استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية في تنمية مهارات الترجمة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية

إعـــــداد

محمد جاد الكريم عبدالعظيم
موجه رياضيات بمديرية التربية والتعليم بقنا

اشـــــراف

أ.د/ نادي كمال عزيز

أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات
المتفرغ بكلية التربية – جامعة أسوان

أ.د / عبد الناصر فايز محمود

أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات
بكلية التربية – جامعة أسوان

(*)بحث مستل من أطروحة رسالة دكتوراه لاستكمال متطلبات الحصول على درجة دكتوراه الفلسفة في التربية تخصص المناهج وطرق تدريس الرياضيات

استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية في تنمية مهارات الترجمة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية

أ. د/ نادي كمال عزيز أ.د/ عبد الناصر فايز محمود أ/ محمد جاد الكريم عبدالعظيم

مستخلص البحث

هدف البحث إلي التعرف على فاعلية استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية في تنمية مهارات الترجمة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، وطبق على عينة قوامها(٨٤) تلميذ وتلميذة من تلاميذ الصف السادس الابتدائي، واستخدم البحث المنهج شبه التجريبي، واستخدم البحث اختبار مهارات الترجمة الرياضية، وتوصلت نتائج البحث إلى: وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين درجات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار مهارات الترجمة الرياضية في التطبيق البعدي لصالح المجموعة التجريبية.

الكلمات المفتاحية: النمذجة الرياضية – مهارات الترجمة الرياضية – المرحلة الابتدائية.

Research Abstract:

The aim of the research was to identify the effectiveness of using the Mathematical Modeling strategy in developing the Mathematical Translation Skills among primary school pupils. It was applied to a sample of (84) male and female pupils from the sixth grade of primary school. The research used the quasi-experimental method and used the mathematical problem-solving test. The research results reached: There is a statistically significant difference between the scores of the experimental group and the control group in the Mathematical Translation Skills test in the post-application in favor of the experimental group.

Key Words: Mathematical Modeling - Mathematical Translation Skills - primary school.

مقدمة:

يشهد العالم فى الوقت الحالى ثورة معلوماتية فى جميع مجالات المعرفة، وعلى رأسها مجال التربية، وهذا مما يحتم على المؤسسات التربوية ضرورة إعادة النظر فى أسس اختيار وتخطيط وبناء المناهج وأساليب التعامل مع المعرفة، من حيث طرق تدريسها، وأسلوب تعامل التلاميذ والمعلمين معها.

لذا باتت الحاجة ماسة وملحة لتطوير طرق واستراتيجيات تدريسية حديثة من شأنها أن تنمى العقلية المفكرة لدى التلاميذ واستثارة مهارات التفكير المنطقى ومهارات اتخاذ القرار لديهم وكذلك مساعدتهم على مواكبة تلك الثورة العلمية ومواجهة تضاعف المعرفة البشرية، ومن هذه الاستراتيجيات استراتيجية النمذجة الرياضية.

تزداد العلوم تقدماً وتطوراً كلما تم معالجتها رياضياً، وكلما أمكن نمذجة نظرياتها وقوانينها في شكل منظومات رياضية تساعد على التفسير والتنبؤ، فمن خلال النماذج الرياضية أصبح العالم شيئًا قابلاً للاستيعاب فى الكثير من الظواهر، فالتلاميذ بحاجة إلى رياضيات أكثر نفعية في حياتهم اليومية يسهم تعلمها فى إعدادهم لمواجهة تحديات المستقبل، والنمذجة الرياضية فى جوهرها تعد جسرًا بين المعارف الرياضية الأساسية والمواقف غير الرياضية، حيث يعرف التلاميذ أنفسهم العلاقة بين الرياضيات والعالم الحقيقى، وأن المشكلات التى تواجههم يمكن تمثيلها بنماذج رياضية وحلها وبمناقشة الحلول الممكنة يمكن الخروج بتنبؤات ومفاهيم رياضية جديدة.

وإذا كان الهدف من إعداد التلاميذ للنجاح فى حياتهم العملية وإعدادهم كى يتنافسوا عالميًا فى الغد، فلابد أن يكون لديهم القدرة على تعلم مفاهيم جديدة ومهاراتها، فإنهم بحاجة إلى فهم التعامل مع الرياضيات كأداة يمكنهم استخدامها فى حياتهم اليومية؛ للتمكن منها بالقدر الذى يسمح لهم بتوظيف البيانات والمعلومات والتقنيات

التى يعايشونها هذه الأيام، وإذا كان مستوى التلاميذ ضعيفًا فى الرياضيات وتطبيقاتها؛ فستكون فرصتهم قليلة للحصول على مستويات عليا من التميز والمنافسة على المهن الفعالة، فجهلهم بالرياضيات يحرمهم من الفرص ومن البراعة فى مهام حياتهم اليومية، ولذلك تعد الرياضيات مادة أساسية ومحورية فى حياة التلاميذ، وفى مركز المناهج الدراسية عالميًا، ويعد النجاح فى تعلمها مطلبًا ضروريًا فى حياتهم (خالد المعثم وسعيد المنوفى، ٢٠١٤، ٢).

وحل المسألة الرياضية بوجه عام يحتاج إلى نوع ما من الترجمة، فقد يحتاج المتعلم لترجمة المسألة من صورة لفظية إلى صورة رمزية (والعكس صحيح)، أو من صورة لفظية إلى شكل أو رسم، وهكذا من صور الترجمة المختلفة، كما أن الفهم فى الرياضيات يتمثل فى قدرة التلميذ على صياغة المعلومات الرياضية أو ترجمتها من صورة إلى أخرى، وكذلك تفسيرها واستنتاج ما يتعلق مع الشروط والقواعد المحددة لذلك (منصور سمير، وعايد عايض ، ٢٠١٦، ٢١٤-٢١٥).

وقد أشارت بعض الدراسات إلي أسباب تدني مهارات الترجمة الرياضية للمسألة اللفظية لدي الطلاب يعود إلي أن طرق التدريس التقليدية تركز علي استظهار المعلومات بينها حل المسائل تتطلب الفهم والإدراك كدراسة كل من (زينب محمود، ٢٠١١، ياسر عبد الرحيم وحسن عوض، ٢٠١٣، منصور سمير، وعايد عايض، ٢٠١٦).

ومن الدراسات التي اهتمت بمهارات الترجمة الرياضية:

١- دراسة (Nurrahmawati, Sa'dijah, Sudirman & Muksar,2021):

دراسة وصفية خلصت إلى أنه فى الترجمة من التمثيلات الرمزية إلى التمثيل اللفظى، هناك بعض الأخطاء التى يرتكبها الطلاب، من خلال مواقف المشكلات التى قام بها الطلاب بطريقة غير منطقية، وحالات المشكلات التى قام بها الطلاب منطقية

ولكن لا تتبع نظام المعادلات المقدمة، وحالات المشكلات التى قدمها الطلاب ليست موجودة فيما يتعلق بنظام المعادلة المقدم، والأخير هو أن حالة المشكلة المقدمة لا تصف مفهوم نظام المعادلة المحدد، بناءً على ذلك، لم يتمكن الطلاب من الحفاظ على التطابق الدلالى بين الترجمة الرمزية واللفظية، وبالمثل فى الترجمة إلى شكل بيانى، يرتكب الطلاب أخطاء متمثلة فى التنفيذ والتفسير، لأن الطلاب ليسوا معتادين على التعرف على استخدام التمثيلات المختلفة فى تعلم الرياضيات، لذلك؛ هناك حاجة إلى بذل جهد حتى يتمكن الطلاب من تطوير مهارات الترجمة في ممارسة التعلم فى الفصل الدراسى عند فهم المفاهيم وحل المشكلات.

٢ – دراسة (خلود محمد، ٢٠٢١):

هدفت الدراسة إلى الكشف عن أخطاء طلبة الصف العاشر الأساسي في ترجمة التعبيرات اللفظية إلى معادلات ومقادير جبرية وبالعكس، والتعرف إلى أخطاء الطلبة الشائعة فيها وتحليلها ، وأسفرت النتائج عن تصنيف أخطاء الطلبة الأكثر شيوعًا على مستوى جميع فقرات الاختبار ،والتي جاءت مرتبة تنازليًا: الأخطاء الشائعة في ترجمة الصياغة اللفظية للجمع أو الطرح أو الضرب إلى رموز جبرية، كما توصلت الدراسة من خلال استقصاء النسب المئوية للأخطاء الشائعة إلى: ضعف الطلبة في ترجمة الصياغة اللفظية ضمن قصة أو عبارة إلى رموز جبرية أو صياغة المعادلات أو المقادير الجبرية بعبارة لفظية أو في قصة أو موقف حياتي.

٣ – دراسة (خالد فايز، ٢٠١٧):

هدفت الدراسة إلى الكشف عن صعوبات ترجمة المسألة اللفظية وحلها لطلبة المرحلة الثانوية بمحافظة غزة، واستخدم الباحث المنهج الوصفي وكانت أداة الدراسة استبانة طبقت على (٩٨) معلمًا ومعلمة في محافظة غزة بالمدارس الثانوية، واسفرت

النتائج عن وجود صعوبات فى ترجمة المسائل اللفظية وحلها، ومن أبرزها صعوبة محاكاة حل المسألة اللفظية وصعوبة تنفيذها.

٤- دراسة (منصور الصعيدي وعايض الرويلي، ٢٠١٦):

هدفت الدراسة إلى الكشف عن فاعلية الوسائط التعليمية باستخدام الكمبيوتر في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات الترجمة الرياضية والتصور البصري لدى المتفوقين ذوي صعوبات التعلم في المملكة العربية السعودية ، وتوصلت النتائج إلى: وجود فروق دالة إحصائيًا بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات الترجمة الرياضية لصالح التطبيق البعدي في كل مهارات الترجمة من الرسوم والتكوينات الخطية إلى صورة عددية، والترجمة من الرسوم والتكوينات الخطية إلى صورة رمزية، والترجمة من الصورة الرمزية إلى رسومات وتكوينات خطية، وكذلك الدرجة الكلية لمهارات الترجمة الرياضية.

وتمثل النمذجة الرياضية جسرًا يستطيع المتعلم من خلاله تسهيل تعلم الرياضيات، فالنمذجة الرياضية تمثل المفاهيم الرياضية وتقدمها في رسم أو تسجيد، وتبطها بواقع المتعلمين وحياتهم، كما أنها تساعدهم في تنمية الفهم والتفكير، إضافة إلي أن النمذجة الرياضية وتطبيقاتها وما تتطلبه من مهارات أصبحت ضرورية لمتعلمي الرياضيات لتقديم شيء جديد في تعلمها (Hansson, 2010, 175).

وأشار (Galbraith, 2012) إلى منظورين محتملين للنمذجة الرياضية، هما: النمذجة كمحتوى، أي النمذجة كهدف في حد ذاته من تعليم الرياضيات؛ والنمذجة كأداة، أي النمذجة كوسيلة لتعليم الرياضيات، وتبعا لهذين المنظورين تعددت وجهات النظر حول خطوات عملية النمذجة الرياضية ومهاراتها الرئيسة والفرعية.

وانطلاقًا من الاهتمامات المحلية والدولية بتعليم النمذجة الرياضية ومهاراتها، ومهارة ترجمة المسألة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، واكتساب التلاميذ

مهارات الترجمة الرياضية، يأتي البحث الحالي لاستخدام استراتيجية النمذجة الرياضية لتنمية مهارات ترجمة المسألة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

الإحساس بالمشكلة:

هناك عدة عوامل أدت إلي الإحساس بالمشكلة وهي:

- الدراسات السابقة التي سبق عرضها بمقدمة البحث والتي أظهرت تدني مستوى التلاميذ في مهارت الترجمة الرياضية، والتي أرجعت ذلك إلى إستخدام الطرق التقليدية في التدريس رغم طبيعة الرياضيات الجامدة التي تحتاج إلى العديد من الأنشطة التعليمية كي تساعد على فهمها.
- التجربة الاستطلاعية: تم تطبيق اختبار حل المسالة الرياضية (إعداد عبد الناصر محمد عبد الحميد ، ٢٠١٨) على طلاب الصف السادس الابتدائي حيث بلغ متوسط درجات التلاميذ (٣٩.٤) من (٩٠) بنسبة ٤٣.٨ % وهذا يدل على ضعف تلاميذ الصف السادس الابتدائي في مهارات ترجمة المسألة الرياضية.
- قام الباحث بزيارة (طبيعة عمل الباحث موجه رياضيات بمديرية التربية والتعليم بقنا) للتعرف على أساليب التدريس المستخدمة في المدارس الابتدائية وملاحظة أداء المعلمين في حصص الرياضيات وإجراء مقابلات مع مجموعة من التلاميذ ومعلمي وموجهي الرياضيات بالمرحلة الابتدئية وكانت نتائج المقابلات كالتالي:

١. تدني مستوى التلاميذ في مستوى مهارات الترجمة الرياضية.
٢. خوف التلاميذ من ترجمة المسألة الرياضية.
٣. عدم تشجيع المعلم للتلاميذ للوصول إلى مستويات عليا في التفكير.
٤. كما اتفق معظم المعلمين والموجهيين على عدم معرفتهم أوتدريبهم أو استخدامهم للنمذجة الرياضية والأنشطة في تدريس الرياضيات.

مشكلة البحث:

تحددت مشكلة البحث الحالي في ضعف تلاميذ الصف السادس الابتدائي في مهارات الترجمة الرياضية ويحاول البحث الحالي التغلب على هذه المشكلة باستراتيجية النمذجة الرياضية من خلال التساؤل التالي:

- ما فاعلية استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية في تنمية مهارات الترجمة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية ؟

أهداف البحث:

التعرف على فاعلية استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية في تنمية مهارات الترجمة الرياضية لدي تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

أهمية البحث:

- قد يزيد من معرفة استراتيجية النمذجة الرياضية لتنمية مهارات مهارات الترجمة الرياضية.
- يلفت نظرهم إلى تقديم نموذج استرشادي يساعدهم في إعادة صياغة منهج الرياضيات في مراحل التعليم المختلفة في ضوء النمذجة الرياضية.
- تزويد المعلم بدليل لموضوعات مقرر الرياضيات الصف السادس الابتدائي في ضوء النمذجة الرياضية التي تساعد في تنمية مهارات الترجمة الرياضية.
- يفتح هذا البحث أمام الباحثين دراسات أخري تتضمن استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية في المراحل التعليمية المختلفة وتنمية متغيرات أخرى.

حدود البحث:

التزم البحث الحالي بالحدود التالية:

١- تجربة استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية لتدريس منهج الرياضيات للصف السادس الابتدائى، الفصل الدراسي الثانى، وحدات (الأعداد الصحيحة، المعادلات والمتباينات، الهندسة والقياس، الإحصاء والاحتمال)؛ وذلك لثراء الوحدات بالمادة العلمية وإمكانية صياغتها باستخدام استراتيجية النمذجة الرياضية.

٢- تلاميذ الصف السادس الابتدائي بمدرسة السلام تعليم أساسي بجبل دندرة ومدرسة باحثة البادية للتعليم الأساسي التابعتين لإدارة قنا التعليمية بمحافظة قنا، واختير فصل (١/٦) بمدرسة السلام تعليم أساسي بجبل دندرة ويمثل "المجموعة التجريبية" وعدد تلاميذه (٤٢) تلميذًا، والآخر فصل (٢/٦) بمدرسة باحثة البادية للتعليم الأساسي ويمثل "المجموعة الضابطة" وعدد تلاميذه (٤٢) تلميذًا.

٣- تم تطبيق البحث الحالي فى الفصل الدراسي الثانى للعام ٢٠٢٢/٢٠٢٣م.

منهج البحث:

استخدم البحث المنهج شبه التجريبي وذلك من خلال توزيع مجموعة البحث إلى مجموعتين: إحداهما تجريبية، والأخرى ضابطة، مع مراعاة تثبيت العوامل التي تؤثر في المتغيرات التابعة قدر الإمكان بما يضمن التكافؤ بين المجموعتين.

مواد البحث:

تتمثل مواد البحث فيما يلي:

١- قائمة بمهارات الترجمة الرياضية المناسبة لتلاميذ الصف السادس الابتدائى.

٢- كتيب التلميذ لتلاميذ الصف السادس الابتدائى وفق استراتيجية النمذجة الرياضية.

٣- دليل المعلم للصف السادس الابتدائى وفق استراتيجية النمذجة الرياضية.

أدوات البحث:

تمثلت أدوات البحث الحالي في:

اختبار مهارات الترجمة الرياضية لتلاميذ الصف السادس الابتدائى.

إجراءات البحث:

للإجابة عن أسئلة البحث والتحقق من صحة فروضه تم ما يأتي:

١- إعداد الإطار الفلسفي للبحث من خلال الاطلاع على الدراسات والبحوث السابقة والأدبيات ذات العلاقة بالمحاور الآتية: (مهارات حل مسائل الرياضيات، واستراتيجية النمذجة الرياضية)؛ ليكون مرتكزًا نحو الانطلاق للإجراءات الميدانية.

٢- إعداد قائمة مبدئية بمهارات الترجمة الرياضية المناسبة لتلاميذ الصف السادس الابتدائي، وعرضها على مجموعة من السادة المحكمين، وتعديل القائمة المبدئية في ضوء آرائهم، والتوصل إلى الصورة النهائية للقائمة.

٣- إعداد كتيب التلميذ للصف السادس الابتدائي الفصل الدراسي الثاني باستخدام استراتيجية النمذجة الرياضية.

٤- إعداد دليل إرشادي للمعلم باستخدام استراتيجية النمذجة الرياضية لتدريس تلاميذ الصف السادس الابتدائي الفصل الدراسي الثاني.

٥- بناء أداة القياس وهي: اختبار لقياس مهارات الترجمة الرياضية لدى مجموعة البحث وفق الإجراءات العلمية لبناء الاختبارات وإيجاد صدقهم وثباتهم.

٦- اختيار مجموعتين متكافئتين عشوائيًا من تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

٧- تطبيق أدوات القياس على مجموعتي البحث تطبيقًا قبليًا.

٨- تدريس بعض موضوعات وحدات (الأعداد الصحيحة، والمعادلات والمتباينات، والهندسة والقياس، والإحصاء والاحتمال) للصف السادس الابتدائي في الفصل الدراسي الثاني باستخدام استراتيجية النمذجة الرياضية، وذلك لمعرفة فاعليتها في تنمية مهارات حل مسائل الرياضيات.

٩- التطبيق البعدي لأدوات القياس على مجموعتي البحث.

١٠- معالجة النتائج إحصائيًا وتحليلها وتفسيرها.

١١- تقديم التوصيات والمقترحات في ضوء النتائج التي أسفر عنها البحث.

الإطار النظري:

أولاً: النمذجة الرياضية:

تشير النظريات التى اهتمت بالنماذج والنمذجة إلى أن من الأسباب الرئيسية التى تؤدي إلى استخدامها فى تدريس الرياضيات أن استخدام النمذجة في سياقات تتضمن مشكلات حقيقية يمكن أن يكون له أثر فعال في توليد الدافعية بين غالبية التلاميذ لتعلم الرياضيات، ويمكن أن تساعد أيضًا في تقوية وتعزيز البنية المفاهيمية لديهم واكتسابهم خبرات ذات معنى في الرياضيات، كما أن التطبيقات الرياضية تعد أداة فعالة في فهم وتحليل وتفسير وتعميم المشكلات المتضمنة في سياقات أخرى، وتساعد في تعزيز فكرة أن الرياضيات تشكّل جزءًا أساسيًا في العديد من الموضوعات بمجالات مختلفة (Niss, 2012, 50).

كذلك يذكر Niss (2012, 51) ستة أهداف لتعليم تطبيقات الرياضيات بالنمذجة الرياضية هى:

١- تعزيز وتنمية الإبداع.

٢- تحسين الإتجاه نحو حل المشكلات.

٣- إحداث اتجاهات مناسبة نحو استخدام الرياضيات فى سياقات تطبيقية.

٤- زيادة فرص تزويد التلاميذ لممارسة تطبيقات الرياضيات التى سوف يحتاجونها كأفراد مواطنين ومهنيين.

٥- المساهمة فى عمل صورة متوازنة للرياضيات.

٦- من الممكن أن تساعد فى فهم واستيعاب المفاهيم الرياضية الذي يدعم لدى التلاميذ القدرة على ترجمة المسائل الرياضية وحلها.

وتتركز وظيفة النمذجة الرياضية على التفاعل مع العالم الحقيقى المعقد والغامض، وذلك من خلال تسهيل مهمة معالجتها رياضيًا، ونمذجة نظرياتها وقوانينها فى شكل منظومات رياضية تساعد على التفسير والتنبؤ، من خلال تبسيط المشكلة الحياتية والتعامل معها بشكل رياضى، ثم اختبار صحتها، وإعادة تطبيقها، والاستفادة منها كما كانت على أرض الواقع (محمد ريان، ٢٠١١، ٣٦).

فالنمذجة الرياضية عبارة عن تطبيقات للرياضيات يتم فيها تحويل الموقف أو المشكلة الحياتية إلى مسألة رياضية وحلها، كما أنها تعمل على تقليص الفجوة بين ما هو نظري وما هو تطبيقي، وقد يسهم ربط التعليم بمؤسسات الإنتاج إلى إعطاء نماذج رياضية لمعالجة بعض مشكلات الواقع، وتفيد النمذجة الرياضية في استشراف المستقبل وتوقيع الأحداث بدرجة كبيرة تقترب من الواقع (مبارك مبارك، ٢٠١٢، ٣٥).

ويعرف مبارك مبارك (٢٠١٢، ٣٨) النمذجة الرياضية على أنها تحويل المشكلة الحياتية إلى مسألة رياضية ثم التعامل مع هذه المسألة وحلها، واختبار الحل فى الموقف الحياتى ومن ثم التعميم والتنبؤ.

ويرى Huson (2016, 73) النمذجة على أنها تطبيق الرياضيات على مشكلات العالم الحقيقى، ويوضح أنها تحتاج إلى كفاءة فى العمل مقارنة مع حل المشكلات الروتينى، إذ إنها ذات طابع مفتوح المطالب، أى أنها تحتاج إلى احتواء الوضع الحقيقى للعالم الحقيقى موضوع التحقيق بدقة، وقد تكون هناك معلومات مفقودة يجب افتراضها أو تقديرها وربما ستكون جديدة، وعلاوة على ذلك مدى ملائمة النموذج وحله للمشكلة الذى يجب تقديمه على أساس معايير العالم الحقيقى، وهذا غالبا ما يتطلب عنصر من الخبرة أو القدرة على إصدار الأحكام.

ومن هنا، تتمثل مهمة النمذجة فى أى مشكلة غنية بالرياضيات بإشراك التلاميذ فى التفكير الرياضى، بالاعتماد على المعرفة المكتسبة مسبقًا، ودعم فهمهم للمفاهيم الرياضية التى تتم تغطيتها، كما يجب أن تتحدى مهام النمذجة فضول التلاميذ، وتشجع التفكير المستقل والمناقشة التعاونية، وتوفر أفكارًا ومواضيع رياضية مهمة، ويجب أن تستند المهام إلى المعرفة السابقة للتلاميذ، وتشجع على تكوين أفكار ومفاهيم جديدة تخدم مصلحة التلميذ قبل مصلحة المجتمع (Oswalt, 2012, 5).

مبادئ استراتيجية النمذجة الرياضية:

حدد Meyer et al. (1997, 512) ستة مبادئ رئيسة للنموذج الرياضى الجيد، وهى:-

١- مبدأ الدقة؛ أى أن تكون مخرجات النموذج صحيحة أو قريبة جدًا من الصحة.
٢- مبدأ الواقعية؛ أى يبنى النموذج على افتراضات صحيحة.
٣- مبدأ الانضباط؛ أى أن تكون توقعاته أرقامًا محددة.
٤- مبدأ القوة؛ بمعنى أن يكون محصنًا نسبيًا من الأخطاء فى المعطيات.
٥- مبدأ العمومية؛ أى أنه يمكن تطبيقه على مجموعة واسعة من الحالات.
٦- مبدأ الفائدة؛ أى تعود لبناء نماذج أخرى.

خطوات استراتيجية النمذجة الرياضية:

أما عن خطوات عملية النمذجة الرياضية، فقد حدد الكثير من التربويين العمليات الرئيسية والتى تعد جزءا لا يتجزأ من النمذجة الرياضية، ويطلق عليها أحيانًا دورة عملية النمذجة لأنها تتضمن دورات متعددة، وأن هناك اختلافات بسيطة للمخططات المفاهيمية التى تصف المراحل الدورية لعملية النمذجة، ويعود ذلك إلى أن النمذجة الرياضية عملية غير خطية تتضمن خطوات مترابطة.

فقد حدد كل من (Abu-Zaina &Ababneh. 2010 ; NCTM,1989) خطوات لعملية النمذجة الرياضية وهى (Mrayyan, 2016, 122):-

- دراسة المشكلة أو الحالة فى الواقع.
- إعداد الأهداف المراد إنجازها.
- تحديد المتغيرات التى تمثل السمات الرئيسية للمشكلة.
- صياغة نموذج مناسب من خلال تحديده إما هندسيًا أو بالرسم أو جداول جبرية أو إحصائية تمثل أو تصف العلاقة بين جميع المتغيرات.
- تحليل وإجراء العمليات على العلاقات والاستنتاجات.
- إذا كان تنفيذ إجراء العمليات غير كاملة، فإنه يتم إعادة النظر فى المتغيرات المستخدمة فى صياغة النموذج.
- تفسير النتائج رياضيًا بوضعها الأصلى.
- التحقق من صحة الاستنتاجات بمقارنتها مع حالة مماثلة.
- أخيرًا إما تحسين النموذج أو فى حال ثبوت جودته يتم تطبيقه على حالات مماثلة وتقييمها.

كما يذكر التربويون (Doerr & English, 2003, Blum & Lieb,2007) العمليات التالية كخطوات لحل المشكلات باستخدام النمذجة الرياضية:-

أ- **فهم المشكلة وتبسيطها:** فهم الجداول والرسوم البيانية، والمعلومات اللفظية، والرسم، واستخلاص الاستنتاجات منها.

ب- **معالجة المشكلة وتطوير نموذج رياضى:** تحديد المتغيرات والعلاقات بينهم، وبناء الفرضيات، وتقييم المعلومات السياقية، وبناء النماذج وحلها.

ج- **تفسير الحل المشترك:** اتخاذ القرارات، وتحليل النظام، واقتراح حلول جديدة.

د- **التحقق من المشكلة:** تعميمها وتبادل الحلول، وتقييم الحل من مختلف وجهات النظر، والتنقل بين الواقع والرياضيات أثناء تطبيق دورة النمذجة.

كذلك أوضح Mumcu (2016, 85) خطوات عملية النمذجة الرياضة بشكل تفصيلى كالتالى:-

- **الخطوة الأولى:** فهم المشكلة ووضع نموذج قائم على الواقع لعمل افتراضات للمشكلة، وتبسيط الموقف لتحديد الكميات التى تؤثر على الموقف وتسميتها، وتحديد المتغيرات الرئيسية لمعرفة العلاقات بين المتغيرات للتمييز بين المعلومات التى يتم استخدامها فى الحل والمعلومات التى لا يجب استخدامها.
- **الخطوة الثانية:** إنشاء نموذج رياضى باستخدام النموذج الحقيقى للتعبير حسابيًا عن الكميات المترابطة والعلاقات بينها لتبسيط الكميات ذات الصلة والعلاقات بينها إذا لزم الأمر، وتبسيط التعقيد لاستخدام الرموز الرياضية المناسبة وتمثيل المواقف بيانيًا.
- **الخطوة الثالثة:** الإجابة على الموقف الرياضى باستخدام النموذج الرياضى واستخدام استراتيجيات مناسبة لحل المشكلات (على سبيل المثال تقسيم المشكلة إلى أجزاء، والتعامل مع المشكلة من منظور مختلف، وتغيير الكميات)، واستخدام المعرفة الرياضية لحل المشكلة.

الخطوة الرابعة: تفسير النتائج الرياضية التى تم الحصول عليها فى العالم الواقعي، وتفسير النتائج الرياضية فى سياقات غير رياضية لتعميم النتائج التى تم الحصول عليها فى موقف معين، للتعبير عن أو مناقشة الحلول الرياضية باستخدام لغة رياضية مناسبة.

الخطوة الخامسة: التحقق من صحة الحل للتحليل والتحقق بشكل ناقد من الحلول التى تم الحصول عليها لمراجعة بعض أجزاء النموذج الموضوعة، أو لبدء عملية النمذجة مرة أخرى، إذا كانت الحلول غير متناسقة مع موقف المشكلة يجب التفكير فى طرق أخرى لحل المشكلة، أو تطوير الحلول الحالية بطرق مختلفة إذ لا يوجد ترتيب صارم لاتباع خطوات عملية النمذجة.

أما دورة النمذجة التى اقترحها Been (2016, 17) فقد تكونت من سلسلة من سبع خطوات وهى:-

١- فهم المشكلة.

٢- بناء نموذج للموقف.

٣- تبسيط وتنظيم نموذج الموقف وبالتالى بناء نموذج حقيقي؛" أى ترجمة النموذج الحقيقى إلى نموذج رياضى.

٤- تطبيق الإجراءات الرياضية من أجل استخلاص نتيجة.

٥- تفسير هذه النتيجة الرياضية فيما يتعلق بالواقع وبالتالى تحقيق نتيجة حقيقية.

٦- أخيرًا التحقق من صحة هذه النتيجة من خلال الإشارة للوضع الأصلى.

٧- إذا كانت النتيجة غير مرضية، قد تبدأ العملية مرة أخرى بالرجوع إلى الخطوة الثانية وفحص عملية الحل بأكملها.

والتمييز بين هذه الخطوات مفيد لإعادة بناء عمليات النمذجة التى يستخدمها التلاميذ عند حل المسائل الرياضية وترجمتها.

وقد أشار (مبارك مبارك، ٢٠١٢، ١٩) إلى أن خطوات النمذجة الرياضية:

فهم وتحديد المشكلة: فى هذه الخطوة يقوم التلميذ بقراءة المشكلة وفهمها وتحديد كل من المعطيات والمطلوب منها.

وضع الفروض اللازمة لبناء النموذج الرياضى: هنا يتم التفكير بتمعن فى المعطيات والمطلوب ويتم دراسة العلاقات المتداخلة بين المتغيرات.

بناء النموذج الرياضى: يتم تركيب أجزاء النماذج للوصول إلى النموذج الرياضى ومحاولة تعديله للوصول إلى أفضل صورة.

حل النموذج الرياضى: وذلك بالطريقة التى يراها التلميذ مناسبة، إما جبريًا أو باستخدام الرسوم البيانية أو استخدام الجداول.

تفسير الحل الرياضى: يتم تفسير الحل وبيان إمكانية تطبيقه على الواقع، وهل مقنع ويحقق المطلوب.

التأكد من صحة الحل: فى هذه الخطوة يتم التأكد من صحة الناتج.

أيضًا وضح كل من Giordano, Fox, Horton & Weir (2003) أن خطوات بناء النموذج هى:

أولًا : تعريف أو تحديد المشكلة وذلك من خلال الأسئلة التالية: ما المشكلة التى ترغب فى استكشافها ؟ هنا يجب فرز وتصنيف البيانات وتعريف البعض منها، وعلاوة على ذلك أنه من الأساسى أن تكون التعريفات دقيقة بما فيه الكفاية فى صياغة المشكلة ليسمح بترجمة البيانات الشفوية إلى صيغ رياضية.

ثانيًا : وضع فرضيات وذلك من خلال تبسيط المهمة عن طريق الحد من عدد من العوامل قيد النظر، ثم تحديد العلاقات بين المتغيرات المتبقية مرة أخرى من خلال افتراض علاقات بسيطة نسبياً وبالتالى خفض درجة تعقيد المشكلة، وهذا يقع فى نشاطين الأول: تصنيف المتغيرات: التى تؤثر على سلوك المشكلة المحددة فى الخطوة الأولى، والنشاط الثانى هو: تحديد العلاقات المتبادلة بين المتغيرات قيد الدراسة.

ثالثًا: حل أو تفسير النموذج وذلك من خلال إيجاد الحل الأمثل للنموذج، وفى هذه الخطوة يمكن العودة إلى الخطوة الثانية إذا تم الاكتشاف أن النموذج غير عملى.

رابعًا : التحقق من النموذج وذلك باختبار النموذج المقترح فى الخطوة الثالثة قبل استخدامه من خلال السؤال: هل النموذج مفيد أو قابل للاستخدام من الناحية العملية؟ وهل يلامس الحس العقلى السليم؟

خامسًا: تنفيذ النموذج حيث يمكن لصناع القرار والمستخدمين له فهمه فى أى وقت يتم الاستفادة منه، وبذلك يكون ذات فائدة لأى شخص، وأن يكون النموذج سهل الاستعمال وإلا سوف يتم إهماله.

سادسًا: الحفاظ على النموذج وذلك من خلال التذكر أن النموذج مشتق من مشكلة تم تحديدها فى الخطوة الأولى، ومن افتراضات فى الخطوة الثانية، وبالتالى هل تغيرت المشكلة الأصلية بأى شكل من الأشكال أو بعض العوامل المهملة سابقًا تصبح مهمة (مشعل محمد، ٢٠١٩، ١٧٣).

وفى ضوء إجراءات هذا البحث يمكن القول أن خطوات النمذجة الرياضية تبدأ من الموقف الواقعي الذى يمثل مشكلة تواجه التلميذ، ومن ثم معرفة المعلومات حول تلك المشكلة، وإدراك العلاقات بينها وتحويلها، ومن ثم تمثيلها فى صورة نموذج رياضي سواءً رموز أو معادلات أو صورة ذهنية، وحل ذلك النموذج الرياضي، وترجمة تلك النتائج فى العالم الواقعى، واختبار حل النموذج ومن ثم التعميم إن أمكن ذلك.

وقد وضع الباحث الخطوات المقترحة للنمذجة الرياضية كالتالى:-

الخطوة الأولى: تبدأ عند مرور التلميذ بالموقف الواقعي.

الخطوة الثانية: يقوم التلميذ بتحديد وفهم الموقف والمشكلة وإدراك العلاقات بين عناصر الموقف.

الخطوة الثالثة: وضع الفروض.

الخطوة الرابعة: تمثيل ذلك الموقف ببناء نموذج رياضى للتوصل إلى الحل.

الخطوة الخامسة: ترجمة الحل إلى الواقع.

وبذلك يكون التلميذ أكثر قدرة على فهم ما توصل إليه لأنه هو من توصل لذلك من خلال الموقف الواقعى، وهذا يعطى التلميذ ثقة بنفسه، وتصبح الرياضيات ذات معني لديه.

فوائد البيئة القائمة على استخدام النمذجة الرياضية:

يوضح مبارك مبارك (٢٠١٢، ٢١) هذه الفوائد فى النقاط التالية:

شعور التلاميذ بالحرية فهم يتعلموا من أخطائهم حيث أنه عندما تكون النماذج غير مناسبة تكون مفيدة وحجر الزاوية للنماذج الجيدة.

العمل على تحسين جودة تعلم التلاميذ بإعطائهم بعض الرؤى السريعة للإجراء الكلى باستخدام دورة النمذجة.

رؤية أن الرياضيات يمكن أن يتم استخدامها فى مختلف الأعمال والمجالات.

إعطاء تمارين للتلاميذ تركز على المراحل النوعية لعملية النمذجة وخاصة المرحلة التكوينية منها التى تحتمل وجهات نظر مختلفة وتتطلب الاقتراحات والافتراضات العديدة تساعد على تحسين مهارات متنوعة لديهم.

زيادة دافعية التلاميذ لحل المشكلة الواقعية باستخدام عمليات النمذجة الرياضية يجعل استخدام الرياضيات ممتع؛ حيث لا يصبح تعلمها هدف مباشر ولكنه هدف ضمنى للوصول لحل المشكلة الواقعية، ومن ثم فعند تدريس الرياضيات للتلاميذ بتلك الطريقة فنحن نزودهم بالتعليم الذى سيخدمهم وينفعهم خلال حياتهم وفى مجتمعهم.

أهمية استراتيجية النمذجة فى عملية التعليم والتعلم:

يذكر صالح أحمد (٢٠٠٧، ٢٥) أهمية النمذجة الرياضية في النقاط الآتية:-

- النمذجة الرياضية بمهاراتها المتعددة ينبغى أن تصبح مكونًا أساسيًا لمناهج الرياضيات فى جميع المراحل وذلك وفقًا لمستويات متعددة.
- تعليم الطلاب كيفية النمذجة الرياضية يعتبر من أهم الأهداف فى تعليم الرياضيات.
- تساعد النمذجة الرياضية فى تنمية مهارات التفكير العليا لدى التلاميذ وتعزز لديهم الأسلوب العلمى فى حل المشكلات.
- التعليم من خلال التطبيقات والنمذجة الرياضية قد يساعد في جعل الرياضيات ذات معني للتلميذ، وتساعد النمذجة في تقليص الفجوة بين النظرية والتطبيق، وكذلك إزالة الفجوة السائدة حول الرياضيات بأنها موضوع لا علاقة له بالواقع.
- ربط الرياضيات بالعلوم الأخرى يظهر الجانب التطبيقي للرياضيات ويجعل تعليم الرياضيات مشوقًا وممتعًا، فالنمذجة الرياضية تعد المجال الأساسي لتطبيق الرياضيات في العلوم الأخرى مثل الرياضيات والعلوم الحيوية، والطب، والهندسة.
- تساعد النمذجة الرياضية في توظيف تكنولوجيا المعلومات، وظهور البرامج الإحصائية الهائلة الأمر الذي ساعد في استخدام النمذجة الرياضية في التنبؤ المشروط واستشراق المستقبل.

ويوضح محمد عبدالفتاح (٢٠١٦، ٢٤٣) أهمية النمذجة فى النقاط الأتية:-

١- تساعد التلاميذ على فهم العالم من حولهم بطريقة أفضل، وبناء نماذج ذهنية لديهم نحو العالم.

٢- تنمى لدى التلاميذ كفاية النمذجة وهى القدرة على بناء النماذج أثناء عملية النمذجة لمواقف متنوعة، بالإضافة إلى مقارنة وتحليل النماذج لتلك المواقف.

٣- تسهم فى تكوين اتجاهات موجبة لدى التلاميذ نحو تعلم الرياضيات، والثقة بالنفس.

٤- تسهم فى بناء تصور ذهنى ملائم للرياضيات.

٥- تكسب التلاميذ كفايات تمكنهم من حل مشكلات حياتية فى مختلف المجالات.

٦- تسهم فى تنمية كفايات رياضية مثل: التواصل، تصميم استراتيجيات لحل المشكلات، التمثيل المتعدد، الاستدلال، وبناء نماذج جديدة.

٧- تساعد المعلمين فى فهم أساليب التفكير لدى التلاميذ أثناء عملية النمذجة.

٨- توفر بيئة غنية بالمناقشات المثمرة بين المتعلمين والمعلم، كما تشجع على البحث والتحقق من خلال الرياضيات، ومن خلال مواقف أخرى.

والنمذجة الرياضية من الاتجاهات الحديثة في تطوير تعليم الرياضيات وأن يكون لها دور مجتمعي في معالجة بعض قضايا ومشكلات المجتمع والاتجاه نحو تطبيقات الرياضيات في العلوم الأخرى، وتدريب الطلاب على توظيف الرياضيات (محبات أبوعميرة، ٢٠٠٠، ١٤٦).

وأيضًا النمذجة الرياضية للظواهر إحدى أقوى استخدامات الرياضيات ؛ لذا يجب أن تتاح لجميع الطلاب في جميع المستويات لنمذجة عديد من الظواهر رياضياً بطرق تكون مناسبة لمستواهم (فريد أبوزينة وخالد الخطيب وسميلة الصباغ، ٢٠٠٧، ٢٩).

فى ضوء ماسبق يمكن للباحث الوصول إلى أن للنمذجة الرياضية إسهامات مهمة في تعليم الرياضيات بالإضافة إلى أهميتها في العلوم الأخرى وإمكانية الربط بين الرياضيات والعلوم المختلفة في كافة المجالات بشتى مستوياتها، كما أنها توجد المتعة لدى التلميذ عند تعلمه الرياضيات وبخاصةٍ عند إنتقاله للمراحل العليا فى التعليم.

دور المعلم فى استراتيجية النمذجة:

يتمثل دور المعلم فى عملية النمذجة فى (محمد عبدالفتاح، ٢٠١٦، ٢٤٣):

١- إعداد وتجهيز أنشطة النمذجة.

٢- تقسيم التلاميذ إلى مجموعات صغيرة.

٣- إتاحة الفرصة للتلاميذ بمعالجة أنشطة النمذجة بأنفسهم، وعمل ارتباطات داخل وخارج الرياضيات.

٤- إدارة الصف، وتوجيه التلاميذ، واستخدام الوقت بفاعلية.

ينبغى أن يعى المعلم بوجود تباين جلى بين تدريس النماذج، وتدريس النمذجة، ففى الأول يتم التركيز على المنتج، وفى الآخر يتم التركيز على عملية الوصول إلى تمثيل مناسب لموقف حياتى حقيقى؛ حيث يبدأ الفرد من موقف لمشكلة حقيقية ويتقدم خطوة تلو الأخرى نحو الحلول الممكنة.

مما سبق يرى الباحث أن تعليم الرياضيات باستخدام النماذج الرياضية يؤدي إلى تقوية دافعية التلاميذ، وذلك عندما يعرف التلاميذ أن يتعلمونه يمكن تطبيقه في الحياة، ويعطي التلميذ مقدرة على التفاعل مع المواقف الحياتية بصورة منظمة والقدرة على حلها.

أهداف استراتيجية النمذجة الرياضية:

تهدف النمذجة الرياضية في البيئة الصفية كما ذكر عزو عفانة ويوسف الجيش إلى تحقيق الآتي (٢٠٠٩، ١٧١):

١- إكساب المتعلم نماذج تفكيرية فى بنية الدماغ من خلال التعامل مع منطق العقل ومبرراته، حيث يساعد ذلك على تنشيط الجانب الأيسر من الدماغ من خلال الاستجابة للمنطق، وتنظيم مسارات التفكير والانتقال فى عملية التعلم

من الجزء إلى الكل، وخاصة فى تكوين صورة أو نموذج شامل عن نمط حل المشكلة.

٢- تتيح الفرصة للمتعلم كى يعبر عن أفكاره بخطوات تفكيرية فى حل المشكلة، ومحاولة محاكمة حلول الآخرين، ومعالجتها على أسس موضوعية وعلمية، هذا فضلاً عن تمييز المتعلم بين أنماط التفكير المختلفة، واختيار الحلول التى تتفق مع بنيته الدماغية.

٣- تنمي لدى المتعلم القدرة على حل مشكلات تعليمية معينة فى مجالات متعددة، بمعنى انتقال أثر تعلم نمط تفكيرى معين من خلال استخدام النمذجة الرياضية إلى مواطن أخرى غير المادة التعليمية ، وبالتالى يحاول المتعلم نمذجة هذا السلوك من التفكير وتطبيقه على مواقف مختلفة.

وبذلك يمكن للباحث التوصل إلي أن الهدف الأساسي من النمذجة الرياضية جعل التلميذ قادر على مواجهة المشكلات الحياتية، بالإضافة إلى كونها توجد الراحة والمتعة لدى التلاميذ في تعليم الرياضيات؛ لأنه من خلالها يستطيع فهم الموضوعات عند الانتقال من مواقف واقعية وتحويلها إلى نماذج رياضية مجردة.

ثانيًا: مهارات الترجمة الرياضية:

تعد الرياضيات مادة دراسية لها خصوصيتها حيث إن محتواها العلمي يختلف عن بقية المواد الدراسية الأخرى، وذلك لما تشتمل عليه من رموز ومصطلحات وقوانين وعمليات ومسائل رياضية بالإضافة إلى اللغة المكتوبة؛ الأمر الذى يتطلب فهمًا عميقًا للمادة المقروءة وتمييزًا محددًا لمحتواها الرياضى ليتحقق الهدف المرجو من تعليمها وتعلمها (مريم محمد، ٢٠٢٣، ٥١).

ويأخذ اكتساب المهارات الرياضية وإتقانها مكانة هامة بين أهداف تدريس الرياضيات فهو يساعد المتعلم على فهم الأفكار والمفاهيم والتعميمات الرياضية فهمًا واعيًا، ويزيد من معرفته وفهمه للأنظمة والبنى الرياضية، وهذا من شأنه أن يمكن المتعلم من التقدم

فى تعلم الرياضيات، كما أن اكتساب المتعلم للمهارات الرياضية وإتقانه لها يسهل عليه آداء الكثير من الأمور التى يواجهها فى حياته اليومية (هبة محمد، ٢٠٢٣، ١٤).

ومن الأهداف العامة التى تتعلق بالمهارات الرياضية " أن يستطيع التلميذ الترجمة من صيغة رياضية إلى صيغة أخرى"، كما أن الترجمة تشكل أساس النجاح فى حل معظم المشكلات الرياضية، وإمكانية التلميذ فى ترجمة المشكلة الرياضية التى يتعرض لها تقلل من توتره إزائها (عبدالعظيم محمد وزين العابدين شحاته، ١٩٩٠).

ويرى Janvier (أحمد محمود، ٢٠٠٢، ٢٣) أن مهارة الترجمة الرياضية يمكن أن تتضمن المهارات الفرعية التالية:

١- مهارة الترجمة من صيغة أو معادلة إلى صورة لفظية.

٢- مهارة الترجمة من جداول إلى صورة لفظية.

٣- مهارة الترجمة من رسم بيانى إلى صورة لفظية.

٤- مهارة الترجمة من صورة لفظية إلى صيغة أو معادلة.

٥- مهارة الترجمة من جداول إلى صيغة أو معادلة.

٦- مهارة الترجمة من رسم بيانى إلى صيغة أو معادلة.

٧- مهارة الترجمة من صورة لفظية إلى جداول.

٨- مهارة الترجمة من صيغة أو معادلة إلى جداول.

٩- مهارة الترجمة من رسم بيانى إلى جداول.

١٠- مهارة الترجمة من صورة لفظية إلى رسم بيانى.

١١- مهارة الترجمة من جداول إلى رسم بيانى.

١٢- مهارة الترجمة من صيغة أو معادلة إلى رسم بيانى (علاء الدين متولى،١٩٩٥).

كما تلعب الترجمة الرياضية دورًا محوريًا في أنشطة التعلم والبحث في تعليم الرياضيات ووفقًا للمجلس الوطني لمدرسي الرياضيات (NCTM)، هناك ثلاثة أهداف لترجمة الرياضيات المدرسية، وهي:

١) إنشاء الترجمات واستخدامها لتنظيم الأفكار الرياضية وتسجيلها وإيصالها.

٢) الاختيار والتطبيق والترجمة بين الأشكال الرياضية لحل المسائل.

٣) استخدام الترجمة لنمذجة وتفسير الظواهر الفيزيائية والاجتماعية والرياضية.

بناءً على هذه الأهداف الثلاثة، فإن قدرة الطلاب على الترجمة من صورة لأخرى مهمة جدًا.

تنص Ainsworth (1999, 136) على أنه فى عملية صياغة المشكلة، يجب أن يتمتع الطلاب بمهارات ترجمة متعددة للتعبير عن نفس المشكلة فى أشكال أو وجهات نظر مختلفة، كذلك ذكر كل من Blake & Scanlon & Hwang(2007) أن مهارات الترجمة المتعددة للطلاب هى مفتاح النجاح فى حل الكثير من المشكلات الرياضية، بناءً على ذلك، تعد قدرة الترجمة المتعددة مهمة جدًا أيضًا للطلاب، على سبيل المثال فيما يتعلق بحل المشكلات، يتعين على الطلاب أحيانًا ترجمة أشكال أخرى من المشكلات لتسهيل عملية حل المشكلات.

لذا، فإن الترجمة بين الصور المتنوعة مهمة جدًا فى أنشطة تعلم الرياضيات، ويتضح ذلك جليًا عند متابعة حلول التلاميذ أثناء حلهم لمسائل الرياضيات وخاصة تلك التي ترتبط بالحياة العملية، حيث تحتاج إلي استخدام التحويل من الصورة اللفظية إلي الرمزية أو من صورة الرسم إلي صورة جدول وغيرها.

كما يتفق بعض الخبراء على أن القدرة على الترجمة بين الصور المتنوعة مهمة جدًا للطلاب، هذا لأن هذه القدرة هى أحد العوامل التى تؤثر على تعلم الرياضيات والنجاح فى حل المشكلات (مها محمد، وحنان سالم، ٢٠٢١، ١١٢).

وبشكل عام، يشير مصطلح العمليات الانتقالية والترجمة إلى العمليات النفسية أو الفكرية أو المعرفية المصنفة في تحويل المعلومات المشفرة فى ترجمة (مصدر) إلى آخر (هدف) (أسماء عارف، ٢٠١٩، ٦٧).

وفيما يتعلق بعملية الترجمة، كذلك يتفق العديد من الباحثين على أن الغرض من الترجمة هو الحفاظ على التطابق الدلالى، أي المعنى الرياضى بين ترجمة المصدر وتمثيل الهدف، ويحتاج المعلمون إلى معرفة كيفية ترجمة قدرات الطلاب بين التحويلات المتعددة (مها محمد، حنان سالم، ٢٠٢١، ١٠٩).

ومع ذلك، فى بعض الأحيان لا يدرك المعلمون أهمية استخدام التحويلات المختلفة في تعلمهم، ولا ينتبهون لأشكال الترجمة التى طورها الطلاب، سواء كان الطلاب قادرين أم لا على تقديم ترجمات بخلاف المفاهيم التى تم تعلمها، ويجب أن يعرف المعلم العملية التى يواجه فيها الطلاب صعوبة فى عملية الترجمة وأين يكمن الخطأ (أسماء عارف، ٢٠١٩، ٦٩).

وتعد الإعاقة فى الترجمة عاملًا مهمًا فى التأثير على تعلم الرياضيات وأداء حل المشكلات لتشخيص صعوبات تعلم الطلاب أو لتحديد ما سيتم القيام به للتعلم التالي، ويمكن للمعلم طرح الأسئلة من خلال تقديم الأفكار في وضع تمثيل واحد ومطالبة الطلاب بعمل رسوم توضيحية أو أوصاف أو تقديم نفس الأفكار في أوضاع أخرى (Sa'dijah & Muksar, 2021, 119).

وقد ظهر الإهتمام بربط المعلومات الرياضية اللفظية بشكل بصرى والعكس وهو ما يعرف بالتمثيل الرياضى المتمثل في قدرة المتعلم على تمثيل المفاهيم الرياضية بصياغات مختلفة مثل تحويل نص مكتوب إلى رموز رياضية، أو تحويل المعادلات إلى رسوم والعكس، كأحد المواضيع الهامة التى تقوى وتحسن تعلم الطلاب والتى تتطلب معرفة الطلاب بطرق معالجة التمثيلات وفهم معناها والتركيز على العناصر

الرياضية فى المواقف الرياضية، وتحديد الترابطات فيها، مما يجعل الأفكار الرياضية أكثر حسية، وبما ينمى لديهم مهارة الاستدلال وغيرها، وهذا هو الدليل على درجة الفهم وعمق التفكير لدى المتعلمين (سعاد مساعد، ٢٠١٥، ٦٤).

مفهوم مهارات الترجمة الرياضية:

السلوكيات المعبرة عن أداء الطالب فى تحويل صورة رياضية ما إلى صورة أخرى مكافئة فى المجالات الرياضية التالية: تحويل الرسوم والتكوينات الخطية إلى صورة عددية، وتحويل الرسوم والتكوينات الخطية إلى صورة رمزية، وتحويل الصورة الرمزية إلى رسومات وتكوينات خطية (منصور سمير، وعايد عايض، ٢٠١٦، ٢٠٤).

وهى عملية ترجمة للنص الرياضى من أحد أشكاله: ألفاظ أو كلمات، جداول، رموز، أشكال، علاقات رياضية إلى نماذج أو أشكال أخرى من الأشكال بحيث يسهل فهمها وحلها (تقى باقر، إلهام جبار، ٢٠٢٠، ٣٠٥).

وهى وسيلة للتدريب على المهارات الحسابية واكسابها معنى وتنويعها، لتطبيق القوانين والتعميمات فى مواقف جديدة، وتنمية أنماط التفكير وإثارة الفضول الفكرى وحب الاستطلاع، ويؤدى تدريب المتعلمين على ترجمة المسائل الرياضية إلى أن يكونوا أكثر قدرة على التحليل واتخاذ القرارات، كما يفيد في تعلم الرياضيات ذاتها (حنان بنت عبد الرحمن، ٢٠١٧، ١٦٢).

كما أن تزويد التلاميذ بالتمثيلات الرمزية التقليدية للمسائل من المحتمل أن تعطيهم صورة محدودة عن قدرتهم على حل المسائل الرياضية، كما ارتبطت الترجمة كأحد مهارات التمثيل الرياضي أيضًا إلى حدٍ كبير بالنجاح في تعلم الرياضيات، كما أن استخدام الصيغ الرياضية البديلة قد تكون طريقة جيدة لقياس مدى استيعاب التلاميذ للمفاهيم الرياضية.

وإعادة تقديم أو ترجمة الأفكار الرياضية أو المشكلة في صورة أخرى واحدة من المهارات التي تيسر على العقل البشري التفاعل مع مستويات مختلفة من الآراء والأفكار والمفاهيم، التي قد يؤدي تعقيدها إلى عجز الإنسان عن فهمها أو إدراك أبعادها، فيلجأ إلى ترجمتها لصور أخرى تيسر عليه هذه العملية (محمد عبدالمنعم، ٢٠١٣، ٣٦).

مما سبق يتضح أن الترجمة الرياضية هي إعادة تقديم أو توضيح الفكرة الرياضية التي تتمثل في صور أخرى (شكل توضيحي أو جداول للمعلومات ، أو نموذج حسي ، ...) الأمر الذي قد يساعد على فهم الفكرة أو الاهتداء إلى الاستراتيجية المناسبة لحل المشكلة، وتطوير وتعميق الفهم للمفاهيم الرياضية، وترجمة الصور والأشكال والخرائط والرسوم والجداول إلى رموز وكلمات رياضية.

أهمية مهارات الترجمة الرياضية:

ترتبط عمليات قراءة المسألة وترجمتها بالتمثيلات الرياضية، وتعرف التلاميذ على المفاهيم المرتبطة بخبراتهم السابقة، وتمييز المفاهيم الجديدة، ومناقشة التعريفات والرموز ودلالتها، وتحديد العمليات الحسابية المطلوبة، واستخدام خطوات حل المسألة فى حد ذاته يدعم تنمية التفكير الجبرى، وترجمة المسألة الرياضية من الصورة اللفظية إلى الصورة الكمية واستخدام الرموز والمقادير فى التعبير وكتابة المسألة فى صورة علاقات رياضية أو معادلات، والانتقال إلى الخوارزميات للبدء فى عملية الحل، وبناء التعميمات الرياضية واكتساب مفاهيم جبرية جديدة (ناصر السيد ، ٢٠١٦، ١٣٨).

وتعد اللغة ومهارة القراءة فى هذا النوع من المسائل ركنًا أساسيًا، وخاصة فى قراءة المسألة الرياضية اللفظية وفهمها، ولابد للتلميذ من أن يركز فى فهم العلاقات بين معطيات المسألة قبل ترجمتها، وإعادة قراءة المسألة مرة أخرى فى حال فهمها وسؤال المعلم عن الكلمة التى لم يفهمها ليتسنى له ترجمة وحل المسألة الرياضية، كما أنه كلما

كان التلميذ أكثر تمكنًا من اللغة قراءة وكتابة كان أكثر فهمًا للرياضيات، وأن مقدرته على ترجمة وحل المسائل الرياضية تتقيد إلى حد كبير بمدى استيعابه للغة (بهاء الدين عبد الله ، ٢٠١٥، ١٦).

أصبحت أهمية الترجمة في مجال الرياضيات واضحة، حيث تُسهم في توضيح أفكار وإجراءات الرياضيات، فعندما يستخدم الطلاب الترجمة الرياضية يمكنهم فهم وحل المسائل الرياضية بكفاءة، سواء كانت الترجمة عبارة عن رسومات، صور، مواد تفاعلية، أو معادلات رياضية، تساعد الطلاب على تنظيم أفكارهم وتجربة أساليب مختلفة تؤدي إلى فهم أكثر وضوحًا (منيرة عبدالرازق، ٢٠٢٣، ٥٧٠).

وأن ارتباط القدرة على التحويل من تمثيل رياضي لآخر بالنجاح في حل المشكلة الرياضية، وهذه النتائج تشير إلى أن القدرة علي الترجمة الرياضية يجب أن تؤخذ في الاعتبار كعامل مهم في حل مسائل الرياضيات.

وترجمة المسألة الرياضية كما أوضحت سارة بنت سعيد(٢٠٢٠، ٢٢٢) يمكن أن تحقق ما يلى:

- اكتساب القدرة على حل المشكلات الرياضية (عددية ، جبرية- هندسية).
- استخدام أساليب التفكير المختلفة والقدرة على الحكم على صحة ومعقولية الحل.
- ابتكار أساليب جديدة لحل المسألة الرياضية.

ومن ثم فإنه يجب التأكد من توافر المتطلبات الرياضية السابقة مثل (الاستقراء والاستنتاج وحل المسائل وترجمتها)، قبل شرح موضوعات جديدة لدى الطلاب في الرياضيات حتي لا تتراكم الصعوبات الرياضية لديهم.

صعوبات الترجمة الرياضية:

تتمثل صعوبات الترجمة الرياضية فى قدرة إدارك واضحة فى التعرف على الرموز والأشكال الرياضية والتمييز بينها وإعطائها دلالات، والتعامل مع مختلف الأشكال البصرية والرموز المرئية كالحروف والكلمات والأعداد والخطوط والأشكال والمساحات والألوان والأحجام والعلاقات المكانية بينها، ومن وجهة نظر منصور سمير وعايد عايض (٢٠١٦، ٢١٦) تبدو اضطرابات الترجمة الرياضية لدي المتعلمين فيما يلى:

- قصور فى القدرة على اكتساب المفاهيم والقواعد والقوانين الرياضية المختلفة.
- قصور فى القدرة على اكتساب وفهم أنظمة العد الرئيسية، والعد ذو المعنى، والربط بين الرموز السمعية والبصرية.
- قصور فى فهم معانى الإشارات والرموز، مما يؤدى إلى عدم الالتزام الصحيح بالربط بين معنى الرمز والشكل الممثل له، وبالتالى عدم إدراك المعنى الصحيح للأشكال.
- قصور وضعف القدرة على التمثيل المعرفى للمعلومات الرياضية، مما يؤدى إلى عدم القدرة على الفهم وترجمة المشكلات الرياضية اللفظية.

مهارات الترجمة الرياضية:

تتلخص مهارات الترجمة الرياضية فيما يلى (منصور سمير، وعايد عايض، ٢٠١٦، ٢١٦):

- مهارات الترجمة من شكل أو رسم ربياني إلى صورة لفظية.
- مهارات الترجمة من صورة لفظية إلي صورة رمزية.
- مهارات التعرف على معاني الرموز الرياضية ذات المدلولات المحددة.

من خلال العرض السابق يمكن القول أن مهارات الترجمة الرياضية في المرحلة الإبتدائية تتمثل في:

- يترجم التلميذ الأشكال الرياضية إلى ألفاظ رياضية وعلاقات رياضية.
- يترجم الجداول الرياضية والمعطيات إلى أشكال بيانية.
- يترجم الأشكال البيانية إلى جداول رياضية ومعطيات.
- يحول العبارات اللفظية إلى رموز رياضية.
- يمثل المعطيات علي خط الأعداد.
- يمثل المجاهيل بعدد لاتيني.
- يمثل العلاقات الرياضية والأرقام في جداول رياضية.
- يترجم الألفاظ الرياضية إلى أشكال رياضية.
- يترجم مواقف واقعية إلى ما يقابلها من النماذج الرياضية.

نتائج البحث :

ينص السؤال الأول على: **ما فاعلية استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية فى تنمية مهارات الترجمة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية ؟**

ولاختبار صحة الفرض الأول الذي ينص علي أنه: **لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الترجمة الرياضية في كل مهارة علي حدة والاختبار ككل.**

تم معالجة البيانات الخاصة بهذا الفرض باستخدام اختبار "ت" لمتوسطين غير مرتبطين كما يأتي:

جدول (١) دلالة الفرق بين متوسطي درجات تلاميذ مجموعتي البحث في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الترجمة الرياضية ككل والمهارات الفرعية

المهارة	المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة "ت"	درجات الحرية	حجم التأثير "d"	مستوي الدلالة (α = ٠,٠١)
مهارات الترجمة من شكل أو رسم بياني إلى صورة لفظية	ضابطة	٤٢	٤,١٩	٢,١٢	٨,٢٧٨	٨٢	٤,٨٧	دالة
	تجريبية	٤٢	٧,٥٧	١,٦٣				
مهارات الترجمة من صورة لفظية إلي صورة رمزية	ضابطة	٤٢	٣,٦٠	١,٩٤	١١,١٤٤	٨٢	٦,٤٣	دالة
	تجريبية	٤٢	٧,٩٠	١,٥٣				
مهارات التعرف على معاني الرموز الرياضية ذات المدلولات المحددة	ضابطة	٤٢	٣,٥٥	١,٣٨	١٠,٧٥٣	٨٢	٦,٢١	دالة
	تجريبية	٤٢	٧,٢٤	١,٧١				
ككل	ضابطة	٤٢	١١,٤٢	٣,١١	١٧,٠٢٨	٨٢	٩,٨٣	دالة

من العرض السابق لنتائج البحث لمهارات الترجمة الرياضية يتضح ما يلي:

- ارتفاع ملحوظ في مستوي أداء تلاميذ المجموعة التجريبية علي أداء تلاميذ المجموعة الضابطة في اختبار مهارات الترجمة الرياضية، حيث بلغ متوسط الأداء البعدي للمجموعة الضابطة لمهارات الترجمة من شكل أو رسم بياني إلى صورة لفظية (٤,١٩)، ولمهارات الترجمة من صورة لفظية إلي صورة رمزية (٣,٦٠)، ولمهارات

التعرف على معاني الرموز الرياضية ذات المدلولات المحددة (٣,٥٥) والاختبار ككل (١١,٤٢).

- بينما بلغ متوسط الأداء البعدي للمجموعة التجريبية في اختبار مهارات الترجمة الرياضية لمهارات الترجمة من شكل أو رسم بياني إلى صورة لفظية (٧,٥٧)، ولمهارات الترجمة من صورة لفظية إلي صورة رمزية (٧,٩٠)، ولمهارات التعرف على معاني الرموز الرياضية ذات المدلولات المحددة (٧,٢٤) والاختبار ككل (٢٢,٧١) ويرجع ذلك لطبيعة التدريس باستخدام النمذجة الرياضية لدى تلاميذ المجموعة التجريبية من خلال الوحدات المختارة من مقرر الصف السادس الابتدائي ويمكن توضيح ذلك كما يلي:

- تقديم المعارف والمفاهيم الجديدة في ضوء الخبرات السابقة للتلاميذ.
- توفير جو من الحرية أثناء التدريس يتيح تبادل الأفكار.
- توفير أمثلة تحمس التلاميذ للدرس وأسئلة التحدي بين المجموعات.
- توفير أمثلة متنوعة التي تدعو للتساؤل وطرح المشكلات.
- توفير مساحة لتبادل الآراء بين أفراد المجموعة بما يحقق مهارات الترجمة الرياضية.

- أظهر تأثير استخدام النمذجة الرياضية في الوحدات المختارة علي تنمية مهارات الترجمة الرياضية.
- تتفق هذه النتيجة مع الدراسات والبحوث التي أشارت علي فاعلية استخدام النمذجة الرياضية كما في دراسة (Nurrahmawati, Sa'dijah, Sudirman & Muksar,2021، خلود محمد، ٢٠٢١، سعد حسن، ٢٠٢١، عبدالرحمن محمد، ٢٠٢٠، خالد فايز، ٢٠١٧، صباح سعيد حمادى، ٢٠١٦، منصور سمير وعايض الرويلي، ٢٠١٦).

توصيات البحث:

في ضوء ما أسفرت عنه النتائج السابقة يوصي البحث الحالي بما يلي:

- توجيه نظر معلمي الرياضيات إلى استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية وكيفية الاستفادة منها في التدريس لتنمية مهارات الترجمة الرياضية .
- توجيه نظر معلمي الرياضيات إلى تبسيط المعلومات الرياضية والتمارين من أجل تيسير الفهم بطرق مختلفة وتسهيل استيعاب التلاميذ للمادة العلمية.
- تطوير المناهج الدراسية باستخدام استراتيجية النمذجة الرياضية لتنمية مهارات التفكير المختلفة.
- تدريب المعلمين حول استخدام أسئلة الترجمة الرياضية أثناء التدريس.
- ضرورة تعزيز مناهج الرياضيات بدليل المعلم الذي يتناول أفضل الطرق والوسائل التعليمية التي تثير مهارات الترجمة الرياضية .

البحوث والدراسات المقترحة:

في ضوء نتائج البحث الحالي يمكن اقتراح المزيد من الدراسات والبحوث كما يلي:

- تقويم برامج إعداد معلمي الرياضيات بكليات التربية في ضوء النمذجة الرياضية.
- برنامج مقترح قائم علي النمذجة الرياضية في تنمية التفكير الإبداعي وعمق المعرفة الرياضية لدي طلاب المرحلة الثانوية.
- إجراء دراسة حول أثر استخدام التعلم القائم علي مهارات الترجمة الرياضية في تنمية مهارات الرياضيات الحياتية والاتجاه نحوها.

المراجع:

المراجع العربية:

أحمد محمود ذيب مليحة (٢٠٠٢). " برنامج مقترح لتنمية مهارات قراءة الدوال وترجمتها لدى طلاب الصف الحادى عشر بغزة"، رسالة ماجستير، كلية التربية، الجامعة الإسلامية بغزة، فلسطين.

أسماء عارف الغصون (٢٠١٩). فاعلية وحدة دراسية في الرياضيات قائمة على نموذج STEM في تنمية مهارات التفكير الرياضي وحل المسألة الرياضية والدافعية نحو تعلم الرياضيات، رسالة دكتوراه ، كلية التربية، جامعة اليرموك، الأردن.

بهاء الدين عبد الله على الطوالبة (٢٠١٥). تطوير وحدتين دراسيتين قائمتين علي الربط بين الرياضيات والعلوم وقياس أثره في تحسين مهارات التفكير العليا وحل المسألة الرياضية اللفظية لدى طلاب الصف الثامن الأساسي، رسالة دكتوراه، كلية الدراسات العليا، جامعة العلوم الإسلامية العالمية ، الأردن.

تقى باقر خضير، إلهام جبار فارس (٢٠٢٠). التمثيلات الرياضية المتضمنة في كتاب الرياضيات للصف الثاني المتوسط، *مجلة الفنون والآداب وعلوم الإنسانيات والاجتماع*، *كلية الإمارات للعلوم التربوية*، العدد ٦٠ ، نوفمبر ، ٣٠- ٣١٣.

حنان بنت عبد الرحمن بن سليمان العرينى (٢٠١٧). صعوبات حل المسائل الرياضية اللفظية لدي طالبات المرحلة الابتدائية من وجهة نظر المعلمات، *مجلة العلوم التربوية، جامعة الأمير سطام بن عبد العزيز*، ٢(٢)، سبتمبر، ١٥٤ – ١٧٨.

خالد بن عبدالله المعثم وسعيد جابر المنوفى (٢٠١٤). تنمية البراعة الرياضية توجه جديد للنجاح فى الرياضيات المدرسية. بحث مقدم إلى *المؤتمر الرابع لتعليم الرياضيات* وتعلمها فى التعليم العام بعنوان: بحوث وتجارب مميزة، الجمعية السعودية للعلوم الرياضية، السعودية ٢١-٢٣/١٠/٢٠١٤م.

خالد فايز عبد القادر (٢٠١٧). صعوبات حل المسألة اللفظية في الرياضيات لدى طلاب المرحلة الثانوية بمحافظات غزة، *مجلة جامعة الأقصي (سلسلة العلوم الانسانية)*، ٢١(١)، يناير، ٢١٨ – ٢٤٦.

خلود محمد المساعدة (٢٠٢١). تحليل أخطاء طلبة الصف العاشر الأساسي في ترجمة التعابير اللفظية إلى معادلات ومقادير جبرية، *مجلة العلوم التربوية والنفسية، المركز القومي للبحوث بغزة*، ٥(٥١)، ديسمبر، ١٦– ٣٧.

زينب محمود محمد كامل (٢٠١١). أثر استخدام استراتيجية مقترحة معينة علي قراءة المسألة اللفظية الرياضياتية علي تنمية مهارات حل المسائل اللفظية لدى تلاميذ المرحلة الإبتدائية وعلي تعديل الاتجاه نحو المسألة اللفظية لديهم. *المؤتمر العلمي الرابع لكلية العلوم التربوية بجامعة جرش*، (التربية والمجتمع: الحاضر والمستقبل)، الأردن، ٦٨٤–٧١٢.

سارة بنت سعيد محمد العواجى (٢٠٢٠). درجة ممارسة معلمات الرياضيات لتدريس مهارات حل المسائل الرياضية اللفظية بالمرحلة المتوسطة، *دراسات عربية في التربية وعلم النفس، رابطة التربويين العرب، السعودية*، ١٢٥، ٢١١ – ٢٣٢.

سعاد مساعد سليمان الأحمدى (٢٠١٥). مستوى مهارات التمثيل الرياضى لدى طالبات الصف الثالث المتوسط بمدينة الرياض. *مجلة دراسات فى المناهج وطرق التدريس، الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس*، ٢٠٩، ٦١–٨٦.

صالح أحمد لحمر (٢٠٠٧). " فاعلية برنامج مقترح فى تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى الطلاب المعلمين لدى شعبة الرياضيات بكلية التربية ". رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة عدن، اليمن.

عبدالعظيم محمد زهران وزين العابدين شحاته خضراوى (١٩٩٠). أثر تدريس مهارات الترجمة الرياضية الأساسية على آداء تلاميذ الصف الثانى الثانوى العام فى مهارات الترجمة المتضمنة فى مقرر الرياضيات وعلى تخفيف قلقهم الرياضى. *المجلة التربوية، كلية التربية بسوهاج، جامعة جنوب الوادى*، ٥(٢)، ٥١١ – ٥٤٣.

علاء الدين متولى (١٩٩٥). "برنامج مقترح لتنمية مهارات الرسم البيانى وأثره على التحصيل فى الرياضيات وانتقال أثر التعلم لدى طلبة المرحلة الثانوية" رسالة دكتوراة، كلية التربية، جامعة الزقازيق، مصر.

مبارك مبارك أحمد أبو مزيد (٢٠١٢). " أثر استخدام النمذجة الرياضية فى تنمية مهارات التفكير الإبداعى لدى طلاب الصف السادس الأساسى بمحافظات غزة "، رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة الأزهر، غزة، فلسطين.

محبات أبوعميرة (٢٠٠٠). " تعليم الرياضيات بين النظرية والتطبيق "، الطبعة الثالثة، القاهرة: الدار العربية للكتاب.

محمد ريان (٢٠١١). التفكير الناقد والتفكير الابتكارى: تعلمها وتعليمها للرقى الحضارى والتقدم العلمى، عمان: دار حنين للنشر.

محمد عبدالفتاح عبدالجواد سعيد (٢٠١٦). أثر استخدام النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية لدى الطلاب المعلمين. *مجلة تربويات الرياضيات*، ١٩(٧)، ٢٣٠ – ٢٦٢.

محمد عبدالمنعم عبدالعزيز شحاته (٢٠١٣). فاعلية برنامج مقترح قائم علي بعض استراتيجيات التفكير المتشعب في تنمية مهارات التواصل الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الإبتدائية، *دراسات عربية في التربية وعلم النفس*، ٣٩(٣)، ١٢ – ٥٥.

مريم محمد جمال عزمي، ورضا مسعد السعيد أبو عصر، وزيزي السيد عبدالعزيز عبدالحي (٢٠٢٣). بناء اللغة الأكاديمية: مدخل رياضي لغوي لتدريس الرياضيات وخفض القلق الرياضي لدى تلاميذ الصف الثاني الابتدائي بمدارس اللغات. *جامعة دمياط – كلية التربية، مجلة كلية التربية بدمياط*، ٨٤، ٤٣ – ٧٣.

مشعل محمد مساعد الزهراني (٢٠١٩). فاعلية وحدة تعليمية باستخدام التعلم التشاركى فى تدريس الرياضيات لتنمية حل المسائل اللفظية لدى طالبات الصف الأول المتوسط، *مجلة القراءة والمعرفة، كلية التربية*، جامعة عين شمس، ٢١٢، يونيو، ١٦١ – ١٩١.

منصور سمير السيد الصعيدي، وعايد عايض الرويلى (٢٠١٦). فاعلية الوسائط التعليمية باستخدام الكمبيوتر في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات الترجمة الرياضية والتصور البصري لدى المتفوقين ذوى صعوبات التعلم في المملكة العربية السعودية. *دراسات في المناهج وطرق التدريس، جامعة عين شمس – كلية التربية – الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس*، ٢١٣، ١٩٨ – ٢٣٧.

منيرة عبد الرازق العبد الواحد (٢٠٢٣). فاعلية برنامج باستخدام التمثيلات الرياضية في تنمية مهارات الحس العددي لدى أطفال الصف الثاني الابتدائي ، *مجلة جامعة جنوب الوادي الدولية للعلوم التربوية*، ١٠، يونيه، ٥٦٣ – ٥٩٤.

مها محمد حسين الحميان، وحنان سالم عبدالله آل عامر (٢٠٢١). أثر استخدام استراتيجية PQ4R على تنمية مهارات حل المسائل الرياضية لدى طالبات الصف الأول الثانوي. *مجلة مركز جزيرة العرب للبحوث التربوية والإنسانية، مركز جزيرة العرب للبحوث والتقييم، اليمن*، ٩(١)، ١٣١ – ١٥٩.

ناصر السيد عبدالحميد عبيدة (٢٠١٦). أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. *مجلة دراسات عربية في التربية وعلم النفس، رابطة التربويين العرب*، العدد ٧٥ ، يوليو ، ١١٧-١٧٠.

هبة محمد محمود عبد العال (٢٠٢٣). وحدة مقترحة في المنطق الرياضي وفاعليتها في تنمية مهارات الجدل الرياضي والثقة الرياضية لدى تلاميذ الحلقة الأولي من التعليم الأساسي، *مجلة تربويات الرياضيات*، ٦(٢٦)، أكتوبر، ١٠- ٥٢.

ياسر عبد الرحيم بيومى، وحسن عوض حسن (٢٠١٣). أثر التدريب علي بعض استراتيجيات ما وراء المعرفة علي تنمية القدرة علي حل المسألة الرياضية اللفظية لدى تلاميذ الصف الخامس الابتدائي وتحسين اتجاهاتهم نحوها. *مجلة تربويات الرياضيات*، ١٦(١)،٣٠-١٠٣.

المراجع الأجنبية:

Abu-Zaina, F &Ababneh, A. (2010). *Curricula of teaching elementary school mathematics*, 2nded, Amman: Dar Al-Massira.

Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. Computers & education, 33(2-3), 131-152.

Been, A. L. (2016). Teacher views of mathematical modeling (Master's thesis, The University of Arizona).

Blake, C., & Scanlon, E. (2007). Reconsidering simulations in science education at a distance: features of effective use. *Journal of Computer Assisted Learning*, 23(6), 491-502.

Blum, W., & Leiß, D. (2007). Deal with modelling problems. Mathematical modelling: *Education, engineering and economics-ICTMA*, 12, 222.

Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for research in mathematics education*, 34(2), 110-136.

Galbraith, P. (2012): Models of modelling: genres, purposes or perspectives. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(5), 3–16.

Giordano, F. R., Fox, W. P., Horton, S. B., & Weir, M. D. (2003). A first course in mathematical modeling.

Hansson, A., (2010) : Instructional Responsibility in Mathematics Education : Modelling Classroom Teaching Using Swedish Data . Educ Stud Math , 75 , 171-189 .

Huson, C. J. (2016). Mathematical modeling from the teacher's perspective. Columbia University.

Mrayyan, S. (2016). How to Develop Teachers' Mathematical Molding Teaching Skills. *Journal of Education and Practice*, 7(12), 119-123.

Mumcu, H. Y. (2016). Using Mathematics, Mathematical Applications, Mathematical Modelling, and Mathematical Literacy: A Theoretical Study. *Journal of Education and Practice*, 7(36), 80-96.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA, NCTM

Niss, M. (2012). Models and modelling in mathematics education. Ems Newsletter, 86, 49-52.

Nurrahmawati, C. S. D., Sa'dijah, C., Sudirman, S., & Muksar, M. (2021). Assessing students' errors in mathematical translation: From symbolic to verbal and graphic representations. Int J Eval & Res Educ, 10(1), 115-125.

Oswalt, S. (2012). Mathematical modeling in the high school classroom. Louisiana State University and Agricultural & Mechanical College.