أسلوب مقترح لتسعير دفعات المعاش فى ظل خطر تزايد طول العمر

A Suggested method for pricing pension payments in light of increased longevity risk

أ.د/ محمد توفيق إسماعيل البلقينى
أستاذ الرياضيات والإحصاء الإكتوارى
كليه التجارة - جامعة المنصورة

د/ محمد أحمد فؤاد البرقاوى
مدرس التأمين
كليه التجارة - جامعة المنصورة

إسراء عبد الغني السيد حسن
المعيدة بقسم الإحصاء التطبيقى والتأمين
كلية التجارة – جامعة المنصورة

Abstract

This study proposes a method for pricing subscription (insurance premiums) by considering potential longevity risks, aiming to provide more accurate estimates for future projections and ensure the financial stability of life insurance companies. The contributions should be proportional to the resulting health improvement. The proposed approach increases survival rates.

The researcher focuses on estimating death rates using the Lee-Carter model to predict death rates and life expectancy. The "ARIMA" time series analysis method is employed to simulate estimating death rates.

The Wang transformation method is used to obtain the most accurate estimation of the pension premium for longevity risk. Wang's method is considered optimal for determining pension payments due to its long-term benefits. The process involves altering death rates to establish risk-adjusted rates, which are then used to set a price for pension payments. Finally, the single net premium and longevity risk premium are calculated.

A study showed the existence of longevity risk, its impact on individuals, insurance companies, and society, and identified the most effective method to price the longevity risk premium.
Keywords: Longevity risk, Annuity payment pricing, Lee-Carter model, The Wang Transform

الملخص:

هدفت الدراسة إلى الوصول إلى أسلوب مقترح لتسعير قيمه الاشتراك (القسط التأميني) المناسب لدفعات المعاش أخذاً في الاعتبار خطر طول العمر للوصول إلى تقديرات أفضل للمستقبل والحفاظ علي الملاءة المالية لشركات التأمين على الحياة، بحيث تكون تلك الاشتراكات متناسبة مع التطور الناتج من التحسن الصحي الذي ينتج عنه زيادة في معدلات البقاء على قيد الحياة.

وتستخدم الباحثة نموذج لى كارتير لتقدير معدلات الوفاه للتنبؤ بمعدلات الوفاة وتوقع الحياة على المدى الطويل، ثم استخدام أسلوب تحليل السلاسل الزمنية "ARIMA" فهو يمثل أكثر النماذج استخداماً في تحليل السلاسل الزمنية وذلك لإعادة تقدير معدلات الوفاة.

وللحصول على أفضل تقدير لقسط المعاش التقاعدي في ظل خطر طول العمر تم استخدام اسلوب تحويل وانغ لأنه الأفضل بالنسبة للاستحقاقات طويلة الاجل، فيقوم تحويل وانغ "بتشويه" معدلات الوفاة للحصول على معدلات وفاه تم تحويلها (معدل حسب الخطر). ثم نستخدم تلك المعدلات في تسعير دفعات المعاش التقاعدية. وبعد تسعير القسط الوحيد الصافي لدفعات المعاش نحسب قسط خطر طول العمر.

وتوصلت الدراسة إلى اثبات وجود خطر طول العمر وتوضيح أثره على الافراد وشركات التأمين والمجتمع ككل والوصول الى أفضل طريقه لتسعير قسط خطر طول العمر.

الكلمات المفتاحية: خطر طول العمر، تسعير دفعات المعاش، نموذج لى كارتير، تحويل ونج.

مقدمة:

يمثل التأمين الإجتماعي أحد أنظمه التعاون والتكافل الإجتماعي التي تقدم لكل من أصحاب المعاشات والمستحقين عنهم وذلك عن طريق رعاية العاملين في القطاع العام والخاص لتوفير حياة كريمة وآمنة لهم ولأسرهم، ويتم تقدير المعاشات عن طريق التنبؤ بالمستقبل، فعند مقارنة التقديرات التنبؤية بالواقع الفعلي فإذا وجد أن الواقع الفعلي أكبر من التقديرات التنبؤية ينتج عن ذلك زيادة المزايا التأمينية للمعاشات، كما لا تظل ثابتة هذه التقديرات لفترات طويلة فالوفيات تتغير بحسب الحالة الصحية وعائد الإستثمار يتغير بحسب الأحوال الإقتصادية.

فتطور وإزدهار نظم العلاج الطبي أدى إلى تحسين الحالة الصحية للأفراد وبالتالي أدى إلى زيادة ظاهرة طول العمر، الأمر الذي يترتب عليه تحديات ليس فقط بالنسبة للفرد الذي يحتاج إلى دخل لفترة أطول من المتوقع بعد التقاعد ولكنه يمثل أيضا تحدى للدول وللحكومات ولصناديق التقاعد ولشركات تأمينات الحياة.

حيث أثبتت الإحصائيات أن الرجال في عمر 65 عام لديهم إحتمال 50% للوصول إلى سن 85 عام وإحتمال 25% للبقاء على قيد الحياة حتى سن 92 عام وأن النساء تعيشن سنتان او ثلاث سنوات في المتوسط أطول من الرجال (البلقيني، وأخرون، 2015، 4).

فخطر طول العمر ليس مصدر قلق لقطاع التأمين فقط بل للسياسيين والإقتصاديين والإستراتيجيين الذين يتعين عليهم تحديد سن التقاعد المناسب والمعاش التقاعدي المناسب حيث أننا سنواجه بالتأكيد أكبر التحديات مع زيادة متوسط العمر المتوقع (Barrieu et al, 2010, 33).

وبناء على ما سبق يمكن تعريف خطر طول العمر على أنه الخطر الذي ينشأ عن زيادة المزايا التأمينية لهيئة التأمينات الإجتماعية ولشركات تأمينات الحياة عما هو متوقع بسبب إرتفاع متوسط العمر المتوقع للمؤمن عليه.

كما يشير خطر طول العمر إلى إحتمال أن يتجاوز العمر المتوقع ومعدلات البقاء الفعلية كل التوقعات مما يؤدى إلى زيادة الإلتزامات المالية عما كان متوقعاً.

ومن هنا يظهر دور شركات تأمينات الحياه في تقديم وثيقة تأمين كمعاش تقاعدى يغطى خطر طول العمر ويضمن مزايا إضافية، وذلك مقابل قسط مناسب لتلك المزايا.

يعتبر طول العمر مشكلة للفرد ولأسرته وللمجتمع ككل إذا لم يكن نصيب الفرد من موارده كافياً لتغطية أعبائه المعيشية خلال فترة بقائه على قيد الحياة، كما تواجة الجهات المسئولة عن إدارة ظاهرة طول العمر في المجتمع (المتمثله فى الهيئة القومية للتأمينات الإجتماعيه وشركات تأمينات الحياه) حالة من عدم التأكد فيما يتعلق بطول فترة بقاء الفرد حياً لمده تطول

عن متوسط توقع بقائه على قيد الحياة طبقاً للدراسات الإكتوارية مما يزيد من حجم أعباء هذا الخطر.

مما يترتب على ذلك إحتمال وجود فرق جوهري بين قيمة الإشتراكات المحصلة والقيمة الحالية الحقيقية للمزايا التأمينية المقررة للمشتركين مما يؤدى إلى حدوث خلل في الملاءة المالية ينتج عنه قسط غير عادل، علماً بأن تغطية الفرق المالي الناشئ بين الإشتراكات المحصلة والمزايا التأمينية المقدرة تعتبر مسئولية أساسية على المؤمن.

لذلك يهدف هذا البحث إلى الوصول إلى أسلوب مقترح لحساب قيمة القسط المناسب أخذاً في الإعتبار خطر طول العمر وذلك يؤدي إلى الوصول إلى تقديرات أفضل بالنسبة للمستقبل ويضمن الحفاظ علي الملاءة المالية لشركات التأمين على الحياة التي تقدم دفعات المعاش وينتج عن ذلك إشتراكات تتناسب مع التطور الناتج من التحسن الصحي والذي ينتج عنه زيادة في معدلات البقاء على قيد الحياة.

ولتحقيق الهدف من هذة الدراسة تم صياغة الفروض الآتية:

1) التنبؤ بمعدلات الوفاة وتوقع الحياة على المدى الطويل باستخدام نموذج (Lee-Carter) باسلوب (ARIMA).
2) اتجاه معدلات الوفاة التى تم التنبؤ بها باستخدام (ARIMA) في الفئات العمرية الكبيرة (60-75) إلى الانخفاض التدريجي مما يوضح تأثير ظاهرة طول العمر.
3) استخدام تحويل وانغ (Wang Transform) لتسعير دفعات المعاش فى ظل خطر طول العمر.

وتظهر أهمية النظام المقترح للمعاش التقاعدى بالنسبة إلى شركات تأمينات الحياة. فنستطيع من خلاله تقديم الكثير من المزايا للأفراد التي تمكنهم من شراء دفعات المعاش دون فرض خطر طول العمر على الحكومة وسيتم تسعير خطر طول العمر من قبل السوق وسيختار الأشخاص الوثائق المناسبة وفقا لظروفهم الفردية (Ferris, Jong, 2019, 147).

ولتوصل الى نتائج هذا البحث تم الاستعانة ببرامج الحاسب الآلى التالية:

1) برنامج (R) : للتنبأ بمعدلات الوفاه، ولتسعير دفعات المعاش.
2) برنامج (MORTPAK) : لاستكمال بيانات معدلات الوفاه المتنبأ بها والحصول على اعمار مفردة.
3) برنامج (SE Stata 17) : لتسوية بيانات معدلات الوفاه المتنبأ بها والحصول على معدلات أكثر دقة.
4) برنامج (SPSS) : لاختبار مدى اقتراب معدلات الوفاة المتوقعة المستكملة المسواه من معدلات الوفـاة المستخدمة فى شركات تأمينات الحياه.

وتم التطبيق على بيانات الجهاز المركزي للتعبئة العامة والاحصاء بالحصول على إحصاءات المواليد والوفيات من عام 2000 الى عام 2020 حسب فئات السن والنوع لحساب معدلات الوفاة، ثم التنبأ بمعدلات الوفاة المتوقعة لعام 2030 ولاحظنا طول العمر في تلك

البيانات، ثم قمنا باستكمال البيانات وتسويتها والمقارنة بينها وبين جدول الحياه المستخدم في شركات تأمينات الحياه لاستخدم تلك المعدلات لتسعير دفعات المعاش فى ظل خطر طول العمر.

ويتم تقسيم البحث إلى ما يلى:
أولاً: خطر طول العمر.
ثانياً: تسعير التأمين على الحياه.
ثالثاً: تسعير دفعات المعاش فى ظل خطر طول العمر ونتائج وتوصيات البحث.

أولاً: خطر طول العمر

نتيجة لتطور الوعي الصحى لدى الأفراد واتجاههم إلى نهج نمط حياه أكثر صحة؛ ظهر ما يسمى بخطر طول العمر، وأصبح له تأثير على الأفراد وشركات تأمينات الحياه والمجتمع ككل، وفي سبيل ذلك نحتاج إلى معرفة ما هو خطر طول العمر ودراسته بين الماضي والحاضر والمستقبل.

فخطر طول العمر ليس وليد اليوم ولكنه نشأ منذ أعوام مضت وترتب عليه مشاكل وتحديات واجهت الفرد فى دخله، فهل سيكفى دخله بعد التقاعد احتياجاته اليومية في ظل تقدمه بالعمر وتزايد النفقات المرتبطة بذلك وعدم القدرة على العمل وكسب المزيد من المال؟!

كما يمثل خطر طول العمر أيضاً تحدى لشركات تأمينات الحياه التي تقدم معاش تقاعدى، فيتحملون عبأ توفير المعاش مهما طالت مدة بقاء الفرد على قيد الحياه، ويتحملوا أيضاً العجز الناتج عن زيادة المدة الفعلية عن المدة المتوقعة.

ولم يقتصر خطر طول العمر علي الفرد وشركات تأمينات الحياه بل شمل المجتمع ككل، بسبب تعرض عدد كبير من الأفراد لخطر طول العمر، فطول العمر المتزايد يعد أحد أهم التطورات الاجتماعية والاقتصادية التي تحدث للمجتمع، حيث أنه يعتبر مؤشر قوي لتقدم المجتمع، لذلك يجب الاهتمام به وتوفير الاليات الازمه للتنبأ به لتقديم معاش مناسب بالنسبة للفرد ولشركات تأمينات الحياه

في سبيل ذلك نحتاج إلى البحث عن حلول فعالة لمواجهة تلك التحديات التي تواجه الفرد وشركات تأمينات الحياه والمجتمع، لكى ينعم الفرد بحياة كريمة بعد التقاعد، ولا تتكبد وشركات تأمينات الحياه الخسائر لتوفير تلك الحياه.

فقد زاد متوسط العمر المتوقع في جميع البلدان وليس فقط فى البلاد المتقدمة منذ أعوام كثيرة يمكن أن تمدد الى قرن من الزمن، لذلك كان من الضرورى أن نلقى نظره على تلك الزيادة عبر الأعوام الماضية والحالية والى أي مدى ستصل تلك الزيادة في المستقبل وعبر البلدان أيضاً سواء كانت هذه البلدان متقدمة أو نامية؟!

فقد بدأت هذه الزيادة منذ حوالي 250 عاماً في الاقتصادات المتقدمة آنذاك، وانتشرت منذ ذلك الحين في جميع أنحاء العالم (Ayuso et al, 2016, 2).

فخلال القرن الماضي: انخفض معدل الوفيات بين الأفراد على مستوى العالم، وارتفع متوسط العمر المتوقع بوتيرة منتظمة، وبشكل ملحوظ (Denuit et al, 2007, 87)، على الرغم من أن الزيادات في متوسط العمر المتوقع، تختلف باختلاف البلدان والأجناس(Yang et al, 2010, 2).

على سبيل المثال، في سن 65 عامًا، يكون لدى الرجال فرصة 50:50 لبلوغ 82 عامًا، ولدى النساء فرصة 50:50 لبلوغ 85 عامًا، وقد يتوقع أن رجلًا واحدًا من كل عشرة رجال يتقاعدون في سن 65 عامًا، يمكن أن يعيش 27 عامًا أخرى، ويتوقع أيضًا أن واحدة من كل عشر نساء تبلغ من العمر 65 عامًا يمكن أن تعيش 30 سنة أخرى، وهذه الأرقام تعطي إحساسًا بالقدرة المحتملة للبقاء على قيد الحياه 30 عامًا أخرى (Benartzir et al, 2011, 144).

وفي عام 1950، في معظم الدول الغربية، كان متوسط العمر المتوقع عند الولادة حوالي (66-70) عامًا للرجال والنساء، لكنه ارتفع إلى (75-80) عامًا بحلول عام 2005 (Yang et al, 2010, 2).

وفي عام 1970، كان متوسط العمر المتوقع للرجل الأمريكي الذي يبلغ من العمر 65 عامًا، 13 عامًا، وفي عام 2007، كان متوسط العمر المتوقع للرجل البالغ من العمر 65 عامًا 17.5 عامًا، وهذا يمثل زيادة قدرها 1,2 سنة لكل عقد، فمن عام 1970 إلى 2007 كانت الزيادة في متوسط العمر المتوقع للرجل البالغ من العمر 65 عامًا 1,2 سنة/عقد، بينما كانت الزيادة المقابلة 0,2 سنة/عقد فقط من عام 1933 إلى عام 1970 (Cocco, Gomes, 2011, 2).

ومن عام 1990 إلى 2008 وفقًا لأحدث إحصاءات الصحة العالمية، ارتفع متوسط العمر المتوقع عند الولادة في هولندا من 74 إلى 78 عامًا للذكور، ومن 80 إلى 82 عامًا للإناث، وفي نفس الفترة، انخفض معدل وفيات البالغين المحدد على أنه احتمال الوفاة بين 15 و60 عامًا، من 11,6 في المائة إلى 7,8 في المائة للذكور، ومن 6,7 في المائة إلى 5,7 في المائة للإناث (Teppa, Lafourcade, 2014, 2).

وفي عام 2005 كان متوسط العمر المتوقع لليابان (79-86) عامًا للرجال والنساء، ففي تايوان تبلغ أعمارهم ما يقرب من (75 -81) عامًا (Yang et al, 2010, 2).

كما أظهرت السنوات العشر الماضية تحسنًا كبيرًا في متوسط العمر المتوقع عند سن 65 بزيادة قدرها 1,22 عامًا للرجال، و1,26 عامًا للنساء (Amorim, Bravo, 2021, 1).

ففي عام 2017 أوضح الاتحاد المصري للتأمين في بيان له وفقًا للتعداد، أنه على الرغم من أن المجتمع المصري يعتبر مجتمعًا فتيًا، حيث تشكل الفئة العمرية أقل من 15 عامًا، أكثر من ثلث عدد السكان بنسبة 34,2%، بينما تمثل الفئة العمرية أكثر من 60 عامًا نسبة 6,7% فقط، ذلك يعني أن عدد الأفراد المنتمين لهذه الفئة يبلغ حوالي 7 ملايين نسمة، وهو عدد يستحق أن نوليه اهتمامنا.

وفي عام 2018، ولأول مرة في التاريخ، فاق عدد الأشخاص الذين تزيد أعمارهم عن 65 عامًا عدد الأطفال الأقل من 5 أعوام على مستوى العالم (Mitchell, 2022, 85).

وفي عام 2019، قدر معهد الإحصاء البرتغالي متوسط العمر المتوقع عند الولادة 80,93 عامًا، وهو ما يمثل زيادة قدرها 1,99 عامًا في العقد الماضي لإجمالي السكان (Amorim, Bravo, 2021, 1).

وخلال الثلاثين عامًا الماضية أظهرت إحصائيات EUROSTAT[1]، أن متوسط العمر المتوقع للفرد البالغ من العمر 65 عامًا قد ارتفع في جميع البلدان الأوروبية تقريبًا بنسبة 27٪ في إيطاليا، 28٪ في إسبانيا و25٪ في اليونان (Scognamiglio, 2022, 138).

[1] EUROSTAT: هي الادارة العامة الأوروبية للإحصاءات والبيانات عالية الجودة في أوروبا.

واليوم ظهرت حدود جديدة لمتوسط العمر المتوقع، فقد يصل أكثر من نصف الذكور وثلثي الإناث المولودين في الدول الغربية إلى 80 عامًا، وزادت نسبة المعمرين بحوالي عشر مرات خلال الثلاثين عامًا الماضية؛ حيث بلغ المزيد والمزيد من الأشخاص 100 عام (Bravo, 2014, 4).

ومن المتوقع أنه بحلول عام 2035، سيكون عدد الأشخاص الذين تزيد أعمارهم عن 65 عامًا في الولايات المتحدة أكثر من الأشخاص الذين في عمر 17 عامًا، فوفقًا لبيانات الأمم المتحدة، سيكون واحد من كل ستة أشخاص في العالم فوق سن 65 عام (16٪)، وهو مرتفع عن عام 2019 الذي كان فيه واحد من كل أحد عشر شخصًا (9٪).

وبحلول عام 2040 سوف تشهد البلدان ذات الدخل المرتفع زيادات متوقعة تتراوح من 1 إلى 3 سنوات في متوسط العمر المتوقع، وكان الاستثناء هو البرتغال، حيث قدر تحسن متوسط العمر المتوقع لها بمقدار 3.5 سنة، وهو أعلى مما هو متوقع في البلدان الأخرى (Amorim, Bravo, 2021, 1).

وبحلول عام 2050، يمكن أن يكون واحد من كل أربعة أشخاص يعيشون في أوروبا وأمريكا الشمالية أكبر من 65 عامًا، ومن المتوقع أن يتضاعف عدد الأشخاص الذين تزيد أعمارهم عن 80 عامًا إلى ثلاثة أضعاف، فقد يصلون إلى 426 مليونًا، بعد أن كانوا 143 مليونًا في عام 2019 (Mitchell, 2022, 85)، كما سيشكل الذين يزداد أعمارهم عن 85 عامًا خُمس السكان البالغين الأكبر سنًّا في الولايات المتحدة (Mitchell, 2022, 91).

وبحلول عام 2060 من المتوقع أن يتزايد عدد الأشخاص الذين يبلغون سن التقاعد 65 عامًا أو أكثر، إلى أن يصل المجموع إلى 95 مليون شخص في مصر، مقابل 55 مليون شخص تقريبًا في عام 2020.

فكان يُقلل من خطر طول العمر لسنوات عديدة، ولكن شكَّل عدم التأكد، وتقلبات طول العمر في المستقبل، وتحسن احتمالات البقاء على قيد الحياة في جميع أنحاء العالم (Ngai, Sherris, 2011, 100) والتغيرات في الظروف الاجتماعية والاقتصادية، مخاطر كبيرة لكل من الأفراد، والحكومات، وشركات تأمينات الحياة، ومن التغيرات الاجتماعية الكبيرة المتواجدة في معظم دول العالم، التغير الديموغرافى الناتج عن انخفاض معدلات المواليد وزيادة طول عمر الأفراد؛ وعليه ترتفع نسبة المتقاعدين (Weinert, Grundl, 2017, 2).

فطول العمر يعتبر مشكلة للفرد ولأسرته وللمجتمع ككل، إذا لم يكن نصيب الفرد من الموارد العامة والخاصة كافيًا لتغطية أعباء بقائه على قيد الحياة خلال فترة التقاعد، وتواجه الجهات المسئولة عن إدارة ظاهرة طول العمر في المجتمع حالة من عدم التأكد، فيما يتعلق بطول فترة بقاء الفرد على قيد الحياة لمدة تطول عن متوسط توقع بقائه على قيد الحياة، طبقًا للتوقعات الاكتوارية، كما تواجه تلك الجهات أيضًا - وطبقًا للتوقعات الاكتوارية - حالة عدم التأكد من زيادة عدد الباقين على قيد الحياة عن العدد المتوقع (سالم، 2015، 8).

لذلك تواجه تلك الجهات عواقب كبيرة، خاصة التي تقدم المعاش التقاعدى والرعاية الصحية، بسبب الزيادات المتوقعة في متوسط العمر المتوقع (Amorim, Bravo, 2021, 1).

فمن المؤكد أن زيادة متوسط العمر المتوقع يعني فترة تقاعد أطول، وزيادة في الاحتياجات التمويلية للمتقاعدين، وزيادة الطلب على خدمات الرعاية الصحية المقدمة لكبار السن؛ ومن ثَمَّ فإن

شيخوخة الأفراد وزيادة طول العمر، قد لفت الإنتباه إلى ضرورة الاهتمام بخطر طول العمر (Borda, Rólczyńska, 2018, 1).

فبالتأكيد أن من الإيجابي أن يعيش الأفراد لفترة أطول، ولكن يجب عليهم إدارة هذه الفترة جيداً، عن طريق إعادة النظر في مدخراتهم، وذلك للحفاظ على مستوى معيشي مُرضٍ عند التقاعد، فإذا تجاوز الأفراد مدخراتهم؛ فسيتعين عليهم في مرحلة ما خفض مستوى معيشتهم؛ نتيجة لعدم معرفتهم بوقت الوفاة، كما سيكون هناك دائمًا نوع من عدم التأكد بشأن المدخرات المطلوبة (Amorim, Bravo, 2021, 1).

وفي مصر يواجه الافراد أيضاً خطر طول العمر فمشكلة عدم كفاية معاش التقاعد الذي يتقاضاه الفرد بعد الوصول لسن التقاعد، تعتبر هي المشكلة التي تعانى منها الأسر المصرية على كافة المستويات؛ نظرًا لتزايد النفقات المرتبطة بالتقدم في العمر، سواء كانت نفقات المعيشة أو النفقات المرتبطة بالتقدم في العمر، كنفقات الأدوية المرتفعة، والعمليات الجراحية، أو نفقات زواج الأبناء، أو المتطلبات الخاصة بهم (علي،2011، 163).

فتزداد الحاجة إلى السيولة لكبار السن؛ بسبب زيادة النفقات في سن الشيخوخة، فوفقًا لدراسة أُجريت فإن احتياجات السيولة للأفراد الذين تزيد أعمارهم عن 85 عامًا، أعلى بست مرات من احتياجات الأفراد الذين تقل أعمارهم عن 65 عامًا (Weinert, Grundl, 2017, 2).

لذلك يكون الفرد المتقاعد وأسرته عرضة للعديد من الأزمات المالية التي تنتج عن انخفاض قدرة عائلها على الكسب، وهذا الانخفاض قد يصل إلى مستويات يكون العائد من العمل الحالى أو السابق خلالها غير كافٍ لمتطلبات الفرد وأسرته، ومما يزيد من عبء تلك الفترة، زيادة تكلفة الحياة التي تنتج عن زيادة حجم أعباء البقاء على قيد الحياة للفرد خلال فترة التقاعد (سالم، 2015، 2).

كما تتحمل شركات تأمينات الحياه التي تقدم معاشات مدى الحياه عبء تلك الفترة أيضاً فهى التي تواجه خطر بقاء الفرد على قيد الحياه، ويعد من أهم الخطر التي تتحملها بسبب أن الأفراد المؤمن عليهم يعيشون لفترة أطول؛ وبالتالى يحصلون على دفعات معاش لفترة أطول من المتوقع، على الرغم من أن جداول الوفيات التي أنتجها الاكتواريون تستنبط التحسينات في معدل الوفيات، إلا أن متوسط العمر المتوقع في السنوات الأخيرة استمر في الارتفاع بشكل سريع أكثر مما كان يُفترض له في الماضي (Byrne, Winter, 2009, 115).

فحدوث تغير طفيف في متوسط العمر المتوقع يمكن أن يخلق مشاكل معقدة بالنسبة لشركات تأمينات الحياه، فماذا سيحدث الآن في ظل حدوث تغير كبير وارتفاع ملحوظ في متوسط العمر المتوقع، والتعذر في الحصول على تقديرات دقيقة لحساب خطر طول العمر؛ لأن حدود التحسن الطبي وتأثيره على العمر المتوقع لم يُقدر كميًّا.

لذلك ستحتاج شركات تأمينات الحياه إلى تكوين المزيد والمزيد من رأس المال، لمواجهة هذا الخطر، فاللوائح الجديدة في أوروبا، إلى جانب الأزمة المالية الأخيرة تؤدي إلى تضخم هذا الخطر (Barrieu et al, 2010, 2).

كما تعد الحلول التقليدية لإدارة خطر طول العمر (من تقنيات التحكم فى الخساره والتحوط الطبيعى واعاده التأمين) غير مرضيّه، فأصبح من المهم أكثر وأكثر بالنسبة لشركات تأمينات الحياه إيجاد طريقة مناسبة وفعالة لإدارة خطر طول العمر (Barrieu et al, 2010, 2).

لذلك سعت شركات تأمينات الحياه لابتكار حلول جديدة لإدارة خطر طول العمر، فسعت إلى تطوير أدوات مالية صُنفت وفقًا لطول عمر الأفراد؛ للتغلب على مشكلة عدم التأكد المتعلقة بمتوسط العمر المتوقع في المستقبل (Thomsen, Ersen, 2007, 29).

كما اعتمد قطاع التأمين لوائح جديدة، ليس فقط للسماح بتقييم أكثر دقة للمخاطر، ولكن أيضًا لفرض قواعد أكثر فعالية لإدارة هذه الخطر (Barrieu et al, 2010, 32).

مع أن شركات تأمينات الحياة تقدم بالفعل معاشًا تقليديًا مناسبًا، ولكنها تتعرض لظروف مالية وتنظيمية متغيرة، فغالبًا ما تحتوي المعاشات التقاعدية التقليدية على ضمانات كحد أدنى للعائد، والتي تحاول شركات تأمينات الحياة ضمانها، من خلال الاستثمار على نطاق واسع في الأوراق المالية ذات الدخل الثابت؛ لأن الفائدة المنخفضة الحالية تُظهر بوضوح مخاطر الملاءة المالية الكبيرة الناتجة عن إصدار دفعات معاش مدى الحياة.

لذلك فإن الطريقة المحتملة للخروج من هذه المشكلة، الاستثمار على نطاق واسع في فئات الأصول الأكثر ربحية، ولكنها مقيدة بسبب ارتفاع مخاطره وقدرته المحدودة على تغطية المزايا الموعودة، بالإضافة إلى أن شركات تأمينات الحياه تتعرض لخطر طول العمر من عملائها، والتي لا يمكن أن تنتقل إليهم إلا جزئيًا، ونتيجة لذلك هناك حاجة إلى حلول أخرى للتعامل مع خطر طول العمر.

كما تتغير الشروط التنظيمية لشركات التأمين بشكل كبير، مع إدخال لائحة الملاءة المالية القائمة على الخطر، فيكشف تقييم الاستثمارات مع السوق، وكذلك المخصصات الفنية بالنسية للمخاطر العالية التي تتعرض لها وثائق التأمين على الحياة، والتأمين الصحي التقليدى، وبناء عليه يمكن أن يسبب اختلالًا ماليًا حادًا لشركات التأمين على الحياة.

ففى سياق التأمين التقليدي كما ذكرنا تتطلب إدارة هذا الخطر دعمًا كبيرًا لرأس المال، أو إدارة الخطر عن طريق تحويله مثل إعادة التأمين، وتُمول إدارة الخطر في النهاية من خلال أقساط تأمين أعلى؛ مما قد يجعل التخطيط للمعاشات التقاعدية غير جذاب، وعلى هذا فإن التغييرات في الظروف الاجتماعية والمالية والتنظيمية، تؤدي إلى البحث عن أدوات جذابة لتخطيط المعاشات التقاعدية الخاصة.

فيجب على شركات تأمينات الحياه ابتكار وثيقة على النحو الأمثل، من ضمانات الاستثمار والخطر المتعلق بطول العمر، وأن تكون قادرة مع ذلك على توفير أداء تأميني موثوق، ويفي بمخاوف زيادة احتياجات السيولة في الأعمار المتقدمة (Weinert, Grundl, 2017, 1:2).

ثانياً: تسعير التأمين على الحياة

تعد عملية التسعير من الأمور المهمة لشركات التأمين وللمتعاملين معها سواء مؤمَّن عليهم أو مؤمَّن لهم ، نظراً لأنها الفيصل في تحديد مدى العدالة بين الطرفين من ناحية، واستمرار عمل شركات التأمين من ناحية أخرى. والغاية عند تسعير وثيقة التأمين هي إمكانية الحصول على عائد كافٍ من وراء تلك الوثيقة لتمكين الشركة من الوفاء بجميع التزاماتها، بالإضافة إلى حصولها على أرباح كافية تضمن استمراريتها، وفى نفس الوقت، يكون مناسب وعادل للمؤمن عليهم.

ولكى يكون القسط كافى لشركة التأمين وعادل للمؤمن لهم، يتم تقدير أقساط التأمين وفقاً لأسس إكتواريه معقدة تعتمد على قيمة مبلغ التأمين ومدة التأمين ونوع التغطية التأمينية. وعلى

الاكتواريين أيضاً أن يتنبأوا مسبقاً بمقدار الخسائر المتوقعة والمحتملة من تحقق كل خطر على حدة، لذلك تعتبر عملية التسعير فى شركات التأمين من أهم وأصعب العمليات التى تقوم بها شركة التأمين بل الأهم والأصعب.

لذلك يجب أن تقوم عملية التسعير على أسس علمية ورياضية سليمة، فعند تسعير المعاشات التقاعدية، يجب أولاً التنبؤ الدقيق بمعدلات الوفاة الخاصة بكل عمر، فمعدلات الوفاة في مجال التأمين تعتبر بمثابة الأساس الفني لمجموعة متنوعة من الحسابات الفنية والاكتوارية. لذلك تستخدم لحساب الأقساط التأمينية، والتي هي تكلفة تأمين حياة شخص ما، وتستخدم أيضًا لتقدير الاحتياطيات، وهي الأموال التي يحتفظ بها المؤمن لدفع المطالبات التأمينية، بالإضافة إلى ذلك، تستخدم لوضع السياسات التأمينية الخاصة بالاكتتاب واعادة التأمين.

وللحصول على سعر مناسب وعادل للمؤمن عليه وشركات تأمينات الحياه يجب أن تتم عملية التسعير بمنتهى الدقة من أول التنبأ بمعدلات الوفاه الى الوصول الى أفضل طريقة للتسعير.

وترجع أهمية التنبؤ بمعدلات الوفاة منذ بداية القرن العشرين، حيث كان لتحسن معدلات الوفاة مع مرور الوقت تأثيرات مالية سلبية على المعاشات وخاصة معاشات مدى الحياة، ففي المؤتمر الدولي الخامس للاكتواريين في مجال التأمين كان التنبؤ بجداول الحياة المتوقعة للحصول على معاشات التقاعد أحد الموضوعات التي تم مناقشتها، فاقترح الاكتواريون أساليب جديدة للتنبؤ بمعدلات الوفاة المركزية لفئات العمر باستخدام نماذج إحصائية، وباستخدام توزيع الوفيات في جداول الحياة يمكن التنبؤ بإعادة توزيع كثافة الوفيات في الجداول، بحيث تتحول الوفيات في الأعمار الأصغر إلى الأعمار الأكبر سنًا (Shang, Haberman, 2019, 3).

فالتنبؤ بمعدلات الوفاة يستخدم لتقدير احتمالات البقاء على قيد الحياة ومتوسط العمر المتوقع، ومن ثم تحديد أسعار المعاشات التقاعدية المؤقتة لمختلف الأعمار عند الاستحقاق، وكذلك المعاشات طويلة الأجل التي تجعل المعاش التقاعدي مدى الحياة، وخاصةً عندما يكون العمر عند التأمين مرتفعاً بما يكفي (Shang, Haberman, 2019, 2).

فتوقعات الوفيات لكبار السن (بعمر يتراوح بين 60 عامًا وأكثر) تستخدم في المعاشات التقاعدية، حيث تعتمد ربحيه شركات التأمين على التوقعات الدقيقة للوفيات لتحوط الخطر المتعلقة بطول فترة بقاء الفرد على قيد الحياة (Shang, Haberman, 2017, 177).

فمعدلات الوفاة في مجال التأمين تعتبر بمثابة الأساس الفني لمجموعة متنوعة من الحسابات الفنية والاكتوارية. فتستخدم معدلات الوفاة لحساب الأقساط التأمينية، والتي هي تكلفة تأمين حياة شخص ما، وتستخدم أيضًا لتقدير الاحتياطيات، وهي الأموال التي يحتفظ بها المؤمن لدفع المطالبات التأمينية، بالإضافة إلى ذلك، تستخدم لوضع السياسات التأمينية الخاصة بالاكتتاب واعادة التأمين.

لذلك سنستخدم نموذج لى كارتير (Lee-Carter) للتنبؤ بمعدلات الوفاه واستخدام تلك المعدلات فى حساب أقساط التأمين.

فنموذج Lee-Carter تم تطويره في عام 1992 من قبل الأمريكيين (Ronald lee and Lawrence carter)، والذى عُرف بعد ذلك باسميهما (Lee-Carter Method)، فهو نموذج إحصائي للتنبؤ بمعدلات الوفاة العمرية المحددة (Age Specific Deaths Rate) يعتمد على الاتجاهات

العمرية والزمنية الماضية التي تستنبط من البيانات التاريخية خلال فترة الخبره المستخدمة في تقدير النموذج الإحصائي (البرقاوى واخرون، 2023، 809)

لذلك يعتبر نموذج لى كارتير أداة مهمة في مجال التأمين. فهو يستخدم لحساب الأقساط التأمينية وتقدير الاحتياطيات.

ولتنبؤ بمعدلات الوفاة على المدى الطويل يتطلب استخدام طريقة تحليل القيمة الفردية Singular Value Decomposition (SVD) عن طريق استخدام أسلوب تحليل السلاسل الزمنية متوسط المتحرك المتكامل ذاتي الانحدارAuto Regressive Integrated Moving Average (ARIMA) حيث يعتبر هذا النموذج أكثر النماذج استخداماً في تحليل السلاسل الزمنية، والتي تهدف إلى تحليل السلاسل الزمنية المستقرة (Hong, et al, 2021, 164).

بعد التنبأ بمعدلات الوفاه المستقبلية وجدنا أن البيانات فى صوره فئات خمسية (طول الفترة خمس سنوات) وبالتالى لابد من استكمالها للحصول على أعمار مفرده وتم استكمالها باستخدام طريقة جريفل (Greville) وهى الطريقة المستخدمة فى برنامج (MORTPAK) المعتمد من هيئه الأمم المتحدة لاستكمال بيانات جدول الحياه (واصف، 2003).

وبعد الانتهاء من عملية الاستكمال وقبل القيام بعمليه التسعير يجب أن نقوم بتسوية معدلات الوفاة الخام لتخليصها من عدم الانتظام أو التدرج بين معدلات الوفاة المشاهدة ومن أخطاء الصدفة أو أخطاء العينات للوصول الى معدلات الوفاة المسواه.

ومن أهم طرق التسويه الامعلميه طريقه تسوية معدلات الوفاة المقدرة بإستخدام الانحدار الموضعي المرجح ((Locally-Weighted Regression (LOESS) (درغام، 2013)

بعد التنبأ بمعدلات الوفاة واستكمالها وتسويتها، نقوم بالتسعير. فطرق تسعير الوفيات الأكثر شيوعًا تنقسم إلى ثلاث فئات: تحويل وانغ، وقاعدة نسبة شارب، والطريقة المحايدة للمخاطر، وقاما كل من تشين وتشانغ وتشاو فى عام 2010 بدراسة مدى فعالية هذه الطرق الثلاثة احصائيا وعند مقارنة أسلوب تحويل وانغ بالطرق الأخرى، وجد أنه الأفضل بالنسبة للاستحقاقات طويلة الاجل، وبما أن المعاشات التقاعدية هي وثائق طويلة الأجل، فإننا نستخدم تحويل وانغ لتسعير دفعات المعاش فى ظل خطر طول العمر (Lin et al, 2016, 372).

تحويل وانغ (The Wang Transform) (Torske, 2015, 16:18)**:**

لتسعير دفعات المعاش باستخدام تحويل وانغ سوف نقوم أولا بالتعرف على عمليه التشويه ومعرفة كيف يحول عامل التشويه معدلات الوفاه إلى معدلات وفاه معدلة حسب الخطر تستخدم في التسعير.

عمليه التشويه فى التسعير :

بفرض أن X متغيرًا عشوائيًا يمثل الخسارة غير السالبة، مع دالة التوزيع التراكمي F_X، و $(S_X = 1 - F_X)$ دالة البقاء الخاصه بها، وبذلك يكون قسط التأمين الصافى (بعد استبعاد المصاريف الأخرى):

$$E[X] = \int_0^\infty y dF_X(y) = \int_0^\infty S_X(y) dy. \qquad (1)$$

يتم تعريف الطبقة الخاصة بالتأمين $X_{(a,a+m]}$ لـ X أنها دالة العائد، كما يلي:

$$X_{(a,a+m]} = \begin{cases} 0, & when\ 0 \le X < a, \\ X - a, & when\ a \le X < a + m, \\ m, & when\ a + m \le X, \end{cases} \quad (2)$$

حيث

a: هي نقطة التعويض.

والتي تشير إلى المستوى أو القيمة التي يبدأ فيها تأثير التغطية أو التأمين. عندما تكون الخسائر أقل من نقطة التعويض، فإن التأثير عادةً لا يكون قائمًا، ولكن عندما تتجاوز الخسائر هذه النقطة، يتم تفعيل التغطية أو التعويض.

m: حد القسط المدفوع.

وبذلك يتم الحصول على دالة البقاء على قيد الحياه للطبقة الخاصة بالتأمين S_X من المعادلة التالية:

$$S_{X_{(a,a+m]}}(y) = \begin{cases} S_X(a + y), & when\ 0 \le y < m, \\ 0, & when\ m \le y. \end{cases} \quad (3)$$

وبالتالي، يمكن حساب الخسارة المتوقعة للطبقة $X_{(a,a+m]}$ (حيث يتم تحديد "الطبقة" للإشارة إلى نطاق معين من التعويضات أو التكاليف التي تتحملها الشركة) من المعادلة التالية:

$$E\left[X_{(a,a+m]}\right] = \int_0^{\infty} S_{X_{(a,a+m]}}(y)dy = \int_0^{a+m} S_X(x)dx. \quad (4)$$

كما اقترح وانغ أنه يمكن حساب القسط عن طريق تحويل دالة البقاء من خلال المعادلة التالية:

$$H_g[X] = \int_0^{\infty} g[S_X(x)dx, \quad (5)$$

حيث:

$H_g[X]$: قيمة متوسطه تمثل القسط المعدل حسب الخطر باستبعاد النفقات.

g: عامل التشويه، وهو دالة متزايدة خلال الفترة (0,1) باعتبار g(0) = 0 و g(1) = 1

$g[S_X]$ إلى توزيع جديد S_X فعامل التشويه يقوم بتحويل التوزيع الاحتمالي

ومن واقع المعادلتين (4 ، 5) يتم الحصول على القسط المعدل حسب الخطر:

$$H_g\left[X_{(a,a+m]}\right] = \int_0^{\infty} g\left[S_{X_{(a,a+m]}}(y)\right]dy = \int_0^{a+m} g[S_X(x)]dx. \quad (6)$$

بالنسبة لتسعير التأمين بشكل عام يجب أن يستوفى عامل التشويه g للمعايير التالية:

1) $0 < g(u) < 1$ ، $g(0) = 0$ ، $g(1) = 1$
2) g(u) تزيد عندما تكون $(\acute{g}(u) \ge 0)$
3) g(u) مقعره عندما تكون $(g^{"}(u) \le 0)$

4) $\acute{g}(0) = \infty$

بالاضافه الى ذلك نحصل على دالة التشويه المزدوجه لـ g من المعادلة التالية:

$$\tilde{g}(u) = 1 - g(1-u), \qquad u \in [0,1] \qquad (7)$$

عامل التشويه:

يقوم عامل التشويه بتحويل معدلات الوفاه إلى معدلات وفاه معدلة حسب الخطر. ثم نستخدم تلك المعدلات فى تسعير المعاشات التقاعدية مدى الحياة.

فقد اقترح وانغ عامل تشويه جديدًا ضمن الفئة العامة لوانغ والتي تعتبر تحويلات يمكن تطبيقها على المعادلة (6)، وذلك على عكس تحويل الخطر النسبي، حيث يمكن تطبيق عامل التشويه الجديد بالتساوي على الأصول والخسائر، وبتطبيقه نحصل على المعادلة التالية:

$$g(x) = x^{\frac{1}{p}}, \quad p \geq 1. \qquad (8)$$

بإفتراض أن $\Phi(x)$ هى دالة التوزيع التراكميه العادية القياسية وذلك بدالة كثافة احتمال:

$$f(x) = \frac{d\Phi(x)}{dx} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2} \qquad (9)$$

لجميع قيم x ، يقوم وانغ بتعريف دالة التشويه كالتالى:

$$g_\alpha(u) = \Phi[\Phi^{-1}(u) + \alpha] \qquad (10)$$

حيث:

$0 < u < 1$

α : معلمة ذات قيمة حقيقية.

- وكما ذكرنا يمكن تطبيق عامل التشويه (كما فى المعادلة السابقة) على كل من الأصول والخسائر، مع استخدام إشارات معاكسة للمعلمة α.

كما نلاحظ أن g_α فى المعادلة السابقة تستوفى المعايير التالية:

1) الحدود هى:

$$g_\alpha(0) = \lim_{u \to 0+} g_\alpha(u) = 0, \ \ and \ \ g_\alpha(1) = \lim_{u \to 1-} g_\alpha(u) = 1$$

2) المشتقة الاولى هى:

$$\frac{dg_\alpha(u)}{du} = \frac{f(x+a)}{f(x)} = e^{-\alpha x - \alpha^2/2} > 0$$

3) المشتقة الثانية هى:

$$\frac{d^2 g_\alpha(u)}{du^2} = \frac{-\alpha f(x+a)}{f(x)^2}$$

وبالتالى g_α تعتبر مقعره $(g''_\alpha < 0)$ بالنسبة الى α الموجبة، ومحدبة $(g''_\alpha > 0)$ بالنسبة الى α السالبة.

4) $(\alpha > 0)$

$$g'_\alpha(0) = \lim_{0 \to 0+} \frac{dg_\alpha(u)}{du} = \lim_{x \to -\infty} e^{-\alpha x - \alpha^2/2} = +\infty$$

5) يتم تعريف عامل التشويه المزدوج لـ g_α كما يلي:

$$g_\alpha^*(u) = 1 - g_\alpha(1-u) = g_{-\alpha}(u)$$

بمعنى آخر التغيير في إشارة α والحصول على عامل التشويه المزدوج، يرجع إلى تماثل التوزيع الطبيعي القياسي حول نقطة الأصل.

ومن ثم، بالنسبة لـ $(\alpha > 0)$ ، فإن g_α تفي بجميع المعايير الضرورية المدرجة لعامل التشويه المرغوب فيه.

تسعير دفعات المعاش التقاعدية (Lin et al, 2016, 370)**:**

نفترض وجود مجموعة من المتقاعدين N(0) أعمارهم x_0 خلال العام 0. ونفترض أيضاً أن جميع المتقاعدين في المعاشات التقاعدية يتلقون نفس دفعة المعاش التقاعدي، وبالتالي فإن توقيتات الوفاه الخاصة لكل فرد يمكن تجاهلها.

فنحصل على القيمة الحالية المستقبلية المستحقة عند التقاعد خلال العام t ، PL_t من المعادلة التالية:

$$PL_t = N(t).P_{\ddot{a}_{x_0+t}} \quad t = 1,2,\dots\dots, \qquad (11)$$

حيث:

N(t) : عدد الاحياء خلال العام t.

P : دفعه المعاش السنويه التي تدفعها شركة التأمين لكل متقاعد يبقى على قيد الحياة في نهاية كل عام، حيث يتم الحصول علي قيمتها الحقيقية باستبعاد تأثير التغيرات العامة في مستويات الأسعار بمرور الزمن، وذلك بدون إزالة الخطر.

a_{x_0+t} : القيمة المتوقعة لدفعة المعاش للعمر $x = x_0 + t$

والتي تساوى:

$$\ddot{a}_x = \ddot{a}_{x_0+t} = \sum_{k=0}^{n-1} d^k k\bar{P}_{x,t} \qquad (12)$$

d =1 / (1+r) : عائد الفائدة، حيث r: معدل الفائدة.

$k\bar{P}_{x,t}$: معدل البقاء على قيد الحياه المتوقع لمدة k من السنوات عند العمر x خلال العام t، ونحصل عليه من المعادلة التالية:

$$k\bar{P}_{x,t} = E[k\tilde{P}_{x,t} \,|\tilde{P}_{x,t,}\tilde{P}_{x+1,t+1,\dots\dots,}\tilde{P}_{x+k-1,t+k-1}] \qquad (13)$$

$\tilde{P}_{x+k-1,t+k-1}$ حيث k=1,2,….. : احتمال أن يكون المؤمن عليه عند العمر $(x+k-1)$ خلال المدة $(t+k-1)$ باقي على قيد الحياه للعمر $(x+k)$ في بداية السنة $(t+k)$ (ويحصل على دفعة استحقاق) وذلك من واقع جدول الوفيات خلال المدة $(t+k-1)$

قسط خطر طول العمر (Lin et al, 2016, 372:373)**:**

نستخدم دالة التوزيع التراكمي ((Cumulative distribution function (cdf) F(x) للدفعة العشوائية X المدفوعة خلال العام T، فيقوم تحويل وانغ "بتشويه" F(x) للحصول على توزيع تم تحويله (معدل حسب الخطر) ليصبح F*(x) وذلك وفقًا للمعادلة التالية:

$$F_X^*(x) = \Phi\left[\Phi^{-1}\left(F_X(x)\right) - \lambda\right] \qquad (14)$$

حيث:

$\Phi(x)$: دالة التوزيع التراكمي الطبيعى المعياري.

λ : سعر السوق للخطر.

فهو يعكس الخطر المنهجية لإلتزام شركة التأمين X. وبالتالي، فإن تحويل وانغ سوف ينتج دالة كثافة "معدلة حسب الخطر" F* لإلتزام شركة التأمين.

لذلك فإن القيمة العادلة لسعر الدفعة X تساوى القيمة المتوقعة المخصومة باستخدام التوزيع الذي تم تحويله ليصبح $F_X^*(x)$

وفي سياق نقل خطر طول العمر، يمكن اعادة كتابة تحويل وانغ (معادلة 14) بالشكل التالى:

$$F_{T(x,0)}^*(k) = \Phi\left[\Phi^{-1}\left(F_{T(x,0)}(k)\right) - \lambda\right] \qquad (15)$$

حيث:

$T(x, 0)$: فترة بقاء شخص عمره x على قيد الحياه خلال العام 0.

ويمكن أيضا كتابة المعادلة (15) على الشكل التالى:

$$k\bar{q}_{x,0}^* = \Phi\left[\Phi^{-1}\left(k\bar{q}_{x,0}\right) - \lambda\right] \qquad (16)$$

حيث:

$k\bar{q}_{x,0}$: هو الاحتمال المتوقع أن شخص يبلغ من العمر x خلال العام 0 يتوفى قبل بلوغه العمر x+k حيث k=1,2,….

$$k\bar{q}_{x,0} = 1 - k\bar{P}_{x,0} = 1 - E[k\tilde{P}_{x,0} \left| \tilde{P}_{x,0}, \tilde{P}_{x+1,1,\ldots\ldots,} \tilde{P}_{x+k-1,k-1}\right] \qquad (17)$$

في المعاشات التقاعدية المجمعة: ان خطر سعر السوق $\lambda > 0$ في المعادلة (16) يعكس مستوى مخاطر طول العمر المنهجية ومخاطر طول العمر غير القابلة للتحوط الخاصة بالشركة التي تتحملها شركة التأمين.

وهنا يتم افتراض أن سعر السوق لخطر طول العمر λ ثابت بالنسبة للزمن. لذلك فإن معدل البقاء على قيد الحياة الذي تم تحويله لمدة k من السنوات للعمر x خلال العام 0، يكون $k\bar{P}_{x,0}^*$:

$$k\bar{P}_{x,0}^* = 1 - k\bar{q}_{x,0}^* = 1 - \Phi\left[\Phi^{-1}\left(k\bar{q}_{x,0}\right) - \lambda\right] \qquad (18)$$

يمكننا تحديد λ من معادلة (18) بحيث يكون سعر خطر طول العمر خلال العام 0 هو القيمة المتوقعة المخصومة في ظل الاحتمال الذي تم تحويله (transformed probability) $k\bar{P}_{x,0}^*$:

$$s\sum_{k=0}^{n-1} d^k \,.\, k\bar{P}_{x,0}^* = s\sum_{k=0}^{n-1} d^k \,.\left(1 - \Phi\left[\Phi^{-1}\left(k\bar{q}_{x,0}\right) - \lambda\right]\right) \qquad (19)$$

حيث:

S : عدد الدفعات المستحقة الشهريه.

$d^k, k = 1,2, \ldots\ldots, n$: هو عائد الفائدة لمدة k من السنوات اعتماداً على المعدل الخالي من الخطر.

يمكننا استنتاج سعر السوق للمخاطر λ اعتماداً على خطر طول العمر، ومن ثم استخدام λ لتسعير قسط خطر طول العمر.

ولحساب قسط خطر طول العمر للمعاشات التقاعدية المجمعة، نحسب دفعة المعاش $\ddot{a}_x$ للعمر x من جدول الرموز الحسابية، ونقارنها بـ $\ddot{a}_x^*$ اعتماداً على احتمالات البقاء على قيد الحياة لعدد k من السنوات التي تم تحويلها $k\bar{P}_{x,0}^*$, $k = 1,2, \ldots$ ومن ثم، فإن قسط خطر طول العمر للمعاشات التقاعدية المجمعة يساوي:

$$P_{longevity} = \frac{\ddot{a}_x^*}{\ddot{a}_x} - 1 \qquad (20)$$

حيث:

$$\ddot{a}_x^* = -\pi \sum_{k=0}^{l_r - l_0 - 1} d^k k\bar{P}_{x,0}^* + S \sum_{K=l_r - l_0}^{\infty} d^k k\bar{P}_{x,0}^* \qquad (21)$$

حيث:

$\ddot{a}_x^*$: القيمة المتوقعة لدفعه المعاش.

l_r : سن التقاعد الذى سيتم استلام الدفعات بعده.

l_0 : اول عمر فى جدول الحياه.

π : القسط الوحيد الصافى

- قيمة الأقساط هنا بالسالب لانها مبالغ يجب على المؤمن عليه دفعها.
- ولكي يتمكن صاحب المعاش من الحصول على استحقاقات التقاعد المتفق عليها بعد التقاعد وذلك دون اضافه اى نفقات او ربح لشركه التأمين، فعليه أولاً أن يسدد القسط الواجب عليه دفعه.

وللحصول على القسط الوحيد الصافى وهو قسط فوري واحد لمبلغ تأمينى وحده واحده. وهذا يعني أن المؤمن عليه يدفع مبلغاً مقطوعاً مقدماً، ثم تبدأ دفعات الاستحقاق مباشرة بعد ذلك. وبما أن دفعات المعاش شهرية، بينما الوفيات هي وفيات سنة واحدة، اذن يتم ضرب s في 12. وذلك من خلال المعادلة التالية:

$$\pi = S * 12 \sum_{k=1}^{n} d^k \, k\bar{P}_{x,0}^* \qquad (22)$$

$$\pi = S * 12 \sum_{k=1}^{n} d^k \Phi\left[\Phi^{-1}\left(1 - k\bar{q}_{x,0}\right) - \lambda\right] \qquad (23)$$

ثم نحسب $\ddot{a}_x$ وهى دفعة المعاش للعمر x المحسوبه من جدول الرموز الحسابية.

$$\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x} \qquad (24)$$

ومن ثم نحصل على قسط خطر طول العمر بتطبيق المعادلة (21) و (24) فى المعادلة (20)

ثالثاً: تسعير دفعات المعاش فى ظل خطر طول العمر

يعد سوق التأمين المصري من الأسواق النامية، رغم زيادة الطلب على منتجات التأمين على الحياة. وذلك لأن أسعار منتجات التأمين على الحياة المصرية تعتمد على خبرة الشركات الأجنبية، وليس على خبرة السوق المصري، متمثلة في الجداول الأمريكية CSO-1958 أو جدول عام CSO-1980، وهذا يرجع إلى اختلافات جوهرية بين الخبرة المصرية والخبرة الأجنبية، مثل اختلاف المستوى الاقتصادي والمستوى الصحي والمستوى الثقافي. ويوجد صعوبه كبيره فى توافر البيانات (إسماعيل، 2020، 170).

فشركات التأمين تعتمد على بيانات الخبرة السابقة التى تعكس احتمالات حدوث أخطار معينة (مثل الوفاة أو الإصابة) عند عمر معين لتقدير تكلفة الحماية التأمينية، فإذا كانت البيانات غير كافية أو غير دقيقة، قد تكون الأسعار غير عادلة. وفي هذه الحالة، قد تلجأ شركات التأمين إلى جداول الحياة القومية (الأشقر، 2014، 4).

لذلك تم التطبيق على تعداد السكان فى جمهورية مصر العربية بالحصول على إحصاءات المواليد والوفيات من عام 2000 الى عام 2020 حسب فئات السن والنوع. وتم استخدام اعداد الأحياء وأعداد الوفيات لحساب معدلات الوفاه.

للتنبؤ بمعدلات الوفاة وتوقع الحياة على المدى الطويل نستخدم نموذج Lee-Carter (LC) هو نموذج ديموغرافي وإحصائي بسيط جداً يتم تطبيقه للتنبؤ بمعدلات الوفاة وتوقع الحياة على المدى الطويل، حيث يتم تقدير معلمات النموذج باستخدام طريقة تحليل القيمة المفردة Singular Value Decomposition (SVD) عن طريق تفكيك مصفوفة حقيقية أو مركبة إلى عوامل وذلك بعد الحصول على قيمة المعلمة (a_x)، ثم التنبؤ بمعامل تغيير الزمن (k_t) باستخدام متوسط الحركة المتكاملة للانحدار التلقائى Auto Regressive Integrated Moving Average (ARIMA).

ويتم التنبأ بمعدلات الوفاة المستقبلية خلال الفترة من (2025-2030) باستخدام نموذج (LC) باسلوب (ARIMA)، وذلك باستخدام برنامج (R) ← حزمة Demography.

جدول (1) قيم معدلات الوفاة المتوقعة للذكور خلال الفترة من 2025-2030

Age	2025	2026	2027	2028	2029	2030
5-	0.0089	0.0087	0.0086	0.0085	0.0083	0.0081
-5	0.0009	0.0009	0.0009	0.0009	0.0008	0.0008
-10	0.0008	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007	0.0007
-15	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0011	0.0011
-20	0.0017	0.0016	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015
-25	0.0019	0.0019	0.0018	0.0018	0.0018	0.0017
-30	0.0021	0.0020	0.0020	0.0020	0.0019	0.0019
-35	0.0028	0.0028	0.0027	0.0027	0.0026	0.0026
-40	0.0051	0.0050	0.0049	0.0049	0.0047	0.0047

-45	0.0090	0.0088	0.0087	0.0086	0.0084	0.0082
-50	0.0173	0.0170	0.0167	0.0165	0.0161	0.0158
-55	0.0243	0.0239	0.0235	0.0233	0.0227	0.0223
-60	0.0320	0.0314	0.0310	0.0306	0.0298	0.0293
-65	0.0478	0.0469	0.0462	0.0457	0.0446	0.0437
-70	0.0836	0.0821	0.0809	0.0800	0.0779	0.0765
75	0.2235	0.2194	0.2162	0.2138	0.2084	0.2046

نلاحظ من بيانات الجدول السابق اتجاه معدلات الوفاة للذكور التى تم التنبؤ بها باستخدام (ARIMA) بها في الفئات العمرية الكبيرة (60-75) إلى الانخفاض التدريجي مما يوضح تأثير ظاهرة طول العمر على معدلات الوفاة والمتمثلة في انخفاض معدلات الوفاة المتوقعة خلال الفترة من 2025-2030.

جدول (2) قيم معدلات الوفاة المتوقعة للاناث خلال الفترة من (2025-2030)

Age	**2025**	**2026**	**2027**	**2028**	**2029**	**2030**
5-	0.0050	0.0054	0.0056	0.0057	0.0058	0.0068
-5	0.0004	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0006
-10	0.0003	0.0004	0.0004	0.0004	0.0004	0.0005
-15	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0005	0.0006
-20	0.0007	0.0007	0.0007	0.0008	0.0008	0.0009
-25	0.0007	0.0008	0.0008	0.0008	0.0009	0.0010
-30	0.0009	0.0010	0.0010	0.0010	0.0011	0.0012
-35	0.0012	0.0013	0.0013	0.0014	0.0014	0.0016
-40	0.0019	0.0021	0.0021	0.0022	0.0022	0.0026
-45	0.0033	0.0036	0.0037	0.0038	0.0038	0.0045
-50	0.0071	0.0077	0.0079	0.0081	0.0082	0.0096
-55	0.0119	0.0129	0.0132	0.0135	0.0138	0.0161
-60	0.0166	0.0181	0.0185	0.0189	0.0192	0.0225
-65	0.0287	0.0312	0.0319	0.0327	0.0332	0.0389
-70	0.0520	0.0567	0.0579	0.0593	0.0603	0.0706
75	0.1747	0.1905	0.1943	0.1992	0.2025	0.2073

نلاحظ من بيانات الجدول السابق اتجاه معدلات الوفاة للاناث التى تم التنبؤ بها باستخدام (ARIMA) في الفئات العمرية الكبيرة (60-75) إلى الانخفاض التدريجي مما يوضح تأثير ظاهرة طول العمر على معدلات الوفاة والمتمثلة في انخفاض معدلات الوفاة المتوقعة خلال الفترة من 2025-2030.

نظرًا لأن بيانات المواليد والوفيات من الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء تكون في شكل فئات عمرية مدتها خمس سنوات، فلا يمكن استخدامها مباشرة لتكوين جدول حياة كامل من الأعمار المفردة. لذلك، يلزم استكمال هذه البيانات باستخدام طرق إحصائية مناسبة.

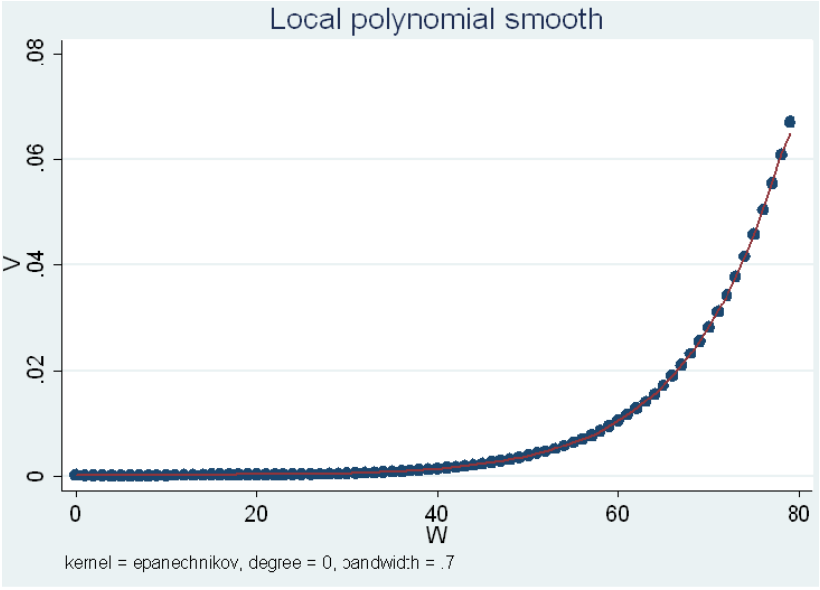
ويتم الاستكمال بطريقة جريفل (Greville) برنامج (LIFTB) من مجموعة برامج (MORTPAK)

فتم تطبيقها من خلال برنامج (MORTPAK) حزمة (UNABR)، حيث يتم ادخال معدلات الوفاة الخمسية للحصول علي قيمتها المفردة من عمر 0 الى 80 عام.

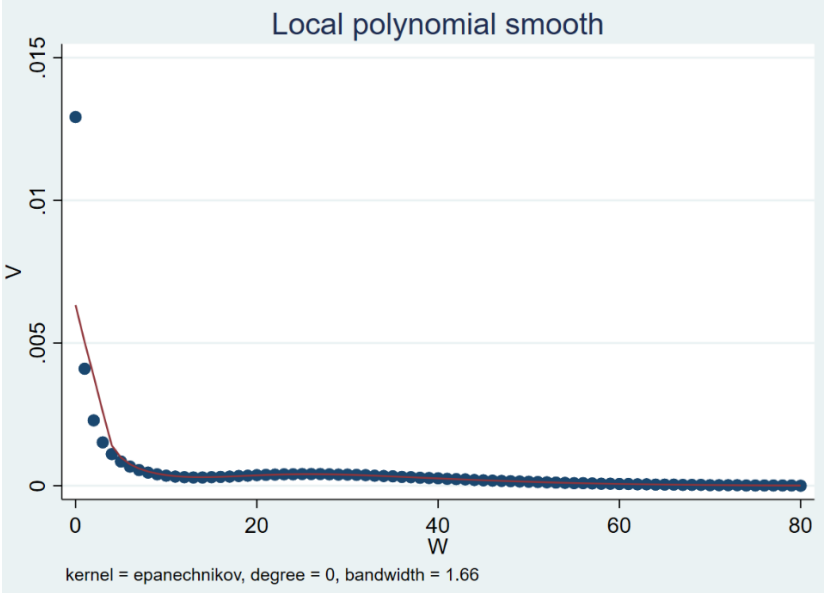
وبعد استكمال معدلات الوفاة المقدرة، قد نجد قيماً شاذة قد تكون سبباً فى اعتبار أن هذه المعدلات لا تمثل الحقيقه، وقد يكون هذا بسبب وجود أخطاء في البيانات، مثل الأخطاء المتعمدة أو العشوائية. لذلك، من المهم تسوية المعدلات الخام مما يساعد ذلك في تحسين جودة البيانات وإزالة أي عدم انتظام في معدلات الوفاه. يؤدي ذلك إلى نتائج أكثر دقة (الأشقر، 2014، 36)

وتم استخدام طريقة الانحدار الموضعي المرجح ومنها طريقة ممهدات كثيرة الحدود ذات الجوار الأقرب للحصول على المعدلات المسواة $\hat{q}_x$ من معدلات الوفاة المقدرة.

وتم تطبيق هذه الطريقة من خلال برنامج SE Stata 17 حيث نختار من قائمة Statistics ← Nonparametric Analysis ← Local Polynomial Smoothing.



شكل (1) معدلات الوفاة المتوقعة المفردة التى تم تسويتها للذكور خلال الفترة من 2025-2030



شكل (2) معدلات الوفاة المتوقعة المفردة المسواه للاناث خلال الفترة من 2025-2030

يمكن اختبار مدى اقتراب معدلات الوفاة المتوقعة المستكملة الممهدة من احتمالات الوفاة المستخدمة فى شركات تأمينات الحياه وذلك باستخدام اختبار (ت) (T test) فهو أحد أهم الاختبارات الاحصائية وأكثرها استخداماً فى الابحاث والدراسات للكشف عن الفروق الاحصائية بين متوسطى عينيتين.

حيث تم حساب قيم (ت) المحسوبة لجداول احتمالات الوفاة لكل نوع على حده ومقارنتها بقيمة (ت) الجدولية عند (درجة حرية "د.ح" = 62، ومستوى معنوية = 0.05 حيث قيمتها (1.999).

وذلك من خلال برنامج (SPSS) نختار من قائمة Analyze ← Compare Means ← One-Sample T Test

أولاً الذكور:

يوضح الجدول التالي قيم (ت) المحسوبة ودلالتها وقرار جودة التوفيق الخاص بها بالنسبة للذكور:

السنة	قيمة (ت) المحسوبة	الدلالة	متوسط الفروق	جودة التوفيق
2025	.000	1.000	-.0000000002	تحققت
2026	-.136	.892	-.0002764447	تحققت
2027	-.210	.835	-.0004223018	تحققت
2028	-.292	.771	-.0005789843	تحققت
2029	-.396	.694	-.0007743494	تحققت
2030	-.546	.587	-.0010386193	تحققت

يتضح من الجدول السابق أن قيم (ت) المحسوبة لجميع الأعوام أقل من قيمة (ت) الجدولية، ودلالة جميع القيم أكبر من مستوى المعنوية (0.05)، ومن ثم نستنتج عدم معنوية اختبار (ت).

وهذا يدل على أنه لا توجد فروق جوهرية ذات دلالة إحصائية بين الجدول المرجعي والجداول المحسوبة لجميع الأعوام ومن ثَمَ جودة توفيق معدلات الوفاة.

كما يتضح تزايد قيمة (ت) المحسوبة (القيمة المطلقة) وتناقص دلالتها كلما ابتعدنا عن سنة الأساس؛ وهو أمر منطقي حيث تبتعد القيم المقدرة عن الأساس المرجعي لها.

ثانياً الإناث:

يوضح الجدول التالي قيم (ت) المحسوبة ودلالتها وقرار جودة التوفيق الخاص بها بالنسبة للإناث:

السنة	قيمة (ت) المحسوبة	الدلالة	متوسط الفروق	جودة التوفيق
2025	.000	1.000	-.0000000001	تحققت
2026	-.703	0.485	-.0000130315	تحققت
2027	-.798	0.428	-.0000147774	تحققت
2028	.339	0.736	.0000063512	تحققت
2029	-.587	0.560	-.0000111914	تحققت
2030	-10.622	0.000	-.0000949196	لم تتحقق

يتضح من الجدول السابق أنه باستثناء احتمالات الوفاة للإناث المحسوبة لعام 2030 فإن قيم (ت) المحسوبة لباقي الأعوام أقل من قيمة (ت) الجدولية، ودلالة هذه القيم أكبر من مستوى المعنوية (0.05)، ومن ثم نستنتج عدم معنوية اختبار (ت) لهذه الأعوام.

وهذا يدل على أنه لا توجد فروق جوهرية ذات دلالة إحصائية بين الجدول المرجعي والجداول المحسوبة لأغلب الأعوام ومن ثَمَ جودة توفيق معدلات الوفاة لهذه الأعوام.

كما يتضح من الجدول عدم تحقق جودة توفيق معدلات الوفاة المحسوبة لعام 2030 للجدول المرجعي، وقد يرجع ذلك الى وجود فجوة زمنية كبيرة بينه وبين السنة المرجعية.

وكما في جدول الذكور يتضح تزايد قيمة (ت) المحسوبة (القيمة المطلقة) وتناقص دلالتها كلما ابتعدنا عن سنة الأساس؛ وهو أمر منطقي لإبتعاد القيم المقدرة عن الأساس المرجعي لها.

بعد أن قومنا بالتنبأ بمعدلات الوفاة واستكمالها وتسويتها، سنقوم الان بتسعير دفعات المعاش التقاعدية باستخدام تحويل وانغ

جدول (3): معدلات الوفاة المتوقعة المفردة المسواه خلال الفترة من 2025-2030 المستخدمة فى برنامج R مضروبة فى 1000.

Age	$\bar{q}_x$ male	$\bar{q}_x$ female
18	0.19	**0.15**
19	0.19	0.15

20	0.19	0.15
21	0.19	0.16
22	0.19	0.16
23	0.19	0.16
24	0.2	0.17
25	0.2	0.17
26	0.21	0.18
27	0.22	0.19
28	0.24	0.2
29	0.26	0.21
30	0.28	0.23
31	0.3	0.24
32	0.33	0.26
33	0.36	0.29
34	0.4	0.32
35	0.43	0.35
36	0.48	0.38
37	0.52	0.42
38	0.58	0.47
39	0.63	0.52
40	0.7	0.58
41	0.77	0.64
42	0.85	0.72
43	0.93	0.8
44	1.03	0.89
45	1.13	0.99
46	1.25	1.11
47	1.38	1.24
48	1.52	1.38
49	1.68	1.54
50	1.85	1.73
51	2.04	1.93

52	2.25	2.16
53	2.48	2.41
54	2.74	2.69
55	3.02	3.01
56	3.33	3.37
57	3.67	3.76
58	4.05	4.21
59	4.47	4.7
60	4.93	5.26
61	5.44	5.88
62	6	6.57
63	6.62	7.34
64	7.3	8.21
65	8.06	9.17
66	8.88	10.25
67	9.8	11.45
68	10.81	12.79
69	11.91	14.28
70	13.14	15.95
71	14.48	17.81
72	15.96	19.88
73	17.59	22.18
74	19.38	24.75
75	21.36	27.6
76	23.52	30.78
77	25.9	34.3
78	28.52	38.21
79	31.39	42.55
80	34.54	47.36

وباستخدام برنامج r حصلنا على قيمة λ وهى سعر السوق للمخاطر وكانت:

$$\lambda = 3.971044$$

$\because \lambda > 0$

$\therefore$ معدلات الوفاه المعدلة حسب الخطر سوف تنخفض، مما يعني عمرًا أطول متوقعًا.

بضرب λ فى معدلات الوفاه فان معدلات الوفاه المعدلة حسب الخطر ستكون:

جدول (4): معدلات الوفاة المعدلة حسب الخطر.

Age	$\overline{q}_x^*$ male	$\overline{q}_x^*$ female
18	0.75	0.60
19	0.75	0.60
20	0.75	0.60
21	0.75	0.64
22	0.75	0.64
23	0.75	0.64
24	0.79	0.68
25	0.79	0.68
26	0.83	0.71
27	0.87	0.75
28	0.95	0.79
29	1.03	0.83
30	1.11	0.91
31	1.19	0.95
32	1.31	1.03
33	1.43	1.15
34	1.59	1.27
35	1.71	1.39
36	1.91	1.51
37	2.06	1.67
38	2.30	1.87
39	2.50	2.06
40	2.78	2.30
41	3.06	2.54
42	3.38	2.86
43	3.69	3.18

44	4.09	3.53
45	4.49	3.93
46	4.96	4.41
47	5.48	4.92
48	6.04	5.48
49	6.67	6.12
50	7.35	6.87
51	8.10	7.66
52	8.93	8.58
53	9.85	9.57
54	10.88	10.68
55	11.99	11.95
56	13.22	13.38
57	14.57	14.93
58	16.08	16.72
59	17.75	18.66
60	19.58	20.89
61	21.60	23.35
62	23.83	26.09
63	26.29	29.15
64	28.99	32.60
65	32.01	36.41
66	35.26	40.70
67	38.92	45.47
68	42.93	50.79
69	47.30	56.71
70	52.18	63.34
71	57.50	70.72
72	63.38	78.94
73	69.85	88.08
74	76.96	98.28
75	84.82	109.60

76	93.40	122.23
77	102.85	136.21
78	113.25	151.73
79	124.65	168.97
80	137.16	188.07

ثم نستخدم هذة المعدلات لحساب القسط الوحيد الصافى لدفعات المعاش التقاعدية المتوقعة الفورية $(\ddot{a}_x^*)$ وستكون كالتالى:

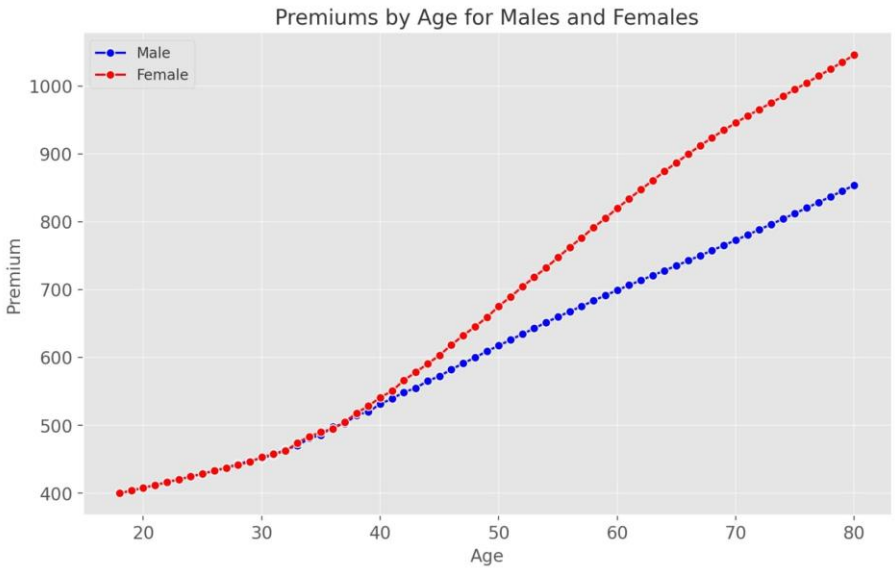
جدول (5): القسط الوحيد الصافى لدفعات المعاش المتوقعه الفورية $(\ddot{a}_x^*)$

Age	$\ddot{a}_x^*$ **male**	$\ddot{a}_x^*$ **female**
18	400	400
19	404	404
20	408.04	408.04
21	412.12	412.12
22	416.24	416.24
23	420.40	420.40
24	424.61	424.61
25	428.85	428.85
26	433.14	433.14
27	437.47	437.47
28	443.15	441.85
29	447.58	446.27
30	452.06	453.17
31	456.58	457.70
32	464.49	462.28
33	470.13	474.33
34	480.91	483.48
35	485.71	490.14
36	497.96	495.04
37	502.94	504.75
38	515.11	518.26
39	520.26	528.46
40	531.40	541.25

41	539.51	550.77
42	548.72	566.54
43	555.13	578.44
44	565.35	590.84
45	572.55	603.26
46	582.37	618.49
47	591.52	632.57
48	599.88	645.39
49	609.34	659.23
50	617.50	675.56
51	626.06	689.40
52	634.61	704.46
53	642.85	718.37
54	651.81	732.42
55	659.83	747.40
56	667.87	762.59
57	675.60	776.32
58	683.65	791.40
59	691.60	805.17
60	699.11	819.82
61	706.62	833.83
62	713.77	847.46
63	720.91	860.82
64	728.12	874.43
65	735.40	887.16

من الجدول السابق يتوقع قسط أكبر في المستقبل للإناث عن الذكور لأن متوسط العمر المتوقع للإناث أطول من الذكور وبالتالى تكون تكاليف الرعاية الصحية للإناث بعد الاربعين اكبر من الذكور لإحتياجهم الى رعاية صحية مكثفة.

لذلك عدم الفصل بين الجنسين عند استخدام جدول الوفيات من شأنه أن يؤدي إلى التقليل الشديد من تقدير العملاء الإناث، والمبالغة في تقدير العملاء الذكور. إذا كان المرء محظوظا، فإن الإفراط في التقدير والتقليل من شأنه يمكن أن يحمي بعضهما البعض، ولكن من غير المرجح أن يكون هذا التحوط مثاليا. ومن ثم، فمن المهم الفصل بين وفيات الذكور والإناث أثناء العمليات الحسابية. والشكل التالى يوضح ذلك.



شكل (3) القسط الوحيد الصافى لدفعات المعاش التقاعدية الفورية للذكور والاناث

نلاحظ من الشكل السابق أن الاقساط كانت غالباً متساوية بين الذكور والاناث لحد سن ال 40 وبعد 40 ظهر الفرق، وكانت الزيادة فى اقساط الاناث.

ثم نحسب القسط الوحيد الصافى لدفعات المعاش التقاعدية الفورية $\ddot{a}_x$ للعمر x من جدول الرموز الحسابية (ملحق 2) حيث $\left(\ddot{a}_x = \frac{N_x}{D_x}\right)$

جدول (6): القسط الوحيد الصافى لدفعات المعاش التقاعدية الفورية $\ddot{a}_x$

Age	$\ddot{a}_x$ **male**	$\ddot{a}_x$ **female**
18	22.14	23.17
19	22.02	23.07
20	21.90	22.97
21	21.78	22.86
22	21.65	22.75
23	21.52	22.63
24	21.38	22.51
25	21.24	22.39
26	21.09	22.26
27	20.94	22.12
28	20.78	21.98

29	20.61	21.84
30	20.43	21.69
31	20.24	21.53
32	20.05	21.37
33	19.85	21.20
34	19.65	21.03
35	19.43	20.85
36	19.21	20.66
37	18.98	20.47
38	18.75	20.28
39	18.51	20.07
40	18.26	19.87
41	18.00	19.65
42	17.74	19.44
43	17.47	19.21
44	17.20	18.98
45	16.92	18.74
46	16.64	18.50
47	16.35	18.26
48	16.06	18.00
49	15.76	17.74
50	15.46	17.48
51	15.15	17.21
52	14.85	16.94
53	14.53	16.65
54	14.22	16.37
55	13.90	16.08
56	13.58	15.78
57	13.26	15.47
58	12.93	15.16
59	12.61	14.85
60	12.28	14.53
61	11.95	14.20
62	11.62	13.88
63	11.30	13.54

64	10.97	13.21
65	10.65	12.87

بعد أن قومنا بحساب القسط الوحيد الصافى لدفعات المعاش التقاعدية الفورية $\ddot{a}_x$، والقسط الوحيد الصافى لدفعات المعاش التقاعدية الفورية المتوقعة $(\ddot{a}_x^*)$، نقوم بحساب قسط خطر طول العمر من المعادلة التالية: $\left(P_{longevity} = \frac{\ddot{a}_x^*}{\ddot{a}_x} - 1\right)$

جدول (7): قسط خطر طول العمر $(P_{longevity})$

Age	$\boldsymbol{P_{longevity}}$ **male**	$\boldsymbol{P_{longevity}}$ **female**
18	17.06	16.26
19	17.34	16.51
20	17.63	16.77
21	17.93	17.03
22	18.23	17.30
23	18.54	17.58
24	18.86	17.86
25	19.19	18.16
26	19.53	18.46
27	19.89	18.78
28	20.33	19.10
29	20.72	19.44
30	21.13	19.90
31	21.55	20.26
32	22.16	20.64
33	22.68	21.38
34	23.48	21.99
35	24.00	22.51
36	24.92	22.96
37	25.49	23.66
38	26.48	24.56
39	27.11	25.32
40	28.11	26.24
41	28.97	27.02
42	29.93	28.15

43	30.77	29.11
44	31.87	30.13
45	32.83	31.18
46	34.00	32.43
47	35.18	33.65
48	36.36	34.85
49	37.66	36.15
50	38.94	37.65
51	40.31	39.05
52	41.74	40.60
53	43.23	42.13
54	44.84	43.75
55	46.46	45.49
56	48.17	47.33
57	49.95	49.17
58	51.86	51.19
59	53.86	53.23
60	55.94	55.43
61	58.13	57.70
62	60.42	60.07
63	62.82	62.56
64	65.37	65.21
65	68.07	67.95

نلاحظ من الجدول السابق أن كلما تقدمنا فى الاعمار زاد قسط خطر طول العمر ونلاحظ أيضاً أن قسط خطر طول العمر للإناث أعلى من الذكور.

النتائج والتوصيات

أولاً: النتائج:

توصلت الدراسة إلى النتائج التالية:

1) يؤدي التحسن غير المتوقع في معدل الوفيات إلى زيادة التزامات التقاعد.
2) ظهرت مخاطر طول العمر مؤخرًا باعتبارها مصدر قلق كبير. فالتحسينات غير المتوقعة في معدلات الوفيات تؤدي إلى زيادة قيمة التزامات المعاشات التقاعدية من خلال دفعات سنوية أطول مدى الحياة.
3) تعد عمليات شراء المعاشات التقاعدية من الحلول المهمه لحل مشاكل قطاع التأمين. فسوف تتطور سوق عمليات شراء المعاشات التقاعدية إذا كانت أسعارها جذابة للمشترين والبائعين المحتملين.

4) عند التنبأ بمعدلات الوفاة المستقبلية باستخدام نموذج (LC- ARIMA)، انخفاض معلمة الزمن (k_t) خلال سنوات الدراسة، بالاضافة الى أن معدل الانخفاض ازداد بدءاً من عام 2014 إلى عام 2020 مما يوضح تأثير ظاهرة طول العمر على معدلات الوفاة.
5) اتجاه معدلات الوفاة للذكور والاناث التى تم التنبؤ بها باستخدام (ARIMA) في الفئات العمرية الكبيرة (60-75) إلى الانخفاض التدريجي مما يوضح تأثير ظاهرة طول العمر على معدلات الوفاة والمتمثلة في انخفاض معدلات الوفاة المتوقعة.
6) يوجد اختلاف بين معدلات الوفاة للذكور ومعدلات الوفاة للإناث حيث نلاحظ اتجاه معدلات الوفاة المتنبأ بها للإناث للانخفاض عن معدلات الوفاة للذكور.
7) لا توجد فروق جوهرية ذات دلالة إحصائية بين الجدول المرجعي والجداول المحسوبة لجميع الأعوام ومن ثَمَ جودة توفيق معدلات الوفاة.
8) يقوم تحويل وانغ "بتشويه" معدلات الوفاه للحصول على معدلات وفاه تم تحويلها (معدل حسب الخطر). ثم نستخدم تلك المعدلات فى تسعير دفعات المعاش التقاعدية، وحساب قسط خطر طول العمر.
9) قسط خطر طول العمر أعلى بالنسبة للإناث منه بالنسبة للذكور، لذلك عدم الفصل بين الجنسين عند استخدام جدول الوفيات من شأنه أن يؤدي إلى التقليل الشديد من تقدير العملاء الإناث، والمبالغة في تقدير العملاء الذكور.

ثانياً: التوصيات:

توصى الباحثه بما يلي:

1) أوصي بضرورة بناء قاعدة بيانات الكترونية لدي شركات التأمين تضم كافة البيانات السابقة لديها واتاحتها للباحثين، فإتاحة البيانات وتصنيفها في شكل قاعدة بيانات تصنيفية هي عامل مهم في البحث العلمي من أجل التنفيذ الناجح لأساليب التسعير لوثائق التأمين. لذلك من المهم تفعيل إتاحة قواعد البيانات للأغراض البحثية، مع مراعاة التحديث والمراجعة المنتظمة لهذه البيانات.
2) أوصي بأخذ خطر طول العمر بعين الاعتبار حيث يعتبر خطر طول العمر جزء من خطة المعاشات التقاعدية.
3) أوصي بالاهتمام بطرق التسعير الحديثة المعتمدة على الأساليب الرياضية والإحصائية وذلك للوصول إلى أسعار مناسبة وعادلة كما هو متبع في الأسواق العالمية. حيث يعد التسعير العادل للخدمة التأمينية مطلب أساسي لتقدم وازدهار قطاع التأمين بصفة عامة والمعاشات التقاعديه بصفة خاصة.
4) أوصي بتسعير تأمينات الحياة باستخدام النموذج المقترح عن طريق إعداد جدول وفاة يعبر عن خبرة سوق التأمين المصري وفقاً للنموذج المقترح.
5) أوصي بتنفيذ نتائج هذه الدراسة لمساعدة شركات تأمينات الحياه في تحديد سعر عادل ومن ثم تحديد حالات الملاءة المالية الخاصة بهم وبالتالي تعديل سياساتهم قبل فوات الأوان.

المراجع

أولاً: المراجع باللغة العربية:

1. الأشقر، السيد الشربينى وهبه (2014) "إيجاد علاقة رياضية بين معدلات الوفاة المستنتجة من الإحصاءات العامة للسكان وتلك المستنتجة من خبرة شركات التأمين بهدف التنبؤ بمعدلات الجداول الإكتوارية المصرية". رسالة دكتوراه، كلية تجارة-جامعة المنصورة.
2. الأنصاري، أسامة عبد الخالق (2004) "نظام مقترح لتطوير وإدارة صناديق المعاشات". المنظمة العربية للتنمية الإدارية.
3. البرقاوى، محمد أحمد فؤاد، المعداوى، جيهان مسعد، المعداوى، محمد مسعد (2023) "تحسين دقة التنبؤ بمعدلات الوفاة في ظل خطر طول العمر باستخدام خوارزميات الذكاء الاصطناعي". مجلة البحوث التجارية - كلية التجارة جامعة الزقازيق.
4. البلقينى، محمد توفيق إسماعيل، الحسيني، الإمام عبدالعزيز، نيل، دينا طلعت حمدي (2013) "استخدام طريقة (Lee-Carter) للتنبؤ بمعدلات الوفيات". المجلة المصرية للدراسات التجارية، جامعة المنصورة - كلية التجارة.
5. البلقيني، محمد توفيق، سالم، محمود، رشدي، نورا محمد (2015) "خطر طول العمر وتكلفة دفعات معاش مكمله لمعاشات التأمين الاجتماعي في مصر". المجلة المصرية لدراسات التجارية.
6. إسماعيل، محمد رفعت حامد (2020) "استكمال جدول الوفيات المختصر باستخدام النماذج الاكتوارية". مجلة الدراسات المالية والمحاسبية والإدارية.
7. درغام، منال سمير البهجي (2013) "الطرق اللامعلمية كأساس لتسوية معدلات الوفاة الخام دراسة مقارنة". رسالة ماجستير، كلية تجارة-جامعة المنصورة.
8. زايد، محمد عبداللطيف (2023) "تقدير القيم المفقودة بالتطبيق على بيانات الوفيات دراسة مقارنة". المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية، كلية التجارة – جامعة دمياط.
9. سالم، محمود (2015) "إدارة خطر طول العمر دور التأمين التجاري". مجلة الدراسات التجارية المعاصرة.
10. سلامه، سيد مسلم شحاته (2019) "وثيقة تأمين معاش تكميلي مقترحة في ظل انخفاض القيمة النقدية للمعاش". رسالة دكتوراه، كلية تجارة-جامعة المنصورة.
11. عبد الظاهر، أشرف سيد (2021) "نموذج تسعير مالي إكتواري مقترح لتسعير تأمين الحريق في سوق التامين المصرية دراسة تطبيقية". مجلة الدراسات المالية والتجارية.
12. علي، محسن إسماعيل (2011) "صناديق تأمين خاصة أم صناديق ادخار المعاشات". المنظمة العربية للتنمية الإدارية.
13. واصف، جمال عبدالباقى (2003) "نموذج لاجرانج كأساس لاستكمال جدول الحياة المختصر نحو جدول حياة كامل، المؤتمر السنوي الثالث والثالثون لقضايا السكان والتنمية وتحديات القرن الحادي والعشرين، الـذي عقده المركز الديموجرافي بالقاهرة.

المقالات:

1. الإتحاد المصري للتـأمين
2. مركز البحوث والدراسات متعددة التخصصات

ثانيا: المراجع باللغة الأجنبية:

1. Amorim, Ana Catarina de Almeida Marqu, Advisor: Prof. Doutor Bravo, Jorge Miguel Ventura (2021) "Longevity-linked life annuities: The Portuguese experience". MEGI.
2. Antolin, Pablo (2008) "Policy Options for the Payout Phase". OECD.
3. Atemnkeng, Tabi Rosy Christy (2021) "Estimation of Longevity Risk and Mortality Modelling". University of Manchester.
4. Ayuso, Mercedes, Bravo, Jorge Miguel, Holzmann, Robert (2016) "Addressing Longevity Heterogeneity in Pension Scheme Design and Reform". IZA Discussion Paper.
5. Barrieu, Pauline, Bensusan, Harry, El Karoui, Nicole, Hillairet, Caroline (2010) "Understanding, Modeling and Managing Longevity Risk: Key Issues and Main Challenges". Scandinavian Actuarial Journal.
6. Benartzi, Shlomo, Previtero, Alessandro, Thaler, Richard H. (2011) "Annuitization Puzzles". Journal of Economic Perspectives.
7. Blake, D., Cairns, A. J. G., Dowd, K., Kessler, A. R. (2018) "Still living with mortality: the longevity risk transfer market after one decade". Cambridge University press.
8. Blackburn, Craig, Hanewald, Katja, Olivieri, Annamaria, Sherris, Michael (2016) "Longevity Risk Management and Shareholder Value for A Life Annuity Business". Cambridge University press.
9. Borda, Marta, Kowalczyk-Rólczyńska, Patrycja (2018) "Special Issue on Longevity Risk and Insurance". Journal of Finance and Economics.
10. Bravo, Jorge M., Nunes, João Pedro Vidal (2020) "Pricing longevity derivatives via Fourier transforms". ELSEVIER.
11. Bravo, Jorge Miguel, de Freitas, Najat El Mekkaoui (2016) "Valuation of longevity-linked life annuities". Insurance Mathematics and Economics.
12. Bravo, Jorge M. (2014) "Is longevity an insurable risk? Hedging the unhedgeable". Jubilacion.
13. Broeders, Dirk, Mehlkopf, Roel, Ool, Annick van (2021) "The economics of sharing macro-longevity risk". Insurance: Mathematics and Economics.
14. Byrne, Alistair, Winter, Natalie (2009) "Living with longevity". Palgrave-journals.
15. Cannon, Edmund, Tonks, Ian (2004) "U.K. Annuity Rates, Money's Worth and Pension Replacement Ratios 1957–2002". The Geneva Papers on Risk and Insurance.
16. Chen, An, Li, Hong, Schultze, Mark (2021) "Tail Index-Linked Annuity: A Longevity Risk Sharing Retirement Plan". Scandinavian Actuarial Journal.

17. Cocco, João F., Gomes, Francisco J. (2011) "Longevity Risk, Retirement Savings, and Financial Innovation". ELSEVIER.
18. Coughlan, Guy (2012) "Longevity Risk Transfer: Indices and Capital Market Solutions". the Handbook of Insurance-Linked Securities.
19. Cox, Samuel H., Lin, Yijia, Liu, Sheen (2017) "Optimal Longevity Risk Transfer and Investment Strategies". North American Actuarial Journal.
20. David, Mihaela (2015) "A review of theoretical concepts and empirical literature of non-life insurance pricing". ELSEVIER.
21. Denuit, Michel M. (2009) "An index for longevity risk transfer". Journal of Computational and Applied Mathematics.
22. Denuit, Michel, Devolder, Pierre, Goderniau, Anne-C´ecile (2007) "Securitization Of Longevity Risk: Pricing Survivor Bonds with Wang Transform in The Lee-Carter Framework". The Journal of Risk and Insurance.
23. Dzingirai, Canicio, Chekenya, Nixon S. (2020) "Longevity swaps for longevity risk management in life insurance products". Risk management in life insurance products.
24. Ferris, Shauna, Jong, Piet de (2019) "SM Bonds-A New Product for Managing Longevity Risk". The Journal of Risk and Insurance.
25. Hanbali, Hamza, Trufin, Julien, Dhaene, Jan (2019) "A dynamic equivalence principle for systematic longevity risk management". Insurance Mathematics and Economics.
26. Hong, Wei, Yap, Jia Hui, Selvachandran, Ganeshsree, Thong, Pham Huy, Son, Le Hoang (2021) "Forecasting mortality rates using hybrid Lee–Carter model, artifcial neural network and random forest". Complex IntellSyst.
27. Hunt, Andrew, Blake, David (2015) "On the Structure and Classification of Mortality Models". The Pensions Institute.
28. Hurwitz, Abigail, Mitchell, Olivia S., Sade, Orly (2020) "Testing Methods to Enhance Longevity Awareness". Pension Research Council.
29. Leppisaari, Matias (2008) "Managing Longevity Risk with Longevity Bonds". Salserver.org.aalto.fi.
30. Levantesi, Susanna, Menzietti, Massimiliano (2017) "Maximum Market Price of Longevity Risk under Solvency Regimes: The Case of Solvency II". RISKS.
31. Lin, Yijia, Shi, Tianxiang, Arik, Ayşe (2017) "Pricing Buy-Ins and Buy-Outs". The Journal of Risk and Insurance.
32. Lorson, Jonas, Wagner, Jo¨el (2012) "The Pricing of Hedging Longevity Risk with the Help of Annuity Securitizations: An Application to the German Market". Working Papers on Risk Management and Insurance.
33. MacMinn, Richard, Brockett, Patrick (2017) "On The Fallure (Success) Of the Markets for Longevity Risk Transfer". The Journal of Risk and Insurance.
34. McGarry, Kathleen (2020) "Perceptions of Mortality: Individual Assessments of Longevity Risk". SSRN.

35. Meyricke, Ramona, Sherris, Michael (2013) "The determinants of mortality heterogeneity and implications for pricing annuities". ELSEVIER.
36. Mitchell, Olivia S. (2022) "New Models for Managing Longevity Risk (Public-Private Partnerships) ". Oxford University Press.
37. Ngai, Andrew, Sherris, Michael (2011) "Longevity risk management for life and variable annuities: The effectiveness of static hedging using longevity bonds and derivatives". Insurance: Mathematics and Economics.
38. Özen, Selin, Sahin¸ Sule (2021) "A Two-Population Mortality Model to Assess Longevity Basis Risk". RISKS.
39. Richards, S. J., Currie, I. D., Ritchie, G. P. (2012) "A Value-At-Risk Framework for Longevity Trend Risk". The Actuarial Profession.
40. Pitacco, Ermanno (2002) "Longevity Risk In Living Benefits". CERP.
41. Roy, Amlan, (2012) "Innovative Approaches to Managing Longevity Risk in Asia: Lessons from the West". ADBI Institute.
42. Scognamiglio, Salvatore (2022) "Longevity risk analysis: applications to the Italian regional data". AIMS Press.
43. Shang, Han Lin, Haberman, Steven (2019) "Forecasting age distribution of death counts: An application to annuity pricing". Cambridge University press.
44. Shang, Han Lin, Haberman, Steven (2017) "Grouped multivariate and functional time series forecasting: An application to annuity pricing". ELSEVIER.
45. Stallard, Eric (2006) "Demographic Issues in Longevity Risk Analysis". The Journal of Risk and Insurance.
46. Teppa, Federica, Lafourcade, Pierre (2014) "Can Longevity Risk Alleviate the Annuitization Puzzle? Empirical Evidence from Survey Data". SSRN.
47. Thomsen, Governor Jens, Andersen, Jens Verner (2007) "Longevity Bonds – a Financial Market Instrument to Manage Longevity Risk". Financial Markets.
48. Torske, Solveig (2015) "Pricing risk due to mortality under the Wang Transform". Master of Science Faculty of Mathematics and Natural Sciences University of Oslo.
49. Weinert, Jan-Hendrik, Grundl, Helmut (2017) "The Modern Tontine: An Innovative Instrument for Longevity Risk Management in an Aging Society". ICIR.
50. Wills, Samuel, Sherris, Michael (2010) "Securitization, structuring and pricing of longevity risk". ELSEVIER.
51. Xu, Yajing, Sherris, Michael, Ziveyi, Jonathan (2020) "Market Price of Longevity Risk for a Multi-Cohort Mortality Model with Application to Longevity Bond Option Pricing". The Journal of Risk and Insurance.
52. Yang, Sharon S., Yue, Jack C., Huang, Hong-Chih (2010) "Modeling Longevity Risks using a Principal Component Approach: A Comparison with Existing Stochastic Mortality Models". ELSEVIER.