تحسين التنبؤ باستخدام الجمع بين نماذج GARCHوARFIMA (دراسة تطبيقية)

بحث مُستَل من رسالة ماجستير في الإحصاء التطبيقي

إعداد

أ. فاطمة الزهراء ابراهيم ابراهيم اللاوندي

باحثة ماجستير بقسم الإحصاء، كلية التجارة، جامعة دمياط

ibrahimesraa346@gmail.com

د. محمد إبراهيم محمد محمد

أستاذ الإحصاء التطبيقي المساعد

كلية التجارة، جامعة دمياط

د. أمال السيد عبد الغني مبارك

أستاذ الإحصاء المساعد، كلية التجارة، جامعة دمياط

prof_amaal2010@yahoo.com

المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية

كلية التجارة – جامعة دمياط

المجلد السابع ــ العدد الأول ــ الجزء الرابع ــ يناير ٢٠٢٦

التوثيق المقترح وفقاً لنظام APA:

اللاوندي، فاطمة الزهراء إبراهيم؛ **محمد**، محمد إبراهيم محمد؛ **مبارك**، أمال السيد عبد الغني.(٢٠٢٦). تحسين التنبؤ باستخدام الجمع بين نماذج ARFIMAوGARCH: دراسة تطبيقية، **المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية**، كلية التجارة، جامعة دمياط، ٧(١)٤، ٥٥-٨٢.

رابط المجلة: https://cfdj.journals.ekb.eg/

تحسين التنبؤ باستخدام الجمع بين نماذج ARFIMAوGARCH (دراسة تطبيقية)

أ.فاطمة الزهراء إبراهيم اللاوندي؛ د. محمد إبراهيم محمد محمد؛ د. أمال السيد عبد الغني مبارك

المستخلص:

تهدف هذه الدراسة إلى بناء نموذج هجين يجمع بين نماذج ARFIMA و GARCH لتوقع أسعار الذهب الشهرية خلال الفترة من ٢٠١٠ إلى ٢٠٢٥، نظرًا لما تتسم به هذه السلسلة من تقلبات وتعقيد، أظهرت اختبارات ADF و PP أن السلسلة غير ساكنة، كما أكدت تحليلات الذاكرة الطويلة مثل معامل Hurst وتحليل R/S وجود خصائص الذاكرة الطويلة، مما جعل نموذج ARFIMA مناسبًا، قُدرت قيمة d باستخدام طريقتي GPH و ARFIMA المباشرة، وكانت ضمن النطاق (0.5,0) مشيرة الي استقرار السلسلة بعد الفروق الكسرية تم اختيار نموذج ARFIMA(1,0.49,1) بناءً على معاييرAIC,BIC ,RMSE وأظهرت اختبارات ARCH-LM وجود تقلبات شرطية، مما استدعى دمج نموذج GARCH ، وتم اختيار GARCH(1,1) كأفضل نموذج، أظهرت الاختبارات التشخيصية أن النموذج الهجين ARFIMA-GARCH قدم أداءً جيدًا في إزالة الارتباطات الذاتية والتقلبات وأستخدم النموذج لتوقع أسعار الذهب حتى يونيو ٢٠٢٥، وأظهرت النتائج اتجاهاً تصاعدياً، توصي الدراسة باستخدام النماذج الهجينة لتحسين دقة التنبؤ بالسلاسل الزمنية المعقدة.

الكلمات المفتاحية:

أسعار الذهب، السلاسل الزمنية، نماذج الذاكرة الطويلة، نموذج ARFIMA ، نموذج GARCH، النماذج الهجينة، التنبؤ، التقلبات الشرطية.

١-المقدمة:

تُعد السلاسل الزمنية من أهم الأدوات التي تقوم بتشخيص دقيق لخصائص العملية التي تنشأ عنها الظاهرة محل الدراسة، ومن ثم بناء نموذج قادر علي تحليل سلوك هذه الظاهرة بهدف التنبؤ بالقيم المستقبلية.

ونظراً لأهمية التنبؤ بأسعار الذهب تظهر الحاجة إلي نماذج أكثر تعقيداً تستطيع الجمع بين القدرة على نمذجة الذاكرة الطويلة والتقلبات غير المتجانسة. من هنا، يبرز نموذج ARFIMA-GARCH كإطار تكاملي قادر على تحليل ديناميكية أسعار الذهب بشكل أكثر دقة، حيث يتولى نموذج ARFIMA تمثيل التأثيرات طويلة الأمد، بينما يتكفل نموذج GARCH بتمثيل التذبذبات العنيفة في التباين، مما يتيح التنبؤ بالأسعار المستقبلية بدرجة عالية من الكفاءة.

تتناول دراسة (Iorember, Usar and Ibrahim ,2018) تحليل معدل التضخم في نيجيريا باستخدام نموذج ARFIMA-GARCH، أظهرت النتائج أن التضخم في نيجيريا يتسم بذاكرة طويلة، وأن الصدمات في أسعار الطاقة لا تؤدي إلى تغيير دائم في مستوى الأسعار، بل تعود إلى المتوسط بمرور الوقت.

تقترح دراسة Tan (2021) و Liuتعديلًا على نموذج ARFIMA-GARCH التقليدي بإدخال متوسط أساسي متغير زمنيًا، واستخدام نموذج GARCH بعتبات متماثلة. تم تطبيق النموذج على بيانات التضخم لدول مجموعة السبعG7 ، وأظهرت النتائج أن الصدمات السابقة سواء كانت موجبة أو سالبة تزيد من تقلبات المستقبل، كما أظهر النموذج المعدل أداءً أفضل من النموذج التقليدي في التقاط التغيرات الهيكلية والصدمات الشديدة، مما يعزز دقته في تمثيل السلاسل الزمنية الاقتصادية المعقدة.

الصوص (2014) ركزت الدراسة على تحليل مؤشر أسعار الأغذية الأساسية FPI باستخدام نموذج ARFIMA، حيث تم إثبات وجود ذاكرة طويلة في السلسلة الزمنية للمؤشر أظهرت النتائج أن نموذج ARFIMA(2,0.418,2) كان الأكثر دقة في التنبؤ، مما يعكس قدرة النموذج على تمثيل الخصائص الديناميكية للسلسلة الزمنية.

دراسة (2020, Kent Woh Siow) تستعرض هذه الدراسة استخدام نماذج هجينة تجمع بين ARIMA وGARCH للتنبؤ بعوائد سوق الأسهم في تسع دول آسيوية. أظهرت النتائج أن نموذج ARIMA-EGARCH الهجين تفوق في الأداء على النماذج الأخرى، مما يشير إلى فعاليته في التنبؤ بعوائد الأسهم في الأسواق الآسيوية.

وكذلك تهدف دراسة علي (2015) إلى إبراز أهمية نماذج الانحدار الذاتي المشروطة بعدم تجانس التباين (GARCH) في نمذجة تقلبات الأسواق المالية والتنبؤ بها كآلية لإدارة الأزمات والإنذار المبكر، وقد تم تطبيق هذه النماذج على بيانات يومية لمؤشرات أسهم تسع بورصات عربية، هي: أبو ظبي، البحرين، دبي، مصر، الكويت، المغرب، عمان، قطر، والسعودية، أظهرت النتائج وجود مشكلة عدم تجانس التباين واستمرارية الصدمات خلال الأزمات، مما يبرز فعالية نماذج GARCH في التعامل مع مثل هذه السلاسل المالية.
كما تناولت دراسة عبد القادر ومحمد (2014) التنبؤ بأسعار البترول باستخدام نماذج الذاكرة الطويلة (ARFIMA) وذلك نظراً للدور الحيوي الذي تلعبه أسعار البترول في تحقيق التنمية الاقتصادية، خاصة في الدول التي يعتمد اقتصادها بشكل كبير على هذه السلعة، مثل الجزائر، استخدم الباحثان نماذج ARFIMA لتحليل خصائص أسعار البترول خلال السنوات الأخيرة، مستفيدين من قدرتها على التعامل مع خاصية الذاكرة الطويلة في السلاسل الزمنية، وأكدت النتائج فعالية هذه النماذج في تقديم تنبؤات دقيقة مقارنة بالنماذج التقليدية.

كما هدفت دراسة الرشيد ويوسف (2022) الي صياغة أفضل نموذج لوصف التقلبات في سوق الخرطوم للأوراق المالية ، بمساعدة استخدام نماذج الانحدار المشروط بعدم ثبات التباين GARCHللتنبؤ بتقلبات عوائد الأسهم ، خلال الفترة من ٢٠٠٤-٢٠٢٠ وتوصلت الي ان نموذج GARCH(1.2) هو الأفضل لقياس التقلبات في اسعار الاسهم.

تناولت دراسة عبدالقادر(2017) العلاقة بين تغيرات أسعار الصرف وتقلبات أسواق الأسهم في ثلاث دول متقدمة: المملكة المتحدة، اليابان، وكندا، باستخدام نموذج GARCH المناسب للبيانات المالية التي تعاني من الارتباط التسلسلي، اعتمدت الدراسة على بيانات يومية خلال الفترة من ٢٠٠١ إلى ٢٠١٦، وشملت اختبارات قياسية وإحصائية لتقييم ملاءمة النماذج، أظهرت النتائج أن أسواق الأسهم تتأثر بشكل كبير ومعنوي بتغيرات أسعار الصرف، مما يؤكد الدور المحوري لأسعار الصرف في تحديد ديناميكية عوائد الأسواق المالية.

كما اهتمت دراسة السلماني (2018) بالتنبؤ بمؤشر حجم التداول في سوق العراق للأوراق المالية باستخدام نماذج GARCHبيّنت النتائج أن نموذج EGARCH(1,1,2) كان الأكثر ملاءمة لتمثيل بيانات حجم التداول، مما يعكس فعالية النموذج في التعامل مع تقلبات السوق المالية في العراق.

ودراسة علوان(2022) هدفت إلى تسليط الضوء على نماذج GARCH ودورها في تحليل تقلبات أسعار صرف الدينار العراقي مقابل الدولار الأمريكي، تم توظيف نماذج السلاسل الزمنية المالية لتقديم نماذج دقيقة للتنبؤ بتقلبات أسعار الصرف، وأظهرت النتائج أن النماذج المقدرة كانت فعالة في تمثيل خصائص السلاسل الزمنية ودعم صناع القرار في البنك المركزي العراقي.

كما تناولت دراسة منال (2022) مقارنة بين المؤشر المالي العام والمؤشر الإسلامي في ماليزيا، مع التركيز على تقلباتهما خلال الفترة من ٢٠١٥ إلى ٢٠٢١ باستخدام نماذج GARCH،أظهرت النتائج أن المؤشر الإسلامي كان أكثر تقلبًا، لكنه أثبت متانة أكبر في مواجهة الأزمات الاقتصادية، خاصة أثناء جائحة كورونا، مما يدعم فرضية أن الأصول الإسلامية أكثر أمانًا خلال الأزمات.

تسعى الدراسة الحالية إلى تقديم نموذج متكامل يجمع بين نموذج ARFIMA الذي يتميز بقدرته على تمثيل الذاكرة الطويلة للسلسلة الزمنية، ونموذج GARCH الذي يُعنى بنمذجة التقلبات غير المتجانسة.

كما تهدف إلى تحقيق دقة أعلى في التنبؤات مقارنة بالنماذج التقليدية، مما يسهم في تحسين إدارة المخاطر المالية ورفع كفاءة التحليل المالي في أسواق الذهب.

تُعد هذه الدراسة إضافة علمية للأبحاث الاقتصادية، حيث توفر نموذجًا محسنًا يمكن تطبيقه على سلاسل زمنية مالية أخرى تتميز بخصائص مشابهة، مما يفتح المجال أمام تحسين أدوات التحليل المالي والتنبؤ في الأسواق العالمية.

تم تنظيم الفصول التالية من هذا البحث على النحو التالي، الفصل الثاني يتناول أهم المفاهيم المتعلقة بالسلاسل الزمنية، بدءًا من تعريفها وأهداف دراستها، مرورًا بمكوناتها الأساسية، وصولًا إلى النماذج الإحصائية المستخدمة في تحليلها، مثل نماذج الانحدار الذاتي(AR)، ونماذج المتوسطات المتحركة(MA)، والنماذج التكاملية المختلطة (ARIMA)بالإضافة إلى ذلك، تم تسليط الضوء على السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة، مع توضيح مفهوم الذاكرة الطويلة وأهميتها في التنبؤ وتحليل السلاسل الزمنية.

كما تضمن الفصل استعراضًا لطرق الكشف عن الذاكرة الطويلة وعرض لاختبارات السكون ، وأُفرد جزء مهم من الفصل لتعريف نموذج ARFIMA الذي يُعد امتدادًا لنموذج ARIMA .

ويتناول الفصل الثالث شرح مفصل لنماذج ARCH وGARCH، . تم التطرق إلى مراحل هيكلة تلك النماذج، وأهم الاختبارات الإحصائية المستخدمة للتحقق من ملاءمة النماذج مثل اختبار -Ljung Box واختبار مضاعف لاجرانج، ومعايير اختيار رتبة النموذج، والمقاييس المستخدمة لقياس الدقة التنبؤية للنماذج في العينة. كما يتضمن الفصل الرابع الجمع بين نماذج ARFIMA GARCH , بهدف تحسين دقة التنبؤات في السلاسل الزمنية، تم استعراض الخطوات الأساسية لبناء هذا النموذج الهجين، كما تم شرح الأساس النظري لكل من نموذج ARFIMA ونموذج GARCH وأخيرًا، تم تقديم الصيغة العامة للنموذج الهجين ARFIMA-GARCH مع توضيح كيفية دمج نتائج النماذج الفرعية للوصول إلى القيم المتنبأ بها بدقة أعلى. وأخيراً تم عرض نتائج الدراسة في الفصل الخامس الذي يتضمن كذلك بعض التوصيات التي يمكن ان تفيد في مجال البحث.

٢-منهجية (Box-Jenkins) في تحليل السلاسل الزمنية:

تُعتبر منهجية Box-Jenkins واحدة من أهم الأساليب الإحصائية في تحليل وتنبؤ السلاسل الزمنية، وقد طُورت هذه المنهجية على يد العالِمَين George Box , Gwilliam Jenkins في عام ١٩٧٠،أثبتت هذه الطريقة كفاءة عالية في نمذجة السلاسل الزمنية والتنبؤ بها في مجالات متعددة مثل الاقتصاد، وإدارة الأعمال، والبيئة، وغيرها من المجالات العلمية.

تعتمد هذه المنهجية على مقارنة توزيعات معاملات الارتباط الذاتي (Autocorrelation) للسلسلة الزمنية مع التوزيعات النظرية للنماذج المختلفة، بهدف تحديد النموذج الأكثر ملاءمة، يُعتبر النموذج المختار مناسبًا إذا كانت بواقي النموذج (Residuals) بين القيم المقدَّرة والقيم الأصلية للسلسلة الزمنية قليلة جدًا، وتخضع للتوزيع الطبيعي، وتكون مستقلة عن بعضها البعض، وتمر منهجية بوكس وجينكينز بأربع مراحل أساسية التعرف علي النموذج وتقدير معالم النموذج وتشخيص واختيار النموذج والتنبؤ.

(٢-١) نماذج بوكس وجينكنز:

أولاً: نماذج الانحدار الذاتي (AR(p:

نموذج الانحدار الذاتي AR(p) هو أحد النماذج الأساسية في تحليل السلاسل الزمنية، حيث تعتمد قيمة المتغير عند الزمن t على قيمه في الفترات الزمنية السابقة مع فترة تأخير من الرتبة p ، بالإضافة إلى حد الخطأ العشوائي في الفترة الحالية.

ويكون شكل النموذج كالتالي:

$$Y_t = \phi_0 + \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$$

بمعني:

$$Y_t = \phi_0 + \sum_{i=1}^{p} \phi_i \, Y_{t-i} + \varepsilon_t$$

حيث:

Y_t: قيمة المتغير في الفترة الحالية t ، ϕ_0: ثابت ، ϕ_i: كثيرة حدود وهي معلمة الانحدار الذاتي ، ε_t: حد الخطأ العشوائي في الفترة الحالية t ويفترض ان $\varepsilon_t \sim iid\ N(0.\sigma^2)$.

ثانياً: نماذج المتوسطات المتحركة MA(q):

تكون كل ملاحظة في السلسلة الزمنية Y_t في المتوسط المتحرك من الرتبة q مفسرة بواسطة مرجح للأخطاء العشوائية والتي نرمز لها بالرمز MA(q) وتكتب المعادلة بالشكل التالي:

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

بمعني:

$$Y_t = \mu + \varepsilon_t + \sum_{i=1}^{q} \theta_i \, \varepsilon_{t-i}$$

حيث:

μ: القيمة المتوقعة للمتغير X_t والتي غالباً ماتكون منعدمة ،θ_q: معلمة المتوسطات المتحركة، $\varepsilon_t . \varepsilon_{t-1} . \dots . \varepsilon_{t-q}$:متوسطات متحركة لقيم الخطأ العشوائي في الفترة t والفترات السابقة ويفترض أن هذه الأخطاء لها توزيع طبيعي متماثل $\varepsilon_t \sim iid\ N(0.\sigma^2)$.

ثالثاً: نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة ARMA(p,q):

أغلب السلاسل الزمنية المستقرة لا يمكن تمثيلها كنماذج الانحدار الذاتي فقط أو نماذج المتوسطات المتحركة فقط، لأن هذا النوع من السلاسل يحتوي علي خواص كلا النموذجين لذلك يمكن تمثيلها بدمج خواص هذين النموذجين ويسمي بنموذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة ويرمز له بالرمز ARMA(p,q) ، p تمثل رتبة الانحدار الذاتي ، q تمثل رتبة المتوسطات المتحركة.

تكتب الصيغة الرياضية لهذا النموذج بالشكل التالي:

$$Y_t = \delta + \phi_1 Y_{t-1} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

رابعاً: نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية ARIMA(p,d,q):

إن أغلب السلاسل الزمنية التي يتم التعامل معها في الواقع العملي تكون غير ساكنة، ولذلك يجب تحويلها إلى سلاسل زمنية ساكنة حتى يتم التعامل معها، ويتم ذلك عن طريق أخذ فروق السلسلة بشكل متتالي لتسكين السلسلة.

ويطلق على هذه النماذج التي تصف مثل هذه العمليات بنماذج ARIMA(p,d,q) تمييزاً لها عن نماذج ARMA(p,q) الساكنة، حيث أن d تعبر عن الحد الأدنى للفروق التي يتم أخذها لتسكين السلسلة.

لذلك يمكننا القول بأن Y_t عملية انحدار ذاتي ومتوسطات متحركة تكاملية إذا أمكن التعبير عنها علي الصورة:

$$\phi(B)\Delta^d \mathrm{Y}_t = \theta(\mathrm{B})\varepsilon_t$$

حيث:

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 \mathrm{B} - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_\mathrm{p} \mathrm{B}^\mathrm{p}$$

$$\theta(\mathrm{B}) = 1 - \theta_1 \mathrm{B} - \theta_2 \mathrm{B}^2 - \cdots - \theta_q \mathrm{B}^\mathrm{q}$$

$$\Delta^d = (1 - \mathrm{B})^\mathrm{d}$$

وعادة يرمز للسلسلة المحولة $\Delta^d Y_t$ بالرمز Z_t أي تكتب المعادلة بالشكل التالي:

$$\phi(B)\mathrm{Z}_t = \theta(B)\varepsilon_\mathrm{t}$$

حيث $\mathrm{Z_t} \sim \mathrm{ARMA(p.q)}$ وهي عملية ARMA ساكنة.

من الممكن أن تكون العملية الساكنة Z_t غير مختلطة أي تكون عملية انحدار ذاتي تكاملية والنموذج يرمز له بالرمز ARIMA(p,d,0) أو متوسطات متحركة تكاملية ويرمز له بالرمز ARIMA(0,d,q).

(٢-٢) نموذج ARFIMA

(Autoregressive Fractionally Integrated Moving Average)

تُعد النماذج التي تعتمد على السلاسل الزمنية ذات الذاكرة الطويلة من النماذج التي يتميز فيها تأثير الصدمات أو التغيرات على المتغير الاقتصادي بالاستمرار لفترات طويلة، حيث يظهر هذا الأثر في المستقبل عند إجراء التنبؤ لذلك، عند بناء نموذج للتنبؤ بهذه الظواهر الاقتصادية، ينبغي أخذ الذاكرة الطويلة في الاعتبار.

حيث لاحظ هؤلاء الباحثون أن درجة التكامل في هذه السلاسل الزمنية ليست عددًا صحيحًا بالضرورة، بل قد تنتمي إلى الأعداد الحقيقية، مما يشير إلى سلوك ذاكرة طويلة، تُسمى النماذج التي تسمح بتحديد الذاكرة الطويلة في السلاسل الزمنية بنماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الكسرية (ARFIMA)، وقد اقترحها كل من(1980) Granger and Joyeux , (1981) Hosking.

(٢-٢-١) التحقق من خاصية الذاكرة الطويلة (Long Memory)

يعتبر معامل هورست (Hurst Exponent) الذي يرمز له بالرمز (H) مقياساً لوجود ذاكرة طويلة الأمد في السلاسل الزمنية لذلك تم اقتراح العديد من المقدرات لمعامل هورست لتحليل الذاكرة الطويلة في السلاسل الزمنية مثل: تحليل R/S. ويوجد كذلك العديد من الطرق الأخرى للتحقق من خاصية الذاكرة الطويلة مثل طريقة التباين المجمعة (Aggregated Variance Method) ، طريقة القيمة المطلقة (Absolute Moments Method) ، طريقة هيجوتشي (Higuchi or Fractal Dimension Method)، طريقة الباريودجرام (Periodogram Method)، رسم دالة الارتباط الذاتي (ACF Plot)، رسم دالة الكثافة الطيفية (Spectral Density Function Plot).

(٢-٢-٢) اختبارات السكون:

إن سكون السلاسل الزمنية من الأمور الهامة للقيام بأي دراسة، وتكون السلسلة الزمنية ساكنة إذا كان متوسطها الحسابي وتباينها المشترك ثابتان عبر الزمن، وقبل دراسة تقلبات أي ظاهرة لابد من التأكد أولاً من استقرار السلسلة الزمنية،هناك العديد من الاختبارات الإحصائية المستخدمة لاختبار الاستقرارية أو السكون في السلسلة الزمنية مثل اختبار ديكي فولار (Dickey – Fuller Test (1979، اختبار ديكي- فولار الموسع Augmented Dickey-Fuller (ADF) ، اختبار فيليبس وبيرون Phillips – Perron Test 1988 (PP).

(٢-٢-٣) مراحل بناء نماذج ARFIMA

١-تعريف النموذج : النماذج الأساسية التي تسمح بتحديد الذاكرة الطويلة هي نماذج الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة التكاملية الكسرية ARFIMA التي اقترحها كل من Granger and (Joyeux , 1980) و (Hosking ,1981) وهي امتداد لنماذج ARIMA ل Box and Jenkins وهذا في حالة أن يأخذ معامل التكامل d قيماً حقيقية تنحصر بين -0.5 و 0.5 وتتمثل أهمية تلك النماذج في أنها تسمح بنمذجة التصرفات قصيرة الأجل للسلسلة الزمنية من خلال معلمة الانحدار الذاتي والمتوسطات المتحركة والتصرفات طويلة الأجل من خلال معلمة التكامل الكسري. يمكن تعريف أي سلسلة رياضياً Y_t حقيقية باستخدام علاقة Wold كما يلي :

$$Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \, \varepsilon_{t-j}$$

حيث: $\psi_0 = 1$ و $\psi_j \epsilon \mathbb{R}$

ε_t: عملية الضوضاء البيضاء (White Noise) ، $\varepsilon_t \sim i \cdot i \cdot d \cdot (0.\sigma^2)$

$\sigma^2 = V(\varepsilon_t)$، $0 = E(\varepsilon_t)$

وتكون السلسلة ε_t مستقرة وذات ذاكرة طويلة إذا كان $\sum_{j=0}^{\infty} |\psi_j|^2 = \infty$

وبناءً علي ذلك يمكن تعريف أي سلسلة مستقرة و متكاملة Y_t بأنها سلسلة ARFIMA(p,d,q) علي النحو التالي $\phi_p(L)(1-L)^d Y_t = \theta_q(L)\varepsilon_t$، و تكون دالة الارتباط الذاتي لهذا النموذج كالتالي $\rho_k = \frac{\Gamma(k+d)\Gamma(1-d)}{\Gamma(k-d+1)\Gamma(d)}$.

٢- تقدير النموذج:

يمكن التمييز بين نوعين من الطرق المستخدمة في تقدير نماذج ARFIMA: طرق التقدير بمرحلة واحدة، وطرق التقدير بمرحلتين في النوع الأول، يتم تقدير معلمة التكامل الكسري d بالاشتراك مع معلمات ARMA القياسية، ويُعتبر من أكثر الأساليب فعالية في تقدير نموذجARFIMA ، خاصة عند استخدام طريقة الإمكان الأكبر (Maximum Likelihood) التي تستفيد من المعلومات طويلة وقصيرة المدى في السلسلة. من بين طرق التقدير بمرحلة واحدة أيضًا، نجد طريقة الاحتمالية المعدلة (Modified Profile Likelihood, MPL) وطريقة المربعات الصغرى الشرطية (Conditional Sum of Squares, CSS)في المقابل، يعتمد النوع الثاني (التقدير بمرحلتين) على تقدير معلمة التكامل الكسري d أولًا، ثم تقدير معلمات ARMA في مرحلة ثانية، في هذه الدراسة تم استخدام طريقة GPH (Geweke and Porter – Hudak , 1983)، طريقة المخطط الدوري الممهد (Smoothed Periodogram)، مقدر Robinson.

٣-مرحلة التشخيص:

يعتمد اختيار نموذج السلاسل الزمنية للتنبؤ بالمشاهدات المستقبلية على مجموعة من الفروض النظرية المتعلقة بالعملية العشوائية، والشكل العام للنموذج، وكذلك التغيرات العشوائيةε_t، إن اجتياز النموذج لهذه الفروض أو عدم رفض ملاءمته للبيانات محل الدراسة يعطي دلالة حقيقية على صحة تقديرات المعالم وخصائصها الإحصائية، مما يعزز موثوقية الاستدلالات الإحصائية المختلفة، تُعدّ هذه المرحلة من أهم مراحل بناء النموذج، لأنها تمنحنا ثقة ملموسة في ملاءمة معالم النموذج للفروض الإحصائية، مما يضمن إمكانية استخدامه للتنبؤ بدقة (شعراوي، ٢٠٠٥). ومن أهم الاختبارات التي تستخدم في مرحلة التشخيص :

- تحليل السكون: فمن المعروف في أدبيات التحليل الحديث للسلاسل الزمنية أهمية السكون بالنسبة للسلسلة الزمنية، وبالتالي لابد من فحص تقديرات معالم الانحدار الذاتي التي تم الحصول عليها في المرحلة السابقة للتأكد من تحقيقها لشروط السكون، يتحقق السكون عندما تقع جذور المعادلة المميزة $\phi(B) = 0$ خارج دائرة الوحدة.
- اختبار الانعكاس: الانعكاس لا يقل أهمية عن السكون بالنسبة لنماذج السلاسل الزمنية موضع الدراسة، لذلك يجب فحص التقديرات الخاصة بمعالم المتوسطات المتحركة للتأكد من أنها تحقق شروط الانعكاس وهي أن جذور المعادلة $\theta(B) = 0$ يجب أن تقع خارج دائرة الوحدة.

- تحليل البواقي: كما نعلم فإن الأخطاء المقدرة أو البواقي $\hat{\varepsilon}_t$ هي الفرق بين القيم المشاهدة للسلسلة التي يتم تحليلها X_t والقيم المقدرة لهذه المشاهدات $\hat{X}_t$، فبعد التعرف علي النموذج المبدئي وتقدير المعالم الخاصة به يتم تطبيق بعض اختبارات الفحص علي البواقي لمعرفة مدي ملائمة النموذج لبيانات السلسلة المشاهدة، ونفترض أن هذه الأخطاء مستقلة وتتبع التوزيع الطبيعي بمتوسط صفر وتباين σ^2 $(0.\sigma^2)$ $d \cdot i \cdot i \sim \varepsilon_t$ وعدم وجود ارتباط ذاتي بين الأخطاء الحقيقية ε_t.
وللتأكد من عدم الإخلال بهذه الخصائص يتم إجراء بعض الاختبارات وهي رسم البواقي واختبار دالة الارتباط الذاتي للبواقي و إحصاء بوكس – بيرس المعدل Modified Box – Pierce(Ljung-Box).

٤-التنبؤ:

تعد مرحلة التنبؤ المرحلة الأخيرة في بناء النموذج، وهي الأساس في تحليل السلاسل الزمنية، لا يمكن الوصول إلى هذه المرحلة إلا بعد إجراء الفحوص والاختبارات اللازمة لتشخيص النموذج. في هذه المرحلة، يتم الحصول على القيم المتوقعة للسلسلة محل الدراسة، مع استخدام معايير تقييم لقياس دقة النموذج وقدرته على توليد بيانات دقيقة وفعّالة.ونذكر بعض هذه المعايير المستخدمة في ذلك:

- معيار معلومات أكايكي Akaike Information Criterion (AIC) قام الباحث Akaike عام ١٩٧٣ بإيجاد معيار AIC ويعرف كالتالي:

$$\mathrm{AIC(M)} = -2(\text{Conditional Maximum Likelihood}) + 2\mathrm{M}$$

فإذا كان النموذج بمعلمات M وفق البيانات، تكون صيغة المعيار AIC بدلالة مقدار تباين الخطأ كما يلي: $AIC(M) = n\,ln(\hat{\sigma}_a^2) + 2M$ حيث أن: M: العدد الكلي لمعلمات النموذج، n: عدد المشاهدات، $\hat{\sigma}_a^2$: مقدار تباين الخطأ. ويكون النموذج الملائم هو النموذج الذي يكون له أقل قيمة محسوبة لAIC .

- جذر متوسط مربعات الأخطاء The Root of Mean Squared Error (RMSE*)*

يعتبر هذا المعيار من أهم المعايير التي تقيس دقة التنبؤ للنماذج ، حيث يمتاز هذا المقياس عن غيره بسهولة خصائصه الإحصائية، ويتم حسابه بالشكل التالي :

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_t - \hat{y}_t)^2}$$

٣-نموذج GARCH

(Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity)

تتمتع العديد من المتغيرات المالية بخصائص ديناميكية مميزة، أبرزها عدم ثبات التباين عبر الزمن، يشير عدم ثبات التباين إلى التغيرات المستمرة في تباين السلسلة الزمنية عبر فترات مختلفة، ويطلق على هذا السلوك مصطلح Heteroscedasticity. غالبًا ما يُلاحظ هذا التغير في التباين في السلاسل الزمنية التي تتضمن مشاهدات كبيرة، مثل العوائد المالية اليومية أو الشهرية، لتفسير هذا التغير في

التباين، ظهرت نماذج ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) التي قدمها الباحث Robert Engle في عام ١٩٨٢، حيث كان هدفه الأساسي تقدير تباين التضخم في بريطانيا. النماذج التي تعتمد على ARCH تقوم بتوصيف العلاقة بين القيم الحالية للتباين والقيم السابقة لها، أي أن التباين في أي فترة زمنية يتأثر بالخطأ أو التباين من الفترات السابقة.

وفي وقت لاحق، تم تطوير نموذج ARCH العام (GARCH) من قبل Tim Bollerslev في عام ١٩٨٦، يقدم هذا النموذج تعميمًا لنموذج ARCH، حيث يقوم بتوسيع الفكرة لتشمل تأثيرات إضافية للتباين في الفترات السابقة GARCH.

(٣-١) نموذج الانحدار الذاتي المشروط بعدم تجانس التباين ARCH (P): نموذج ARCH (Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) هو نموذج يستخدم لتحليل السلاسل الزمنية التي تتميز بتباين غير ثابت (غير متجانس) على مر الزمن، يقدم هذا النموذج فهماً للمتغيرات التي تتغير فيها التقلبات بمرور الوقت، حيث يعتمد التباين الحالي على التباين في الفترات الزمنية السابقة، قام Engle في عام ١٩٨٢ بتقديم هذا النموذج كحل لسد الفجوة التي كانت تعاني منها نماذج ARMA، خاصة في تحليل السلاسل الزمنية التي تشهد تقلبات سريعة.

معادلة النموذج: فعلي فرض أن السلسلة الزمنية Y_t تخضع لنموذج ARCH(p) فالصيغة الرياضية تكون علي النحو التالي:

أولاً: معادلة المتوسط (Mean Equation):

$$Y_t = \mu + r_t$$

$$r_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad ; \varepsilon_t \sim iid\ N(0.1)$$

ثانياً: معادلة التباين (Volatility Equation):

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \alpha_2 r_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p r_{t-p}^2$$

حيث أن: ($\alpha_0 > 0$). ($\alpha_i > 0 \ for \ i > 0$) تمثل معلمات النموذج، Y_t: تمثل سلسلة العودة (Return Series) وهي سلسلة غير مرتبطة، μ: تمثل متوسط سلسلة العودة (Mean Return)، ε_t: تمثل سلسلة مستقلة ومتماثلة التوزيع (Identically Independent Distribution) وتتبع التوزيع الطبيعي القياسي بمتوسط صفر وتباين 1.

ومما يؤخذ علي هذا النموذج في الأعمال التطبيقية أن التوسع في قيم (p) قد ينتج عنه قيماً سالبة لمعامل α (Edward , 2011) وهذا يناقض إحدي فرضيات النموذج، ومواجهة لهذه المشكلة اقترح (Bollerslev , 1986) ما يُعرف بنموذج الانحدار الذاتي المعمم المشروط بعدم ثبات التباين (GARCH).

(٣-٢) نموذج الانحدار الذاتي المعمم المشروط بعدم تجانس التباين GARCH ($p_1 . p_2$)

قام الباحث (Bollerslev,1986) بتعميم نموذج (Engle,1982) نموذج ARCH والحصول علي نموذج (Generalized ARCH) واختصاراً GARCH ويعتبر هذا النموذج وتطويراته المختلفة أحد الوسائل الهامة لوصف التقلبات (Volatility) التي تحدث في الأسواق المالية عبر الزمن. وتكون الصيغة الرياضية للنموذج علي الشكل التالي:

$$Y_t = \mu + r_t$$

$$r_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad ; \varepsilon_t \sim iid\ N(0.1)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p} \alpha_i\, r_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_j\, \sigma_{t-j}^2$$

حيث أن:($\alpha_0 > 0$) . ($\alpha_i > 0 \,.\, \beta_j > 0\ for\ i > 0 \,.\, j > 0$) :تمثل معلمات النموذج.

r_{t-i}^2: مربعات بواقي العوائد المتأخرة لمعادلة المتوسط وهو الجزء المتعلق بمكون ARCH، حيث يعكس تأثير تقلبات الفترات السابقة.

σ_{t-j}^2: تنبؤ التباين للفترات السابقة ويُعرف (GARCH).

(٣-٣) مراحل هيكلة نماذج ARCH,GARCH:

تعتبر عملية هيكلة نماذج ARCH و GARCH خطوة منهجية مهمة في تحليل السلاسل الزمنية ذات التباين غير الثابت، وتتضمن هذه العملية أربع مراحل أساسية تبدأ من التشخيص، مرورًا بـ التقدير، ثم اختبار ملاءمة النموذج، وأخيرًا التنبؤ بالقيم المستقبلية.

١-مرحلة التشخيص:

تُعد هذه المرحلة من أهم المراحل في بناء نماذج GARCH ,ARCH، حيث تهدف إلى فحص خصائص السلسلة الزمنية قيد الدراسة للتأكد من وجود التقلبات الزمنية (Volatility Clustering)، وهي الحالة التي تكون فيها فترات التذبذب الكبير متبوعة بفترات تذبذب كبير أيضًا، وفترات الهدوء متبوعة بهدوء. وتتميز السلاسل الزمنية المالية بتقلبات متذبذبة عنقودية الشكل، وهذه التغيرات تتمثل بالارتفاع في الأسعار تتبعها تغيرات بالارتفاع وتغيرات بالانخفاض تتبعها تغيرات بالانخفاض، كما أن نماذج ARCH تسمح بإظهار هذه الظاهرة إلي جانب هذا نجد أن هناك اتفاق علي أن التوزيع غير المشروط للأسعار أو للعائد يتميز بأطراف سميكة مقارنة بالتوزيع الطبيعي وللتأكد من هذا نلجأ إلي حساب معامل التفلطح (Kurtosis) حيث أن هذا المعامل في حالة التوزيع الطبيعي يكون مساوياً ل 3، وعندما تكون قيمة هذا المعامل أكبر من هذا القيمة كما هو الحال في العوائد المالية فهذا يعني أن هذا التوزيع يتميز بقمة أعلي من قمة التوزيع الطبيعي (Leptokurtic)، كذلك من الدلائل علي أن السعر أو العائد لا يتبع التوزيع الطبيعي نجد أن معامل الالتواء (Skewness) يختلف عن الصفر كما هو الحال في قانون التوزيع الطبيعي.

ويمكن استخدام هذين الاختبارين في نفس الوقت لاختبار خضوع المشاهدات للتوزيع الطبيعي من خلال تطبيق اختبار (Jarqur-Bera test) حيث أن هذا الاختبار يعتمد علي إيجاد الفرق بين معاملي الالتواء والتفلطح للسلسلة محل الدراسة مع معاملي الالتواء والتفلطح للتوزيع الطبيعي، ويساعد في تشخيص النموذج المناسب أن نقوم بإجراء بعض الاختبارات المستخدمة في هذا الشأن ومنها:

اختبار Ljung - Box Test:

في عام ١٩٧٨ قام كلاً من Ljung & Box بوضع إحصاءة للكشف عن عشوائية الأخطاء للسلسلة الزمنية، ويتم ذلك عن طريق إيجاد معاملات الارتباط الذاتي للبواقي لمجموعة من الإزاحات طبقاً للفرضيتين الآتيتين:

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \cdots = \rho_k = \cdots = \rho_m = 0 \qquad k = 1.2. \ldots . m$$
$$H_1: \rho_k \neq 0 \qquad for\ some\ values\ of\ k$$

أما احصاءة الاختبار فيتم كتابتها بالشكل التالي:

$$Q_{(m)} = n(n+2)\sum_{k=1}^{m}\frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \sim \chi^2_{m-p}$$

حيث أن n : تمثل حجم العينة (عدد مشاهدات السلاسل الزمنية)،m : تمثل عدد إزاحات دالة الارتباط الذاتي،p : عدد المعلمات المقدرة في النموذج، $\hat{\rho}_k^2$: تمثل مقدرات مربعات معاملات الارتباط الذاتي لسلسلة بواقي النموذج $r_t = Y_t - \mu$ ،وتقارن قيمة احصاءة الاختبار $Q_{(m)}$ مع القيمة الجدولية لاختبار مربع كاي بدرجة حرية $(m-p)$ أي χ^2_{m-p} وعند مستوي معنوية α، فإذا كان $Q_{(m)} < \chi^2_{m-p}$ هذا يعني قبول الفرض العدمي H_0 ، أي أن البواقي r_t عشوائية ولا يوجد تأثير لـARCH ، أما إذا كان $Q_{(m)} > \chi^2_{m-p}$ فهذا يعني رفض الفرض العدمي H_0، وقبول الفرض البديل H_1، أي أن البواقي غير عشوائية ويوجد تأثير ل ARCH .

اختبار مضاعف لاجرانج (Lagrange Multiplier):

يتم استخدام اختبار مضاعف لاجرانج لمعرفة مما إذا كانت الأخطاء تتبع عملية ARCH بمعني أن الأخطاء تتبع توزيع طبيعي متماثل ومستقل، فقبل تقدير النموذج علي أساس أنه ARCH يتم أولاً القيام بهذا الاختبار البسيط الذي يعتمد علي تقدير المعادلة محل الدراسة بطريقة المربعات الصغري، ثم الاحتفاظ بالأخطاء الناتجة عن هذا التقدير للقيام بانحدار مربعاتها علي ثابت وعلي مربعاتها للفترات السابقة أي تقوم بتقدير المعادلة التالية:

$$r_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 r_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_p r_{t-p}^2$$

ويتم كتابة إحصاءة الاختبار بالشكل التالي:

$$arch\ test = T \cdot \hat{R}^2 \ \sim \chi_p^2$$

حيث أن T تمثل عدد المشاهدات محل الدراسة ضمن الإزاحة.

$$\hat{R}^2 = \frac{SSR}{SST}$$

SSR: يمثل مجموع مربعات الانحدار،SST : يمثل مجموع المربعات الكلي، وتكون فرضية الاختبار علي الصيغة التالية:

H_0 :لا يوجد تأثير لـARCH ، أي أن معاملات الانحدار للمربعات تساوي صفرًا.

$$H_0: \alpha_i = 0 \qquad for\ i = 1.2. \ldots . p$$

H_1: يوجد تأثير لـARCH ، أي أن على الأقل واحدة من معاملات الانحدار لا تساوي صفرًا

$$H_1: \alpha_i \neq 0$$

ويتم مقارنة إحصاءة الاختبار مع القيم الجدولية لاختبار مربع كاي بدرجة حرية p أي χ_p^2 وعند مستوي معنوية α.

١- فإذا كانت $T \cdot \hat{R}^2 > \chi_p^2$ فهذا يعني قبول الفرض البديل H_1 أي يوجد تأثير لـARCH.

٢-إذا كانت $T \cdot \hat{R}^2 < \chi_p^2$ يتم قبول الفرض العدمي H_0 أي لا يوجد تأثير لـARCH.

معايير اختيار رتبة النموذج Model Order Selection Criteria:

يُعد اختيار الرتبة المناسبة للنموذج أحد الأهداف الأساسية في تحليل السلاسل الزمنية، وهو خطوة حاسمة في ضمان دقة التقديرات والتنبؤات ومع ذلك، فإن هذه المهمة ليست بسيطة؛ حيث إن اختيار رتبة أقل من الرتبة الفعلية للنموذج يؤدي إلى فقدان خاصية الاتساق (Consistency) في تقدير معلمات النموذج، مما يؤدي إلى تمثيل غير دقيق للسلسلة الزمنية. في المقابل، اختيار رتبة أعلى من الرتبة الفعلية يؤدي إلى زيادة التباين (Variance) في تقدير المعلمات، مما يجعل النموذج معقدًا أكثر من اللازم ويؤدي إلى نتائج مضللة بسبب عدد المعلمات الزائد (Overfitting). لذا، من الضروري استخدام معايير إحصائية لاختيار الرتبة المناسبة للنموذج في هذه الدراسة تم استخدام معيار معلومات أكيكي (AIC) Akaike's Information Criterion ، معيار بييز للمعلومات (Bayesian Information Criterion-BIC)، معيار معلومات حنان-كوين (HQ) Hannan-Quinn Criterion.

٢- **التقدير Estimation**:

بعد تشخيص النموذج الملائم لبيانات السلسلة الزمنية ، تأتي مرحلة التقدير التي يتم فيها تقدير معلمات النموذج وذاك عن طريق العديد من طرق التقدير مثل طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Estimation – MLE)، طريقة العزوم المعممة (Generalized Method of Moments – GMM)، والتقديرات شبه القصوى (Quasi-Maximum Likelihood Estimation - QMLE) ، الأساليب بايزية (Bayesian Estimation) وسيتم تقدير المعلمات عن طريق استخدام طريقة الإمكان الأعظم (Maximum Likelihood Method) التي يتم كتابتها بالشكل التالي:

$$L(Y_t/\theta) = -\frac{N}{2}\log(2\pi) - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{N}\log\sigma_t^2 - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{N} r_t^2/\sigma_t^2$$

٣-اختبار ملائمة النموذج: عند الانتهاء من تقدير معلمات النموذج ARCH أو GARCH، وقبل استخدام النموذج للتنبؤ بالقيم المستقبلية، يتم اختبار مدى ملاءمته وكفاءته في تمثيل بيانات السلسلة الزمنية قيد الدراسة. ويتم ذلك عن طريق فحص النموذج باستخدام عدة اختبارات، من أهمها اختبار معنوية معلمات معادلة التباين، بالإضافة إلى اختبار الارتباط الذاتي للبواقي القياسية، والتي تُكتب على النحو التالي: $\tilde{r}_t = \frac{\hat{r}_t}{\hat{\sigma}_t}$ حيث أن: $\tilde{r}_t$: تمثل سلسلة البواقي القياسية، $\hat{r}_t$: تمثل سلسلة البواقي، $\hat{\sigma}_t$: تمثل الانحراف المعياري المشروط ، ويتم إيجاد سلسلة البواقي من خلال الصيغة التالية $\hat{r}_t = Y_t - \hat{\mu}$، أما سلسلة الانحراف المعياري المشروط فيتم إيجادها من الجذر التربيعي لمعادلة التباين للنماذج محل الدراسة بعد تقدير معلمات معادلة التباين.

وهناك أسلوبان لفحص مدي الملائمة ، الأول من خلال رسم المخطط البياني لمعاملات دالة الارتباط الذاتي لسلسلة البواقي القياسية $\tilde{r}_t$، ورسم المخطط البياني لمعاملات دالة الارتباط الذاتي لسلسلة البواقي القياسية المربعة ${\tilde{r}_t}^2$، الهدف من هذا الفحص هو التحقق من عدم وجود ارتباطات ARCH متبقية، إذا كانت القيم تتأرجح عشوائيًا حول الصفر وضمن حدود الثقة، فهذا يعني أن النموذج قد استوعب كل التقلبات بشكل جيد، أما الأسلوب الثاني فهو استخدام إحصاءة (Box-Pierce,1970) وإحصاءة (Box-Ljung,1978)، حيث أن إحصاءة (Box-Ljung) تم استخدامها سابقاً في مرحلة التشخيص ولكن في هذه المرحلة يتم التعامل مع سلسلة البواقي القياسية $\tilde{r}_t$ وذلك لبيان الملائمة بالنسبة لمعادلة المتوسط (Mean Equation)، وكذلك مع سلسلة البواقي القياسية المربعة ${\tilde{r}_t}^2$ لبيان مدي الملائمة بالنسبة لمعادلة التقلب (Volatility Equation).

٤- التنبؤ Forecasting: يُعد التنبؤ الهدف الأساسي من دراسة السلاسل الزمنية وآخر مرحلة من مراحل تحليلها، تتم عملية التنبؤ لنماذج التقلبات ARCH,GARCH باستخدام طريقة التنبؤ في العينة (In sample forecasting)، ففي هذه الطريقة يتم استخدام مجموعة البيانات الكاملة لسلسلة العودة لتقدير معلمات النماذج والمفاضلة بين نماذج التنبؤ المختلفة، فبعد اختيار عدد من المشاهدات لنماذج التقلبات والتي تتألف من (n*0.25) مشاهدة أي ربع العينة، يتم استخدامه لاختبار القدرة التنبؤية لنماذج التقلبات، هناك عدة مقاييس لقياس الدقة التنبؤية لنماذج الانحدار الذاتي المشروط بعدم تجانس التباين ARCH في العينة، ومن بين هذه المقاييس الجذر التربيعي لمتوسط مربع الخطأ (RMSE)، ومتوسط الخطأ المطلق (MAE) ، ومقياس متوسط الخطأ المطلق المئوي(MAPE).

٤- الجمع بين نماذج ARFIMA , GARCH: تُعد النماذج الهجينة من أكثر الأدوات فاعلية في تحليل السلاسل الزمنية المعقدة، حيث يجمع النموذج الهجين بين مزايا أكثر من نموذج إحصائي بهدف تحسين دقة التقدير وفعالية التنبؤ. وفي هذا الإطار، يعتبر الدمج بين نماذج ARFIMA ونماذج GARCH أحد الأساليب الشائعة في تحليل السلاسل الزمنية، خاصة في التطبيقات المالية التي تتميز بالتقلبات الكبيرة وعدم الاستقرار، يتميز نموذج ARFIMA بقدرته على توصيف السلوك طويل الأجل للسلاسل الزمنية، مما يجعله مناسباً لتحليل الذاكرة الطويلة (Long Memory) والاعتماد الزمني الممتد في البيانات. في المقابل، يختص نموذج GARCH بوصف التقلبات غير المستقرة وتغير التباين عبر الزمن، مما يجعله أداة فعالة في تمثيل حالات عدم الثبات الشرطي للتباين (Conditional Heteroskedasticity).

(٤-١) تعريف النماذج الهجينة: تُعد النماذج الهجينة في تحليل السلاسل الزمنية مزيجًا من نموذجين أو أكثر، بهدف الاستفادة من نقاط القوة لكل نموذج على حدة وتقليل تأثير نقاط الضعف، يتم تصميم النماذج الهجينة لتوصيف السلوك المعقد للسلاسل الزمنية، حيث يمكن أن تتضمن النماذج مكونات لتفسير الاتجاهات طويلة الأجل، الدورية، والتقلبات اللحظية، في حالة النماذج الهجينة ARFIMA-GARCH، يتم دمج نموذج ARFIMA الذي يتميز بقدرته على تمثيل الذاكرة الطويلة للسلسلة الزمنية، مع نموذج GARCH الذي يتميز بتمثيل تقلبات التباين، هذا التكامل يتيح تحليلًا أكثر دقة للسلاسل المالية التي تتميز بالذاكرة الطويلة والتقلبات العالية في التباين.

(٤-٢) أهمية النماذج الهجينة في تحليل السلاسل الزمنية :

١-تحسين القدرة التنبؤية :بدمج مكونات التوجه طويل الأجل مع مكونات التباين اللحظي، تتحسن دقة التنبؤ بشكل ملحوظ.

٢-التكيف مع التقلبات المالية :الأسواق المالية غالبًا ما تكون غير مستقرة، والنماذج الهجينة مثل ARFIMA-GARCHتساعد في استيعاب هذه التقلبات، وبالتالي يمكن تطبيق هذه النماذج في مختلف المجالات مثل أسعار الأسهم، أسعار الذهب، معدلات الصرف، وأسواق الطاقة.

٣-معالجة الذاكرة الطويلة :النماذج التقليدية مثل ARMA لا تتمكن من التعامل مع الذاكرة الطويلة، بينما يقدم ARFIMA هذه الإمكانية بكفاءة.

(٤-٣) استخدام النماذج الهجينة في التطبيقات المالية:

في الأسواق المالية، يُعد التنبؤ بالتقلبات والتوجهات أمرًا جوهريًا لإدارة المخاطر واتخاذ قرارات استثمارية صحيحة، تستخدم النماذج الهجينة لتحديد اتجاهات العوائد المالية على المدى الطويل والتقلبات في التباين على المدى القصير.

(٤-٤) الخطوات الأساسية لبناء نموذج ARFIMA-GARCH الهجين:

يتم بناء النموذج الهجين استناداً علي أن السلسلة الزمنية تتكون من مجموع مركبين أحداهما خطي L_t والآخر غير خطي N_t في الزمن. حيث أن $Y_t = L_t + N_t$ وبذلك فإن مراحل بناء نموذج ARFIMA-GARCH الهجين يكون علي النحو التالي:

- بناء وتحديد أفضل نموذج ARFIMA من أجل إزالة أي اعتماد خطي في بيانات السلسلة الزمنية، والحصول علي $\hat{L}_t$ التي تمثل القيم المقدرة التي تم الحصول عليها من توفيق أفضل نموذج من نماذج ARFIMA.
- تشخيص البواقي التم تم الحصول عليها من نموذج ARFIMA والتي تم تحديدها في الخطوة الأولي $e_t = y_t - \hat{l}_t$ وهي البواقي التي تحتوي علي العلاقات الغير خطية التي لم يستطع نموذج ARFIMA نمذجتها حيث أن هناك العديد من الاختبارات الإحصائية و الأشكال البيانية التي تستخدم للتحقق من خطية البواقي .
- تحديد نموذج GARCH الأمثل عند استخدام البواقي غير الخطية الناتجة عن نموذج ARFIMA كمدخلات، ومن ثم استخدام هذا النموذج للحصول علي البواقي المقدرة $\widehat{N}_t$.
- الحصول علي القيمة المتنبأ بها $\hat{Y}_t$ من نموذج ARFIMA-GARCH وذلك من خلال جمع التنبؤات من نموذج ARFIMA مع التنبؤات من نموذج GARCH

$$\hat{Y}_t = \hat{L}_t + \widehat{N}_t$$

الجانب النظري: في هذا القسم نقدم جزء من الجانب النظري حول نماذج ARFIMA ونماذج GARCH، كما يتم تقديم نظرة عامة عن نماذج ARFIMA-GARCH .

النموذج العام ARFIMA(p,d,q) – GARCH(r,s):

بشكل عام يمكن تمثيل النموذج الناتج عن الجمع بين ARFIMA , GARCH بالشكل التالي:

$$Y_t = \mu + \phi_p(L)(1-L)^d \varepsilon_t$$

$$h_t = \omega + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_q \varepsilon_{t-r}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \cdots + \beta_p h_{t-s}$$

$$\varepsilon_t \sim N(0.h_t)$$

حيث أن: Y_t: قيمة السلسلة الزمنية في الوقت t، μ: المتوسط الثابت للسلسلة، $\phi(L)$: عامل الانحدار الذاتي AR، $(1-L)^d$: عامل التكامل الكسري، ε_t: الخطأ العشوائي، $\omega. \alpha_i. \beta_i$: معاملات النموذج GARCH، $N(0.h_t)$: توزيع طبيعي بمتوسط صفر وتباين h_t.

٥- الدراسة التطبيقية: في هذه الدراسة قمنا بدراسة وتحليل السلسلة الزمنية الشهرية لأسعار الذهب للفترة من ٢٠١٠ حتى ٢٠٢٥ بواقع ١٨٠ مشاهدة ، تم تقسيم البيانات بحيث تم استخدام أول ١٥٠

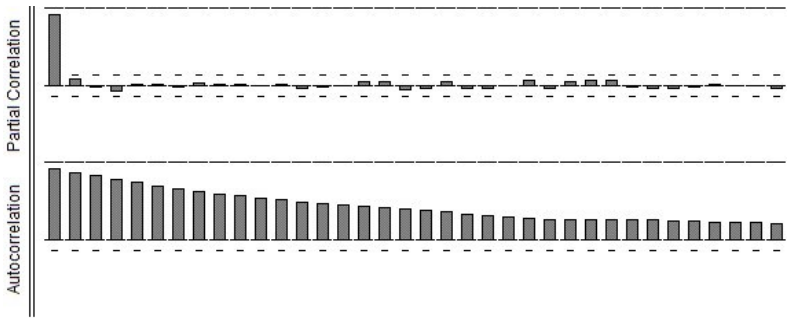
مشاهدة ضمن مجموعة in-sample لتشخيص وتقدير النموذج، بينما تم استخدام آخر ٣٠ مشاهدة ضمن مجموعة out-of-sample لتقييم أداء التنبؤ.

بهدف التنبؤ بالقيم المستقبلية باستخدام نماذج الذاكرة الطويلة ARFIMA بالاقتران مع نماذج التقلبات الشرطية GARCH.

شكل (٥-١) رسم السلسلة الأصلية لبيانات الذهب

يوضح الشكل (٥-١) القيم الشهرية للسلسلة الزمنية لأسعار الذهب، ويتضح لنا وجود اتجاه عام متزايد، مما يعني أن السلسلة الزمنية غير ساكنة في الوسط، وللتحقق من مدى استقرار السلسلة، تم الاستعانة بعدد من الاختبارات مثل رسم دالة الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي واختبارات جذر الوحدة وفيما يلي نستعرض نتائج تلك الاختبارات:

١- دالة الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي (ACF,PACF) : يوضح الشكل التالي (٥-٢) دالتي الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي، يدل الشكل علي أن السلسلة الزمنية تحتوي علي ذاكرة طويلة حيث أن العلاقة بين القيم الحالية والقيم السابقة تستمر حتي بعد فترات زمنية طويلة، وجميع القيم تقع خارج حدود الثقة مما يشير إلي عدم استقرار السلسلة.



شكل(٥-٢) دالة الارتباط الذاتي والارتباط الذاتي الجزئي للسلسلة الأصلية

٢-اختبارات جذر الوحدة:

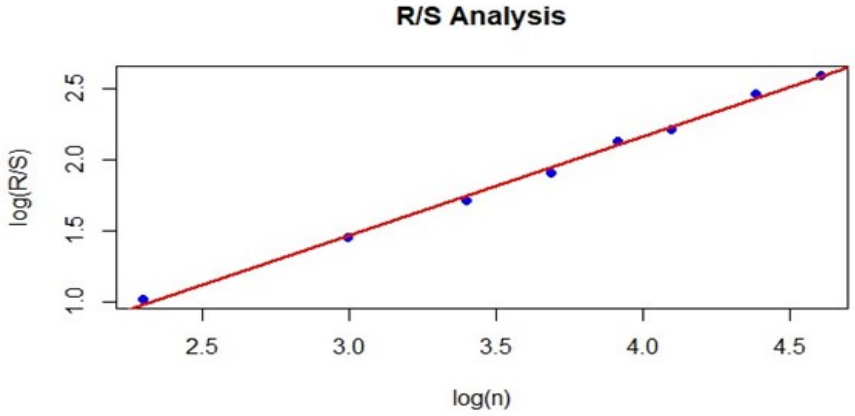
جدول (٥-١) نتائج اختبارات ADF , PP لسلسلة أسعار الذهب

الاختبار	المعنوية	الحالة
Augmented Dickey-Fuller Test (ADF)	0.993	غير مستقرة
Phillips-Perron Test (PP)	0.92	غير مستقرة

يظهر من الجدول السابق (٥-١) أن قيمة معنوية اختبار ديكي فولار ADF= 0.993 وكذلك اختبار فيليب بيرون (PP) = 0.92 ، والقيمة المعنوية لكلا الاختبارين أكبر من 0.05، وبالتالي نقبل الفرضية العدمية القائلة بوجود جذر الوحدة في السلسلة مما يدل علي أن سلسلة أسعار الذهب غير مستقرة.

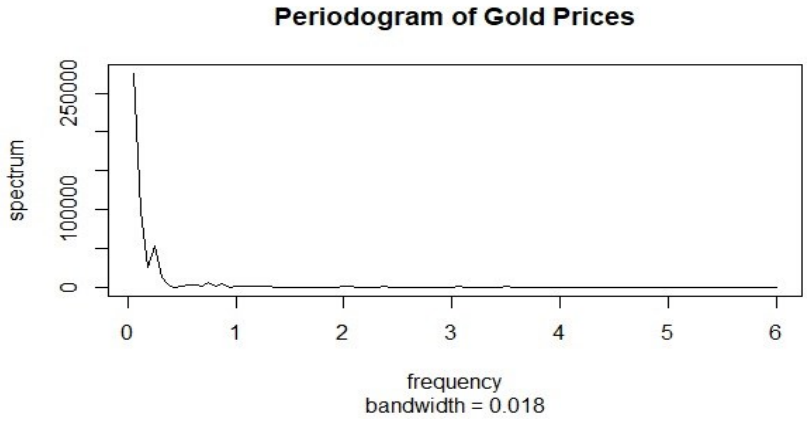
(٥-١) التعرف علي نموذج ARFIMA: فيما يلي بعض الطرق للكشف عن الذاكرة الطويلة بالسلسلة الزمنية:

١- **رسم R/S:** نلاحظ من خلال رسم R/S لسلسلة أسعار الذهب أن الميل اكبر من 0.5 مما يشير إلي وجود ذاكرة طويلة في بيانات السلسلة.



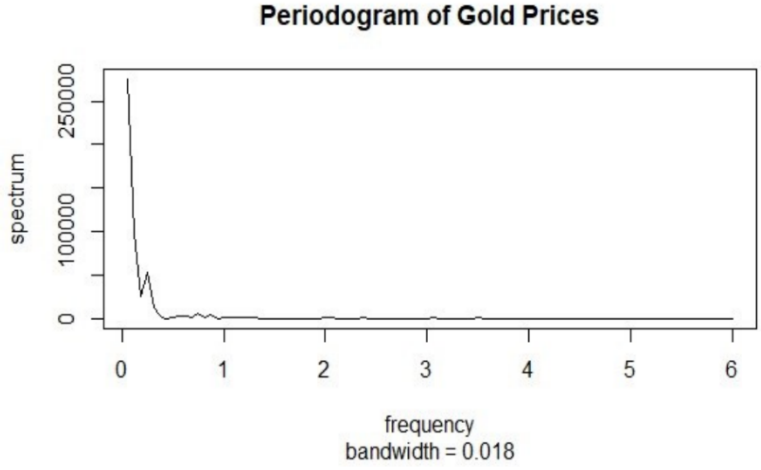
شكل(٥-٣) رسم R/S

٢- **رسم دالة الكثافة الطيفية:** الشكل (٥-٤) يظهر دالة الكثافة الطيفية للسلسلة الزمنية لأسعار الذهب مع وجود تمركز للبيانات حول الصفر مما يدل علي وجود ذاكرة طويلة



شكل (٥-٤) رسم دالة الكثافة الطيفية

٣- **رسم دالة Periodogram:** الشكل (٥-٥) يبين رسم دالة الPeriodogram مع تمركز



البيانات حول الصفر.

شكل(٥-٥) رسم دالة Periodogram

٤-**حساب معامل هورست (Hurst Exponent):** تم حساب معامل هورست والذي يسمح بترتيب السلسلة الزمنية بدلالة ذاكرتها من خلال اختبار R/S، وكانت قيمة H=0.694، حيث أن قيمة H جاءت اكبر من 0.5 مما يدل علي وجود ذاكرة طويلة في بيانات السلسلة الزمنية.

بناءً علي ماسبق يمكن استخدام نماذج ARFIMA(p,d,q) كنموذج للذاكرة الطويلة والذي يتضمن تقدير المعلمة d في حدود الفترة(0.5,0).

طرق تقدير معلمة الفروق الكسرية: في هذه الدراسة اعتمدنا علي طريقتين من طرق التقدير لإيجاد الفروق الكسرية، الجدول التالي يوضح قيم الd:

جدول (٥-٢) طرق تقدير d

الطريقة	d
Gewek and Porter – Hudak (GPH)	0.5
ARFIMA	0.49

يوضح الجدول (٥-٢) نتائج تقدير المعلمة d معلمة الفروق الكسرية وتبين أن جميع قيم d تقع في الفترة $0 < d < 0.5$ وبالتالي يمكننا استخدام تلك التقديرات لاختيار التقدير الأمثل لنموذج ARFIMA. وتم اجراء اختبارات الاستقرارية باستخدام اختبار ديكي فولار ADF و اختبار فيليب –بيرون PP وكانت النتيجة استقرار السلسلة الزمنية بعد اجراء الفروق الكسرية للسلسلة.

مرحلة التشخيص: في هذه المرحلة نقوم بتقدير جميع بدائل النموذج لكل طريقة من طرق تقدير الفرق الكسري، ومن ثم يتم المفاضلة بين النماذج المختارة بناءَ علي العديد من المعايير مثلا AIC, BIC , RMSE.

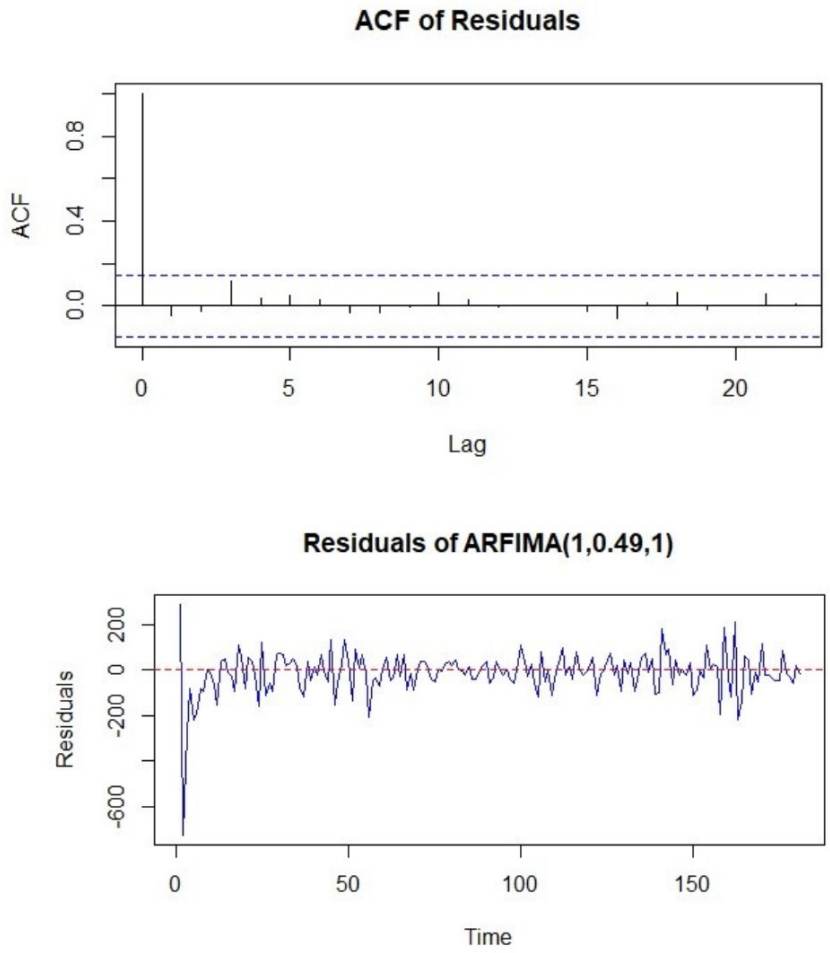
جدول (٥-٣) تقدير معالم نماذج ARFIMA باستخدام طرق التقدير المختلفة ومعايير المقارنة بينهم

الفرق الكسري	النموذج	φ_1	φ_2	θ_1	θ_2	σ^2	AIC	BIC	RMSE
d=0.49 ARFIMA	(1,d,1)	0.96	-	-0.51	-	5743	2086.99	2099.78	75.15
	(1,d,0)	0.76	-	-	-	6445	2106.07	2115.66	79.83
	(0,d,1)	-	-	0.53	-	8776	2161.43	2171.02	93.16
	(2,d,2)	0.41	0.54	0.074	-0.355	5777	2090.07	2109.26	74.94
	(0,d,2)	−	-	0.57	0.32	7822	2141.67	2154.46	87.70
	(2,d,0)	0.56	0.28	-	-	6017	2094.91	2107.7	76.922
d=0.5 GPH	(1,d,1)	0.98	-	-0.52	-	5764	2087.58	2100.37	79.87
	(1,d,0)	0.74	-	-	-	6467	2106.64	2116.24	79.97
	(0,d,1)	−	-	0.52	-	8626	2158.3	2167.89	92.36
	(2,d,2)	0.41	0.53	0.055	-0.35	5798	2090.68	2109.87	75.08
	(0,d,2)	-	-	0.56	0.31	7737	2190.74	2247.42	87.22
	(2,d,0)	0.55	0.28	-	-	6043	2095.63	2108.42	77.08

تبين من الجدول السابق أن نموذج ARFIMA(1,0.49,1) هو الأفضل وذلك بالأخذ في الاعتبار قيمة كلاً من AIC , BIC , RMSE، حيث نجد أن قيمة هذه المعايير هي الأقل لهذا النموذج مقارنة بالنماذج الأخرى.

١- رسم البواقي للتاكد من أنها عبارة عن تغيرات عشوائية مستقلة، كذلك يتم رسم دالة الارتباط الذاتي الخاصة بالبواقي للتاكد من ذلك:

ويتضح من الأشكال التالية عدم وجود أي نمط معنوي للبواقي وأنها تمثل سلسلة متغيرات عشوائية بحته.



شكل(٥-٦) رسم بواقي النموذج ARFIMA(1,0.49,1) ودالة الارتباط الخاصة بالبواقي.

٢-اختبار Ljung-Box : في نتائج اختبار Ljung-Box كانت قيمة p-value=0.98 أكبر من 0.05 وبالتالي فإنه يدل علي عشوائية البواقي ومن ثم فإن النموذج المقدر يعتبر نموذج ملائم للبيانات.

٣-اختبار ARCH -LM: جاءت نتيجة الاختبار p-value=0.001 مما يعني أن هناك تقلبات تباين في بواقي نموذج ARFIMA، هذا التباين يستدعي استخدام نماذج قادرة علي تمثيل ديناميكية التباين الشرطي مثل نماذج GARCH.

(٥-٢) تطبيق نماذج GARCH: تم استخدام البواقي الناتجة عن نموذج ARFIMA(1,0.49,1) كمدخلات لنموذج GARCH، في الجدول التالي تقديرات معلمات نماذج الانحدار الذاتي المشروط بعدم تجانس التباين بهدف الوصول إلي افضل نموذج يمكن أن يمثل مشاهدات السلسلة الزمنية، وقد تم استخدام طريقة الإمكان الأعظم (MLE) في تقدير معلمات النموذج.

جدول (٥-٤) تقدير معالم نماذج GARCH ومعايير المقارنة بينهم

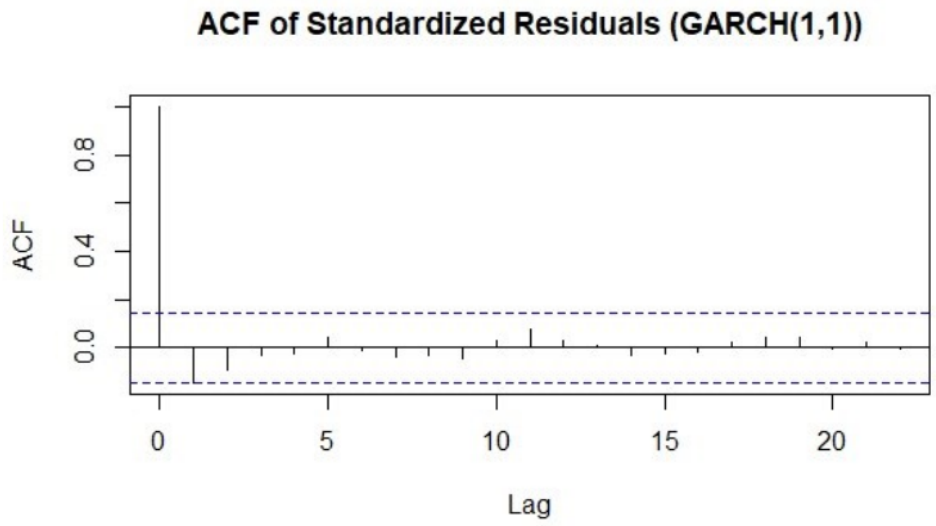
النموذج	ω	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2	β_3	AIC	BIC	H-Q
ARCH(1)	4038.74 0.000	0.2244 0.0266	-	-	-	-	-	11.440	11.47	11.45
ARCH(2)	3691.9 (0.000)	0.231 (0.0197)	0.059 (0.2866)	-	-	-	-	11.462	11.515	11.48
ARCH(3)	2572.6 (0.000)	0.1055 (0.0285)	0.7455 (0.4229)	0.1693 (0.09355)	-	-	-	11.44	11.515	11.47
GARCH(1,1)	309.60 (0.43)	0.147 (0.066)	-	-	0.79 (0.000)	-	-	11.41	11.46	11.43
GARCH(1,2)	328.95 (0.35)	0.174 (0.08)	-	-	0.47 (0.446)	0.289 (0.59)	-	11.43	11.50	11.50
GARCH(1,3)	344.09 (0.38)	0.186 (0.1099)	-	-	0.4011 (0.563)	0.3534 (0.377)	0.000 (1.000)	11.44	11.53	11.48
GARCH(2,1)	267.86 (0.38)	0.144 (0.126)	0.00 (1.00)	-	0.80 (0.000)	-	-	11.433	11.50	11.46
GARCH(2,2)	341.36 (0.39)	0.170 (0.108)	0.0098 (0.939)	-	0.437 (0.576)	0.320 (0.6211)	-	11.44	11.53	11.48
GARCH(2,3)	484.85 (0.2033)	0.18 (0.033)	0.08 (0.436)	-	0.000 (1.000)	0.51 (0.1309)	0.1419 (0.841)	11.45	11.56	11.49

من خلال الجدول السابق تبين أن النموذج GARCH(1,1) هو النموذج الملائم لسلسلة البواقي لكونه يمثل أقل قيمة للمعايير الثلاث (AIC, BIC , H-Q).

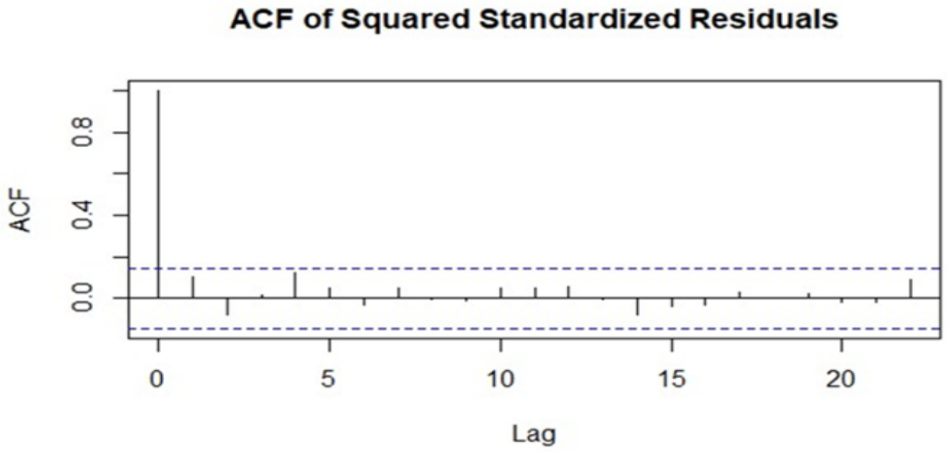
بعد تقدير نموذج GARCH(1,1) ، تبيّن أن معامل α بلغ 0.147، بينما بلغ معامل β 0.79 ، وبما أن مجموعهما (α + β) يساوي 0.9429< 1 ، فإن هذا يشير إلى تحقق شرط الاستقرارية الديناميكية، الأمر الذي يعكس قدرة النموذج على تمثيل السلوك التقلبّي دون وجود انحرافات تصاعدية في التباين.

فحص مدي ملائمة النموذج المقدر: بعد تقدير نموذج GARCH(1,1) تم تحليل خصائص البواقي الناتجة عن النموذج باستخدام دالة الارتباط الذاتي (ACF) لكل من البواقي ومربعاتها. ويتضح من الشكل التالي أن جميع القيم تقع داخل حدود الثقة مما يشير إلي غياب الارتباط الذاتي في السلسلة المتبقية، ويدل ذلك على مدي صلاحية نموذج ARFIMA المستخدم.

ومن خلال رسم دالة الارتباط الذاتي لمربعات البواقي الشكل (٥-٨) اتضح أن جميع القيم تقع داخل حدود الثقة، مما يدل على أن نموذج GARCH قد التقط أثر التغاير الشرطي بشكل فعال، وأن التقلبات الزمنية لم تعد موجودة في البواقي.



شكل (٥-٧) دالة الارتباط الذاتي للبواقي



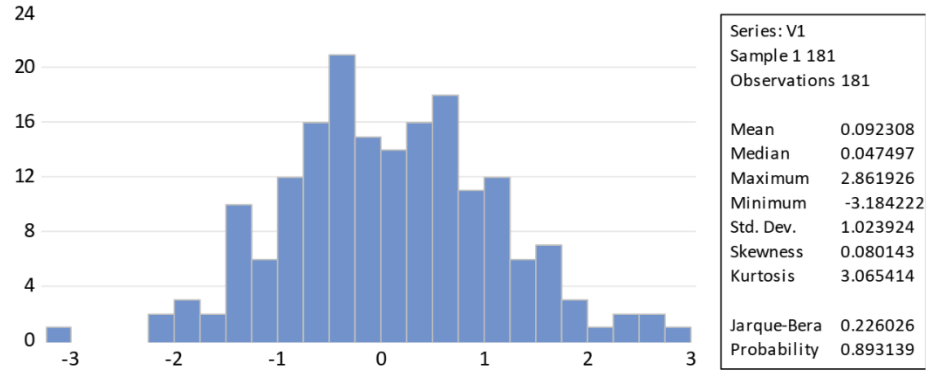
شكل (٥-٨) دالة الارتباط الذاتي لمربعات البواقي

اختبار ARCH-LM: كانت نتيجة الاختبار p-value=0.38 تبين ان قيمة الاحتمال أكبر من 0.05 وهذا يؤكد قبول الفرضية الصفرية ورفض فرضية العدم بمعني غياب تأثير ARCH في سلسلة البواقي.

اختبار Modified Box- pierce (Ljung-Box): كانت نتيجة الاختبار(p-value=0.62) مما يعني أن بواقي النموذج لا تحتوي علي ارتباط الذاتي.

اختبار توزيع سلسلة البواقي: تم فحص التوزيع الاحتمالي للبواقي من خلال اختبار (Jarque-Bera) في الجدول التالي:

جدول(٥-٥) التحليل الوصفي والاختبار الأساسي لسلسلة البواقي



أظهرت نتائج اختبار Jarque-Bera أن البواقي تتبع التوزيع الطبيعي(p-value = 0.89) ، مما يشير إلى ملاءمة النموذج وعدم وجود انحرافات إحصائية جوهرية. كما أن قيم الالتواء(0.08) والتفلطح (3.06) تؤكد اتساق التوزيع مع الخصائص الطبيعية.

بناءً علي ذلك يمكن اعتبار نموذج ARFIMA(1,0.49,1)-GARCH(1,1) المستخدم في التقدير يتمتع بكفاءة جيدة في تمثيل سلوك السلسلة الزمنية من حيث المتوسط والتباين.

مرحلة التنبؤ:

بعد نجاح الجمع بين النماذج ARFIMA,GARCH والحصول علي النموذج الهجين ARFIMA(1,0.49,1)-GARCH(1,1) واجتيازه الاختبارات التشخيصية، واختياره علي أنه أفضل نموذج لتمثيل البيانات موضع الدراسة، فقد تم استخدامه في التنبؤ بأسعار الذهب، وقد أشارت التنبؤات الي وجود زيادة في أسعار الذهب في الفترات القادمة.

جدول (٥-٦) القيم المتوقعة لاسعار الذهب

التاريخ	السعر المتوقع للذهب(للاونصة)
فبراير2025	3057.544
مارس 2025	3303.374
ابريل 2025	3708.139
مايو 2025	3965.997
يونيو2025	4221.450

ملاحظة: هذه القيم تمثل أسعار الذهب المتوقعة دون احتساب التضخم أو التأثيرات الخارجية غير النمذجية مثل الصدمات الجيوسياسية.

(٥-٣) النتائج:

من خلال الدراسة التطبيقية التي أجريناها على السلسلة الزمنية الشهرية لأسعار الذهب للفترة من ٢٠١٠ إلى ٢٠٢٥، وبالاعتماد على منهجية الجمع بين نماذج ARFIMA و GARCH، توصلنا إلى مجموعة من النتائج الرئيسية يمكن تلخيصها كالتالي:

١. خصائص السلسلة الزمنية:

- أظهرت نتائج التحليل أن السلسلة الزمنية لأسعار الذهب غير مستقرة وتتميز بخاصية الذاكرة الطويلة.
- نتائج اختبارات الذاكرة الطويلة مثل R/S Analysis، Periodogram، ودالة الكثافة الطيفية أكدت وجود ارتباطات طويلة الأمد في السلسلة الزمنية.

2. تقدير نماذج ARFIMA

- تم تقدير معلمة الفروق الكسرية d باستخدام طريقتين هما ARFIMA, GPH، وأظهرت القيم المقدرة أنها تقع في النطاق (0.5,0)مما يتيح استخدام نماذج ARFIMA بكفاءة.
-بعد اختبار عدة نماذج، تبين أن النموذج ARFIMA(1,0.49,1) هو الأفضل وفقًا لمعايير AIC ,BIC, RMSE.

3.تحليل بواقي نموذج ARFIMA:

- تحليل البواقي كشف عن وجود تغيرات غير ثابتة في التباين(Heteroskedasticity) ، مما استدعى استخدام نماذج GARCH لالتقاط هذه التقلبات الشرطية.
- تم تقدير عدة نماذج ARCH و GARCH، وأظهرت النتائج أن نموذج GARCH(1,1) هو الأنسب لتمثيل سلوك التباين الشرطي في البواقي.

4.التنبؤ بالقيم المستقبلية:

- باستخدام النموذج الهجين(1,1)GARCH-ARFIMA(1,0.49,1) ، تم التنبؤ بأسعار الذهب للفترة من فبراير ٢٠٢٥ إلى يونيو ٢٠٢٥، وأظهرت النتائج توقعات بارتفاع الأسعار.
- اجتاز النموذج اختبارات التشخيص مثل ARCH-LM و Ljung-Box مما يدل على كفاءته في تمثيل السلسلة الزمنية.

(٥-٤) التوصيات:

- نظراً لتغير الأسواق المالية بشكل مستمر، يوصى بإعادة تقدير معلمات نماذج ARFIMA و GARCH بشكل دوري للتأكد من ثبات المعلمات مع مرور الزمن، مما يساعد على زيادة دقة التنبؤات.
- يمكن تجربة نماذج ARFIMA مع مكون اتجاه (drift) أو موسمية (seasonality) إذا كانت السلسلة الزمنية تُظهر نمطاً موسميًا أو اتجاهًا عامًا طويل الأمد.
- ضرورة الأخذ في الاعتبار الصدمات الجيوسياسية، والكوارث الطبيعية، والتغيرات السياسية عند تحليل توقعات أسعار الذهب، لأنها تلعب دورًا محوريًا في تحديد اتجاهات الأسعار.
- في حالة دراسة أكثر من أصل مالي (مثل الفضة، الدولار، النفط) يمكن الاستفادة من نماذج MGARCH لالتقاط الترابط بين تقلبات هذه الأصول مع الذهب، مما يحسن دقة التوقعات.

المراجع:

أولاً : المصادر الأجنبية:

1-Koopman, S. J., Ooms, M., & Carnero, M. A. (2005, September 16). Periodic seasonal Reg-ARFIMA-GARCH models for daily electricity spot prices. Free University Amsterdam, Department of Econometrics.

2-Mariaacim, M., Roukiane, B., & Zahid, M. (2022). ARFIMA model applied to Malaysian stock market. Communications in Mathematical Biology and Neuroscience, 2022(7).

3-Dhliwayo, L., Matarise, F., & Chimedza, C. (2020). Autoregressive fractionally integrated moving average-generalized autoregressive conditional heteroskedasticity model with level shift intervention. Open Journal of Statistics, 10(4), 341–362.

3-Ishida, I., & Watanabe, T. (2008, October). Modeling and forecasting the volatility of the Nikkei 225 realized volatility using the ARFIMA-GARCH model. University of Tokyo & Hitotsubashi University.

4-lmeida, R., Dias, C., & Rocha, A. P. (2017). ARFIMA-GARCH modeling of HRV: Clinical application in acute brain injury. In Complexity and Nonlinearity in Cardiovascular Signals. Springer.

5-Chen, L., & Xie, B. (2020). Estimation for nearly unit root processes with ARFIMA-GARCH errors. Journal of Physics: Conference Series, 1592, 012036.

6-Conrad, C. (2006). GARCH models with long memory and nonparametric specifications (Doctoral dissertation, Universität Mannheim).

7-Lux, T., & Kaizoji, T. (2004). Forecasting volatility and volume in the Tokyo stock market: The advantage of longmemory models (Economics Working Paper No. 2004-05). Kiel University, Department of Economics.

8-Baillie, R. T., Bollerslev, T., & Mikkelsen, H. O. (1996). Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. Journal of Econometrics, 74(1), 3–30.

9-Lobato, I. N., & Savin, N. E. (1998). Real and spurious long-memory properties of stock-market data. Journal of Business & Economic Statistics, 16(3), 261–283.

10-Giraitis, L., Robinson, P. M., & Samarov, A. (2000). Weak convergence of a variance estimator for long memory processes. Statistics & Probability Letters, 47(1), 1–10.

11-Baillie, R. T., & Kapetanios, G. (2007). Modeling long memory volatility with regime shifts. Journal of Econometrics, 141(2), 1312–1335.

12-Adewole, A. I. (2024). On the hybrid of ARIMA and GARCH model in modelling volatilities in Nigeria Stock Exchange. BIMA Journal of Science and Technology, 8(1A), 169–180.

13-Iorember, P. T., Usar, T., & Ibrahim, K. H. (2018). Analyzing inflation in Nigeria: A fractionally integrated ARFIMA-GARCH modelling approach. African Journal of Economic Review, 6(1), 33–46.

14-Tan, Z., & Liu, J. (2021). Time-varying ARFIMA-GARCH model with symmetric thresholds: Applications to inflation. Applied Economics Letters, 28(5), 373–377.

15-Siow, K. W. (2020). Modelling and forecasting the predictability of stock market return in Asian countries by using hybrid ARIMA-GARCH models (Master's thesis, Universiti Teknologi Malaysia).

16-Al-Gounmeein, R. S., & Ismail, M. T. (2021). Modelling and forecasting monthly Brent crude oil prices: A longmemory and volatility approach. Statistics in Transition New Series, 22(1), 29–54.

17-Dufitinema, J. (2022). Forecasting the Finnish house price returns and volatility: A comparison of time series models. International Journal of Housing Markets and Analysis, 15(1), 165–187.

18-Tayefi, M., & Ramanathan, T. V. (2012). An overview of FIGARCH and related time series models. Austrian Journal of Statistics, 41(3), 175–196.

ثانياً: المراجع العربية:

١-بن الضب، ع. (٢٠١٥). استخدام نماذج GARCH للتنبؤ بالصدمات في البورصات العربية كآلية لإدارة الأزمات والإنذار المبكر. مجلة الدراسات الاقتصادية الكمية، ١(١)، ١–٢٠.

٢-عبد القادر، س.، & مكيديش، م. (٢٠١٤). استخدام نماذج الذاكرة الطويلة ARFIMA للتنبؤ بأسعار البترول: دراسة حالة الجزائر. مجلة البحوث الاقتصادية والمالية، ١(٢)، ٦١–٧٦.

٣- دربال، أ. (٢٠٢١). نمذجة تقلبات عوائد مؤشرات الأسواق المالية باستخدام نماذج GARCH .مجلة التمويل والاستثمار والتنمية المستدامة، (2)،221-208.

٤-آمنة،جيلاني.(٢٠٢٢). نمذجة تقلبات أسعار الغاز الطبيعي الفورية باستخدام نموذج GARCH. مجلة المالية والأسواق، ٩(٢)، ١١٤-١٣٤ .

٥-عبد القادر (٢٠١٧).قياس أثر تغييرات أسعار الصرف علي تقلبات عوائد أسواق الأسهم باستخدام نموذج GARCH.المجلة العربية في العلوم الإنسانية والاجتماعية،(٢٦).

٦-أحلام، عبد العزيز (٢٠٢٠).دراسة قياسية تحليلية لتقلبات عوائد أسهم بورصة الامارات العربية المتحدة باستخدام نماذج عائلة GARCH.مجلة أبحاث اقتصادية وإدارية ،١٤(٣)،٣٤١-٣٦٠.

٧-المعموري، ع.(٢٠٢١).دراسة مقارنة بين نموذج ARFIMA , GARCH لنمذج السلسلة الزمنية لمتوسطات أسعار النفط الخام الأسبوعية في العراق(٢٠٠٣-٢٠١٧) .رسالة دكتوراه، جامعة السودان للعلوم والتكنولوجيا، السودان.

٨- الصوص ، محمد (٢٠١٤).استخدام نماذج ARFIMA في التنبؤ بمؤشرات منظمة الأغذية والزراعة (الفاو).رسالة ماجيستير ،جامعة الأزهر –غزة ،فلسطين.

٩-شكوري، سيدي محمد (٢٠١١-٢٠١٢). وفرة الموارد الطبيعية والنمو الاقتصادي (دراسة حالة الاقتصاد الجزائري).رسالة دكتوراه في العلوم الاقتصادية تخصص نقود، بنوك مالية، الجزائر.

١٠-شعراوي، سمير (٢٠٠٥).مقدمة في تحليل السلاسل الزمنية ،جامعة الملك عبد العزيز،ط:١،الرياض _السعودية.

١١-عاطف عدوان ، احمد (٢٠١٧).استخدام نماذج ARFIMA في التنبؤ بأسعار القمح العالمية ، رسالة ماجيستير،كلية الاقتصاد والعلوم الإدارية ،جامعة الأزهر-غزة.

١٢- الرشيد، ط. م.، & يوسف، ق. (٢٠٢٢). صياغة أفضل نموذج لوصف تقلبات سوق الخرطوم للأوراق المالية باستخدام نماذج GARCH. مجلة العلوم الاقتصادية, جامعة النيلين، ٢٣(٢)، ١٥٥–١٧٤.

١٣- السلماني. (٢٠١٨). استخدام طرق السلاسل الزمنية للتنبؤ بأسعار التداول لسوق العراق للأوراق المالية للمدة ٢٠٠٥–٢٠١٨. مجلة جامعة الأنبار للعلوم الاقتصادية والإدارية، ١١(٢٧)، ٢٣٨–٢٥٩.

١٤- علوان، ه. ظ. (٢٠٢٢). تحليل نماذج GARCH غير المتناظرة لتقلب أسعار صرف الدينار العراقي مقابل الدولار الأمريكي [رسالة ماجستير، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة بغداد]. المناقشة جرت في ٢٧ مارس ٢٠٢٢.

١٥- بلعابد، م. (٢٠٢٢). الأسهم الإسلامية ملاذ آمن للاستثمار: دراسة تطبيقية باستخدام نموذج GARCH على السوق المالي الماليزي في ظل أزمة COVID-19.مجلة البشائر الاقتصادية، ٨(١)، ١١٩–١٣٦.

Improving Forecasting Using a Combination of ARFIMA and GARCH Models (An Applied Study)

Abstract:

This study aims to construct a hybrid model combining ARFIMA and GARCH models to forecast monthly gold prices during the period from 2010 to 2025, given the volatility and complexity characterizing this time series. The ADF and PP tests indicated that the series is non-stationary, while long-memory analyses, such as the Hurst exponent and R/S analysis, confirmed the presence of long-memory properties, making the ARFIMA model appropriate. The fractional differencing parameter *d* was estimated using both the GPH method and the direct ARFIMA approach, with results falling within the (0, 0.5) range, indicating that the series becomes stationary after fractional differencing. The ARFIMA(1,0.49,1) model was selected based on the AIC, BIC, and RMSE criteria. Furthermore, the ARCH-LM test revealed the presence of conditional heteroscedasticity, necessitating the integration of a GARCH model. The GARCH(1,1) model was chosen as the best fit. Diagnostic tests showed that the hybrid ARFIMA-GARCH model performed well in eliminating autocorrelation and volatility clustering. The model was used to forecast gold prices up to June 2025, and the results indicated an upward trend. The study recommends using hybrid models to enhance the accuracy of forecasting complex time series.

Keywords:

Gold prices, time series, long-memory models, ARFIMA model, GARCH model, hybrid models, forecasting, conditional volatility.