددة.

مثال 2: لتدريس تعميم: مجموع قياسات الزوايا الداخلية في المضلع تساوي (ن−2) × 180 ° حيث (ن) عدد الأضلاع.

ويمكن تنفيذ النشاط التالي لتدريس هذا التعميم:

المضلع	اسمه	عدد الأضلاع	عدد المثلثات التي يمكن أن ينقسم إليها المضلع	مجموع قياسات الزوايا
	مثلث	3	2	° 180
	مربع	4	4−2	° 360

خاتمة

إن تعلم الرياضيات يتطلب اكتساب اللغة الرياضية، بما في ذلك القدرة على قراءتها والتحدث بها، وليس فقط معرفة المفردات الرياضية، بل أيضًا فهم المعاني التي تعبر عنها، وهذا يستدعي مشاركة فعالة في اللغة الرياضية، وعندما يواجه الطلاب صعوبة في ذلك، يصبح من الصعب عليهم فهم الرياضيات، مما يؤدي إلى اعتبارها مادة صعبة.

كما تُعد المفاهيم عنصرًا أساسيًا في التفكير الرياضي، حيث يساعد على تنظيم الأفكار وتبسيط المعاني المعقدة، مما يعزز القدرة لدى الطلاب على الاستنتاج وحل المشكلات، إذ أن الفهم العميق للمفاهيم الرياضية يمكّن الطلاب من بناء معرفتهم بطريقة منطقية ومترابطة؛ مما يُسهِل عليهم استيعاب المحتوى الرياضي وتطبيقه في سياقات متنوعة.

الاستنتاجات

من خلال الاستقراء للأدبيات ذات الصلة يمكن استنتاج ما يلي:

- توجد علاقة بين اللغة والتفكير: حيث تُعد اللغة أداة أساسية للتعبير عن الأفكار وتنظيمها، مما يعكس العلاقة الوثيقة بين اللغة والتفكير، فالمعلم والطالب يستخدمون اللغة للتواصل، ولكنها أيضًا تُشكل إطارًا يُمكنهم من تحليل النظريات والعلاقات والتمثيلات الرياضية وتعزز

لديهم القدرة على التفكير الناقد، كما يساعد التعبير اللغوي في توضيح الأفكار المعقدة، مما يعزز القدرة على التفكير بعمق وفهم المسائل بشكل أفضل.

- توجد علاقة بين المفاهيم والتفكير: تُعد المفاهيم حجر الزاوية في عملية التفكير، حيث تساعد على تصنيف المعلومات وتنظيم المعرفة، فكلما كان لدى الفرد فهمًا عميقًا للمفاهيم، كلما زادت قدرته على التفكير بشكل منطقي واستنتاج الحلول، كما تُسهم المفاهيم في بناء أساس قوي يعزز القدرة على الربط بين الأفكار المختلفة وإيجاد العلاقات بينها.
- للغة أهمية كبيرة في تدريس الرياضيات: تلعب اللغة دورًا محوريًا في تدريس الرياضيات، حيث تُستخدم لتفسير القواعد الرياضية، وتوضيح العمليات، وتسهيل التواصل بين المعلم والطلاب، كما أن اللغة الرياضية تساعد الطلاب على فهم الرموز والتعبيرات بشكل أفضل؛ مما يؤدي إلى تحسين الأداء الأكاديمي في المادة، فالعلاقة القوية بين اللغة والرياضيات تبرز أهمية استخدام لغة دقيقة وواضحة أثناء التدريس لتعزيز الفهم والاستيعاب.
- يمكن استخدام اللغة في حصص الرياضيات في عدة أشكال: رمزية – شفهية – كتابية وجميعها يسير في سياق واحد يخدم موضوع الدرس.
- للمفاهيم أهمية كبيرة في تدريس الرياضيات: حيث تُعد المفاهيم عنصرًا أساسيًا في تعلم الرياضيات، حيث تُساعد الطلاب على بناء إطار معرفي شامل يربط بين الأفكار المختلفة، كما إن تدريس المفاهيم الرياضية بشكل فعَّال يُعزز لدى الطلاب التفكير الناقد والإبداعي، مما يُمكنهم من تطبيق المعرفة في مواقف حياتية جديدة؛ لذا يجب أن يُركز التعليم على تطوير المفاهيم الرياضية وتعزيزها، ولضمان فهم عميق يسهم في بناء المهارات الرياضية لدى الطلاب.

التوصيات

في ضوء ما سبق يوصي الباحثان بما يلي:

- ضرورة عقد دورات تدريبية حول اللغة وتوظيفها كأداة للتفكير الرياضي.
- ضرورة اهتمام المعلم بتقديم المفاهيم الرياضية بلغة بسيطة ومفهومه لدى جميع الطلاب بحيث تساعدهم على اكتسابها وتنميتها.
- حث المعلمين على الاهتمام باستراتيجيات حديثة تقوم على توظيف المفاهيم الرياضية لاكتساب التعلم.

- تشجيع الطلاب على التعبير عن أفكارهم الرياضية شفهيًا وكتابيًا لتعزيز قدراتهم على التفكير النقدي وتحليل المشكلات.
- عقد ورش عمل للمعلمين لزيادة الوعي بأهمية اللغة كأداة لتنمية التفكير الرياضي وتنظيم الأفكار الرياضية.
- تدريب المعلمين على كيفية توظيف اللغة لتعزيز التفكير التحليلي والناقد لدى الطلاب من خلال تمارين تركز على الشرح والتوضيح باستخدام اللغة الرياضية المناسبة.
- يجب تصميم المناهج لتشمل وحدات تركز على تعزيز فهم المفاهيم الأساسية في الرياضيات وتطبيقها في سياقات مختلفة.
- تصميم نشاطات صفية تعتمد على تطوير المفاهيم وربطها بتجارب حياتية واقعية لتمكين الطلاب من فهم عميق للمادة.
- استخدام أنشطة وتمارين تعليمية تركز على تطبيق المفاهيم الرياضية في مواقف جديدة لتعزيز التفكير المنطقي والقدرة على استنتاج الحلول.
- تنظيم مناقشات صفية تتيح للطلاب تحليل المسائل الرياضية باستخدام المفاهيم المختلفة وربطها بأفكار جديدة.
- تعزيز طرق التدريس التي تعتمد على استخدام تمثيلات متعددة (رمزية، شفهية، كتابية) لشرح المفاهيم الرياضية لضمان فهم شامل لدى جميع الطلاب.

المقترحات

في ضوء ما توصل إليه هذا المقال من استنتاجات فإن الباحثين يرون أن هناك ضرورة ماسة لاقتراح بعض المجالات البحثية، ومن أهمها ما يلي:

- إجراء بحوث ميدانية تتناول العلاقة بين اللغة ومتغيرات مثل: التحصيل الدراسي والتفكير المنطقي وغيرها.
- إجراء دراسات حول البنية المعرفية وعلاقتها باستيعاب المفاهيم الرياضية.
- إجراء دراسات تجريبية لقياس تأثير استخدام اللغة بشكل منهجي (شفهي، كتابي، رمزي) في تحسين الأداء الأكاديمي الرياضي لدى الطلاب، ومتابعة هذه الدراسات لتطوير الممارسات التدريسية لدى المعلمين.
- تصميم أدوات ومقاييس تقييم جديدة تقيس مدى فهم الطلاب للمفاهيم الرياضية وقدرتهم على التعبير عن تلك المفاهيم باستخدام اللغة.

المراجع

أولًا: المراجع العربية:

أبو عصر، رضا مسعد. (2019). تطوير تدريس الرياضيات باللغة الإنجليزية في المدارس الرسمية للغات باستخدام مداخل التكامل الأكاديمي اللغوي. *مجلة تربويات الرياضيات*، *22*(6)، 6 – 33.

باعلي، مصطفي وسماعيلي، يامنة. (2011). الرياضيات واللغة ..... أية علاقة. *مجلة العلوم الاجتماعية*، 5 (12)، 59–65.

الجوراني، ابراهيم محمد. (2009). تدريس المفاهيم النحوية على وفق استراتيجية خرائط المفاهيم. بحث تجربي. *مجلة دراسات تربوية*، *(*7)، 40–7.

الحياني، صبري بردان والفهداوي، علي داود. (2016). أساليب التفكير السائدة وفق نظرية غريغورك لدى طلبة المرحلة الإعدادية. *مجلة جامعة الانبار للعلوم الإنسانية*، (1)، 418

الخطيب، محمد إبراهيم وعبابنة، عبد الله يوسف. (2011). أثر استخدام تدريسية قائمة على حل المشكلات على التفكير الرياضي نحو الرياضيات لدى طلاب الصف السابع الأساسي. *مجلة العلوم التربوية والنفسية*، 38(1).

الريماوي، محمد عودة وسليطي، ناديا عبد الله. (2014). *علم النفس العام* (ط. 1). دار المسيرة عمان.

زهران، العزب محمد. (2018). تدريس الرياضيات وتنمية مهارات التفكير لدى الطلاب. *المجلة الدولية للبحث في العلوم التربوية*، *1*(1)، 161–224.

زيتون، كمال عبد الحميد. (2005). التمثيلات الرمزية للمعرفة في بيئات التعليم والتعلم البنائية. *دراسات وبحوث المؤتمر العلمي للجمعية العربية وتكنولوجيا التربية – تكنولوجيا التربية في مجتمع المعرفة* – مصر .

سرى، يونس مجيد وغالب، خزعل محمد. (2022). اكتساب المفاهيم الرياضية لدى تلميذات المرحلة الابتدائية. *مجلة أبحاث الذكاء*، *16*(33)، 586–604.

السعيد، رضا مسعد. (2018). القوة الرياضية " *مدخل للتميز في تعليم وتعلم الرياضيات*"(ط. 1). دار العلوم للنشر والتوزيع.

سلامه، نهاد أشرف. (2022). استخدام الرسوم الكرتونية في تنمية المفاهيم الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. *مجلة كلية التربية بالمنصورة*، *119*(4)، 1513-1560.

السواعي، عثمان نايف. (2010). مهارات التمثيل الرياضي وإجراء العمليات الحسابية لدى طلاب الصف السادس الابتدائي. *مجلة العلوم التربوية والنفسية*، *11*(3).

السيد، محمود أحمد. (2015). اللغة والتفكير المستنير. *مجلة مجمع اللغة العربية بدمشق*، *88*(4)، 895 - 910. مسترجع من http://search.mandumah.com/Record/73719

الشريف، خالد بركات وأبو الحمائل، أحمد عبد المجيد. (2019). فاعلية تدريس وحدة (أجهزة جسم الإنسان) باستخدام الإنفو جرافيك لتنمية المفاهيم الصحية لدى طلاب الصف الثاني المتوسط. *مستقبل التربية العربية*، *26*(119)، 127 - 172.

شطا، سعيد محمد. (2010). *استراتيجية مقترحة في ضوء نموذج ديفيس لاكتساب التعميمات الرياضية والاحتفاظ بها لدى طلاب الصف العاشر الأساسي بغزة* [رسالة ماجستير، الجامعة الإسلامية غزة].

عبد القادر، لورسي. (2014). *المرجع في التعليمية الزاد النفيس والسند الأنيس في علم التدريس*. دار جسور للنشر.

عدس، محمد عبد الرحيم. (2000). *المدرسة وتعليم الفكر* (ط. 1). دار الفكر للنشر والتوزيع.

عدنان، يوسف العتوم. (2012). *علم النفس المعرفي النظرية والتطبيق* (ط. 1). دار المسيرة للنشر والتوزيع.

قرقش، ولاء عبد السميع وقداح، أحمد يوسف وبغدادي، فادية ديمترى. (2019). أثر إستراتيجية المشروعات في تنمية بعض المفاهيم الرياضية لدى طفل الروضة. *المجلة العلمية لكلية التربية للطفولة المبكرة–جامعة المنصورة*، *6*(1)، 159-209.

محسين، عاطف إسماعيل. (2014). *دروس في اللغة العربية: عرض مبسط لأساسيات اللغة وتطبيقاتها* (ط. 1). بورصة الكتب للنشر والتوزيع.

مقابلة، إبراهيم ضيف الله. (2018). أثر المعاني المتعلقة بفهم إشارة المساواة لدى طلبة الصف السادس الأساسي في مقدرتهم على حل المسألة الحسابية. *مجلة العلوم التربوية والنفسية*، *26*(1)، 1-33:

وليم، عبيد تادتروس. (1998). *تعلم وتعليم الرياضيات في المرحلة الابتدائية* (ط. 1). دار الفلاح للنشر.

وليم، عبيد تادتروس. (2004). *الرياضيات لجميع الأطفال في ضوء متطلبات المعايير وثقافة الفكر* (ط. 2). دار المسيرة.

ثانيًا: المراجع الأجنبية:

Abd al-Qadir, L. (2014). *Handbook of didactics: A precious resource and companion in the science of teaching* (*Al-marja‘ fī al-ta‘līmīyah al-zād al-nafis wa-al-sand al-anīs fī ‘ilm al-tadrees*). Dar Jusur for Publishing.

Abu ‘Asr, R. (2019). Developing mathematics teaching in English in official language schools using academic-linguistic integration approaches (Taṭwīr tadres al-riyāḍiyāt bi-al-lughah al-ingliziyah fī al-madāris al-rasmiyah lil-lughāt bi-istikhdām madākhil al-takāmul al-akādīmī al-lughawi). *Journal of Mathematics Education*, *22*(6), 6–33.

Adas, M.(2000). School and teaching thinking (*Al-madrasah wa-ta‘līm al-fikr*) (1st ed.). Dar Al-Fikr for Publishing and Distribution.

Adnan, Y. (2012). Cognitive psychology: Theory and practice (*‘Ilm al-nafs al-ma‘rifī: Al-naẓariyah wa-al-taṭbīq*) (1st ed.). Dar Al-Maseera for Publishing and Distribution.

Al-Ghorani, I. (2009). Teaching grammar concepts according to the concept mapping strategy (Tadrees al-mafāhīm al-naḥawīyah ‘alá wifaq istrātījiyyat kharā’iṭ al-mafāhīm). *Journal of Educational Studies*, (7), 40–7.

Al-Hayani, S., & Al-Fahdawi, ‘A. (2016). Predominant thinking styles according to Gregorc’s theory among high school students (Asālīb al-tafkīr al-sā’idah wafq naẓariyat Grīgūrk ladá ṭulāb al-marḥalah al-‘idādiyah). *University of Anbar Journal for Humanities*, (1), 418.

Al-Khatibb, M., & ‘Ababna, ‘A. (2011). Impact of a problem-solving-based teaching approach on mathematical thinking toward mathematics among seventh graders (Athar istikhdām tadreesīyah qā’imah ‘alá ḥall al-mushkilāt ‘alá al-tafkīr al-riyāḍī nahw al-riyāḍiyāt ladá ṭulāb al-ṣaff al-sābi‘ al-asāsī). *Journal of Educational and Psychological Sciences*, 38(1).

Al-Rimawi, M., & Saliti, N. (2014). *General psychology* (*'Ilm al-nafs al-'āmm*) (1st ed.). Dar Al-Maseera.

Alsaeed, R. (2018). Mathematical power: An approach to excellence in mathematics education (*Al-quwah al-riyāḍīyah "madkhal li-al-tamyīz fī ta'līm wa-ta'allum al-riyāḍiyāt"*) (1st ed.). Dar Al-'Ulum for Publishing and Distribution.

Alsawaey, O. (2010). Skills of mathematical representation and making arithmetic operations among the sixth primary stage students (Mahārāt al-tamthīl al-riyāḍī wa-ijrā' al-'amalīyāt alḥsābyh ladá ṭullāb al-ṣaff al-sādis al-ibtidā'ī). *Journal of Educational and Psychological Sciences*, *11*(3).

Al-Sayyid, M. (2015). Language and enlightened thinking (Al-lughah wa-al-tafkīr al-mustanīr). *Journal of the Arabic Language Academy in Damascus*, *88*(4), 895–910.

Al-Sharif, K., & Abu Al-Hamail, A. (2019). Effectiveness of teaching a unit (human body organs) using infographics to develop health concepts among second-grade students (Fa'āliyyat tadrees waḥdat ajhizat jism al-insān bi-istikhdām al-infū jrafīk li-tanmiyat al-mafāhīm al-ṣiḥḥīyah ladá ṭalāb al-ṣaff al-thānī al-mutawassiṭ). *Future of Arab Education*, *26*(119), 127–172.

Ba'ali, M., & Samaili, Y. (2011). Mathematics and language: What is the relationship? (Al-riyāḍiyāt wa-al-lughah..... ayah 'alaqah). *Journal of Social Sciences*, *5*(12), 59–65.

Berger, M. (2005). Vygotsky's Theory of Concept Formation and Mathematics Education. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 153-160.

Bermejo, V., Ester, P. & Morales, I. (2021). How the Language of Instruction Influences Mathematical Thinking Development in the First Years of Bilingual Schoolers. *Front Psychol. 2021 Apr* 13;12:533141.

Espinas, D. R & Fuchs, L. S. (2022) The Effects of Language Instruction on Math Development. *Child Dev Perspect.;*16(2):69-75.

Fennel, F& Rowan, M. (2001) Representation: An Important Process for Teaching and Learning Mathematics. *Teaching Children Mathematics*, Vol. 7, No.5.

Gleitman, L. R., & Papafragou, A. (2012). *New perspectives on language and thought.* Cambridge Handbook of Thinking and Reasoning.2nd ed. New York: Oxford University Press

Hurrell, D. P. (2021). Conceptual knowledge OR Procedural knowledge OR Conceptual knowledge AND Procedural knowledge: Why the conjunction is important for teachers. *Australian Journal of Teacher Education*, 46(2).

Laurence, S. & Margolis, E. (2012) *The Scope of the Conceptual*, in E. Margolis, R. Samuels, & S. Stich (eds.), The Oxford Handbook of Philosophy of Cognitive Science, New York: Oxford University Press, pp. 291–317

Mercer, N. & Sams, C. (2006). Teaching children how to use language to solve maths problems. *Language and education*, 20(6), 507-528

Mokabala, I. (2018). Impact of understanding the equal sign on sixth-grade students' ability to solve mathematical problems (Athar al-ma'ānī al-mut'allaqah bi-fahm ishārat al-musāwah ladá ṭalabat al-ṣaff al-sādis al-asāsī fī maqdirtihim 'alá ḥall al-mas'alah al-ḥisābīyah). *Journal of Educational and Psychological Sciences*, *26*(1), 1–33.

Morgan, C., Craig, T., Schütte, M. & Wagner, D. (2014). Language and communication in mathematics education: an overview of research in the field. ZDM: *The International Journal of Mathematics Education*, 46 (6), 843-853

Muhsin**,** A. (2014). *Lessons in Arabic: A simplified presentation of language basics and applications* (*Dūrūs fī al-lughah al-'Arabīyah: 'Arḍ mubassaṭ li-asāsīyāt al-lughah wa-taṭbīqātihā*) (1st ed.). Bursa Al-Kutub for Publishing and Distribution.

Pinker, S. (2007). *The Stuff of Thought: Language as a Window into Human Nature*. London: Penguin. Press 1st edition

Qarqash, W., Qaddah, A., & Baghdadi, F. (2019). Impact of project-based strategy on developing some mathematical concepts among kindergarten children (Athar istrātījiyyat al-mashrū'āt fī tanmiyat ba'ḍ al-mafāhīm al-riyāḍīyah ladá ṭifl al-rawḍah). *Scientific Journal of the Faculty of Early Childhood Education, Mansoura University*, *6*(1), 159–209.

Salama, N. (2022). Using cartoons to develop mathematical concepts among primary school students (Istikhdām al-rasūm al-kartūnīyah fī tanmiyat

al-mafāhīm al-riyāḍīyah ladá talāmīdh al-marḥalah al-ibtidā'īyah). *Journal of the Faculty of Education, Mansoura University*, *119*(4), 1513–1560.

Shaṭa, S. (2010). *A proposed strategy in light of Davis's model for acquiring and retaining mathematical generalizations among tenth-grade students in Gaza* (*Istrātījiyyah muqtarah fī ḍaw' namūdhaj Dāfis li-iktisāb wa-iḥtifāẓ al-ta'amīmāt al-riyāḍīyah ladá ṭulāb al-ṣaff al-'āshir al-asāsī fī Ghazzah*) [Master's thesis, Islamic University of Gaza].

Siraj, A., & Ghalib, K. (2022). Acquisition of mathematical concepts among elementary school girls (Iktisāb al-mafāhīm al-riyāḍīyah ladá talāmīdh al-marḥalah al-ibtidā'īyah). *Journal of Intelligence Research*, *16*(33), 586–604.

Vinner, S. (2002). the role of definitions in the teaching and learning of 'mathematics. In D. *Tall, Advancced Mathematical Thinking* (Vol. 11, pp. 65-81). Netherlands: Springer.

William, U. (1998). Learning and teaching mathematics in elementary school (*Ta'līm wa-ta'allum al-riyāḍiyāt fī al-marḥalah al-ibtidā'īyah*) (1st ed.). Dar Al-Falah for Publishing.

William, U. (2004). Mathematics for all children in light of standards and culture of thought (*Al-riyāḍiyāt li-kull al-aṭfāl fī ḍaw' maṭālib al-ma'āyīr wa-thaqāfat al-fikr*) (2nd ed.). Dar Al-Maseera.

Wong, I. (2007). English leamers and mathematics learning: language issues to consider, *assessing mathematical proficiency*, (53), 333-343.

Zahran, A. (2018). Teaching mathematics and developing thinking skills among students (Tadrīs al-riyāḍīyāt wa-tanmiyat mahārāt al-tafkīr ladá al-ṭullāb). *International Journal of Research in Education, 1*(1), 161-224.

Zaytoun, K. (2005). Symbolic representations of knowledge in constructive learning environments (Al-tamthīlāt al-ramzīyah lil-ma'rifah fī biyāt al-ta'līm wa-al-ta'allum al-binā'īyah). *Scientific and Research Studies, Arab Society for Technology Education Conference – Education Technology in the Knowledge Society – Egypt.*