استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية في تنمية حل مسائل الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية

إعـــــداد

محمد جاد الكريم عبدالعظيم
موجه رياضيات بمديرية التربية والتعليم بقنا

اشـــــراف

أ.د/ نادي كمال عزيز

أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات
المتفرغ بكلية التربية – جامعة أسوان

أ.د / عبد الناصر فايز محمود

أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات
بكلية التربية – جامعة أسوان

(*) بحث مستل من أطروحة رسالة دكتوراه لاستكمال متطلبات الحصول على درجة دكتوراه الفلسفة في التربية تخصص المناهج وطرق تدريس الرياضيات

استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية في تنمية حل مسائل الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية

أ. د/ نادي كمال عزيز أ.د/ عبد الناصر فايز محمود أ/ محمد جاد الكريم عبدالعظيم

مستخلص البحث

هدف البحث إلي التعرف على فاعلية استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية في تنمية حل مسائل الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، وطبق البحث على عينة قوامها(٨٤) تلميذ وتلميذة من تلاميذ الصف السادس الابتدائي، واستخدم البحث المنهج شبه التجريبي، واستخدم البحث اختبار حل المسألة الرياضية، وتوصلت نتائج البحث إلى: وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين درجات المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار حل المسألة الرياضية في التطبيق البعدي لصالح المجموعة التجريبية.

الكلمات المفتاحية: النمذجة الرياضية – حل المسألة الرياضية –المرحلة الابتدائية.

Research Abstract:

The aim of the research was to identify the effectiveness of using the Mathematical Modeling strategy in developing the solution of mathematical problems among primary school pupils. It was applied to a sample of (84) male and female pupils from the sixth grade of primary school. The research used the quasi-experimental method and used the mathematical problem-solving test. The research results reached: There is a statistically significant difference between the scores of the experimental group and the control group in the mathematical problem-solving test in the post-application in favor of the experimental group.

Key Words: : Mathematical Modeling - Mathematical Problems-solving - primary school.

مقدمة:

يتسم العصر الذي نعيش فيه بتغيرات سريعة واكتشافات متلاحقة وثورة معرفية شملت كافة المجالات العلمية، الأمر الذي يتطلب ضرورة إعداد الأفراد القادرين علي التعامل مع متغيرات العصر ، وليس مجرد تزويدهم بكم من المعارف المتناثرة غير المترابطة التي لا تؤهلهم لمواجهة تحديات التقدم العلمي والتكنولوجي، وإنما وباعتبار أن العقل البشري هو أساس التقدم العلمي والتكنولوجي، أصبح لزاماً علي كل أمة تنشد الرقي أن تحرص علي كفاءة المتعلمين ومهاراتهم.

وتعد المرحلة الابتدائية الأساس التعليمي لجميع مراحل التعليم التالية، حيث يتعلم التلميذ أساسيات القراءة والكتابة والرياضيات، كما تتشكل في هذه المرحلة السمات الأساسية لشخصية التلاميذ، ورياضيات المرحلة الابتدائية من المواد الأساسية التي يجب إكساب التلاميذ مفاهيمها ومهاراتها بشكل جيد ومترابط؛ لحلها من أهمية في تنمية المهارات الأساسية التي يحتاجها التلميذ في حياته اليومية (سعد حسن، ٢٠٢١، ٤٩).

والمسألة في الرياضيات هي موقف جديد يتحدى مقدرات الطالب ولا يوجد لديه حل جاهز في حينه، يتطلب حلها إلى إعادة تنظيم معرفته وربط خبراته السابقة باللاحقة (Abu-Zaina,2010).

وقد تطورت أهداف تعليم الرياضيات من مجرد التركيز علي الدقة والسرعة في إجراء العمليات الحسابية إلي التركيز علي الفهم والقدرة علي حل المشكلات (المسائل) التي تمثل أحد الأهداف الأساسية لتعليم الرياضيات، ولهذا فقد احتلت قدرة الطلبة علي حل المشكلات (المسائل) الرياضية حيزاً كبيراً من اهتمام الباحثين في مجال تدريس الرياضيات في العديد من الدول فضلاً عن العديد من المجالس والهيئات التي تعني بتدريس الرياضيات كالمركز القومي للعلوم والرياضيات (NMSI) في بريطانيا،

والمجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM) بالولايات المتحدة الأمريكية (حمزة حسنى، ٢٠١٥، ٣).

في حين حل المسألة الرياضية التي يأتي موقعها في قمة هرم النتاجات التعليمية عند بياجيه والتي تؤدي بدورها بالطالب إلي تعلم مفاهيم ومعارف جديدة بصورة أعمق، وذلك نتيجة لاستخدامه المهارات العقلية الحسابية التي تتضمنه المسألة وتثير فضوله عند النجاح في حلها إلي التوصل إلي نجاح آخر في مسألة أخرى وتطبيقه للمهارات في مواقف حياتية أخرى أعم وأشمل وأعقد (Rashed, 2006, 140).

كما أن ربط المسائل الرياضية بالحياة اليومية يضيف أهمية ملموسة للرياضيات التي يتناولها الطلاب بالدراسة ، وسوف يحسن أداءهم اليومي بشكل كبير، فحل المسائل هو الأساس لكل برنامج رياضي تدريسي ناجح (Al-Zuhairi, 2017, 167).

كما أشارت عديد من الدراسات أن مقدرة الطلاب علي حل المسائل الرياضية، كانت وما زالت دون المستوى المطلوب، لأنهم لم يواجهوا إلا بالقليل من المسائل الحياتية في أثناء دراستهم، ولحل مشكلة الضعف في المقدرة علي حل المسألة الرياضية، وزيادة التركيز علي عمليات الحل، لابد من دراسة واقع حل المسألة في مناهجنا الدراسية وإثرائها (Abdulqader,2017, Dahlan,2016; Jomaa,2015; Abed & Salha,2014).

وأكدت دراسة (Zollman,2009) على أهمية حل المسائل اللفظية لكونها تسمح للطلاب باستخدام أفكارهم الخاصة وإعادة تنظيم معرفتهم باستخدام استرتيجيات مختلفة وأن استخدام النمذجة بالرسم زادت من قدراتهم في الرياضيات وفي حل المشكلات التي تواجههم.

كما يلاحظ استخدام الاستراتيجيات المتنوعة في تدريس الرياضيات عمومًا، كالبحث عن نمط والتمثيل وغيرها، ذلك أنها تساعد المتعلم على فهم المسألة وتمكنه من تطبيق حلوله على مسائل أخرى مختلفة.

كما أوصت دراسة (Bayazit,2013) بأن يهتم المعلمون بكيفية أداء الطلاب في حل المسائل وليس في نتيجة الحل، وأن يمنحوا الحرية في التفكير عند حل المسائل باستخدام الاستراتيجيات المناسبة .

ومن الدراسات التي إهتمت بحل المسألة الرياضية:

دراسة فاطمة سعد (٢٠٢١): هدف البحث الحالي للكشف عن "فاعلية استراتيجية السقالات التعليمية في تنمية مهارات حل المسألة الرياضية وبقاء أثر التعلم لدى طالبات الصف الثاني متوسط"، وكان من أهم نتائج البحث وجود فرق دال إحصائياً بين متوسطي درجات طالبات المجموعة التجريبية؛ ودرجات طالبات المجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات حل المسألة الرياضية لصالح طالبات المجموعة التجريبية، ووجود فرق دال إحصائياً بين متوسطي درجات طالبات المجموعة التجريبية؛ ودرجات طالبات المجموعة الضابطة في التطبيق البعدي المؤجل لاختبار مهارات حل المسألة الرياضية لصالح طالبات المجموعة التجريبية.

دراسة لما محمد (٢٠٢١): هدف البحث إلى تعرف مدى أثر استخدام استراتيجية التعليم المتمايز في تدريس الرياضيات لطلاب المرحلة الثانوية، وتنمية مهارات حل المسألة الرياضية، وأسفرت النتائج عن وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى (٠,٠١) بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات حل المسألة الرياضية، لصالح المجموعة التجريبية، حيث بلغت قيمة "ت" (٩,٤٨)، وكذلك وجود حجم تأثير مرتفع في المتغير التابع (حل المسألة الرياضية).

دراسة رباب أحمد (٢٠١٤): هدفت إلي معرفة أثر استراتيحية النمذجة الرياضية علي استيعاب المفاهيم وحل المسألة الرياضية في وحدة القياس لصلاب الصف السابع الأساسي، وتوصلت الدراسة إلي وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين درجات طلاب المجموعة التجربية والضابطة لاختبار التحصيل البعدي لحل المسألة الرياضية وكانت الفروق لصالح المجموعة التجريبية.

وتمثل النمذجة الرياضية جسرًا يستطيع المعلم من خلاله تسهيل تعلم الرياضيات، فالنمذجة الرياضية تمثل المفاهيم الرياضية وتقدمها فى رسم أو تجسيد، وتربطها بواقع المتعلمين وحياتهم، كما أنها تساعدهم فى تنمية الفهم والتفكير، إضافة إلى أن النمذجة الرياضية وتطبيقاتها وما تتطلبه من مهارات أصبحت ضرورية لمتعلمى الرياضيات لتقديم شيء جديد فى تعلمها (Hansson,2010).

وقد أشار Galbraith (2012, 8) إلى منظورين محتملين للنمذجة الرياضية، هما: النمذجة كمحتوى، أى النمذجة كهدف فى حد ذاته من تعليم الرياضيات؛ والنمذجة كأداة، أى النمذجة كوسيلة لتعليم الرياضيات، وتبعًا لهذين المنظورين تعددت وجهات النظر حول خطوات عملية النمذجة الرياضية ومهاراتها الرئيسة والفرعية.

والنمذجة الرياضية استراتيجية مهمة لحل المسائل الرياضية من خلال قيام المتعلمين بصنع النماذج وعدم الاقتصار على استخدامها فقط، فالنمذجة الرياضية نشاط يستند على تحويل المسألة من شكلها الرياضى إلى صياغة موقف حياتى، مرورًا باستخدام التمثيلات والتجسيدات (English, 2012, 19).

وانطلاقًا من الاهتمامات المحلية والدولية بتعليم النمذجة الرياضية ومهاراتها، وحل المسألة الرياضية لدي تلاميذ المرحلة الابتدائية، يأتي البحث الحالي لاستخدام النمذجة الرياضية لتنمية مهارات حل المسألة الرياضية لدي تلاميذ المرحلة الابتدائية.

الإحساس بالمشكلة:

هناك عدة عوامل أدت إلي الإحساس بالمشكلة وهي:

- الدراسات السابقة التي سبق عرضها بمقدمة الدراسة والتي أظهرت تدني مستوى التلاميذ في حل المسألة الرياضية بشكل عام، والتي أرجعت ذلك إلي إستخدام الطرق التقليدية في التدريس رغم طبيعة الرياضيات الجامدة التي تحتاج إلي العديد من الأنشطة التعليمية كي تساعد علي فهمها.
- التجربة الاستطلاعية: تم تطبيق اختبار حل المسالة الرياضية (إعداد عبد الناصر محمد عبد الحميد، ٢٠١٨) علي تلاميذ الصف السادس الابتدائي حيث بلغ متوسط درجات التلاميذ (٣٩.٤) من (٩٠) بنسبة ٤٣.٨% وهذا يدل علي ضعف تلاميذ الصف السادس الابتدائي في مهارات حل المسألة الرياضية.
- قام الباحث بزيارة (طبيعة عمل الباحث موجه للرياضيات بمديرية التربية والتعليم بقنا) للتعرف على أساليب التدريس المستخدمة فى المدارس الابتدائية وملاحظة أداء المعلمين فى حصص الرياضيات وإجراء مقابلات مع مجموعة من التلاميذ (١٠٠ تلميذ بعدة مدارس بالمحافظة) وبعض معلمى الرياضيات (٣٠ معلم بمدارس مختلفة) وموجهى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية وكانت نتائج المقابلات كالتالى:

١- انخفاض مستوي تحصيل تلاميذ المرحلة الابتدائية في مادة الرياضيات بالمرحلة الابتدائية نتيجة لضعفهم في حل المسائل الرياضية وترجمة المسائل اللفظية بمحتوي الرياضيات.

٢- عدم تشجيع المعلم للتلاميذ للوصول إلي مستويات عليا في التفكير.

٣- استخدام الطريقة التقليدية في التدريس التي تعتمد علي الحفظ وتقديم المسائل الرياضية بطريقة منفصلة لا تعتمد علي التكامل فيما بينها مما يؤدي إلي ضعف تحصيلهم في حل المسائل الرياضية.

٤- كما اتفق معظم المعلمين والموجهيين علي عدم معرفتهم أو تدريبهم أو استخدامهم للنمذجة الرياضية والأنشطة في تدريس الرياضيات.

مشكلة البحث:

تحددت مشكلة البحث الحالي في ضعف تلاميذ الصف السادس الابتدائي في حل المسائل الرياضية ويحاول البحث الحالي التغلب علي هذه المشكلة باستراتيجية النمذجة الرياضية من خلال التساؤل التالي.

ما فاعلية استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية في تنمية حل مسائل الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية ؟

أهداف البحث:

التعرف علي فاعلية استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية في تنمية حل مسائل الرياضيات لدي تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

أهمية البحث:

- قد يزيد من معرفة استراتيجية النمذجة الرياضية لتنمية مهارات حل مسائل الرياضيات.
- يلفت نظرهم إلي تقديم نموذج استرشادي يساعدهم في إعادة صياغة منهج الرياضيات في مراحل التعليم المختلفة في ضوء النمذجة الرياضية.
- تزويد المعلم بدليل لموضوعات مقرر الرياضيات الصف السادس الابتدائي في ضوء النمذجة الرياضية التي قد تساعد في تنمية مهارات حل مسائل الرياضيات.

- يفتح هذا البحث أمام الباحثين دراسات أخري تتضمن استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية في المراحل التعليمية المختلفة وتنمية متغيرات أخرى.

حدود البحث:

التزم البحث الحالي بالحدود التالية:

١- تجربة استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية لتدريس منهج الرياضيات للصف السادس الابتدائى، الفصل الدراسي الثانى، وحدات (الأعداد الصحيحة، المعادلات والمتباينات، الهندسة والقياس، الإحصاء والاحتمال)؛ وذلك لثراء الوحدات بالمادة العلمية وإمكانية صياغتها باستخدام استراتيجية النمذجة الرياضية.

٢- تلاميذ الصف السادس الابتدائي بمدرسة السلام تعليم أساسي بجبل دندرة ومدرسة باحثة البادية للتعليم الأساسي التابعتين لإدارة قنا التعليمية بمحافظة قنا، واختير فصل (١/٦) بمدرسة السلام تعليم أساسي بجبل دندرة ويمثل "المجموعة التجريبية" وعدد تلاميذه (٤٢) تلميذًا، والآخر فصل (٢/٦) بمدرسة باحثة البادية للتعليم الأساسي ويمثل "المجموعة الضابطة" وعدد تلاميذه (٤٢) تلميذًا.

٣- تم تطبيق البحث الحالي فى الفصل الدراسي الثانى للعام ٢٠٢٢/٢٠٢٣م.

منهج البحث:

تم استخدام المنهج شبه التجريبى ذو التصميم التجريبى المجموعات المتكافئة؛ وذلك عند اختيار مجموعتى البحث وتطبيق الأداة قبليًا وهى: اختبار مهارات حل مسائل الرياضيات، ثم التدريس باستخدام استراتيجية النمذجة الرياضية والتطبيق البعدي لأداة البحث.

مواد البحث:

تتمثل مواد البحث فيما يلي:

١- قائمة بمهارات حل مسائل الرياضيات المناسبة لتلاميذ الصف السادس الابتدائى.

٢- كتيب التلميذ لتلاميذ الصف السادس الابتدائى وفق استراتيجية النمذجة الرياضية.

٣- دليل المعلم للصف السادس الابتدائى وفق استراتيجية النمذجة الرياضية.

أدوات البحث:

تمثلت أدوات البحث الحالي في:

اختبار مهارات حل مسائل الرياضيات لتلاميذ الصف السادس الابتدائى.

إجراءات البحث:

للإجابة عن أسئلة البحث والتحقق من صحة فروضه تم ما يآتي:

١- إعداد الإطار الفلسفي للبحث من خلال الاطلاع على الدراسات والبحوث السابقة والأدبيات ذات العلاقة بالمحاور الآتية: (مهارات حل مسائل الرياضيات، واستراتيجية النمذجة الرياضية)؛ ليكون مرتكزًا نحو الانطلاق للإجراءات الميدانية.

٢- إعداد قائمة مبدئية بمهارات حل مسائل الرياضيات المناسبة لتلاميذ الصف السادس الابتدائي، وعرضها على مجموعة من السادة المحكمين، وتعديل القائمة المبدئية في ضوء آرائهم، والتوصل إلى الصورة النهائية للقائمة.

٣- إعداد كتيب التلميذ للصف السادس الابتدائي الفصل الدراسي الثاني باستخدام استراتيجية النمذجة الرياضية.

٤- إعداد دليل إرشادي للمعلم باستخدام استراتيجية النمذجة الرياضية لتدريس تلاميذ الصف السادس الابتدائي الفصل الدراسي الثاني.

٥- بناء أداة القياس وهي: اختبار لقياس مهارات حل مسائل الرياضيات لدى مجموعة البحث وفق الإجراءات العلمية لبناء الاختبارات وإيجاد صدقهم وثباتهم.

٦- اختيار مجموعتين متكافئتين عشوائيًا من تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

٧- تطبيق أدوات القياس على مجموعتي البحث تطبيقًا قبليًا.

٨- تدريس بعض موضوعات وحدات (الأعداد الصحيحة، والمعادلات والمتباينات، والهندسة والقياس، والإحصاء والاحتمال) للصف السادس الابتدائي في الفصل الدراسي الثاني باستخدام استراتيجية النمذجة الرياضية، وذلك لمعرفة فاعليتها في تنمية مهارات حل مسائل الرياضيات.

٩- التطبيق البعدي لأدوات القياس على مجموعتي البحث.

١٠- معالجة النتائج إحصائيًا وتحليلها وتفسيرها.

١١- تقديم التوصيات والمقترحات في ضوء النتائج التي أسفر عنها البحث.

الإطار النظري:

أولاً: النمذجة الرياضية:

تشير النظريات التى اهتمت بالنماذج والنمذجة إلى أن من الأسباب الرئيسية التى تؤدي إلى استخدامها فى تدريس الرياضيات أن استخدام النمذجة في سياقات تتضمن مشكلات حقيقية يمكن أن يكون له أثر فعال في توليد الدافعية بين غالبية التلاميذ لتعلم الرياضيات، ويمكن أن تساعد أيضًا في تقوية وتعزيز البنية المفاهيمية لديهم واكتسابهم خبرات ذات معنى في الرياضيات، كما أن التطبيقات الرياضية تعد أداة فعالة في فهم وتحليل وتفسير وتعميم المشكلات المتضمنة في سياقات أخرى، وتساعد في تعزيز

فكرة أن الرياضيات تشكّل جزءًا أساسيًا في العديد من الموضوعات بمجالات مختلفة (Niss, 2012, 50).

كذلك يذكر (Niss (2012, 51 ستة أهداف لتعليم تطبيقات الرياضيات بالنمذجة الرياضية هى:

١- تعزيز وتنمية الإبداع.

٢- تحسين الإتجاه نحو حل المشكلات.

٣- إحداث اتجاهات مناسبة نحو استخدام الرياضيات فى سياقات تطبيقية.

٤- زيادة فرص تزويد التلاميذ لممارسة تطبيقات الرياضيات التى سوف يحتاجونها كأفراد مواطنين ومهنيين.

٥- المساهمة فى عمل صورة متوازنة للرياضيات.

٦- من الممكن أن تساعد فى فهم واستيعاب المفاهيم الرياضية الذى يدعم لدى التلاميذ القدرة على ترجمة المسائل الرياضية وحلها.

وتتركز وظيفة النمذجة الرياضية على التفاعل مع العالم الحقيقى المعقد والغامض، وذلك من خلال تسهيل مهمة معالجتها رياضيًا، ونمذجة نظرياتها وقوانينها فى شكل منظومات رياضية تساعد على التفسير والتنبؤ، من خلال تبسيط المشكلة الحياتية والتعامل معها بشكل رياضى، ثم اختبار صحتها، وإعادة تطبيقها، والاستفادة منها كما كانت على أرض الواقع (محمد ريان، ٢٠١١، ٣٦).

فالنمذجة الرياضية عبارة عن تطبيقات للرياضيات يتم فيها تحويل الموقف أو المشكلة الحياتية إلى مسألة رياضية وحلها، كما أنها تعمل على تقليص الفجوة بين ما هو نظري وما هو تطبيقي، وقد يسهم ربط التعليم بمؤسسات الإنتاج إلى إعطاء نماذج رياضية لمعالجة بعض مشكلات الواقع، وتفيد النمذجة الرياضية في استشراف المستقبل وتوقيع الأحداث بدرجة كبيرة تقترب من الواقع (مبارك مبارك، ٢٠١٢، ٣٥).

ويعرف مبارك مبارك (٢٠١٢، ٣٨) النمذجة الرياضية على أنها تحويل المشكلة الحياتية إلى مسألة رياضية ثم التعامل مع هذه المسألة وحلها، واختبار الحل فى الموقف الحياتى ومن ثم التعميم والتنبؤ.

ويرى Huson (2016, 73) النمذجة على أنها تطبيق الرياضيات على مشكلات العالم الحقيقى، ويوضح أنها تحتاج إلى كفاءة فى العمل مقارنة مع حل المشكلات الروتينى، إذ إنها ذات طابع مفتوح المطالب، أى أنها تحتاج إلى احتواء الوضع الحقيقى للعالم الحقيقى موضوع التحقيق بدقة، وقد تكون هناك معلومات مفقودة يجب افتراضها أو تقديرها وربما ستكون جديدة، وعلاوة على ذلك مدى ملائمة النموذج وحله للمشكلة الذى يجب تقديمه على أساس معايير العالم الحقيقى، وهذا غالبا ما يتطلب عنصر من الخبرة أو القدرة على إصدار الأحكام.

ومن هنا، تتمثل مهمة النمذجة فى أى مشكلة غنية بالرياضيات بإشراك التلاميذ فى التفكير الرياضى، بالاعتماد على المعرفة المكتسبة مسبقًا، ودعم فهمهم للمفاهيم الرياضية التى تتم تغطيتها، كما يجب أن تتحدى مهام النمذجة فضول التلاميذ، وتشجع التفكير المستقل والمناقشة التعاونية، وتوفر أفكارًا ومواضيع رياضية مهمة، ويجب أن تستند المهام إلى المعرفة السابقة للتلاميذ، وتشجع على تكوين أفكار ومفاهيم جديدة تخدم مصلحة التلميذ قبل مصلحة المجتمع (Oswalt, 2012, 5).

مبادئ استراتيجية النمذجة الرياضية:

حدد Meyer et al. (1997, 512) ستة مبادئ رئيسة للنموذج الرياضى الجيد، وهى:-

١- مبدأ الدقة؛ أى أن تكون مخرجات النموذج صحيحة أو قريبة جدًا من الصحة.
٢- مبدأ الواقعية؛ أى يبنى النموذج على افتراضات صحيحة.
٣- مبدأ الانضباط؛ أى أن تكون توقعاته أرقامًا محددة.

٤- مبدأ القوة؛ بمعنى أن يكون محصنًا نسبيًا من الأخطاء فى المعطيات.
٥- مبدأ العمومية؛ أى أنه يمكن تطبيقه على مجموعة واسعة من الحالات.
٦- مبدأ الفائدة؛ أى تعود لبناء نماذج أخرى.

خطوات استراتيجية النمذجة الرياضية:

أما عن خطوات عملية النمذجة الرياضية، فقد حدد الكثير من التربويين العمليات الرئيسية والتى تعد جزءا لا يتجزأ من النمذجة الرياضية، ويطلق عليها أحيانًا دورة عملية النمذجة لأنها تتضمن دورات متعددة، وأن هناك اختلافات بسيطة للمخططات المفاهيمية التى تصف المراحل الدورية لعملية النمذجة، ويعود ذلك إلى أن النمذجة الرياضية عملية غير خطية تتضمن خطوات مترابطة.

فقد حدد كل من (Abu-Zaina &Ababneh. 2010 ; NCTM,1989) خطوات لعملية النمذجة الرياضية وهى (Mrayyan, 2016, 122):-

دراسة المشكلة أو الحالة فى الواقع.
إعداد الأهداف المراد إنجازها.
تحديد المتغيرات التى تمثل السمات الرئيسية للمشكلة.
صياغة نموذج مناسب من خلال تحديده إما هندسيًا أو بالرسم أو جداول جبرية أو إحصائية تمثل أو تصف العلاقة بين جميع المتغيرات.
تحليل وإجراء العمليات على العلاقات والاستنتاجات.
إذا كان تنفيذ إجراء العمليات غير كاملة، فإنه يتم إعادة النظر فى المتغيرات المستخدمة فى صياغة النموذج.
تفسير النتائج رياضيًا بوضعها الأصلى.
التحقق من صحة الاستنتاجات بمقارنتها مع حالة مماثلة.
أخيرًا إما تحسين النموذج أو فى حال ثبوت جودته يتم تطبيقه على حالات مماثلة وتقييمها.

كما يذكر التربويون (Doerr & English, 2003, Blum & Lieb,2007) العمليات التالية كخطوات لحل المشكلات باستخدام النمذجة الرياضية:-

أ- **فهم المشكلة وتبسيطها:** فهم الجداول والرسوم البيانية، والمعلومات اللفظية، والرسم، واستخلاص الاستنتاجات منها.

ب- **معالجة المشكلة وتطوير نموذج رياضى:** تحديد المتغيرات والعلاقات بينهم، وبناء الفرضيات، وتقييم المعلومات السياقية، وبناء النماذج وحلها.

ج- **تفسير الحل المشترك:** اتخاذ القرارات، وتحليل النظام، واقتراح حلول جديدة.

د- **التحقق من المشكلة:** تعميمها وتبادل الحلول، وتقييم الحل من مختلف وجهات النظر، والتنقل بين الواقع والرياضيات أثناء تطبيق دورة النمذجة.

كذلك أوضح Mumcu (2016, 85) خطوات عملية النمذجة الرياضة بشكل تفصيلى كالتالى:-

الخطوة الأولى: فهم المشكلة ووضع نموذج قائم على الواقع لعمل افتراضات للمشكلة، وتبسيط الموقف لتحديد الكميات التى تؤثر على الموقف وتسميتها، وتحديد المتغيرات الرئيسية لمعرفة العلاقات بين المتغيرات للتمييز بين المعلومات التى يتم استخدامها فى الحل والمعلومات التى لا يجب استخدامها.

الخطوة الثانية: إنشاء نموذج رياضى باستخدام النموذج الحقيقى للتعبير حسابيًا عن الكميات المترابطة والعلاقات بينها لتبسيط الكميات ذات الصلة والعلاقات بينها إذا لزم الأمر، وتبسيط التعقيد لاستخدام الرموز الرياضية المناسبة وتمثيل المواقف بيانيًا.

الخطوة الثالثة: الإجابة على الموقف الرياضى باستخدام النموذج الرياضى واستخدام استراتيجيات مناسبة لحل المشكلات (على سبيل المثال تقسيم

المشكلة إلى أجزاء، والتعامل مع المشكلة من منظور مختلف، وتغيير الكميات)، واستخدام المعرفة الرياضية لحل المشكلة.

الخطوة الرابعة: تفسير النتائج الرياضية التى تم الحصول عليها فى العالم الواقعي، وتفسير النتائج الرياضية فى سياقات غير رياضية لتعميم النتائج التى تم الحصول عليها فى موقف معين، للتعبير عن أو مناقشة الحلول الرياضية باستخدام لغة رياضية مناسبة.

الخطوة الخامسة: التحقق من صحة الحل للتحليل والتحقق بشكل ناقد من الحلول التى تم الحصول عليها لمراجعة بعض أجزاء النموذج الموضوعة، أو لبدء عملية النمذجة مرة أخرى، إذا كانت الحلول غير متناسقة مع موقف المشكلة يجب التفكير فى طرق أخرى لحل المشكلة، أو تطوير الحلول الحالية بطرق مختلفة إذ لا يوجد ترتيب صارم لاتباع خطوات عملية النمذجة.

أما دورة النمذجة التى اقترحها Been (2016, 17) فقد تكونت من سلسلة من سبع خطوات وهى:-

فهم المشكلة.

بناء نموذج للموقف.

تبسيط وتنظيم نموذج الموقف وبالتالى بناء نموذج حقيقي؛" أى ترجمة النموذج الحقيقى إلى نموذج رياضى.

تطبيق الإجراءات الرياضية من أجل استخلاص نتيجة.

تفسير هذه النتيجة الرياضية فيما يتعلق بالواقع وبالتالى تحقيق نتيجة حقيقية.

أخيرًا التحقق من صحة هذه النتيجة من خلال الإشارة للوضع الأصلى.

إذا كانت النتيجة غير مرضية، قد تبدأ العملية مرة أخرى بالرجوع إلى الخطوة الثانية وفحص عملية الحل بأكملها.

والتمييز بين هذه الخطوات مفيد لإعادة بناء عمليات النمذجة التى يستخدمها التلاميذ عند حل المسائل الرياضية وترجمتها.

وقد أشار (مبارك مبارك، ٢٠١٢، ١٩) إلى أن خطوات النمذجة الرياضية:

فهم وتحديد المشكلة: فى هذه الخطوة يقوم التلميذ بقراءة المشكلة وفهمها وتحديد كل من المعطيات والمطلوب منها.

وضع الفروض اللازمة لبناء النموذج الرياضى: هنا يتم التفكير بتمعن فى المعطيات والمطلوب ويتم دراسة العلاقات المتداخلة بين المتغيرات.

بناء النموذج الرياضى: يتم تركيب أجزاء النماذج للوصول إلى النموذج الرياضى ومحاولة تعديله للوصول إلى أفضل صورة.

حل النموذج الرياضى: وذلك بالطريقة التى يراها التلميذ مناسبة، إما جبريًا أو باستخدام الرسوم البيانية أو استخدام الجداول.

تفسير الحل الرياضى: يتم تفسير الحل وبيان إمكانية تطبيقه على الواقع، وهل مقنع ويحقق المطلوب.

التأكد من صحة الحل: فى هذه الخطوة يتم التأكد من صحة الناتج.

أيضًا وضح كل من Giordano, Fox, Horton & Weir (2003) أن خطوات بناء النموذج هى:

أولًا : تعريف أو تحديد المشكلة وذلك من خلال الأسئلة التالية: ما المشكلة التى ترغب فى استكشافها ؟ هنا يجب فرز وتصنيف البيانات وتعريف البعض منها، وعلاوة على ذلك أنه من الأساسى أن تكون التعريفات دقيقة بما فيه الكفاية فى صياغة المشكلة ليسمح بترجمة البيانات الشفوية إلى صيغ رياضية.

ثانيًا : وضع فرضيات وذلك من خلال تبسيط المهمة عن طريق الحد من عدد من العوامل قيد النظر، ثم تحديد العلاقات بين المتغيرات المتبقية مرة أخرى من خلال افتراض علاقات بسيطة نسبياً وبالتالى خفض درجة تعقيد المشكلة، وهذا يقع فى

نشاطين الأول: تصنيف المتغيرات: التى تؤثر على سلوك المشكلة المحددة فى الخطوة الأولى، والنشاط الثانى هو: تحديد العلاقات المتبادلة بين المتغيرات قيد الدراسة.

ثالثًا: حل أو تفسير النموذج وذلك من خلال إيجاد الحل الأمثل للنموذج، وفى هذه الخطوة يمكن العودة إلى الخطوة الثانية إذا تم الاكتشاف أن النموذج غير عملى.

رابعًا : التحقق من النموذج وذلك باختبار النموذج المقترح فى الخطوة الثالثة قبل استخدامه من خلال السؤال: هل النموذج مفيد أو قابل للاستخدام من الناحية العملية؟ وهل يلامس الحس العقلى السليم؟

خامسًا: تنفيذ النموذج حيث يمكن لصناع القرار والمستخدمين له فهمه فى أى وقت يتم الاستفادة منه، وبذلك يكون ذات فائدة لأى شخص، وأن يكون النموذج سهل الاستعمال وإلا سوف يتم إهماله.

سادسًا: الحفاظ على النموذج وذلك من خلال التذكر أن النموذج مشتق من مشكلة تم تحديدها فى الخطوة الأولى، ومن افتراضات فى الخطوة الثانية، وبالتالى هل تغيرت المشكلة الأصلية بأى شكل من الأشكال أو بعض العوامل المهملة سابقًا تصبح مهمة (مشعل محمد، ٢٠١٩، ١٧٣).

وفى ضوء إجراءات هذا البحث يمكن القول أن خطوات النمذجة الرياضية تبدأ من الموقف الواقعي الذى يمثل مشكلة تواجه التلميذ، ومن ثم معرفة المعلومات حول تلك المشكلة، وإدراك العلاقات بينها وتحويلها، ومن ثم تمثيلها فى صورة نموذج رياضي سواءً رموز أو معادلات أو صورة ذهنية، وحل ذلك النموذج الرياضي، وترجمة تلك النتائج فى العالم الواقعى، واختبار حل النموذج ومن ثم التعميم إن أمكن ذلك.

وقد وضع الباحث الخطوات المقترحة للنمذجة الرياضية كالتالى:-

الخطوة الأولى: تبدأ عند مرور التلميذ بالموقف الواقعي.

الخطوة الثانية: يقوم التلميذ بتحديد وفهم الموقف والمشكلة وإدراك العلاقات بين عناصر الموقف.

الخطوة الثالثة: وضع الفروض.

الخطوة الرابعة: تمثيل ذلك الموقف ببناء نموذج رياضى للتوصل إلى الحل.

الخطوة الخامسة: ترجمة الحل إلى الواقع.

وبذلك يكون التلميذ أكثر قدرة على فهم ما توصل إليه لأنه هو من توصل لذلك من خلال الموقف الواقعى، وهذا يعطى التلميذ ثقة بنفسه، وتصبح الرياضيات ذات معني لديه.

فوائد البيئة القائمة على استخدام النمذجة الرياضية:

يوضح مبارك مبارك (٢٠١٢، ٢١) هذه الفوائد فى النقاط التالية:

شعور التلاميذ بالحرية فهم يتعلموا من أخطائهم حيث أنه عندما تكون النماذج غير مناسبة تكون مفيدة وحجر الزاوية للنماذج الجيدة.

العمل على تحسين جودة تعلم التلاميذ بإعطائهم بعض الرؤى السريعة للإجراء الكلى باستخدام دورة النمذجة.

رؤية أن الرياضيات يمكن أن يتم استخدامها فى مختلف الأعمال والمجالات.

إعطاء تمارين للتلاميذ تركز على المراحل النوعية لعملية النمذجة وخاصة المرحلة التكوينية منها التى تحتمل وجهات نظر مختلفة وتتطلب الاقتراحات والافتراضات العديدة تساعد على تحسين مهارات متنوعة لديهم.

زيادة دافعية التلاميذ لحل المشكلة الواقعية باستخدام عمليات النمذجة الرياضية يجعل استخدام الرياضيات ممتع؛ حيث لا يصبح تعلمها هدف مباشر ولكنه هدف ضمنى للوصول لحل المشكلة الواقعية، ومن ثم فعند تدريس الرياضيات للتلاميذ

بتلك الطريقة فنحن نزودهم بالتعليم الذى سيخدمهم وينفعهم خلال حياتهم وفى مجتمعهم.

أهمية استراتيجية النمذجة فى عملية التعليم والتعلم:

يذكر صالح أحمد (٢٠٠٧، ٢٥) أهمية النمذجة الرياضية في النقاط الآتية:-

النمذجة الرياضية بمهاراتها المتعددة ينبغى أن تصبح مكونًا أساسيًا لمناهج الرياضيات فى جميع المراحل وذلك وفقًا لمستويات متعددة.

تعليم الطلاب كيفية النمذجة الرياضية يعتبر من أهم الأهداف فى تعليم الرياضيات.

تساعد النمذجة الرياضية فى تنمية مهارات التفكير العليا لدى التلاميذ وتعزز لديهم الأسلوب العلمى فى حل المشكلات.

التعليم من خلال التطبيقات والنمذجة الرياضية قد يساعد في جعل الرياضيات ذات معني للتلميذ، وتساعد النمذجة في تقليص الفجوة بين النظرية والتطبيق، وكذلك إزالة الفجوة السائدة حول الرياضيات بأنها موضوع لا علاقة له بالواقع.

ربط الرياضيات بالعلوم الأخرى يظهر الجانب التطبيقي للرياضيات ويجعل تعليم الرياضيات مشوقًا وممتعًا، فالنمذجة الرياضية تعد المجال الأساسي لتطبيق الرياضيات في العلوم الأخرى مثل الرياضيات والعلوم الحيوية، والطب، والهندسة.

تساعد النمذجة الرياضية في توظيف تكنولوجيا المعلومات، وظهور البرامج الإحصائية الهائلة الأمر الذي ساعد في استخدام النمذجة الرياضية في التنبؤ المشروط واستشراق المستقبل.

ويوضح محمد عبدالفتاح (٢٠١٦، ٢٤٣) أهمية النمذجة فى النقاط الأتية:-

١-تساعد التلاميذ على فهم العالم من حولهم بطريقة أفضل، وبناء نماذج ذهنية لديهم نحو العالم.

٢-تنمى لدى التلاميذ كفاية النمذجة وهى القدرة على بناء النماذج أثناء عملية النمذجة لمواقف متنوعة، بالإضافة إلى مقارنة وتحليل النماذج لتلك المواقف.

٣-تسهم فى تكوين اتجاهات موجبة لدى التلاميذ نحو تعلم الرياضيات، والثقة بالنفس.

٤-تسهم فى بناء تصور ذهنى ملائم للرياضيات.

٥-تكسب التلاميذ كفايات تمكنهم من حل مشكلات حياتية فى مختلف المجالات.

٦-تسهم فى تنمية كفايات رياضية مثل: التواصل، تصميم استراتيجيات لحل المشكلات، التمثيل المتعدد، الاستدلال، وبناء نماذج جديدة.

٧-تساعد المعلمين فى فهم أساليب التفكير لدى التلاميذ أثناء عملية النمذجة.

٨-توفر بيئة غنية بالمناقشات المثمرة بين المتعلمين والمعلم، كما تشجع على البحث والتحقق من خلال الرياضيات، ومن خلال مواقف أخرى.

والنمذجة الرياضية من الاتجاهات الحديثة في تطوير تعليم الرياضيات وأن يكون لها دور مجتمعي في معالجة بعض قضايا ومشكلات المجتمع والاتجاه نحو تطبيقات الرياضيات في العلوم الأخرى، وتدريب الطلاب على توظيف الرياضيات (محبات أبوعميرة، ٢٠٠٠، ١٤٦).

وأيضًا النمذجة الرياضية للظواهر إحدى أقوى استخدامات الرياضيات ؛ لذا يحب أن تتاح لجميع الطلاب في جميع المستويات لنمذجة عديد من الظواهر رياضياً بطرق تكون مناسبة لمستواهم (فريد أبوزينة وخالد الخطيب وسميلة الصباغ، ٢٠٠٧، ٢٩).

فى ضوء ماسبق يمكن للباحث الوصول إلى أن للنمذجة الرياضية إسهامات مهمة في تعليم الرياضيات بالإضافة إلى أهميتها في العلوم الأخرى وإمكانية الربط بين الرياضيات والعلوم المختلفة في كافة المجالات بشتى مستوياتها، كما أنها توجد المتعة لدى التلميذ عند تعلمه الرياضيات وبخاصةٍ عند إنتقاله للمراحل العليا فى التعليم.

دور المعلم فى استراتيجية النمذجة:

يتمثل دور المعلم فى عملية النمذجة فى (محمد عبدالفتاح، ٢٠١٦، ٢٤٣):

إعداد وتجهيز أنشطة النمذجة.

تقسيم التلاميذ إلى مجموعات صغيرة.

إتاحة الفرصة للتلاميذ بمعالجة أنشطة النمذجة بأنفسهم، وعمل ارتباطات داخل وخارج الرياضيات.

إدارة الصف، وتوجيه التلاميذ، واستخدام الوقت بفاعلية.

ينبغى أن يعى المعلم بوجود تباين جلى بين تدريس النماذج، وتدريس النمذجة، ففى الأول يتم التركيز على المنتج، وفى الآخر يتم التركيز على عملية الوصول إلى تمثيل مناسب لموقف حياتى حقيقى؛ حيث يبدأ الفرد من موقف لمشكلة حقيقية ويتقدم خطوة تلو الأخرى نحو الحلول الممكنة.

مما سبق يرى الباحث أن تعليم الرياضيات باستخدام النماذج الرياضية يؤدي إلى تقوية دافعية التلاميذ، وذلك عندما يعرف التلاميذ أن يتعلمونه يمكن تطبيقه في الحياة، ويعطي التلميذ مقدرة على التفاعل مع المواقف الحياتية بصورة منظمة والقدرة على حلها.

أهداف استراتيجية النمذجة الرياضية:

تهدف النمذجة الرياضية في البيئة الصفية كما ذكر عزو عفانة ويوسف الجيش إلى تحقيق الآتي (٢٠٠٩، ١٧١):

١- إكساب المتعلم نماذج تفكيرية فى بنية الدماغ من خلال التعامل مع منطق العقل ومبرراته، حيث يساعد ذلك على تنشيط الجانب الأيسر من الدماغ من خلال الاستجابة للمنطق، وتنظيم مسارات التفكير والانتقال فى عملية التعلم

من الجزء إلى الكل، وخاصة فى تكوين صورة أو نموذج شامل عن نمط حل المشكلة.

٢- تتيح الفرصة للمتعلم كى يعبر عن أفكاره بخطوات تفكيرية فى حل المشكلة، ومحاولة محاكمة حلول الآخرين، ومعالجتها على أسس موضوعية وعلمية، هذا فضلاً عن تمييز المتعلم بين أنماط التفكير المختلفة، واختيار الحلول التى تتفق مع بنيته الدماغية.

٣- تنمي لدى المتعلم القدرة على حل مشكلات تعليمية معينة فى مجالات متعددة، بمعنى انتقال أثر تعلم نمط تفكيرى معين من خلال استخدام النمذجة الرياضية إلى مواطن أخرى غير المادة التعليمية ، وبالتالى يحاول المتعلم نمذجة هذا السلوك من التفكير وتطبيقه على مواقف مختلفة.

وبذلك يمكن للباحث التوصل إلي أن الهدف الأساسي من النمذجة الرياضية جعل التلميذ قادر على مواجهة المشكلات الحياتية، بالإضافة إلى كونها توجد الراحة والمتعة لدى التلاميذ في تعليم الرياضيات؛ لأنه من خلالها يستطيع فهم الموضوعات عند الانتقال من مواقف واقعية وتحويلها إلى نماذج رياضية مجردة.

ثانيًا: مهارات حل مسائل الرياضيات:

يعد حل المسألة الرياضية وسيلة لإثارة الفضول وحب الاستطلاع وامتدادًا طبيعيًا لتعلم المبادئ والقوانين فى مواقف جديدة، كما أنها تدريب مناسب للفرد ليصبح قادرًا على حل المشكلات التى تواجهه فى حياته اليومية وبناءً عليه فإنه يكسب الخبرة فى حل المشكلات الحياتية والمستقبلية (فوزية بنت عبد الرحمن، ٢٠١١).

وإن من أهم ما يصبوا إليه الإنسان أن يكون قادرًا على مواجهة الحياة بكل ما فيها من صعوبات وتحديات، وأن يمتلك القدرة والمهارة على حل مشكلاته والوصول إلى الحل الأمثل لتلك المشكلات (أنس أسامة، ٢٠١٧).

ويعرف عبدالواحد حميد ومدركة صالح (٢٠١٥، ٥١) المشكلة كما يلى:

تعرف المشكلة رياضيًا، بأنها الموقف الذى يقابل الفرد فيه مجموعة من العلاقات الرياضية المتداخلة التى يواجه بها الموقف.

موقف رياضى أو حياتى يتعرض له التلميذ ويتطلب حله استخدام المعلومات الرياضية السابقة، ومن الضرورى أن تكون المسائل التى يتعرض لها التلميذ متنوعة وشاملة للمواقف التى تتطلب تطبيقًا للمفاهيم والتعميمات والمهارات الرياضية، كما يجب أن تشتمل هذه المسائل على مواقف حياتية تستخدم المعرفة الرياضية المكتسبة فى حلها.

ويرى بلال زاهر (٢٠١٥، ٤٣) المسألة الرياضية أنها موقف رياضى أو حياتى جديد يتعرض له التلميذ وليس له حل مسبق ويستخدم فيه الخبرات والمعلومات الرياضية السابقة.

أهمية حل المسألة الرياضية:

حدد حيدر عبدالزهرة علوان (٢٠١٧، ٢٠): أهمية حل المسألة فى مجال تدريس الرياضيات من خلال ما يأتى:

١- أن حل المسألة من أهم أهداف تدريس الرياضيات.

٢- يساعد حل المسألة الرياضية فى تنمية قدرات التلاميذ الابتكارية، ويدربهم على الأسلوب العلمى فى التفكير، والتفكير الرياضى بصفة خاصة.

٣- مهارات حل المسألة من أهم المهارات المطلوب تنميتها فهى تعد وسيلة لتنمية مهارات أخرى.

وأضافت لما محمد، حمدى محمد، وزكريا جابر (٢٠٢١، ٧٢) أن حل المسألة الرياضية:

١- يجعل التلميذ يتدرب على استخدام المفاهيم والتعميمات والمهارات الرياضية.

٢- يساعد على تعرف المفاهيم والمعارف الجديدة.

٣- يساعد على التساؤل والبحث وإثارة الفضول وحب الاستطلاع.

٤- يساعد على تنظيم الأفكار، فيساعد على التحليل والتركيب والاستقصاء وحل المشكلات.

٥- يفيد فى اكتساب مهارات المنطق الرياضى والمنطق الجدلى.

متطلبات حل المسألة الرياضية:

تعد عملية حل المسائل الرياضية عملية معقدة تتضمن عدة متطلبات يحددها خالد عبدالقادر (٢٠١٧، ٢٢٤) كما يلي:

أولًا: المعرفة: وتشمل علي:

الحقائق والمفاهيم، مثل معرفة قواعد الجمع والطرح والضرب والقسمة.

المعرفة الاستراتيجية والإجرائية، مثل معرفة الاستراتيجيات العامة لحل المسائل، والمعرفة بخطوات حل المسألة.

المعتقدات، وتعني اعتقادات المتعلمين في قدرتهم على حل المسائل الرياضية.

ثانيًا: العمليات المعرفية: وتتضمن ما يلي:

تمثيل المسألة، ويعني ذلك تمثيل المسألة في صورة بيانية أو رمزية، ومثال ذلك رسم جدول يحتوي البيانات الأساسية للمسألة في صورة مبسطة.

التخطيط والمراقبة والتقييم، ويعني ذلك التخطيط لحل المسألة ومراقبة المتعلم للخطوات المتبعة في الحل وتقييم مدى دقة الحل.

المعالجة البعدية، وتعني مراجعة الحل ومحاولة الحل بطرق أخرى إن أمكن.

كما يتطلب حلها نشاطًا عقليًا عاليًا؛ فهو يتضمن الكثير من العمليات العقلية المتداخلة: كالتخيل، والتصور، والتذكر، والتحليل، والتركيب، وسرعة البديهة، والاستيعاب، إضافة إلى المعلومات والمهارات؛ فحل المسألة ليس تطبيقًا لما تم تعلمه أو الخبرات السابقة التي اكتسبت فقط، ولكنه أيضًا عملية تنتج تعلمًا جديدًا (تهاني سلطان، ظافر الشهري، ٢٠١٩، ١٤٠).

دور المعلم فى عملية حل المسائل الرياضية:

يبرز دور المعلم فى مساعدة تلاميذه على تجاوز العقبات والتغلب على الصعوبات، والسعى لإكسابهم مهارات حل المسائل الرياضية وخفض قلقهم تجاه الرياضيات، وعلى المعلم أن يكون واعيًا فى اختيار المسائل الرياضية التى يمكن للتلاميذ أن ينجحوا فى حلها، حيث أن هناك عدة معايير يجب أن تأخذ فى الاعتبار عند انتقاء المسائل قبل طرحها على التلاميذ، ومن أهمها كما توضحها هبة عبدالغنى وعزو إسماعيل (٢٠١٨، ٤١):

١- أن تكون المسألة مهمة رياضيًا.

٢- أن يدخل فى سياق المسألة أشياء حياتية وحقيقية، أو محاكاة واضحة لأشياء حقيقية.

٣- أن تطرح المسألة فرصًا لمستويات مختلفة من الحلول.

٤- أن يكون من الممكن تكوين مواقف أخرى من المسألة بشرط أن يكون لها نفس البنية الرياضية.

مهارات حل المسائل الرياضية:

ذكر زاهر عادل (٢٠٠٩، ٢٢٤) مهارات حل المسائل الرياضية كما يلى:

١- **مهارة قراءة وفهم المسألة:** للقيام بهذه المهارة يتوقع أن يكون التلميذ قادرًا على أن:

أ. يحدد الرمز المناسب للتعبير عن معنى رياضى من بين عدة بدائل.

ب. يميز الكلمات المفتاحية والمفاهيم الرياضية.

ج. يميز بين المعطى والمطلوب فى المسألة.

د. يستنتج العلاقات الرياضية المتضمنة فى المسألة.

هـ. يحدد المعلومات الناقصة اللازمة لحل المسألة.

٢- **مهارة التخطيط للحل:** للقيام بهذه المهارة يتوقع أن يكون التلميذ قادرًا على أن:

أ. يحدد خطوات الحل ويكتبها مرتبة.

ب. يترجم المسألة من صورتها اللفظية إلى إحدى الصور الرياضية المناسبة (جداول، رسوم، معادلات.....إلخ).

ج. يحدد القوانين الرياضية اللازمة للحل.

د. يحدد العملية الرياضية المستخدمة فى كل خطوة فى أثناء الحل.

٣- **مهارة تنفيذ الحل:** للقيام بهذه المهارة يتوقع أن يكون التلميذ قادرًا على أن:

أ. يحل المعادلة التى تم التوصل إليها.

ب. يجرى العمليات الرياضية فى كل خطوة.

ج. يحول من وحدة قياس إلى أخرى إذا كان ذلك مطلوبًا.

د. يكتب الحل النهائى للمسألة ويوجد النواتج العددية ويحصل على قيم الرموز.

هـ. يكتب التمييز المناسب للحل.

٤- **مهارة التحقق من صحة الحل:** للقيام بهذه المهارة يتوقع أن يكون التلميذ قادرًا على أن:

أ. يتحقق من صحة إجراء كل عملية من العمليات الرياضية فى كل خطوة من خطوات الحل.

ب. يراجع حل المسألة ويكتب الحل فى أبسط صورة.

ج. يتأكد من صحة الحل بمطابقة النتيجة مع كل معطيات المسألة.

د. يقدم حلًا آخر أو حلولًا أخرى للمسألة (إن أمكن).

صعوبات حل المسألة الرياضية:

يواجه الطلاب صعوبات متعددة عند حل المسألة الرياضية منها:

١. عدم قدرة الطالب على قراءة المسألة، ووجود عادات سيئة في القراءة، بالإضافة ضعف حصيلة المفردات اللغوية لدى الطالب.

٢. عدم قدرة الطالب علي فهم المسألة وتحديد عناصرها الأساسية، وعدم القدرة على تمييز الحقائق الكمية، والعلاقات المتضمنة في المسألة وتفسيرها، واستبعاد المعطيات الزائدة عن حاجة الحل.
٣. عدم قدرة الطالب علي اختيار خطوات الحل المناسبة، وضعف خطة معالجة المسألة وعدم تنظيمها.
٤. ضعف المعرفة السابقة عند الطالب من مفاهيم ومبادئ وتعميمات التي تمكنه من الحل، وعدم التمكن من إجراء مهارات العمليات الحسابية الأساسية.
٥. عدم القدرة على اختيار الأساليب المناسبة واستذكار المعلومات الأساسية، وضعف القدرة علي التفكير الاستدلالي والتسلسل في خطوات الحل.
٦. ضعف قدرة الطالب علي التحقق من صحة الحل، أو ضعف قدرته علي التخمين وتقدير الإجابة الصحيحة (حمزة حسني، ٢٠١٥، ٢١).

وهناك العديد من العوامل التي تؤثر في عملية حل المسألة الرياضية من أبرزها:

- طريقة تقديم وعرض المسألة.
- استيعاب المسألة وفهمها.
- الكفاءة في اللغة.
- الاتجاه نحو التفاعل في المسألة.
- معتقدات الطلاب عن مدى قدرتهم على حل المسألة.
- الفروق الفردية والأسلوب المعرفي والقدرات العقلية.
- الخلفية المعرفية.
- ضعف حصيلة الطالب من الخطط والاستراتيجيات والمقترحات العامة المساعدة في اكتشاف الحل.
- مستوى النمو عند الطالب.
- العمليات الانفعالية، الدافع، الملل، القلق (فاطمة محمد، ٢٠١٦، ٥١٦).

وبناءً على ما سبق فإن تنمية القدرة على فهم وتفسير العالم وحل المشكلات التي تحدث فيه، ويمكن مساعدة التلاميذ وتهيئتهم للمستقبل بتعليمهم مهارات حل المسألة الرياضية والتي تسمح لهم باستخدام الرياضيات في حل مشكلاتهم الحياتية.

نتائج البحث :

إجابة السؤال الأول والفرض الأول:

ينص السؤال الأول على: **ما فاعلية استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية فى تنمية مهارات حل مسائل الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية ؟**

ولاختبار الفرض الأول الذي ينص علي أنه: **لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات حل مسائل الرياضيات كل مهارة علي حدة والاختبار ككل.**

تم معالجة البيانات الخاصة بهذا الفرض باستخدام اختبار " ت " لمتوسطين غير مرتبطين كما يأتي:

جدول (١) دلالة الفرق بين متوسطي درجات تلاميذ مجموعتي البحث في التطبيق البعدي لاختبار مهارات حل مسائل الرياضيات ككل والمهارات الفرعية

المهارة	المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة " ت "	درجات الحرية	مستوى الدلالة (٠,٠١) (α=)
قراءة وفهم المسألة الرياضية	ضابطة	٤٢	٣,٠٠	١,٤٥	٤,٦٧٦	٨٢	دالة
	تجريبية	٤٢	٤,٥٥	١,٥٥			
تحليل المسألة الرياضية	ضابطة	٤٢	٢,٧٩	١,٤٦	٥,٣٠٠	٨٢	دالة
	تجريبية	٤٢	٤,٦٢	١,٦٦			
تحديد المعطيات والمطلوب	ضابطة	٤٢	٢,٤٨	١,٦١	٤,٩١٩	٨٢	دالة
	تجريبية	٤٢	٤,٢٤	١,٦٣			

المهارة	المجموعة	العدد	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة " ت "	درجات الحرية	مستوى الدلالة (٠,٠١ =α)
تحديد المعلومات الزائدة إن وجدت	ضابطة	٤٢	٢,٦٧	١,٦١	٤,٠٧٠	٨٢	دالة
	تجريبية	٤٢	٤,١٤	١,٦٦			
تحديد العمليات المناسبة	ضابطة	٤٢	٢,٥٧	١,٦٥	٤,٦٢١	٨٢	دالة
	تجريبية	٤٢	٤,٢٩	١,٧٢			
وضع خطة لحل المسألة الرياضية	ضابطة	٤٢	٢,٦٧	١,٦٣	٣,٦٨٣	٨٢	دالة
	تجريبية	٤٢	٤,٠٠	١,٦٤			
مراجعة الحل والتأكد من صحته	ضابطة	٤٢	٢,٦٤	١,٦٣	٤,٤٨٦	٨٢	دالة
	تجريبية	٤٢	٤,٢٦	١,٥٤			
ككل	ضابطة	٤٢	١٣,٨٦	٦,٦٥	١٣,١٩٤	٨٢	دالة
	تجريبية	٤٢	٣٠,١٠	٤,٢٣			

يتضح من الجدول السابق أنه: يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوي (٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية وتلاميذ المجموعة الضابطة في اختبار حل مسائل الرياضيات ككل في التطبيق البعدي لصالح المجموعة التجريبية وبذلك يتم رفض الفرض الصفري ويقبل الفرض البديل.

من العرض السابق لنتائج البحث لمهارات حل مسائل الرياضيات يتضح:

ارتفاع ملحوظ في مستوي أداء تلاميذ المجموعة التجريبية علي أداء تلاميذ المجموعة الضابطة في اختبار مهارات حل مسائل الرياضيات، حيث بلغ متوسط الأداء البعدي للمجموعة الضابطة قراءة وفهم المسالة الرياضية (٣.٠٠)، ولمهارة تحليل المسألة الرياضية (٢.٧٩)، تحديد المعطيات والمطلوب (٢.٤٨)، ولمهارة تحديد المعلومات الزائدة إن وجدت (٢.٦٧)، ولمهارة تحديد العمليات المناسبة (

جمع – طرح ضرب – قسمة – تقريب – ترتيب) (٢.٥٧)، ولمهارة وضع خطة لحل المسألة الرياضية(٢.٦٧)، ولمهارة مراجعة الحل والتأكد من صحته (٢.٦٤)، والاختبار ككل (١٣.٨٦).

بينما بلغ متوسط الأداء البعدي للمجموعة التجريبية في اختبار مهارات حل مسائل الرياضيات، حيث بلغ متوسط الأداء البعدي للمجموعة التجريبية قراءة وفهم المسألة الرياضية (٤.٥٥)، ولمهارة تحليل المسألة الرياضية (٤.٦٢)، تحديد المعطيات والمطلوب (٤.٢٤)، ولمهارة تحديد المعلومات الزائدة إن وجدت (٤.١٤)، ولمهارة تحديد العمليات المناسبة (جمع – طرح ضرب – قسمة – تقريب – ترتيب) (٤.٢٩)، ولمهارة وضع خطة لحل المسألة الرياضية(٤.٠٠)، ولمهارة مراجعة الحل والتأكد من صحته (٤.٢٦)، والاختبار ككل (٣٠.١٠) ويرجع ذلك لطبيعة التدريس باستخدام النمذجة الرياضية لدى تلاميذ المجموعة التجريبية من خلال الوحدات المختارة ويمكن توضيح ذلك كما يلي:

- تقديم المعارف والمفاهيم الجديدة في ضوء الخبرات السابقة للتلاميذ.
- توفير جو من الحرية أثناء التدريس يتيح تبادل الأفكار وترك التوتر.
- تقديم تمارين والأنشطة لها أكثر من حل.
- إثارة أذهان التلاميذ بأنشطة غير تقليدية لتثير أفكارهم في حل مسائل الرياضيات.
- توفير وقت مناسب للتفكير في الأنشطة.
- تقديم أنشطة تقويمية تتابعية أثناء الشرح للتحقق من فهم التلاميذ.
- أظهر تأثير استراتيجية النمذجة الرياضية بصورة عالية في تدريس الوحدات ("الأعداد الصحيحة"، "المعادلات والمتباينات"، "الهندسة والقياس"، "الإحصاء والاحتمال") من مقرر الصف السادس الابتدائي علي تنمية مهارات حل مسائل الرياضيات.

- تتفق هذه النتيجة مع الدراسات والبحوث التي أشارت علي فاعلية استخدام النمذجة الرياضية كما في دراسة كل من (فاطمة محمد ٢٠١٦، حيدر عبدالزهرة ٢٠١٧، هبة عبدالغنى وعزو إسماعيل ٢٠١٨، هديل عزالدين وإبراهيم حامد ٢٠١٨، خالد سعد ٢٠١٩، ضواى بن شبيب ٢٠٢٠، هند عبدالستار ٢٠٢٠، هالة حسين ٢٠٢١، زينب ياسين ٢٠٢١).

توصيات البحث:

في ضوء ما أسفرت عنه النتائج السابقة يوصي البحث الحالي بما يلي:

١- توجيه نظر معلمي الرياضيات إلي استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية وكيفية الاستفادة منها في التدريس لتنمية مهارات حل مسائل الرياضيات.

٢- توجيه نظر معلمي الرياضيات إلي تبسيط المعلومات الرياضية والتمارين من أجل تيسير الفهم بطرق مختلفة وتسهيل استيعاب التلاميذ للمادة العلمية.

٣- تطوير المناهج الدراسية باستخدام استراتيجية النمذجة الرياضية لتنمية مهارات التفكير المختلفة.

٤- تدريب المعلمين حول استخدام أسئلة الترجمة الرياضية أثناء التدريس.

٥- ضرورة تعزيز مناهج الرياضيات بدليل المعلم الذي يتناول أفضل الطرق والوسائل التعليمية التي تثير مهارات حل مسائل الرياضيات .

البحوث والدراسات المقترحة:

في ضوء نتائج البحث الحالي يمكن اقتراح المزيد من الدراسات والبحوث كما يلي:

١- إجراء العديد من الدراسات حول تطوير منهج الرياضيات في ضوء النمذجة الرياضية في تنمية متغيرات تابعة أخري مثل: التفكير الناقد والرياضي والاتجاه نحو الرياضيات.

٢- تصور مقترح لتطوير منهج الرياضيات في المرحلة الابتدائية في ضوء النمذجة الرياضية في تنمية التفكير البصري والمشاعر الأكاديمية نحوها.

٣- تقويم مناهج الرياضيات بالمرحلة الثانوية في ضوء النمذجة الرياضية في تنمية التفكير الرياضي وعادات العقل والاتجاه نحو الرياضيات.

المراجع:

المراجع العربية :

- أنس أسامة سليم جراد (٢٠١٧). فاعلية برنامج مقترح قائم على نظرية تريز فى تنمية TRIZ مهارات حل المسألة فى الرياضيات والاتجاه نحوها لدى طلاب الصف الثامن الأساسي بغزة. رسالة ماجستير بكُليةِ التربية، الْجَامِعَةِ الإِسلامِيةِ بِغَزة، فلسطين.

- تهاني عبد الله محمد سلطان، ظافر بن فراج الشهري (٢٠١٩). برنامج علاجي لصعوبات حل المسألة الرياضية اللفظية لدى طالبات الصف الثالث المتوسط، *مجلة تربويات الرياضيات*، ٢٢(٦)، أبريل، ١٣٨- ١٥٦.

- حمزة حسنى أبويونس (٢٠١٥). أثر استخدام بعض استراتيجيات حل المسألة الرياضية في تحصيل طلاب الصف السابع الأساسي وأرائهم فيها في مدارس محافظة طولكرم. رسالة ماجستير، كلية الدراسات العليا، جامعة النجاح الوطنية في نابلس، فلسطين.

- حيدر عبدالزهرة علوان (٢٠١٧). مهارات حل المسألة الرياضية اللفظية لدى تلامذة المرحلة الابتدائية. *مجلة ميسان للدراسات الأكاديمية، جامعة ميسان – كلية التربية الأساسية*، العراق، ٣٢(١٦)، ٥٠٧ – ٥٢٦.

- خالد فايز عبد القادر (٢٠١٧). صعوبات حل المسألة اللفظية في الرياضيات لدى طلاب المرحلة الثانوية بمحافظات غزة، *مجلة جامعة الأقصي (سلسلة العلوم الانسانية)*، ٢١(١)، يناير، ٢١٨ – ٢٤٦.
- رباب أحمد عبدالقادر توبة (٢٠١٤). أثر استخدام استراتيجية النمذجة الرياضية على استيعاب المفاهيم الرياضية وحل المسألة الرياضية لدى طلبة الصف السابع الأساسى فى وحد القياس. رسالة ماجستير، كلية الدراسات العليا، جامعة النجاح الوطنية، نابلس – فلسطين.
- زاهر عادل محمد أحمد (٢٠٠٩). فاعلية برنامج متعدد الوسائط فى تنمية مهارات حل المسألة اللفظية لدى طلاب المرحلة الإعدادية. *مجلة كلية التربية بالإسماعلية، جامعة قناة السويس*، ١٤، ٢١٧-٢٤٢.
- سعد حسن سعد إبراهيم، وعماد شوقى ملقى سيفين، وصابر إبراهيم جلال على (٢٠٢١). فاعلية استخدام النمذجة في تنمية مهارات الترابط والتمثيل الرياضياتي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. *مجلة تربويات الرياضيات*، ٧(٢٤)، ٤٧ – ٧٢.
- صالح أحمد لحمر (٢٠٠٧). " فاعلية برنامج مقترح فى تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى الطلاب المعلمين لدى شعبة الرياضيات بكلية التربية ". رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة عدن، اليمن.
- عبدالواحد حميد الكبيسى ومدركة صالح عبدالله (٢٠١٥). *القدرات العقلية والرياضيات*. عمان: مكتبة المجتمع العربى للنشر والتوزيع.
- عزو عفانة ويوسف الجيش (٢٠٠٩). *" التدريس والتعلم بالدماغ ذي الجانبين "*. عمان، الأردن: دار الثقافة للنشر والتوزيع.

- فاطمة سعد ظافر (٢٠٢١). فاعلية استراتيجية السقالات التعليمية في تنمية مهارات حل المسألة الرياضية وبقاء أثر التعلم لدى طالبات الصف الثاني متوسط. *مجلة دراسات عربية في التربية وعلم النفس*، (١٢٩)، يناير، ١٩٥- ٢٥٣.

- فاطمة محمد صالح المحيميد (٢٠١٦). فاعلية النمذجة بالشريط في تنمية مهارات حل المسألة الرياضية اللفظية لدى طالبات الصف السادس الابتدائي. *مجلة التربية، كلية التربية، جامعة الأزهر*، ١٧٠(٢)، ٥٠٢ – ٥٣٩.

- فوزية بنت عبد الرحمن بن مطلق الثبيتى (٢٠١١). تحديد صعوبات حل المشكلات الرياضية اللفظية لدى تلميذات الصف الرابع الابتدائى من وجهة نظر معلمات ومشرفات الرياضيات بالمرحلة الابتدائية بالطائف، رسالة ماجستير، جامعة أم القرى، مكة المكرمة: المملكة العربية السعودية.

- لما محمد بكار عبدالرحمن، حمدى محمد مرسى، وزكريا جابر حناوى (٢٠٢١). أثر استخدام إستراتيجية التعليم المتمايز فى تدريس الرياضيات لتنمية مهارات حل المسألة الرياضية لدى طلاب المرحلة الثانوية. *المجلة التربوية لتعليم الكبار، كلية التربية، جامعة أسيوط*، ٣(٢)، ٥٣- ٨٩.

- مبارك مبارك أحمد أبو مزيد (٢٠١٢). " أثر استخدام النمذجة الرياضية فى تنمية مهارات التفكير الإبداعى لدى طلاب الصف السادس الأساسى بمحافظات غزة "، رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة الأزهر، غزة، فلسطين.

- محبات أبوعميرة (٢٠٠٠). *" تعليم الرياضيات بين النظرية والتطبيق "*، الطبعة الثالثة، القاهرة: الدار العربية للكتاب.

- محمد ريان (٢٠١١). *التفكير الناقد والتفكير الابتكارى: تعلمها وتعليمها للرقى الحضارى والتقدم العلمى*، عمان: دار حنين للنشر.

- محمد عبدالفتاح عبدالجواد سعيد (٢٠١٦). أثر استخدام النمذجة الرياضية في تنمية المعرفة المفاهيمية والإجرائية وحل المشكلات الهندسية لدى الطلاب المعلمين. *مجلة تربويات الرياضيات*، ١٩(٧)، ٢٣٠ – ٢٦٢.
- مشعل محمد مساعد الزهراني (٢٠١٩). فاعلية وحدة تعليمية باستخدام التعلم التشاركى فى تدريس الرياضيات لتنمية حل المسائل اللفظية لدى طالبات الصف الأول المتوسط، *مجلة القراءة والمعرفة، كلية التربية، جامعة عين شمس*، ٢١٢، يونيو، ١٦١ – ١٩١.
- هبة عبدالغنى جبر، وعزو اسماعيل سالم عفانة (٢٠١٨). أثر توظيف مخططات المفاهيم فى تدريس الرياضيات على تنمية مهارات حل المسائل اللفظية لدي طالبات الصف السادس الأساسي بغزة. رسالة ماجستير، الجامعة الإسلامية (غزة)، فلسطين.

المراجع الأجنبية :

-Abdulqader, K.(2017).Difficulties of mathematical word problems solution among Secondary school students in Gaza Governorates. *Al-Aqsa University Journal - Humanities Series*, 21(1): 218-246.

-Abed, A &Salha, S.(2014). The effect of using geogebra software on mathematical problem solving and mathematical anxiety among high basic stage students. *An-Najah Research Journal-B-Humanities*, 28(11): 2473-2492.

-Abu-Zaina, F &Ababneh, A. (2010). *Curricula of teaching elementary school mathematics*, 2nded, Amman: Dar Al-Massira.

-Al-Zuhairi, I. (2017). Mathematics: it's curriculum and their instruction, Amman: Dar AL-Waraq .

-Bayazit, I. (2013). An Investigation of Problem Solving Approaches, Strategies, and Models Used by the 7th and8th Grade Students when Solving Real-World Problems. Educational Sciences: Theory&Practice,13, (3),1920-1927

-Been, A. L. (2016). Teacher views of mathematical modeling (Master's thesis, The University of Arizona).

-Blum, W., & Leiß, D. (2007). Deal with modelling problems. Mathematical modelling: Education, engineering and economics-ICTMA, 12, 222.

-Dahlan, B. (2016). The Effectiveness of Using the Digital Storytelling in Developing the Skills of Solving Math Verbal Problems among Third Graders in Gaza, Unpublished Master Thesis, the Islamic University of Gaza, Gaza, Palestine.

-Doerr, H. M., & English, L. D. (2003). A modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal for research in mathematics education*, 34(2), 110-136.

-English, L. D. (2012). Data modelling with first-grade students. *Educational Studies in Mathematics*, 81, 15-30.

-Galbraith, P. (2012): Models of modelling: genres, purposes or perspectives. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(5), 3–16.

-Giordano, F. R., Fox, W. P., Horton, S. B., & Weir, M. D. (2003). A first course in mathematical modeling.

-Hansson , A ., (2010). Instructional Responsibility in Mathematics Education : Modelling Classroom Teaching Using Swedish Data . Educ Stud Math , 75 , 171-189 .

-Huson, C. J. (2016). Mathematical modeling from the teacher's perspective. Columbia University.

-Jomaa, A. (2015). The Effectiveness of an Educational Computerized Program With Mathematical Representations on Developing Mathematical Problem Solving Skill Developing Problem Solving Skill For Fifth Grade Female Students in Gaza, Unpublished Master Thesis, The Islamic University Of Gaza, Gaza, Palestine.

-Mrayyan, S. (2016). How to Develop Teachers' Mathematical Molding Teaching Skills. *Journal of Education and Practice*, 7(12), 119-123.

-Mumcu, H. Y. (2016). Using Mathematics, Mathematical Applications, Mathematical Modelling, and Mathematical Literacy: A Theoretical Study. *Journal of Education and Practice*, 7(36), 80-96.

-National Council of Teachers of Mathematics (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA, NCTM

-Niss, M. (2012). Models and modelling in mathematics education. Ems Newsletter, 86, 49-52.

-Oswalt, S. (2012). Mathematical modeling in the high school classroom. Louisiana State University and Agricultural & Mechanical College.

-Rashed, M. (2006). Extent of Student Teachers Practice of Polya Strategy in Solving Mathematical Problem During Practicum From Class Teacher Students Perspective, *Zarqa Journal for Research and Studies in Humanities*, 8(2): 139-167.

- Zollman, A. (2009). Students Use Graphic Organizers to Improve Mathematical Problem-Solving Communications. *Middle School Journal*,41(2),4-12.