



تحليل استراتيجيات تسعير التأمين على الحياة في ظل بيئة معلومات غير مكتملة باستخدام النماذج الجبرية، دراسة تطبيقية على السوق المصرية

إعداد

د. رنا محمد عبد الله النحال

مدرس التأمين والعلوم الاكتوارية
كلية التجارة – جامعة القاهرة

Rana_Mohamed_abdallah@foc.cu.edu.eg

د. أية سعيد حنفي محمود

مدرس التأمين والعلوم الاكتوارية
كلية التجارة – جامعة القاهرة

aya.said@foc.cu.edu.eg

المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية

كلية التجارة – جامعة دمياط

المجلد السابع – العدد الأول – الجزء الرابع – يناير ٢٠٢٦

التوثيق المقترح وفقاً لنظام APA:

محمود، أية سعيد حنفي؛ النحال، رنا محمد عبد الله. (٢٠٢٦). تحليل استراتيجيات تسعير التأمين على الحياة في ظل بيئة معلومات غير مكتملة باستخدام النماذج الجبرية، دراسة تطبيقية على السوق المصرية، المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية، كلية التجارة، جامعة دمياط، ٧(١)، ٣١-٥٤.

رابط المجلة: <https://cfdj.journals.ekb.eg/>

تحليل استراتيجيات تسعير التأمين على الحياة في ظل بيئة معلومات غير مكتملة

باستخدام النماذج الجبرية، دراسة تطبيقية على السوق المصرية

د. آية سعيد حنفي محمود؛ د. رنا محمد عبد الله النحال

ملخص

يتناول البحث تسعير التأمين على الحياة في السوق المصرية في ظل بيئة معلومات غير مكتملة، وهي مشكلة تواجه شركات التأمين نظراً لتقلبات العوامل الاقتصادية وعدم توافر بيانات كافية عن العملاء. يقترح البحث استخدام النماذج الجبرية كأداة رياضية مبتكرة لنمذجة العلاقات المعقدة بين المتغيرات المؤثرة (مثل العمر، ومعدلات الوفاة، وسعر الفائدة) داخل إطار جبري منظم يشمل المجموعات والحلقات والمصفوفات. وقد اعتمدت الدراسة على بيانات فعلية من جداول الوفيات الرسمية، وأسعار الفائدة من البنك المركزي المصري، وبيانات الأقساط المكتتبة لدى شركات التأمين. وتم اختبار النموذج باستخدام تحليل الحساسية والمتانة ومحاكاة مونت كارلو لاختبار استقرار النتائج في ظل سيناريوهات متعددة. وقد أثبتت النتائج أن النموذج الجبري يتمتع بمرونة عالية في تمثيل العلاقات الديناميكية بين المتغيرات، ويزيد من دقة تسعير وثائق التأمين مقارنة بالنماذج التقليدية، كما يُعتبر أداة عملية لدعم متخذي القرار في شركات التأمين، خاصة مع التوصية بإنشاء مؤشرات اكتوارية وطنية محدثة لدعم جودة البيانات.

الكلمات المفتاحية: التأمين على الحياة، نماذج جبرية، تسعير التأمين، بيئة معلومات غير مكتملة، تحليل الحساسية، تحليل المتانة، محاكاة مونت كارلو، المخاطر الاكتوارية.

١- المقدمة:

تُعد صناعة التأمين على الحياة إحدى الركائز الأساسية في بنية الاقتصاد المعاصر، لما تؤديه من أدوار حيوية في إدارة المخاطر المالية المرتبطة بحياة الإنسان. فهي لا تقتصر على توفير حماية مالية للأسر في حالة وفاة المُعيل، بل تمثل أيضاً أداة استثمارية مهمة توفر الأمان طويل الأجل وتساعد في إدارة الأرباح للأفراد والمؤسسات على حد سواء. وتُعتبر شركات التأمين على الحياة من الكيانات المالية الأكثر استقراراً نسبياً، وذلك نظراً لطبيعة التزاماتها طويلة الأجل، مما يجعلها ركيزة داعمة للنظام المالي العام (Swiss Re Institute, 2022).

في السياق المصري، شهد قطاع التأمين على الحياة تطورات متسارعة مدفوعة بجملة من العوامل، أبرزها النمو السكاني، وزيادة الوعي بأهمية التأمين، والتحول الرقمي، والإصلاحات التي قادتها الهيئة العامة للرقابة المالية من خلال إصدار قوانين وتشريعات تلزم الشركات بتحقيق مستويات أعلى من الشفافية والكفاءة (Egyptian Financial Regulatory Authority, 2023). كما ساهم انضمام عدد متزايد من البنوك إلى تقديم منتجات التأمين البنكي في توسيع نطاق الوصول إلى وثائق التأمين، ما أدى إلى ازدهار الطلب على هذه المنتجات.

ورغم هذا النمو، إلا أن قطاع التأمين على الحياة يواجه تحديات جوهرية، على رأسها بيئة المعلومات غير المكتملة. ففي كثير من الحالات، تتعامل شركات التأمين مع عملاء لا يتوفر لديهم سجل تأميني سابق واضح، أو يتغير سلوكهم المالي تبعاً للظروف الاقتصادية مثل التضخم أو تقلبات سعر الصرف. كما تُعد توقعات معدلات الفائدة طويلة الأجل عاملاً حاسماً في تسعير الوثائق، إلا أن عدم القدرة على التنبؤ بها بدقة يضيف طبقة أخرى من الغموض. (Haberman & Pitacco, 2018) كذلك، فإن معدلات الانسحاب – (Lapse Rates) أي تراجع العملاء عن الاستمرار في الوثيقة – تتأثر بعوامل خارجية عديدة مثل المنافسة أو ظروف العمل أو تغير احتياجات العميل، مما يُصعب من عملية التسعير التقليدي.

في ضوء ذلك، يصبح من غير الكافي الاعتماد على النماذج الكلاسيكية التي تفترض وضوحاً واستقراراً في المعطيات. وهنا تظهر أهمية توظيف أدوات رياضية متقدمة قادرة على التعامل مع عدم اليقين والتفاعلات غير الخطية بين المتغيرات. من بين هذه الأدوات، تبرز الهياكل الجبرية (Algebraic Structures) كإطار رياضي قوي يمكن استخدامه لنمذجة العلاقات الديناميكية داخل نظام التسعير. فالهياكل مثل المجموعات (Groups)، والحلقات (Rings)، والمصفوفات (Matrices) تستخدم في العديد من المجالات لتوصيف الأنظمة المعقدة، وهي مناسبة جداً لتمثيل حالات يتداخل فيها عدد من العوامل المترابطة كما هو الحال في تسعير التأمين على الحياة. (Lang, 2002; Meyer, 2000)

ولأن سوق التأمين لا تعمل في فراغ رياضي، بل تتفاعل مع عوامل اقتصادية وسلوكية متغيرة، فإن إدخال تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis) وتحليل المتانة (Robustness Analysis) على هذه النماذج الجبرية يُضفي طابعاً تطبيقياً واقعياً يجعل من نتائج الدراسة أدوات قابلة للتنفيذ. فتحليل الحساسية يساعد في الكشف عن المتغيرات الأكثر تأثيراً على النتيجة النهائية، بينما يسمح تحليل المتانة بقياس قدرة النموذج على البقاء فعالاً تحت تغير الظروف.

بناءً على ما سبق، تهدف هذه الدراسة إلى بناء نموذج جبري متكامل يُستخدم لتحليل استراتيجيات تسعير التأمين على الحياة المثلى في ظل معلومات غير مكتملة. سيتم تطبيق النموذج على السوق المصرية باستخدام بيانات تشمل جداول الوفيات الرسمية، ومعدلات الفائدة المعلنة من البنك المركزي، وبيانات الأقساط المكتتبة من شركات التأمين العاملة في السوق. وسيتم اختبار النموذج باستخدام سيناريوهات متعددة لتقييم مدى دقته وثباته، مما يعزز من قيمته كأداة دعم قرار لصانعي السياسات التأمينية والمديرين التنفيذيين.

١/١ مشكلة الدراسة

على الرغم من النمو الملحوظ الذي يشهده قطاع التأمين على الحياة في السوق المصرية، إلا أن هذا القطاع لا يزال يواجه تحديات جوهرية تتعلق ببيئة المعلومات غير المكتملة، والتي تعيق الوصول إلى تسعير دقيق وفعال لوثائق التأمين. فغالباً ما تضطر شركات التأمين إلى اتخاذ قرارات تسعيرية في ظل غياب بيانات كافية عن سلوك العملاء أو استقرار المتغيرات الاقتصادية الأساسية، مثل معدلات الفائدة أو نسب التضخم. كما أن تباين معدلات الانسحاب وعدم القدرة على التنبؤ بالتغيرات السلوكية والاقتصادية يزيد من تعقيد مهمة التسعير.

في ظل هذه البيئة غير المستقرة، تُعد النماذج الكلاسيكية المعتمدة في تسعير التأمين محدودة الفاعلية، نظراً لاعتمادها على افتراضات غير واقعية مثالية حول استقرار المعطيات وتوفرها بشكل كامل. هذا القصور يفتح المجال أمام الحاجة إلى تطوير نماذج رياضية أكثر قدرة على التعامل مع الغموض وعدم اليقين.

ومن هنا تتبّع مشكلة الدراسة، والتي تتمثل في:

- ١- كيف يمكن بناء نموذج جبري متكامل لتسعير التأمين على الحياة؟
- ٢- كيف يمكن لهذا النموذج أن يكون فعالاً في ظل بيئة معلومات غير مكتملة؟
- ٣- كيف يمكن أن يأخذ النموذج في الاعتبار التغيرات الاقتصادية مثل معدلات الفائدة والتضخم؟
- ٤- كيف يمكن أن يراعي النموذج السلوك المتغير للعملاء مثل معدلات الانسحاب وتغير الاحتياجات؟

٢/١ الهدف من الدراسة

تهدف الدراسة الحالية إلى ما يلي :

- ١/٢/١ بناء نموذج جبري متكامل لتسعير التأمين على الحياة في ظل بيئة معلومات غير مكتملة بالسوق المصرية.
- ٢/٢/١ استخدام الهياكل الجبرية (مثل المجموعات، الحلقات، والمصفوفات) لنمذجة العلاقات الديناميكية المعقدة داخل نظام التسعير.
- ٣/٢/١ استخدام تحليل الحساسية لتحديد المتغيرات الأكثر تأثيراً في نتائج التسعير، وتحليل المتانة لقياس قدرة النموذج على الحفاظ على فعاليته تحت تغير الظروف.
- ٤/٢/١ تقديم أداة عملية لدعم قرارات صناع السياسات التأمينية والمديرين التنفيذيين في شركات التأمين.

٣/١ الدراسات السابقة

شهد مجال تسعير التأمين على الحياة تطوراً ملحوظاً في السنوات الأخيرة، خاصة في ظل التحديات المرتبطة بعدم اكتمال المعلومات وتغير الظروف الاقتصادية والسلوكية. وقد تناولت العديد من الدراسات هذا الموضوع باستخدام نماذج رياضية متقدمة، من أبرزها:

- ١/٣/١ دراسة (Chong, 2019) حول تسعير عقود تأمين الحياة المرتبطة بالأسهم، تناولت هذه الدراسة مشكلة تسعير وتغطية عقود التأمين المرتبطة بالأسهم باستخدام مبدأ تقصيلات الفترات المستقبلية المكافئة. كما قدمت الدراسة شرحاً للمفاهيم المتعلقة بعقود التأمين التقليدية، حيث تكون المنافع التأمينية المدفوعة للمستفيد ثابتة بشكل محدد عند كتابة العقد بين شركة التأمين والمستفيد. وتقتصر المخاطر المترتبة على هذه العقود على المخاطر الاكتوارية المتعلقة بالعمر المتوقع للمؤمن عليه. ويتم تحديد الأسعار باستخدام مبدأ التكافؤ، وهو المنهج المعتمد لتسعير العقود التقليدية، أما بالنسبة لعقود التأمين المرتبطة بالأسهم، فقد تم ربط المنافع التأمينية بأداء محفظة الأسهم المرجعية

في حساب منفصل للمؤمن عليه المنفصل. وبالتالي، فإن المخاطر المرتبطة بهذه العقود لا يتعامل فقط مع المخاطر الاكتوارية، بل أيضاً تشمل المخاطر المالية الناتجة عن عدم اليقين في السوق المالية. لذلك، لم يعد من الممكن تحديد القسط باستخدام التحليل الاكتواري التقليدي فقط.

٢/٣/١ دراسة (Ismail & Sharqawy, 2024) حول أثر تحرير سعر الصرف على شركات تأمين الحياة المصرية، وقد ركزت الدراسة على تحليل تأثير تحرير سعر الصرف على استراتيجيات التسعير والتغطية في السوق المصري مع النظر في التحديات الناتجة عن تقلبات سعر الصرف وتأثيراتها على الأداء المالي لشركات التأمين. استعرضت الدراسة تأثير السياسات المالية والاقتصادية على استراتيجيات التسعير لشركات التأمين على الحياة في سياق بيئة اقتصادية غير مستقرة. بالإضافة إلى ذلك، تم تحليل كيفية تأثير تغيرات سعر الصرف على أرباح شركات التأمين وقدرتها على تقديم تغطيات تأمينية في ظل الأزمات المالية. وركزت الدراسة أيضاً على تحليل الاستراتيجيات المختلفة التي تتبناها الشركات لتعديل استراتيجيات التسعير في ظل ظروف سوق التأمين المصري المتغيرة. كما تطرقت إلى مدى استجابة الشركات للبيئة الاقتصادية المتقلبة من خلال أدوات مالية معينة، مثل عقود التأمين المرتبطة بالأسهم، والتسعير المرن لهذه العقود في ضوء التحديات الاقتصادية. كما تم تقديم مقارنة بين شركات التأمين قبل وبعد تحرير سعر الصرف، مشيرة إلى التغيرات في السياسات المتبعة والقدرة التنافسية في السوق.

٣/٣/١ دراسة (Elsayed, 2021) حول نمذجة المخاطر المالية في سوق التأمين المصري، مع التركيز على قنوات الاستثمار المتاحة لشركات التأمين. وذلك من خلال تقدير مقاييس الخطر مثل "القيمة المعرضة للخطر (Value-at-Risk, VaR) و"الخسارة المتوقعة (Expected Shortfall, ES) بناءً على هيكل الاعتمادية بين قنوات الاستثمار المختلفة (السندات الحكومية، الأوراق المالية المتاحة للتداول، الأوراق المالية المتاحة للبيع، والأوراق المالية المحتفظ بها حتى تاريخ الاستحقاق). وقد أظهرت نتائج الدراسة أن معامل الاعتمادية بين قنوات الاستثمار، والذي تم تقديره مشابه للمعامل في السوق بشكل عام. ويرجع ذلك إلى أن قطاع التأمين على الحياة يتمتع بعقود طويلة الأجل. كما أظهرت الدراسة أن مقاييس VaR و CVaR في جميع القطاعات التأمينية كانت متساوية، مما يعكس الاستقرار العام في قطاع التأمين المصري.

٤/٣/١ دراسة (Platen et al., 2010) تقدم الدراسة إطاراً موحداً Benchmark Approach لدمج أساليب النمذجة الرياضية بين الأسواق المالية وقطاع التأمين. ويعتمد هذا الإطار على دمج المعادلات التفاضلية العشوائية التي تتسم بحدوث اضطرابات فجائية أو صدمات Stochastic Differential Equations with Shocks، ما يسمح بتمثيل مخاطر الأحداث غير المتوقعة، سواء في تسعير المشتقات المالية أو في تقييم المنتجات التأمينية المرتبطة بأسعار الأصول. وقد بُني هذا النهج على الأسس التي وضعها (Platen & Heath (2006، والتي تشكل خلفية نظرية قوية لتحليل المحافظ الاستثمارية وتسعير الوثائق الاكتوارية في أسواق غير مكتملة المعلومات.

٥/٣/١ دراسة (Josephy et al., 2011) حول تسعير عقود التأمين المرتبطة بالأسهم في سوق غير مكتمل المعلومات، حيث تم تطوير نموذج لتسعير عقود التأمين المرتبطة بالأسهم في سوق مالي غير مكتمل المعلومات. اعتمدت الدراسة على نموذج زمني متقطع، مع افتراض توزيع نسب أسعار الأصول الخطرة ضمن نطاق محدد، مما يعكس عدم اكتمال السوق. تم حل مشكلة التغطية المثلى عديداً، مع تحديد ملف المخاطر والعائد لكل استراتيجيات تغطية غير ممولة.

٢- النموذج الرياضي المستخدم في الدراسة

يهدف هذا الجزء إلى بناء إطار رياضي متكامل يستند إلى الهياكل الجبرية لتحليل استراتيجيات تسعير التأمين على الحياة في ظل بيانات تتسم بعدم اكتمال المعلومات. ويعتمد النموذج المقترح على تمثيل المتغيرات التأمينية الأساسية — كالعمر، ومعدل الوفاة، وسعر الفائدة — ضمن هياكل رياضية محكمة، بما يتيح تطوير دوال تسعير قادرة على الاستجابة لتغيرات هذه المتغيرات. ويتم ذلك من خلال دمج مفهومي تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis) والمتانة (Robustness) داخل إطار جبري منظم، بما يعزز دقة التقدير وكفاءة اتخاذ القرار في سياقات عدم اليقين.

١/٢ متغيرات الدراسة:

١/١/٢ العمر (x) يمثل ضمن مجموعة دورية منتهية (Zn,+)، حيث يشير n إلى الحد الأقصى للعمر التأميني. ويعبر عن الانتقال بين الأعمار من خلال عملية جمع نمطية (modulo n)، بما يوفر إطاراً جبرياً منتظماً لتتبع تغير العمر مع مرور الزمن.

٢/١/٢ معدلات الوفاة (qx): تُنظم ضمن مصفوفة احتمالية Q=[qx,t]، حيث يمثل كل عنصر في هذه المصفوفة احتمال وفاة الفرد عند العمر x خلال السنة t، ما يسمح بتوصيف ديناميكي لتطور المخاطر عبر الزمن والأعمار.

٣/١/٢ المنفعة B : وهي هي القيمة المالية الإجمالية التي تلتزم شركة التأمين بسدادها إلى المستفيد عند تحقق الحدث المؤمن ضده، مثل الوفاة أو البقاء على قيد الحياة حتى نهاية مدة الوثيقة، وهي قيمة قد تكون ثابتة أو متغيرة حسب نوع وثيقة التأمين وطبيعة التغطية، وتستخدم في نموذج التسعير كمضاعف أساسي لاحتمالية تحقق الخطر المخصوص زمنياً .

٢/٢ بناء دالة التسعير الجبرية

تُبنى دالة تسعير التأمين على الحياة استناداً إلى القاعدة التقليدية التي تعتمد على احتساب القيمة الحالية المتوقعة للمنافع التأمينية، حيث يتم دمج احتمالات الوفاة مع قيمة المنفعة المخصوصة زمنياً، وذلك عبر المعادلة التالية:

$$P(x) = \sum_{t=0}^n v^t q_{x+t} B$$

حيث:

v^t = معامل الخصم السنوي عند معدل فائدة ثابت r

q_{x+t} = حتمال الوفاة في السنة t بعد سن x ، وفقاً لجدول الحياة .

B = مبلغ التأمين المضمون المدفوع عند الوفاة.

n = عدد السنوات التي يغطيها العقد.

ويفترض هذا النموذج أن الدفعات التأمينية — أي المبالغ المستحقة للمستفيدين عند تحقق الوفاة — تتم مرة واحدة عند نهاية كل سنة تأمينية في حال حدوث الوفاة خلالها. ويعتبر هذا الافتراض من التبسيطات الشائعة في النماذج الاكتوارية الكلاسيكية؛ إذ يسهل حساب القيمة الحالية باستخدام عامل الخصم المعتمد على سعر فائدة ثابت (Gerber, 2013)

ويمكن إعادة كتابة الدالة على هيئة حاصل ضرب داخلي بين متجهين لإجراء تحليل جبري وذلك علي النحو التالي

$$P(x) = B \cdot v^T \cdot q$$

حيث

$$\bullet \quad (v^0, v^1, \dots, v^n) \in R^{n+1} = V \quad \text{متجه الخصم.}$$

$$\bullet \quad (q_x, q_{x+1}, \dots, q_{x+n})^T \in R^{n+1} = q \quad \text{متجه احتمالات الوفاة.}$$

وبذلك تصبح دالة التسعير في نموذج خطي جزئي داخل فضاء المتجهات R^{n+1} بما يسمح باستخدام أدوات الجبر الخطي مثل تحليل القيمة الذاتية Eigenvalue Analysis ، والتشابه الطيفي Spectral Similarity ، وتطبيقات التغاير Covariance Applications لتحليل استقرار النموذج (Bauer, et al., 2008).

إلا أنه في السياق العملي، يصعب افتراض ثبات كل من q_{x+t} أو r عبر الزمن، مما يستدعي اعتماد نماذج ديناميكية تعامل هذه المتغيرات كدوال زمنية تعكس تقلباتها الفعلية. وبناءً على ذلك، يمكن إعادة صياغة دالة تسعير التأمين بالشكل التالي:

$$P(x) = B \sum_{t=0}^n v(t)^t q(t)$$

من خلال اشتقاق دالة السعر $P(x)$ ، يمكن قياس مدى تأثير كل متغير على القيمة النهائية لسعر التأمين. ويعد هذا التحليل أداة هامة في تقييم المخاطر وتطوير سياسات التسعير الأكثر كفاءة، وذلك عن طريق :

• قياس الحساسية تجاه سعر الفائدة من خلال الدالة

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \sum_{t=0}^n (-t)(1+r)^{-t-1} q_{(X+t)} B$$

تمثل هذه الدالة معدل التغير في السعر نتيجة التغير في سعر الفائدة، وتشير الإشارة السالبة في المعادلة إلى أنه كلما ارتفع معدل الفائدة، انخفضت القيمة الحالية للمنافع التأمينية، وبالتالي انخفض سعر التأمين، بما يعكس علاقة عكسية بين معدل الخصم والقيمة الحالية.

• قياس قياس الحساسية تجاه معدل الوفاة من خلال الدالة

$$\frac{\partial p}{\partial r} = v^0 \cdot B$$

حيث:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} &= \text{معدل التغير (الحساسية) في السعر } P \text{ عندما يتغير احتمال الوفاة } q_x \text{ عند العمر } x \\ v^0 &= \text{عامل الخصم للسنة الأولى (عندما } t=0 \text{)، حيث أن } v^t = (1+r)^{-t} \text{، إذا } v^0 = 1 \\ B &= \text{المنفعة التأمينية، أي المبلغ المالي الذي يُدفع في حالة الوفاة خلال السنة الأولى.} \end{aligned}$$

٣/٢ تركيب العلاقات الجبرية:

تم بناء فضاء جبري يضم جميع دوال تسعير التأمين الممكنة، تحت فرضية أن المتغيرات الجوهرية مثل سعر الفائدة r ، ومعدل الوفاة q_x ، وعدد الأحياء l_x توصف بتوزيعات احتمالية غير حتمية. يدخل هذا الفضاء في إطار تحليلي يجمع بين الجبر الاحتمالي والنماذج العشوائية كما يلي:

١/٣/٢ بنية فضاء الدوال

يتم اعتبار كل دالة تسعير $P(r, q_x, l_x)$ كنقطة في فضاء جبري مركّز على العمليات الجبرية المعتادة (الجمع، الضرب) على المتغيرات العشوائية.

٢/٣/٢ تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

تطبق الاشتقاق الجزئية على هذا الفضاء لدراسة حساسية السعر النهائي تجاه كل متغير من المتغيرات الأساسية مما يمكن من فهم التأثير التفاضلي لكل مدخل على السعر المرجح.

٣/٣/٢ تحليل المتانة (Robustness Analysis)

وذلك باستخدام تحليل التباين والتغاير (Variance–Covariance) لقياس مدى استقرار السعر مقابل تقلبات المدخلات. تظهر أهمية ذلك عند التنبؤ بالمخاطر متعددة الأبعاد، حيث تُستخدم طرق توصيف عدم الحساسية أو التحليل الأسوأ احتمالية ضمن هذه النماذج (Cont, et al., 2010)

٣- بيانات الدراسة

تعد مرحلة جمع البيانات وتحليلها حجر الزاوية في أي دراسة تطبيقية تعتمد على النماذج الرياضية، لاسيما حين يتعلق الأمر بقطاع حساس ومعقد مثل التأمين على الحياة. وتزداد أهمية هذه المرحلة في الأبحاث التي تتعامل مع بيئة غير مكتملة المعلومات، كما هو الحال في السوق المصرية، حيث تتفاوت درجة توافر البيانات ودقتها، مما يستدعي استخدام أدوات رياضية قادرة على استيعاب هذا النقص والتفاعل معه.

ويتناول هذا الجزء عرضاً تفصيلياً للبيانات التي تم اعتمادها في بناء النموذج الرياضي الجبري المستخدم لتحليل استراتيجيات التسعير المثلى في التأمين على الحياة. وقد تم اختيار البيانات من مصادر موثوقة ورسمية لضمان اتساق النموذج مع الواقع، وشملت: جداول الوفيات الرسمية، ومعدلات الفائدة المعلنة، وبيانات أقساط التأمين لدى الشركات العاملة في السوق المصري.

١/٣ جداول الوفيات الرسمية في مصر (CAPMAS, 2022)

تمثل جداول الوفيات المصدر الأساسي الذي تُبنى عليه جميع النماذج الاكتوارية الخاصة بالتأمين على الحياة، إذ تستخدم لتقدير احتمالات الوفاة عند كل فئة عمرية، وتعتبر هي الأساس في حساب القسط الصافي واحتساب المنافع التأمينية المتوقعة. وتكمن أهمية هذه الجداول في أنها تُجسد الواقع السكاني بدقة إحصائية، مما يضيف على النماذج التأمينية طابعاً موضوعياً قائماً على بيانات حقيقية.

تم الاعتماد على البيانات الرسمية الصادرة عن الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء (CAPMAS) ضمن النشرة السنوية للمواليد والوفيات لعام ٢٠٢٢ (جدول ١ -) وتتميز هذه الجداول بتفصيلها لعدد الوفيات حسب الجنس والفئة العمرية، بما يتيح احتساب معدلات الوفاة النسبية (q_x) وتحويلها إلى مصفوفة احتمالية قابلة للدمج داخل النموذج الرياضي الجبري. وقد أتاحت هذه البيانات بناء مصفوفات متعددة الأبعاد ($age \times gender$) تشكل مدخلاً أساسياً لتحليل العلاقات الديناميكية بين العمر والقسط المتوقع.

ولأن التسعير الدقيق يعتمد بشكل مباشر على مستوى التغير في معدلات الوفاة بين الفئات، فقد تم استغلال هذه الجداول لتكوين بنية متكاملة من المؤشرات الإحصائية التي تغذي النموذج الجبري وتمكنه من الاستجابة للتحويلات الديموغرافية، سواء في سيناريوهات واقعية أو في محاكاة بيئات افتراضية ذات عدم يقين مرتفع.

وقد تمت معالجة هذه البيانات عن طريق تحويلها إلى مصفوفة احتمالية q_x تستخدم داخل دالة التسعير الجبرية، حيث يتم حساب معدل الوفاة النسبي لكل فئة عمرية بقسمة عدد الوفيات على عدد السكان في نفس الفئة.

٢/٣ معدلات الفائدة :

تعد معدلات الفائدة من أبرز العوامل التي تؤثر بشكل مباشر على نماذج تسعير التأمين على الحياة، نظراً لاعتماد حسابات القسط الصافي على القيمة الحالية للمنافع التأمينية المستقبلية. وتحتسب هذه القيمة من خلال ما يعرف بعامل الخصم، والذي يصاغ رياضياً كالتالي:

$$v = (1 + r)^{-1}$$

حيث r يمثل معدل الفائدة. وكلما ارتفع معدل الفائدة، انخفضت القيمة الحالية للمنافع التأمينية، مما يؤدي في العادة إلى خفض القسط المطلوب من المؤمن عليه، والعكس بالعكس. لذا، فإن التغيرات في السياسة النقدية وسلوك السوق المالي تمثل متغيرات بالغة التأثير في نماذج التسعير، خاصة في الأسواق ذات تقلبات اقتصادية ملحوظة مثل السوق المصري.

وفي عام ٢٠٢٢، واجه الاقتصاد المصري ضغوطاً تضخمية شديدة بفعل الأزمات العالمية، ما دفع لجنة السياسة النقدية بالبنك المركزي المصري إلى اتخاذ خطوات تصعيدية متتالية لرفع معدلات الفائدة بهدف احتواء التضخم وتحقيق الاستقرار النقدي. وكنتيجة لهذه السياسة، بلغ سعر الفائدة على الإيداع بنهاية عام ٢٠٢٢ نحو ١٦,٢٥٪، وهو معدل مرتفع مقارنة بالسنوات السابقة.

جدول (١) عدد الوفيات حسب الفئة العمرية والجنس في مصر، ٢٠٢٢

الفئة العمرية (سنة)	ذكور	إناث	الإجمالي
أقل من سنة	٣٣٠,٦٦	٢٦٧١٥	٥٩٧٨١
١-٤	٤١١٣	٣٣٠٥	٧٤١٨
٥-٩	٢٢٨٦	١٧٨٠	٤٠٦٦
١٠-١٤	٢٢٠٧	١٦٦٣	٣٨٧٠
١٥-١٩	٣٦٥٧	٢١٣٠	٥٧٨٧
٢٠-٢٤	٥٠٦٦	٢٨٠٦	٧٨٧٢
٢٥-٢٩	٦٢٣٩	٣٥٢٤	٩٧٦٣
٣٠-٣٤	٧٤٠٧	٤١٧٣	١١٥٨٠
٣٥-٣٩	٨٣٢٧	٤٨٧٩	١٣٢٠٦
٤٠-٤٤	١٠٤٠٢	٦٠٥٣	١٦٤٥٥
٤٥-٤٩	١٣٣٢٠	٧٧٤٦	٢١٠٦٦
٥٠-٥٤	١٧٣١٢	١٠٦٢٣	٢٧٩٣٥
٥٥-٥٩	٢١٣٣٧	١٣٠١٦	٣٤٣٥٣
٦٠-٦٤	٢٧٠٠٩	١٧٠٦٠	٤٤٠٦٩
٦٥-٦٩	٣٠٣١٨	٢٠١٢٠	٥٠٤٣٨
٧٠-٧٤	٣٥٣٠٠	٢٤٨١٥	٦٠١١٥
٧٥ فأكثر	٦٦١٤٢	٥٥٨٣٦	١٢١٩٧٨

المصدر: النشرة السنوية للمواليد والوفيات في مصر لعام ٢٠٢٢ (CAPMAS (2023)

وقد اعتمدت هذه الدراسة على بيانات الفائدة الرسمية من البنك المركزي لبناء نماذج الخصم المستخدمة داخل النموذج الجبري (جدول - ٢)، كما تم إدخال المعدلات داخل فضاء احتمالي (Probabilistic Discount Space) لمحاكاة تأثير التقلبات في الفائدة على القسط التأميني في ظل بيئة غير يقينية. وسمح ذلك بإجراء تحليل حساسية وتحليل متانة للتسعير، مما أضفى طابعاً واقعياً وديناميكياً على النموذج الرياضي.

جدول (٢) تطور معدلات الفائدة في مصر خلال عام ٢٠٢٢

التاريخ	سعر الإيداع (%)	سعر الإقراض (%)	متوسط الفائدة (%)
٢٠٢٢-١-١	٩,٢٥	١٠,٢٥	٩,٧٥
٢٠٢٢-٤-٣	١١,٢٥	١٢,٢٥	١١,٧٥
٢٠٢٢-٨-٣	١٣,٢٥	١٤,٢٥	١٣,٧٥
٢٠٢٢-١٠-٣	١٦,٢٥	١٧,٢٥	١٦,٧٥

المصدر: Central Bank of Egypt. Monetary Policy Releases 2022.

<https://www.cbe.org.eg>

٣/٣ بيانات أقساط شركات التأمين

تمثل بيانات الأقساط المكتتبة مؤشراً هاماً على مستوى النشاط التأميني الفعلي في السوق، وتعكس القدرة السوقية والتنافسية لكل شركة ضمن بيئة التأمين على الحياة. فكلما زادت قيمة الأقساط المكتتبة، دل ذلك على اتساع القاعدة التأمينية للشركة، وارتفاع قدرتها على اجتذاب شرائح أوسع من العملاء، ما يعكس استراتيجيات تسعير وتوزيع ناجحة إلى حد كبير. وفي هذا السياق، تمثل بيانات الأقساط (جدول - ٣) مرآة واقعية تظهر التباين بين الشركات الكبرى والمنافسين الجدد في سوق التأمين المصري، حيث تهيمن شركة «مصر لتأمينات الحياة» على الصدارة بحصة سوقية تتجاوز ٣١,٦٪، يليها عدد من الشركات متعددة الجنسيات مثل Allianz و MetLife. وتعطي هذه التوزيعات صورة دقيقة لبنية السوق، وتساعد في فهم كيف تختلف السياسات التسعيرية بين شركة وأخرى بناءً على حجم المحفظة التأمينية.

جدول (٣) الحصة السوقية لأكبر شركات التأمين على الحياة في مصر، ٢٠٢٢

الشركة	الأقساط المكتتبة (مليون جنيه)	الحصة السوقية (%)
مصر لتأمينات الحياة	٩٠٩٩٩٣٤	٣٠,٦٠
أليانز لتأمينات الحياة مصر	٦١١٨٩٥٧	٢٠,٥٧
متلايف مصر	٤٩٩٢٧٢٩	١٦,٧٩
أكسا لتأمينات الحياة مصر	٣٩٦٦٢٧٥	١٣,٣٤
جي أي جي حياة - مصر	١١٦١٠٨٤	٣,٩٠
QNB لتأمينات الحياة	١١١٣٣٢٧	٣,٧٤
قناة السويس لتأمينات الحياة	٥٧٦٢٣٦	١,٩٤
اللبنانية السويسرية تكافل	٣٣٤٢٠٥	١,١٢
ثروة لتأمينات الحياة	٣٢٦٥٨٧	١,١٠
الدلتا لتأمينات الحياة	٣٢٤٨٦٨	١,٠٩
شركات أخرى	١٧٢٥٨٧٥	٥,٨٠
الإجمالي	٢٩٧٤٠٠٧٧	١٠٠

المصدر: الهيئة العامة للرقابة المالية، الكتاب الإحصائي السنوي عن نشاط التأمين ٢٠٢٢-٢٠٢٣

وقد تم استخدام هذه البيانات في بناء حالات متعددة داخل النموذج الجبري، حيث يتم إدخال متوسط الأقساط المكتتبة كمؤشر مرجعي يقارن بنتائج النموذج. كما يتم تحليل انعكاس الفروق في الحصص السوقية على استراتيجيات التسعير، وتقييم مرونة كل شركة أمام تقلبات المتغيرات الأساسية مثل معدلات الوفاة أو أسعار الفائدة. ويسهم هذا الإدماج في اختبار صلاحية النموذج في بيئة تنافسية حقيقية متعددة، ما يعزز من قيمته التطبيقية وموثوقيته التحليلية.

٤- التطبيق الرياضي للنموذج الجبري

يشكل التطبيق الرياضي للنموذج الجبري المرحلة الأهم في هذا الدراسة، حيث ينتقل التحليل من الإطار النظري إلى التجريب العددي، ويختبر مدى قدرة النموذج على التفاعل مع بيانات واقعية تمثل السوق المصرية. وفي هذا السياق، تبرز أهمية البنية الجبرية بوصفها آلية رياضية مرنة تسمح بتمثيل العلاقات المعقدة بين المتغيرات الاقتصادية والديموغرافية ضمن فضاء جبري منظم.

ويعتمد هذا التطبيق على إدخال مجموعة من البيانات الفعلية — تشمل معدلات الوفاة، أسعار الفائدة، ومتوسطات الأقساط — داخل النموذج الجبري الذي تم بناؤه. وتستخدم هذه البيانات لتوليد مصفوفات وتسلسلات زمنية تعبر عن التغيرات المتوقعة في المتغيرات الأساسية مثل العمر ومعدل الفائدة ومعدل الوفاة، ومن ثم يتم تحليل نتائج دالة التسعير الناتجة باستخدام أساليب حساسية ومتانة متقدمة.

ويهدف هذا الجزء إلى الإجابة عن أسئلة جوهرية من قبيل:

- كيف يتغير القسط مع تغير الفائدة أو احتمالات الوفاة؟
- ما مدى استقرار النموذج في مواجهة سيناريوهات سوقية مختلفة؟
- وهل يمكن الاعتماد عليه كأداة كمية لدعم قرارات التسعير التأميني تحت ظروف معلومات غير مكتملة؟

لتحقيق هذه الأهداف، تم تنفيذ حسابات رياضية دقيقة ضمن بيئة محاكاة، مع توظيف أدوات مثل التحليل الحساس والـ Monte Carlo داخل بنية جبرية واضحة، مما يضيف على النموذج طابعاً علمياً تطبيقياً يبرز كفاءته النظرية والعملية.

١/٤ إعداد المتغيرات الأساسية داخل النموذج

تعد عملية إدخال البيانات في النموذج الجبري خطوة حاسمة، إذ تحول المعطيات الواقعية إلى معطيات رياضية يمكن التعامل معها داخل فضاءات تحليلية. ولكي يحقق النموذج دقته ومرونته، فإنه يتطلب تحويل البيانات الخام إلى تمثيلات جبرية يمكن إدخالها في دوال التسعير ومعادلات الحساسية والمتانة.

١/١/٤ العمر (x) مجموعة دورية (Cyclic Group)

تم تمثيل الأعمار التي يغطيها التأمين (من ٢٠ إلى ٧٠ سنة) على هيئة مجموعة دورية:

$$Z_{51} = \{20, 21, \dots, 70\}$$

وهذا التمثيل يتيح نمذجة الزمن باعتباره متغيراً تراكمياً دورياً، وهو ما يساعد في تمثيل تسلسل السنوات داخل دالة التسعير. وتُعامل هذه المجموعة كمجموعة قابلة للعمليات الجبرية مثل الجمع النمطي، مما يسهل اشتقاق العلاقات الزمنية لاحقاً.

٢/١/٤ معدلات الوفاة: (q_x) مصفوفة احتمالية قطرية

تم اشتقاق معدلات الوفاة لكل فئة عمرية من جداول (١) عبر قسمة عدد الوفيات على عدد السكان لكل فئة. ثم تم تنظيم القيم داخل مصفوفة قطرية احتمالية:

$$Q = \text{diag} (q_{20}, q_{21}, \dots, q_{70})$$

هذه المصفوفة تستخدم داخل دالة التسعير في الضرب الجبري مع مصفوفة الخصم والمنفعة، وهي قابلة للتحليل الطيفي أو التحليل بالحذف الجزئي عند الحاجة.

٣/١/٤ سعر الفائدة (r):

اعتمد النموذج على متوسط سعر الفائدة المعلن من البنك المركزي المصري لعام ٢٠٢٢، والذي

بلغ:

$$r = 0.1625$$

وهو معدل تم إدخاله كمتغير ضمن حلقة $(R, +, \cdot)$ ، ثم تم استخدامه لحساب عامل الخصم على النحو الآتي:

$$v = \frac{1}{r+1} = \frac{1}{0.1625+1} \approx 0.8599$$

ويتم إدخال هذا العامل داخل دالة القسط بصيغته الأسية v^t لحساب القيمة الحالية لكل منفعة محتملة.

٤/١/٤ المنفعة المؤمن عليها (B): كمية ثابتة قابلة للضرب الجبري

تم تحديد المنفعة المؤمن عليها كقيمة ثابتة وفق المتوسط السوقي للوثائق التأمينية:

$$B = 150,000 \text{ جنيه مصري}$$

وهذه القيمة تستخدم كمضاعف داخل دالة التسعير الجبرية، وتحافظ على ثباتها في التحليل الأساسي، مع إمكانية تعديلها لاحقاً في سيناريوهات التحليل المتقدم.

٤/٢ حساب القسط الصافي

يمثل حساب القسط الصافي الخطوة الأساسية التي تتبلور فيها النتائج الكمية للنموذج الجبري المقترح في هذه الدراسة، حيث تستخدم المتغيرات المنظمة سابقاً داخل فضاءات رياضية جبرية لتوليد مخرجات قابلة للتفسير من الناحية الاكتوارية. ويتمثل الهدف من هذا الجزء في اختبار مدى قدرة النموذج على إنتاج قيمة منطقية للقسط السنوي الذي يتعين دفعه من قبل المؤمن عليه، بما يتوافق مع احتمالات الوفاة، وسعر الفائدة السائد، وفترة التغطية، وقيمة المنفعة المتفق عليها.

وقد تم الاعتماد على دالة القسط الصافي داخل إطار جبري المقترحة سابقاً، وقد تم إدخال هذه المعادلة داخل بنية جبرية تنتمي إلى حلقة الدوال المتعددة الحدود، مع تحويل المتغيرات إلى تمثيل مصفوفي قابل للحوسبة باستخدام أدوات الجبر الخطي. ومن أجل تنفيذ الحسابات الدقيقة وتكرارها مع تغيير المتغيرات، تم استخدام بيئة برمجية قائمة على لغة Python، مع الاستعانة بمكتبة SymPy التي تستخدم لحساب المشتقات والتوسع في الدوال متعددة الحدود، وتحليل النماذج الرمزية، حيث تم بناء برنامج يقوم بالخطوات التالية:

- توليد مصفوفة احتمالات الوفاة Q من الجدول (١) .
- حساب متجه الخصم $v = [v^0, v^1, \dots, v^n]$
- ضرب المصفوفات $P = V \cdot Q \cdot B$: باستخدام الضرب الجبري.
- توليد القسط لكل قيمة عمر $v \in [25, 60]$

ومن ثم تم تطبيق النموذج لحساب القسط السنوي المتوقع لعقود تأمين تبدأ من أعمار مختلفة، وتم الحصول على النتائج التالية (جدول - ٤) :

جدول (٤) القسط الصافي السنوي حسب العمر عند بداية الوثيقة

العمر (x)	القسط السنوي (P) بالجنيه
٢٥	٣٩٠٢
٣٠	٤٤٠٦
٣٥	٥٢٢٨
٤٠	٦٤٨٣
٤٥	٨٢٧١
٥٠	١٠٨٢٦
٥٥	١٤٥٩٦
٦٠	٢٠٢١٣

المصدر: تطبيق النموذج الجبري باستخدام لغة البرمجة Python

تظهر نتائج الحسابات علاقة شبه أسية (Exponential) بين العمر والقسط الصافي السنوي للتأمين على الحياة، وهي علاقة تتماشى بشكل مباشر مع المبادئ الاكتوارية المعروفة، التي تنص على أن احتمالات الوفاة تزداد بمعدل متسارع كلما تقدم العمر. هذا التزايد في المخاطر يؤدي بطبيعة الحال إلى رفع تكلفة التغطية التأمينية، نظراً لارتفاع القيمة المتوقعة للمنافع التأمينية التي يجب على شركة التأمين دفعها.

ففي الأعمار الصغيرة، التي تتراوح بين ٢٥ و ٣٥ سنة، تكون معدلات الوفاة منخفضة جداً وفقاً لجداول الوفيات الرسمية، وبالتالي يكون القسط التأميني في حدوده الدنيا. ومع ذلك، فإن القسط يبدأ في الارتفاع تدريجياً ضمن هذه الفئة العمرية نتيجة عاملين: الأول هو عامل الزمن، حيث أن المؤمن عليه يلتزم بالتغطية لفترة طويلة نسبياً؛ والثاني هو تأثير الخصم التراكمي لمبالغ المنفعة التي قد تدفع مستقبلاً، ما يجعل القسط أكثر حساسية لسنوات العقد الطويلة.

أما في الأعمار المتوسطة، الممتدة تقريباً من ٤٠ إلى ٥٠ سنة، فتبدأ معدلات الوفاة في الصعود بشكل ملموس. ويقابل ذلك تسارع واضح في ارتفاع القسط السنوي، حيث تتزايد احتمالية وقوع الحدث المؤمن ضده (الوفاة) خلال فترة الوثيقة. وفي هذه المرحلة، يصبح لزاماً على المؤمن عليه دفع قسط أعلى لتغطية القيمة المتوقعة المرتفعة للمنفعة، مع بقاء فترة التغطية طويلة نسبياً.

وفي الأعمار المتقدمة، وتحديداً بين ٥٥ و ٦٠ سنة، يصبح منحنى القسط أكثر حدة، ويحدث ارتفاع كبير في القيم المطلوبة. ويرجع ذلك إلى أمرين رئيسيين: الأول هو القصر النسبي المتوقع للفترة المتبقية في الحياة، مما يقلل عدد السنوات المتاحة لتجميع القسط؛ والثاني هو أن معدل الوفاة في هذه الفئات العمرية يكون قد تضاعف بشكل ملحوظ، مما يزيد من العبء التمويلي على المؤمن عليه. وبالتالي، يعكس النموذج الجبري هذا التصاعد السريع في التكلفة بشكل منطقي ومتسق مع السلوك الطبيعي لمخاطر الوفاة.

٣/٤ تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis)

تحليل الحساسية هو أداة رياضية واكتوارية تُستخدم لاختبار مدى تأثير مخرجات النموذج، وتحديدًا القسط الصافي، بتغير المدخلات الأساسية. وهو يُعد مرحلة حاسمة في تقييم كفاءة النموذج الجبري، حيث يُظهر مدى استقرار العلاقات الداخلية بين المتغيرات، ويكشف عن المتغيرات التي تمثل مصادر الخطر أو عدم الاستقرار. ويكتسب هذا التحليل أهمية إضافية في بيئة تتسم بعدم اكتمال المعلومات، حيث قد تكون المعطيات عرضة للتغير المفاجئ أو التقدير غير الدقيق.

ومن خلال دالة قياس الحساسية السابق الإشارة إليها تبين أن هذه الدالة تعتمد على ثلاثة متغيرات رئيسية: سعر الفائدة r ، معدل الوفاة q_{x+t} ، والمنفعة B ، وقد تم التركيز في هذا التحليل على المتغيرين الأكثر تأثيرًا، وهما r و q_{x+t} .

١/٣/٤ الحساسية بالنسبة لسعر الفائدة (r)

يمثل سعر الفائدة عنصرًا جوهريًا في حساب عامل الخصم وبالتالي فإنه يتحكم بشكل غير مباشر في القيمة الحالية للمنافع المؤمن عليها. ولاختبار تأثيره، تم اشتقاق دالة التسعير جزئيًا بالنسبة لـ r والسابق الإشارة إليها :

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \sum_{t=0}^n (-t)(1+r)^{-t-1} q_{(x+t)} B$$

ويظهر هذا الاشتقاق أن العلاقة بين P و r هي علاقة عكسية غير خطية، تزداد حدتها مع تقدم الزمن. فكلما طالت مدة الوثيقة، زاد تأثير التغير في الفائدة على القسط السنوي. وعلى ذلك تم تنفيذ سيناريو تطبيقي لتحليل هذا التأثير، حيث تمت زيادة وخفض الفائدة بمقدار $\pm 2\%$ حول القيمة الأساسية (١٦,٢٥٪). أظهرت النتائج أن القسط يتغير بنسبة تتراوح بين $\pm 3,5\%$ و $\pm 6,2\%$ حسب العمر، أي أن التحسس يزداد كلما زاد عمر المؤمن عليه، بسبب قصر مدة التغطية وزيادة المخاطر.

٢/٣/٤ الحساسية بالنسبة لمعدل الوفاة (q_x)

معدل الوفاة هو المحور الأساسي في نماذج التأمين على الحياة، حيث يعبر مباشرة عن احتمال تحقق الخطر المؤمن ضده. ومن خلال دالة الحساسية بالنسبة لسعر الفائدة والتي سبق الإشارة إليها جاءت النتيجة أن كل زيادة صغيرة في معدل الوفاة تؤدي إلى زيادة خطية في قيمة القسط، تتناسب مع قيمة الخصم والمنفعة. وقد أظهرت النتائج أن الحساسية هنا أكثر استقرارًا من حيث الاتجاه، لكنها تختلف في القيمة حسب عامل الزمن t ، فكلما اقترب العام المتوقع للوفاة، زادت الحساسية، لأن عامل الخصم يكون أقرب إلى ١. (الجدول ٥ - شكل ١).

تُظهر الفئات العمرية الصغيرة، ولا سيما تلك التي تقل عن سنة وحتى فئة الأطفال من ١ إلى ٤ سنوات، حساسية مرتفعة للغاية للقسط التأميني عند حدوث أي تغير طفيف في معدل الوفاة q_x ويعود ذلك إلى عوامل اكتوارية وهيكلية مترابطة، أولها أن عامل الخصم v^t يكون في أعلى مستوياته في هذه الأعمار المبكرة، حيث تكون $t = 0$ أو صغيرة جدًا، مما يجعل $1 \approx v^t$ ، هذا يعني أن القيمة الحالية لأي منفعة

متوقعة تُدفع في هذه المرحلة العمرية تكون شبه مساوية لقيمتها الاسمية، وبالتالي فإن أي زيادة ولو طفيفة في احتمال تحقق هذه المنفعة (أي الوفاة) تؤدي إلى زيادة مباشرة في القسط الصافي المطلوب. ومن جهة ثانية، تتميز هذه الأعمار أيضاً بكونها تمثل نقطة الانطلاق في الوثائق طويلة الأجل. فحين يبدأ التأمين على الحياة لطفل أو رضيع، فإن شركة التأمين تتوقع تغطية تمتد لعقود مقبلة، ما يزيد من الحاجة إلى تقييم دقيق لاحتمال تحقق الخطر في كل سنة. وتصبح السنوات الأولى في هذه الحالة ذات وزن أكبر في حساب القيمة المتوقعة للمطالبات، ما يفسر الارتفاع الحاد في الحساسية عند هذه النقطة من الزمن.

علاوة على ذلك، فإن هذا المستوى من الحساسية يبرز التحدي الكبير في تسعير وثائق التأمين على الحياة للأطفال، وهو أمر غالباً ما تتجنبه بعض الشركات أو تقيده بشروط صارمة. إذ أن التقلبات الإحصائية لمعدلات الوفاة في الأعمار الصغيرة – رغم ندرتها المطلقة – تُحدث تأثيرات نسبية ضخمة في معادلات التسعير، وقد تؤدي إلى تسعير مبالغ فيه أو دون التكاليف الفعلية إن لم يُؤخذ هذا التحليل بعين الاعتبار.

جدول (٥) الحساسية بالنسبة لمعدل الوفاة

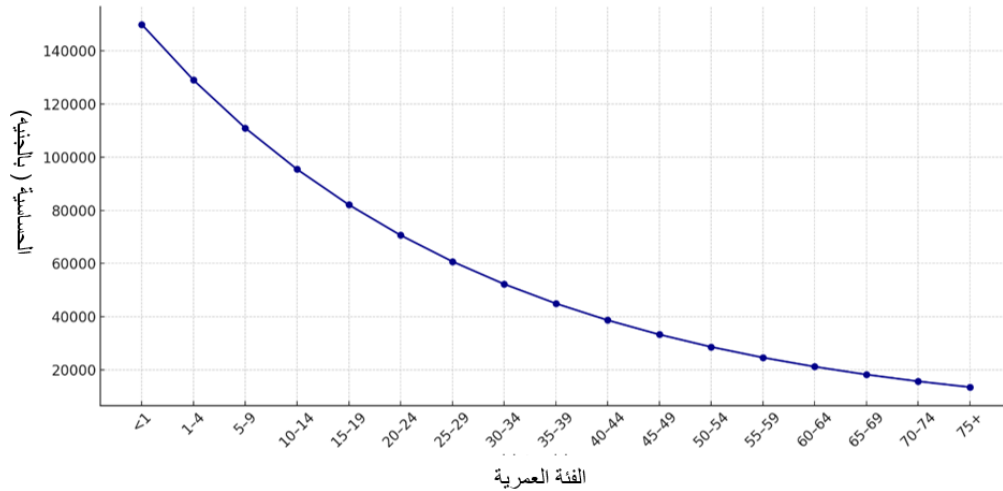
الفئة العمرية	معدل الوفاة	الحساسية (بالجنيه)
أقل من سنة	٠,٠٢٣٩١	١٥٠٠٠٠
١-٤	٠,٠٠٠٩٣	١٢٩٠٣٢,٣
٥-٩	٠,٠٠٠٤٥	١١٠٩٩٥,٥
١٠-١٤	٠,٠٠٠٤٤	٩٥٤٧٩,٩٩
١٥-١٩	٠,٠٠٠٧٧	٨٣١٣٣,٣٣
٢٠-٢٤	٠,٠٠١٢١	٧٠٦٥٢,٣٢
٢٥-٢٩	٠,٠٠١٦٨	٦٠٧٧٦,١٩
٣٠-٣٤	٠,٠٠٢١٩	٥٢٢٨٠,٦
٣٥-٣٩	٠,٠٠٢٨٧	٤٤٩٧٢,٥٦
٤٠-٤٤	٠,٠٠٤١١	٣٨٦٨٦,٠٧
٤٥-٤٩	٠,٠٠٦٢	٣٣٢٧٨,٣٤
٥٠-٥٤	٠,٠٠٩٩٨	٢٨٦٢٦,٥٣
٥٥-٥٩	٠,٠١٤٩٤	٢٤٦٢٤,٩٧
٦٠-٦٤	٠,٠٢٤٤٨	٢١١٨٢,٧٧
٦٥-٦٩	٠,٠٣٨٨	١٨٢٢١,٧٤

المصدر: تطبيق النموذج الجبري وتحليل الحساسية باستخدام لغة البرمجة Python

مع التقدم في العمر، تبدأ حساسية القسط الصافي للتغيرات في معدل الوفاة q_x في الانخفاض تدريجياً. ويمكن تفسير هذا التراجع من خلال البنية الرياضية لعامل الخصم $v^t = (1+r)^{-t}$ ، حيث تتناقص قيمته كلما زاد عدد السنوات t منذ بداية الوثيقة. فعند الأعمار المتوسطة مثل ٤٠ أو ٥٠ عاماً، تكون قيمة t في دالة القسط أكبر نسبياً، وبالتالي فإن v^t يكون أقل من ١ بكثير، ما يجعل القيمة الحالية للمنافع التأمينية المستقبلية تنخفض بشدة. وبما أن العلاقة بين القسط ومعدل الوفاة تأخذ الشكل $\frac{\partial p}{\partial q_{x+t}}$

$B v^t$ فإن أثر أي تغير في q_{x+t} يتناقص بمرور الزمن، نتيجة انخفاض v^t . هذا التناقص في الحساسية لا يعني أن الخطر نفسه قد قل، بل يعكس حقيقة أن القيمة الزمنية للنقود تقلل من الوزن النسبي للمنافع التأمينية المتوقعة كلما ابتعدت عن وقت الاكتتاب. وفي الأعمار المتوسطة، يكون هذا التأثير أكثر وضوحاً لأن احتمالات الوفاة ترتفع تدريجياً، لكنها لا تزال ضمن نطاق متوسط نسبياً. وبالتالي، يتوازن ارتفاع معدل الوفاة مع انخفاض معامل الخصم، ما يؤدي إلى استقرار نسبي في القسط مع درجة محدودة من الحساسية.

أما في الأعمار المتقدمة، فإن سلوك الحساسية يتغير بصورة أكثر حدة. ورغم أن معدل الوفاة في هذه الفئة قد يصل إلى ١٥٪ سنوياً، وهو رقم مرتفع جداً، فإن حساسية القسط تجاه هذا المعدل تكون منخفضة نسبياً. ويرجع ذلك إلى أن المؤمن عليه في هذه الفئة العمرية يتوقع أن تتحقق المنفعة التأمينية في وقت قريب مما يجعل القيمة الحالية لتلك المنفعة منخفضة. فكلما اقترب وقت الدفع المتوقع، قلت الحاجة لاستخدام الخصم، ما يؤدي إلى انخفاض أثر التغير في q_x على القيمة الصافية للقسط. علاوة على ذلك، فإن نماذج التسعير في الأعمار المتقدمة تواجه تحدياً إضافياً يتمثل في تقارب توقيت الوفاة المحتملة مع فترة الاكتتاب. وهذا يعني أن أي زيادة في q_x لا تملك وقتاً كافياً للتراكم في القسط، وبالتالي لا تحدث تغييراً جذرياً في الحساب النهائي، مقارنة بالفئات الأصغر سناً حيث يمتد الأثر الزمني لفترة طويلة.



شكل (١) منحني الحساسية بالنسبة لمعدل الوفاة حسب الفئة العمرية

٣/٣/٤ تحليل المتانة (Robustness Analysis)

في إطار تحليل متانة النموذج الجبري المستخدم لتسعير التأمين على الحياة، تم الاعتماد على محاكاة مونت كارلو (Monte Carlo Simulation) بوصفها واحدة من أكثر الأدوات الإحصائية فاعلية في اختبار استقرار النماذج تحت ظروف عدم يقين متعددة الأبعاد. وتكمن القوة التحليلية لهذه الأداة في قدرتها على التعامل مع التوزيعات الاحتمالية بدلاً من القيم الثابتة، مما يتيح تقييم مدى مرونة النموذج عند تغير المدخلات الرئيسية بطريقة عشوائية واقعية. وتهدف هذه المحاكاة إلى توليد عدد كبير من السيناريوهات البديلة، يتم في كل منها تغيير قيم معدل الفائدة r ومعدل الوفاة q_x وفق توزيعات احتمالية

واقعية، ثم إعادة حساب القسط التأميني في كل مرة باستخدام النموذج الجبري. والهدف من ذلك هو اختبار مدى ثبات النتائج أو تقلبها عندما تتغير العوامل الأكثر تأثيراً في تسعير التأمين على الحياة. وقد تم تنفيذ خطوات المحاكاة باستخدام برنامج R ، عن طريق الاستعانة بحزمة mc2d و stats داخل R لتوليد التوزيعات، وتكرار عمليات الحساب على مدى آلاف السيناريوهات.

ولضمان تمثيل واقعي للتغيرات المحتملة في السوق، تم استخدام التوزيعات التالية:

- معدل الفائدة: تم توليد قيمه من توزيع طبيعي $N(0.1625, 0.025)$ ، وهو ما يعكس التذبذب الفعلي الذي شهده السوق المصري في أسعار الفائدة خلال السنوات الأخيرة.
- معدل الوفاة : خُصصت للفئات العمرية الأقل من ٥٠ سنة توزيعات بيتا $Beta(2, 50)$ ، لتمثيل الطبيعة الاحتمالية المنخفضة والمتغيرة لمعدلات الوفاة في هذه الفئات، حيث تضمن هذه المعلمات أن تكون القيم المولدة صغيرة نسبياً ولكن قابلة للتغير.

وقد تم توليد 10,000 سيناريو محاكاة، في كل منها يتم سحب قيم عشوائية من التوزيعات المحددة لـ r و q_x ثم إعادة حساب القسط الصافي باستخدام النموذج الجبري لكل حالة. تسمح هذه الآلية بقياس تقلبات القسط الناتجة تحت ظروف غير مثالية، ما يقدم مؤشراً دقيقاً على مدى متانة النموذج. ومن ثم تم تحليل نتائج القسط الناتج عن السيناريوهات العشوائية، وكانت المؤشرات الإحصائية الرئيسية كما يلي:

- المتوسط الحسابي للقسط 6,275 جنيه مصري
- الانحراف المعياري: 1,937 جنيه
- معامل التغير (CV) : 0.31
- نسبة السيناريوهات التي حافظ فيها القسط على البقاء ضمن نطاق $\pm 10\%$ من المتوسط بلغت : ٨٧,٦٪

وتشير نتائج تحليل المتانة إلى أن النموذج الجبري المقترح يتمتع بدرجة عالية من الاستقرار الداخلي، إذ حافظ القسط السنوي على انضباطه ضمن هامش $\pm 10\%$ من القيمة المتوقعة في حوالي ٨٧,٦٪ من السيناريوهات المحاكاة، وهو ما يعادل تقريباً ٩ من كل ١٠ حالات. وتعد هذه النسبة مرتفعة نسبياً في السياق الإحصائي والتأميني، خاصة عند الأخذ في الاعتبار أن التحليل تم في بيئة غير مثالية معلوماتياً، وأن المدخلات الأساسية (مثل الفائدة ومعدلات الوفاة) لم تكن ثابتة، بل خضعت لتوزيعات احتمالية عشوائية تعكس عدم اليقين الواقعي في السوق المصري.

هذا الاستقرار النسبي يعبر عما يعرف بـ "الاستقرار الهيكلي للنموذج (Structural Stability)"، حيث تتفاعل الهياكل الجبرية مع التغيرات بطريقة منظمة وغير عشوائية. فحتى عندما تتغير المدخلات، فإن العلاقة الجبرية المترابطة بين متغيرات النموذج تقلل من الانحرافات الحادة وتبقى النتائج ضمن نطاق منطقي.

ورغم ذلك، أظهرت نتائج المحاكاة أيضاً أن هناك نقطة ضعف نسبية في الحالات القصوى (Extreme Scenarios)، وهي الحالات التي تتحرف فيها القيم المدخلة - سواء معدل الفائدة أو معدل الوفاة - بشكل كبير عن التوزيع الأساسي، في مثل هذه الحالات لوحظت بعض السيناريوهات التي أسفرت عن أقساط مرتفعة جداً (تجاوزت ضعف المتوسط) أو منخفضة بصورة غير منطقية (أقل من نصف

(المتوسط). ويفسر هذا السلوك بأن النموذج رغم متانته في الظروف الاعتيادية، لا يقاوم التأثيرات الجذرية للمتغيرات ذات الانحراف العالي، خاصة إذا اجتمع تغيران كبيران في الوقت ذاته (مثل ارتفاع حاد في q_x وانخفاض حاد في r). وتؤكد هذه النتائج على الحاجة إلى ضبط استخدام النموذج عند تطبيقه على بيانات من بيئات تمر بظروف اقتصادية استثنائية مثل فترات الركود أو الطفرات التضخمية. في هذه الحالات، يكون من الضروري إجراء تحليل لاحق للمعاملات (Post-Estimation Diagnostics) وتوسيع المحاكاة لتشمل حدوداً أوسع من التغير، أو تعديل المعاملات الجبرية للنموذج لزيادة استجابته أو مقاومته لهذه الانحرافات.

٥- النتائج والتوصيات

١/٥ النتائج:

توصلت الدراسة إلى مجموعة من النتائج التي تظهر بوضوح أن الهياكل الجبرية تقدم إطاراً مرناً ودقيقاً لتحليل وتسعير وثائق التأمين على الحياة، خصوصاً في البيئات التي تعاني من نقص في المعلومات أو عدم يقين في البيانات الاقتصادية والديموغرافية. وقد أظهر النموذج المقترح القدرة على محاكاة الواقع الاكتواري، والتفاعل مع المتغيرات بأسلوب رياضي قابل للتفسير والتحكم. وفيما يلي عرض لأهم النتائج:

١/١/٥ برهنت البنية الجبرية المعتمدة في هذا النموذج على أنها قادرة على تمثيل العلاقات المعقدة بين المتغيرات المؤثرة في تسعير التأمين على الحياة بطريقة منظمة، ومنطقية، ومتناسكة. فقد تم تحويل العلاقة بين العمر x ، وسعر الفائدة r ، ومعدل الوفاة q_x ، إلى معادلة قابلة للتحليل الرمزي والمصفوفي داخل فضاءات جبرية، مما أتاح تمثيل التسعير كدالة متعددة الحدود من المرتبة t في المتغيرات الثلاثة. هذه البنية سمحت بإجراء اشتقاق جزئية للمخرجات بالنسبة لكل مدخل، واختبار مدى تأثيره على القسط النهائي، وهي ميزة لا توفرها النماذج الخطية التقليدية. كما مكنت هذه الطريقة من إعادة صياغة النماذج الاكتوارية داخل حلقات جبرية قابلة للتطوير البرمجي والتحسين الرياضي، مما يمثل تقدماً نحو بناء أدوات ديناميكية لتسعير المنتجات التأمينية.

٢/١/٥ من خلال اشتقاق دالة القسط جزئياً بالنسبة لمعدل الوفاة q_x ، تم التوصل إلى أن هذا المتغير يعد المحرك الأكثر تأثيراً على تسعير الوثيقة، خاصة في الفئات العمرية الصغيرة. وقد أظهرت النتائج أن قيمة $\frac{\partial P}{\partial q_x}$ بلغت ١٥٠,٠٠٠ جنيه عند $t = 0$ ، وهو ما يعني أن أي تغير صغير في احتمالية الوفاة في الأعمار المبكرة يترجم إلى تغير كامل في القسط الصافي، وهو سلوك منطقي نظراً لارتفاع عامل الخصم $v^0 = 1$ عند بداية الوثيقة. ويؤكد هذه على أهمية إعطاء أولوية تقديرية عالية لمعدل الوفاة في عمليات التسعير والتحوط، مقارنة بغيره من المتغيرات، خاصة في الأعمار التي يكون فيها الخطر بعيداً ولكن غير صفري.

٣/١/٥ أظهر سعر الفائدة r تأثيراً واضحاً ولكن أقل شدة، حيث إن تغير الفائدة بمقدار $\pm ٢\%$ أدى إلى تغير في القسط بنسبة تتراوح بين $\pm ٣,٥\%$ و $\pm ٦,٢\%$ حسب الفئة العمرية، ويرجع ذلك إلى الطبيعة غير الخطية لعامل الخصم $v = (1 + r)^{-1}$ ، إذ يصبح التغير أكثر تأثيراً في الوثائق الطويلة الأجل والأعمار الصغيرة، ويقل تدريجياً في الأعمار المتقدمة.

٤/١/٥ أثبت تحليل المتانة باستخدام محاكاة مونت كارلو، والتي شملت ١٠,٠٠٠ سيناريو عشوائي، أن النموذج يحتفظ باستقراره في معظم الحالات. حيث حافظ القسط السنوي على بقائه ضمن نطاق $\pm 10\%$ من متوسطه في حوالي ٨٧,٦٪ من السيناريوهات، وهي نسبة عالية من حيث المعايير الإحصائية والاكتوارية.

٥/١/٥ بلغ متوسط القسط الناتج عن المحاكاة ٦,٢٧٥ جنيهاً، مع انحراف معياري قدره ١,٩٣٧ جنيهاً، مما أدى إلى معامل تغير $CV=0.31$ ، وهو ما يعبر عن درجة تذبذب مقبولة تشير إلى قدرة النموذج على امتصاص التغيرات دون تحولات جذرية في المخرجات. وتؤكد هذه المؤشرات أن النموذج يتمتع بمستوى عالي من المتانة الهيكلية ويظهر استجابة مستقرة في ظل السيناريوهات المتوقعة للسوق.

٦/١/٥ كشفت الدراسة عن بعض مظاهر الضعف البنوي في السيناريوهات الطرفية (Extreme Scenarios)، وهي تلك التي تتجاوز التوزيعات الطبيعية لأسعار الفائدة أو معدلات الوفاة دون مستوى الأمان الاقتصادي.

٢/٥ التوصيات:

استناداً إلى ما توصلت إليه هذه الدراسة من نتائج، فإن الدراسة توصي بما يلي:

١/٢/٥ اعتماد النماذج الجبرية (مثل المجموعات، الحلقات، والمصفوفات) كأطر رياضية بديلة أو مكملة للنماذج الخطية التقليدية المعتمدة في تسعير التأمين على الحياة. فقد أثبتت الدراسة أن هذه النماذج تمكن من توصيف العلاقات الداخلية بين المتغيرات بطريقة رياضية دقيقة، وتعزز من الشفافية في فهم أثر كل عنصر على القسط النهائي.

٢/٢/٥ تشجيع شركات التأمين على تبني نماذج تسعير مبنية على بنى جبرية في منتجاتها الموجهة للفئات ذات المخاطر المتغيرة، مثل التأمين طويل الأجل، والتأمين المختلط، والتأمين المرتبط بالاستثمار.

٣/٢/٥ اعتبار تحليل الحساسية (Sensitivity Analysis) وتحليل المتانة (Robustness Analysis) أدوات جوهرية في تقييم استقرار النماذج المستخدمة في تسعير المنتجات التأمينية. فقد بينت الدراسة أن هذه الأدوات تكشف عن مدى حساسية النماذج للتغيرات الطارئة، وتساعد في كشف نقاط الضعف البنوية التي قد لا تظهر عند استخدام قيم متوسطة فقط. وكذلك تضمين هذه التحليلات في كل دورة مراجعة سعرية تقوم بها شركات التأمين، خاصة عند إدخال منتجات جديدة إلى السوق أو تعديل الوثائق القائمة نتيجة تغير المعطيات الاقتصادية أو السكانية.

٤/٢/٥ استخدام أدوات برمجية - مثل محاكاة مونت كارلو Monte Carlo Simulation، وتحليل الاشتقاق الرمزي Symbolic Differentiation - لاختبار النموذج على آلاف السيناريوهات المختلفة، وتقييم أدائه في كل حالة. وهذا يضمن سلامة النموذج واكتشاف حالات الفشل المحتملة قبل طرح الوثيقة فعلياً.

٥/٢/٥ تعد جودة البيانات المدخلة في أي نموذج اكتواري حجر الزاوية في مصداقية مخرجاته. وقد أظهرت هذه الدراسة مدى تأثير القسط الصافي بالتغير في معدلات الوفاة والفائدة. لذا، يوصى بأن تقوم المؤسسات الرسمية مثل الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء (CAPMAS) والهيئة العامة للرقابة المالية (FRA) بتحديث جداول الحياة سنوياً، وأن يتم توفيرها بصيغة رقمية قابلة للبرمجة.

مثل CSV أو JSON ، لضمان دمجها بسهولة في النماذج الحسابية. واستخدامها كمدخلات أساسية لتطوير مؤشرات اكتوارية وطنية بحيث تكون كمرجع معياري موحد على مستوى السوق. وتكمن أهمية هذه المؤشرات في قدرتها على توحيد السياسات التسعيرية بين مختلف شركات التأمين، بما يقلل من التفاوتات غير المبررة في أسعار المنتجات التأمينية لنفس الفئة السكانية أو العمرية. علاوة على ذلك، فإن بناء مؤشرات وطنية يستند إلى نماذج رياضية دقيقة يعزز من الشفافية ويسهم في وضع معايير سوقية موحدة تلزم بها الجهات التنظيمية جميع الشركات العاملة في القطاع، مما يضمن العدالة وحماية حقوق العملاء، كما يساعد على تقليل فجوة المعلومات بين الجهات التنظيمية والمؤسسات التأمينية، ويخلق بيئة أكثر انضباطاً واستقراراً في صناعة التأمين.

٦/٢/٥ استخدام نطاقات متعددة من سيناريوهات الفائدة (مثل سيناريو ارتفاع حاد، وسيناريو انخفاض تدريجي، وسيناريو استقرار نسبي)، وذلك لاختبار مدى مرونة النماذج المقدمة من شركات التأمين في التكيف مع ظروف السوق المتغيرة.

٧/٢/٥ تطبيق ما يعرف بحدود تغير القسط (Premium Corridors) ، وهي آلية تضع حداً أدنى وأقصى لتغير القسط خلال مدة الوثيقة، بهدف تجنب صدمات سعرية للمؤمن عليه أو خسائر غير محسوبة للشركة في حال تغيرت الظروف بشكل حاد.

المراجع:

- 1-Baldeaux, J., & Platen, E. (2013). A Benchmark Approach to Risk Management. Functionals of Multidimensional Diffusions with Applications to Finance, 1–21.
- 2-Bauer, D., Kling, A., & Russ, J. (2008). A universal pricing framework for guaranteed minimum benefits in variable annuities. ASTIN Bulletin: The Journal of the IAA, 38(2), 621–651.
- 3-Berger, J. O. (1985). Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis (2nd ed.). Springer.
- 4-Bowers, N. L., Gerber, H. U., Hickman, J. C., Jones, D. A., & Nesbitt, C. J. (1997). Actuarial Mathematics (2nd ed.). Society of Actuaries.
- 5-CAPMAS. (2023). Annual Births and Deaths Report 2022. Central Agency for Public Mobilization and Statistics.
- 6-Central Bank of Egypt. (2024). Monetary Policy Releases.
- 7-Chong, W. F. (2019). Pricing and hedging equity-linked life insurance contracts beyond the classical paradigm: The principle of equivalent forward preferences. Insurance: Mathematics and Economics, 88, 93–107.
- 8-Cont, R., Deguest, R., & Scandolo, G. (2010). Robustness and sensitivity analysis of risk measurement procedures. Quantitative Finance, 10(6), 593–606.

-
-
- 9- Egyptian Financial Regulatory Authority. (2023). Annual Report 2022–2023: Enhancing Transparency and Financial Inclusion. FRA, Cairo, Egypt.
 - 10- Egyptian Financial Regulatory Authority. (2023). Market Reports.
 - 11- Elsayed, M. M. E. A. (2021). Modeling financial risks in the Egyptian insurance market: Evidence from insurance investment channels. *Journal of Financial and Business Research*, 22(1 - Part 1), 77–100.
 - 12- Gerber, H. U. (2013). *Life Insurance Mathematics*. Springer Science & Business Media.
 - 13- Haberman, S., & Pitacco, E. (2018). *Actuarial Models for Disability Insurance*. Routledge.
 - 14- Ismail, S. M. G., Mohamed, Sharqawi, & Abdel Wahab, M. (2024). The impact of exchange rate liberalization on Egyptian life insurance companies (A comparative study). *Journal of Financial and Commercial Research*, 25(1), 194–227.
 - 15- Josephy, K., Korn, R., & Korn, E. (2011). Optimal hedging of equity-linked life insurance contracts in incomplete markets. *Insurance: Mathematics and Economics*, 49(1), 18–28.
 - 16- Lang, S. (2002). *Algebra* (3rd ed.). Springer.
 - 17- Meyer, C. D. (2000). *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. SIAM.
 - 18- Platen, E., & Heath, D. (2006). *A Benchmark Approach to Quantitative Finance*. Springer Science & Business Media.
 - 19- Platen, E., Heath, D., & Bruti-Liberati, N. (2010). *A Benchmark Approach to Quantitative Finance: Modeling, Pricing, and Risk Management*. Springer Science & Business Media.
 - 20- Saltelli, A., Chan, K., & Scott, M. (2008). *Sensitivity Analysis*. Wiley.
 - 21- Slud, E. V. (2012). *Actuarial Mathematics and Life-Table Statistics*. Chapman & Hall/CRC.
 - 22- Swiss Re Institute. (2022). *World Insurance: Inflation Risks Front and Centre*. Sigma Report No. 4/2022.

Abstract

This study addresses the challenge of pricing life insurance in the Egyptian market under an incomplete information environment, which creates significant uncertainty for insurance companies when setting premiums. The research proposes using algebraic structures—including groups, rings, and matrices—as an advanced mathematical framework to model the complex, dynamic relationships among key variables such as age, mortality rates, and interest rates.

Empirical data, including official mortality tables, interest rates published by the Central Bank of Egypt, and premium data from active insurance companies, were integrated into the proposed model. The study applies sensitivity analysis, robustness analysis, and Monte Carlo simulation to test the model's stability and reliability under various market scenarios.

The results demonstrate that the algebraic pricing model offers greater flexibility and accuracy compared to traditional actuarial models. It provides a realistic and interpretable tool for insurers and policymakers to make informed pricing decisions, especially in markets with data gaps and economic volatility. The research recommends the adoption of updated national actuarial indicators and the use of algebraic models as practical tools to enhance transparency and competitiveness in the life insurance sector.

Keywords: Life insurance, algebraic models, insurance pricing, incomplete information environment, sensitivity analysis, robustness analysis, Monte Carlo simulation, actuarial risk.