دور تشارلز بيرس في تطوير منطق العلاقات

د.وائل زكي السيد عبد الرحمن*
wael.zaki@arts.suezuni.edu.eg

ملخص

لقد قام تشارلز بيرس بتطوير نظرية العلاقات المنطقية – حيث رأى أن منطق العلاقات أكبر وأشمل من المنطق التقليدي ، إذ يمكننا النظر إلى أية قضية – حتى القضية الحملية – على أنها قضية علاقة لأنه يمكننا النظر إلى المحمول على أنه يتعلق بشيء واحد هو الموضوع، كما يمكننا أن نعتبر الموضوع عبارة عن مسميات (أفراد) العلاقة المنطقية ، أما العلاقة نفسها فيمكن اعتبارها المحمول.

لقد أدرك بيرس من خلال دراسته للمنطق الرياضي أنه بالإمكان أن يمتد المنطق الرياضي ليشمل منطق العلاقات ، ورأى أن جبر المنطق عند جورج بول هو المناسب لهذه المهمة ، لذلك قام بيرس بتوسيع جبر المنطق عند جورج بول وجعلة يتناسب مع الاستدلالات الخاصة بالعلاقات المنطقية – واستخدم في سبيل ذلك بعض المتشابهات الرياضية مثل اللوغاريتمات النسبية التي مكنته من استخدم الأُسس العلوية و الأُسس السفلية في حساب العلاقات ، وذلك ليوضح أن هذه الحدود يفترض أن ترتبط بأية علاقة وبأية ترتيب.

وقد استطاع بيرس من خلال تطويره لنظرية العلاقات المنطقية وضع العديد من الصيغ التعريفية لهذه النظرية ، وقد استخدم هذه الصيغ ولأول مرة في وضع مبادئ وقوانين الحساب التحليلي لنظرية العلاقات .

الكلمات المفتاحية: بيرس ، العلاقات المنطقية ، اللوغاريتمات النسبية

* مدرس بكلية الآداب – جامعة السويس.

المقدمة

لقد تطورت نظرية العلاقات عبر العصور وصولًا إلى المنطق الحديث، فمثلًا قد تناول أرسطو في العديد من أعماله الحديث عن العلاقات الاستدلالية، والتي عرفت بعد ذلك بإسم "القياسات غير المباشرة"، لكن المعالجة المنطقية للعلاقات ظهرت أول مرة في القرن التاسع عشر وذلك من خلال أعمال دي مورجان وبيرس، فالبحث الذي قدمه دي مورجان وكان بعنوان "في القياس وفي منطق العلاقات" On The Syllogism, No. IV, and on The Logic of Relations كان بلا شك من أفضل الأعمال التي ظهرت في هذا الوقت في مجال العلاقات المنطقية ، حيث أحدث تأثيرًا وتطورًا كبيرًا في منطق العلاقات، لكن هذا التأثير بالرغم من كونه هائلًا إلا أنه من وجهة نظر بيرس كان تأثيرًا محدودًا، حيث رأى بيرس أن إسهامات دي مورجان في منطق العلاقات كانت بمثابة عملًا متعجلًا ، حيث لم يستمر دي مورجان في تطويره

لذلك اتجه بيرس إلى تطوير منطق العلاقات ، فمن خلال دراسته للمنطق الرياضي رأى أنه من الممكن أن يمتد المنطق الرياضي ليشمل نظرية العلاقات ، من هنا جاء عنوان هذا البحث " دور تشارلز ساندرز بيرس في تطوير منطق العلاقات" والذي سيناقش فرضًا أساسيًا يعني بإبراز دور بيرس في تطوير منطق العلاقات، لذلك كان على الباحث مناقشة بعض الفروض التي تندرج تحت هذا العنوان ، والتي أحذت شكل التساؤلات الآتية:-

١- ما هو الأساس النظري للعلاقات المنطقية عند بيرس؟

٢- كيف قدم بيرس منطقًا للعلاقات على غرار جبر المنطق عند جورج بول؟

٣- ما هي المبادئ العامة للحساب التحليلي لمنطق العلاقات عند بيرس؟

وفي سبيل التحقق من الفرض الرئيسي للبحث، والإجابة عن التساؤلات التي ارتبطت به – فقد اعتمد الباحث –حسبما يتطلبه سياق البحث – على مقالتين أساسيتين لبيرس هما "وصف أفكار منطق العلاقات Description of a Notation

for the logic of Relatives" وأيضًا مقالة "منطق الحدود العلاقية The Logic of Relatives" كما اعتمد الباحث أيضًا على عدد من المؤلفات التي تناولت هذا الموضوع.

وقد انتهج الباحث منهجًا تحليليًا مقارنًا وذلك لما اقتضته طبيعة البحث من تحليل وتفسير ومقارنة أحيانًا.

أولًا– الأساس النظري لمنطق العلاقات عند بيرس

إن شهرة بيرس الأساسية كانت في مجال الفلسفة، حيث يعتبر من أوائل المؤسسين والباعثين للإتجاه البراجماتي في الولايات المتحدة الامريكية، أما في مجال المنطق فإننا نجد أن نظريته في العلاقات المنطقية من أفضل أعماله على الاطلاق، حيث يعتبر مساهمًا رئيسيًا ومطوراً لهذه النظرية [١]، بادئاً من تلك الإشارات والتوجيهات التي قدمها دي مورجان[٢].

إن بداية اهتمام بيرس بنظرية العلاقات المنطقية كان عن طريق إرسال دي مورجان نسخه من مقالته "في منطق العلاقات" إلى بيرس، وقد عكف بيرس على دراستها حيث يقول " رأيت في مقال دى مورجان "في منطق العلاقات" أفكارًا تنويرية مذهلة في مجال المنطق، إلا أن دي مورجان لم يستمر في تطوير هذه النظرية حتى نهايتها، فكان عمله هذا بمثابة عمل استكشافي متعجل، فلم يستمر في التطوير حتى الصورة النهائية، –"علمًا بأن النهاية المطلقة لا يمكن افتراض التوصل إليها في أي علم"– فقد وقف دي مورجان موقف علاء الدين – الذي وقف أمام كنوز على بابا محدقًا فيها، لكن لم يكن قادرًا على الاستفادة منها، إلا أن ذلك لم ينقص من إنجاز دي مورجان في هذا المجال شيئًا، فالقدر الذي حققه دي مورجان من خلال منهجه الرياضي لم يكن هينًا، حيث أنه قد تم بروح علمية صادقة نابعة من عبقرية حقيقية"[٣].

من هنا اهتم بيرس بتطوير نظرية العلاقات، كما أن انتصاره للواقعية ضد الإسمية[٤] كان بمثابة بداية قوية لاهتمامه بدراسة منطق العلاقات، فعندما تساءل

بيرس عن مشكلة الكليات عما إذا كانت هي عبارة عن تحليلات عقلية لا أساس لها في الواقع أم أنها واقعية ؟ وهل تحليل المعتقدات يُظهر أن القوانين هل هي موضوعية أم ذاتية؟

يرى بيرس أن هذه الأسئلة تقع في مجال المنطق وليس في مجال الميتافيزيقا، وبمجرد الإجابة عنها سوف يكون هذا بمثابة خطوة أولى تجاه حل هذه المشكلة.

وفي إتجاه الإجابة عن هذه الاسئلة يقول بيرس– "إن خطتي لمحاربة الإسمية ليست بسيطة أو مباشرة ، لكنها تبدو لي واضحة، ولا ينتج عنها أي صعوبات باستثناء الجهد الرياضي اللازم لتنفيذها، وبمجرد التوصل إلى لك نجد أننا وصلنا إلى منطق الحدود العلاقية Relatives logic of الذي يرتبط بالمنطق التقليدي تمامًا كما ترتبط الهندسة ثلاثية الأبعاد بهندسة الأسطح المستوية، عندئذ نكون قد أحكمنا السيطرة على الإسمية والتي سوف تقع وتذهب دون رجوع[٥].

لذلك فإن العلاقة عند بيرس هي حقيقة متعلقة بعدد من الموجودات ، وأن وجودها يقع ضمن الإمكان المنطقي[٦].

إن واقعية بيرس جعلته يقارن بين منطقه في العلاقات وبين المنطق التقليدي، فالمنطق التقليدي كما يري بيرس يتحدث عن موضوعات مثل الجنس والنوع أو كما نسميه بلغة القرن التاسع عشر "الأصناف"، فالصنف هو مجموعة الأشياء التي ترتبط فيما بينها بعلاقة التشابه، وإذا كان المنطق التقليدي يتحدث عن الأصناف ، فإن منطق العلاقات يتحدث عن الأنساق، والنسق هو مجموعة الأشياء التي ترتبط فيما بينها من خلال مجموعة من العلاقات.

فالإستقراء في المنطق التقليدي مثلًا ينشأ من دراسة عينة لصنف ما مقارنة بدراسة الصنف كاملًا، لكن في منطق العلاقات فإن الاستقراء ينشأ من خلال دراسة جزء معين من النسق في ضوء التحليل الكامل للنسق[٧].

إن الاختلاف الكبير بين المنطق التقليدي ومنطق العلاقات عند بيرس هو أن منطق العلاقات ينظر إلى صورة العلاقة في عموميتها وأنواعها المختلفة والممكنة، أما

المنطق التقليدي فإنه لا يهم إلا بالتشابه فقط ، لذلك فإن أي تصور يرتبط بالمنطق التقليدي فإنه يتم تعميمه وإثراؤه واستكماله في منطق العلاقات(٨).

إن منطق العلاقات بالنسبة لبيرس يعد أكبر وأهم من المنطق التقليدي ، فهو يشمل المنطق التقليدي ويتعداه تمامًا ، وقد أوضح بيرس بالعديد من الأمثلة التى توضح أن المنطق التقليدي يهتم بالتشابه فقط ، بينما منطق العلاقات يهتم بالعمومية بكافة أنواعها. ومن هذه الأمثلة التي ناقشها بيرس القضيتين الآتيتين:-

١ - ..... يكون أحمر

٢ - ..... أعطى .....، .....

ففي القضية الأولى وفى ظل المنطق التقليدي ، فإننا نرى استخدام فكرة الصنف والتشابه، حيث نجد أنفسنا أمام صنفين من الأشياء ، صنف الأشياء التي تكون حمراء ، وصنف الأشياء التي تكون غير حمراء، كما أننا نكتشف معنى هذه القضية باستخدام أسوار كلية ووجودية، كما أنه من الممكن أن نصل في النتيجة إلى أشياء لم تكن موجوده بالفعل في المقدمات، فإذا قلت مثلًا أن

بعض الزهور تكون حمراء

أنا أحمل زهرة خلف ظهري

إذن قد يكون خلف ظهري زهرة حمراء

إن هذه القضية في منطق العلاقات فيتم اكتشافها بشكل مختلف، حيث لم تعد نستخدمها لبناء أصناف من الأشياء المتشابهة ، بل أصبحت جزءًا من نسق أكبر يمكننا أن نفهم بداخله تلك القضية (.....يكون أحمر)، ومن خلال هذه القضية يمكننا أن نستدل على سياق أكبر يوجد فيه أشياء مرئية وكائنات، بحيث يمكننا أن ننتقل بعد ذلك، إلى اللون بصفة عامة، ثم الرؤية بصفة عامة أيضًا، وترددات وإشعاعات ونظم بصرية ، الأمر الذي يقودنا إلى استخدام اللون الأحمر في العديد من الأعمال الفنية،

وإلى أهداف الفنان من إيجاد ذلك العمل الفني الأحمر اللون، وبذلك فإننا نستطيع فهم هذه القضية من خلال نسق ترتبط فيه العديد من الأشياء بعلاقات فيما بينها.

أما القضية الثانية (.... أعطى .....، .....) فنظرًا لأنها قضية ثلاثية فإن دراستها في المنطق التقليدي يعد أمرًا معقدًا، فبدلًا من وجود شيء واحد يؤدي إلى تشابه، فإننا نجد أنفسنا أمام مجموعة مرتبة مثل "أنتوني، خاتم ، كليوباترا" ، لذلك فإن قوة منطق العلاقات تسمح لنا ليس فقط بالانتقال من العينة إلى المجموعة، وإنما أيضًا من الجزء إلى النسق بكامله، حيث نستطيع أن ننتقل إلى أشياء مثل "الجواهرجي"، "صاحب بنك"، "أشياء تجذب النساء"، وغيرها"[٩].

وبذلك نجد أن منطق العلاقات ينظر إلى مفاهيم الصنف والتشابه على أنها توجد داخل نسق أكبر من العلاقات ، هذا النسق يتألف من أشياء ليست بالضرورة أن تكون متشابهة على الاطلاق، وهذا الأمر مهم جدًا لفلسفة العلم، حيث أن القانون العلمي، أو حتى الصيغ الرياضية، جميعها عبارة عن أنساق لا تتشابه عناصرها مع بعضها البعض[١٠].

لذلك فإن المنطق الجديد (منطق العلاقات) كما يرى بيرس نحتاج إليه للكشف عن قوانين الطبيعة وفهمها، وهذا ليس أمرًا غريبًا على اعتبار أن العلاقات تمثل جوهر قوانين الطبيعة[١١].

وأيضًا إذا كانت العلاقة الأساسية في المنطق التقليدي هي علاقة الهوية (التطابق) فإن منطق العلاقات يهتم بالإستنتاج، ويقدم بيرس مثالاً على ذلك حيث يرى أن القضية التى تقول "الإنسان فانٍ" عند تحليلها تكون مكافئة للقضية التى تقول "بالنسبة لكل فرد إذا كان إنسان فإنه فانٍ" حيث أن الرابطة هنا لا تعبر عن معنى التطابق، وإنما تعبر عن معنى السابق باللاحق، وهو ما تعبر عنه الرابطة "إذا ... إذن....." حيث تشير إلى حقيقة أن اللاحق ينتج عن السابق.[١٢]

إن أية قضية عند بيرس تمثل علاقة منطقية ، فطبقًا للحديث القديم في المنطق عن الموضوع والمحمول – فإنه يمكن أن نعتبر مسميات العلاقة المنطقية عبارة عن

الموضوع ، أما العلاقة نفسها (الحد الذي يعبر عن العلاقة) يمكن اعتباره محمولًا، فمثلًا القضية التي تقول " محمد أخ لـ أحمد" فإن الموضوع هنا هو حدود العلاقة نفسها(مسمياتها) وهو الأفراد التي ترتبط بهذه العلاقة –وهى هنا – محمد و أحمد– أما المحمول فهو الحد الذي يعبر عن العلاقة نفسها وهو هنا كلمة " أخ لـ" أي علاقة الأخوة(١٣).

مما سبق فإن بيرس يري أنه يمكننا النظر إلى أية قضية – حتى القضية الحلمية – على أنها قضية علاقة – إذ يمكننا النظر إلى المحمول على أنه يتعلق بشيءٍ واحد وهو الموضوع – ويسميها "علاقة واحدية"Monadic Relation، تقول في القضية "سقراط حكيم" أن "حكيم" حد يتعلق بسقراط، ومن ثم نظر إلى أي حد عام على أنه ينطوي على علاقة واحدية، أي علاقة بشيء واحد، ويسمي بيرس العلاقة "ثنائية" dyadic إذا ربطت بين حدين ، مثل " أ أكبر من ب"، ويسميها "ثلاثية" triadic إذا ربطت بين ثلاثة حدود ، مثل " أ أعطى ب الى ج ، و" ، ويسميها "متعددة الأطراف" polyadic اذا ربطت بين عدد أكبر من الحدود(١٤).

والجدير بالذكر أن بيرس قد فرق بين العلاقة الثنائية الفردية والعلاقة الثنائية العامة ، فالعلاقة الثنائية الفردية هي التي تربط بين فردين من الأشياء ، أما العلاقة الثنائية العامة – فهي التي تربط بين صنفين من الأشياء(١٥).

وأيضًا هناك شيء مهم آخر في منطق العلاقات يتعلق بالتجريد، حيث أن كل خطوة في الاستدلال الرياضي تكتسب أهميتها من حقيقة أنها تحتوى على نوع من التجريد، حيث من خلال التجريد تتحول عناصر الفكر من أفكار عابرة إلى عناصر جوهرية، وبالتالي يصبح بالإمكان دراستها من خلال اكتشاف العلاقات التي ترتبط بينها، وبهذا الشكل فإن العمليات الإجرائية تصبح هي ذاتها موضوعات للعمليات الإجرائية، ولعل هذا الأمر عند بيرس (أي موضوع التجريد) يعد عاملًا مهمًا في تطوير المعرفة (١٦)، فمثلًا يرى بيرس أنه في أية قضية تمثل علاقة منطقية فإنه طبقًا للنظرة التقليدية في المنطق عن الموضوع والمحمول فإنه يمكن أن نعتبر أن مسميات

العلاقة المنطقية عبارة عن الموضوع، أما العلاقة نفسها (الحد الذي يعبر عن العلاقة) يمكن اعتباره محمولًا.

فالقضية التى تقول أن "محمد اخ لـ أحمد" فإن الموضوع هنا هو حد العلاقة نفسها وهو الافراد التى ترتبط بهذه العلاقة، وهي هنا محمد وأحمد، أما المحمول هنا هو الحد الذي يعبر عن العلاقة نفسها وهو هنا كلمة (أخ لـ ... .) أي "علاقة الاخوة"(١٧).

مما سبق نرى أن مناقشة الأساس النظري لمنطق العلاقات عند بيرس تعد كثيرة وكثيفة، الأمر الذي يؤكد أن منطق العلاقات عند بيرس يعد أحد أهم أعماله وأفضلها على الإطلاق.

ثانياً– نظرية العلاقات عند بيرس وعلاقتها بالمنطق الرياضي

من خلال دراسة بيرس للمنطق الرياضي اكتشف أن المنطق الرياضي يمكن أن يمتد الى منطق العلاقات، وهو في هذا الصدد يقول " بالنظر إلى دراساتي المنطقية عام ١٨٩٧ م ، وجدت أنه من المستحيل تقديم استدلالات في مجال الهندسة أو حتى في مجال الجبر في صور القياس المنطقي المعتاد، باستثناء جبر المنطق عند جورج بول، لذلك كان من الضروري توسيعه وتطويره حتى نتمكن من تمثيل القياسات في الهندسة والجبر(١٨).

لقد أدرك بيرس توسيع نطاق جبر المنطق بحيث يشمل نظرية في العلاقات(١٩). فجبر المنطق عند بول كما يري بيرس له جمالًا منفردًا إلى الحد الذي دفع إلى الاستفسار عما إذا كان من الممكن تطويره والتوسع فيه ليشمل المنطق الصوري كله بدلًا من أن ينحصر في ذلك الجزء الموجود عند بول"(٢٠).

لقد قام بيرس عام ١٨٧٩ بكتابة أولى مقالاته في هذا الشأن وكانت بعنوان "وصف أفكار منطق العلاقات" والتي رأى فيها أن نجاح بول في إنشاء جبر المنطق قد دفع ببعض علماء المنطق إلى افتراض أن المنطق يجب أن يكون قادرًا على تمثيل

قوانينه بصورة جبرية، فالتطور في هذا الاتجاه هو الذي دفع بيرس إلى تقديم منطقًا للعلاقات على غرار جبر المنطق عند بول(٢١).

لقد اعتمد بيرس في بناء نسقه المنطقي لنظرية العلاقات على أساس دالات القضايا، بحيث يتوقف الحساب التحليلي للعلاقات على الحساب التحليلي لدوال القضايا ، فالعلاقة الثنائية مثلًا تتطلب فردين يحلان محل متغيرين في دالة القضية بحيث تتحول دالة القضية الى قضية صادقة(٢٢).

من هنا قام بيرس باستكمال جبر المنطق عند بول وتطويره لجعله يتناسب مع كل استدلال خاص بالأصناف والعلاقات (٢٣).

يقول بيرس في مقالته "وصف أفكار منطق العلاقات" ما يلي:- "لقد قمت بابتكار جبرًا آخر يبدو لي أكثر قيمة، في هذا الجبر تتألف كل قضية من جزئين هما جزء الأسوار، وجزء جبر المنطق عند بول والذي يتألف من عدد من الحدود التي توجد بينها علاقات، والتي يتم توحيدها بواسطة الجمع النسبي والضرب النسبي، ويتم التعبير عن الحد الأول في العلاقة بحرف كبير يكتب على السطر والذي نطلق عليه "الأساس" أما الحرف الصغير والذي يكتب فوق يسميه الحرف الكبير فيشير إلى الأفراد التي تملأ هذه العلاقة وهو هنا الأُس، أما الأسوار فتكتب على يسار الجزء الذي يمثل جبر المنطق عند بول(٢٤).

وطبقًا لما قاله بيرس نجد أنه استخدم بعض المتشابهات الرياضية للتعبير عن العلاقات المنطقية، مثل استخدامه لقانون "رفع القوة الجبرية" أو ما يطلق عليه اسم "اللوغاريتمات النسبية" Relative Logarithms ، والتي يمكن تبسيطها في عملية الأساس والأُس، فالأساس هو ذلك الرقم الذي يضرب في نفسه، أما الأُس فهو ذلك الرقم الذي يدل على عدد مرات ضرب الأساس في نفسه.

فمثلًا استخدم بيرس الصيغة W^m والتي تعني أنه يوجد w لكل m، فمثلًا إذا كانت w تشير إلى "حكيم"، و s يشير إلى فرد وليكن سولومن فان W^s هنا لا تشير إلى "سولومن الحكيم" ولكن معناها هنا "الأكثر حكمة من سولومن"(٢٥).

لكن من الملاحظ هنا أن بيرس لم يقدم تعريفًا صوريًا لقانون رفع القوة الجبرية" حيث قام فقط بالاسترشاد به كما جاء في الحساب[٢٦].

ثالثاً – المصطلح الرمزي لنظرية العلاقات عند بيرس

قام لويس بعرض الصورة التعريفية لحساب منطق العلاقات عند بيرس عام ١٨٨٢[٢٧]. وقد أشار لويس اليها في النقاط الاتية[٢٨]:-

١- العلاقات مثل L,R,S,W.

٢- الحدود العلاقية مثل a لـ b لـ c ... الخ.

٣ – نفي x هو x –.

٤ – عكس x هو x... فاذا كان x هو المحب فان x... هو المحبوب .

٥ – الجمع غير النسبي(المنطقي) لـ a + b يكون اما a او b .

٦ – الضرب غير النسبي(المنطقي) لـ a×b يكون كل من a و b .

٧ – الضرب النسبي a/b يكون a لكل b .

٨ – الجمع النسبي a † b يكون علاقة a بكل شئ غير b اى علاقة a بكل لا b .

٩ – العلاقة الفارغة هي 0 وهي نفي 1 .

١٠ – العلاقة (N) وتعني يختلف عن، أي مميز عنه.

١١ – علاقة التطابق I وتجمع كل حد مع ذاته.

١٢- Σ هي علاقة تدل الجمع على السور الجزئي.

١٣- Π تدل على حاصل الضرب أو الصور الكلي

رابعاً – المبادئ العامة لنظرية العلاقات عند بيرس

أ- استخدام اللوغاريتمات النسبية

لقد استخدم بيرس عددًا من المبادئ التي تعتمد على "اللوغاريتمات النسبية" والتي يظهر فيها مقدار التشابه بين اللوغاريتمات النسبية في الحساب واللوغاريتمات النسبية في العلاقات ، وذلك يتضح في المبادئ الآتية(٢٩):-

1- $R^S = (R^-, S)^-$

2- $(S^L)^W = S^{(L;W)}$

3- $S\ (^{M+W}) = S^M . S^W$

4- $(R.S)^T = R^T . S^T$

5- If $R \leq S$ Then $T^S \leq T^R$

يري بيرس أنه من السهل تفسير هذه المبادئ من خلال مجموعة من البديهيات الحديثة لنظرية العلاقات، فمثلًا قام بيرس بتفسير المبدأ رقم 2 حيث يرى أن كل ما يرتبط بأية امرأة بعلاقة "خادم لكل محبيها" يكون هو ذاته "خادم لكل محب للمرأة"

وقام بيرس بتفسير المبدأ رقم 3 حيث يرى أن "خادم كل رجل و امرأة" هو ذاته "خادم لكل رجل وخادم لكل امرأة "

أما تفسير المبدأ رقم 4 فلم يقدم له بيرس تفسيرًا هنا لأنه يرى أنه واضح وضوح قوانين اللوغاريتمات النسبية (٣٠).

أما المبدأ رقم 5 فعلى الرغم من أن بيرس يرى أنه يوازى قوانين اللوغاريتمات النسبية في الحساب إلا أنه قام بتفسيره كما يلي:-

"إذا كان R محتواه في S إذن T لكل S تكون محتواة في T لكل R "

وقد قام بيرس بالبرهنة مثلًا على المبدأ رقم 2 باستخدام قوانين جبر المنطق عند بول، حيث يرى أنه في ضوء العلاقات نحصل على: -

$(S^L)^W = (S^-; L)^{-W} = ((S^-; L)^{- -}; W)^-$

وبتطبيق قانون النفي المزدوج نحصل على :-

$((S^{-}; L)^{- -}; W)^{-} = ((S^{-}; L); W)^{-}$

ونظراً لأن الضرب النسبي هو قانون توزيعي فمثلاً نجد أن خادم (محب الزوجة) هي ذاتها (خادم محب) الزوجة ، لذلك نحصل على الصيغة الآتية:-

$((S^{-}; L); W)- = (S^{-}; (L; W)^{-}$

وبذلك يكتمل البرهان على المبدأ رقم 2 [٣١] . وهو:-

$$(S^{L})^{W} = S^{(L.W)}$$

واتباعًا لأسلوب المشابهة بين اللوغاريتمات النسبية في الحساب – واللوغاريتمات النسبية في العلاقات – نجد أن بيرس يتحدث عما يعرف بـ"الدالة العكسية للوغاريتمات النسبية" The Function Inverse Relative Logarithms حيث إذا كان لدينا $R=b^{S}$ باعتبار أن b هنا هي أساس العلاقة النسبية ، إذن ينتج Log b = Rs [٣٢].

وقام بيرس أيضًا بالحديث عن العلاقة G والتي تتميز بالعديد من السمات التى يمكن التعبير عنها بالصيغة $R = G^{S}$ ، والتي تعني أنه لكل R يوجد S واحدة على الأقل، وهذا يعني أن بيرس قد استخدم الرمز G بشكل متكرر للدلالة على العدد أحيانًا وأحيانًا أخرى للدلالة على علاقة التباين والتي يتم التعبير عنها بكلمة "ماعدا" والتى يرمز لها في الجبر بالرمز (0) .

وقد استخدم بيرس العديد من المبرهنات التى تحتوي على العلاقة G والتي منها:-

$1 - G^{(R.S)} = G^{R} + G^{S}$

$2 - G^{(RS)} = G^{R}, S$

وباستخدام الرمز الحديث لعلاقة التباين وهو (0) فإنه يمكننا التعبير عن المبرهنات السابقة كما يلي[٣٣]:-

$1 - 0^{(R.S)} = 0^{R} + 0^{S}$

$2 - 0^{(RS)} = 0^{R}, S$

إن الصيغة السابقة والتى تقول $G^{R.S} = G^R + G^S$ إنما تكافئ صيغة دي مورجان التي تقول:-

$$not\ (R.S) = not\ R.\ not\ S$$

وباستخدام جبر المنطق عند بول فإنها تكافئ الصيغة $R.S = R + S$

وبالتالي فإن صيغة دي مورجان التي تقول: -

$$(R.S)^- = R^- + S^-$$

تكافئ عند بيرس الصيغة $Log\ (R.S) = Log\ r + Log\ s$

وأيضًا فإن صيغة دي مورجان التي تقول أن

$$(\ R + S) + = R^-\ .\ S^-$$

تكافئ عند بيرس الصيغة التي تقول أن:

$$Log\ (\ R + S) = Log\ R.\ Log\ S$$ [34].

وقد قدم بيرس بعض التعديلات على حدود العلاقة عند دي مورجان وذلك عن طريق تقديم نسق رمزي أكثر رياضية نذكر منه ما يلي[٣٥]:-

$$1 - 1/S^W \subset (1\ /\ S)$$

وتعني أن محب (بعض) خادم كل النساء يتضمن على كل النساء في علاقة المحب لخادمها

$$2 - If\ 1 \subset S\ Then\ 1^W \subset S^W$$

وتعني أنه إذا كان كل المحبين يكونوا خادمين، إذن فإن كل محب امرأة يكون أيضًا خادم لكل امرأة.

$$3 - If\ S \subset W.\ Then\ 1^W \subset 1^S$$

وتعني أنه إذا كان كل الخدام تتضمن محبي النساء، إذن فإن كل محبي النساء تتضمن أيضًا محبين خادمي النساء

$$4 - (1/S)\ W = 1/(S/W)$$

وتعني أن محبين خادمي النساء هم أنفسهم المحبين لكل خادمي النساء

$$5- (1^{S})^{W} = 1(S/W)$$

وتعني أن محبين خادمي لكل النساء هي نفسها محبين لكل خادمي النساء

$$6 - 1^{S+W} = 1^{S} \times 1^{W}$$

وتعني أن المحبين لكل شخص يكون خادمًا للنساء يكون محباً لكل خادمي النساء ومحبًا لكل النساء

$$7 - (1 \dagger\ S)^{W} = 1^{W} \dagger\ S^{W}$$

وتعني أن المحب لخادم النساء يكون محبًا للنساء وخادمًا للنساء

ب – <u>عكس العلاقة ونفيها عند بيرس</u>

عرف بيرس العلاقة العكسية بأن كل علاقة لها عكس ، وذلك عن طريق عكس ترتيب أعضائها، فمثلا عكس العلاقة (.....يحب .....) يكون (.....محبوب ....)

وقد عبر بيرس عن عكس العلاقة بأن وضع خطا منحنياً(على شكل حرف u) فوق العلاقة الأصلية ، فمثلا العلاقة $\breve{Y}$ عكسها تكون العلاقة Y ، فإذا كانت العلاقة p Y c فإن عكسها تكون العلاقة c $\breve{Y}$ p [٣٦] .

وإذا أراد بيرس عكس العلاقة الرئيسية ببين الحدود العلاقية فإنه يقوم بوضع الرمز u فوق العلاقة الرئيسية، وقد عبر عن ذلك بالصيغة الأتية [٣٧]:-

$$\breve{R} \quad + \quad \breve{S} \quad = \mathrm{R} \quad + \quad \breve{S}$$

وبالنسبة لنفي العلاقة – فإذا كان دي مورجان قد استخدم الحرف الصغير لنفي العلاقة – مثلا العلاقة R فإن نفيها هو العلاقة r ، أما بيرس فقد أشار لنفي العلاقة بوضع خطاً مستقيماً فوق العلاقة – فمثلا العلاقة R يكون نفيها هو $\bar{R}$ ، وبإجراء النفي المزدوج للعلاقة تنتج العلاقة الأصلية .

وإذا كانت I تعبر عن علاقة الهوية، فإن بيرس يرى أن $I, \bar{I}= 0$ [٣٨].

وإذا أراد بيرس نفي العلاقة الرئيسية ببين الحدود العلاقية فإنه يقوم بوضع خطًا مستقيمًا فوق العلاقة الرئيسية، وقد عبر عن ذلك بالصيغة$\bar{R} = \bar{S} + \bar{R} + S$[٣٩].

وقد قام لويس بتبسيط هذا النفي بأن قام بوضع أداة السلب(–) قبل العلاقة المطلوب نفيها .

جـ- <u>علاقة التضمن عند بيرس</u>

لقد تحدث بيرس عن علاقة التضمن (الاحتواء) بين العلاقات والتي يعني بها أن كل موضوعين مرتبطين بالعلاقة الأولى يكونا مرتبطين بالعلاقة الثانية ، والعكس ليس صحيح – بمعنى أنه ليس كل موضوعين مرتبطين بالعلاقة الثانية يكونا مرتبطين بالعلاقة الأولى، فحين نقول أن العلاقة "أ" تحتوي العلاقة "ب" – فلا يمكننا القول أن العلاقة "ب" تحتوي العلاقة "أ"[٤٠].

إن علاقة التضمن عند بيرس هي علاقة أساسية ، وهي ما نعبر عنها بالصيغة (إذا ....إذن....)، وقد استخدم بيرس هذه العلاقة أولًا لتقديم فهمًا جديدًا للقضية الحملية، وفي ذلك يقول في كتابه عام ١٨٩٦م "لقد أعلنت منذ عام ١٨٦٧م أنه توجد علاقة منطقية أساسية وهي التضمن... ليست القضية عندي سوى استدلال عزلنا عنه تقرير مقدمته الكبرى ونتيجته ، وذلك يجعل كل قضية في أساسه شرطية متصلة، وبالمثل ليس الحد أو اللفظ الدال على صنف عندي سوى قضية خلا مكان موضوعها أو أن موضوعها غير محدد...تعطي هذه النظرية للمنطق وحدة كبرى" فقد رأى بيرس أن القضية التي تقول "كل إنسان فانٍ" مثلًا تعني أنه "إذا كان س حاصلًا على الصفة"أ" فإنه يلزم أن يكون حاصلًا على الصفة "ب" أو "إذا كان س إنسانًا فهو إذن

فانٍ" ومن ثم يرد بيرس القضية الحملية إلى شرطية متصلة ، لا أن يُرد الشرطيات إلى حمليات كما حاول التقليديون(٤١).

وقد استخدم بيرس الرمز ≻— بدلا من ≤ للتعبير عن التضمن بين العلاقات، فمثلاً استخدم الصيغ الآتية للتعبير عن التضمن بين العلاقات(٤٢):-

$$(R —\prec S) = (\bar{S} —\prec \bar{R})$$

$$(R —\prec S) = (\breve{R} —\prec \breve{S})$$

إلا أن لويس عندما قام بعرض أعمال بيرس استخدم الرمز ⊂ للتعبير عن علاقة التضمن عند بيرس ، وتبعًا لذلك فقد عبر لويس عن مجموعة من المبادئ التي أوردها بيرس في بحثه السابق والتي منها:- (٤٣)

١ – إذا كان $x \subset y$ و $y \subset z$ إذن $x \subset z$.

٢ – إذا كان $a \subset b$ إذن فإن هناك حدا ما هو x وحيث $a + x = b$.

٣ – إذا كان $a \subset b$ إذن هناك حداً ما هو y حيث ان $b\ y = a$.

٤ – إذا كان $b\ x = a$ إذن $a \subset b$.

٥ – إذا كان $a \subset b$ إذن $(c + a) \subset (c + b)$.

٦ – إذا كان $a \subset b$ إذن $c\ a \subset c\ b$.

٧ – اذا كان $a \subset b$ إذن $a\ c \subset c\ b$.

٨ – $b \subset b\ a$.

٩ – $x \subset (x + y)$.

إن معظم المبادئ السابقة بعيدًا عن رقم ٤ قد تم إقرارها عند مناطقة آخرين أمثال بول وجيفونز، أما المبادئ من ١ الى ٩ فتعتبر حديثة الاستخدام.(٤٤)

وبعد ذلك فقد ظهرت علاقة التضمن في العديد من مقالات بيرس، حيث أقر بيرس المبدأ الذي يقول إذا كان y ⊂ x عندئذ x− ⊂ y − ، وتأسيسًا على هذا المبدأ ظهرت مبادئ الحذف والإبدال ، وأيضًا فإن هذا المبدأ يعبر عما نسميه اليوم " اللزوم المادي"[٤٥]، والذي كان بيرس يقرأه في العلاقة (y ⊂ x) بأنه إذا كانت x صادقة فإن y صادقة أيضًا، بحيث لا يمكن تبعًا للحالة الواقعية للأشياء أن تكون x صادقة بينما y تكون كاذبة[٤٦]، وفي ظل هذا المبدأ قام بيرس بصياغة القضايا الآتية[٤٧]:-

١ – x ⊂ (y ⊂ x) .

وتعني أن أية قضية صادقة تكون متضمنة بكل قضية.

٢ – x ⊂ [(x ⊂ y) ⊂ y] .

وتعني أنه إذا كانت x تضمن y وهذا يتضمن x الصادقة اذن x تكون صادقة.

٣ – x ⊂ x .

أي أن x تتضمن نفسها.

٤ – [y ⊂ (x ⊂ z)] ⊂ [x ⊂ (x ⊂ z)] .

وتعني أنه إذا كان من الصدق أن x تتضمن (y تتضمن z) إذن من الصدق أن y تتضمن

(x تتضمن z).

٥ – x ⊂ [(x ⊂ y) ⊂ y] .

أي أنه اذا كانت x صادقة إذن فان y صادقة إذا كان x تتضمن y .

٦ – [(x ⊂ z) ⊂ [(y ⊂ z) ⊂ (x ⊂ y) .

وتعني أنه إذا كانت x تتضمن y فإن y تتضمن z وهذا بدوره يتضمن أن x تتضمن z.

د-**علاقة التضمن وحساب الأصناف**

إن استخدام علاقة التضمن يعد المادة الأساسية التي يقوم عليها حساب الاصناف(٤٨).

حيث يرى بيرس انه اذا كانت افراد الصنف w هي w1 و w2 و w3 ... الخ لأن

$$W = w_1 + w_2 + w_3 + \dots \text{ الخ}$$

وبذلك فإن w تشير إلى عضو غير محدد في WS ومن هنا استخدم بيرس الصيغة S^W ليشير إلى العلاقة (خادم كل امرأة) مثلاً ، وبالتالي فإن الصيغة S/W تعني خادم (بعض، أية) امرأة

وبذلك فان $IS = S/W$ ($w_1 + w_2 + w_3 + \dots$ الخ)

وبذلك ينتج أن S/W_n هي حاصل الضرب النسبي الناتج عن S المتعلق بـ W_n (٤٩).

وقد عبر بيرس عما سبق بإختصار باستخدام الصيغة الآتية(٥٠):

$$W = \Sigma\ W$$

$$S^W = \Pi\ W\ (S/W)$$

حيث أن Σ هي علاقة تدل الجمع على السور الجزئي و Π تدل على حاصل الضرب أو الصور الكلي ،وإذا لم تعبر W عن صنف فارغ فإنه يكون

$$\Pi\ w\ (S/W) \subset \Sigma_W\ (S/W)$$

أي أن صنف (خادم كل امرأة) يكون يتضمن صنف (بعض خادمي المرأة)

ومن ثم يكون الاتي:-

$$(1/S)^W \subset 1/S/W$$

أي أن "محب خادم كل النساء" يكون نفسه هو "محب خادم المرأة "

$$1^{s} \subset (1/S)^{W}$$

بمعني أن محب كل خادم النساء يرتبط بكل امرأة في علاقة المحب لخادمها.

حيث استخدم لويس صياغة حديثة للتعبير عن العلاقة التى تقول "خادم امرأة " وهذه الصيغة هي S/W ،وعن العلاقة متعددة النمط مثل (خادم محب المرأة) بالصيغة:-

$$S/(1/W) = (S/1)\ W \quad .(٥١)$$

حيث استخدم الرقم 1 للتعبير عن "محب"

وقد عبر عن جمع هذه العلاقة بالصيغة S/W † s/m = S/(m † w) وتعني أن "خادم المرأة أو الرجل" تساوى "خادم الرجل أو خادم المرأة"

لكن الصيغة السابقة غير قابلة للتبادل، بمعنى ان S / 1 ≠ S/1 أي أن خادم المحب ليس هو محب الخادم(٥٢).

وتبعًا لذلك فقد صاغ لويس عدة مبادئ بصيغ مبسطة عن تلك التي استخدمها بيرس، ومنها الصيغ الآتية(٥٣): -

$1/S/^{W} \subset (1/S)^{W}$ أي ان محب خادم النساء يكون محب لخادم المرأة .

$1^{s\ W} \subset (1/S)^{W}$ وتعني ان محب كل خادم كل النساء متضمن في المحب لخادم كل إمراة، (ما لم تكن S^{W}) صنفًا فارغًا.

$1^{S/W} \subset 1^{S}/w$ وتعني أن محب كل خادم المرأة متضمن في المحب لخادم كل امرأة

مما سبق نجد أن المنطق الرياضي كان يتعامل مع جبر الأصناف على أساس التشابه بين سمات الأفراد ، لكن بعد تطور منطق العلاقات (جعل منطق العلاقات امتدادًا للمنطق الرياضي وتمثيله بصورة جبرية) نجد أن منطق العلاقات قام بتوسيع مجال المنطق ليشمل أصناف الثنائيات والثلاثيات أو الأصناف المتعددة الأطراف،

والتي تشترك معًا في سمة مشتركة، وبذلك يصبح الصنف هنا هو صنف الثنائيات أو الأكثر، وليس صنف الأفراد(٥٤).

كما أن استخدام بيرس للرمز Σ للدلالة على الجمع والرمز Π للدلالة على حاصل الضرب وهو بذلك يكون قد كتب المنشأ التاريخي للزوم الصوري(٥٥).

هـ-<u>العلاقات متناهية الصغر عند بيرس</u>

بالنسبة للعلاقة S التي ترتبط بأي شيء إلا عناصر w فان بيرس يستخدم الصيغة s_W والتي يسميها التراجع العكسي Back Wards Involution ، وقد تحدث بيرس عن حدود العلاقات من هذا النمط حيث أطلق عليها "حدود العلاقات متناهية الصغر Infinitesimal Relatives ، وقد ذكر بيرس عدد من القوانين بها هذا النوع من العلاقات نذكر منها ما يلي(٥٦):-

$$1- \text{ if } s \subset w \text{ then } {}^{1}_{s} \subset {}^{1}_{w}$$

وتعني أنه إذا كان كل الخادمين للنساء عندئذ يكون محبين لا أحد غير الخادمين تتضمن أيضًا محبين لا أحد غير النساء.

$$2 - \text{ if } 1 \subset s \text{ then } {}^{s}w \subset {}^{1}w$$

وتعني أنه إذا كان كل المحبين خادمين إذن فإن كل خادمي لا أحد سوى النساء يكون محبًا لا أحد سوى النساء.

$$3 - {}^{1}({}^{s}w) = {}^{(1/s)}w$$

وتعني أنه كل المحبين لا أحد سوى خادمين النساء هم ايضًا محبين خادمي لا أحد غير النساء .

$$4 - {}^{1 \dagger s}w = {}^{1}w \times {}^{s}w$$

وتعني أن كل المحبين وخدم لا أحد غير النساء يكونوا هم ايضًا المحبين لا أحد غير النساء والخادمين لا أحد غير النساء .

$5 - {}^{(1/s)}\ w \subset {}^{(1s)}w$

وتعني أن كل من هو محب خادم لا أحد إلا النساء يكون ايضًا محب لكل خادم لا أحد غير النساء.

$6 - {}^{1\ /\ s}\ w \subset {}^{(1s)}\ w$

وتعني أن المحب لكل خادم لا أحد غير النساء يكون أيضًا لا أحد غير الخادمين و لا أحد غير النساء.

$7 - {}^{1s}\ w \subset {}^{1}\ (s/w)$

وتعني أن كل محبين لا أحد غير خدام النساء تتضمن أيضًا كل المحبين لا أحد غير خدام كل النساء.

و – منطق المفهوم الثاني

هناك تطور آخر يتعلق بمنطق العلاقات عند بيرس ، هذا التطور هو ما أسماه بيرس "منطق المفهوم الثاني[٥٧] "Second Intentional Logic، والذي يتم التعبير عنه بأفكار مثل علاقة التطابق I، حيث يرى بيرس أنه يمكننا مثلًا أن نعبر عن اثنين من الموضوعات واللذين يشيران إلى نفس الشيء وليكن الموضوع i والموضوع j – حيث يمكن التعبير عن علاقة التطابق بينهما بالصيغة Iij حيث أن الرمز I هنا يعبر عن علاقة التطابق ، والتي تعني أن ما يصدق على i يصدق أيضاً على j ،ويمكن التعبير عن هذه العلاقة بالصيغة Iij=Ii Ij

ومن ثم فإن (Iij = (Iij + xi + xj - حيث أن x هنا تعبر عن الماصدقات التي تنطبق على i و j

إن المقصود بالمفهوم الثاني هنا يعني أنه في الأشياء المتطابقة يكون المحمول إما أن يكون صادق على كليهما أو يكون كاذب على كليهما أيضًا[٥٨] .

إن ما أطلق عليه بيرس "منطق المفهوم الثاني" إنما يعتبر بداية لما نسميه اليوم بـ " نظرية الفئات"theory of sets[٥٩] .

قد استطاع بيرس وباستخدام الصور التعريفية صياغة العديد من القوانين استكمالًا للحساب التحليلي لنظرية العلاقات المنطقية نذكر منها ما يلي[٦٠]:-

1. $-(-a)=a$
2. $(a \subset b) = (-b \subset -a)$
3. $X / (a \dagger b) = (x/a)\ b$
4. $X + (a + b) = (x + a) + b$
5. $X\ (a + b) \subset (x\ a) + b$
6. $(a + x) \dagger (b/x) \subset (a + b) / x$
7. $x/ (a \dagger b) \subset (x + a)\ (x \dagger b)$
8. $-(a/b) = -a \dagger -b$
9. $-(a + b) = -a + -b$
10. $-(a/b) = -a / -b$

وبالنسبة للعلاقات 0 , N , 1 فقد بيرس الصيغ الآتية[٦١]:-

1. $0 \subset X$
2. $X + 0 = X$
3. $X + 1 = 1$
4. $1 + X = 1$
5. $X + N = X$
6. $N + X = X$
7. $X + -X = 1$

وينبغي أن نلاحظ أنه في حساب العلاقات عند بيرس أنه لا يوجد تماثل، حيث أشار بيرس إلى هذا بنفسه حيث قال "لا يمكن توظيف استخدام مبادئ عامة في الاستبعاد أو الحذف على نحو شامل(٦٢)، لأن هذا لا يحدث تأثيرًا كبيرًا، لأن القيمة الرئيسة لأي حساب يتعلق بالعلاقات لا تتمثل في الحذف والاستبعاد ، وإنما تتمثل في الاستنباطات التي يمكن إجراؤها بشكل صحيح ومباشر من الصيغ الموجودة في ذلك الحساب.(٦٣)

لقد اهتم العديد من المناطقة مثل "بوخنسكي" BOCHENSKI ووليام نيل KNEAL,W. بمقالة بيرس التي تحمل عنوان "منطق الحدود العلاقية" الصادرة عام ١٨٨٣ حيث أن بيرس في هذه المقالة استخدم الأُسس السفلية في حساب العلاقات وذلك ليوضح أن هذه الحدود يفترض أن ترتبط بأية علاقة وبأية ترتيب.

إن جبر العلاقات عند بيرس والمستمد من جبر المنطق عند بول يعتبر أكثر تعقيدًا حيث يصعب السيطرة عليه والتعامل معه مقارنة بالجبر الحسابي الذي من الممكن أن توجد فيه ثلاثة أو أربعة أُسس في عمليات اللوغاريتمات النسبية، وهذا ما يصعب التعامل معه في جبر العلاقات عند بيرس، كما أن العمليات العكسية في جبر العلاقات هي عمليات غير حتمية ، أما في الجبر الحسابي فإنها تكون حتمية.

الخاتمة

لقد اهتم بيرس بتطوير نظرية العلاقات المنطقية ، حيث رأى أن ما قدمه دي مورجان في هذا المجال كان بمثابة عمل متعجل ، لذلك عمل بيرس على تطوير هذه النظرية وذلك عن طريق توسيع جبر المنطق عند جورج بول ليشمل نالعلاقات المنطقية، فنجاح بول في إنشاء جبر المنطق دفع ببيرس إلى القول بأن المنطق ينبغي أن يكون قادرًا على تمثيل قوانينه بصورة رمزية، وهذا قد دفع بيرس إلى تطوير منطق العلاقات ليكون على غرار جبر المنطق عند بول، لذلك قام بيرس بإستكمال جبر المنطق عند بول لجعله يتلاءم مع كل استدلال خاص يالعلاقات المنطقية، حيث استخدم بيرس في سبيل ذلك بعض المتشابهات الرياضية للتعبير عن العلاقات

المنطقية مثل استخدامه اللوغاريتمات النسبية للتعبير عن مجموعة من المبادئ الرئيسية الخاصة بالحساب التحليلي للعلاقت المنطقية، وهو بذلك يكون أول من وضع حساب تحليلي لنظرية العلاقات المنطقية.

كما أن بيرس في سبيل إنجاز الحساب التحليلي لنظرية العلاقات قام بتسوير العلاقات المنطقية عن طريق الجمع والضرب النسبيين، وهو بذلك يكون قد كتب المنشأ التاريخي للزوم الصوري.

وأيضًا استطاع بيرس من خلال استخدام اللوغاريتمات النسبية التوصل إلى ما يسمى العلاقات متناهية الصغر، وعن طريق علاقة التطابق توصل إلى مايسمى منطق المفهوم الثاني والذي أسس لما يعرف اليوم بنظرية الفئات.

إن بيرس بتطويره نظرية العلاقات المنطقية يكون قد وضع الأُسس الحديثة لها ، والتي تأثر بها العديد من المناطقة اللاحقين علية أمثال أصحاب البرنكيبيا .

الهوامش

(1) Bochenski, Innocentius M.: Ancient Formal Logic. Amsterdam: North-Holland Publishing Company,1951, PP. 377 – 379.

(٢) محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي ،نشأته وتطوره ،دار النهضة العربية ، بيروت ١٩٧٣، ص ٩٩.

(3) Peirce, Charles Sanders: Collected Papers of Charles Sanders Peirce, Volume I Principles of Philosophy. Edited by Charles Hartshorne and Paul Weiss. Cambridge: Harvard University Press, 1931. P. 301

(٤) الإسمية - هي المذهب القائل بأن الأفكار والكليات إنما هي مجرد أسماء لا يقابلها شيء حقيقي ، وأن الأشياء الجزئية فقط هي الموجودة .

(5) Ibid, P. 5

(٦) عزمي اسلام: دراسات في المنطق مع نصوص مختاره، مطبوعات جامعة الكويت ، الكويت،١٩٨٥ ص٢٠٦

(7) Peirce, Charles Sanders, op- cit, P.9

(8) Loc - cit

(9) Boler, John F. Charles Peirce and Scholastic Realism: A Study of Peirce's Relation, to John Duns Scotus. Seattle: University of Washington Press,1963., P.77

(10) Ibid, P.76

(11) Ibid, P.87.

(12) Peirce, Charles Sanders. Collected Papers of Charles Sanders Peirce, Volume 4, The Simplest Mathematics. Edited by Charles Hartshorne and Paul Weiss. Cambridge: Harvard, 1960, P. 350

(13) Kneale, W. & Kneale, M. The Development of Logic, Clarendon Press, Oxford, 19971,, P. 431

(١٤) د. محمود فهمي زيدان – المنطق الرمزي ،نشأته وتطوره ، ص ٩٩.

(15) Peirce, Charles Sanders. Collected Papers of Charles Sanders Peirce, Volume 3, Principles of Philosophy. Edited by Charles Hartshorne and Paul Weiss. Cambridge: Harvard University Press, 1960, P. 181

(16) Peirce, Charles Sanders .op - cit. P.408

(17) Kneale, W. & Kneale, op- cit,, P. 431

(18) Benjamin S. Hawkins, JR : De Morgan, Victorian syllogistic and Relational Logic, Modern Logic, vol.5. no.2, 1995, PP.151 – 152

(١٩) د. محمود فهمي زيدان، المرجع السابق ، ص ٩٩.

(20) Kneale, W. & Kneale, M. The Development of Logic, P. 428.

(21) Ibid, p 429.

(22) Lewis, Clarence Irving. A Survey of Symbolic Logic. Berkeley: University of California Press, 1918,, p. 99.

(23) Benjamin S. Hawkins, JR : op - cit P.152

(24) Kneale, W. & Kneale, M. The Development of Logic .P. 431

(25) Roy Whelden: The Origins and Use of the Theory of Relations: Peirce, De Morgan , and Music Analysis, Transactions of the Charles S. Peirce Society, Vol. 36, No. 1, 2000, P. 52

(26) Ibid, P. 53

(27) Jorgensen, Jorgen. A Treatise of Formal Logic, vol.1. New York: Russell and Russell Inc., 1962, p.132.

(28) Lewis, Clarence Irving. . op - cit PP.90 – 92

(29) Roy Whelden ,op – cit, P. 54

(30) Loc - cit

(31) Ibid , P. 55.

(32) Loc - cit.

(33) Loc - cit

(34) Loc - cit

(35) Lewis, Clarence Irving. A Survey of Symbolic Logic, PP.88 – 90

(36) Peirce, Charles Sanders, The Logic of Relatives, in ,studies in logic, by. Members of the Johns Hopkins university ,Boston, Little Brown and company,1983.p. 191

(37) Peirce, Charles Sanders. Collected Papers of Charles Sanders Peirce, Volume 3, p. 195

(38) Peirce, Charles Sanders, The Logic of Relatives ,p.193

(39) Ibid,191

(40) Peirce, Charles Sanders. Collected Papers of Charles Sanders Peirce, Volume 3, p. 195.

(٤١) محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي ،نشأته وتطوره ، ص ٩٣.

(42) Peirce, Charles Sanders, The Logic of Relatives ,p.188

(43) Lewis, Clarence Irving op – cit,. PP.83 – 84

(44) Ibid.P.84.

(45) Jorgensen, Jorgen. op – cit p.131

(46) Lewis, Clarence Irving. op – cit, P.84

(47) Ibid. P.85

(48) Jorgensen, Jorgen. op – cit, p.132

(49) Peirce, Charles Sanders, Description of a Notation for the logic of Relatives, Resulting from an amplification of the conceptions of Boole's calculus of the logic, memoirs of the American Academy of Arts and sciences, communicated janurary,1870 ,p.345

(50) Peirce, Charles Sanders, The Logic of Relatives, p.201

(51) Lewis, Clarence Irving. A Survey of Symbolic Logic. P.86

(52) Peirce, Charles Sanders, Description of a Notation for the logic of Relatives, P345

(53) Lewis, Clarence Irving. op – cit, P.79

(54) Peirce, Charles Sanders. Collected Papers of Charles Sanders Peirce, Volume 3, p 9

(55) Lewis, Clarence Irving. A Survey of Symbolic Logic, P.79

(56) Peirce, Charles Sanders, Description of a Notation for the logic of Relatives, P.356

(57) Kneale, W. & Kneale, M. The Development of Logic , p. 432

(58) Kneale, W. & Kneale, M. The Development of Logic p. 433

(59) Ibid ,p. 433

(60) Lewis, Clarence Irving. A Survey of Symbolic Logic, PP.91 – 92

(61) Loc - cit.

(62) Peirce, Charles Sanders, The Logic of Relatives, p. 193

(63) Lewis, Clarence Irving. Op - cit, P.92

مصادر البحث

1. Peirce, Charles Sanders. Collected Papers of Charles Sanders Peirce, Volume I, Principles of Philosophy. Edited by Charles Hartshorne and Paul Weiss. Cambridge: Harvard University Press, 1931.
2. Peirce, Charles Sanders. Collected Papers of Charles Sanders Peirce Volume 4, The Simplest Mathematics. Edited by Charles Hartshorne and Paul Weiss. Cambridge: Harvard. 1960
3. Peirce, Charles Sanders. Collected Papers of Charles Sanders Peirce, Volume 3 Principles of Philosophy. Edited by Charles Hartshorne and Paul Weiss. Cambridge: Harvard University Press, 1960.
4. Peirce, Charles Sanders, The Logic of Relatives, in, studies in logic, by. Members of the Johns Hopkins university ,Boston, Little Brown and company,1983
5. Peirce, Charles Sanders, Description of a Notation for the logic of Relatives, Resulting from an amplification of the conceptions of Boole's calculus of the logic, memoirs of the American Academy of Arts and sciences, communicated janurary,1870

مراجع البحث الانجليزية

1. Benjamin S. Hawkins, JR : De Morgan, Victorian syllogistic and Relational Logic, Modern Logic, vol.5. no.2, 1995.
2. Bochenski, Innocentius M. Ancient Formal Logic. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1951.

3. Boler, John F. Charles Peirce and Scholastic Realism: A Study of Peirce's Relation to John Duns Scotus. Seattle: University of Washington Press, 1963.
4. Jorgensen, Jorgen. A Treatise of Formal Logic, vol.1. New York: Russell and Russell Inc., 1962.
5. Kneale, W. & Kneale, M. The Development of Logic, Clarendon Press, Oxford, 1971.
6. Lewis, Clarence Irving. A Survey of Symbolic Logic. Berkeley: University of California Press, 1918.
7. Roy Whelden: The Origins and Use of the Theory of Relations: Peirce, De Morgan ,and Music Analysis, Transactions of the Charles S. Peirce Society, Vol. 36, No. 1, 2000.

مراجع البحث العربية

١. محمود فهمي زيدان – المنطق الرمزي ، نشأته وتطوره ، دار النهضة العربية، بيروت ١٩٧٣ .
٢. عزمي اسلام– دراسات في المنطق مع نصوص مختاره، مطبوعات جامعة الكويت، ١٩٨٥.

Charles Peirce's Role in The Development of Relations Logic

Abstract

Charles Peirce developed the theory of logical relations, maintaining that the logic of relations is broader and more comprehensive than traditional logic. For, according to Peirce, any proposition—even the categorical proposition—can be viewed as a relational one: the predicate may be regarded as relating to a single entity, namely the subject, while the subject itself can be treated as individuals of the logical relation, and the relation itself can be understood as the predicate.

Through his study of mathematical logic, Peirce recognized that mathematical logic could be extended to encompass the logic of relations. He considered George Boole's algebra of logic particularly suitable for this task, and thus he expanded Boole's algebra in such a way that it could accommodate inferences concerning logical relations, to achieve this, Peirce employed certain mathematical analogies—such as relative logarithms—which enabled him to use both superscripts and subscripts in the calculus of relations, in order to demonstrate that these terms may be connected with any relation and in any order.

By developing the theory of logical relations, Peirce succeeded in formulating a number of definitional expressions for this theory. These expressions were, for the first time, applied to establish the principles and laws of the analytic calculus of the theory of relations.

Key Words: Peirce; logical relations; relative logarithms