جامعة المنصورة
كلية التربية

فاعلية برنامج اثرائي في هندسة الفراكتال قائم على الانفوجرافيك في تنمية أبعاد البراعة الرياضية لدى الطلاب الموهوبين بالصف الأول المتوسط

إعداد

أ. فيصل بن طائل بن عاسف العتيبي
باحث دكتوراه في مناهج وطرق تدريس الرياضيات
كلية التربية – جامعة الملك خالد
Email: fto465@gmail.com mobil: 0555502465

مجلة كلية التربية – جامعة المنصورة
العدد ١٣١ – يوليو ٢٠٢٥

فاعلية برنامج اثرائي في هندسة الفراكتال قائم على الانفوجرافيك في تنمية أبعاد البراعة الرياضية لدى الطلاب الموهوبين بالصف الأول المتوسط

أ. فيصل بن طائل بن عاسف العتيبي

باحث دكتوراه في مناهج وطرق تدريس الرياضيات
كلية التربية – جامعة الملك خالد

ملخص البحث:

هدف البحث الحالي إلى استقصاء فاعلية برنامج إثرائي في "هندسة الفراكتال" قائم على تقنية "الإنفوجرافيك" في تنمية أبعاد البراعة الرياضية لدى الطلاب الموهوبين بالصف الأول المتوسط، وذلك باستخدام المنهج المختلط (الكمي والكيفي) بتصميم شبه تجريبي لمجموعتين (تجريبية وضابطة) قوامهما ٧٢ طالبًا موزعين على ثلاث مدارس نموذجية في منطقة الطائف، وتمثلت أدوات البحث في اختبار البراعة الرياضية، ومقياس النزعة المنتجة، ومقابلات بؤرية، وقد أظهرت النتائج وجود فروق دالة إحصائيًا لصالح المجموعة التجريبية في جميع أبعاد البراعة الرياضية (الاستيعاب المفاهيمي، الطلاقة الإجرائية، الكفاءة الاستراتيجية، الاستدلال التكيفي) والنزعة المنتجة، كما أظهرت التحليلات الكيفية استجابات إيجابية من الطلاب نحو البرنامج من حيث تشويق المحتوى، وتنظيم المفاهيم، والتفاعل النشط، مما يدل على أن دمج الإنفوجرافيك مع محتوى رياضي غير تقليدي كالفراكتال يعزز الفهم العميق والمهارات العليا لدى الموهوبين، ويوصي البحث بضرورة توظيف التقنيات البصرية الحديثة وتصميم برامج نوعية للفائقين تسهم في تعظيم إمكاناتهم العقلية والمعرفية.

Abstract:

This study aimed to investigate the effectiveness of an enrichment program in "Fractal Geometry" based on "Infographic" technology in developing the dimensions of mathematical proficiency among gifted third-grade intermediate students. The research employed a mixed-method approach (quantitative and qualitative) using a quasi-experimental design with two groups (experimental and control), consisting of 72 students distributed across three model schools in Al-Madinah and Jazan. The research tools included a mathematical proficiency test, a productive disposition scale, and focus group interviews. The results revealed statistically significant differences in favor of the experimental group across all dimensions of mathematical proficiency (conceptual understanding, procedural fluency, strategic competence, and adaptive reasoning) and productive disposition. Qualitative analysis also showed positive student responses toward the program in terms of content engagement, conceptual clarity, and active interaction. These findings indicate that integrating infographic technology with non-traditional mathematical content like fractal geometry enhances deep understanding and higher-order thinking skills among gifted learners. The study recommends the incorporation of modern visual technologies and the design of specialized programs for gifted students to maximize their intellectual and cognitive potential.

مقدمة:

يمر التعليم في القرن الحادي والعشرين بتحولات جوهرية تفرض إعادة النظر في الأساليب التقليدية، خصوصًا في ظل التحديات المعرفية والتقنية التي تتطلب مخرجات تعليمية قادرة على التفكير النقدي والإبداعي. وفي خضم هذه التحديات، يبرز الطلاب الموهوبون كفئة تستحق اهتمامًا تربويًا خاصًا، لما يمتلكونه من قدرات عقلية فريدة يمكن أن تسهم في إحداث نقلة حضارية في المجتمعات متى أُحسن توجيهها.

تشير الدراسات الحديثة إلى أن الطلاب الموهوبين يتمتعون بقدرة فكرية موهوب وسرعة في الاستيعاب والتحليل المنطقي، مقارنةً بأقرانهم من ذوي القدرات العادية، مما يضعهم في حاجة إلى مناهج وأنشطة تتحدى قدراتهم وتُغذي فضولهم العلمي .(Sternberg & Ambrose, 2021) وقد أظهرت دراسات عربية أيضًا مثل ما ذكره *سمير مخيمر* (2013)و*خليل المعايطة ومحمد عبد الستار* (2011)أن هؤلاء الطلاب بحاجة إلى بنى معرفية غنية وأساليب تعليمية غير تقليدية تمكّنهم من تحقيق أقصى إمكاناتهم.

لكن الواقع التربوي – كما تؤكد دراسات حديثة – لا يزال يغفل في كثير من الأحيان هذه الاحتياجات، مما يؤدي إلى شعور الموهوبين بالإحباط والملل، ويهدد بانطفاء جذوة تميزهم. وقد أكد *أحمد حسن* (2015)على غياب المناهج التعليمية التي تتناسب مع خصائصهم، في حين نبّهت دراسة *Tonneson* (2011)إلى أن الموهوبين بحاجة إلى بيئات تعليمية محفزة ومحتوى يدمج بين التحدي والإبداع.

في هذا الإطار، ظهرت توجهات حديثة تدعو إلى إدخال موضوعات غير تقليدية في مناهج المرحلة الأساسية كمدخل لإثراء المحتوى وتعميق الفهم. ومن بين هذه الموضوعات تبرز هندسة الفراكتال(Fractal Geometry) ، التي تمثل أحد فروع الرياضيات الحديثة التي تعنى بدراسة الأشكال غير المنتظمة والأنماط المتكررة ذاتيًا. وقد ازداد الاهتمام بها في الأوساط العلمية والتربوية نظرًا لتطبيقاتها الواسعة في الطبيعة، والطب، والاتصالات، والفنون، وحتى في تحليل الظواهر الجوية والزلزالية(Frame & Mandelbrot, 2020).

وتكمن الأهمية التربوية لهندسة الفراكتال – كما أوضحت *ميرفت علي* – (2011)في قدرتها على تنمية التفكير البصري والإبداعي، وعلى تحفيز المتعلمين لاكتشاف العلاقات الرياضية الكامنة في الطبيعة. كما أكدت دراسة *الشحات* (2005)على أن تعليم مفاهيم الفراكتال يسهم في توسيع المدارك الهندسية وتنمية مهارات التصور والتمثيل الرياضي لدى الطلاب الموهوبين.

غير أن مجرد إدخال مفاهيم متقدمة مثل الفراكتال لا يكفي لتحقيق الأهداف التعليمية، ما لم يُقدّم المحتوى بأساليب تدريسية جذابة. وهنا تبرز أهمية تقنية الإنفوجرافيك، التي تعد من أحدث الأدوات التكنولوجية في التعليم، وتُستخدم لتقديم المعلومات المعقدة في صورة رسومية مبسطة ومتكاملة بصريًا. وقد أثبتت دراسة كل من: (Diezmann & Lowrie, 2010)؛ (Sheri & Ebaid, 2016)، فاعلية هذه التقنية في تحسين الفهم وتنمية مهارات التفكير البصري والتأملي.

ويُعرَّف الإنفوجرافيك بأنه تمثيل بصري للمعلومات يجمع بين النصوص والرسومات في تنسيق يسهل فهمه واستيعابه، خاصة لدى المتعلمين الذين يفضلون المعالجة البصرية Niebaum) .(et al., 2015وتشير أدبيات التصميم التعليمي إلى أن المعلومات المعروضة بصريًا تُعالج بشكل أسرع وأكفأ في الدماغ من النصوص المجردة، وهو ما يُفسر قدرة الإنفوجرافيك على تعزيز الذاكرة طويلة المدى.(Sudakov et al., 2015)

وقد دعت *جامعة القدس المفتوحة* (2013)إلى اعتماد الإنفوجرافيك في تبسيط المفاهيم العلمية والتربوية وتدريب المعلمين عليه، لما له من أثر واضح في توصيل المفاهيم المعقدة –

كالرياضية منها – بصورة مرئية مبسطة. كما أكد كل من جادالله آدم(٢٠٢٠)؛ *سهام الجريوي* (2014) على ضرورة إدماجه ضمن البيئة التعليمية المعاصرة لتحفيز المتعلمين وتنمية مهارات الاستقصاء الذاتي.

ويُعد توظيف الإنفوجرافيك في تعليم موضوعات رياضية متقدمة مثل الفراكتال مدخلًا إبداعيًا يدعم البراعة الرياضية(Mathematical Proficiency) ، وهو مفهوم حداثي نسبيًا، طُور في وثيقة المجلس القومي للبحوث بالولايات المتحدة[National Research Council [NRC ، ويشير إلى تكامل خمس مهارات رياضية أساسية: الاستيعاب المفاهيمي، الطلاقة الإجرائية، الكفاءة الاستراتيجية، التفكير التأملي، والنزعة المنتجة.(Kilpatrick et al., 2001)

وتُعد البراعة الرياضية – وفقًا لـ*شيماء حسن* – (2018)أحد المرتكزات التي تقوم عليها المناهج التعليمية الحديثة، وتُعد مؤشرًا على جودة التعلم وفاعلية التدريس. وقد أوصت بذلك وثائق المعايير العالمية مثل NCTM وCCSSM، التي دعت إلى تصميم مناهج تُنمّي هذه الأبعاد بصورة متوازنة منذ المراحل الدراسية الأولى.

وبناءً على ما سبق، جاءت فكرة هذا البحث لتستجيب لتحديات تعليم الطلاب الموهوبين من خلال بناء برنامج إثرائي في هندسة الفراكتال قائم على تقنية الإنفوجرافيك، يهدف إلى تنمية البراعة الرياضية بأبعادها المتكاملة، ويُعد هذا الدمج بين المحتوى الرياضي الحديث (الفراكتال)، والأداة التقنية المتقدمة (الإنفوجرافيك)، والفئة المستهدفة (الموهوبون)، والمخرج المنشود (البراعة الرياضية)، نموذجًا متكاملًا يعكس توجهات التعليم المستقبلي القائم على الدمج بين المعرفة والتكنولوجيا والتنوع البشري.

مشكلة البحث:

رغم ما يتمتع به الطلاب الموهوبون من خصائص عقلية واستعدادات معرفية متميزة، إلا أن الواقع التعليمي يشير إلى قصور في الاستجابة لاحتياجاتهم الفريدة داخل الصفوف التقليدية، وهو ما أكدته دراسة *Sternberg & Ambrose* (2021)، التي أظهرت أن البرامج التعليمية السائدة غالبًا ما تُغفل التحديات الفكرية اللازمة لتحفيز الموهوبين، مما يؤدي إلى فقدانهم الدافعية، كما كشفت دراسة *Tonneson* (2011)أن عدم تلبية احتياجات هذه الفئة يؤدي إلى نتائج سلبية منها تراجع الأداء وفقدان الثقة بالذات.

ومن هنا، تحددت مشكلة البحث في التساؤل الرئيس:

ما فاعلية برنامج إثرائي في هندسة الفراكتال قائم على تقنية الإنفوجرافيك في تنمية البراعة الرياضية لدى الطلاب الموهوبين بالصف الأول المتوسط من التعليم الأساسي؟

ويتفرع عن هذا السؤال الأسئلة الفرعية التالية:

١. ما فاعلية برنامج إثرائي في هندسة الفراكتال قائم على تقنية الإنفوجرافيك في تنمية الأبعاد العقلية للبراعة الرياضية لدى الطلاب الموهوبين بالصف الأول المتوسط؟
٢. ما فاعلية برنامج إثرائي في هندسة الفراكتال قائم على تقنية الإنفوجرافيك في تنمية النزعة المنتجة لدى الطلاب الموهوبين بالصف الأول المتوسط؟
٣. ما فاعلية برنامج إثرائي في هندسة الفراكتال قائم على الإنفوجرافيك في تنمية البراعة الرياضية بكل أبعادها لدى الطلاب الموهوبين بالصف الأول المتوسط؟
٤. ما أبرز تصورات المجموعة التجريبية بالصف الأول المتوسط نحو البرامج الإثرائي في هندسة الفراكتال القائم على الإنفوجرافيك؟
٥. ما مدى الاستفادة من نتائج تحليل البيانات الكيفية في تفسير نتائج تحليل البيانات الكمية أو أوجه القصور؟

أهمية البحث:

تنقسم أهمية هذا البحث إلى:

- **الأهمية النظرية** :يسهم في تطوير مجال مناهج وأساليب تدريس الرياضيات من خلال تصميم برنامج إثرائي يجمع بين محتوى متقدم (الفراكتال) وأسلوب عرض بصري (الإنفوجرافيك) ومخرجات تعليمية مركبة (البراعة الرياضية).
- **الأهمية التطبيقية** :يقدم نموذجًا يمكن تطبيقه وتعديله ليخدم فئات تعليمية أخرى، ويسهم في إعداد معلمي الرياضيات لتبني أدوات وتقنيات بصرية حديثة في التدريس.

كما تدعم نتائج دراسات حديثة هذه الأهمية، مثل دراسة *Sheri & Ebaid* (2016)التي أوصت بدمج الإنفوجرافيك ضمن استراتيجيات تعليم الرياضيات، ودراسة*شيماء حسن* (2018) التي دعت إلى بناء برامج تدريبية تركز على أبعاد البراعة الرياضية.

أهداف البحث:

سعى البحث إلى تحقيق الأهداف الآتية:

١. بناء برنامج إثرائي في هندسة الفراكتال قائم على تقنية الإنفوجرافيك.
٢. قياس فاعلية البرنامج في تنمية أبعاد البراعة الرياضية لدى الطلاب الموهوبين.
٣. تحليل أداء الطلاب في ضوء الأبعاد الخمسة للبراعة الرياضية.
٤. الوقوف على تصورات الطلاب الموهوبين حول استخدام الإنفوجرافيك في تعلم الرياضيات.

فروض البحث:

انطلق البحث من الفروض التالية:

١. يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسط درجات طلاب المجموعة التجريبية الذين درسوا البرنامج الإثرائي القائم على تقنية الإنفوجرافيك، ومتوسط درجات طلاب المجموعة الضابطة الذين درسوا بالطريقة المعتادة في التطبيق البعدي لاختبار البراعة الرياضية في كل بعد من أبعادها: (الاستيعاب المفاهيمي – الطلاقة الإجرائية – الكفاءة الاستراتيجية – الاستدلال التكيفي).
٢. يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسط درجات طلاب المجموعة التجريبية الذين درسوا البرنامج الإثرائي القائم على تقنية الإنفوجرافيك، ومتوسط درجات طلاب المجموعة الضابطة الذين درسوا بالطريقة المعتادة في التطبيق البعدي لمقياس النزعة المنتجة".

منهج البحث وتصميمه:

اعتمدت الدراسة على المنهج المختلط(Mixed Method) ، باستخدام التصميم التفسيري المتتابع(Explanatory Sequential Design) ، وهو أحد أكثر التصاميم حداثة، ويبدأ بجمع وتحليل البيانات الكمية ثم البيانات الكيفية لتفسير النتائج بشكل أعمق.

في الجزء الكمي، استُخدم تصميم شبه تجريبي ذو مجموعة واحدة بقياس قبلي – بعدي – تتبعي، وفي الجزء الكيفي تم إجراء مقابلات مركزة Focus Group مع الطلاب الموهوبين بعد انتهاء البرنامج.

حدود البحث:

اقتصرت الدراسة على:

- الطلاب الموهوبين في الصف الأول المتوسط.
- مفاهيم هندسة الفراكتال القابلة للطرح المبسط.

- تقنية الإنفوجرافيك في عرض المحتوى.
- أبعاد البراعة الرياضية كما حددها.(2001) .Kilpatrick et al

مصطلحات البحث:

- **البرنامج الإثرائي** :نشاطات منظمة خارج المحتوى المقرر تستهدف التوسع الأفقي أو الرأسي لمعارف الفئة المستهدفة.
- **هندسة الفراكتال** :علم رياضي يعنى بدراسة الأشكال ذاتية التكرار واللامنتظمة، وتُستخدم كنموذج لتفسير العديد من الظواهر الطبيعية.
- **تقنية الإنفوجرافيك** :أسلوب بصري لعرض المعلومات والمفاهيم من خلال رسومات وعناصر مرئية تُبسط البيانات وتعزز الإدراك.
- **البراعة الرياضية** :الكفاءة الشاملة في التفكير الرياضي تتكون من: الاستيعاب المفاهيمي، الطلاقة الإجرائية، الكفاءة الاستراتيجية، التفكير التأملي، النزعة المنتجة.

خطوات إعداد البحث:

مر إعداد البحث بالمراحل الآتية:

١. تحليل الأدبيات المرتبطة بالطلاب الموهوبين، الفراكتال، الإنفوجرافيك، والبراعة الرياضية.
٢. إعداد البرنامج الإثرائي بما يتناسب مع خصائص الفئة المستهدفة.
٣. إعداد أدوات القياس (اختبار البراعة، مقياس النزعة، دليل المقابلة).
٤. التحقق من صدق وثبات الأدوات.
٥. تنفيذ البرنامج على مجموعة من الطلاب الموهوبين.
٦. جمع البيانات وتحليلها إحصائيًا وكيفيًا.
٧. تفسير النتائج وربطها بالأدبيات السابقة.

الإطار النظري للبحث:

يسعى هذا البحث إلى استقصاء المفاهيم والأسس المتعلقة بأربعة محاور أساسية :**الطلاب الموهوبون** و**هندسة الفراكتال** و**تقنية الإنفوجرافيك** و**البراعة الرياضية** .وفي إطار هذا الإطار النظري، يُعرض لكل محور المفاهيم الأساسية وتعريفاتها، والخصائص المميزة، وآليات ربطها بالمنهج التعليمي، كما يلي:

المحور الأول: الطلاب الموهوبون:

يشير مصطلح **الطلاب الموهوبون** إلى فئة من الطلاب ذوي القدرات العقلية العالية جداً مقارنة بأقرانهم، والذين يحتاجون إلى برامج تعليمية خاصة لتنمية مهاراتهم وقدراتهم الفكرية. فالطلاب الموهوبون يتمتعون بخصائص فريدة (قدرات معرفية فوق المتوسط، دوافع ذاتية عالية، مستوى عالٍ من الإبداع). وترى الأدبيات التربوية أن هؤلاء الطلاب يحققون نتائج متقدمة على المستوى الأكاديمي والاجتماعي عند تلبية احتياجاتهم الخاصة بتقديم بيئة تعليمية محفزة وتحديد برامج مناسبة لهم .ومن الأمثلة التوضيحية، يعرف Renzulli (1979) التفوق العقلي بأنه نتيجة تفاعل ثلاث مجموعات من السمات الخاصة هي القدرات العقلية العامة فوق المتوسط، ومستويات عالية من الالتزام بالمهمة، ومستويات عالية من الإبداع. ويشير الباحث إلى أن كلما تعددت المحكات في تعريف التفوق وتميزت بدقتها وثباتها، كان ذلك أدعى إلى التعرف بدقة على الطلاب الموهوبين وتلبية حاجاتهم بفعالية. كما توسع تعريف Monks & Peters (1992) ليتضمن العوامل البيئية (الأسرة، والمدرسة، وجماعة الأقران) بجانب القدرات الشخصية، حيث عرّفا التفوق العقلي بأنه

تفاعل بين ثلاث مجموعات من السمات: القدرة العقلية العالية، والدافعية، والإبداع من جهة، وعوامل بيئية داعمة من جهة أخرى.

تتداخل مفاهيم متعددة مع مفهوم التفوق العقلي، ومن أبرزها الموهبة، والتفوق، والعبقرية، والإبداع؛ ويتفق الباحثون أن الموهبة تمثل الطاقة الكامنة أو الاستعداد في مجال معين، في حين أن التفوق العقلي هو ترجمة تلك الطاقة الكامنة إلى إنجاز فعلي متميز. فمثلاً يرى Gagné (2003) أن الموهبة هي المقدرة الكامنة في مجال ما، أما التفوق فهو تحقيق الفرد لأداء متميز في ذلك المجال.

وقد ورد أنه «قد يكون الشخص موهوباً، ولكنه ليس متفوقاً بسبب معوقات قد تضعف موهبته وتمنع ترجمتها إلى تفوق». وعليه، فالتفوق العقلي لدى الطلاب لا بد أن يكون قائماً على وجود موهبة، ولكنه ليس العكس حتمًا. كذلك يُعد الإبداع من العناصر الأساسية لمفهوم التفوق العقلي، فقد ربط Rogers وغيره الإبداع بالتفوق العقلي باعتباره أحد المكونات الأساسية فيه. وقد قدم العديد من الباحثين تعريفات متعددة للمتفوقين؛ فعلى سبيل المثال عرّف *كرم شحاتة* (1991) الطالب الموهوب رياضياً بأنه «ذا قدرة عالية على التخيل، والتحليل، والمرونة في التعامل مع المفاهيم الرياضية، ولديه القدرة على التحصيل السريع». أما *ميلر* (1992)فعرّف الموهوب بأنه «الطالب الذي يمتلك قدرة عقلية رياضية فوق المتوسط ومستوى أداء مرتفع في التمارين غير الروتينية». واصفًا له بأنه «يتميز بسرعة التعلم ومستويات عليا من التفكير الرياضي». ومن هذه التعريفات يتضح الإشارة إلى سمات مثل القدرات المعرفية العالية والتفكير غير الروتيني والتحصيل المتميز. ويتفق الباحثون على أن الطالب الموهوب يحتاج إلى برامج تعليمية خاصة تفوق تلك المقدمة للطلاب العاديين، وذلك من أجل تنمية وتعظيم قدراته العقلية وتمكينه من تحقيق انجازات فكرية وإبداعية مفيدة للمجتمع.

من الجدير بالذكر أن الكشف عن الطلاب الموهوبين ورعايتهم يتطلب استخدام اختبارات ومعايير محددة. فقد استُخدم مثلاً معيار التحصيل الأكاديمي (نسبة النجاح ≥٩٠%) مع معيار معدل الذكاء (IQ ≥ 110) كأساس لكشف المتفوقين في الرياضيات، وعرّف الباحث الطالب الموهوب رياضياً بأنه «من حقق نسبة عالية في اختبارات نهاية المرحلة في الرياضيات واقترب أو تخطى مستوى ٩٠% في التحصيل وارتفعت درجة ذكائه بما لا يقل عن ١١٠ في مقياس ستانفورد-بينيه أو تقرير ستانفورد-بينيه للذكاء». هذا التعريف العملي يوضح كيف يستخدم الباحث معايير واضحة في تشخيص الموهوبين. وعموماً، تشدد الدراسات على أهمية وضع برامج رعاية مناسبة للطلاب الموهوبين، تشمل التنويع في المادة التعليمية، وتوفير فرص للتحدي الفكري، وكذلك إيجاد أنشطة إضافية تغذي فضولهم وإبداعهم.

المحور الثاني: هندسة الفراكتال:

نشأت هندسة الفراكتال كفرع حديث من الرياضيات الحديثة يهدف إلى وصف نماذج الطبيعة غير المنتظمة ذات التفاصيل المعقدة. ففي حين أن الهندسة الإقليدية التقليدية تركز على الأشكال المنتظمة ذات الأبعاد الصحيحة، تأخذ هندسة الفراكتال في عين الاعتبار الأشكال العشوائية والمعقدة كالتعرجات المتكررة عند سواحل البحار أو تشعبات الأشجار. وقد وضّح Barnsley (1998)أن الفراكتاليات تغطي جميع المكونات الطبيعية من حولنا، من أوراق الشجر وصولاً إلى المجرة. ولقد بذل علماء الرياضيات منذ Leibniz و Cantorو Kochوغيرهم جهودًا متتابعة لفهم هذه الأشكال المبتكرة، ثم صاغ Mandelbrot أساسيات هندسة الفراكتال بشكل منهجي في سبعينيات القرن الماضي. ويرجع اشتقاق مصطلح «فراكتال» إلى الكلمة *fracta*التي تعني «المجزأة»، مؤكدًا بأن الفراكتاليات «ذات طبيعة مجزأة، متنظمة، ومعقدة» وأنها «تهتم بدراسة ووصف الأشياء الطبيعية كالسواحل والأشجار.«

يُؤكد الباحثون أن ثمة خصائص تميز الفراكتال عن الهندسة التقليدية. فأشكال الفراكتال تحوي تفاصيل لا حصر لها؛ فكلما زاد التكبير تظهر المزيد من التفاصيل. ولهذا فإن قياس طول منحنيات الفراكتال يعجز عنه المنطق التقليدي؛ فهي تبدو أطول وأطول كلما اقتربنا منها، وتنبع هذه الخاصية من الطبيعة التكرارية للفراكتال حيث تعتمد على معادلات تكرارية بسيطة ينتج عنها أشكال معقدة دالية على نفسها. ومن الفروق الجوهرية مع الهندسة الإقليدية أن الفراكتال يوظف المعادلات التكرارية والحسابات الحاسوبية بشكل أساسي، بينما تعتمد الهندسة التقليدية على المعادلات الثابتة والحلول الجبرية.

وتهدف تدريس هندسة الفراكتال في المناهج إلى تنمية منظور هندسي جديد لدى الطلاب والطالبات. فعبر إدخال الفراكتال في محتوى الرياضيات، يحصل الطلاب على فرصة لاكتساب فهم أعمق لبنية المادة الرياضية من جهة، وتنمية مهارات الاستكشاف والربط مع الطبيعة من جهة أخرى. وتشمل أهم أهداف تدريس الفراكتال ما يلي:

- تقديم منظور هندسي جديد لم يألفه الطلاب في محتوى الرياضيات التقليدي.
- فهم بنية الرياضيات ذاتها من خلال الاعتماد على العمليات التكرارية.
- تطوير مهارات الاكتشاف والربط بين الرياضيات والظواهر الطبيعية.
- تمكين الطلاب من وصف دقيق للأشكال الطبيعية غير المنتظمة (أشكال العقدة) بواسطة نماذج هندسية.
- دمج الرياضيات بالبيئة المحيطة من خلال تطبيقات عملية لهندسة الفراكتال.
- استكشاف الأنماط في الطبيعة والتعرف على أشكال الخلايا النباتية والحيوانية وتركيبات الصخور عبر المنابع الفراكتالية.
- ربط الرياضيات بالفن عن طريق تحويل المعادلات إلى أشكال رسومية تُبرز الجانب الجمالي للمادة.
- بناء نماذج رياضية للتنبؤ بنمو الظواهر الطبيعية وتطورها المستقبلي.
- تحقيق تكامل بين فروع الرياضيات المختلفة وبين الرياضيات والمجالات التطبيقية الأخرى.

وتعود أهمية إدراج هندسة الفراكتال في مناهج الرياضيات إلى ما توفره من فرصة لتجاوز مقتصرات المفهوم التقليدي للهندسة، إذ تمكننا نماذج الفراكتال من تمثيل التركيب الفعلي للطبيعة بدقة أعلى بكثير مما تسمح به الأشكال الإقليدية. فعلى سبيل المثال، يمكن نمذجة أشكال التضاريس (كالجبال والشواطئ) بدقة متناهية باستخدام تقنيات الفراكتال، كما ينقل لنا مصدر بأن هذا الاندماج مع الواقع البيئي يحقق معدلاً من الوضوح والشمول لا يمكن الوصول إليه بالطرق التقليدية.

وهناك بعض أوجه الاختلاف المحددة بين الهندسة الإقليدية والهندسة الفراكتالية، منها:

- **الأشكال الهندسية** :الهندسة التقليدية تدرس الخطوط والدوائر والمضلعات المنتظمة، أما هندسة الفراكتال فتتعامل مع الأشكال الطبيعية المعقدة والعشوائية (كالتعرجات ونماذج النباتات).
- **طريقة الوصف** :الهندسة التقليدية تعالج الأشكال بمعادلات ثابتة خطية، في حين تصف هندسة الفراكتال الأشكال عن طريق معادلات تكرارية تستفيد من الحوسبة.
- **المنهج التعليمي** :تركّز المناهج التقليدية على إيجاد جذور المعادلات بطرق جبرية، بينما تعتمد مناهج الفراكتال على التكرار الحاسوبي وتحليل سلوك الدوال في جوار جذورها بواسطة التقنيات البيانية المتقدمة.

أما على صعيد التطبيقات العملية، فتملك هندسة الفراكتال تطبيقاتٍ عديدةٍ في مجالات متنوعة، وتزداد هذه التطبيقات مع تقدم البحث العلمي. وفيما يلي بعض الأمثلة الموثقة لأهم تطبيقات الفراكتال:

- **الطب** :ساعد استعمال هندسة الفراكتال الأطباء والعلماء على تفسير العمليات الفيزيولوجية التي كانت تبدو عشوائية في السابق، مثل تحليل تشكيل الأورام السرطانية وأمراض القلب والأوعية الدموية. فقد استخدمت أبعاد الفراكتال في الكشف عن الأورام وتفريقها عن الأنسجة السليمة.
- **الجيولوجيا والزلازل** :تستخدم الفراكتال لوصف سطح الأرض وتركيبات الصخور بدقة؛ فالعلماء وجدوا، مثلاً، أن البعد الكسري لسطح معدن ما يعكس مدى انبعاجه وصلابته. كما تُسهم نماذج الفراكتال في فهم الصخور تحت الضغط وفي دراسة حركة الفوالق الجيولوجية والتنبؤ بالزلازل.
- **التكنولوجيا والهندسة** :يُستخدم الفراكتال في تصميم هوائيات الاتصالات بكفاءة عالية؛ فقد أثبت الباحثون أن أشكال هوائيات مستوحاة من منحنى كوخ الفر كتالي (Koch curve) تتيح استقبال موجات بشكل أفضل بفضل البنية ذات المحيط اللانهائي والهيكل المحدود.
- **السينما والرسوم المتحركة** :استُخدمت هندسة الفراكتال في تقنيات ضغط الصور وإنتاج تأثيرات بصرية خلابة في الأفلام. فيضخم المشهد متعدد مستويات التكرار دون فقدان الدقة، مما ينتج صورًا ذات وضوح فائق يمكن تكبيرها إلى ما لا نهاية.
- **الهندسة المعمارية** :تستغل التصاميم المعمارية الحديثة خصائص الفراكتال (كالتشابه الذاتي والبُعد الفراكتالي) في إنشاء مبانٍ تحافظ على جمال هندسي وتناسق دقيق في مظهرها الخارجي. من أمثلة ذلك استخدام مباني مثل تاج محل وكاتدرائية كولونيا والكاتدرائية المونتيرية والبوخروف لتطبيق مبادئ الفراكتال.

يتضح مما سبق أن إدراج موضوعات هندسة الفراكتال في مناهج الرياضيات فرصة هامة للتعلم التكاملي بين الرياضيات وعلوم الطبيعة، ولتعزيز مهارات التفكير الإبداعي والتحليلي لدى الطلاب.

المحور الثالث: تقنية الإنفوجرافيك:

عرف الباحثون الإنفوجرافيك بعدة تعريفات متقاربة، فمثلاً يعرفه Lankow et al. (2022)بأنه «شكل تصويري تتم فيه معالجة كم هائل من المعلومات في مساحة محدودة تجذب انتباه المشاهد». ويذكر آخرون أن الإنفوجرافيك هو «فن تحويل البيانات والمعلومات والمفاهيم المعقدة إلى رسوم مرئية يمكن فهمها واستيعابها بسهولة». كما يشير تعريف Fuad Al-Jafair (2019)إلى أن الإنفوجرافيك علم وفن يجمع بين الصور والبيانات والنص لتقديم المعلومات بطريقة أوضح وأكثر تحفيزًا لإدراك المتعلمين للمعلومات المركبة والمعقدة. وبشكل عام، يُجمع أن الإنفوجرافيك يعمل على تحويل المعلومات من نصوص جافة إلى محتوى بصري غني، يوفر عنصر التشويق البصري ويترتب منظمًا بطريقة تسهل استنتاج العلاقات بين البيانات.

تتميز الإنفوجرافيك بعدة خصائص أساسية تدعم توظيفها في التعليم الحديث. ومن أهم هذه الخصائص:

- **الترميز البصري للمعلومات** :أي القدرة على تحويل الأرقام والحروف المملة إلى رسوم وجداول ورسومات متحركة أو ثابتة يسهل مسحها بصريًا.
- **الايجاز البصري** :إذ يلخص الإنفوجرافيك المعلومات في تصميم واحد، مما يتيح للقارئ الاطّلاع بسرعة على كم كبير من البيانات المكتوبة.

- **تحفيز المعالجة البصرية** :الاستفادة من القدرة الطبيعية للإنسان على معالجة المعلومات المرئية والربط بين الصور والنصوص.
- **قابلية المشاركة** :يمكنك نشر الإنفوجرافيك بسرعة عبر شبكات التواصل أو منصات التعلم الإلكتروني، مما يجعل المعلومات عرضة للمشاركة والتداول بشكل فاعل.
- **الجاذبية البصرية** :استخدام الألوان الزاهية، والصور، والخطوط المتنوعة يجعل التصميم جذابًا للمستخدم ويشد انتباهه.
- **التخفيف على الشبكة** :عناصر الإنفوجرافيك (كالرموز أو التخطيطات) يمكنها تقليل الضغط على الشبكة مقارنة بالوسائط الثقيلة مثل الفيديو عالي الدقة.
- **تجديد طرق العرض** :تغيير الروتين في تقديم المحتوى التقليدي وزيادة التفاعل بحيث يتركز عرض المعلومات حول تصميم جديد ومشوق.
- **زيادة تفاعل المتعلمين** :رؤية المعلومات في قالب بصري يشجع المتعلم على التفاعل معها سريعًا ويحفّز الانتباه والاستيعاب.
- **شمولية الاستخدام** :يمكن تطبيق الإنفوجرافيك على تخصصات ومجالات عديدة، فهو ينقل الصور والنصوص والأرقام والرسومات البيانية معًا إلى جمهور واسع ومتخصص.

ويمر إعداد الإنفوجرافيك بعدة مراحل تنظيمية، يمكن تلخيصها كما يلي:

١. **اختيار الفكرة** :تبدأ العملية بتحديد فكرة رئيسة للإخراج. وهذا الجزء يُعتبر الأصعب، حيث يبحث المصمم عن موضوع أو مفهوم دراسي يمكن تحويله إلى إنفوجرافيك جذاب.

٢. **البحث وجمع المعلومات** :بعد استقرار الفكرة، يجري المصمم بحثًا عن البيانات والحقائق والمعلومات التي تدعم الفكرة باستخدام مصادر مختلفة ومحركات بحث.

٣. **وضع المخطط والهيكل** :تُنسّق المعلومات المجمعة وتُبنى في هيكل تخطيطي يتضمن العناوين الرئيسة والفرعية، ويُراعى فيه اختيار الألوان والنصوص بما يلائم المحتوى.

٤. **اختيار الأدوات** :يستخدم المصمم أدوات متخصصة للإخراج الفني؛ فبرامج Adobe Illustratorو Photoshopمن أبرز برمجيات تصميم الإنفوجرافيك الثابت، بينما تستخدم برامج مثل Adobe After Effectsو Motion Appealلإنشاء الإنفوجرافيك المتحرك.

٥. **المراجعة والتدقيق** :في هذه المرحلة يجري تنقيح التصميم بالتحقق من تتابع المعلومات ومنطقية تسلسلها، والتأكد من صحة الرسوم والألوان والخطوط.

٦. **الإخراج والنشر** :أخيراً يخرج الإنفوجرافيك بصيغته النهائية التي تُقدم للمتعلم، ثم يُنشر عبر المنصات الرقمية أو وسائل التواصل الاجتماعي ليصل إلى الجمهور المستهدف.

ويُشار أيضًا إلى مبادئ عامة للإنفوجرافيك الفعّال: فيجب أن يتضمن الإنفوجرافيك هدفًا واضحًا يمكن للجمهور استنتاجه، وتصميماً متسقاً من حيث الخطوط والألوان والرموز. كما ينبغي دعم الرسومات والنص بالبيانات الحقيقية لضمان مصداقية المحتوى. ويُفضل أن يوفّر الإنفوجرافيك صيغة ثابتة للطباعة وأخرى تفاعلية للوسائط الديناميكية. وهذه الضوابط تضمن أن يكون الإنفوجرافيك أكثر من مجرد نص ورسوم، بل أداة تعليمية متميزة تحفز الفهم والاستنتاج بسرعة لدى المتلقي.

المحور الرابع: البراعة الرياضية:

يتناول هذا المحور مفهوم البراعة الرياضية (Mathematical Proficiency)وأبعادها، ومدى تضمنها لمهارات وكفايات تعلم الرياضيات. فقد ركزت الدراسات التربوية على البراعة باعتبارها «الهدف الرئيس الذي ينبغي أن تعنى به الرياضيات المدرسية». فقد أشارت اللجنة

الوطنية لرياض الأطفال والتعليم الابتدائي في الولايات المتحدةNRC) ، ٢٠٠١ (إلى أن مصطلح *Mathematical Proficiency*يشمل جميع جوانب الخبرة والكفاءة والمعرفة بالرياضيات، وهو يعبر عمّا نعنيه بـ«النجاح في تعلم الرياضيات». بمعنى آخر، تعتبر البراعة مقياسًا لما يمتلكه الفرد من مهارات فكرية وقدرات معرفية تؤهله لتعلم الرياضيات بفعالية وحل المشكلات بثقة.

ظلت المعايير والمناهج التعليمية تتطور في فهم معني النجاح في تعلم الرياضيات. فكانت الطرائق التقليدية تركز على المهارات العددية والإجرائية، لكن الحركات الإصلاحية الحديثة) كما في تقرير NCTM 1980 في الولايات المتحدة (حوّلت التركيز إلى «حل المشكلات» كهدف أساسي. وقد أكد التقرير الماركسيNRC) ، ٢٠٠١ (أنه بفضل التطورات في المجتمع وتقنيات التعليم، يجب إعادة تعريف النجاح في الرياضيات بحيث يشمل البراعة في التفكير الرياضي وليس مجرد الإجراءات الحسابية.

تعريفات البراعة الرياضية تعددت وفقًا للاتجاهات التربوية، لكن الركيزة المشتركة بينها أنها تتجاوز المعرفة السطحية إلى القدرات العقلية الشاملة. فمثلاً عرف Philipp (2010) البراعة بأنها «براعة المحتوى العلمي وترابطه وأهميته بالنسبة للتلميذ في تعلم الرياضيات، وترتبط بثلاثة محاور: براعة المحتوى وبراعة الطالب وبراعة المعلم في تقديم المحتوى». وفي تعريفات أخرى وُجّه التركيز إلى العمليات والمهارات التي يستخدمها المتعلم؛ فعرّف الرايات وأبو الفاديل (٢٠١٤) البراعة بأنها «مجموع العمليات والتفكير التي يعزز بها التعلم»، والتي تتضمن فهم المفاهيم وتنفيذ العمليات بمرونة ودقة مناسبة. وكذا عرّفت إيناس رضوان (٢٠١٩) البراعة بأنها «قدرة الطالب على توظيف الخبرات وبناء المعرفة الرياضية ثم توظيفها لحل المشكلات.«

وفي ضوء ما سبق يمكن تعريف البراعة الرياضية بأنها: قدرة الطالب على أداء العمليات الرياضية المعقدة بمرونة ودقة عالية، واستيعاب المفاهيم والعمليات الرياضية أثناء تنفيذ الإجراءات. أي أن الطالب البارع ينجز المهام الرياضية بأسلوب فعّال مبني على التفكير المنطقي والاستدلال والتأمل، بحيث يكتسب الثقة في الرياضيات بوصفها مادة ذات قيمة وحيوية في حياته.

يشير المجلس القومي للبحوث (NRC، ٢٠٠١) إلى أن البراعة الرياضية تتكون من خمسة أبعاد مترابطة. ورغم صعوبة فصل هذه الأبعاد عن بعضها تمامًا، إلا أنها يمكن تبيانها كالآتي: الفهم المفاهيمي(Conceptual Understanding) ، الطلاقة الإجرائية(Procedural Fluency) ، القدرة على حل المشكلات(Strategic Competence) ، الاستدلال المنطقي Adaptive) (Reasoning، والاستعداد النفسي/المعنوي لحل المشكلات .(Productive Disposition) وتُعَد هذه الأبعاد «مدخلًا» أساسيًا لتطوير المناهج والبرامج التعليمية في الرياضيات. كما أنّ لكل بُعد منها تأثيره المعزز للأبعاد الأخرى، وليس من الممكن تحقيق بُعد منها بمعزل عن البقية، وقد أظهرت المعايير الأمريكية المشتركة (CCSSM) تبنيها لأربعة من هذه الأبعاد (الفهم المفاهيمي، والإجراءات، والتفكير الاستراتيجي، والاستدلال)، وهو ما يعكس اعتمادها على مفهوم البراعة كمعيار تعليمي.

إن تضمين أبعاد البراعة في مناهج الرياضيات يعد مؤشرًا هامًا على التوجه نحو تعليم الرياضيات بنجاح حقيقي. فتنمية الفهم المفاهيمي والقدرة على التفسير والمنطق الرياضي تجعل الطلاب متجاوزين الحفظ السطحي، وتدعو توصيات الخبراء إلى أن تعمل البرامج التربوية على تعزيز المهارات التالية لدى المتعلمين: استخدام اللغة الرمزية بدقة، ربط المفاهيم الجديدة بالمعرفة السابقة، تمثيل الأفكار بصريًا وشفهيًا، والتفكير النقدي أثناء حل المشكلات، وهذا يتطلب تكاملًا بين تعليم العمليات الحسابية وتعليم الاستدلال وبناء المفاهيم.

في ضوء ما سبق يتضح أن البراعة الرياضية ـ كما يُختار هذا المصطلح في تقرير NRC (2001)ـ تعني الخبرة والكفاءة والمعرفة والشجاعة في الرياضيات المطلوبة ليتعلم الفرد الرياضيات بنجاح. إنها مهارات متنوعة تشمل التفكير والإبداع والاتزان العاطفي نحو المادة، وهي الأساس الذي ينبغي أن تركز عليه البرامج التعليمية للارتقاء بقدرات الطلاب الموهوبين في مادة الرياضيات.

إجراءات البحث:

يتناول هذا الجزء الإجراءات المنهجية التي اتبعها الباحث في تنفيذ البحث، بدءًا من المنهج المستخدم وتصميمه، وحتى اختيار العينة، وأدوات القياس، وطريقة تطبيق البرنامج، وأساليب التحليل الإحصائي. وقد تم توظيف المنهج المختلط (الكمي والكيفي) لتحقيق أهداف البحث والإجابة عن تساؤلاته.

أولًا: منهج البحث:

نظرًا لطبيعة البحث وأهدافه، فقد اعتمد الباحث على المنهج المختلط (Mixed Methods Design)، وتحديدًا التصميم المتتابع التفسيري (Explanatory Sequential Design)، وهو من التصاميم الشائعة في البحوث التربوية التي تستدعي دمج البيانات الكمية والكيفية. يتم هذا النوع من التصميم على مرحلتين:

١. **المرحلة الأولى :**جمع وتحليل البيانات الكمية أولًا، باستخدام اختبار البراعة ومقياس النزعة المنتجة.
٢. **المرحلة الثانية :**جمع وتحليل البيانات الكيفية من خلال مقابلة مجموعة بؤرية، لتفسير نتائج التحليل الكمي.

وقد تم استخدام هذا التصميم نظرًا لما يتيحه من دمج البيانات وتفسير النتائج من عدة زوايا، فضلًا عن ملاءمته لطبيعة الدراسة التي تسعى لتقييم فاعلية برنامج إثرائي وتعزيز الفهم التربوي العميق.

ثانيًا: تصميم البحث:

استخدم الباحث التصميم شبه التجريبي (Quasi-Experimental Design)من نوع "مجموعة تجريبية ومجموعة ضابطة – اختبار بعدي فقط"، لقياس أثر البرنامج الإثرائي القائم على تقنية الإنفوجرافيك في تنمية البراعة الرياضية.

ويتمثل هذا التصميم فيما يلي:

- **المجموعة التجريبية :**تلقت البرنامج الإثرائي في هندسة الفراكتال باستخدام تقنية الإنفوجرافيك.
- **المجموعة الضابطة :**درست نفس الموضوعات بالطريقة التقليدية.
- تم تطبيق **اختبار بعدي** على المجموعتين لقياس أبعاد البراعة الرياضية والنزعة المنتجة.

ثالثا: مجتمع البحث:

يتكون مجتمع البحث من جميع الطلاب الموهوبين بالصف الأول المتوسط، والذين تم ترشيحهن من قِبل المعلمين وإدارات المدارس بناءً على تحصيلهن الدراسي في مادة الرياضيات ونتائج اختبارات الذكاء.

رابعًا: عينة البحث:

تم اختيار عينة قصدية مكونة من (72)طالب موهوب موزعة على ثلاث مجموعات.

وقد تم توزيع العينة كما يلي:

جدول (٣-١) توزيع أفراد عينة البحث:

نوع العينة	عدد الطلاب	المنطقة
تجريبية أولى	24	الطائف
تجريبية ثانية	24	الطائف
ضابطة	24	الطائف

تـم اختيـار هـذه المـدارس بنـاءً علـى تماثـل البيئـات التعليميـة والاجتماعيـة، وكـذلك التعـاون مـن قبـل إدارة المـدارس، وتـوافر البنيـة التحتيـة لتطبيـق البرنـامج القـائم علـى تقنيـة الإنفوجرافيك.

خامسًا: أدوات البحث:

اعتمد الباحث على ثلاث أدوات رئيسة لجمع البيانات، وهي:

(١) اختبار البراعة الرياضية:

صُمم هذا الاختبار لقياس مدى اكتساب الطلاب لأبعاد البراعة الرياضية الأربعة بعد تطبيق البرنامج، وهي: (الاستيعاب المفاهيمي- الطلاقة الإجرائية- الكفاءة الاستراتيجية- الاستدلال التكيفي).

وقد مر الاختبار بمراحل الإعداد التالية:

- تحديد الأهداف والأبعاد والمكونات.
- إعداد جدول مواصفات دقيق.
- صياغة فقرات الاختبار وفق الأهداف السلوكية والمستويات المعرفية.
- عرض المسودة على مجموعة من المحكمين المتخصصين في المناهج والرياضيات.

وتكون الاختبار في صورته النهائية من **(24) فقرة** موزعة على الأبعاد الأربعة.

جدول (٣-٢) توزيع فقرات اختبار البراعة الرياضية وفق الأبعاد:

البُعد	عدد الفقرات
الاستيعاب المفاهيمي	6
الطلاقة الإجرائية	6
الكفاءة الاستراتيجية	6
الاستدلال التكيفي	6
المجموع الكلي	**24**

مقياس النزعة المنتجة في الرياضيات:

أعده الباحث لقياس الأبعاد الوجدانية المرتبطة بالبراعة الرياضية، ويتكون من **(32) عبارة** موزعة على أربعة أبعاد:

- الإيمان بأهمية الرياضيات.
- الرغبة في تعلم الرياضيات.
- الثقة في القدرة على التعلّم.
- الرغبة في استخدام الرياضيات في الحياة اليومية.

صيغت العبارات وفق مقياس ليكرت الثلاثي (موافق – محايد – غير موافق)، وتحققت له الخصائص السيكو مترية من صدق وثبات.

المقابلة البؤرية الجماعية:

هدفت هذه الأداة إلى استكشاف آراء الطلاب في المجموعة التجريبية حول البرنامج، من حيث:

- ملاءمته لطبيعة الموضوع.
- مدى تفاعلهم مع الإنفوجرافيك.

- دور البرنامج في تحسين فهمهم لهندسة الفراكتال.

وقد جرت المقابلة مع **(8)طلاب** من المجموعة التجريبية، باستخدام أسئلة شبه موجهة، وتم تسجيل الجلسة وتحليلها مضمونياً.

سادسًا: البرنامج الإثرائي:

أعد الباحث برنامجًا إثرائيًا قائمًا على تقنية الإنفوجرافيك، وتضمن:

- **الهدف العام :**تنمية البراعة الرياضية لدى الطلاب الموهوبين في هندسة الفراكتال.
- **عدد الحصص** 10 **:**حصص بمعدل حصتين أسبوعيًا.
- **الأدوات المصاحبة :**دليل المعلم – كتب الأنشطة – شرائح إنفوجرافيك.
- **الأنشطة :**أنشطة فردية وجماعية، قائمة على حل المشكلات والاستكشاف والتطبيق.

جدول (٣-٣) توزيع موضوعات البرنامج:

الحصة	الموضوع
1	مفهوم الفراكتال وخصائصه
2	الفراكتال في الطبيعة
3	أنواع الفراكتال (الهندسي – العشوائي)
4	الإنشاء التكراري للفراكتال
5	تطبيقات الفراكتال في الحياة اليومية
6	التصميم بالفراكتال
7	نمذجة الفراكتال باستخدام الإنفوجرافيك
8	مشروعات تصميم مصغرة
9	عرض أعمال الطلاب
10	مراجعة وتقييم ختامي

سابعًا: خطوات تنفيذ البحث:

مر تنفيذ البحث بالمراحل التالية:

مرحلة الإعداد القبلي:

- إعداد الأدوات (الاختبار، المقياس، دليل المقابلة).
- عرض الأدوات على المحكمين للتأكد من صدقها.
- إجراء تطبيق تجريبي لاختبار البراعة والمقياس لتحديد الثبات وسهولة الفقرات.
- اختيار العينة القصدية بالتنسيق مع إدارات المدارس.

مرحلة التنفيذ الفعلي للبرنامج:

- تطبيق البرنامج الإثرائي على المجموعتين التجريبيتين بواقع (١٠) حصص تعليمية.
- الاعتماد على تقنية الإنفوجرافيك في عرض المحتوى.
- تقديم أنشطة إثرائية متنوعة تشمل التصميم، النمذجة، حل المشكلات.
- تسجيل مدى التفاعل والملاحظات الميدانية أثناء الحصص.

مرحلة التطبيق البعدي:

- تطبيق اختبار البراعة الرياضية ومقياس النزعة المنتجة على جميع المجموعات.
- إجراء المقابلة الجماعية مع عينة من الطلاب بالمجموعة التجريبية.
- جمع نتائج التطبيقات وإعداد الجداول الإحصائية.

ثامنًا: المعالجة الإحصائية للبيانات:

اعتمد الباحث في معالجة البيانات الكمية على الحزمة الإحصائيةSPSS ، باستخدام الأساليب التالية:

- المتوسط الحسابي والانحراف المعياري :لحساب مستوى الأداء.

- اختبار مان ويتني :(Mann Whitney U) U للمقارنة بين المجموعتين في الاختبار البعدي.
- اختبار كولموجروف-سميرنوف :(Kolmogorov-Smirnov) لاختبار التوزيع الطبيعي للبيانات.
- معامل كابا :(Kappa Coefficient) للتحقق من ثبات نتائج تحليل المقابلة بين المحللين.

أما البيانات الكيفية الناتجة عن المقابلة البؤرية، فقد خضعت لـ التحليل الموضوعي للمحتوى عبر خطوات:

١. تفريغ محتوى المقابلات كتابيًا.
٢. ترميز المقولات المفتاحية.
٣. تصنيف الاستجابات ضمن محاور رئيسة.
٤. حساب التكرارات والنسب المئوية.

تاسعًا: ملخص إجراءات البحث:

يوضح الجدول التالي تسلسل خطوات تنفيذ البحث منذ البداية وحتى التحليل النهائي:

جدول (٣-٤) ملخص إجراءات تنفيذ البحث

المرحلة	الإجراء	الهدف
ما قبل التنفيذ	إعداد الأدوات وتحكيمها	ضمان الصدق والثبات والمطابقة للمعايير العلمية
أثناء التنفيذ	تطبيق البرنامج الإثرائي باستخدام الإنفوجرافيك	تنمية البراعة الرياضية لدى الفئة المستهدفة
بعد التنفيذ	تطبيق الأدوات بعديًا، تحليل النتائج	تقييم فاعلية البرنامج وتفسير النتائج

نتائج البحث:

أولاً: نتائج الفرض الأول، ونصه:

"يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسط درجات طلاب المجموعة التجريبية الذين درسوا البرنامج الإثرائي القائم على تقنية الإنفوجرافيك، ومتوسط درجات طلاب المجموعة الضابطة الذين درسوا بالطريقة المعتادة في التطبيق البعدي لاختبار البراعة الرياضية في كل بعد من أبعادها: (الاستيعاب المفاهيمي – الطلاقة الإجرائية – الكفاءة الاستراتيجية – الاستدلال التكيفي)."

وقد هدف هذا الفرض إلى التحقق من أثر البرنامج في تعزيز أبعاد البراعة الرياضية بشكل تفصيلي، وليس فقط الأداء الكلي، ولاختبار هذا الفرض، استخدم الباحث اختبار **"مان ويتني " (Mann-Whitney U)**للمقارنة بين متوسطات رتب درجات المجموعتين في كل بعد من الأبعاد الأربع. وفيما يلي النتائج:

الجدول(1-4) قيمة متوسط الرتب ومجموعها وقيمة Z للمجموعتين التجريبية والضابطة لدرجات كل بُعد من الأبعاد العقلية للبراعة الرياضية

البعد	المجموعات	العدد	متوسط الرتبة	مجموع الرتب	درجات الحرية	قيمةZ	قيمةp
الاستيعاب المفاهيمي	التجريبية	13	17.42	226.50	22	3.75	0.001
	الضابطة	11	6.68	73.50			
الطلاقة الإجرائية	التجريبية	13	17.54	228.00	22	4.17	0.001
	الضابطة	11	6.60	66.00			
الكفاءة الاستراتيجية	التجريبية	13	17.85	232.00	22	4.04	0.001
	الضابطة	11	6.27	69.00			
الاستدلال التكيفي	التجريبية	13	17.53	228.00	22	3.82	0.001
	الضابطة	11	6.55	72.00			

وتشير البيانات في الجدول (٤-١) بوضوح إلى وجود فروق دالة إحصائيًا بين طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في جميع أبعاد البراعة الرياضية الأربعة، حيث جاءت القيم الاحتمالية (p) لجميع الأبعاد مساوية لـ ٠.٠٠١ وهي أقل من مستوى الدلالة ٠.٠٥، كما جاءت قيم Zمرتفعة ودالة، مما يعزز من موثوقية الفرق بين المجموعتين.

وبالنظر إلى متوسطات الرتب، نجد أنها جميعًا أعلى لدى المجموعة التجريبية مقارنة بالضابطة، مما يدل على أن التحسن في كل بعد من أبعاد البراعة (الاستيعاب المفاهيمي، الطلاقة الإجرائية، الكفاءة الاستراتيجية، الاستدلال التكيفي) كان لصالح الطلاب الذين خضعوا للبرنامج الإثرائي القائم على الإنفوجرافيك.

وتوضح النتائج أن تقنية الإنفوجرافيك قدّمت أثرًا متكاملًا في تنمية البراعة الرياضية بأبعادها المختلفة، حيث:

- عززت الاستيعاب المفاهيمي من خلال التمثيلات البصرية التي تسهّل فهم البُنى الرياضية المجردة.
- دعمت الطلاقة الإجرائية بفضل توظيف خطوات منظمة مرئية في أداء المهام.
- طوّرت الكفاءة الاستراتيجية عبر تمارين تدمج حل المشكلات باستخدام صور ومواقف تطبيقية.
- نمّت الاستدلال التكيفي عن طريق أنشطة قائمة على المحاكاة والنمذجة والتنبؤ بالأنماط.

هذا يشير إلى أن استخدام الإنفوجرافيك لا يقتصر على التحفيز الجمالي أو العرض البصري فحسب، بل يمتد ليكون أداة تعليمية فعالة في بناء البنية المعرفية والمهارية المتكاملة لدى الطلاب.

ثانياً: نتائج الفرض الثاني، ونصه:

"يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسط درجات طلاب المجموعة التجريبية الذين درسوا البرنامج الإثرائي القائم على تقنية الإنفوجرافيك، ومتوسط درجات طلاب المجموعة الضابطة الذين درسوا بالطريقة المعتادة في التطبيق البعدي لمقياس النزعة المنتجة".

وقد سعى هذا الفرض إلى التحقق من مدى تأثير البرنامج الإثرائي على تعزيز اتجاهات الطلاب الموهوبين نحو **النزعة المنتجة** في تعلم الرياضيات، بما تتضمنه من سمات المثابرة، الإبداع، الرغبة في التحدي، وتقدير الجهد الرياضي.

واعتمد الباحث لاختبار هذا الفرض على اختبار "مان ويتني "لقياس الفروق بين متوسطات رتب المجموعتين، وجاءت النتائج كما يلي:

الجدول(2-4) نتائج اختبار مان ويتني لمقارنة درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في مقياس النزعة المنتجة

المجموعة	العدد	متوسط الرتبة	مجموع الرتب	U	Z	مستوى الدلالة.Sig
تجريبية	24	36.85	884.50	42.500	-6.416	0.000
ضابطة	24	12.15	291.50			

ويشير الجدول (٤-٢) إلى أن القيمة المحسوبة لاختبار مان ويتني بلغت(U = 42.500) ، وهي قيمة منخفضة تشير إلى وجود فرق ملحوظ بين المجموعتين. كما بلغت قيمة Z = -6.416 وهي قيمة سالبة ذات دلالة إحصائية، وبلغ مستوى الدلالة Sig. = 0.000 وهو أقل من ٠.٠٥.

ونظرًا لأن متوسط رتبة المجموعة التجريبية (٣٦.٨٥) يفوق متوسط رتبة المجموعة الضابطة (١٢.١٥)، فإن الفرق في الاتجاهات نحو النزعة المنتجة كان لصالح الطلاب الذين خضعوا للبرنامج الإثرائي المعتمد على تقنية الإنفوجرافيك.

وتعكس هذه النتيجة أثرًا إيجابيًا كبيرًا للبرنامج الإثرائي في تعزيز النزعة المنتجة لدى الطلاب الموهوبين، إذ يُرجّح أن استخدام الإنفوجرافيك كأداة تعليمية قد:

- عزّز الدافعية الذاتية للتعلم من خلال تقديم المحتوى بصورة جذابة بصريًا ومنظمة معرفيًا.
- ساعد على بناء الثقة بالنفس والقدرة على التحدي، من خلال مواقف إثرائية متدرجة الصعوبة.
- مكّن الطلاب من رؤية قيمة الجهد الرياضي عبر تصور الإنجاز والنتائج بصورة مرئية ملموسة.
- وفّر بيئة تعليمية تُثمن الاستقلال الفكري والعمل الإنتاجي بدلًا من التلقي السلبي.

ويتماشى هذا مع ما أكدته الدراسات السابقة حول أهمية دمج وسائل العرض البصري التفاعلي في رفع اتجاهات المتعلمين نحو الرياضيات باعتبارها أداة تفكير ومنهجًا لحل المشكلات، وليس فقط مادة دراسية نظرية.

عرض النتائج المتعلقة بحساب حجم تأثير البرنامج الإثرائي:

بعد التحقق من دلالة الفروق الإحصائية في درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في أبعاد البراعة الرياضية ومقياس النزعة المنتجة، سعى الباحث إلى معرفة مدى قوة تأثير البرنامج الإثرائي القائم على تقنية الإنفوجرافيك من خلال حساب حجم التأثير (η^2) باستخدام اختبار مان ويتني، ووفقًا لمؤشرات "كوهن Cohn (1988) "لتفسير قوة التأثير، وكانت النتائج كما في الجدول التالي:

الجدول(4-4) قيمة η^2 لدرجات كل بُعد من أبعاد البراعة الرياضية وحجم التأثير وفقًا لمؤشرات كوهن

الجانب المقاس	العدد الكلي (N) للمجموعتين	قيمةZ	قيمة$\eta^2 = Z^2 / N$	حجم التأثير
الاستيعاب المفاهيمي	24	3.75	0.59	كبير
الطلاقة الإجرائية	24	4.17	0.72	كبير
الكفاءة الاستراتيجية	24	4.04	0.68	كبير
الاستدلال التكيفي	24	3.82	0.61	كبير
النزعة المنتجة	24	4.06	0.69	كبير
أبعاد البراعة الرياضية ككل	24	4.14	0.71	كبير

يوضح الجدول (٤-٤) أن جميع قيم η^2 أكبر من ٠.١٤، وهو الحد الأدنى الذي يُعد عنده التأثير "كبيرًا" وفقًا لمؤشرات كوهن، مما يعني أن البرنامج الإثرائي القائم على تقنية الإنفوجرافيك قد حقق تأثيرًا كبيرًا على كل من:

- أبعاد البراعة الرياضية (الاستيعاب المفاهيمي، الطلاقة الإجرائية، الكفاءة الاستراتيجية، الاستدلال التكيفي).
- النزعة المنتجة لدى الطلاب الموهوبين.

وقد تراوحت قيمة η^2 بين 0.59و٠.٧٢، وهي مؤشرات تؤكد ليس فقط دلالة الفروق، بل كذلك قوة وجدوى البرنامج في التطبيق الواقعي.

تشير هذه النتائج إلى أن تأثير البرنامج الإثرائي لم يكن تأثيرًا محدودًا إحصائيًا فقط، بل كان ذو فاعلية عملية حقيقية وكبيرة، يمكن الوثوق بها عند اتخاذ قرارات تربوية تتعلق بتطوير استراتيجيات تعليم الموهوبين.

ويُمكن القول إن تقنية الإنفوجرافيك، عند دمجها في تصميم محتوى إثرائي قائم على المهام المفتوحة والتفكير البصري، تعزز بشكل واضح فهم المفاهيم الرياضية بعمق، وأداء الإجراءات

بكفاءة، كما أنها تنمي مهارات التفكير الاستراتيجي والتكيف مع مواقف جديدة، كما تطوير اتجاهات إيجابية نحو الرياضيات.

التحليل الكيفي للبحث:

تم في هذا الجزء تسليط الضوء على نتائج تحليل البيانات النوعية، للإجابة عن الأسئلة النوعية للبحث، من خلال استنباط آراء الطلاب الموهوبين بالصف الأول المتوسط حول البرنامج الإثرائي المقدم اليهم، باستخدام المقابلات الفردية والبؤرية كمصدر رئيس لتحليل البيانات النوعية وترميزها، وفق نموذج.(2018) Creswell and Plano Clark

وُجهت للطلاب مجموعة من الأسئلة لتوليد موضوعات تعبّر عن وجهات نظر المشاركين. وقد تم تكويد استجابات المشاركين، وتصنيفها إلى فئات، ثم تجميع هذه الفئات ضمن موضوعات رئيسة. واعتمد البحث على أسلوب التدقيق والمراجعة للتأكد من النتائج المتوصل إليها.

وفيما يلي عرض النتائج الناتجة عن التحليل الكيفي:

عرض النتائج المتعلقة بآراء المشاركين حول البرنامج المقترح:

السؤال البحثي :كيف يرى الطلاب الموهوبين بالصف الأول المتوسط البرنامج الإثرائي المقدم لهم؟

أظهر التحليل الكيفي عدة استجابات إيجابية تتعلق بالمحاور التالية:

الطابع الإيجابي نحو محتوى هندسة الفراكتال:

- أشارت استجابات الطلاب إلى أن محتوى الفراكتال له طبيعة عملية، ويسهم في توسيع مداركهم في حياتهم الواقعية، وليس مقتصرًا على النظريات والقوانين.

أمثلة من الاستجابات:

-"في نشاط التربية الفنية استطعت أن أطبّق الأشكال الفراكتالية الجميلة التي تعلمتها".

-"ساعدني في تحديد محيط ومساحة أشكال مأخوذة من الطبيعة مثل الشجرة والسحاب".

-"كنت أظن أن هذه الأشكال لا توجد إلا في الخيال، والآن يمكنني رسمها بسهولة".

تكامل موضوعات الفراكتال وترابطها:

- عبر المشاركين عن أن الموضوعات المقدمة في البرنامج مترابطة ومتسلسلة، مما أتاح فهمًا أعمق للعلاقات الرياضية.

"كل فكرة كانت مبنية على الفكرة التي سبقتها، وكان هناك تسلسل منطقي جيد".

الشعور بالمتعة والتشويق أثناء دراسة الموضوعات:

- أشار المشاركين إلى أن الأنشطة والتمارين كانت مشوقة، مما ساعد على تعزيز متعة التعلم.

"رسمت أشكالًا لأول مرة أراها، وكان ذلك ممتعًا جدًا".

"تعلمت أشياء جديدة لم أكن أعرفها من قبل، وشعرت أنها تفتح لي آفاقًا خارج المناهج المعتادة".

إمكانية تقديم موضوعات الفراكتال لمراحل تعليمية سابقة:

- تباينت آراء الطلاب حول إمكانية تدريس هذه الموضوعات في مراحل سابقة؛ فبينما رأى بعضهم أن التبكير في تعلم الفراكتال يعزز الفهم، تحفظ البعض الآخر بسبب صعوبة المفاهيم على طلاب تلك المراحل.

الطابع الإيجابي نحو تقنية الإنفوجرافيك المستخدمة في البرنامج:

- أوضحت استجابات الطلاب أن استخدام تقنية الإنفوجرافيك ساعد في تبسيط المفاهيم الرياضية، وأتاح فهم النظريات دون الحاجة إلى البرهان التقليدي.

"أحببت الإنفوجرافيك لأنه قدّم الفكرة بشكل مختصر وبسيط دون شرح مطوّل".
"ساعدني الإنفوجرافيك في تطبيق نظرية مجموع زوايا المثلث بسهولة".

بساطة تصميم الإنفوجرافيك وتنظيم الأفكار المقدمة:

- أشادت الطلاب ببساطة تصميم الإنفوجرافيك وفعاليته في عرض المعلومات وتنظيمها بشكل جذاب.

إمكانية استخدام الإنفوجرافيك لتقديم أشكال فراكتالية معقدة:

- أظهرت استجابات المشاركين أن التقنية مكنتهم من فهم ورسم مراحل متقدمة من الفراكتال، مثل فراكتال التنين، في وقت قصير مقارنة بالطريقة العادية.

الطابع الإيجابي نحو الاستراتيجيات التعليمية المستخدمة:

أشار معظم المشاركين إلى أن الاستراتيجيات التعليمية ساعدتهن على تنظيم الأفكار وتبادلها والتفاعل مع زملائهم، مما أسهم في تعزيز التفكير الناقد، وتنمية المهارات، وزيادة الدافعية.
"ساعدتني على ترتيب أفكاري وتنقيحها".
"ناقشنا أفكارنا واكتسبنا من بعضنا البعض طرقًا جديدة للفهم".

عرض النتائج المتعلقة بمقترحات الطلاب لتطوير البرنامج:

السؤال البحثي : ما المقترحات المعتبرة التي يمكن تنفيذها لتوليد مزيد من الأشكال الفراكتالية من وجهة نظر الطلاب الموهوبين؟

مقترحات تتعلق بالمولد نفسه:

- **إجراء تحويلات هندسية على المولد القياسي**، مثل الانعكاس، والدوران، وقلب المولد.
- **دمج مولدين لهما نفس الخصائص**، مثل دمج مولد كوخ القياسي مع العكسي.
- **إعادة تقسيم المولد بطرق غير تقليدية**، كحذف بعض الأجزاء أو استبدالها بأشكال مختلفة.

2.4.1.2.2مقترحات تتعلق بتطبيق المولد على أشكال هندسية:

- **تطبيق المولد على أشكال هندسية منتظمة**، مثل المربع، والمثلث، والسداسي.
- **تطبيق مولد على مولد آخر مختلف**، لتوليد أشكال ذات خصائص جديدة.
- **تطبيق المولد على أشكال ذات تماثل**، مثل النجمة الخماسية والمعين.
- **تطبيق المولد على أشكال مجسمة**، مثل المكعب والهرم.

كيف يمكن الاستفادة من المقترحات السابقة عمليًا؟

- **إثراء البرامج المستقبلية** :يمكن استخدام هذه المقترحات كأنشطة إضافية موجهة للفائقين في مراحل لاحقة.
- **بقاء أثر التعلم** :المشاركة الفعلية في تنفيذ المقترحات ساعدت الطلاب على ترسيخ المفاهيم الرياضية.
- **تعميق الفهم** :ساعدت المقترحات على تعزيز فهم العلاقات العددية والبصرية.
- **المشاركة في بناء المعرفة** :عبّرت الطلاب عن فخرهن بإسهامهن في تقديم أفكار جديدة نابعة من تفكيرهن الشخصي.

دمج النتائج الكمية والكيفية وتفسيرها:

سعى البحث في هذا الجزء إلى الإجابة عن السؤال السادس" :*كيف يمكن تفسير نتائج تحليل البيانات الكمية في ضوء نتائج تحليل البيانات الكيفية؟*"

أظهرت نتائج التحليل الكمي فاعلية البرنامج الإثرائي القائم على تقنية الإنفوجرافيك في تنمية أبعاد البراعة الرياضية لدى الطلاب التجريبيات مقارنة بالمجموعة الضابطة. وقد عززت

نتائج التحليل الكيفي هذه النتائج، وأوضحت الأسباب الكامنة وراءها، مثل: ارتباط الموضوعات، التشويق، تبسيط المفاهيم، وتعزيز التفكير النقدي.

(جدول ٤-٥) ملخص النتائج الكمية والكيفية للبحث وفقًا لأبعاد البراعة الرياضية

البُعد	النتائج الكمية	النتائج الكيفية
الاستيعاب المفاهيمي	بلغت قيمة Z للمجموعتين (٣.٧٥)، وهي قيمة دالة إحصائيًا عند مستوى دلالة ٠.٠٠٨، مما يعني وجود فرق دال إحصائيًا لصالح المجموعة التجريبية.	أشارت آراء المشاركين إلى زيادة قدرتهن على الفهم العميق والشامل للمفاهيم والعلاقات الرياضية ضمن البرنامج. وقد أكدت النتائج الكيفية ذلك، حيث ساعدت تقنية الإنفوجرافيك في توضيح العديد من الأشكال الفراكتالية المعقدة.
الطلاقة الإجرائية	بلغت قيمة(4.17) Z ، وهي دالة إحصائيًا عند مستوى دلالة ٠.٠٠٨، مما يعني وجود فرق دال لصالح المجموعة التجريبية.	أشار المشاركين إلى زيادة قدرتهم على تنوع طرق حل المشكلات الرياضية المرتبطة بهندسة الفراكتال، وأكدت النتائج الكيفية ذلك من خلال تضمين البرنامج لاستراتيجيات ساعدت في تبادل الأفكار وثرائها.
الكفاءة الاستراتيجية	بلغت قيمة(4.04) Z ، وهي قيمة دالة إحصائيًا عند مستوى دلالة ٠.٠٠٨، مما يشير إلى وجود فرق دال لصالح المجموعة التجريبية.	أظهرت النتائج الكيفية زيادة قدرة المشاركين على صياغة المشكلات الرياضية وتمثيلها واختيار الحلول المثلى لها، نتيجة لتضمين البرنامج مشكلات رياضية حقيقية ومحاولة إيجاد حلول لها.
الاستدلال التكيفي	بلغت قيمة(3.82) Z ، وهي دالة إحصائيًا عند مستوى دلالة ٠.٠٠٨، مما يعني وجود فرق دال لصالح المجموعة التجريبية.	أشار المشاركين إلى زيادة قدرتهم على تنظيم الأفكار والتفكير المنطقي السليم. وأكدت النتائج الكيفية ذلك من خلال أنشطة تطلبت تقديم تفسيرات رسمية وغير رسمية.
النزعة المنتجة	بلغت قيمة(4.06) Z ، وهي قيمة دالة إحصائيًا عند مستوى دلالة ٠.٠٠٨، لصالح المجموعة التجريبية.	عبّر المشاركين عن رؤيتهن لأنفسهم كمتعلمين فاعلين في الرياضيات، وشعورهم بالمتعة أثناء التعلم، كما قدموا مقترحات لأشكال فراكتالية من إنتاجهن، مما يعزز النزعة المنتجة.
الأبعاد ككل	بلغت قيمة(4.14) Z ، وهي دالة إحصائيًا عند مستوى دلالة ٠.٠٠٨، مما يدل على وجود فرق دال لصالح المجموعة التجريبية.	عبّر المشاركين عن انطباعات إيجابية عامة تجاه البرنامج الإثرائي ككل، وأكدت النتائج الكيفية أن البرنامج تضمن مكونات أساسية ساهمت في فعاليته كتجربة تدريسية.

ويمكن إرجاع هذه النتيجة إلى عدة عوامل، من أبرزها:

- حرص الباحث على توفير بيئة تعليمية آمنة خالية من التهديد، تتسم بالاحترام والاهتمام، وتتيح الفرصة للطلاب للإجابة بحرية عن الأسئلة، وتقديم الدعم اللازم وتقبل جميع الأفكار ووجهات النظر، مهما كانت غير مألوفة.
- أظهرت نتائج التحليل الكيفي أن هذه البيئة شجعت الطلاب على التعبير عن أنفسهم، وزادت من ثقتهم في قدراتهم، مما أسهم في بذل مزيد من الجهد أثناء التعلم.
- برزت هندسة الفراكتال في البرنامج كنموذج للهندسيات الحديثة والعصرية، وكانت أكثر قربًا للطلاب من الهندسة الإقليدية التقليدية، إذ اتسمت بارتباطها بالطبيعة من حولهن، ووجود العديد من الأشكال الفراكتالية في البيئة المحيطة بهن، مما جعلها ملموسة وسهلة الإدراك.
- وقد ساهم هذا الارتباط الواقعي في تنمية النزعة المنتجة الرياضية لدى الطلاب، حيث أشارت نتائج التحليل الكيفي إلى أن محتوى الفراكتال ساعدهم في مواقف حياتية متعددة، وأظهر طبيعته العملية التي لا تقتصر فقط على القوانين والتعميمات النظرية.

- ومن خلال عرض نماذج تطبيقية واقعية مرتبطة بهندسة الفراكتال، وربطها بالبيئة، وسعي الطلاب لإيجاد حلول لمشكلات رياضية متعلقة بها، تعزز الشعور بأهمية هذه الهندسة وفائدتها في الحياة اليومية، وهو ما انعكس إيجابًا على تنمية النزعة المنتجة لديهم.
- كذلك، أوضحت نتائج التحليل الكيفي أن اهتمام الطلاب الموهوبين بتطبيقات الفراكتال في المواد الدراسية الأخرى وفي الحياة العملية كان واضحًا، حيث طرحوا العديد من الأسئلة حول استخدام هذه الأفكار في مجالات أخرى، مما يعكس اندماجهم العميق في التعلم.
- كما أن بساطة تقنية الإنفوجرافيك وتنظيمها للمفاهيم ساعد في جذب انتباه الطلاب وتحفيزهم، وأضفى جوًا من المتعة على عملية التعلم، وأسهم في تنمية النزعة المنتجة، نظرًا لما وفره من عرض متنوع وشيق للمعلومات، ودمج منسق بين النص والصورة.
- وقد انعكس هذا في مقترحات الطلاب أنفسهم حيث أجروا تعديلات على بعض المولدات الفراكتالية المطروحة عليهم، وابتكروا تصورات جديدة من وجهة نظرهم لتطوير البرنامج مستقبليًا، مما زاد من شعورهم بقيمة مساهماتهم، وساهم في تعزيز دورهم كمتعلمين منتجين للمعرفة لا مجرد مستهلكين لها.
- كما أشارت نتائج التحليل الكيفي إلى أن الاعتماد على مفاهيم الهندسة الإقليدية كنقطة انطلاق لتعلم الفراكتال، وعمل روابط بينهما، ساعد الطلاب على فهم المفاهيم الرياضية والعلاقات المرتبطة بها بشكل أعمق، لا سيما تلك المرتبطة بمفاهيم مثل: الجذور، الأعداد غير النسبية، والمجموعة التكعيبية.
- وساهمت التلميحات البصرية المتضمنة في الإنفوجرافيك، وتكامل الألوان والنصوص والحركات، في توضيح العلاقات الرياضية، مما أدى إلى تعزيز الفهم العميق لمفاهيم الفراكتال، وهي نقطة أكدتها النتائج الكيفية بوضوح.
- كذلك، كان العرض المفصل لمراحل بناء الشكل الفراكتالي عبر تقنية الإنفوجرافيك، والتأمل في كل مرحلة، وربطها بالمراحل الأخرى، ذا أثر بالغ في استيعاب العمليات المكونة لتلك الأشكال، وساهم في تنمية الاستيعاب المفاهيمي.

كما أشارت نتائج التحليل الكيفي إلى أن تقديم مراحل متعددة ومتقدمة من الفراكتال بصورة صحيحة وفي وقت قصير ساعد على تحقيق فهم أعمق لخصائص الأشكال الفراكتالية، مما انعكس إيجابًا على تنمية الاستيعاب المفاهيمي لدى الطلاب، وقد أسهم تنوع طرق تقديم الأشكال الفراكتالية داخل تقنية الإنفوجرافيك، وعدم الاقتصار على أسلوب واحد، في رفع دافعية الطلاب للتعبير عن أفكارهم بطرق متنوعة، مما انعكس إيجابيًا على الطلاقة الإجرائية.

كما أظهرت نتائج التحليل الكيفي أن المرونة التي وفرتها الإنفوجرافيك في عرض المعلومات، والقدرة على تقديم نفس الفكرة بأكثر من صورة، ساعدت المشاركين على التفكير بطريقة مختلفة، مما حفزهم على الاستكشاف، وفي ضوء نظرية فيجوتسكي، أظهر تنظيم الأفكار أثناء عملية التفاوض بين الطلاب الموهوبين أثرًا كبيرًا في تنقيح الأفكار وتطويرها، وهو ما ساعد بدوره على توظيف الاستراتيجيات التعليمية بطريقة مثلى، وأسهم في تنمية الطلاقة الإجرائية لديهم.

وقد تبادلوا أفكارًا متنوعة أثناء الأنشطة، وعدّلوها استنادًا إلى التغذية الراجعة التي حصلوا عليها من زملائهم، وهو ما شكّل بيئة تعاونية ساعدت على بناء المعرفة بشكل تشاركي، ومن خلال استخدام الأسئلة المفتوحة والنقاشات الجماعية، نشأت إجابات متنوعة للسؤال الواحد، مما عزز من تنمية الطلاقة الإجرائية، وأسهم في تعزيز ثقة الطلاب بأنفسهم في دروس البرنامج اللاحقة.

كذلك، فإن قيام الطلاب بأنفسهم بتجريب المشكلات الرياضية، وفرض الفروض، وإعادة تمثيلها، قد ساعد على تنمية الكفاءة الاستراتيجية لديهم، إذ وفرت لهم الفرصة لاكتساب الخبرة في

التعامل مع مشكلات واقعية تنتمي لهندسة الفراكتال، وكان لعرض مشكلات حقيقية وتوضيح كيفية تعامل علماء الرياضيات معها أثر بارز في تعزيز الكفاءة الاستراتيجية، كما ساعد التسلسل المنطقي لتصميم الإنفوجرافيك على تمكين الطلاب من التوصل إلى القواعد الرياضية الصحيحة بأنفسهم.

وأشارت النتائج أيضًا إلى أن تقنية الإنفوجرافيك ساعدت الطلاب على فهم مراحل الفراكتال المعقدة بطريقة بسيطة وميسرة، مما أدى إلى تنمية الكفاءة الاستراتيجية، وقد دعمت المساندة المستمرة من المعلم الخبير عملية التعلم، إذ قدم الدعم المناسب في الوقت المناسب، دون إعطاء حلول مباشرة، ما مكّن الطلاب من التوصل إلى القاعدة العامة للأشكال الفراكتالية بأنفسهم، وساهم إيجابيًا في تنمية الكفاءة الاستراتيجية.

ومن خلال نقد الأفكار المتبادلة وتنقيحها، ومساعدة الطلاب لبعضهم البعض، تم تعزيز بُعد الاستدلال التكيفي، إذ ساعدت الاستراتيجيات التعليمية على تنمية مهارات النقد البنّاء والتفكير التحليلي لدى المشاركين، وتمكينهم من تقديم تغذية راجعة فعالة لتحسين الأفكار المطروحة، كما أسهم استخدام الأسئلة التي تتطلب تفسيرات منطقية لما تقدمه الطلاب من حلول للمشكلات الرياضية في تنمية الاستدلال التكيفي لديهم، حيث تطلب الأمر تقديم براهين أو مبررات عقلية لكل استجابة، مما عزز البراعة الرياضية الشاملة.

كذلك، فإن اقتراح الطلاب لأشكال فراكتالية جديدة – سواء بناءً على طبيعة المولد أو الأشكال التي يُطبق عليها – ساعدهم من جهة على الفهم الأعمق للعلاقات والمفاهيم الرياضية، ومن جهة أخرى عزز قدرتهم على تقديم تفسيرات رسمية وغير رسمية، وهو ما انعكس إيجابًا على تنمية الاستدلال التكيفي.

واعتمدت بعض أنشطة البرنامج المقترح على إدراك العلاقات بين مراحل الشكل الفراكتالي المختلفة، مما ساعد على تنمية مهارات التفكير المرتبطة ببُعد الاستدلال، وساهم في بناء فهم متسلسل ومنطقي.

وقد تم عرض مشكلات رياضية غير روتينية ترتبط بهندسة الفراكتال على الطلاب الموهوبين، مما أتاح لهم التفكير بطرق غير نمطية، والبحث عن حلول متنوعة، وأدى إلى تنشيط قدراتهم العقلية، وإثارة التفكير الإبداعي، والقدرة على إنتاج حلول بديلة.

وتجنب الباحث إعطاء معلومات أو حلول جاهزة للطلاب، وحرص على تقديم الدعم المناسب بمستوياته المختلفة، مما مكّن الطلاب من فهم المعطيات بشكل أعمق، والمشاركة الفعالة، وزيادة ثقتهم بأنفسهم، وأسهم في تنمية مهارات حل المشكلات بدقة وكفاءة، كما أوضحت نتائج التحليل الكيفي أن الاستراتيجيات التعليمية المستخدمة ساعدت في زيادة دافعية الطلاب للتعلم، إذ عبّروا عن ترقبهم للأنشطة، وحماسهم لاكتشاف أفكار جديدة، وبذلهم جهدًا أكبر أثناء تعلمهم.

أما تنوع أساليب تنفيذ الأنشطة – ما بين الأداء الفردي والجماعي – فقد ساهم في إثراء بيئة التعلم، حيث أتاحت الاستراتيجيات المختلفة فرصًا كافية لممارسة المهارات العقلية بصورة منظمة، مما ساعد على صقل مهارات التفكير بشكل أفضل، وقد شجعت المهام التعاونية التفاعل بين الطلاب، ومشاركتهم في حل المشكلات الرياضية، كما ساهم استخدام استراتيجيات متعددة في تقديم حلول متنوعة، وتبادل وجهات النظر، والقدرة على شرح الأفكار، مما عزز من تنوع الرؤى وتعدد الحلول.

وتمكن الطلاب من تنظيم أفكارهم المطروحة ذاتيًا داخل أنشطة البرنامج، والتواصل فيما بينهن بسهولة ويسر، وهو ما أكدته نتائج التحليل الكيفي، كما راعى الباحث عند تصميم الإنفوجرافيك المستخدم في البرنامج إضافة تلميحات مناسبة للمواقف التعليمية، مما ساعد الطلاب على التوصل إلى استنتاجات صحيحة، وعزز من فاعلية الأداء والتنوع في الحلول المقترحة.

اتفقت النتيجة التي توصّل إليها الباحث مع الدراسات السابقة التي أثبتت فاعلية البرامج التعليمية القائمة على هندسة الفراكتال في تحسين تعلم الرياضيات بمختلف مراحلها، ومنها Karakus (2014)، وNaylor (2005)، وYazdani (2007)، و Fraboni & Moller (2008).

وفي السياق ذاته، دعمت نتائج البحث الحالي ما توصلت إليه مجموعة من الدراسات التي تناولت فاعلية استخدام تقنية الإنفوجرافيك في تعليم الرياضيات، حيث أثبتت تلك الدراسات أن الإنفوجرافيك يساهم في تحسين التحصيل، وتنمية مهارات التفكير المختلفة، بما في ذلك التفكير البصري، والتفكير التوليدي، والتنوير الرياضي، فضلاً عن رفع الكفاءة الذاتية الأكاديمية لدى المتعلمين، وتعزيز قدرتهم على التواصل الرياضي. ومن أبرز هذه الدراسات: جادالله ادم (٢٠٢٠)، وكذلك الدراسات العالمية مثل Sudakov وآخرين (٢٠١٥)، و Diezmann & Lowrie (2010).

وبذلك يكون الباحث قد أجاب عن السؤال البحثي السادس الذي ينص على" :*كيف يمكن الاستفادة من نتائج تحليل البيانات الكيفية في تفسير نتائج تحليل البيانات الكمية بشكل أفضل؟*"، حيث أظهرت الدراسة تكاملًا واضحًا بين التحليلين الكمي والكيفي، مما يعزز من موثوقية النتائج ويؤكد فاعلية البرنامج الإثرائي المطبق في تنمية أبعاد البراعة الرياضية لدى الطلاب الموهوبين.

المضامين التربوية المستخلصة من البحث:

من خلال النتائج الكمية التي توصل إليها البحث، يمكن القول إن البرنامج الإثرائي قد أثبت فاعليته في مادة الرياضيات بوجه عام، وفي محتوى هندسة الفراكتال بوجه خاص، عند توظيفه في ضوء التقنيات التكنولوجية الحديثة. فقد ساهم في تحسين تعلّم المفاهيم الرياضية، وساعد على استيعابها وربطها بعلاقات منطقية مترابطة، إضافة إلى تنمية الجوانب الوجدانية لدى المتعلمين، وهو ما يُعد أساسًا لتعلم المهارات العقلية العليا التي يحتاج إليها جميع الطلاب، وبناءً عليه، يمكن تحديد أبرز المضامين التربوية التي كشف عنها هذا البحث فيما يلي:

- مواكبة التطورات العالمية في تمثيل المعلومات :لقد مرت عمليات تمثيل المفاهيم بمراحل متعددة، بدأت بالخرائط المفاهيمية، ثم الخرائط الذهنية، وصولًا إلى الإنفوجرافيك الذي يمثل الجيل الأحدث من أدوات تمثيل البيانات والمفاهيم، وهو ما يعكس ضرورة تضمينها في العملية التعليمية.
- تحقيق مبدأ تكافؤ الفرص :يعاني المتعلمون من تفاوت في القدرات العقلية باختلاف أعمارهم وخصائصهم، وهو ما يتطلب برامج تعليمية تراعي هذا التفاوت، وقد أتاح البحث الحالي فرصة لتحقيق مبدأ تكافؤ الفرص، خاصة لدى فئة الطلاب الموهوبين الذين لديهم احتياجات تعليمية خاصة.
- السعي إلى التطوير المستمر في المناهج :تؤكد المؤسسات التعليمية الناجحة دائمًا على أهمية تطوير المناهج وأساليب التقويم بما يتوافق مع احتياجات الطلاب الموهوبين، وهو ما سعى إليه البرنامج الإثرائي في هذا البحث، من خلال تنمية المهارات العقلية المتقدمة لديهم.
- التركيز على الإنتاج المعرفي لاستهلاكه فقط :يعكس البحث اهتمامًا متزايدًا في الأوساط التربوية بالتركيز على إنتاج المعرفة لا مجرد استهلاكها. وقد تضمّن البحث مجموعة من المقترحات العملية لتطوير أنشطة البرنامج، صيغت بناءً على آراء الطلاب أنفسهن، مما يعزز من فرص استخدامها مستقبلًا في بناء برامج إثرائية أكثر فعالية.
- إبراز القيمة التطبيقية للمعرفة الرياضية :تُعد هندسة الفراكتال من الفروع الحديثة التي تزايد الاهتمام بها في الآونة الأخيرة نظرًا لتطبيقاتها الواقعية المتنوعة، مما يجعلها مدخلًا محببًا

للمتعلمين، ويزيد من دافعيتهم نحو التعلّم، ويمنحهم الشعور بأهمية الرياضيات في الحياة العملية.

جوانب القصور في البحث الحالي:

كحال معظم الأعمال البحثية ذات الطابع الإنساني، لا يخلو البحث الحالي من بعض أوجه القصور التي قد تؤثر على تعميم نتائجه أو تفسيرها. ومن هذا المنطلق، يرى الباحث أهمية عرض أبرز هذه الجوانب لتفاديها مستقبلاً عند إجراء دراسات مماثلة، ويمكن تلخيصها في النقاط الآتية:

- صغر حجم العينة وتعدد أدوات البحث :نتيجة لتعدد المقاييس المستخدمة في الكشف عن الطلاب الموهوبين، لم يُستخدم أسلوب التحليل العاملي (Factor Analysis) للكشف عن الصدق التكويني للأدوات. ويرجع ذلك إلى أن هذا الإجراء يتطلب حجم عينة كبيرًا نسبيًا، قد يصل إلى عشرة أضعاف عدد بنود كل أداة، وهو ما لم يتوفر في العينة الحالية.
- استخدام العينة العمدية :تم اختيار عينة البحث بطريقة عمدية، وهو ما يعني صعوبة تعميم النتائج إلا في حدود خصائص العينة المختارة، ووفقًا للشروط والمعايير الموضوعة مسبقًا في هذا البحث.
- عدم توظيف الإنفوجرافيك التفاعلي :اعتمد البرنامج على الإنفوجرافيك المتحرك فقط، رغم أن الإنفوجرافيك التفاعلي يُعد أكثر تأثيرًا من حيث دمج المتعلم في عملية التعلم، غير أن تنفيذه يتطلب قدرًا عاليًا من المهارات البرمجية، كما أن كلفته المادية مرتفعة نسبيًا، خصوصًا عند التعامل مع أشكال هندسية معقدة ومتعددة الحالات.
- الاعتماد على طريقة واحدة في التحقق من صدق النتائج النوعية :اقتصر التحقق من صدق البيانات الكيفية في هذه الدراسة على أسلوب تدقيق المشاركين(Member Checking) ، في حين توصي الأدبيات العلمية بضرورة استخدام أكثر من طريقة، مثل التثليث (Triangulation)، أو مقارنة الأدلة المتوافقة والمتعارضة (Disconfirming Evidence)، أو الاستعانة بباحثين خبراء لفحص نتائج الدراسة والحكم على مدى جودتها، وهو ما لم يتم اتباعه في هذا البحث.

توصيات البحث:

في ضوء النتائج التي توصل إليها البحث الحالي، يوصي الباحث بعدد من التوصيات الموجهة إلى الجهات المعنية، والتي يمكن تصنيفها كما يلي:

توصيات خاصة بمخططي ومطوري البرامج:

- ضرورة الاستفادة من المقترحات التي قدمتها الطلاب الموهوبين لتطوير أشكال هندسية فراكتالية جديدة يمكن تضمينها في البرامج الإثرائية المستقبلية، بما يلبي احتياجاتهم التعليمي ويعزز من فاعلية تلك البرامج.
- أهمية تضمين موضوعات هندسة الفراكتال في مناهج الرياضيات المدرسية، بما يتوافق مع التطور العلمي المعاصر، وبأسلوب تدريجي يظهر التطبيقات الوظيفية لهذا المجال في الحياة الواقعية.
- توظيف مبادئ النظرية البنائية الاجتماعية لفيجوتسكي عند بناء نماذج تدريسية جديدة، بما يحقق أهداف تدريس الرياضيات بشكل أكثر فاعلية، ويعزز من المشاركة الفعالة للمتعلمين.
- إدراج أساليب تقويم تركز على الأبعاد العقلية والوجدانية المرتبطة بالبراعة الرياضية، ضمن مناهج الرياضيات في المراحل التعليمية المختلفة، وذلك بهدف دعم الجوانب المعرفية والانفعالية في آنٍ واحد.

- ضرورة توظيف أنماط مختلفة من الإنفوجرافيك داخل مناهج الرياضيات، بما يتلاءم مع طبيعة المحتوى والفئة العمرية المستهدفة، وبما يسهم في تحقيق الأهداف التعليمية المرجوة.

توصيات خاصة بمعلمي الرياضيات:

- تحديث وتطوير برامج إعداد معلمي الرياضيات، بحيث تتضمن موضوعات متقدمة في هندسة الفراكتال، واستراتيجيات تدريسها المناسبة، من أجل تمكينهم من توظيفها بفاعلية في الحصص الصفية.
- تدريب المعلمين على تصميم واستخدام الإنفوجرافيك التعليمي في دروس الرياضيات، كأداة فعالة في تبسيط المفاهيم المعقدة، وتحفيز دافعية الطلاب للتعلم.
- عقد ورش عمل متخصصة لمعلمي الرياضيات قبل وأثناء الخدمة، تركز على إعداد نماذج تقويمية مبنية على أبعاد البراعة الرياضية، وتطبيقها داخل البيئة الصفية اليومية.

المراجع:

مرفت محمود محمد .(2011) .وحدة مقترحة في هندسة الفراكتال Fractal Geometryمعدة في ضوء المدخل البصري المكاني للإناث الصف الثامن الإعدادي الصم وضعاف السمع، مجلة كلية التربية بالإسماعيلية، ١٩(1)، ٧٧-١١٢.

شيماء محمد حسن .(2018) .استراتيجية مقترحة في ضوء نظرية فيجوتسكي لتنمية عمق المعرفة الرياضية ومسؤولية تعلم الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، مجلة تربويات الرياضيات، ١٠(2)، ١٢٦-١٧٧.

سهام بنت صالح الحربي .(2014) .فعالية برنامج تدريبي مقترح في تنمية مهارات تصميم الخرائط الذهنية الإلكترونية من خلال برنامج Mind Map لدى الطالبة المعلمات بكلية الدراسات التطبيقية وخدمة المجتمع، مجلة دراسات عربية في التربية وعلم النفس، ٤٥(4)، ١٣-٤٧.

كرم لويس شحاته .(1991) .فاعلية وحدة إثرائية للتلاميذ المتفوقين في رياضيات الصف الثاني الابتدائي، مجلة أسيوط لعلوم وفنون التربية الرياضية، ٥(2)، ٢٥٣-٢٨٨.

إيناس نبيل رضوان .(2011) .أثر برنامج تعليمي قائم على البراعة الرياضية في التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلبة الصف السابع الأساسي في محافظة قلقيلية، كلية الدراسات العليا، جامعة النجاح الوطنية (رسالة ماجستير غير منشورة)

جاد الله حامد جاد الله آدم. .(2020) أثر التفاعل بين نمط التشارك وحجم المجموعات في المقررات الإلكترونية المفتوحة واسعة الانتشار MOOCs على تنمية مهارات الإنفوجرافيك والتفكير البصري لدى طلاب شعبة تكنولوجيا التعليم (رسالة دكتوراه غير منشورة). جامعة الازهر، القاهرة .

ثانياً: المراجع الأجنبية:

Alsheri, A & Ebaid, M. (2016). The effectiveness of using interactive infographic at teaching mathematics in elementary school, British Journal of Education, 4(3), 1-8.

Alsheri, A & Ebaid, M. (2016). The effectiveness of using interactive infographic at teaching mathematics in elementary school, British Journal of Education, 4(3), 1-8.

Barnsley, M. (1998). Fractals Everywhere, Academic Press.

Diezmann, C., & Lowrie, T. (2010, July 3-7). Students as decoders of graphics in mathematics. In Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia (MERGA), Fremantle, Western Australia, pp. 161-168. http://www.neweduc.com/outils-de-creation-infographics.

Fraboni, M., & Moller, T. (2008). Fractals in the Classroom, The Mathematics Teacher, 102(3), 197-199.

Fraboni, M., & Moller, T. (2008). Fractals in the Classroom, The Mathematics Teacher, 102(3), 197-199.

Frame, M., & Mandelbrot, B. (2020). Fractals, graphics, and mathematics education, Cambridge University Press: U.S.A

Gagné, F. (2003). Transforming gifts into talents: The DMGT as a developmental theory" In: N. Colangelo & G. A. Davis (Eds.) Handbook of Gifted Education (3rd ed., pp. 60-74), Allyn & Bacon

Kilpatrick, K.; Swafford, J. & Findel, B. (2001). Adding it up: Helping children learn mathematics, National Academy Press.

Lankow, J., Crooks, R., & Ritchie, J. (2022). Infographic: the power of visual

Monks, F. & Peters, W. (1992). Talent for the Future: Social and Personality Development of Gifted Children, Van Gorcum.

National Research Council [NRC] (2001). Adding it Up: Helping children learn Mathematics, National Academy Press.

Niebaum, K; Cunningham-Sabo, L.; Carroll, J. & Bellow, L. (2015). Infographics: An innovative tool to capture consumers' attention, Journal of Extension, 53(6), 1-6.

Philipp, J. (2010): Productive disposition: The missing component of mathematical proficiency. San Diego: San Diego State University.

Sternberg, R. & Ambrose, D. (2021). Uniform points of agreement in diverse viewpoints on giftedness and talent, In R. Sternberg & D. Ambrose (Eds), Conceptions of giftedness and talent (pp. 513-525), Springer Nature Switzerland AG. https://doi.org/10.1007/978-3-030-56869-6.

Sudakov, I., Bellsky, T., Usenyuk, S. & Polyakova, V. (2015): Infographics and mathematics: A mechanism for effective learning in the Classroom, Problems, Resources and Issues in Mathematics Undergraduate Studies, 26(2), 158-167.

Tonneson, V. C. (2011). Teacher instruction practices designed to meet the individual learning needs of mathematically gifted & talented students in middle school algebra 1, [Doctoral dissertation], The College of William and Mary, Virginia.

Yazdani, M. (2007, March). Exploring the creation of mathematical fractals utilizing Euclidian construction in a pre-service teacher environment: A new perspective to integrate contemporary mathematics into school curriculum. In Society for Information Technology & Teacher Education International Conference (pp. 3347-3354).