أثر استخدام استراتيجية الفشل المنتج في تنمية المرونة الرياضية والمثابرة الرياضية لدي تلاميذ المرحلة الإعدادية

The Effect of Using the Productive Failure Strategy on Developing Mathematical Flexibility and Mathematical Perseverance among Preparatory Stage Students

إعداد

د مريم موسي متي عبد الملاك
أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد
كلية التربية، جامعة الوادي الجديد
mariammatta76@gmail.com

المستخلص

هدف هذا البحث إلى الكشف عن أثر استخدام استراتيجية الفشل المنتج في تنمية كل من المرونة الرياضية والمثابرة في حل المشكلات الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. ولتحقيق هذا الهدف، تم اتباع المنهج التجريبي ذو التصميم شبه التجريبي، حيث تم تطبيق البحث على مجموعتين من تلاميذ الصف الأول الإعدادي، إحداهما تجريبية (عددها ٣٥ تلميذًا وتلميذة) درست وفق استراتيجية الفشل المنتج، والأخرى ضابطة (عددها ٣٥ تلميذًا وتلميذة) درست بالطريقة التقليدية. تم استخدام مجموعة من أدوات البحث، شملت: اختبارًا للمرونة الرياضية، ومقياسًا للمثابرة في حل المشكلات الرياضية، وأداة للمقابلة نصف الموجه.

أظهرت النتائج وجود فرق ذا دلالة إحصائية عند مستوى (٠.٠١) بين متوسط درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في كل من اختبار المرونة ومقياس المثابرة، لصالح المجموعة التجريبية، مع وجود حجم أثر كبير. كما كشفت مقابلات بعض تلاميذ المجموعة التجريبية عن تطور في استراتيجيات الحل، وزيادة في المحاولة المتكررة، وثقة أكبر في القدرة على التعلم، ووعي بقيمة الخطأ والجهد في الفهم.

يوصي البحث بتضمين استراتيجية الفشل المنتج في تعليم الرياضيات، وتدريب المعلمين عليها، مع إجراء دراسات مستقبلية تستكشف أثرها في مراحل ومجالات تعليمية متنوعة.

الكلمات المفتاحية: الفشل المنتج، المرونة الرياضية، المثابرة الرياضية

Abstract

This study aimed to investigate the effect of using the Productive Failure strategy on developing both mathematical flexibility and perseverance in problem-solving among preparatory stage students. To achieve this goal, a quasi-experimental design was adopted, involving two groups of first-year preparatory students: an experimental group (n = 35) taught using the Productive Failure strategy, and a control group (n = 35) taught using traditional methods. A set of research tools was used, including a mathematical flexibility test, a perseverance in problem-solving scale, and a semi-structured interview tool.

The results revealed statistically significant differences at the 0.01 level between the mean scores of the experimental and control groups in both the flexibility test and the perseverance scale, in favor of the experimental group, with a large effect size. Interviews with some students in the experimental group also indicated development in problem-solving strategies, increased willingness to persist, greater confidence in learning abilities, and heightened awareness of the value of error and effort in understanding.

The study recommends incorporating the Productive Failure strategy in mathematics instruction, training teachers on its implementation, and conducting future research to explore its effects across different educational stages and contexts.

المقدمة:

في ظل التحولات المعرفية المتسارعة، لم تعد النظم التعليمية تقتصر على نقل المعرفة وتلقين المهارات، بل أصبحت تسعى إلى إعداد متعلمين يمتلكون كفاءات عليا في التفكير، قادرين على التكيف مع المشكلات المعقدة، وحلها بطرق مرنة وفعالة. ويُعد تعليم الرياضيات من أبرز المجالات التي تتطلب إعادة نظر في الأساليب التقليدية، نظرًا لما تتطلبه من فهم عميق، وتفكير نقدي، واستعداد دائم للمواجهة والمثابرة. وفي هذا السياق، أصبحت تنمية الكفاءة الرياضية Mathematical Proficiency من أولويات التعليم، بوصفها مكونًا حيويًا في تكوين العقل التحليلي، وتمكين المتعلم من استخدام معارفه في مواقف جديدة ومعقدة .

تُعد المرونة الرياضية Mathematical Flexibilityأحد أبرز أبعاد الكفاءة الرياضية التي حظيت باهتمام متزايد في العقود الأخيرة، نظرًا لدورها الفعّال في تمكين المتعلمين من التعامل مع المواقف الرياضية المعقدة بطريقة إبداعية وفعالة(Newton et al., 2020) . وتشير إلى القدرة على استخدام استراتيجيات متنوعة لحل المشكلات الرياضية، والتبديل بينها بسلاسة حسب السياق، بما يعكس فهمًا عميقًا للمفاهيم والعلاقات الرياضية(Hickendorff et al., 2022) . وتمثّل هذه المهارة مؤشرًا أساسيًا على الفهم الحقيقي؛ إذ لا يقتصر المتعلم على تطبيق خطوات محفوظة، بل يُظهر وعيًا بالعلاقات الرياضية ويبتكر حلولًا بديلة تتناسب مع السياق المعطى، مما يجعلها عنصرًا محوريًا في تطور الكفاءة الرياضية والنجاح فيها في المراحل اللاحقة (Star et al., 2015). لهذا السبب، أصبحت المرونة موضع اهتمام متزايد من قِبل علماء النفس المعرفيين، والمربين، وخبراء تعليم الرياضيات (Star et al., 2009). وقد انعكس هذا الاهتمام أيضًا في التوجهات المؤسسية، كما في موقف المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)، الذي أكد أن جميع التلاميذ بحاجة إلى امتلاك معرفة عميقة ومرنة لمجموعة متنوعة من الإجراءات، إلى جانب القدرة على إصدار أحكام نقدية بشأن الإجراءات أو الاستراتيجيات المناسبة للاستخدام في مواقف معينة (NCTM, 2014) . دعمًا لأهميتها، أظهرت العديد من الدراسات أن المرونة الرياضية تُسهِم في تسهيل الانتقال البعيد نسبيًا، مثل حل المشكلات غير المألوفة (Rittle-Johnson & Star, 2009)، كما تُعزّز المعرفة المفاهيمية والإجرائية في الرياضيات (Rittle-Johnson et al., 2012).

وفي الوقت ذاته، تُعد المثابرة الرياضية Mathematical Perseverance سمة معرفية وانفعالية مهمة، تُشير إلى استعداد المتعلم لمواصلة العمل رغم الصعوبات والإخفاقات المؤقتة، وعدم الاستسلام للعوائق، بل محاولة تجاوزها من خلال التجريب والمراجعة والتأمل (DiNapoli & Miller, 2022). وتمثل هذه المثابرة ممارسة تعليمية جوهرية تعين المتعلمين على تخطي العقبات غير الواضحة من أجل بناء المعنى الرياضي (Middleton et al., 2015) . فحين يواجه التلاميذ أفكارًا رياضية تقع ضمن نطاق قدراتهم، ولكن لم تتبلور تمامًا بعد، فإن كفاحهم معها— فيما يُعرف بـالصراع المنتج Productive Struggle، أي الانخراط في جهد معرفي يتسم بالصعوبة لكن يمكن تجاوزه بفضل الدعم والتفكير الاستراتيجي — يعد مفتاحا للفهم العميق (Warshauer, 2014). كما أن التعامل مع الغموض والتردد أثناء التفكير يعد مطلبا معرفيا عالي المستوى لبناء الاستيعاب المفاهيمي (Zaslavsky, 2005) . وتُعد المثابرة كذلك أحد أبرز مكونات الدافعية للإنجاز، حيث تسهم في تعزيز تركيز التلاميذ واندماجهم في الأنشطة التعليمية، وترتبط بالنجاح الأكاديمي والإصرار على تحقيق الأهداف، وتحويل الصعوبات إلى إنجازات حقيقية (حسب الله، ٢٠١٩). وقد أقرّ المجلس الوطني لمعلّمي الرياضيات (NCTM, 2000) [NCTM]بأن المثابرة تعدّ سمة مرغوبة في تعلّم الرياضيات. ومن ثم، فإن تنمية الميل إلى المثابرة لا

تقلّ أهمية عن تعليم المفاهيم والمهارات، بل تعد عنصرًا أساسيًا في تمكين التلاميذ من ممارسة الرياضيات بفاعلية(Wilburne & Dause, 2017) .

لما كانت المرونة الرياضية والمثابرة في حل المشكلات تمثلان ركيزتين أساسيتين في تعلم الرياضيات، فقد أضحى من الضروري البحث عن استراتيجيات تعليمية فاعلة تُعزز هاتين المهارتين لدى المتعلمين، خاصة في المراحل الدراسية الحرجة كالمرحلة الإعدادية، التي تشكل قاعدة لتكوين الاتجاهات والمهارات الرياضية العليا. ومن بين الاستراتيجيات التي أثبتت جدواها في هذا السياق، برزت استراتيجية الفشل المنتج (Productive Failure) كأحد الأساليب الحديثة التي تُعيد تعريف دور الخطأ في التعلم، وتحوّله من عائق إلى فرصة بنائية للتعلم العميق.

تقوم استراتيجية الفشل المنتج على إتاحة الفرصة للمتعلمين لاستكشاف وحل مشكلات معقدة قبل تقديم الحلول أو التوجيهات المباشرة، مما يدفعهم إلى التفكير النقدي، وتوليد حلول أولية، وتجريب أفكار متنوعة قد لا تكون صائبة تمامًا، لكنها تمهد لفهم أعمق عند تلقي التوجيهات اللاحقة (Kapur, 2010). الفشل في هذه المرحلة المبكرة من المحاولة لا يعني عجزًا، بل يمثل قاعدة معرفية صلبة يبني عليها المتعلمون فهمهم، حيث يكونون أكثر استعدادًا لتلقي المفاهيم الجديدة وربطها بتجاربهم السابقة(Kapur,2016) . ولأن الفشل المنتج يهيئ بيئة تعليمية غنية بالتحديات الفكرية (Sinha & Kapur, 2021) ، فإنه يُعد محفزًا لتنمية المرونة الرياضية، من خلال دفع التلاميذ إلى توليد استراتيجيات متعددة، والتفكير من زوايا مختلفة، والتمييز بين الإجراءات الأكثر ملاءمة بحسب طبيعة المهمة. كما يمكن أن يعزّز المثابرة عبر تعويد التلاميذ على مواجهة الصعوبات، وعدم الاستسلام في حال الفشل، بل اعتبار ذلك جزءًا طبيعيًا من عملية التعلم، مما يرسخ لديهم ثقافة المحاولة والخطأ والتعديل.

ومن هذا المنطلق، تأتي أهمية توظيف استراتيجية الفشل المنتج في تدريس الرياضيات للمرحلة الإعدادية، بوصفها مدخلًا تربويًا معاصرًا قد يسهم في تنمية المتعلمين من حيث المرونة في التفكير الرياضي والمثابرة في مواجهة التحديات، وهما من الكفاءات الأساسية المطلوبة في القرن الحادي والعشرين.

الإحساس بالمشكلة:

نبع الإحساس بمشكلة البحث الحالي من ثلاث مصادر رئيسة:

أولا ملاحظات الباحثة

من خلال حضور الباحثة لبعض حصص الرياضيات في المرحلة الإعدادية أثناء التدريب الميداني، لاحظت وجود قصور واضح في قدرة التلاميذ على استخدام استراتيجيات متعددة لحل المشكلات الرياضية، والتنقل بمرونة بينها وفقا لطبيعة المهمة أو السياق. وقد لوحظ اعتمادهم غالبا على نهج واحد تقليدي في الحل، دون امتلاك مهارات التفكير البديل أو القدرة على اختيار الاستراتيجية الأنسب للموقف، وهو ما يعكس غياب المرونة الرياضية في حل المشكلات.

كما لاحظت الباحثة وجود ضعف ملحوظ في مثابرة التلاميذ عند مواجهة مشكلات رياضية معقدة أو غامضة؛ حيث يظهر العديد من التلاميذ ميلًا للانسحاب السريع من المحاولة عند أول عقبة، أو ينتظرون تدخل المعلم بدلاً من الاستمرار في التفكير أو استكشاف حلول بديلة، مما يشير إلى غياب المثابرة المطلوبة لمجابهة التحديات الرياضية. فعلى سبيل المثال، عند تكليف التلاميذ بمسألة تتطلب إيجاد جميع القيم الممكنة للمتغير في معادلة تتضمن كسورًا جبرية أو جذورًا تربيعية، لوحظ أن بعضهم يتوقف تمامًا بعد المحاولة

الأولى غير الصحيحة، في حين يكتفي آخرون بانتظار شرح المعلم بدلاً من إعادة المحاولة أو تجربة طرق بديلة كإيجاد مقام مشترك أو تبسيط الحدود.

ثانيا الدراسة الاستكشافية

لتدعيم الإحساس بالمشكلة، أجرت الباحثة دراسة استكشافية تمثلت في:

- تطبيق اختبار المرونة الرياضية (ملحق ١) على مجموعة من التلاميذ قوامها (٣٥) تلميذا وتلميذة من تلاميذ الصف الأول الإعدادي بمدرسة مبارك الإعدادية بإدارة الخارجة التعليمية محافظة الوادي الجديد. وقد بلغ متوسط درجات التلاميذ (٢٤.٢٠)، بانحراف معياري (٣.٥٨)، ونسبة مئوية بلغت (٤٩.٣٪)، مما يعكس تدنيا في مستوى المرونة الرياضية.
- وتطبيق مقياس المثابرة في حل مشكلات الرياضيات (ملحق ٢) على نفس المجموعة الاستكشافية. وكان متوسط الأداء في المقياس (٣٧.٩١)، بانحراف معياري (٢.٤٩) وبنسبة مئوية لمتوسط المقياس (٤٩.٨٪) مما يدل على ضعف المثابرة الرياضية لديهم.

ثالثا الدراسات السابقة:

اشارت العديد من الدراسات إلى وجود ضعف لدى التلاميذ في جوانب أساسية من التفكير الرياضي، مثل الطلاقة الإجرائية— أي القدرة على تنفيذ الإجراءات الحسابية والرمزية بدقة وسرعة— وكذلك الكفاءة الاستراتيجية، والتي تعني القدرة على صياغة المشكلات، واختيار الاستراتيجية المناسبة لحلها، والتكيف مع متغيراتها. كما بينت ذلك دراسات مثل حناوي (٢٠١٨)، جودة (٢٠١٩)، عبد الفتاح (٢٠٢٠). وبما أن المرونة الرياضية تتطلب الجمع بين إتقان الإجراءات الرياضية والقدرة على اختيار أنسبها وتكييفها بحسب السياق، فإن أي قصور في الطلاقة أو الكفاءة الاستراتيجية يؤدي بالضرورة إلى ضعف في المرونة الرياضية ككل. وقد كشفت دراسات عالمية، مثل دراسة Hickendorff, M. (2022) ودراسة Shaw et al. (2020)ودراسة Star and Rittle-Johnson (2008) ، عن تدني مستوى المرونة الرياضية لدى التلاميذ، كما وجد باحثون أخرون مثلLemaire et al. (2000) ، Zhang (2015) أن التلاميذ كثيرًا ما لا يُظهرون مرونة أثناء حل المشكلات. وفي المقابل، اكدت العديد من الدراسات أهمية تنمية المرونة كهدف مركزي فى تعليم الرياضيات كما في دراسات Farber and Koichu (2023) ، Lee et al. (2020) ، Hickendorff et al. (2022).

ومن ناحية أخرى، اشارت دراسات محلية الى ضعف مثابرة تلاميذ المرحلة الإعدادية مثل دراسة (عبد ربه، ٢٠٢٣)، كما كشفت دراسات أخرى مثل عبد العال وعبد العال (٢٠٢٢)، وعبد الحميد وآخرون (٢٠٢٤) عن استمرار المشكلة لدى طلاب المرحلة الجامعية، مما يدل على أن ضعف المثابرة الأكاديمية يمثل تحديًا ممتدًا عبر المراحل التعليمية المختلفة، ويُبرز الحاجة إلى معالجته في وقت مبكر. كما أكدت دراسات عالمية متعددة على اتساع هذه الظاهرة، حيث بيّن Middleton et al. (2015) أن كثيرا من التلاميذ يفتقرون إلى المثابرة عند التعامل مع مشكلات غير مألوفة أو تحتاج إلى وقت أطول للتفكير، ويميلون إلى التوقف السريع عن المحاولة، خاصة في غياب دعم فوري أو تغذية راجعة محفزة، وأوضحت دراسة Warshauer (2014) أن التلاميذ غالبًا ما ينسحبون من مهام حل المشكلات عند أول علامة على الصعوبة، بينما أظهرت أبحاث أخرى مثل Kapur (2008) أن التلاميذ قد يتوقفون عن حل المشكلة عندما لا ينجحون في المحاولة الأولى، حتى عندما تكون المفاهيم الأساسية في متناولهم. وفي المقابل، أكدت العديد من الدراسات أهمية المثابرة كعنصر محوري في العملية التعليمية وضرورة تنميتها مثل عبد ربه (٢٠٢٣)، وعبد الرحمن وأخرون (٢٠٢٣).

مشكلة البحث وأسئلته :

تتحدد مشكلة البحث في وجود ضعف في مهارتي المرونة الرياضية والمثابرة في حل المشكلات الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. مما يستدعي البحث عن استراتيجيات تدريسية فعالة تمكنهم من تُنمية تلك المهارات، مثل استراتيجية الفشل المنتج، التي يُتوقع أن تسهم في تعزيز القدرة على المحاولة المستمرة، والتفكير المرن، وتقبُّل الخطأ باعتباره خطوة نحو الفهم الأعمق.

وعليه، تتمثل مشكلة البحث في السؤال الرئيس الآتي:

ما أثر استراتيجية الفشل المنتج في تنمية المرونة الرياضية والمثابرة في حل المشكلات الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية؟

ويتفرع عن هذا السؤال التساؤلان الآتيان:

١- ما أثر استراتيجية الفشل المنتج في تنمية المرونة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية؟

٢- ما أثر استراتيجية الفشل المنتج في تنمية المثابرة في حل المشكلات الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية؟

٣- ما وجهات نظر تلاميذ المرحلة الاعدادية في استخدام استراتيجية الفشل المنتج في فصول الرياضيات؟

أهداف البحث:

هدف البحث الحالي إلى:

١- التعرف على أثر استراتيجية الفشل المنتج في تنمية المرونة الرياضية لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي.

٢- التعرف على أثر استراتيجية الفشل المنتج في تنمية المثابرة في حل المشكلات الرياضية لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي.

٣- التعرف على وجهات نظر التلاميذ في استخدام استراتيجية الفشل المنتج في فصول الرياضيات.

أهمية البحث:

تنبع أهمية هذا البحث من عدة جوانب:

أولًا: الأهمية النظرية

١- يُسهم البحث في إثراء الأدبيات التربوية حول أثر استراتيجية الفشل المنتج في تدريس الرياضيات، باعتبارها من الأساليب التي تحفّز التفكير العميق وتدعم فهمًا أكثر رسوخًا للمفاهيم الرياضية.

٢- يُبرز أهمية كل من المرونة الرياضية والمثابرة كمكوّنين أساسيين في تعلم الرياضيات، ويوضح إمكانية تنميتهما من خلال ممارسات تدريسية حديثة تركز على التعلم من الخطأ والتأمل في الفشل المؤقت.

٣- يُعد البحث من المحاولات القليلة التي تستهدف بشكل مباشر تنمية كل من المرونة الرياضية والمثابرة في حل المشكلات الرياضية، في ظل ندرة الأبحاث العربية التي تناولت هاتين المهارتين الحيويتين.

٤- يُسهم في سد فجوة بحثية تتعلق بندرة الدراسات العربية التي تناولت الفشل المنتج كمدخل لتعليم الرياضيات في المرحلة الإعدادية.

ثانيًا: الأهمية التطبيقية

١- يُزوّد معلمي الرياضيات في المرحلة الإعدادية باستراتيجية تدريس فعّالة تساعدهم في تنمية مهارات التفكير العليا لدى طلابهم.

٢- يمكن أن يستفيد منه مصممو المناهج ومطورو الكتب الدراسية في إعادة النظر في طرق عرض المشكلات الرياضية، بحيث تسمح بالتعلم من الفشل والتفكير البديل.

٣- يُسلط الضوء على أهمية التركيز على بناء المهارات المعرفية في مجال تعليم الرياضيات، مثل المثابرة والإصرار، ضمن العملية التعليمية في الرياضيات، لما لها من دور كبير في تحسين الأداء الأكاديمي طويل المدى.

حدود البحث:

اقتصر البحث على الحدود الآتية:

- مجموعة من تلاميذ الصف الأول الإعدادي بمدرسة ناصر الاعدادية بمدينة الخارجة محافظة الوادي الجديد (محل إقامة الباحثة).
- وحدة القوى والأسس والجذور للصف الأول الإعدادي.
- تطبيق البحث خلال الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ٢٠٢٤/٢٠٢٥م.
- مهارات المرونة الرياضية: التعرف على استراتيجيات الحل المتعددة، استخدام استراتيجيات حل متعددة، تحديد الاستراتيجية الأكثر فعالية بحسب سياق المشكلة، تقييم فاعلية الاستراتيجيات وتحسين الأداء.
- أبعاد المثابرة في حل المشكلات الرياضية: السعي قصير المدي، السعي طويل المدى، تكرار التفكير في المشكلات غير المحلولة.

مصطلحات البحث:

التزمت الباحثة بالتعريفات الإجرائية التالية:

استراتيجية الفشل المنتج:

في هذا البحث، تُعرَّف استراتيجية الفشل المنتج بأنها:

إحدى استراتيجيات التدريس في الرياضيات، تقوم على طرح مشكلات رياضية غير مألوفة – قد تكون ضمن موضوعات المنهج ولكنها تصاغ بطريقة جديدة أو في سياقات غير مباشرة—أمام تلاميذ المرحلة الإعدادية دون تقديم خطوات الحل مسبقا. ويتوقع عندها أن يواجه التلاميذ صعوبات أو حتى الفشل في المحاولات الأولى، وقد ينجح بعضهم في الوصول إلى الحل جزئيا أو كليا. ويُعد هذا الفشل أو النجاح الأولي جزءًا مقصودًا من العملية التعليمية، إذ يوظف كمدخل لتحفيز التلاميذ على التفكير الرياضي، وتنمية المرونة من خلال تجربة طرق متعددة والتكيف مع متغيرات المسألة، وكذلك تعزيز المثابرة عبر تشجيعهم على الاستمرار في المحاولة وعدم الانسحاب أمام التحديات. وفي مرحلة لاحقة، يتدخل المعلم لتقديم التوجيه المناسب، ومراجعة الحلول، ومناقشة الأفكار المطروحة، بما يقود التلاميذ إلى التعلّم العميق؛ أي الفهم الدقيق للعلاقات الرياضية، والقدرة على الربط بين المفاهيم، وتوظيفها في مواقف جديدة تتجاوز مجرد حفظ القواعد أو تطبيقها آليًا.

المرونة الرياضية:

في هذا البحث، تُعرَّف المرونة الرياضية بأنها:

قدرة تلاميذ المرحلة الإعدادية على التعامل مع المشكلات الرياضية من خلال التعرف على استراتيجيات حل متعددة، واستخدام أكثر من استراتيجية للحل، وتحديد الاستراتيجية الأنسب والأكثر فاعلية وفقًا لسياق المشكلة، إضافة إلى تقييم فاعلية الاستراتيجيات المستخدمة والعمل على تحسين الأداء. وتظهر هذه المهارة في قدرة التلميذ على التكيف مع تعقيدات المسألة، وتعديل مسار تفكيره، والاستمرار في المحاولة بطرق متنوعة للوصول إلى الحل الصحيح.

المثابرة الرياضية:

في هذا البحث، تُعرَّف المثابرة الرياضية بأنها:
قدرة تلاميذ المرحلة الإعدادية على الاستمرار في محاولة حل المشكلات الرياضية رغم ما قد يواجهونه من صعوبات أو إخفاقات أولية، ويظهر ذلك من خلال السعي قصير المدى نحو فهم عناصر المشكلة وبذل الجهد في المحاولة الأولى، والسعي طويل المدى الذي يتمثل في الاستمرار في المحاولة عند تعقيد المسألة أو تأخر الوصول للحل، إضافة إلى تكرار التفكير في المشكلات غير المحلولة، والعودة إليها لاحقًا لإعادة المحاولة باستخدام استراتيجيات مختلفة.

مواد وأدوات البحث:

تم إعداد واستخدام المواد التجريبية التالية:
- دليل المعلم لتدريس وحدة القوى والأسس والجذور وفقا لاستراتيجية الفشل المنتج.
- أوراق عمل التلميذ لوحدة القوى والأسس والجذور وفقا لاستراتيجية الفشل المنتج.

كما تم إعداد واستخدام أدوات القياس التالية:
- اختبار المرونة الرياضية.
- مقياس المثابرة في حل المشكلات الرياضية.
- أسئلة المقابلة

خطوات البحث وإجراءاته:

- الاطلاع على البحوث والدراسات والأدبيات التي تناولت استراتيجية الفشل المنتج، والمرونة الرياضية، والمثابرة الرياضية.
- تحليل محتوى وحدة القوى والأسس والجذور بمقرر الرياضيات للصف الأول الإعدادي، وتحديد جوانب التعلم فيها من (مفاهيم، تعميمات، مهارات).
- إعداد دليل المعلم في وحدة القوى والأسس والجذور وفقا لاستراتيجية الفشل المنتج.
- إعداد أوراق عمل التلميذ في وحدة القوى والأسس والجذور متضمنا مجموعة من الأنشطة والمهام التي تشجع التلاميذ على الوصول إلى مستويات عليا من المرونة الرياضية وتحفزهم علي المثابرة في حل مشكلات الرياضيات.
- إعداد اختبار المرونة الرياضية، وضبطه علميا.
- إعداد مقياس المثابرة الرياضية، وضبطه علميا.
- اختيار مجموعة البحث وتقسيمها إلى مجموعتين تجريبية وضابطة.
- تطبيق أدوات البحث والمتمثلة في اختبار المرونة الرياضية، ومقياس المثابرة الرياضية تطبيقا قبليا.
- تدريس موضوعات وحدة القوى والأسس والجذور وفقا لاستراتيجية الفشل المنتج للمجموعة التجريبية، وتدريس نفس الوحدة بالطريقة الاعتيادية للمجموعة الضابطة.
- تطبيق أدوات البحث (اختبار المرونة الرياضية، ومقياس المثابرة الرياضية) تطبيقا بعديا.
- إجراء مقابلات مع بعض تلاميذ المجموعة التجريبية لمعرفة أراءهم وخبراتهم مع استراتيجية الفشل المنتج.
- رصد النتائج الكمية ومعالجتها إحصائيا، وتحليل نتائج المقابلات.
- تفسير النتائج، وتقديم مجموعة من التوصيات والمقترحات.

الإطار النظري

المحور الأول: استراتيجية الفشل المنتج: Productive Failure

استراتيجية الفشل المنتج هي نهج تعليمي ابتكره الباحث (Kapur, 2010, 2012) ويقوم على فكرة أن السماح للمتعلمين بمحاولة حل مشكلات معقدة وجديدة قبل أن يتلقوا التعليم الرسمي أو التوضيح من المعلم، يمكن أن يؤدي – رغم الفشل الأولي – إلى تعلم أعمق.

المقصود بالفشل المنتج:

الفشل المنتج هو تصميم تربوي متعمد يُتيح للمتعلمين فرصة التعامل مع مشكلة جديدة تستهدف مفهومًا لم يسبق لهم تعلمه، ويُطلب منهم خلالها توليد حلول أو تمثيلات دون تزويدهم بأي دعم معرفي أو إرشاد مباشر. ونتيجة لذلك، غالبًا ما يفشل التلاميذ في التوصل إلى الحل الصحيح، لكن هذا الفشل لا يُعد عائقًا، بل جزءًا أساسيًا من عملية التعلم المصممة عمدًا (Kapur, 2015).

وفقًا لـ(Kapur (2010, 2012, 2015، فإن هذا النوع من الفشل يُعد "منتجًا" لأنه يُحفّز عدة آليات تعليمية مهمة، أبرزها:

- تنشيط المعرفة السابقة ومحاولة توظيفها حتى وإن كانت غير كافية، مما يساعد في بناء الجسور بين المعرفة القديمة والجديدة.
- توليد تمثيلات وأفكار متنوعة حول المشكلة، مما يثري الفهم ويفتح المجال لمقاربات متعددة.
- تمييز المفاهيم الأساسية المرتبطة بالمجال المستهدف من خلال المحاولات المتكررة لفهم المشكلة.
- تطوير استعداد معرفي أعمق يمكّن المتعلمين من استيعاب المفهوم الصحيح بفاعلية أكبر عند تقديمه لاحقًا في مرحلة التوضيح أو تجميع المعرفة.

وبالتالي، فإن الفشل المنتج لا يعني فقط العجز عن إيجاد الحل، بل هو عملية استكشافية بنّاءة تُعدّ المتعلم ذهنياً وفكرياً للتعلم الأكثر فاعلية في المرحلة التالية.

العلاقة بين الفشل المنتج والكفاح المنتج في تعليم الرياضيات

يشترك الفشل المنتج والكفاح المنتج في كونهما يركزان على أهمية مواجهة التلاميذ لصعوبات معرفية حقيقية كجزء من عملية التعلم، بدلاً من تجنبها. لكن بينما يُصمم الفشل المنتج على تقديم مشكلات جديدة غير مألوفة يُتوقع أن تؤدي إلى فشل أولي مقصود قبل التدخل التعليمي(Kapur, 2015) ، يركّز الكفاح المنتج على جعل المتعلمين يثابرون في حل مشكلات صعبة ولكن ممكنة ضمن نطاق معارفهم، مع تقديم دعم تدريجي(Hiebert & Grouws, 2007) . ومن ثم، يمكن اعتبار الفشل المنتج شكلًا خاصًا من الكفاح المنتج، حيث يُستثمر الفشل الأولي لتفعيل آليات تعلم عميق مرتبطة بالمرونة والمثابرة.

مبادئ استراتيجية الفشل المنتج:

تعتمد استراتيجية الفشل المنتج على مجموعة من المبادئ التربوية التي تهدف إلى تحويل الفشل الأولي في حل المشكلات إلى فرصة تعليمية عميقة ومثمرة. أوضح Kapur (2010) هذه المبادئ كالاتي:

- التعلم من خلال توليد الحلول

يُشجَّع المتعلمون على محاولة حل مشكلات معقدة بأنفسهم أولاً قبل تلقي أي تعليم مباشر أو توجيه. هذا يعزز التفكير النقدي ويُساعد على بناء تمثيلات ذهنية غنية بالمفاهيم حتى إن لم تكن صحيحة تمامًا.

- التعرض للفشل بطريقة بنّاءة

يُعتبر الفشل في المحاولة الأولى جزءًا مقصودًا من عملية التعلم، حيث يتم تصميم الأنشطة بحيث تكون صعبة لكنها ممكنة، مما يضع المتعلمين في حالة من الجهد المعرفي تدفعهم للتفكير بعمق.

- تأخير التوجيه أو الشرح المنظم

يتم تأخير تقديم الحلول المنظمة أو القواعد او التغذية المرتجعة أو الشرح حتى بعد تجربة التلاميذ الفعلية في حل المشكلة .هذا يمنح التلاميذ فرصة لتكوين أفكارهم وتحديد نقاط الضعف في فهمهم، مما يُعزز فاعلية الشرح لاحقًا.

- تعدد التمثيلات والاستراتيجيات

يشجع التصميم على إنتاج طرق وأساليب متنوعة لحل المشكلات، حتى لو كانت غير مكتملة أو غير صحيحة. هذا التنوع يُسهم في توسيع نطاق الفهم ويوفر أساسًا غنيًا لمرحلة التوحيد لاحقًا.

- التوحيد المفاهيمي بعد الفشل

بعد المحاولة المستقلة، يتم تقديم توضيحات منظمة من قبل المعلم تبني على ما أنجزه المتعلمون. هذه المرحلة تُعزز الفهم العميق من خلال ربط المعرفة غير المنظمة التي أنشأها التلاميذ بالمعرفة الصحيحة.

-الإصرار في حل المشكلات

استراتيجية الفشل المنتج لا تسعى إلى النجاح الفوري، بل إلى تشجيع التلاميذ على الاستمرار في المحاولة والتجريب، حتى في ظل الفشل أو الغموض. الإصرار يتمثل في التمسك بالمحاولة، وإنتاج تمثيلات متعددة، واستكشاف استراتيجيات متنوعة. هذا النوع من الانخراط يؤدي إلى بناء أعمق للفهم، حتى لو لم يتم التوصل للحل الصحيح مباشرة.

- العمل الجماعي التعاوني

جزء أساسي من استراتيجية الفشل البنّاء هو الوقت الذي يقضيه التلاميذ معًا لتوليد اقتراحات للحلول وتمثيلات لمشكلة لا يتمكنون في النهاية من حلها. وغالبًا ما تُنفَّذ هذه العملية مع شريك أو ضمن مجموعة صغيرة، بحيث يمكن مناقشة الحلول المقترحة وتوسيعها أو قبولها أو رفضها.

دور التعاون في استراتيجية الفشل المنتج

أكد(2012) Kapur and Bielaczyc أن التعلم التعاوني يعد عنصرًا أساسيًا في استراتيجية الفشل المنتج .ومع ذلك، فإن مجرد تقسيم التلاميذ إلى مجموعات لا يضمن بالضرورة تعاونًا فعالًا أو مثمرًا. ففي البيئات التعليمية التي لا يُمارس فيها التعاون كثيرًا، قد تكون هناك حاجة إلى دعم إضافي لتهيئة التلاميذ وتدريبهم على أساليب التفاعل الفعال.

وفي هذا السياق، أجرى Kerrigan et al. (2021) دراسة ركزت على تحليل أنواع تفاعلات التلاميذ التي تساهم في تعزيز أو إعاقة التعلم في بيئة الفشل المنتج. وقد توصلت هذه الدراسة إلى مجموعة من السمات التي تميز تفاعل التلاميذ المنتج في هذا النوع من التعلم:

- يقترح التلاميذ الناجحون عدة حلول مختلفة، حتى لو لم تكن صحيحة، مما يعكس تفكيرًا استكشافيًا ومبادرة ذاتية في التعامل مع المشكلة.
- يستخدم التلاميذ أسئلة مثل: "ماذا تقصد؟" أو "لماذا استخدمت هذه الطريقة؟" مما يساعد على توضيح الأفكار وتحليلها بعمق.
- ينجح التلاميذ المميزون في تحديد الجزء المفاهيمي الأصعب في المهمة، وهو ما يعد خطوة حاسمة للوصول إلى توقف مثمر.
- لا يكتفي التلاميذ بفشل الحل، بل يناقشون الأسباب التي أدت إلى ذلك، مما يعزز الفهم النقدي وتحليل الأخطاء.
- يسترجع التلاميذ مفاهيم ومهارات تعلموها سابقًا ويستخدمونها كأساس لمحاولة حل المشكلة، مما يخلق ترابطًا بين المعرفة القديمة والجديدة.
- يتفاعل التلاميذ معًا من خلال البناء على أفكار زملائهم وتطوير الحلول بشكل مشترك، مما يُثري التفاعل الجماعي.

- يدور التفاعل ضمن دورة من النقد والمراجعة؛ فبعد اقتراح حل، يرد زميل بنقد أو تحسين، مما يُعمق الفهم ويوجه التفكير نحو حل أنسب.
- يُظهر التلاميذ المثابرون إصرارًا على إيجاد حل أفضل، ولا يكتفون بحلول غير مكتملة، بل يعيدون النظر مرارًا في معارفهم السابقة.

مراحل استراتيجية الفشل المنتج :

تُعد استراتيجية الفشل المنتج نهجًا تعليميًا قائمًا على استثارة تفكير المتعلمين من خلال التفاعل مع مهام صعبة، تتطلب الاستكشاف والمحاولة والخطأ، ثم التوجيه البنّاء نحو الفهم العميق. وتتضمن هذه الاستراتيجية مرحلتين أساسيتين (Kapur, 2010, 2012):

المرحلة الأولى :التوليد والاستكشاف

الهدف :تحفيز التلاميذ على التفكير والاستكشاف ومحاولة بناء فهم أولي للمفاهيم من خلال العمل الجماعي على مشكلة غير مألوفة.

خطوات التنفيذ:

١- تمهيد تحفيزي قصير:

يطرح المعلم سؤالاً استكشافيًا شفهيًا، يثير فضول التلاميذ ويرتبط بالمفهوم المستهدف دون تقديم الحل.

٢- تكوين المجموعات:

توزيع التلاميذ في مجموعات صغيرة (٣-٤ طلاب).

٣- العمل على مهمة استكشافية:

الهدف: ترك المجال للتلاميذ للفشل المنتج

- يُقدَّم للتلاميذ نشاط أو مسألة مركبة تتطلب استكشافًا وتجريبًا، بهدف الدخول في حالة من المحاولة والخطأ.
- لا يُتوقع الوصول إلى حل صحيح، بل يُشجَّع التلاميذ على توليد أفكار أولية وتطوير استراتيجياتهم الخاصة.
- خلال هذه المرحلة، يمتنع المعلم عن تقديم التوجيهات أو التصحيحات، ويكتفي بدور الميسر والمراقب، مع تشجيع كل محاولات التلاميذ، حتى الخاطئة منها.

المرحلة الثانية :التوحيد والتوضيح

الهدف :إعادة تنظيم أفكار التلاميذ، تصحيح المفاهيم، وتوضيح المعاني المجردة من خلال المقارنة والتفسير.

خطوات التنفيذ:

١- عرض الحلول الأولية

- تعرض كل مجموعة محاولتها للحل أمام الصف (مثلاً على السبورة).
- تُسجَّل جميع الإجابات، سواء كانت صحيحة أو تحتوي على أخطاء، بهدف استخدامها في النقاش.
- يوجه المعلم النقاش لربط الإجابات غير الدقيقة بالمفاهيم الصحيحة:
  - ما الذي أدى إلى الالتباس؟
  - هل طريقة الكتابة كانت غير دقيقة؟
  - هل استخدمت المجموعة مصطلحات صحيحة؟

٢- التقديم الرسمي للمفهوم:

- يُقدِّم المعلم المفاهيم الرياضية المستهدفة بشكل واضح ودقيق.
- تُصاغ القاعدة أو الخلاصة النهائية بلغة علمية.
- تُعرض أمثلة إضافية لتثبيت المفهوم وتوسيع الفهم.

٣- التدريب التطبيقي:

- يُطلب من التلاميذ حل أنشطة إضافية، إما بشكل فردي أو جماعي، لترسيخ المفاهيم وتطبيقها في سياقات جديدة.

مميزات استراتيجية الفشل المنتج:

تُعد استراتيجية الفشل المنتج من الاستراتيجيات التعليمية القائمة على توليد المعرفة قبل تقديم التوجيه الصريح. وتشير الأدبيات التربوية إلى عدد من المميزات النظرية والعملية التي يمكن أن تسهم في تعزيز التعلم العميق والمبني على الفهم. ومن أبرز هذه المميزات ما يلي:

- تنشيط المعرفة السابقة :يبدأ المتعلمون بمحاولة حل المشكلات قبل تلقي التعليمات، مما يفعّل معرفتهم السابقة ويمهد لبناء تصورات ذهنية أعمق(Kapur, 2014) .
- بناء بنى معرفية متنوعة :تُشجّع الاستراتيجية المتعلمين على توليد مفاهيم وتمثيلات متعددة، حتى لو لم تكن صحيحة، مما يعزز فهمهم من زوايا مختلفة ويهيئهم لتعلّم أعمق لاحقًا (Kapur, 2010).
- توسيع وإعادة بناء المعرفة :يُعيد المتعلمون بناء معرفتهم أثناء المحاولة، مما يؤدي إلى تعلم أكثر رسوخًا وديمومة (Kapur, 2010).
- رفع الوعي المعرفي :مواجهة التناقضات أثناء المحاولة يُساعد التلاميذ على إدراك ما يعرفونه وما يحتاجون إلى تعلمه(Kapur, 2010) .
- تعزيز الفهم المفاهيمي :مقارنة الحلول الذاتية بالحلول الصحيحة تزيد القدرة على تمييز التمثيلات الفعالة وفهم المفاهيم الجوهرية (Kapur, 2014) .
- تحفيز الدافعية والاستقلالية :تمنح الاستراتيجية المتعلمين إحساسًا بالتحكم والثقة في عملية التعلم، مما يعزز مشاركتهم(Kapur, 2014) .
- تعلم نشط وتجريبي :يُشجّع الفشل المنتج على توليد حلول مبتكرة، مما يُفعّل المعارف السابقة ويربطها بسياقات جديدة، ويُنمّي الثقة والمبادرة لدى التلاميذ(Kapur et al., 2023) .

خصائص المشكلات المصممة لتعزيز التعلم من الفشل المنتج

تُعد صياغة المشكلات التعليمية عنصرًا محوريًا في فاعلية استراتيجية الفشل المنتج. وتركز هذه المشكلات على إشراك المتعلمين في محاولات أولية لحل مسائل معقدة قبل تقديم التعليمات أو الشرح المباشر. وقد حدّدت الأدبيات التربوية عددًا من الخصائص التصميمية التي يجب أن تتوافر في هذه المشكلات لتحقيق الأهداف المرجوة، ومن أبرز هذه الخصائص ما يلي:

١- التصميم مفتوح النهاية:

تُصمَّم المشكلات في استراتيجية الفشل المنتج بطريقة غير تقليدية، فهي لا تتبع خطوات محددة ولا تؤدي إلى حل واحد صحيح وواضح. بل تكون مفتوحة النهاية، بحيث يمكن للتلاميذ الوصول إلى حلول مختلفة باستخدام طرق وتمثيلات متنوعة (Kapur, 2008) .

٢- الصعوبة المحفّزة دون الإحباط:

يجب أن تكون المشكلة صعبة بما يكفي لتحفيز المتعلم على بذل الجهد العقلي، ولكن دون أن تصل إلى مستوى من التعقيد يؤدي إلى الإحباط أو الانسحاب. ويتحقق هذا التوازن من خلال تصميم مهام تعتمد على مفاهيم أو عمليات رياضية أساسية، ولكن في سياقات غير مألوفة، مما يجعل الحل غير مباشر ويتطلب تفكيرًا عميقًا(Kapur, 2014; Kerrigan et al., 2021) .

٣- السماح بتعدد الحلول والتمثيلات:

من الضروري أن توفر المشكلات مساحة معرفية غنية تسمح بوجود استجابات متعددة، سواء من حيث الحلول أو الاستراتيجيات أو التمثيلات (Kapur, 2016).

٤- تنشيط المعرفة السابقة وتفريقها:

ينبغي أن تؤدي المشكلة إلى تفعيل معارف المتعلمين السابقة، سواء كانت رسمية أو حدسية، ودفعهم لاستخدامها بطرق متنوعة أثناء التوليد (Kapur, 2010, 2016) .

٥- الاتصال بسياقات واقعية ذات معنى:

يُفضل أن تُصاغ المشكلات في سياقات مستمدة من الحياة الواقعية(Kerrigan et al., 2021) .

دور المعلم في استراتيجية الفشل المنتج:

يلعب المعلم دورًا محوريًا في تنفيذ استراتيجية الفشل المنتج من خلال تهيئة بيئة تعليمية آمنة ومحفزة، تُشجع التلاميذ على استكشاف الأفكار وحل المشكلات المعقدة دون خوف من الفشل.

- فالمعلم الذي يتبنى هذه الاستراتيجية لا يُقدّم الحلول مباشرة، بل يتيح للتلاميذ فرصة المحاولة والخطأ، مع ضمان وجود دعم نفسي وتربوي يُقلل من القلق ويشجع على المخاطرة المعرفية (Kapur, 2010)
- ويتمثل دعم المعلم الفعّال في إدراك الفروق الفردية بين التلاميذ وتقديم توجيهات مرنة ومخصصة تُساعدهم على تجاوز الإحباط الأولي الناتج عن عدم التوصل للحل. ويتضمن ذلك توفير موارد إضافية، وتصميم تعليم متمايز، وتشجيع التلاميذ على التعبير عن أفكارهم وتساؤلاتهم بحرية. ومن خلال التحلي باللطف والتشجيع، يمكن للمعلمين مساعدة التلاميذ على الشعور بالراحة في طلب المساعدة والتعبير عن مخاوفهم المتعلقة بالرياضيات (Luzano, 2024) .
- كما يمتد دور المعلم إلى دعم التلاميذ في تطوير استراتيجيات تفكير ناقد، وتعزيز قدرتهم على التأمل في أخطائهم، وتحويل تجارب الفشل الأولي إلى فرص لفهم أعمق. وبهذا، يصبح المعلم شريكًا فاعلًا في مساعدة التلاميذ على بناء صلابة معرفية وثقة بقدراتهم الرياضية ضمن إطار الفشل المنتج (Luzano, 2024).

الشروط التي يجب توافرها حتى تحقق استراتيجية الفشل المنتج أهدافها التعليمية:

لا تُعد استراتيجية الفشل المنتج مجرد نشاط تعليمي قائم على المحاولة والخطأ، بل هي نموذج تربوي يتطلب التزامًا دقيقًا بعدد من المعايير والشروط التي تضمن تحقيق أهدافه في تعزيز الفهم العميق والتعلم النشط. وفيما يلي توضيح لأهم هذه الشروط، كما حددتها دراسة(Sinha & Kapur, 2021) :

١- ينبغي أن تكون المهمة صعبة بما يكفي لتحفيز التلاميذ على التفكير بجدية، لكنها ليست معقدة بشكل يسبب الإحباط أو التراجع. يُراعى أن تُبنى المهمة على مفاهيم بسيطة في جوهرها لكنها تقدم في صورة غير مألوفة.

٢- يجب أن تسمح المشكلة بأكثر من طريقة للحل، بحيث يبتكر التلاميذ استراتيجيات مختلفة، ويجربوا تمثيلات متنوعة، مثل الرسوم أو الجداول أو المعادلات.

٣- من المهم منح التلاميذ فرصة حقيقية لحل المشكلة بأنفسهم قبل تقديم أي تعليمات أو حلول، بما يتيح لهم استكشاف أفكارهم وتوليد بنيات معرفية خاصة بهم.

٤- تُصمم المهمة بحيث تدفع التلاميذ إلى استخدام ما يعرفونه مسبقًا، سواء من خلال التجربة أو التعليم السابق، مما يُساعدهم على الربط بين القديم والجديد.

٥- العمل في مجموعات صغيرة يُعد مفيدًا لتحفيز التفكير المشترك، وتبادل الخبرات، وتطوير حلول أكثر تنوعًا. لكنه يحتاج إلى بيئة صفية تدعم الاحترام والمشاركة الفعالة.

٦- لابد أن يشعر التلاميذ بالثقة الكافية لعرض أفكارهم وتجريب حلولهم دون خوف من الخطأ أو التقييم السلبي. المناخ النفسي الآمن يُعد جزءًا أساسيًا من نجاح هذه الاستراتيجية.
٧- عند الانتقال لمرحلة الشرح، ينبغي على المعلم الاستفادة من الحلول التي قدمها التلاميذ، ومقارنتها بالحلول النموذجية، مع إبراز أوجه التشابه والاختلاف، مما يُعزز من الفهم العميق.
٨- لا يقتصر دور المعلم على تقديم الحل، بل يوجه التلاميذ لتحليل أخطائهم، وفهم أسباب نجاح أو فشل محاولاتهم السابقة، مما يرسّخ التعلم طويل المدى.

الدراسات السابقة التي استخدمت استراتيجية الفشل المنتج:

شهدت السنوات الأخيرة عددا من الدراسات الأجنبية التي تناولت فعالية استراتيجية الفشل المنتج في تعليم وتعلم الرياضيات. وقد أظهرت هذه الدراسات نتائج إيجابية متعددة، حيث بينت فعالية الاستراتيجية في تحسين مهارات حل المشكلات والاتجاهات الإيجابية نحو الرياضيات (Park & Park, 2015)، وتعزيز الفهم المفاهيمي والقدرة على النقل والتطبيق في سياقات جديدة (Kapur, 2014; 2015; 2018)، وكذلك التحصيل الدراسي (Kapur, 2010; 2012). كما كشفت دراسات أخرى عن دور هذه الاستراتيجية في تنمية مهارات التفكير الحسابي وحل المشكلات الإبداعي (Lee & Lee, 2024)، بالإضافة إلى تطوير المعرفة الإجرائية الجبرية(Ziegler et al., 2021) .

يتضح من مراجعة هذه الدراسات أن جميعها دراسات أجنبية، مما يشير إلى ندرة الابحاث العربية التي تناولت استراتيجية الفشل المنتج. وهو ما يعد فجوة بحثية تسعى الدراسة الحالية إلى معالجتها.

وتتميز هذه الدراسة عن الدراسات السابقة باختلاف نواتج التعلم المستهدفة، حيث ركزت على تنمية كل من المرونة الرياضية والمثابرة الرياضية، وهما من الجوانب المهمة التي لم تحظَ بالتركيز الكافي في الأبحاث السابقة المرتبطة بهذه الاستراتيجية.

المحور الثاني: المرونة الرياضية Mathematical Flexibility

المقصود بالمرونة الرياضية:

تُعد المرونة الرياضية أحد الجوانب الجوهرية في تعلم الرياضيات الفعّال، حيث تشير إلى قدرة المتعلم على استخدام استراتيجيات متعددة لحل المشكلات، والانتقال بمرونة بين هذه الاستراتيجيات بما يتلاءم مع طبيعة المهمة والسياق. وقد عرّفها Newton et al. (2020) بأنها امتلاك معرفة بإجراءات أو استراتيجيات متعددة، والقدرة والميول لاستخدامها بشكل مناسب وتكيفي وفقًا لسياق المسألة، بما يتضمن اختيار الطريقة الأكثر فعالية أو كفاءة لحل المشكلة بدلاً من الاعتماد على نهج واحد فقط.

وفي السياق ذاته، يُعرّفها Hickendorff et al. (2022) بأنها القدرة على معرفة واستخدام استراتيجيات متنوعة في حل المشكلات الرياضية، مع اختيار الاستراتيجية الأنسب للموقف المحدد. وتمتد هذه المرونة إلى الاستخدام الإبداعي والهادف للمفاهيم والعلاقات والتمثيلات الرياضية، ولا تقتصر على مجرد تنويع الاستراتيجيات، بل تشمل التكيف مع سياقات المشكلات المختلفة، والقدرة على التنقل التكيفي بين تمثيلات رياضية متعددة وأنماط تفكير متنوعة لتعميق الفهم وزيادة فاعلية الحل.

كما يشير Hong et al. (2023) إلى أن المرونة الرياضية تتجلى في قدرة المتعلم على اختيار وتطبيق الاستراتيجية الأنسب والأكثر كفاءة في سياق معين، والتحول بين استراتيجيات متعددة وفقًا لمتطلبات المهمة، مع التفكير الإبداعي والتكيفي أثناء حل المشكلات الرياضية. ويؤكد هؤلاء الباحثون أن هذه القدرة تمكّن المتعلم من الاستجابة بفعالية لنوعية المسألة ومحتواها، واختيار الطريقة الملائمة لحلها بشكل مرن وسريع.

سمات التلاميذ الذين يتمتعون بمرونة رياضية:

يُظهر التلاميذ الذين يتمتعون بمرونة رياضية مجموعة من السمات المعرفية والسلوكية التي تعكس قدرتهم على التكيف مع المواقف الرياضية المختلفة واستخدام استراتيجيات متنوعة بفعالية:

- فبحسب ما أورده Newton et al. (2020) ، فإن من أبرز سماتهم امتلاك معرفة واسعة باستراتيجيات حل المشكلات، والقدرة على المقارنة بين هذه الاستراتيجيات وتقييم كفاءتها لاختيار الأنسب منها.
- ويؤكد Hickendorff et al. (2022) أن التلاميذ ذوي المرونة الرياضية يتميزون بالقدرة على تنويع استراتيجيات الحل والتعامل مع المفاهيم الرياضية بمرونة، إلى جانب امتلاكهم التفكير النقدي الذي يمكّنهم من تقييم واختيار الاستراتيجية الأنسب.
- أما Hong et al. (2023) فقد أشاروا إلى أن التلاميذ الذين يتمتعون بمرونة رياضية لديهم قدرة عالية على التكيف مع طبيعة المسائل وظروفها، ويتمتعون بوعي معرفي متقدم بكيفية عمل الاستراتيجيات المختلفة.
- كما أشار Verschaffel (2024) أن التلاميذ الذين يتمتعون بمرونة رياضية لا يعتمدون فقط على تنوع الاستراتيجيات، بل يُظهرون وعيًا بكفاءتها وفعاليتها، ما يساعدهم على اتخاذ قرارات مدروسة أثناء الحل. ويستند هؤلاء التلاميذ في اختياراتهم إلى فهم مفاهيمي عميق للعلاقات الرياضية، وليس فقط إلى تطبيقات إجرائية، كما يتميزون بالقدرة على التنقل بسلاسة بين الاستراتيجيات المختلفة ضمن المهمة الواحدة أو بين مهام متعددة.

يتضح مما سبق أن التلاميذ الذين يتمتعون بمرونة رياضية لا يقتصر تميزهم على امتلاك مجموعة متنوعة من الاستراتيجيات، بل يمتد ليشمل وعي إدراكي متقدم يمكنهم من اتخاذ قرارات مناسبة ومبنية على فهم عميق للمفاهيم والسياقات الرياضية. وتُعد هذه السمات مؤشرًا على مهاراتهم الرياضية، واستعدادهم للتعامل مع تحديات تعلم الرياضيات بصورة فعّالة وتكيفية، مما يجعل تنمية هذه السمات هدفًا تربويًا مهمًا في سياق تعليم الرياضيات.

أهمية المرونة الرياضية:

تُعد المرونة الرياضية عنصرًا أساسيًا في تعلم الرياضيات الفعّال للأسباب التالية:

- تمكّن المتعلم من استخدام استراتيجيات متعددة لحل المشكلات، واختيار النهج الأكثر كفاءة وفقًا لطبيعة المهمة والسياق. فهي لا تقتصر على الوصول إلى الحل الصحيح فحسب، بل تسهم في بلوغ الحل الأمثل، مما يعزز جودة الأداء الرياضي والفهم العميق للمفاهيم (Verschaffel, 2024).
- وفقًا لـ Newton et al. (2020) ، تسهم المرونة الرياضية في تنمية مهارات حل المشكلات التكيفية، حيث تُمكّن المتعلمين من النظر إلى المسألة من عدة زوايا، وتحديد الاستراتيجية الأنسب، وتعديل أسلوبهم وفقًا للتغيرات. كما ترتبط المرونة ارتباطًا وثيقًا بالطلاقة الإجرائية والمعرفة المفاهيمية.
- وقد أشار Shaw et al. (2020) إلى أن تنمية المرونة الرياضية تساعد التلاميذ على تجاوز الحلول الروتينية المحفوظة، والتفكير في بدائل متعددة، مما يسهم في بناء تمثيلات ذهنية قوية للمسائل، ويعزز قدرتهم على نقل المعرفة إلى سياقات جديدة.

- كما تكمن أهمية المرونة في دورها المحوري في تطوير مهارات التفكير النقدي والميتامعرفي؛ إذ تتيح للمتعلم تأمل الاستراتيجيات المستخدمة، وتقييمها، وتعديلها بما يتلاءم مع الموقف (Verschaffel, 2024).
- كما يرى Hickendorff et al. (2022) أن المرونة تدعم الفهم المفاهيمي العميق، إذ تتيح للطلاب إدراك العلاقات بين الاستراتيجيات والمفاهيم الرياضية المختلفة. وهي تعزز القدرة على التكيف مع السياق، وتؤدي إلى تعلم مستدام وانتقال معرفي فعّال بين الموضوعات والمواقف المتعددة.
- ويؤكد Hong et al. (2023) أن المرونة تُعد أحد مؤشرات الفهم الرياضي العميق، وأحد أركان التفكير الرياضي الفعّال. فهي تمكّن التلاميذ من التفاعل مع المسائل التي تتطلب معالجات متنوعة، وتُنمّي قدرتهم على اتخاذ قرارات مناسبة، والتصرف بثقة في مواقف معقدة.

وبناءً عليه، تُعد المرونة الرياضية هدفًا استراتيجيًا في مناهج الرياضيات الحديثة، لما لها من أثر واضح في بناء متعلمين قادرين على التفكير التكيفي، والتعامل مع المشكلات المتنوعة بمرونة وابتكار. ومن هنا تبرز أهمية تبني استراتيجيات تعليمية تدعم تنمية هذه المهارة، مثل استراتيجية الفشل المنتج، الذي يتيح للمتعلمين فرصة استكشاف حلول متعددة، والتعلم من الأخطاء، وتطوير استجابات مرنة تُعزز من تطور التفكير الرياضي لديهم.

مهارات المرونة الرياضية

تشير الأدبيات التربوية إلى أن المرونة الرياضية لا تُعد قدرة واحدة منفصلة، بل هي بنية معرفية متعددة الأبعاد، تتضمن مجموعة من المهارات الفرعية التي تعمل معًا على تمكين المتعلم من التفاعل التكيفي مع المشكلات الرياضية. وقد ركزت العديد من الدراسات على تحليل هذه المهارات وتصنيفها إلى مكونات مترابطة، تعكس عمق الفهم الرياضي ومرونة التفكير الاستراتيجي.

وفي هذا السياق، تم الاعتماد على تصنيفات كل من(2020) Newton et al. ، و Hickendorff et al. (2022)، و(2023) Hong et al.، بوصفها نماذج حديثة وشاملة تناولت المهارات الفرعية للمرونة الرياضية من زوايا متعددة. فرغم أنها ليست المصادر الوحيدة التي ناقشت هذا الموضوع، إلا أنها تُمثل مراجع أساسية في المجال، إذ قامت بمراجعة الأدبيات السابقة بشكل منهجي، واقترحت نماذج نظرية متكاملة، وسلطت الضوء على المهارات الفرعية الرئيسة للمرونة الرياضية.

فقد قدم Newton et al. (2020) تصنيفًا رباعي الأبعاد لمهارات المرونة، شمل:

- معرفة استراتيجيات متعددة :أي القدرة على التعرف على وفهم طرق مختلفة لحل المسألة.
- معرفة الاستراتيجيات الفعّالة :أي إدراك أي الطرق أكثر كفاءة أو ملاءمة في سياقات محددة.
- استخدام استراتيجيات متعددة :أي القدرة على توليد وتطبيق طرق متنوعة لحل نفس المسألة.
- استخدام الاستراتيجيات الفعّالة :أي القدرة على اختيار واستخدام أنجع الطرق بانتظام.

وقام Hickendorff et al. (2022) بتصنيف المرونة الرياضية إلى عدة مكونات مترابطة، وهي:

- معرفة واستخدام استراتيجيات متعددة :القدرة على فهم وتحديد وتطبيق استراتيجيات مختلفة لحل المشكلات، سواء كانت تقليدية أو غير تقليدية.
- اختيار وتكييف الاستراتيجية :القدرة على اختيار الاستراتيجية الأنسب وفقًا لسياق المشكلة، وتكييفها بمرونة عند مواجهة أنواع مختلفة من المسائل.

- المرونة في التمثيل :القدرة على الفهم والانتقال بين تمثيلات رياضية متعددة (مثل التمثيل البياني، الرمزي، اللفظي، والجداول) لتعميق الفهم وتسهيل حل المشكلات.
- الفهم الإجرائي والمفاهيمي :الدمج بين المهارات الإجرائية والمعرفة المفاهيمية لتمكين استخدام استراتيجيات ذات معنى والتفكير المرن.
- فهم المبادئ الرياضية :استيعاب المبادئ الأساسية (مثل الإبدال، والعكس) التي تدعم التطبيق المرن والانتقال بين المفاهيم المختلفة.
- المعرفة التي تتجاوز الاستراتيجيات :إدراك أن المرونة تتضمن فهم العلاقات بين المفاهيم (مثل فهم الأعداد والعلاقات)، والتفكير في الإجراءات والمفاهيم معًا.
- المهارات ما وراء المعرفية :التفكير في الاستراتيجيات المستخدمة وتقييمها من حيث مدى ملاءمتها وفعاليتها.

أما Hong et al. (2023)، فقد قدّموا منظورًا ديناميكيًا يركّز على أداء التلميذ في أثناء حل المشكلات، وشدّدوا على أهمية التفاعل مع السياق، وقدرتهم على التبديل والتكيّف. وقد تضمنت مهاراتهم الفرعية للمرونة الرياضية ما يلي:

- الانتقال بين استراتيجيات مختلفة :القدرة على اختيار وتطبيق استراتيجيات متنوعة لحل المسائل، وتغييرها حسب الحاجة، للاستفادة من أنسب الطرق في حل المشكلة.
- القدرة على التبديل بين الحلول :القدرة على التحول من أسلوب حل معين إلى آخر، خاصة عندما تتطلب المسألة استخدام استراتيجية مختلفة أو أكثر كفاءة.
- المرونة في التفاعل مع سياقات متنوعة :القدرة على التكيف مع سياقات مختلفة، مثل تغيير نوعية المشكلات، أو ظروف التنفيذ، بهدف تحسين الأداء واستثمار المعرفة بشكل أفضل.
- تطوير المعرفة الإجرائية :فهم وتطبيق مجموعة من الإجراءات والطرق المختلفة، ومرونتها بحيث يمكن استخدامها بشكل متكرّر ومرن عند الحاجة.
- المرونة في تصور الحلول :القدرة على تصور وتوليد حلول متعددة لمشكلة واحدة، وتقييمها واختيار الأنسب منها بناءً على مواقف مختلفة.
- التحليل والتقييم :قدرة التلاميذ على تقييم الحلول والاستراتيجيات المختلفة وتحسينها، بما يعبر عن مستوى من المرونة في التفكير والتعامل مع المسائل.

المهارات المستهدفة من المرونة الرياضية في هذا البحث

بالنظر إلى طبيعة استراتيجية الفشل المنتج التي تعتمد على تمكين المتعلم من استكشاف الحلول، وتجريب الاستراتيجيات، والتعلم من الأخطاء، فقد تم اختيار مجموعة من المهارات الفرعية للمرونة الرياضية التي تتناسب مع أهداف البحث وخصائص الفئة المستهدفة (تلاميذ المرحلة الإعدادية)، ويمكن ملاحظتها وقياسها بشكل فعّال من خلال المواقف التعليمية المصممة.

وقد تم تحديد أربع مهارات فرعية للمرونة الرياضية لتكون محورًا للتنمية، وهي:

١-التعرف على استراتيجيات الحل المتعددة

وتعني قدرة التلميذ على تمييز الخطوات الممكنة لحل المسألة، وتحديد أي منها يُعد صحيحًا من الناحية الرياضية.

٢- استخدام استراتيجيات حل متعددة

وتعني قدرة التلميذ على تطبيق أكثر من طريقة صحيحة لحل المسألة الواحدة، مما يعكس فهمًا مرنًا للمفاهيم والعلاقات الرياضية.

٣- اختيار الاستراتيجية الأنسب بحسب سياق المشكلة
وتعني قدرة التلميذ على تقييم فعالية كل استراتيجية في سياق معين، واختيار الطريقة الأسرع أو الأسهل أو الأدق حسب طبيعة السؤال.
٤- تقييم فاعلية الاستراتيجيات وتحسين الأداء
وتعني قدرة التلميذ على تحليل طرق الحل المختلفة وتحديد الصواب والخطأ فيها، واقتراح تحسينات على الحلول غير الدقيقة.
ويأتي اختيار هذه المهارات لتنميتها في البحث الحالي لأنها تمثل تسلسلاً متدرجًا ومنطقيًا لبناء المرونة الرياضية، بدءًا من التعرف على استراتيجيات الحل المتعددة، ثم استخدامها فعليًا، فاختيار الأنسب منها بحسب السياق، وصولًا إلى تقييمها وتحسين الأداء. ويتماشى هذا التسلسل مع طبيعة استراتيجية الفشل المنتج التي تعتمد على التجريب والتفكير والتحسين المستمر، كما أن هذه المهارات مناسبة لخصائص تلاميذ المرحلة الإعدادية، وقابلة للملاحظة والقياس في المواقف التعليمية، وتعكس فهمًا مفاهيميًا واستراتيجيًا أعمق.

الممارسات الداعمة للمرونة الرياضية:

تشير الأدبيات التربوية الحديثة إلى أن تنمية المرونة الرياضية لدى التلاميذ تتطلب تبني ممارسات تعليمية متكاملة تهدف إلى تمكينهم من استخدام وتطوير استراتيجيات متنوعة بمرونة وكفاءة.

- من أبرز هذه الممارسات، التعريض الصريح لاستراتيجيات متعددة في حل المسائل، حيث يوصي الباحثون بضرورة تقديم طرق متنوعة للحل بشكل مباشر، مع توضيح أوجه التشابه والاختلاف بينها. ويساعد هذا الأسلوب في تنمية وعي التلاميذ بتعدد الحلول الممكنة، ويعزز قدرتهم على اختيار الأنسب منها وفقًا للموقف(Hickendorff et al., 2022; Newton et al., 2020) .
- كذلك، تُعد مقارنة الاستراتيجيات ومناقشتها وسيلة فعالة لتعزيز التفكير النقدي والمرونة. فعندما يُطلب من التلاميذ تقييم فعالية الحلول المختلفة، وتبرير سبب تفضيل إحداها على الأخرى، يتطور لديهم وعي أعمق بكيفية استخدام الاستراتيجيات بشكل ملائم (Hong et al., 2023; Newton et al., 2020).
- إضافة إلى ذلك، تشجع بعض الأنشطة التلاميذ على التبديل بين الاستراتيجيات أو تطوير طرقهم، من خلال إعادة حل المسألة باستخدام طرق بديلة(Hong et al., 2023) .
- كما تؤكد الدراسات على أهمية الممارسات التأملية والنقاش الجماعي، حيث يُطلب من التلاميذ تفسير قراراتهم وتبرير اختياراتهم، والتفاعل مع وجهات نظر زملائهم (Hickendorff et al., 2022) .
- وتبرز أهمية تهيئة بيئة تعليمية محفزة على التجريب والاستكشاف، تُشجّع عقلية النمو وتقلل من الخوف من الفشل. فكلما شعر التلاميذ بالأمان في تجربة طرق جديدة، زادت فرص بناء مرونة حقيقية تستند إلى الثقة والفضول(Hong et al., 2023; Newton et al., 2020) .
- كذلك، تُعد التغذية الراجعة المستمرة وتنوع التمارين من العوامل الداعمة للمرونة، حيث تتيح للطلاب التأمل في أدائهم، والتعرف على فرص جديدة للتحسين، وتراكم خبراتهم في استخدام استراتيجيات متعددة بمرور الوقت(Hickendorff et al., 2022) .

وفي هذا السياق، يقدم Farber and Koichu (2023) دراسة هدفت إلى استقصاء نوعية المواقف التعليمية التي يمكن أن يصممها معلمو الرياضيات ذوو الخبرة بهدف تنمية المرونة الرياضية لدى طلاب المرحلة الثانوية. توصلت الدراسة إلى ثلاثة أنواع رئيسية من المهام التي تسهم في تعزيز المرونة الرياضية:

- مهام الحلول المتعددة :تتيح أكثر من طريقة صحيحة للحل، وتشجع التلاميذ على استخدام استراتيجيات متنوعة، مما ينمّي وعيهم بتعدد المسارات الممكنة.
- مهام ابحث عن الإستراتيجية الأفضل: تعرض أكثر من طريقة للحل، وتدفع التلاميذ إلى تحليل هذه الطرق وتحديد الأنسب بناءً على الكفاءة أو البساطة.
- مهام الطريق المسدود :تُصمم بحيث تقود الاستراتيجية المتوقعة إلى نتيجة غير صحيحة، مما يجبر التلميذ على التراجع وتبني نهج جديد، وهو ما يُعد مؤشرًا حقيقيًا على امتلاك المرونة.

الدراسات التي تناولت المرونة الرياضية

في ظل الاهتمام المتزايد بمفهوم المرونة الرياضية، أُجريت العديد من الدراسات الأجنبية التي استهدفت تنمية هذه المهارة، ومن بين هذه الدراسات ما قدمه كل من: (Heinze et al., 2018; Hickendorff et al., 2022; Rittle-Johnson et al., 2012; Xu et al., 2017)، وقد تناولت هذه الدراسات المرونة الرياضية من زوايا متعددة، منها التمثيلات المتنوعة، واستخدام استراتيجيات حل متعددة، وانتقال المعرفة بين السياقات. ورغم هذا الاهتمام الملحوظ في الأدبيات الأجنبية، إلا أنه – في حدود علم الباحثة – تُعد الدراسات العربية التي تناولت تنمية المرونة الرياضية محدودة، ومن أبرزها دراسات: الليثي (٢٠١٩)، الكبيسي (٢٠١٦)، ونصحي (٢٠٢٤). وتشير هذه الندرة إلى حاجة ماسة لمزيد من الأبحاث العربية التي تستهدف تطوير هذه المهارة لدى المتعلمين، وهو ما تسعى إليه الدراسة الحالية.

المحور الثالث: المثابرة الرياضية: Mathematical Perseverance

المقصود بالمثابرة الرياضية:

تناول العديد من الباحثين مفهوم المثابرة الرياضية من زوايا مختلفة، موضحين أبعاده المعرفية والسلوكية. فقد عرّف Middleton et al. (2015) المثابرة بأنها الاستمرار في بذل الجهد بدقة واجتهاد نحو هدف محدد، رغم ما قد يواجهه الفرد من صعوبات أو إحباطات.

أما Bass and Ball (2015) فقد قدّما تصورًا أكثر شمولاً، حيث وصفا المثابرة بأنها مجموعة من الممارسات التي تشمل: انخراط التلميذ في النشاط رغم حالة عدم اليقين، والقدرة على التنظيم الذاتي للاستمرار في النشاط رغم الصعوبات، والعمل بثقة حتى في غياب حل واضح.

وسار Barnes (2015) في الاتجاه نفسه، معرفًا المثابرة بأنها السعي لمتابعة خط من التفكير الرياضي رغم الصعوبة أو التأخير في تحقيق النجاح. وتشير كلمة "السعي" هنا إلى نوع من الإصرار النشط، يتضمن الانتقال بين عمليات التفكير بشكل مرن وغير نمطي، مع الاستفادة من الخبرات السابقة لبناء خطوات التفكير التالية.

من جانب آخر، ركّز Wilburne and Dause (2017) على أهمية الاستمرار في السعي تحت ضغط الفشل، موضحين أن المثابرة تتجلى في التصرف المعرفي النشط والاهتمام المستمر بالمهمة، حتى في ظل الإحباط أو التحديات.

وفي السياق نفسه، قدّم DiNapoli and Miller (2022) تعريفًا للمثابرة الرياضية باعتبارها القدرة على مواصلة العمل على حل المشكلات أو أداء المهام التي تتطلب جهدًا ذهنيًا عاليًا، رغم الإحباط أو الفشل المؤقت. وهم يفرّقون بين المثابرة والجهد المؤقت، حيث ترتكز الأولى على الاستمرارية والتكيف وإعادة التركيز أثناء عملية التعلم.

وعرّف Buenrostro and Ehrenfeld (2023) المثابرة الرياضية بأنها القدرة على مواصلة حل المشكلات وفهم الأفكار الرياضية بعمق، مع التحلي بالصبر والثقة، وعدم الاستسلام أمام التحديات، مع توظيف استراتيجيات فعالة تدعم الفهم وتنمّي المهارات الرياضية.

تبرز التعريفات السابقة أن المثابرة الرياضية ليست صفة ثابتة، بل قدرة مرنة تنمو مع الوقت والخبرة، وتعكس إصرارًا واعيًا وتفاعلًا فعّالًا مع التحديات رغم الغموض أو الفشل المؤقت. وتُعد عملية تعلمية مستدامة تجمع بين الجهد المعرفي، والتحكم الانفعالي، والتفاعل التربوي. ويقع على المعلم دور أساسي في خلق بيئة تعليمية محفزة تعزز هذا النوع من المثابرة، باعتبارها مهارة قابلة للتنمية بالتوجيه والممارسة، تسهم في بناء استقلالية المتعلمين وثقتهم بأن الخطأ جزء طبيعي من التعلم الرياضي الفعّال.
خصائص التلاميذ المثابرين في تعلم الرياضيات

سمات التلاميذ الذين يتمتعون بالمثابرة:

يشير بدران وآخرون (٢٠٠٩) إلى أن التلميذ المثابر يتميز بقدرته على توظيف إمكاناته بفعالية لتحقيق أهدافه التعليمية، مما يمنحه الشعور بالإنجاز والثقة والطموح العالي. كما يتسم باتجاهه الإيجابي في مواجهة الضغوط، ويتحلى بالصبر وتحمل المشاق، مع تقبله للتجديد واستعداده للتطور المستمر.
وفي سياق حل المشكلات الرياضية، تتجلى سمات المثابرة بشكل أكثر تحديدًا، كما أوضح DiNapoli and Miller (2022)، في عدة جوانب رئيسة، من أبرزها:

- يتمتع التلميذ المثابر بالقدرة على الاستمرار في المحاولة بعد الفشل أو الإحباط، حيث لا يتوقف عند أول عائق، بل يعاود التجريب مرات متعددة، ساعيًا لتجاوز العقبة.
- لا يقتصر التلميذ المثابر على أسلوب واحد، بل يُظهر قدرة على تعديل أو تغيير خططه عند الحاجة، ويبحث عن طرق بديلة كلما توقّف تقدمه.
- يميل التلاميذ المثابرون إلى استخدام خطط بديلة تساعدهم على تجاوز العقبات، مثل التفكير في "ماذا أفعل إذا توقفت هنا؟"، مما يعزز قدرتهم على الاستمرار وتجاوز اللحظات الصعبة.
- يُبدي هؤلاء التلاميذ ارتباطًا عاطفيًا إيجابيًا بالتعلم، ويظهرون رغبة حقيقية في مواصلة العمل، حتى عند الإحساس بالإحباط، كما في التعبير "سوف أحاول بطريقة أخرى" رغم الصعوبة.
- يُظهر التلميذ المثابر قدرة على مقاومة مشاعر التراجع أو الاستسلام، ويستمر في العمل رغم التحديات، مدفوعًا بإصرار داخلي على النجاح والفهم.
- يعتمد التلميذ المثابر على فهمه العميق للأفكار الرياضية والعلاقات بين المفاهيم كوسيلة لتجاوز المشكلات، حيث يسهم هذا الفهم في تعديل استراتيجياته بشكل منطقي وفعّال.

من جهة أخرى، يقدم Buenrostro and Ehrenfeld (2023) تصورًا مكملًا لسمات المثابرة الرياضية، حيث يشيران إلى جوانب أكثر استراتيجية وتنظيمية، تشمل:

- يتمتع التلميذ بقدرة على تنويع الأساليب وتعديلها بحسب الموقف، دون الاعتماد على طريقة واحدة.
- يراقب التلميذ المثابر تقدمه، ويُقيّم استراتيجياته، ويُعيد تنظيم جهوده بما يخدم الهدف النهائي من الحل.
- يحتفظ التلميذ بدافعيته، ويواصل العمل رغم العقبات، محافظًا على تركيزه تجاه تحقيق الفهم الكامل للمشكلة.
- لا يرى التلميذ المثابر الخطأ كفشل، بل كفرصة لإعادة التقييم وتطوير نهج جديد يقوده للنجاح.
- يواجه التلميذ التحديات بإصرار وثقة، ويؤمن بقدرته على تجاوزها، مما يعزز استمراره وتطوره.
- يسعى التلميذ المثابر إلى فهم المفهوم الرياضي بعمق، ويتجاوز الحفظ الآلي أو التكرار، ليبني حلوله على فهم متين يسمح له بالتعامل مع مشكلات مشابهة لاحقًا.

تؤكد هذه الخصائص مجتمعة أن المثابرة الرياضية ليست مجرد سمة فطرية، بل هي مهارة قابلة للنمو والتطوير من خلال بيئة تعليمية داعمة، وتدريب موجّه على استراتيجيات التفكير، وتعزيز القيم الإيجابية المرتبطة بالتعلم. وتعد هذه السمات من المؤشرات الأساسية التي تساعد المعلم على فهم طبيعة تفاعل طلابه مع التحديات الرياضية، وتوجيههم نحو ممارسات أكثر فاعلية وثقة في مواجهة المشكلات.

أهمية المثابرة الرياضية

أشار DiNapoli and Miller (2022) إلى أن المثابرة تدعم الاستمرارية في العمل وتمنح المتعلم فرصة للتعلم العميق، حيث تسهم في تعزيز ثقته بنفسه، وتحقيق تجربة تعليمية إيجابية قائمة على التحدي والانجاز، كما تساعده على التكيف مع مواقف تعليمية متنوعة.

وفي السياق ذاته، أكدت الأدبيات التربوية على أن المثابرة الأكاديمية ترتبط بشكل مباشر بجودة الأداء والتحصيل الدراسي. فكما بيّن عبد العال وعبد العال (٢٠٢٢)، فإن المثابرة تُعد من السمات الجوهرية للنجاح الأكاديمي، لما تحمله من قدرة على تمكين المتعلم من التكيف، والتفكير العميق، والتغلب على الصعوبات.

ويرى عبد ربه (٢٠٢٣) أن المثابرة تمكن المتعلم من التفاعل الإيجابي مع مواقف التعلم المختلفة، وبذل الجهد اللازم لتجاوز العقبات التعليمية مهما طالت مدتها، وهو ما ينعكس إيجابيًا على صحته النفسية، ويعزز سعادته وقدرته على الاستمرار في التعلم وتحقيق التقدم الأكاديمي.

أما من منظور تعلم الرياضيات تحديدًا، فقد أوضح Buenrostro and Ehrenfeld (2023) أن للمثابرة دورًا محوريًا في تعزيز فاعلية مشاركة التلاميذ، وتطوير مهاراتهم، وبناء فهم عميق للمفاهيم. وأوضحوا أن من أبرز فوائد المثابرة الرياضية ما يلي:

- تمكّن المثابرة التلاميذ من التعمق في المفاهيم الرياضية، والتفاعل معها بدقة ووعي، مما يدعم تفسيرهم المنطقي واستيعابهم الشامل.
- تتطلب المثابرة استكشاف استراتيجيات متعددة، والنظر إلى المشكلات من زوايا مختلفة، وهو ما يعزز التفكير العالي والمنطقي لدى المتعلمين.
- تعزّز المثابرة قدرة التلميذ على تحويل الفشل إلى فرص تعلم، وتجاوز العقبات بمرونة ووعي استراتيجي.
- يُسهم الإصرار على حل المشكلات في تعزيز ثقة التلميذ بنفسه، وتكوين صورة إيجابية عن ذاته كمتعلّم رياضيات قادر ومجتهد.
- من خلال المثابرة، يصبح التلميذ أكثر قدرة على التفاعل المستمر مع الأنشطة الصفية، ويسهم ذلك في رفع مستوى أدائه بشكل شامل.

الممارسات الداعمة للمثابرة الرياضية

تُعد المثابرة في حل المشكلات الرياضية مهارة يمكن تعزيزها من خلال ممارسات تربوية مقصودة تركز على تصميم المهام وتنظيم بيئة التعلم بما يُشجع على الاستمرار والتفاعل العميق مع التحديات. وقد اقترح DiNapoli and Miller (2022) مجموعة من الإجراءات التعليمية التي من شأنها دعم مثابرة التلاميذ أثناء انخراطهم في حل المشكلات، وهي:

- تقديم مهام رياضية مركبة ولكنها مألوفة نسبيًا، بما يجعلها تحديًا قابلًا للتعامل، حيث يُدرك التلميذ أن الصعوبة جزء طبيعي من التعلم، ويُحفّز على الإصرار والاستكشاف.
- يُعد تبادل الأفكار والتعبير عنها شفهيًا أو كتابيًا جزءًا مهمًا من تعزيز المثابرة، إذ يساعد التلاميذ على تنظيم تفكيرهم، ويخلق بيئة من التفاعل النشط مع المهمة.

- يتطلب دعم المثابرة تقديم مساندة مدروسة عند تعثر التلميذ، دون الإسراع في تقديم الحل. يجب أن يحافظ المعلم على مستوى التحدي، ويوفر أنماط دعم مختلفة تعزز استقلالية التفكير.
- يُشجَّع التلاميذ على تقدير المحاولة، وعدم ربط النجاح بالحل الفوري فقط، مما يُساعد في تقبل الخطأ كجزء من عملية التعلم ويُعزز من الاستعداد للمحاولة مرة أخرى.
- تشجيع التلاميذ على مواصلة التفكير والمحاولة، ومعالجة الأخطاء بطريقة بناءة، مما يدعم بيئة تعليمية تقدّر المثابرة كقيمة تعليمية أساسية.

وفي السياق نفسه، قدم Buenrostro and Ehrenfeld (2023) مجموعة من الممارسات التي من شأنها دعم مثابرة التلاميذ أثناء انخراطهم في حل المشكلات، ومن أبرزها:

- يُشجَّع التلاميذ على تبنّي عقلية النمو، والإيمان بأن التحسن ممكن من خلال الجهد والمثابرة، مما يعزز ثقتهم بأنفسهم وقدرتهم على التغلب على التحديات.
- تُصمم الأنشطة لتكون ضمن نطاق قدرات التلاميذ، لكنها تتطلب منهم التفكير بعمق، مما يحفزهم على العمل المستمر دون الشعور بالإحباط السريع.
- يُتيح العمل ضمن مجموعات الفرصة للطلاب للاستفادة من خبرات أقرانهم وتبادل الاستراتيجيات، مما يرفع من مستوى التماسك والقدرة على المثابرة في مواجهة التحديات.
- يُعلَّم التلاميذ أن الخطأ فرصة لإعادة التقييم وتطوير طرق جديدة، ويُعزَّز لديهم الوعي بأهمية مراجعة الذات وتحسين الأداء.
- يقوم المعلم بدور محفّز من خلال التشجيع المستمر وإظهار التقدير للمحاولات الجادة، مما يساهم في المحافظة على حماس التلاميذ وإصرارهم على الاستمرار.

في ضوء ما تم عرضه من ممارسات داعمة للمثابرة الرياضية، يمكن القول إن هذه الممارسات تتكامل بشكل وثيق مع استراتيجية الفشل المنتج حيث يشترك كلاهما في التركيز على دور التحدي، وعدم اليقين، والمحاولة المتكررة في تعزيز الفهم الرياضي العميق. فالفشل المنتج يُشجع على منح التلاميذ فرصًا أولية لاستكشاف المشكلات بشكل مستقل دون تدخل مباشر، وهو ما يتقاطع مع مبدأ تصميم مهام غامضة، وتوفير وقت كافٍ للتفكير والتجريب، والامتناع عن تقديم الحلول السريعة. كذلك، فإن دعم التلاميذ في التعبير عن أفكارهم، والتعلم من الأخطاء، وتنمية المرونة في الاستراتيجيات، كلها عناصر جوهرية تُشكّل أرضية صلبة لتفعيل الفشل المنتج داخل الصف.

الدراسات التي تناولت المثابرة الرياضية

في ظل الاهتمام المتنامي بمفهوم المثابرة في الرياضيات، ظهرت العديد من الدراسات الأجنبية التي سعت إلى تنمية هذه المهارة الحيوية، ومن أبرزها ما قدمه كل من Barnes (2015), Bettinger et al. (2018), Bifulco (2017), DiNapoli and Miller (2022), Prastiti (2020), Wilburne and Dause (2017). وعلى الرغم من هذا الزخم البحثي في الأدبيات الأجنبية، إلا أن الدراسات العربية التي تناولت تنمية المرونة الأكاديمية في تدريس الرياضيات ما تزال محدودة – بحسب اطلاع الباحثة – ومن أبرزها: حسب الله (٢٠١٩)، عبد العال وعبد العال (٢٠٢٢)، وعبد ربه (٢٠٢٣). وتعكس هذه المحدودية حاجة ماسة إلى إجراء المزيد من البحوث العربية التي تُعنى بتنمية هذه المهارة لدى المتعلمين، وهو ما تسعى الدراسة الحالية إلى المساهمة فيه.

فروض البحث:

١- يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية ودرجات تلاميذ المجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لاختبار المرونة الرياضية لصالح المجموعة التجريبية.

٢- يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية ودرجات تلاميذ المجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لمقياس المثابرة الرياضية لصالح المجموعة التجريبية.

منهج وإجراءات البحث:

أولا: منهج البحث:

اعتمد البحث على المنهج التجريبي ذو التصميم شبة التجريبي القائم على مجموعتين: تجريبية وضابطة، وذلك بهدف تقصي أثر استخدام استراتيجية الفشل المنتج في تنمية المرونة الرياضية والمثابرة الرياضية لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي. حيث درست المجموعة التجريبية وحدة "القوى والأسس والجذور" باستخدام استراتيجية الفشل المنتج، بينما درست المجموعة الضابطة الوحدة نفسها باستخدام الطريقة الاعتيادية المعتمدة على الشرح المباشر والتدريبات التقليدية. وقد تم تطبيق أدوات البحث (اختبار المرونة الرياضية، ومقياس المثابرة الرياضية) على المجموعتين قبليًا وبعديًا بهدف قياس مدى التغير في المتغيرات التابعة لدى المجموعة التجريبية مقارنة بالضابطة.

ولتعميق فهم نتائج الدراسة الكمّية وتفسيرها، تم استخدام الأسلوب النوعي (qualitative) من خلال إجراء مقابلات مع بعض تلاميذ المجموعة التجريبية بعد انتهاء تدريس الوحدة باستخدام استراتيجية الفشل المنتج، وذلك للتعرف على خبراتهم وتصوراتهم حول التعلم باستخدام استراتيجية الفشل المنتج، وكيف أثرت هذه الاستراتيجية على تفكيرهم الرياضي وسلوكهم أثناء مواجهة المشكلات الرياضية. وقد أُجريت المقابلات في مكتبة المدرسة، وتم تسجيل الإجابات وتحليلها لاستخلاص الموضوعات الدالة (Themes) التي تعزز النتائج الكمية وتُسهم في بناء صورة أكثر شمولية لتأثير استراتيجية الفشل المنتج.

ثانيا: مجموعة البحث:

تم تطبيق البحث على مجموعتين من تلاميذ الصف الأول الإعدادي بمدرسة ناصر الإعدادية بإدارة الخارجة التعليمية بمحافظة الوادي الجديد، إحداهما تجريبية وعددها (٣٥) تلميذا وتلميذة درست وفق استراتيجية الفشل المنتج، والأخرى ضابطة وعددها (٣٥) تلميذا وتلميذة درسوا نفس الوحدة بالطريقة المعتادة.

ثالثا: اختيار وحدة الدراسة وتحليلها:

تم اختيار وحدة القوى والأسس والجذور لتطبيق استراتيجية الفشل المنتج وفقا للأسباب الآتية:

- احتواء الوحدة على مفاهيم مجردة ومعقدة مثل الأسس والجذور، مما يجعلها مناسبة لتحفيز الفهم العميق عبر التجريب والخطأ.
- طبيعة المسائل تتيح تعدد الاستراتيجيات، مما يسهم في تنمية المرونة الرياضية.
- تتميز الوحدة بإمكانية تصميم مشكلات مفتوحة، تشجع التفكير غير الروتيني، وتعزز المثابرة في مواجهة الصعوبات.
- تُعد المفاهيم المقدمة فيها أساسًا لموضوعات رياضية لاحقة، وتكثر فيها الأخطاء المفاهيمية، مما يجعلها بيئة تعليمية فعالة لبناء المعنى من خلال الفشل المنتج.

- تحليل محتوى الوحدة:

تم تحليل محتوى وحدة القوى والأسس والجذور لتحديد موضوعاتها المختلفة، وكذلك جوانب التعلم المتضمنة بها من (مفاهيم، تعميمات، مهارات) وقد تم التحقق من صدق التحليل من خلال عرضه على

مجموعة من أساتذة المناهج وطرق تدريس الرياضيات ومعلمي وموجهي الرياضيات بالمرحلة الإعدادية، وكذلك الثبات من خلال إعادة التحليل مرة أخرى بفاصل زمني مدته أسبوعين. وقد وجد أن معامل الثبات يساوي (٠.٩٥).

رابعا: إعداد مواد وأدوات البحث:

أ- إعداد مواد البحث، والمتمثلة في:

١- إعداد دليل المعلم:

وقد تضمن الدليل ما يلي:

١- مقدمة: تعطي فكرة مختصرة للمعلم عن استراتيجية الفشل المنتج.

٢- الخطوات الإجرائية لاستخدام استراتيجية الفشل المنتج.

٣- تحليل محتوى وحدة القوى والأسس والجذور المتضمنة بمقرر الرياضيات للصف الأول الإعدادي.

٤- الأهداف العامة لوحدة القوى والأسس والجذور.

٥- الخطة الزمنية لتدريس موضوعات الوحدة.

٦- عرض موضوعات الوحدة في صورة دروس. يحتوي كل درس على عنوان الدرس ومجموعة من الأهداف السلوكية، خطة السير في الدرس وفقا لاستراتيجية الفشل المنتج.

- **ضبط الدليل:** تم عرض الدليل على السادة المحكمين وتم إجراء التعديلات المقترحة من قبلهم وأصبح الدليل في صورته النهائية جاهزا للتجريب الميداني (ملحق ٣).

٢- إعداد أوراق عمل التلميذ:

تم إعداد أوراق عمل التلميذ وفقا لاستراتيجية الفشل المنتج لمحتوى وحدة القوى والأسس والجذور المقررة على طلاب الصف الأول الإعدادي. حيث احتوت على مجموعة متنوعة من الأنشطة والتدريبات التي تساعد على تنمية المرونة الرياضية وتنشيط المثابرة في حل مشكلات الرياضيات لدى التلاميذ.

ضبط أوراق عمل التلميذ :تم عرض مجموعة الأنشطة على مجموعة من السادة المحكمين المتخصصين في المناهج وطرق تدريس الرياضيات، وموجهي ومدرسي الرياضيات للتحقق من مناسبة هذه الأنشطة لتلاميذ الصف الأول الإعدادي وأصبحت في صورتها النهائية صالحة للاستخدام (ملحق ٤).

ب- إعداد أدوات البحث:

١- إعداد اختبار المرونة الرياضية:

من خلال الاطلاع على بعض البحوث والدراسات السابقة التي تناولت المرونة الرياضية ومنها Newton et al. (2020)، وHickendorff et al. (2022)، وHong et al. (2023)، وتحليل محتوى وحدة القوى والأسس والجذور المقررة على تلاميذ الصف الأول الإعدادي تم أعداد الاختبار وفقاً للخطوات التالية :

- **تحديد الهدف من الاختبار**: هدف الاختبار إلى قياس قدرة التلاميذ على توظيف استراتيجيات متنوعة في حل المشكلات الرياضية، وتحديد مدى قدرتهم على التبديل بين الطرق المختلفة، واختيار الأنسب منها بناءً على طبيعة المسألة، إضافة إلى قدرتهم على تقييم الحلول وتحسينها.

- **تحديد أبعاد اختبار المرونة الرياضية :**تم تحديد أبعاد الاختبار المستهدف قياسها في ضوء طبيعة محتوى وحدة القوي والاسس والجذور وطبيعة المرحلة في أربع مهارات رئيسة وهي التعرف على استراتيجيات الحل المتعددة، استخدام استراتيجيات حل متعددة، تحديد الاستراتيجية الأكثر فاعلية بحسب سياق المشكلة، تقييم فاعلية الاستراتيجيات وتحسين الأداء

ـ صياغة مفردات الاختبار: تكوّن الاختبار من أربعة محاور رئيسة، يمثل كل محور مهارة من مهارات المرونة الرياضية. اشتمل كل محور على خمسة تمارين تقيس المهارة المستهدفة، ليصبح إجمالي عدد مفردات الاختبار (٢٠) مفردة، هذه المحاور هي:

- **القدرة على التعرف على استراتيجيات الحل المتعددة:**

تضمنت المفردات في هذا المحور مسائل رياضية تُعرض فيها مجموعة من الخطوات المحتملة لحل المسألة، ويُطلب من التلميذ تقييم كل خطوة على حدى وتحديد ما إذا كانت صحيحة أم لا.
نوع السؤال **:**اختيار من متعدد (نعم / لا) لكل خطوة مقترحة.

- **القدرة على استخدام استراتيجيات حل متعددة:**

اشتملت مفردات هذا المحور على مسائل رياضية يُطلب من التلميذ حل كل منها باستخدام طريقتين مختلفتين، مع توضيح خطوات الحل في كل طريقة، مما يبرز قدرته على التنقل بين استراتيجيات متنوعة.
نوع السؤال :أسئلة مفتوحة.

- **القدرة على تحديد الاستراتيجية الأكثر فاعلية في ضوء سياق المشكلة:**

ضمنت مفردات هذا المحور مسائل رياضية مرفق بها استراتيجيتان مختلفتان للحل، ويُطلب من التلميذ اختيار الاستراتيجية الأنسب مع تبرير اختياره من حيث الكفاءة، والسهولة، والدقة في الوصول إلى الحل.
نوع السؤال :سؤال تفسيري قائم على المفاضلة بين بدائل.

- **القدرة على تقييم فاعلية الاستراتيجيات وتحسين الأداء:**

اشتملت مفردات هذا المحور على مسائل رياضية مرفق بها حلول مقدمة من طلاب افتراضيين. يُطلب من التلميذ تحديد الحل الصحيح مع تفسير سبب صحته، وكذلك تحليل الحل غير الصحيح إن وجد، وتقديم مقترحات لتحسينه.
نوع السؤال :سؤال تحليلي يتطلب التقييم والتعديل.

جدول (١) التالي يوضح مواصفات اختبار المرونة الرياضية في موضوعات وحدة القوى والاسس والجذور.

جدول (١): مواصفات اختبار المرونة الرياضية في موضوعات وحدة القوى والاسس والجذور

الموضوع	رقم المفردة حسب مهارات المرونة الرياضية				عدد مفردات الموضوع	الوزن النسبي للموضوع
	التعرف على استراتيجيات الحل المتعددة	استخدام استراتيجيات حل متعددة	تحديد الاستراتيجية الأكثر فاعلية بحسب سياق المشكلة	تقييم فاعلية الاستراتيجيات وتحسين الأداء		
القوي والأسس	١	-	-	١٩	٢	١٠٪
ضرب القوى التي لها نفس الأساس	-	٨	١١	١٦	٣	١٥٪
قسمة القوى التي لها نفس الأساس	٤	٩	١٤	-	٣	١٥٪
الأس الصفري والأسس الصحيحة السالبة	-	-	١٥	٢٠	٢	١٠٪
الجذر التربيعي لعدد مربع كامل	-	٦	-	١٧	٢	١٠٪
حل معادلات باستخدام الجذر التربيعي	٣	١٠	١٢	-	٣	١٥٪

رقم المفردة حسب مهارات المرونة الرياضية						
الموضوع	التعرف على استراتيجيات الحل المتعددة	استخدام استراتيجيات حل متعددة	تحديد الاستراتيجية الأكثر فاعلية بحسب سياق المشكلة	تقييم فاعلية الاستراتيجيات وتحسين الأداء	عدد مفردات الموضوع	الوزن النسبي للموضوع
الجذر التكعيبي لعدد مكعب كامل	٥	-	١٣	-	٢	٪١٠
حل معادلات باستخدام الجذر التكعيبي	٢	٧	-	١٨	٣	٪١٥
عدد مفردات المهارة	٥	٥	٥	٥	٢٠	٪١٠٠
الوزن النسبي للمهارة	٪٢٥	٪٢٥	٪٢٥	٪٢٥		٪١٠٠

- **طريقة تصحيح الاختبار:** تم توزيع الدرجات على النحو التالي:
  - مهارة التعرف على استراتيجيات الحل المتعددة:

تم منح التلميذ درجة واحدة عن كل خطوة يتم تقييمها بشكل صحيح (نعم / لا).

  - مهارة استخدام استراتيجيات حل متعددة:

تم منح كل تمرين درجتان؛ درجة واحدة لكل طريقة حل صحيحة

  - مهارة تحديد الاستراتيجية الأكثر فاعلية:

تم منح كل تمرين درجتان، على النحو التالي:

    - درجة واحدة لاختيار الاستراتيجية الأنسب وفقًا لمعايير الكفاءة، والسهولة، والدقة.
    - درجة واحدة لتبرير هذا الاختيار بشكل منطقي.
  - مهارة تقييم فاعلية الاستراتيجيات وتحسين الأداء:

تم منح كل تمرين ثلاث درجات، موزعة كما يلي:

    - درجة واحدة لتحديد الحل الصحيح.
    - درجة واحدة لتفسير سبب صحة أو خطأ الحل.
    - درجة واحدة لتقديم تحسين مناسب للحل غير الصحيح

بلغت الدرجة النهائية العظمى لاختبار المرونة الرياضية (٥٥ درجة).

- **صدق الاختبار:** تم التأكد من صدق الاختبار من خلال:

- **صدق المحكمين**: تم عرض الاختبار في صورته الأولية على مجموعة من أساتذة المناهج وطرق تدريس الرياضيات (بلغ عددهم ١٠)، وموجهي ومدرسي الرياضيات (بلغ عددهم ١٠)، لإبداء آرائهم في أسئلة الاختبار من حيث مدى صحة السؤال من الناحية العلمية واللغوية، ومدى مناسبة الأسئلة لمستوى تلاميذ الصف الأول الإعدادي. وقد تم إجراء التعديلات في ضوء أراء المحكمين وذلك بحذف الأسئلة غير المناسبة لصعوبتها، وإعادة صياغة بعض الأسئلة، وأصبح الاختبار في صورته النهائية يتكون من (٢٠) مفردة موزعة على محاور الاختبار.
- **صدق الاتساق الداخلي للاختبار**: طبق الاختبار على عينة استطلاعية (٣٥ تلميذا وتلميذة من تلاميذ الصف الأول الإعدادي بمدرسة الزهور الإعدادية بإدارة الخارجة التعليمية) وذلك للتحقق من صدق الاتساق الداخلي للاختبار. تم حساب معامل (بيرسون) بين كل سؤال من أسئلة الاختبار والدرجة الكلية للبعد الذي تنتمي إلية وبين درجة كل بعد والدرجة الكلية للاختبار، وذلك لمعرفة مدى ارتباط واتساق أسئلة الاختبار بالدرجة الكلية للاختبار وأبعاد الاختبار، والجدولان (٢)، (٣) التاليان يوضحان هذه النتائج.

جدول (٢): معاملات الارتباط بين المفردات والدرجة الكلية للبعد الفرعي المنتمية إليه

المهارات الفرعية للمرونة الرياضية	رقم المفردة	معامل الارتباط	المهارات الفرعية للمرونة الرياضية	معامل الارتباط
	١	٠.٨٢٦		١١	٠.٧٢٩
التعرف على استراتيجيات الحل المتعددة	٢	٠.٧٢٦	تحديد الاستراتيجية الأكثر فعالية بحسب سياق المشكلة	١٢	٠.٦٧٩
	٣	٠.٦٨٤		١٣	٠.٨١١
	٤	٠.٧٥٤		١٤	٠.٧٧٨
	٥	٠.٧٠٣		١٥	٠.٧٢٦
	٦	٠.٨٠١		١٦	٠.٦٨٤
استخدام استراتيجيات حل متعددة	٧	٠.٧٧١	تقييم فاعلية الاستراتيجيات وتحسين الأداء	١٧	٠.٧٥٤
	٨	٠.٨١١		١٨	٠.٧٠٣
	٩	٠.٧٧٨		١٩	٠.٧٢٧
	١٠	٠.٦٦١		٢٠	٠.٦٨٣

جدول (٣): معاملات الارتباط بين المهارات الفرعية والاختبار ككل

المهارات الفرعية	معاملات الارتباط
التعرف على استراتيجيات الحل المتعددة	٠.٧٩
استخدام استراتيجيات حل متعددة	٠.٨٢
تحديد الاستراتيجية الأكثر فعالية بحسب سياق المشكلة	٠.٨٣
تقييم فاعلية الاستراتيجيات وتحسين الأداء	٠.٨١

يتضح من الجدولين السابقين أن أسئلة الاختبار تتمتع بمعاملات ارتباط قوية ودالة إحصائيا عند مستوي (٠.٠١) مع الدرجة الكلية للبعد الذي تنتمي إليه، كما أن ارتباط كل بعد بالدرجة الكلية للاختبار قوية ودالة إحصائيا عند مستوي (٠.٠١) وهذا يدل على أن الاختبار بأسئلته يتمتع باتساق داخلي عالي.

- **التجربة الاستطلاعية للاختبار** :طبق الاختبار فى صورته الأولية على مجموعة من تلاميذ الصف الاول الإعدادي بمدرسة الزهور الإعدادية بإدارة الخارجة التعليمية بمحافظة الوادي الجديد ليسوا ضمن عينة البحث الأصلية، بلغت (٣٥) تلميذا من تلاميذ الصف الأول الإعدادي، وذلك بهدف حساب ما يلي :

- **تحديد زمن الاختبار :**تم حساب زمن الاختبار برصد الزمن الذي استغرقه كل تلميذ من تلاميذ المجموعة التي أجريت عليها التجربة الاستطلاعية ثم قام الباحث بحساب متوسط زمن الاختبار، وجد أن الزمن المناسب للاختبار هو (٩٠) دقيقة، بالإضافة إلى (٥) دقائق لإعطاء التعليمات ليصبح الزمن الكلى المخصص لأداء الاختبار (٩٥ دقيقة).
- **حساب ثبات مفردات الاختبار**: تم حساب قيمه معاملات ألفا كرونباخ وقد جاءت جميع هذه القيم مرتفعة، وهذا دليل على أن الاختبار يتمتع بمعامل ثبات عالي، وبذلك يكون صالحا للاستخدام، ويتضح ذلك من خلال الجدول (٤) التالي.

جدول (٤) معاملات ألفا كرونباخ لكل مهارة فرعية والاختبار ككل

المهارات الفرعية	معامل الثبات (ألفا كرونباخ)
التعرف على استراتيجيات الحل المتعددة	٠.٧٦
استخدام استراتيجيات حل متعددة	٠٧٥
تحديد الاستراتيجية الأكثر فعالية بحسب سياق المشكلة	٠.٧٧
تقييم فاعلية الاستراتيجيات وتحسين الأداء	٠.٧٠
الاختبار ككل	٠.٨٠

- **الصورة النهائية للاختبار :**تم إجراء التعديلات اللازمة في ضوء آراء المحكمين واصبح الاختبار في صورته النهائية، ملحق (٥) حيث اشتمل على (٢٠) مفردة تقيس إبعاد المرونة الرياضية.

٢- إعداد مقياس المثابرة الرياضية:

- **تحديد الهدف من المقياس**: هدف المقياس إلى الكشف عن مثابرة تلاميذ الصف الأول الاعدادي في حل المشكلات الرياضية.

- **أبعاد المقياس**: قامت الباحثة ببناء مقياس المثابرة استنادًا إلى مقياس(DiNapoli (2023 ، الذي يُعنى بتقييم أبعاد مختلفة لسلوك المثابرة لدى الأفراد. وقد تم تحديد ثلاثة أبعاد رئيسة يتكوّن منها المقياس، وهي على النحو التالي:

- **السعي قصير المدى:**

يشير هذا البُعد إلى قدرة الفرد على التركيز على الأهداف الآنية، والاستمرار في بذل الجهد في سبيل تحقيقها رغم ما قد يواجهه من مشاعر الملل أو التعب أو التوتر. ويقيس هذا البُعد مدى المثابرة اللحظية لدى الفرد في مواجهة التحديات اليومية قصيرة الأجل.

- **السعي طويل المدى:**

يتناول هذا البُعد قدرة الفرد على الالتزام بالأهداف البعيدة والمعقدة التي تتطلب استثمارًا طويل الأمد. ويُعنى بقياس مدى الاستمرار في متابعة تلك الأهداف رغم ما قد يصاحبها من إخفاقات أو أعباء نفسية مؤقتة.

- **تكرار التفكير في المشكلات غير المحلولة:**

يُقصد بهذا البُعد ميل الفرد إلى التفكير المتكرر في الأهداف غير المُنجزة أو المساعي السابقة التي لم تُكلل بالنجاح، ومدى رغبته في مواصلة السعي لتحقيقها.

جدول (٥) التالي يوضح مقياس المثابرة الرياضية.

جدول (٥) مقياس المثابرة الرياضية.

م	الأبعاد	عدد العبارات
١	السعي قصير المدى	٤
٢	السعي طويل المدى	٤
٣	تكرار التفكير في المشكلات غير المحلولة	٤
	إجمالي عدد العبارات	١٢

- **طريقة تصحيح المقياس**: تم تصحيح المقياس وفق تدريج ليكرت الخماسي، وكانت بدائل الإجابة هي: دائما، غالبا، أحيانا، نادرا، ابدا، وقد أعطيت الدرجات لكل بديل (٥، ٤، ٣، ٢، ١)، وبذلك تكون الدرجة العليا للمقياس (٦٠) درجة، وأقل درجة (١٢).

- **صدق المقياس**: للتأكد من صدق المقياس، تم عرضه في صورته الأولية على مجموعة من المتخصصين في مجالي المناهج وطرق التدريس، وعلم النفس التربوي، بهدف الحصول على آرائهم حول مدى ملاءمة المقياس من عدة جوانب، هي: دقة الصياغة اللغوية لكل عبارة، وضوح المضمون وسلامته، مدى انتماء العبارات إلى الأبعاد التي تنتمي إليها، ومدى مناسبة التقدير المخصص لكل عبارة.

وقد تم الأخذ بملاحظات المحكمين، وإجراء التعديلات اللازمة على صيغ العبارات بناءً على تلك الملاحظات، وبذلك يكون المقياس قد تحقق له صدق المحتوى. وبعد التعديل، أصبح المقياس يتكون من (١٢) عبارة. يوضح الجدول (٦) نسبة اتفاق المحكمين حول صلاحية المقياس.

جدول (٦) معامل اتفاق المحكمين علي مقياس المثابرة في حل مشكلات الرياضيات

بنود التحكيم	عدد مرات الاتفاق	عدد مرات الاختلاف	معامل الاتفاق
دقة الصياغة اللغوية	٨	٢	٨٠٪
وضوح المضمون وسلامته	٩	١	٩٠٪
مدى انتماء العبارات إلى الأبعاد التي تنتمي إليها	١٠	-	١٠٠٪
ومدى مناسبة التقدير المخصص لكل عبارة	٨	٢	٨٠٪

تم استخدام طريقة اتفاق المحكمين (عددهم ١٠ محكمين) لحساب درجة الثبات، حيث طُلب من كل محكم تسجيل ملاحظاته بشكل مستقل عن الآخرين.

ولحساب نسبة اتفاقهم، تم استخدام معادلة كوبر على النحو التالي:

نسبة الاتفاق= (عدد مرات الاتفاق) ÷ (عدد مرات الاتفاق + عدد مرات الاختلاف) × ١٠٠

وقد تراوحت نسب الاتفاق بين المحكمين بين ٨٠٪، ١٠٠٪ وهي تُعد نسبة اتفاق مرتفعة، مما يشير إلى درجة عالية من الثبات في التحكيم.

- **صدق الاتساق الداخلي :**

تم حساب صدق العبارات فى مقياس المثابرة في حل المشكلات الرياضية من خلال إيجاد قيمة معامل الارتباط بين درجات كل عبارة مع الدرجة الكلية للمقياس (جدول ٧)، ومعاملات الارتباط بين الأبعاد والدرجة الكلية للمقياس (جدول ٨).

جدول (٧) معاملات ارتباط العبارات فى مقياس المثابرة الرياضية بالدرجة الكلية

المفردة	معامل الارتباط	المفردة	معامل الارتباط	المفردة	معامل الارتباط
١	٠.٦٩٠	٥	٠.٨١٨	٩	٠.٨٨٥
٢	٠.٦٦٠	٦	٠.٨٨٥	١٠	٠.٨٤٠
٣	٠.٧٣٤	٧	٠.٧٤٥	١١	٠.٨٣٢
٤	٠.٧٤٤	٨	٠.٧٨٨	١٢	٠.٨٧٢

جدول (٨) معاملات الارتباط بين الأبعاد والدرجة الكلية للمقياس

البعد	السعي قصير المدى	السعي طويل المدى	تكرار التفكير في المشكلات غير المحلولة
معامل الارتباط	٠.٧٠٨	٠.٨١٠	٠.٨٦١

يتضح من الجدولين السابقين أن عبارات المقياس ترتبط ارتباطًا قويًا ودالًا إحصائيًا عند مستوى (٠.٠١) بالدرجة الكلية التي تنتمي إليها، كما أن كل بعد من أبعاد المقياس يرتبط أيضًا ارتباطًا قويًا ودالًا إحصائيًا بالدرجة الكلية للمقياس عند نفس مستوى الدلالة. ويُشير ذلك إلى أن المقياس يتمتع بدرجة عالية من الاتساق الداخلي.

- **التجربة الاستطلاعية للاختبار** :طبق المقياس فى صورته الأولية على مجموعة من تلاميذ الصف الاول الإعدادي بمدرسة الزهور الإعدادية بإدارة الخارجة التعليمية بمحافظة الوادي الجديد ليسوا ضمن عينة البحث الأصلية، بلغت (٣٠) تلميذا من تلاميذ الصف الأول الإعدادي، وذلك بهدف حساب ما يلي :

- **تحديد زمن المقياس :**تم حساب زمن الاختبار برصد الزمن الذي استغرقه كل تلميذ من تلاميذ المجموعة التي أجريت عليها التجربة الاستطلاعية ثم حساب متوسط زمن المقياس، وجد أن زمن المقياس (٣٠ دقيقة)

- **حساب ثبات المقياس**: تم حساب قيمه معاملات ألفا كرونباخ وقد جاءت جميع هذه القيم مرتفعة، وهذا دليل كافي على أن المقياس يتمتع بمعامل ثبات عالي، وبذلك يكون صالحا للاستخدام، ويتضح ذلك من خلال الجدول (٩) التالي :

جدول (٩) معاملات ألفا كرونباخ لكل بعد من ابعاد المقياس

الأبعاد	عدد العبارات	ثبات البعد
السعي قصير المدى	٤	٠.٨٣٠
السعي طويل المدى	٤	٠.٨٦٣
تكرار التفكير في المشكلات غير المحلولة	٤	٠.٧٩٨
الثبات العام للمقياس	١٢	٠.٨٧٢

يتضح من جدول (٩) أن المقياس يتمتع بدرجة مرتفعة من الثبات، حيث تراوحت قيم معاملات الثبات لدى أفراد العينة بين ٠.٨٣٠، ٠.٨٧٢، وهي جميعها دالة إحصائيًا عند مستوى ٠.٠١
وبناءً على ما سبق، يمكن القول إن مقياس المثابرة في حل المشكلات الرياضية يتسم بدرجة مناسبة من الصدق والثبات، ويتكوّن في صورته النهائية من (١٢) عبارة موزعة على الأبعاد الثلاثة للمثابرة الرياضية.

- **الصورة النهائية للمقياس :**

بعد إجراء التجربة الاستطلاعية للمقياس والتأكد من ثباته وصدقه وحساب الزمن اللازم لتطبيقه ، تم التوصل إلى الصورة النهائية للمقياس ملحق (٦) ،الصالحة للتطبيق .

٣ ـ أداة المقابلة

تم إعداد أداة المقابلة (ملحق ٧) على شكل مقابلة فردية نصف موجهة (Semi-Structured Interview)، تهدف إلى استكشاف خبرات وتصورات التلاميذ حول تعلمهم باستخدام استراتيجية الفشل المنتج، وتحليل أثرها على تفكيرهم الرياضي وسلوكهم أثناء حل المشكلات. وقد تم إعداد الأسئلة بناءً على أهداف الدراسة، وتم عرضها على مجموعة من المحكمين المتخصصين في المناهج وطرق التدريس للتأكد من سلامتها اللغوية وملاءمتها العمرية وأهدافها. أُجريت المقابلات بطريقة مرنة، مما سمح بطرح أسئلة متابعة عند الحاجة، تبعًا لإجابات التلميذ، مع الحرص على الحفاظ على تسلسل المحاور الرئيسة.

إجراءات تجربة البحث:

أولاً :ضبط المتغيرات :

- تم التأكد من تكافؤ المجموعتين من حيث كثافة الفصول ومتوسط أعمار التلاميذ .كما تم تدريس كلتا المجموعتين بواسطة نفس المعلم، الذي يمتلك خبرة عشر سنوات في تدريس مادة الرياضيات. وتم توحيد زمن التدريس والمحتوى العلمي والمعلم لضمان تكافؤ ظروف التعلم بين المجموعتين.
- تم إجراء التطبيق القبلي لأدوات البحث على كل من المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة، حيث شمل التطبيق اختبار المرونة الرياضية، ومقياس المثابرة الرياضية .وقد تم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لكل مجموعة، إلى جانب حساب قيمة (ت) لاختبار دلالة الفرق بين متوسطات درجات المجموعتين، وذلك باستخدام برنامج SPSS، كما هو موضح في الجدولين (١٠، ١١).

جدول (١٠) نتائج اختبار " ت " لعينتين مستقلتين للفرق بين متوسطي درجات أفراد المجموعتين (التجريبية والضابطة) فى التطبيق القبلى لاختبار المرونة الرياضية

مهارات المرونة الرياضية	المجموعة	م	ع	قيمة "ت"	مستوى الدلالة
التعرف علي استراتيجيات الحل المتعددة	التجريبية	٧.٢٥٧	١.٤٨	٠.٣٨٧	غير دالة
	الضابطة	٧.١١٤	١.٦٠		
استخدام استراتيجيات حل متعددة	التجريبية	٤.٥١٤	٠.٩٨١	٠.٢٤٤	غير دالة
	الضابطة	٤.٤٥٧	٠.٩٨٠		
تحديد الاستراتيجية الأكثر فعالية بحسب سياق المشكلة	التجريبية	٤.٧٤٣	١.٠١	١.٠٤٩	غير دالة
	الضابطة	٥.٩٤٣	٦.٧٠		
تقييم فاعلية الاستراتيجيات وتحسين الأداء	التجريبية	٧.٦٨٦	٢.٣٠	٠.٥٨٨	غير دالة
	الضابطة	٧.٣٧١	٢.١٧٠		
الاختبار ككل	التجريبية	٢٤.٢٠	٣.٥٧٩	٠.٥٢٧	غير دالة
	الضابطة	٢٤.٨٩	٦.٨٢٠		

تشير بيانات الجدول (١٠) إلى عدم وجود فرق ذا دلالة إحصائية بين متوسط درجات تلاميذ المجموعة التجريبية وتلاميذ المجموعة الضابطة في التطبيق القبلي لاختبار المرونة الرياضية، مما يدل على تكافؤ المجموعتين في هذا المتغير قبل بدء تنفيذ تجربة البحث.

جدول (١١) المتوسط الحسابي والانحراف المعياري، وقيمة (ت) ومستوى الدلالة الإحصائية للفرق بين متوسطات درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق القبلي لمقياس المثابرة الرياضية.

ابعاد المقياس	المجموعة	م	ع	قيمة "ت"	مستوى الدلالة
السعي قصير المدي	التجريبية	١٤.٥٩	١.٣٥	٠.٨٠٤	غير دال
	الضابطة	١٤.٣٥	١.٠٤		
السعي طويل المدى	التجريبية	١٢.٦٥	١.٩٨	٠.٣٥٧	غير دال
	الضابطة	١٢.٤٧	٢.٠٩		
تكرار التفكير في المشكلات غير المحلولة	التجريبية	١١.١٢	١.٧٢	٠.٠٩	غير دال
	الضابطة	١١.١٥	٠.٧٠		
المقياس ككل	التجريبية	٣٨.٢٩	٢.٩٢	٠.٥٧	غير دال
	الضابطة	٣٧.٩١	٢.٤٩		

تُظهر بيانات الجدول (١١) عدم وجود فرق ذا دلالة إحصائية بين متوسط درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في التطبيق القبلي لمقياس المثابرة في حل المشكلات الرياضية، مما يشير إلى تكافؤ المجموعتين في هذا المتغير قبل بدء تنفيذ تجربة البحث

ثانيًا :تنفيذ تجربة البحث

عقب الانتهاء من التطبيق القبلي لأداتي البحث، والتأكد من تكافؤ مجموعتي الدراسة، بدأ التنفيذ الفعلي لتجربة البحث وفقًا لما يلي:

التدريس للمجموعتين:

عقب إجراء التطبيق القبلي، اجتمعت الباحثة مع معلم الفصل، وقام بتزويده بدليل إرشادي يتضمن خطوات التدريس باستخدام استراتيجية الفشل المنتج، وذلك لتيسير تنفيذها أثناء التدريس.

أما المجموعة الضابطة، فقد تم تدريسها بالطريقة التقليدية المعتمدة على الشرح والمناقشة من جانب نفس المعلم.
وقد نُفذت التجربة الأساسية خلال الفترة من ٩ فبراير إلى ٩ مارس ٢٠٢٥، وذلك في الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي وشملت هذه الفترة تطبيق أدوات البحث قبليًا وبعديًا.

التطبيق البعدي لأداتي البحث:

بعد الانتهاء من تدريس محتوى وحدة القوي والاسس والجذور لتلاميذ مجموعتي البحث، تم تنفيذ التطبيق البعدي لأداتي البحث، وهما :اختبار المرونة الرياضية ومقياس المثابرة الرياضية.
وقد تم تصحيح أوراق إجابات التلاميذ في كل من المجموعتين، ورصد الدرجات، ثم معالجتها إحصائيًا، تلا ذلك تحليل النتائج وتفسيرها، وصولًا إلى صياغة التوصيات والمقترحات في ضوء ما أسفرت عنه نتائج البحث.
بعد التطبيق البعدي لأداتي البحث، تم اختيار عينة المقابلة باستخدام أسلوب العينة القصدية Purposive) (Samplingمن بين أفراد المجموعة التجريبية التي تضم (٣٥) تلميذًا ممن تلقوا تعليمهم باستخدام استراتيجية الفشل المنتج .وقد تم اختيار عدد (٨) تلاميذ بهدف تمثيل تنوع الخبرات داخل المجموعة، بما يتيح فهماً أعمق لتأثير استراتيجية الفشل المنتج. راعت عملية الاختيار التنوع في:

- المستوى التحصيلي (عالي – متوسط – منخفض)،
- درجة التفاعل داخل الصف أثناء تنفيذ دروس الاستراتيجية،
- القدرة على التعبير اللفظي والتواصل في المقابلة.

تم إجراء مقابلات فردية مع التلاميذ المختارين في بيئة هادئة وغير رسمية لتشجيعهم على التعبير بحرية. وقد تم تسجيل المقابلات بعد الحصول على موافقة التلميذ وولي الأمر، ثم تفريغها وتحليلها باستخدام منهج التحليل الموضوعي (Thematic Analysis) للكشف عن الأنماط والموضوعات الدالة في إجاباتهم.

تحليل بيانات المقابلات:

تم تحليل بيانات المقابلات باستخدام التحليل الموضوعي(Thematic Analysis) ، وهو أحد الأساليب الشائعة في تحليل البيانات النوعية، ويهدف إلى تحديد الأنماط أو الموضوعات المتكررة داخل البيانات. اتُّبع في عملية التحليل الإطار الإجرائي الذي وضعه Braun and Clarke (2006)، والذي يتضمن ست مراحل رئيسة:

- التعرف المبدئي على البيانات :تم تفريغ المقابلات المسجّلة صوتيًا تفريغًا حرفيًا، ثم قراءتها قراءة متأنية عدة مرات لاكتساب فهم شامل لمحتواها.
- توليد الرموز الأولية :(Initial Codes) تم ترميز العبارات المهمة في إجابات التلاميذ التي تعكس مفاهيم أو مواقف مرتبطة بموضوع الدراسة، مثل "بقيت ما بخافش أغلط"، "كنت بسيب المسألة زمان."
- البحث عن الموضوعات :(Themes) تم تجميع الرموز المتشابهة في فئات أكبر، تمثل أنماطًا متكررة في البيانات، مثل: الاستعداد للمحاولة المتكررة وعدم الاستسلام، تطوير استراتيجيات متنوعة للحل
- مراجعة الموضوعات :تمت مراجعة الموضوعات للتحقق من مدى اتساقها مع بيانات المقابلات وضمان أنها تعكس فعلاً تجارب التلاميذ.
- تحديد أسماء وتعريفات الموضوعات :تم تسمية كل موضوع بدقة وتحديد مضمونه ودلالته، لتكون جاهزة للعرض ضمن نتائج البحث.

- كتابة التقرير النهائي :تم عرض الموضوعات مدعومة باقتباسات مباشرة من إجابات التلاميذ، لزيادة قوة التفسير والربط بالنتائج الكمية والدراسات النظرية ذات الصلة.

نتائج البحث وتفسيرها:

الإجابة عن السؤال الأول من أسئلة البحث واختبار صحة الفرض الأول:

للإجابة عن السؤال الأول من أسئلة البحث ونصه: ما أثر استراتيجية الفشل المنتج على تنمية المرونة الرياضية لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي؟

ولاختبار صحة الفرض الأول للبحث والذي ينص على: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في اختبار المرونة الرياضية في التطبيق البعدي. بعد التطبيق البعدي لاختبار المرونة الرياضية على المجموعتين الضابطة والتجريبية، تم تصحيح الاختبار ورصد الدرجات، ومعالجة هذه البيانات إحصائيا باستخدام البرنامج الإحصائي SPSS، وحساب قيمة حجم الأثر (بمعامل إيتا^2) لاستخدام استراتيجية الفشل المنتج في التدريس مقارنة بالطريقة الاعتيادية. جدول (١٢) يوضح النتائج.

جدول (١٢): دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة وحجم الأثر في التطبيق البعدي لاختبار المرونة الرياضية.

مهارات المرونة الرياضية	المجموعة التجريبية		المجموعة الضابطة		قيمة (ت)	الدلالة عند ٠.٠١	η^2
	م١	ع١	م٢	ع٢			
التعرف على استراتيجيات الحل المتعددة	١٦.٨٩	١.٩٢	١٣.٣١	٢.٢١	٧.٢٢	دال	٠.٤٣
استخدام استراتيجيات حل متعددة	٧.٦٣	١.٧٩	٥.٦٦	١.٦٨	٤.٧٦	دال	٠.٢٥
تحديد الاستراتيجية الأكثر فعالية بحسب سياق المشكلة	٧.٦	٢.٠٣	٥.١٧	١.٩٦	٥.١	دال	٠.٢٨
تقييم فاعلية الاستراتيجيات وتحسين الأداء	١٠.٥٧	٢.٨٨	٧.٣٧	٣.٤٦	٤.٢	دال	٠.٢١
الاختبار ككل	٤٢.٦٩	٤.٦٨	٣١.٥١	٥.٠	٩.٦٦	دال	٠.٥٨

تظهر بيانات الجدول السابق وجود فرق دال إحصائيًا بين متوسط درجات تلاميذ مجموعتي البحث في اختبار المرونة الرياضية ككل، وكذلك في كل مهارة من مهارات المرونة الرياضية، وذلك لصالح المجموعة التجريبية، عند مستوى دلالة (٠.٠١). كما تشير النتائج إلى أن قيمة معامل إيتا^2 تجاوزت (٠.١٤) في جميع المهارات، مما يدل على أن حجم الأثر كبير، وهو ما يؤكد وجود تأثير واضح لاستخدام استراتيجية الفشل المنتج في تنمية المرونة الرياضية لدى تلاميذ المجموعة التجريبية.

وبناءً على ذلك، يتم رفض الفرض الأول في هذا البحث، والقبول بوجود فرق ذي دلالة إحصائية بين متوسط درجات تلاميذ المجموعة التجريبية وتلاميذ المجموعة الضابطة في المرونة الرياضية، لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية.

تتفق هذه النتيجة مع ما توصلت إليه دراسة(2014) Kapur ، التي أشارت إلى أن استراتيجية الفشل المنتج تسهم في زيادة استخدام التلاميذ لاستراتيجيات حل متعددة نتيجة لتفاعلهم النشط مع المشكلة دون تدخل مباشر من المعلم. كما تتفق أيضًا مع نتائج دراسة (2015) Kapur ، التي أوضحت أن الفشل المنتج

يعزز التفكير المرن من خلال تشجيع التلاميذ على إعادة بناء الأفكار وتوظيفها بطرق متنوعة في حل المشكلات.

تفسر الباحثة الأثر الإيجابي لاستراتيجية الفشل المنتج على تنمية المرونة الرياضية لدى التلاميذ من خلال عدة عوامل مترابطة:

١- تقوم استراتيجية الفشل المنتج على تقديم مشكلة جديدة دون شرح مسبق لطريقة الحل، مما اتاح للتلاميذ فرصة استكشاف الحلول باستخدام معارفهم السابقة بحرية. هذا فعّل لديهم مسارات تفكير متعددة، ونمّي قدرتهم على استخدام استراتيجيات متنوعة.

٢- من خلال التجريب الأولي غير الموجّه، ثم مناقشة الحلول وتحليلها لاحقًا، تعلم التلاميذ التمييز بين الاستراتيجيات الفعّالة وغير الفعّالة. هذا قد يُنمّي لديهم الحس الرياضي، ويُكسبهم وعيًا أكبر عند اتخاذ قرارات الحل، بما يتناسب مع سياق كل مشكلة.

٣- تتضمن استراتيجية الفشل المنتج مرحلة لاحقة لتحليل الحلول بعد الفشل الأولي، مما يُمكّن التلميذ من تقييم فاعلية استراتيجياته وتحديد مكامن الخطأ. هذه المراجعة تُكسبه خبرة في تعديل أدائه وتحسينه بناءً على فهم أعمق لطبيعة المسألة.

٤- أثناء المحاولات الأولية، يربط التلميذ بين مفاهيم سابقة ومعطيات جديدة، ما يعزز بناء علاقات معرفية أكثر تكاملًا. ثم، بعد التوجيه، يعيد تنظيم هذه المعرفة بطريقة تُسهم في ترسيخ الفهم المفاهيمي، وتزيد من قابليتها للتوظيف في مواقف رياضية جديدة ومتنوعة.

٥- يُسهم الفشل المنتج في تحويل النظرة إلى الخطأ من كونه مؤشرًا على الفشل إلى كونه أداة تعليمية قيّمة. هذا التغيير في الاتجاه قد يُقلّل من رهبة الفشل، ويعزز لدى التلاميذ الثقة بالنفس، والاستقلالية في التفكير، والانفتاح على تجريب حلول غير تقليدية.

الإجابة عن السؤال الثاني من أسئلة البحث واختبار صحة الفرض الثاني:

للإجابة عن السؤال الثاني من أسئلة البحث ونصه: ما أثر استراتيجية الفشل المنتج على تحسين المثابرة الرياضية لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي؟

ولاختبار صحة الفرض الثاني ونصه: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في مقياس المثابرة الرياضية في التطبيق البعدي.

بعد التطبيق البعدي لمقياس المثابرة الرياضية على المجموعتين الضابطة والتجريبية، تم تصحيح الاختبار ورصد الدرجات، ومعالجة هذه البيانات إحصائيا باستخدام البرنامج الإحصائي SPSS، وحساب قيمة حجم الأثر (بمعامل إيتا^2). جدول (١٣) يوضح النتائج.

جدول (١٣): دلالة الفرق بين متوسطي درجات المجموعتين التجريبية والضابطة وحجم الأثر في التطبيق البعدي لمقياس المثابرة الرياضية.

ابعاد المثابرة الرياضية	المجموعة التجريبية ن= ٣٥		المجموعة الضابطة ن= ٣٥		قيمة (ت)	الدلالة عند ٠.٠١	η^2
	م١	ع١	م٢	ع٢			
السعي قصير المدي	١٧.٣٥	٠.٩١٧	١٤.٣٥	١.٠٤	١٢.٦١	دال	٠.٧١
السعي طويل المدي	١٥.٩١	١.٣٣	١٢.٤٧	٢.٠٩	٨.٠٩	دال	٠.٥١
تكرار التفكير في المشكلات غير المحلولة	١٥.٧٦	٠.٨٩	١١.٥٣	٠.٧٩	٢٠.٧٨	دال	٠.٨٧
المقياس ككل	٤٩.٠	١.٥٩	٣٨.٣٥	٢.٥٩	٢٠.٤٩	دال	٠.٨٧

تُشير بيانات الجدول السابق إلى وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى (٠.٠١) في التطبيق البعدي لمقياس المثابرة في حل المشكلات الرياضية، وذلك لصالح المجموعة التجريبية .كما أن قيمة معامل إيتا[٢] تجاوزت (٠.١٤)، مما يدل على وجود أثر كبير لاستخدام استراتيجية الفشل المنتج في تعزيز المثابرة في حل المشكلات الرياضية لدى تلاميذ المجموعة التجريبية مقارنةً بتلاميذ المجموعة الضابطة. وبناءً على هذه النتائج، يتم رفض الفرض الثاني من هذا البحث، والتأكيد على وجود فرق ذي دلالة إحصائية بين متوسط درجات تلاميذ المجموعتين في مقياس المثابرة الرياضية، لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية.

تتفق هذه النتيجة مع ما توصلت إليه دراسة(Kapur (2014 والتي وجدت أن التلاميذ الذين درسوا باستخدام الفشل المنتج عملوا بجدّ أكبر ولفترة أطول على المهمة، مما يدل على أن مهام استراتيجية الفشل المنتج تتطلب جهدًا أكبر ومستمرًا - وهو عنصر أساسي للمثابرة - مقارنةً بالدروس التقليدية.

تفسر الباحثة الأثر الإيجابي لاستراتيجية الفشل المنتج على تنمية المثابرة الرياضية لدى التلاميذ من خلال عدة عوامل:

١- تعتمد استراتيجية الفشل المنتج على تقديم مهام رياضية معقدة نسبيًا في بداية التعلّم، دون تدخل مباشر من المعلم. وتمثل هذه المهام تحديًا معرفيًا يتطلب من التلميذ استدعاء معارفه السابقة وتطبيقها في مواقف جديدة، مما يحفّز التلاميذ على الاستمرار والاستكشاف.

٢- يُعد الامتناع المؤقت عن تقديم الحلول الفورية أحد العناصر المركزية في الفشل المنتج. فعوضًا عن ذلك، يُمنح التلميذ الوقت الكافي للتجريب، مما يُسهم في ترسيخ الاستقلالية المعرفية وتحمل المسؤولية عن عملية التعلّم. وتتمثل قيمة هذا التوجه في دعم التلميذ للإصرار على المحاولة رغم الفشل الأولي.

٣- من خلال الانخراط في مهام تتسم بالتعقيد والغموض، يتعلم التلميذ في بيئة الفشل المنتج أن النجاح ليس شرطًا فوريًا، وأن الأخطاء لا تُعد فشلًا نهائيًا بل فرصًا للتعلّم. وبالتالي، وتدعم الإيمان بأن التحسن ممكن عبر المثابرة والجهد المستمر.

٤- يُتيح الفشل المنتج للتلاميذ فرصًا متكررة لتحليل أخطائهم، وتعديل استراتيجياتهم، وإعادة المحاولة. وتُعد هذه الممارسات من أهم محددات المثابرة، إذ تُعزز من وعي التلميذ بأهمية التقييم الذاتي المستمر، وتُنمّي لديه مهارات التكيف المعرفي والمرونة في مواجهة الصعوبات.

٥- يؤدي المعلم في بيئة الفشل المنتج دورًا توجيهيًا تشجيعيًا، يتمثل في خلق مناخ داعم يُقدّر المحاولة الجادة ويُثمّن الجهد، دون التقليل من شأن التعثر. ويُعد هذا التوجه أحد ركائز الحفاظ على استمرارية التلميذ في العمل، وتعزيز إيمانه بقدرته على النجاح عبر الإصرار.

الإجابة عن السؤال الثالث من أسئلة البحث

للإجابة عن السؤال الثالث من أسئلة البحث ونصه: ما وجهات نظر تلاميذ المرحلة الاعدادية في استخدام استراتيجية الفشل المنتج في فصول الرياضيات؟

تم مقابلة بعض تلاميذ الصف الأول الإعدادي ممن تعلموا باستخدام استراتيجية الفشل المنتج، وقد أظهرت نتائج المقابلات عدداً من الموضوعات الرئيسة (Themes) التي تعكس خبرات التلاميذ وتصوراتهم حول أثر الاستراتيجية في تطوير المرونة الرياضية والمثابرة في حل المشكلات، وذلك كما يلي:

١- تطوير استراتيجيات متنوعة للحل

أظهرت المقابلات أن تجربة التعلم من خلال استراتيجية الفشل المنتج قد أسهمت بوضوح في تغيير طريقة تفكير التلاميذ حيال حل المشكلات الرياضية. فقد أشار العديد منهم إلى أنهم أصبحوا أكثر مرونة في التفكير، وأكثر استعدادًا لتجريب حلول مختلفة بدلاً من التمسك بطريقة واحدة تقليدية. ويُظهر ذلك أن الفشل المنتج لم يُعلّمهم الحل فقط، بل علّمهم كيف يفكرون ويخوضون عملية استكشاف رياضي أوسع. وقد

انعكس هذا التغير في تبنيهم لعدد من الاستراتيجيات أثناء التفكير في الحل، مثل: التراجع خطوة للخلف عند الفشل، تغيير طريقة العرض أو التمثيل، استخدام أمثلة عددية بسيطة لفهم الفكرة، المقارنة بين الطرق المختلفة، والتساؤل حول فعالية كل طريقة. كما أشار بعض التلاميذ إلى أن هذه التجربة زادت من ثقتهم في قدراتهم على المحاولة والاستمرار، حتى في حال عدم الوصول إلى الحل من المحاولة الأولى. بل إن بعضهم أصبح يعتبر الخطأ فرصة للتعلم وليس فشلاً نهائيًا.

اقتباسات من التلاميذ:

- "ماكنتش بفكر في أكتر من طريقة، لكن دلوقتي بحاول أغيّر الطريقة لو ما وصلتش لحل".
- "بدأت أفهم إن في أكتر من طريق ممكن يوصل لنفس النتيجة".
- "زمان كنت بقول الحل واحد، دلوقتي لما المعلمة بتسيبنا نجرب، بلاقي نفسي بفكر في كذا احتمال".
- "حتى لو الطريق الأول غلط، بحاول أرجع خطوة وابدأ من جديد بطريقة تانية".

٢- الاستعداد للمحاولة المتكررة وعدم الاستسلام

أحد أبرز التحولات التي لاحظها التلاميذ بعد خوض تجربة التعلم باستراتيجية الفشل المنتج هو تطوّر دافعيتهم للاستمرار في المحاولة وعدم الاستسلام بسهولة عند مواجهة الصعوبات. فقد عبّر العديد منهم عن تغير في نظرتهم للفشل؛ إذ أصبحوا ينظرون إليه بوصفه جزءًا طبيعيًا من عملية التعلم، بل ومصدرًا لإلهام طرق جديدة للحل، بدلاً من اعتباره عائقًا يثنيهم عن الاستمرار. هذا التحول يعكس نمطًا من المثابرة المعرفية، حيث أصبح التلاميذ يبذلون جهدًا متواصلًا، ويظهرون صبرًا في التعامل مع المشكلات المعقدة، كما أصبحوا يميلون إلى إعادة المحاولة بطرق مختلفة، بدلاً من انتظار الحل من المعلم أو الاستسلام للمشكلة.

اقتباسات من التلاميذ:

- "كنت بزهق بسرعة، لكن دلوقتي بقيت أحاول تاني وتالت لحد ما ألاقي طريقة".
- "اتعلمت إن الغلط مش نهاية، بالعكس أوقات الغلط بيفتح لي فكرة جديدة".
- "بقيت أحب أحل المسألة حتى لو معقدة، بحس إني ممكن أوصل لحل بعد كذا محاولة".
- "زمان كنت أستسلم بسرعة، دلوقتي بقيت أقول لنفسي: لازم أجرب لحد ما أنجح".

٣- الشعور بالاستقلالية والثقة في القدرة على التعلم

أظهرت نتائج المقابلات أن بعض التلاميذ بدأوا يطوّرون شعورًا متناميًا بالاستقلالية والثقة في قدراتهم على التعلم الذاتي، نتيجة لتجربتهم في التعلم باستخدام استراتيجية الفشل المنتج. فقد عبّر هؤلاء التلاميذ عن إدراكهم بأنهم قادرون على الوصول إلى الحلول بمفردهم، من خلال المحاولة والاستكشاف، دون الاعتماد المباشر أو السريع على تدخل المعلم. وقد لاحظ بعض التلاميذ أن اكتشاف الحل بأنفسهم منحهم شعورًا بالإنجاز والمتعة، يفوق بكثير شعورهم عند تقديم الحل من قبل الآخرين.

اقتباسات من التلاميذ:

- "حسيت إني ممكن أوصل للحل لوحدي، مش لازم أستنى المدرس".
- "لما اكتشفت الطريقة بنفسي، فرحت أكتر من لما حد يقول لي الحل".
- "بقيت أعتمد على نفسي، حتى لو الحل خد وقت، بحس إني أنا اللي تعبت فيه".
- "الاستاذ كان بيشجعنا نجرب، وده خلاني أحس إن رأيي مهم، وإن ممكن أكون صح".

٤-إعادة النظر في الأخطاء والتعلّم منها

بيّنت مقابلات التلاميذ أن استخدام استراتيجية الفشل المنتج ساعدهم على تغيير نظرتهم للأخطاء من كونها دليلًا على الفشل أو ضعف القدرات، إلى كونها فرصًا تعليمية ثمينة. فقد أصبح التلاميذ أكثر وعيًا بأهمية مراجعة الأخطاء وتحليل أسبابها. وأشار عدد من التلاميذ إلى أنهم بدؤوا يتعاملون مع الخطأ بوصفه خطوة

طبيعية في عملية التعلم، وليس نهاية للطريق، مما خفّف من مشاعر الإحباط أو الخوف من الوقوع في الخطأ. كما أصبحوا يستثمرون الخطأ كأداة لفهم أعمق للمفاهيم الرياضية، من خلال مراجعة خطوات الحل، والتفكير في بدائل ممكنة.

اقتباسات من التلاميذ:

- "كنت بزعل لما أغلط، لكن دلوقتي بحاول أفهم أنا غلطت ليه".
- "الغلط بقي فرصة مش مشكلة".
- "لما بغلط بحاول أشوف فين المشكلة وأصلحها، مش بعدّي وخلاص".
- "بقيت أتعلم من الغلط، وساعات بغلط غلطة تخليني أفهم أكتر من لو حليت صح من أول مرة".

٥-إدراك قيمة الجهد والتدرج في الفهم

أشار عدد من التلاميذ إلى تطور في فهمهم لطبيعة التعلم الرياضي، حيث بدأوا يُدركون أن الوصول إلى الفهم العميق لا يحدث دائمًا بشكل فوري، بل يتطلب وقتًا وجهدًا متدرجًا. وقد عبّر هؤلاء التلاميذ عن تحوّل في توجهاتهم؛ إذ أصبحوا يُثمّنون الجهد المبذول أثناء المحاولة، حتى في حال عدم التوصل إلى الحل مباشرة.

اقتباسات من التلاميذ:

- "ما بقيتش أستعجل الحل، بقيت أعرف إن الفهم ممكن ياخد وقت".
- "المهم أحاول بجد، مش لازم أجاوب بسرعة".
- "بقيت أحس إن التفكير نفسه مهم، مش بس الإجابة".

٦- تعزيز العمل التعاوني وتبادل الأفكار

أبرزت المقابلات دور المهام التي تعتمد على الفشل المنتج في تنمية مهارات التعاون وتبادل الأفكار بين التلاميذ. فقد أشار بعضهم إلى أن التفاعل مع زملائهم أثناء المحاولات المتكررة ساعدهم على تطوير حلول جديدة، وشجعهم على الاستمرار في التفكير دون استسلام. وقد أظهر التلاميذ وعيًا بأهمية الاستماع إلى وجهات نظر الآخرين، وتقدير قيمة النقاش الجماعي في إثراء أفكارهم. وهذا يشير إلى أن الفشل المنتج لم يكن مجرد تجربة فردية، بل تحول إلى ممارسة جماعية تعزز روح الفريق والتفكير المشترك.

اقتباسات من التلاميذ:

- لما سمعت طريقة صاحبي، خلتني أفكر في حل مختلف".
- كنا بنكمّل بعض لما نحاول نحل المسألة".
- أنا كنت بفكر في طريقة، وهو كان بيفكر في حاجة تانية، ولما جمعناهم وصلنا للحل".

كشفت المقابلات التي أُجريت مع عدد من تلاميذ المجموعة التجريبية عن مؤشرات إيجابية تعكس الأثر البنّاء لاستراتيجية الفشل المنتج على تنمية المرونة الاستراتيجية والمثابرة في حل المشكلات الرياضية. فقد أشار التلاميذ إلى أنهم باتوا أكثر قدرة على استخدام استراتيجيات متنوعة عند التعامل مع المشكلات، مما يدل على تطور في قدرتهم على التبديل بين الاستراتيجيات المختلفة. ويتسق هذا مع ما أورده Kapur (2010, 2014)، الذي أكد أن المهام المصممة وفقًا لاستراتيجية الفشل المنتج تتيح فرصًا غنية لبناء حلول أولية متعددة، ما يعزز التفكير المرن ويسهم في تعميق الفهم الرياضي.

كما أظهرت إجابات التلاميذ تطورًا ملحوظًا في الاستعداد للاستمرار في حل المشكلات رغم مواجهتهم صعوبات أو إخفاقات مؤقتة، وهو ما يعكس تحسنًا في مستوى المثابرة الأكاديمية. وتتوافق هذه النتيجة مع ما طرحه DiNapoli and Miller (2022) ، حيث أشارا إلى أن المهام التي تتسم بدرجة من التعقيد

وتتطلب جهدًا فكريًا دون تدخل فوري من المعلم تُسهم في تنمية القدرة الذاتية على الصبر والإصرار ومواصلة المحاولة.

وقد بيّن بعض التلاميذ حدوث تحول في تصورهم للفشل؛ فلم يعد الخطأ يُنظر إليه كعائق، بل أصبح يُمثل فرصة لإعادة التقييم والتعلم. ويُعد هذا التحول مؤشرًا على تطور الوعي المعرفي والانفعالي، الأمر الذي يعزز كلًا من المرونة والمثابرة. وتدعم هذه النتيجة ما توصل إليه Savic et al. (2021) ، الذين أكدوا أن التفكير في الأخطاء في سياق مهام الفشل المنتج يساعد التلاميذ على بناء علاقة إيجابية مع الفشل، ويزيد من مستويات الانخراط المعرفي والتفاعل البنّاء مع المواقف التعلُّمية.

كذلك، كشفت ردود التلاميذ عن تنامي الشعور بالاستقلالية المعرفية، حيث أبدوا ثقة أكبر في قدرتهم على مواجهة التحديات دون الاعتماد المباشر على المعلم، وهو ما يتسق مع ما ذكره Kapur (2016) من أن الفشل المنتج يعيد تشكيل العلاقة بين المتعلم والمعرفة، من خلال منح المتعلم دورًا محوريًا في إنتاج المعنى، مما يُعزز ثقته الذاتية وقدرته على التعلم الذاتي.

أخيرًا، أوضحت نتائج المقابلات أن التفاعل مع الزملاء في أثناء تنفيذ المهام كان له دور فعّال في تعزيز المثابرة، حيث وفر بيئة محفزة لتبادل الأفكار والاستراتيجيات، وساعد على تخفيف الشعور بالإحباط. وتتسق هذه النتيجة مع ما طرحه Buenrostro and Ehrenfeld (2023), Kerrigan et al. (2021) من أن العمل التعاوني يمثل أحد العوامل الرئيسة التي تدعم مثابرة المتعلمين، نظرًا لما يوفره من فرص للتعلّم الاجتماعي والدعم المتبادل.

توصيات البحث:

في ضوء النتائج، يوصي البحث بما يلي:

- تضمين استراتيجية الفشل المنتج في مناهج تدريس الرياضيات في المرحلة الإعدادية، لما لها من أثر مثبت في تنمية المرونة والمثابرة لدى التلاميذ.
- تدريب معلمي الرياضيات على استخدام استراتيجية الفشل المنتج، من خلال برامج تدريبية تركز على كيفية تصميم مشكلات غير روتينية، وتوجيه التلاميذ للتعلم من المحاولة والخطأ.
- إعادة النظر في طريقة عرض المشكلات الرياضية في الكتب المدرسية، بحيث تحتوي على مشكلات مفتوحة النهاية أو ذات أكثر من طريقة حل لتشجيع التفكير البديل والمرن.
- الاهتمام ببناء المهارات المعرفية، مثل المثابرة والإصرار ضمن أهداف تعليم الرياضيات، نظرًا لأهميتها في تحسين الأداء الأكاديمي.
- توفير بيئة صفية داعمة ومحفّزة على التجريب وعدم الخوف من الخطأ، مما يُسهم في تعزيز ثقافة التعلم من الفشل بدلًا من تجنّبه.
- تشجيع العمل التعاوني داخل الفصول، لما له من دور في تبادل الأفكار وتعزيز المرونة في التفكير والتعلم الجماعي من الأخطاء.

البحوث المقترحة:

في ضوء نتائج البحث الحالي، يقترح إجراء البحوث التالية:

- دراسة أثر استراتيجية الفشل المنتج على مهارات أخرى في الرياضيات، مثل: التفكير الإبداعي، أو حل المشكلات متعددة الخطوات، أو الفهم العميق للمفاهيم الرياضية.
- تجريب استراتيجية الفشل المنتج مع مراحل دراسية أخرى مثل المرحلة الابتدائية أو الثانوية، لمعرفة مدى فعاليتها باختلاف الخصائص العمرية والمعرفية.
- مقارنة بين أثر استراتيجية الفشل المنتج واستراتيجيات أخرى قائمة على الخطأ مثل التعلم من الأخطاء الشائعة في تنمية المرونة والمثابرة.
- تحليل التغير في تصورات المعلمين حول الفشل المنتج بعد تطبيقه، ومدى تبنيهم له في ممارساتهم الصفية.
- دراسة طويلة المدى لتتبع أثر استخدام الفشل المنتج على الأداء الأكاديمي العام للتلاميذ في الرياضيات، وهل تستمر آثاره على المدى البعيد.
- استخدام أدوات رقمية (مثل تطبيقات أو بيئات تعلم إلكترونية) تدعم الفشل المنتج، ودراسة أثرها على تحفيز التلاميذ وتنمية التفكير المرن والمثابرة في بيئة تكنولوجية.

المراجع:

أولا المراجع العربية:

جودة، سامية حسين محمد (٢٠١٩). استخدام برنامج Geogebra في تدريس الهندسة والاستدلال المكاني في تنمية مكونات البراعة الرياضية ومهارات التعلم الذاتي لدى طالبات المرحلة المتوسطة. *المجلة التربوية*، كلية التربية، جامعة سوهاج، ٦٤، ٩٣٧-٩٩٤.

حسب الله، محمد عبد الحليم (٢٠١٩). استخدام التعليم المتمايز في تدريس الرياضيات لتنمية التحصيل والمثابرة لدي طلاب الصف الاول الثانوي. *المجلة الدولية للدراسات التربوية والنفسية*. مركز رفاد للدراسات والأبحاث، ٦(١)، ٨٩-١٠٩.

حناوي، زكريا جابر (٢٠١٨). استخدام استراتيجية سوم في تدريس الرياضيات لتنمية مكونات البراعة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. *المجلة التربوية*، كلية التربية، جامعة سوهاج، ٥٤، ٣٦٠-٤١٢.

سامية حسين محمد جودة (٢٠١٩). استخدام برنامج جيوجبرا في تدريس الهندسة والاستدلال المكاني في تنمية مكونات البراعة الرياضية ومهارات التعلم الذاتي لدى طالبات المرحلة المتوسطة، *المجلة التربوية*، جامعة سوهاج، ٦٤، ٩٣٦-٩٩٤.

عبد الحميد، أيمن محمد زين العابدين، نصر، محمود أحمد محمود، عبد الجواد، عبد الرحمن محمد (٢٠٢٤). أثر الدمج بين نموذج ويتلي والخرائط الذهنية الإلكترونية في تدريس رياضيات الأعمال لتنمية عادة المثابرة لدى طلاب الكليات التكنولوجية. *مجلة كلية التربية*، كلية التربية، جامعة بني سويف، ١٢٠(٢١)، ٤٨-٩٤.

عبد ربه، سيد محمد عبد الله (٢٠٢٣). أثر وحدة مطورة في الرياضيات الحيوية في تنمية التفكير الإحصائي والترابط الرياضي وعادة المثابرة لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٦(١)، ١٣٠-١٩٧.

عبد العال، رشا محمود بدوي، عبد العال، هبة محمد محمود (٢٠٢٢). برنامج مستند إلى التعلم القائم على التحدي لتنمية الممارسات العلمية والرياضية والهندسية والمثابرة الأكاديمية للطلاب المعلمين تخصص STEM بكلية التربية. *مجلة كلية التربية في العلوم التربوية*، كلية التربية، جامعة عين شمس، ٤٦(٣)، ١٨١-٢٤٨.

عبد الفتاح، ابتسام عز الدين محمد (٢٠٢٠). فاعلية استراتيجية مقترحة قائمة على قبعات التفكير الست في تدريس الرياضيات لتنمية البراعة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٣(٢)، ١٦٢-٢٣٠.

الليثى، خالد جمال الدين أبو الحسن (٢٠١٩). أثر استخدام وحدة تدريسية مقترحة في ضوء الاستوديو التعليمي للتفكير لتنمية كل من الطلاقة والمرونة الرياضياتية والعقلية لدى طلاب المرحلة الثانوية. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٢(٩)، ٦-٤٧.

الكبيسي، عبدالواحد حميد ثامر (٢٠١٦). فاعلية استراتيجية الجيجسو ٢ في التحصيل وتنمية مرونة التفكير لدى طلبة المرحلة المتوسطة في الرياضيات. *مجلة جامعة الشارقة للعلوم الإنسانية والاجتماعية*، جامعة الشارقة، ١٣(١)، ٢٦٧-٣٠١.

نصحي، شيري مجدي برنامج قائم على نظرية عقلية النمو لتنمية مهارات التفكير التأملي والمرونة المعرفية لدى طلاب الشعب العلمية "STEM" بكلية التربية (٢٠٢٤). *دراسات في التعليم الجامعي*، كلية التربية، مركز تطوير التعليم الجامعي، جامعة عين شمس، ٦٢، ٧١-١٤٤.

ثانيا المراجع الاجنبية:

Barnes, A. (2015). Improving children's perseverance in mathematical reasoning: Creating conditions for productive interplay between cognition and affect. In Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 1131-1138). Charles University in Prague, Faculty of Education and ERME.

Bass, H., & Ball, D. L. (2015). *Beyond "you can do it!": Developing Mathematical Perseverance in Elementary School*. Spencer.

Bettinger, E., Ludvigsen, S., Rege, M., Solli, I. F., & Yeager, D. (2018). Increasing perseverance in math: Evidence from a field experiment in Norway. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 146, 1-15.

Bifulco, C. A. (2017). *Development of perseverance in mathematics classrooms through the advancement of a growth mindset* (Doctoral dissertation, Johns Hopkins University).

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*(2), 77–101.

Buenrostro, P., & Ehrenfeld, N. (2023). Beyond mere persistence: a conceptual framework for bridging perseverance and mathematical sensemaking in teaching and teacher learning. *Educational Studies in Mathematics*, 114(2), 199-221.

DiNapoli, J., & Miller, E. K. (2022). Recognizing, supporting, and improving student perseverance in mathematical problem-solving: The role of conceptual thinking scaffolds. *The Journal of Mathematical Behavior*, *66*, 100965.

Farber, M., & Koichu, B. (2023). Teaching situations designed by experienced teachers to foster students' mathematical flexibility. In *Thirteenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME13)* (No. 8). Alfréd Rényi Institute of Mathematics; ERME.

Heinze, A., Arend, J., Gruessing, M., & Lipowsky, F. (2018). Instructional approaches to foster third graders' adaptive use of strategies: An experimental study on the effects of two learning environments on multi-digit addition and subtraction. *Instructional Science*, 46(6), 869–891.

Hickendorff, M., McMullen, J., & Verschaffel, L. (2022). Mathematical flexibility: Theoretical, methodological, and educational considerations. *Journal of Numerical Cognition*, *8*(3), 326-334.

Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 371–404). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Hong, W., Star, J. R., Liu, R. D., Jiang, R., & Fu, X. (2023). A systematic review of mathematical flexibility: Concepts, measurements, and related research. *Educational Psychology Review*, 35(4), 104.

Kapur, M. (2008). Productive failure. *Cognition and Instruction*, 26(3), 379–424.

Kapur, M. (2010). Productive failure in mathematical problem solving. *Instructional Science*, *38*(6), 523-550.

Kapur, M. (2012). Productive failure in learning the concept of variance. *Instructional Science*, 40(4), 651-672.

Kapur, M. (2014). Productive failure in learning math. *Cognitive Science*, 38(5), 1008-1022.

Kapur, M. (2015). Learning from productive failure. *Learning: Research and Practice*, 1(1), 51-65.

Kapur, M. (2016). Examining productive failure, productive success, unproductive failure, and unproductive success in learning. *Educational Psychologist*, *51*(2), 289-299.

Kapur, M. (2018). Examining the preparatory effects of problem generation and solution generation on learning from instruction. *Instructional Science*, 46(1), 61-76.

Kapur, M., & Bielaczyc, K. (2012). Designing for productive failure. *Journal of the Learning Sciences,* 21(1), 45-83.

Kapur, M., Saba, J., & Roll, I. (2023). Prior math achievement and inventive production predict learning from productive failure. *Science of Learning*, 8(1), 15.

Kerrigan, J., Weber, K., & Chinn, C. (2021). Effective collaboration in the productive

failure process. *The Journal of Mathematical Behavior*, 63, 100892.

Lee, D., & Lee, Y. (2024). Productive failure-based programming course to develop computational thinking and creative problem-solving skills in a Korean elementary school. *Informatics in Education*, 23(2), 385-408.

Lee, K. H., Na, G., Song, C. G., & Jung, H. Y. (2020). How does pedagogical flexibility in curriculum use promote mathematical flexibility? An exploratory case study. *Mathematics*, *8*(11), 1987.

Lemaire, P., Lecacheur, M., and Farioli, F. (2000). Children's strategy use in computational estimation. *Can. J. Exp. Psychol.* 54, 141–148.

Luzano, J. (2024). Mistakes as missed takes: Unlocking the transformational power of productive-failure strategy in mathematics education. Diversitas Journal, 9(3). 1731-1744.

Middleton, J. A., Tallman, M. A., Hatfield, N. J., & Davis, O. R. (2015). Taking perseverance in mathematics seriously. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 20(9), 516–523.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics. (2014). Principles to actions: Ensuring mathematical success for all. Reston, VA: Author.

Newton, K. J., Lange, K., & Booth, J. L. (2020). Mathematical flexibility: Aspects of a continuum and the role of prior knowledge. *The Journal of Experimental Education*, *88*(4), 503-515.

Park, Y., & Park, M. (2015). The Influences of Experiences of Productive Failures on Mathematical Problem Solving Abilities and Mathematical Dispositions. *Education of Primary School Mathematics*, *18*(2), 123-139.

Prastiti, T. D. (2020). Problem-based learning on the learning perseverance of Indonesian senior high school students in solving mathematical problems. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 34(68), 1206-1220.

Rittle-Johnson, B., & Star, J. R. (2009). Compared with what? The effects of different comparisons on conceptual knowledge and procedural flexibility for equation solving. *Journal of Educational Psychology, 101*(3), 529–544.

Rittle-Johnson, B., Star, J. R., & Durkin, K. (2012). Developing procedural flexibility: Are novices prepared to learn from comparing procedures? *British Journal of Educational Psychology, 82*(3), 436–455.

Savic, M., Gunter, D., Curtis, E., & Paz Pirela, A. (2021). Productive failures: From class requirement to fostering a support group. *Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies (PRIMUS)*, 29(1), 82–102.

Shaw, S. T., Pogossian, A. A., & Ramirez, G. (2020). The mathematical flexibility of college students: The role of cognitive and affective factors. *British Journal of Educational Psychology*, *90*(4), 981-996.

Sinha, T., & Kapur, M. (2021). When problem solving followed by instruction works: Evidence for productive failure. *Review of Educational Research*, *91*(5), 761-798.

Star, J. R., Newton, K., Pollack, C., Kokka, K., Rittle-Johnson, B., & Durkin, K. (2015). Student, teacher, and instructional characteristics related to students' gains in flexibility. *Contemporary Educational Psychology, 41*, 198–208.

Star, J. R., & Rittle-Johnson, B. (2008). Flexibility in problem solving: The case of equation solving. *Learning and Instruction, 18*(6), 565– 579

Star, J. R., Rittle-Johnson, B., Lynch, K., & Perova, N. (2009). The role of prior knowledge in the development of strategy flexibility: The case of computational estimation. *ZDM–Mathematics Education, 41*(5), 569– 579.

Verschaffel, L. (2024). Strategy flexibility in mathematics. *ZDM–Mathematics Education*, 56(1), 115-126.

Warshauer, H. K. (2014). Productive struggle in middle school mathematics classrooms. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(4), 375–400.

Wilburne, J. M., & Dause, E. (2017). Teaching self-regulated learning strategies to low-achieving fourth-grade students to enhance their perseverance in mathematical problem solving. *Investigations in Mathematics Learning*, *9*(1), 38-52.

Xu, L., Liu, R.-D., Star, J. R., Wang, J., Liu, Y., & Zhen, R. (2017). Measures of potential flexibility and practical flexibility in equation solving. *Frontiers in Psychology*, 8(AUG), Article 1368

Zaslavsky, O. (2005). Seizing the opportunity to create uncertainty in learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 60(3), 297–321.

Zhang, Q. (2015). *The Investigation of High School Students' Cognitive Flexibility in Operation*. Southwest University.

Ziegler, E., Trninic, D., & Kapur, M. (2021). Micro productive failure and the acquisition of algebraic procedural knowledge. *Instructional Science, 49(3), 313-336.*