نموذج مقترح لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية

إعداد

د./ جيهان مسعد المعداوي
مدرس بقسم الاحصاء التطبيقي والتامين
كلية التجارة - جامعة المنصورة
gehanelmadawy@yahoo.com

د./ محمد مسعد المعداوي
مدرس بقسم الاحصاء والتامين
كلية التجارة - جامعة الزقازيق
moh_elmadawye@yahoo.com

المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية

كلية التجارة – جامعة دمياط

المجلد الأول- العدد الثانى - الجزء الثانى - يوليو ٢٠٢٠

التوثيق المقترح وفقا لنظام APA:

المعداوي، جيهان مسعد؛ المعداوي، محمد مسعد (٢٠٢٠). نموذج مقترح لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية. المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية، كلية التجارة، جامعة دمياط، ١(٢) ج٢، ٥٧٣- ٥٩٩.

رابط المجلة: https://cfdj.journals.ekb.eg/

نموذج مقترح لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية

د./ جيهان مسعد المعداوي　　　　د./ محمد مسعد المعداوي

ملخص البحث:

يهدف هذا البحث إلى استخدام الطرق العشوائية لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية وفقًا للنماذج الخطية المعممة (GLM). من خلال توضيح كلاً من نموذج بواسون ذي التشتت الزائد (over-dispersed Poisson model (ODP) أحد أنواع النماذج الخطية المعممة ونموذج التسلسل السلمى وفقاً لتوزيع بواسون ذي التشتت الزائد. وقد أسفر النموذج المقترح عن تقدير لمعالم النموذج ومعلمة التشتت وقد بلغت القيمة المتوقعة لمخصص التعويضات تحت التسوية في فرع تأمين الحريق (450435.4) بخطأ معياري للتنبؤ (247739.47) أو بنسبة (55 %). وقد أوصت الدراسة بأهمية استخدام الطرق الاحتمالية لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية بالاستعانة بالبرامج الإحصائية والإكتوارية المتقدمة والمتخصصة.

الكلمات المفتاحية: المخصصات العشوائية- النماذج الخطية المعممة.

مقدمة:

مخصص التعويضات تحت التسوية هو من المخصصات الفنية الهامة في مجال التأمينات العامة، حيث يمثل التزام شركة التامين المتوقع تجاه حملة الوثائق مستقبلاً نتيجة وجود حوادث تحققت خلال العام وتم إبلاغ الشركة بها قبل تاريخ إقفال الحسابات الختامية، أو قد لا تتمكن الشركة من تسويتها قبل انتهاء السنة المالية، وأيضاً هناك حوادث تحققت خلال العام ولكن لم تبلغ الشركة بها حتى تاريخ إعداد الحسابات الختامية (IBNR) مما يستدعى ضرورة أن تقوم شركات التامين بحجز مبلغ من الإيرادات كمخصص لتسوية المطالبات الخاصة بهذه الحوادث، حيث أن هذه المبالغ حق من حقوق حملة الوثائق ونفقات واجبة الخصم قبل الوصول إلى الأرباح القابلة للتوزيع. (منى عمار، مصطفي عبد الغنى، ١٩٩٢). ويعد تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية من أصعب المهام التي تواجه الخبير الإكتوارى في شركات التأمين. ولذلك قد تم تطوير العديد من طرق تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية لإعطاء تقديرات مقبولة. وأصبحت النماذج الخطية المعممة (GLMs) من طرق التحليل الإحصائي ذات الأهمية في تقديره. وتعتمد هذه النماذج على مثلث تطور الخسارة السنوية. وقد تم إنشاء العديد من

النماذج العشوائية في مجال مخصصات المطالبات العشوائية بواسطة (Wütrich, M. & Merz, M., 2008، England, P. & Verrall, R., 2002)، ومن النماذج العشوائية الهامة في مجال مخصصات الخسارة النموذج الخطى المعمم (generalized linear model "GLM") (Renshaw, A. & Verrall, R., 1998) وأيضاً من الافتراضات الهامة استخدام توزيع بواسون ذي التشتت الزائد over-dispersed Poisson distribution ("ODP") ودالة الربط اللوغاريتمية للمشاهدات السنوية للخسائر (Charles & Stephan Westphl, 2006، Hindley, David, 2017).

وقد تناول (على الديب، 2001) تقييم طريقة التسلسل السلمي المتبعة في السوق المصري لتقدير مخصصات الخسارة، وفي دراسة (محمد عطا، على بخيت، 2007) استخدم نموذج جاما في تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية. وفي دراسة (جيهان المعداوى، ٢٠١٠) استخدمت مجموعة من الطرق الرياضية التي تعتمد على أسلوب (run- off triangle) لتقدير مخصص الخسارة ومقارنة هذه الطرق من خلال مقارنة الخسائر التراكمية النهائية من أجل التوصل إلى أفضل تقدير (predictors). وفي دراسة (عفاف زهرى، ٢٠١٢) استخدمت الانحدار الفازي في تقدير قيمة مخصص المطالبات التي تحققت ولم يبلغ عنها حتى تاريخ إعداد الحسابات الختامية (IBNR). وفي دراسة (حامد الخواجة، ٢٠١٤) استخدم أسلوب الانحدار الخطى المتعدد وأسلوب السلاسل الزمنية لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية. وفي دراسة (جيهان المعداوى، ٢٠١٥) استخدمت طريقة Panning في تقدير مخصص الخسارة. وفي دراسة (شيماء الشرباصى، ٢٠١٦) استخدمت نموذج بييز الهرمي غير الخطى في تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية.

باستعراض الدراسات السابقة وجدنا أن الباحثين قد اهتموا بدراسة تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية باستخدام مجموعة من الأساليب الكمية المختلفة، ولكن لم يتطرق الباحثين إلى استخدام النماذج الخطية المعممة (GLMs) للتنبؤ بمخصص التعويضات تحت التسوية، وهذا ما سيتم عرضه في هذا البحث من خلال عرض كلاً من توزيع بواسون ذي التشتت الزائد (over-dispersed Poisson distribution "ODP"))، ونموذج التسلسل السلمي وفقًا لتوزيع بواسون ذي التشتت الزائد، وأخيرًا يتطرق الباحث للنموذج المقترح.

وتتمثل **مشكلة البحث** في أن مخصص التعويضات تحت التسوية الذي تم حسابه بطريقة تقليدية يكون في كثير من الأحيان غير كافي لمواجهة التعويضات الفعلية مما يستدعى البحث عن نموذج إحصائي يعطى تقديرات أكثر واقعية وأكثر دقة لمخصص التعويضات تحت التسوية، ولذلك سوف يتم اللجوء إلى استخدام إحدى الطرق العشوائية لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية.

ويهدف هذا البحث إلى استخدام الأساليب الكمية لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية وفقًا للنماذج الخطية المعممة من خلال توضيح نموذج بواسون ذي التشتت الزائد (over-dispersed Poisson model "ODP") أحد أنواع النماذج الخطية المعممة (GLM) الذي يمكن تركيبه على مثلث بيانات الخسارة باستخدام إجراءات إحصائية قياسية معينة وباستخدام دالة الربط اللوغاريتمية للمشاهدات السنوية للخسائر بهدف الوصول إلى تقدير مناسب لمخصص التعويضات تحت التسوية وذلك باستخدام حزمة (R) للإكتواريين (The Chain Ladder package).

وترجع **أهمية البحث** بصفة عامة إلى أهمية الطرق الاحتمالية في تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية والتي تتلخص في النقاط التالية (Hindley, David, 2017):

- **تقييم عدم التأكد المحيط برقم المخصص المقترح:** خاصة عند استخدام المخصصات لأغراض إعداد التقارير المالية، بالرغم من أن الهدف الرئيسي عادة هو تحديد قيمة واحدة للمخصص المراد حجزه، فإن فهم عدم اليقين المحيط بهذا الرقم أو تحديد مؤشر تقريبي لقوة هذا الرقم المقترح يكون مهمًا لشركة التأمين. وأيضًا يمكن استخدام الأساليب العشوائية لإعطاء إشارة إلى النسبة المئوية لرقم المخصص المقترح، والذي يمكن استخدامه لقياس قوة المخصص. مما يعطى فرصة لمعرفة ما إذا كانت المطالبات الفعلية أعلى أو أقل من المخصص المقترح.
- **تقييم مخاطر المخصصات في تحديد متطلبات رأس المال:** إن أحد العناصر الرئيسية لأي نظام تنظيمي لرأس المال قائم على المخاطر المرتبطة بالمخصصات، يعتبر المخصص العشوائي أداة أساسية لها.
- **تقييم عدم التأكد المحيط بمطالبات المستقبل:** فيما يتعلق بمجالات التسعير وإعادة التأمين، ومدى ملائمة المخصصات للأغراض الضريبية، وتحويلات المحفظة وتقيمها.
- **لوائح الملاءة المالية ومعايير إعداد التقارير المالية:** سوف يكون لها تأثير على استخدام الأساليب العشوائية. على سبيل المثال، يتضمن تعريف أفضل تقدير تحت (solvency II) إشارة إلى استخدام التدفقات النقدية المرجحة الاحتمالية، الأمر الذي قد يؤدى إلى تأثر شركات التأمين المتأثرة بهذه اللوائح لزيادة استخدام الأساليب العشوائية.
- **المعايير الدولية لإعداد التقارير المالية (IFRS) لأعمال التأمين:** قد تتطلب في مرحلة ما في المستقبل حساب هوامش المخاطر، وفي هذه الحالة ستكون الأساليب العشوائية أيضًا أداة مهمة في هذا المجال.

وستعتمد الدراسة التطبيقية على بيانات مثلث الخسائر السنوية لفرع تأمين الحريق.

وسيتم مناقشة النموذج المقترح على النحو التالي:

(١) نموذج بواسون ذي التشتت الزائد (The Over-dispersed Poisson Model "ODP")

Hindley, David, 2017) ،((René Dahms, 2019) ،(Stefano and Agostino, 2018) ،(England, P. & Verrall, R., 2002) ،(Wütrich, M. & Merz, M., 2008) .

يعتبر نموذج بواسون ذي التشتت الزائد (ODP) نموذج إحصائي، وعند استخدامه في موضوع مخصصات المطالبات، يتم ملاءمته لمثلث البيانات للمطالبات السنوية. ويمكن اعتباره تعميماً لنموذج بواسون الأكثر وضوحاً. وقد تم اقتراح نموذج (ODP) في البداية في (Renshaw, A. & Verrall, R., 1994) وبعد ذلك في (Renshaw, A. & Verrall, R., 1998). وغالبًا يتم تناوله في الأبحاث التي تغطى أنواعًا مختلفة من طرق مخصصات المطالبات العشوائية.

وقد تمت صياغته كنموذج خطى معمم (GLM)، وهي مجموعة من النماذج التي تعتبر تعميمًا مرنًا للانحدار الخطى المعتاد. حيث يمكن للنماذج الخطية المعممة (GLMs) اختبار توفيق بيانات مثلث الخسارة باستخدام برنامج إحصائي معد لذلك، كما هو الحال مع بعض النماذج العشوائية الأخرى، حيث لديها قيودًا تتعلق بطبيعة البيانات التي يمكن توفيقها بنجاح، وعلى الرغم من هذه القيود، يعد نموذج (ODP) طريقة عشوائية هامة في مخصص المطالبات، ويرجع ذلك إلى أنه يوفر الأساس الإحصائي لطريقة النماذج الخطية المعممة في تقدير مخصص المطالبات.

(١-١) الصيغة الرياضية لنموذج (ODP):

نرمز للمطالبات السنوية لسنة الحادث (i) ولفترة التطور (j) بالرمز: ($x_{i,j}$)

وبالتالي يمكن صياغة المتوسط والتباين وفقاً للنماذج (GLMs) على النحو التالي:

$$\mathrm{E}\left[x_{i,j}\right]=m_{i,j}\,,\mathrm{var}\left[x_{i,j}\right]=\frac{\phi_j V\left[m_{i,j}\right]}{w_{i,j}} \qquad (1)$$

$\left(V\left[m_{i,j}\right]\right)$: يطلق عليها التباين، وهو دالة في المتوسط، ϕ_j: معلمة التشتت (scale parameter) (معلمة) (التي قد تختلف أو لا تختلف باختلاف المؤشر j)، $\left(w_{i,j}\right)$: الأوزان المخصصة للمتغير $\left(x_{i,j}\right)$

وبالنسبة لنموذج (ODP)، يفترض أن ($x_{i,j}$): متغيرات عشوائية تتبع توزيع بواسون ذي التشتت الزائد، حيث تكون جميع الأوزان تساوى الواحد الصحيح، ويتم استخدام معلمة مقياس واحدة (ϕ_j)، $V\left[m_{i,j}\right]=m_{i,j}$. وبناءً على ذلك، فإن متوسط وتباين نموذج (ODP)، باستخدام صيغة GLM في المعادلة (١) يتم تعريفه بالصيغة التكرارية الأصلية للنموذج على النحو التالي:

$$\mathrm{E}\left[x_{i,j}\right]=m_{i,j}=x_i y_j, \operatorname{var}\left[x_{i,j}\right]=\phi \mathrm{E}\left[x_{i,j}\right]=\phi x_i y_j \quad (2)$$

(Charles & Stephan Westphl, 2006)

"وفي بعض الدراسات يرمز إلى $\left(x_{i,j}\right)$ بـ $\left(c_{i,j}\right)$ (المطالبات السنوية)"، حيث:

$$\left(i+j\leq I, \qquad 0\leq j\leq J, \qquad \sum_{k=0}^{J-1} y_k=1\right)$$

في هذه الصيغة، تمثل (x_i) المطالبات النهائية المتوقعة حتى آخر نقطة تطور في المثلث، (y_j) تمثل نسبة المطالبات النهائية التي من المتوقع أن تظهر في فترة التطور(j). وبهذه الطريقة، يمكن رؤية نموذج (ODP) على أنه يحتوي على هيكل (Cross-Classified)، وبالتالي يوصف أحيانًا بأنه جزء من عائلة نماذج (Cross-Classified)، والتي تتضمن أيضًا شكلًا أكثر عمومية للنموذج يشار إليه بنماذج Tweedie (Merz and Wüthrich, 2015).

ولأغراض التقدير، يتم التعبير عن متوسط نموذج (ODP) في شكل خطى، عن طريق أخذ اللوغاريتمات. وهذا يؤدى إلى الصيغة البديلة التالية للمتوسط والتباين، وهى الصيغة الأكثر اقتباسًا عند الإشارة إلى نموذج (ODP):

$$\mathrm{E}\left[X_{i,j}\right]=m_{i,j}, \operatorname{var}\left[X_{i,j}\right]=\phi \mathrm{E}\left[X_{i,j}\right]=\phi m_{i,j} \qquad (3)$$

حيث أن:

$$\log m_{i,j}=\eta_{i,j}, \qquad \eta_{i,j}=c+\alpha_i+\beta_j, \quad \alpha_0=\beta_0=0$$

وباستخدام مصطلحات (GLM) القياسية، فإن (GLM) تحدد بدالة الربط اللوغاريتمية، والتباين يتناسب مع المتوسط (McCullagh & Nelder, 1989). المعلمة (ϕ) هي معلمة التشتت الزائد في نموذج (ODP)، حيث يكون التباين أكبر من المتوسط. وهي معلمة قياس غير معلومة يتم تقديرها كجزء من إجراءات توفيق النموذج، وعادة ما تكون أكبر من الواحد الصحيح. وفي هذ النموذج (ODP) تستخدم معلمة تشتت ثابتة لكل فترة تطور.

ويعـد نمـوذج (ODP) هـو أحـد أنـواع النمـاذج الـشائعة لعائلـة (GLM)، حيـث: $\left(\operatorname{var}\left[x_{i,j}\right]=\phi m^{z}{}_{i,j}\right)$، حيث عندما تكون (z=1) يصبح هذا النموذج (ODP). عندما يكون (z=0) يصبح هذا النموذج نموذج جاوس(Gaussian model)، عندما يكون (z=2) يصبح هذا النموذج نموذج جاما وعندما يكون (z=3) يصبح هذا النموذج مقلوب جاوس.

وفي نموذج (ODP)، يتم افتراض أن المطالبات السنوية ($x_{i,j}$)، في كل خلية في المثلث يتم توزيعها كمتغيرات تتبع توزيع بواسون ذي التشتت الزائد بالمتوسط والتباين المذكور سابقاً. وبشرط أن: $\left(\alpha_0=\beta_0=0\right)$ (ملاحظة: في العديد من صيغ نموذج (ODP) تبدأ قيمة الترقيم من (١)، لذلك يصبح هذا القيد بهذه الصورة $(\alpha_1=\beta_1=0)$ ، ولكن في صيغة النموذج المذكور هنا يبدأ الترقيم من الصفر).

$\left(\alpha_i\right)$: تمثل العوامل المرتبطة بصفوف المثلث، $\left(\beta_j\right)$: تمثل العوامل المرتبطة بأعمدة المثلث، (c): معلمة ثابتة تنطبق على جميع الخلايا. وبالتالي، بالنسبة للمثلث البسيط (٣×٣) فإن النموذج يكون له الهيكل التالي:

جدول (١) يوضح هيكل نموذج (ODP)

Cohort	Development Period		
	0	1	2
0	c	$c+\beta_1$	$c+\beta_2$
1	$c+\alpha_1$	$c+\alpha_1+\beta_1$	
2	$c+\alpha_2$		

وبالتالي، يفترض النموذج أن نمط التطور، المعروف بالمعلمات β_j ، مناسب لكل المجموعات. لأن دالة الربط تكون لوغاريتمية، وبمجرد تقدير المعلمات c,α_i,β_j من البيانات، سيتم اشتقاق قيم الخسائر السنوية غير المعلومة من خلال العلاقة التالية: $\left(\left(e^{\eta_{ij}}=e^{c+\alpha_i+\beta_j}\right)\right)$

ويتم إجراء نموذج (ODP) من خلال أربعة مراحل كالتالي:

١- تقدير وتوفيق معلمات النموذج باستخدام نموذج (GLM)، واختبار جودة التوفيق.

٢- استخدم قيم المعلمات لتقدير المطالبات المستقبلية ومن ثم إيجاد مخصص التعويضات تحت التسوية.

٣- تحديد أخطاء التنبؤ في خلايا المطالبات السنوية المستقبلية في المثلث.

٤- تحديد خطأ التنبؤ لمخصص التعويضات تحت التسوية لكل مجموعة وللإجمالي.

يطلق على خطأ التنبؤ (prediction error) أيضاً الخطأ المعياري (SE) (Standard Error).

وسيتم مناقشة المراحل السابقة على النحو التالي:

(١-٢) المرحلة الأولى: Fitting the ODP Model

نظرًا لأن النموذج تم صياغته على أنه نموذج (GLM)، لذلك يمكن إجراء توفيق لمطالبات المثلثات باستخدام عدد من حزم البرامج المتاحة على نطاق واسع. ويمكن أيضًا تركيب النموذج من خلال فهم العملية المطلوبة لتوفيق المعلمات ثم برمجتها في حزمة برامج مناسبة. على الرغم من أن هذا الأسلوب من المرجح أن يتيح فهمًا أكثر لنموذج (ODP)، إلا أنه يستغرق وقتًا طويلاً وبالتالي لن يكون خيارًا قابلاً للتطبيق بالنسبة للكثيرين. وبالتالي، لذلك يستخدم الباحثين حزم البرامج المعدة لذلك لتطبيق نموذج (ODP). ولكن من المفيد أن يكون لدى الباحثين بعض الفهم للإجراءات التي يتم استخدامها في حزمة البرامجيات، ولذلك يوضح الجزء التالي تلخيصًا لطريقة محددة يمكن بها تركيب نموذج (ODP).

والطريقة الموضحة هنا هي تطبيق طريقة تقدير الإمكان الأعظم المعروفة باسم (Fisher scoring algorithm). وهي تكافئ طريقة المربعات الصغرى المرجحة التكرارية، التي تم حلها باستخدام أسلوب (Newton- Raphson). هذا هو الأسلوب الذي تستخدمه العديد من حزم البرامجيات التي تتضمن إجراءات توفيق (fitting) لنماذج (GLM). ولتوضيح التطبيق، تم صياغة النموذج في شكل مصفوفة على النحو التالي:

$$\log\left(E\left[X\right]\right) = \Gamma\beta \qquad (4)$$

حيث: Γ : تمثل (design matrix).

ويمكن فهم هذا النموذج بسهولة إذا كانت المصفوفة (3*3)، وباستخدام المصفوفة الموضحة في جدول (١). إذن:

$$X = \begin{bmatrix} X_{0,0} \\ X_{1,0} \\ X_{2,0} \\ X_{0,1} \\ X_{1,1} \\ X_{0,2} \end{bmatrix} ، \quad \Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ، \quad \beta = \begin{bmatrix} c \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \qquad (5)$$

ويستخدم أسلوب تكرارى لتوفيق المعالم (β) باستخدام مصفوفة وزن W حيث أنها في حالة نموذج بواسون، فإن عناصر القطر تساوى القيم المقدرة في كل مرحلة متتالية من التكرار، كالتالي:

$$W = \begin{bmatrix} e^{c} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{c+\alpha_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{c+\alpha_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{c+\beta_1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & e^{c+\alpha_1+\beta_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & e^{c+\beta_2} \end{bmatrix} \qquad (6)$$

صيغة المصفوفة العامة للطريقة، كما يلي:

$$\hat{\beta} = \left(\Gamma^T W\ \Gamma\right)^{-1} \Gamma^T W z \qquad (7)$$

حيث:

$$z = \Gamma\beta + \frac{X - e^{\Gamma\beta}}{e^{\Gamma\beta}} \qquad (8)$$

المصفوفات (W ، β) في الجانب الأيمن مأخوذة من كل مرحلة متتالية من التكرار، و المعادلة رقم (7) الموضحة أعلاه تولد قيم المرحلة التالية من التكرار.

إذا تم الإشارة إلى الصف (i) من المصفوفات $[\Gamma\beta, X\ , z\ ]$ بالرموز $[b_i, x_i, z_i\ ]$ على التوالي، فإن:

$$z_i = b_i + \frac{x_i - e^{b_i}}{e^{b_i}} \qquad (9)$$

في المصفوفة (3*3) ستكون القيم الأولية للخلايا في المصفوفة W كما يلي:

$$W = \begin{bmatrix} X_{0,0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & X_{1,0} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & X_{2,0} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & X_{0,1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_{1,1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & X_{0,2} \end{bmatrix} \qquad (10)$$

وتكون القيم التقديرية لمعلمات $\left(\hat{\beta}\right)$ في التكرار الأول معطاة من خلال التقدير الأول للبيانات التي يتم توفيقها، وفي هذا النموذج ستكون لوغاريتم البيانات الفعلية، كالتالي:

$$\beta(0)=\begin{bmatrix}\log\left(X_{0,0}\right)\\ \log\left(X_{1,0}\right)\\ \log\left(X_{2,0}\right)\\ \log\left(X_{0,1}\right)\\ \log\left(X_{1,1}\right)\\ \log\left(X_{0,2}\right)\end{bmatrix} \qquad (11)$$

بوضع قيم $\left[\beta\left(0\right)\right]$ في المعادلات (8)، (9) سوف ينتج أن: $\left[z\left(0\right)=\beta\left(0\right)\right]$. ثم تستخدم القيم الأولية (W، β) في المعادلة (7) لإنتاج قيم المعلمات المقدرة (β) في المرحلة التالية من التكرار. ثم يتم تعيين القيم على قطر المصفوفة (W) مساوية للقيم المقدرة لهذه المعلمات. ويستمر هذا الإجراء حتى تكون القيم الناتجة المتتالية قريبة بشكل كاف من بعضها البعض.

(١-٣) المرحلة الثانية: تحديد القيم المقدرة ثم تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية:

(Determining the Fitted Values and Hence the estimated Reserves)

بمجرد تحديد المعلمات المقدرة $\left(\hat{\beta}\right)$، يتم دمجها لكل خلية في المثلث، وباستخدام الهيكل الموضح في جدول (1) يتم الحصول على قيم المطالبات السنوية المستقبلية المقدرة باستخدام المعادلة التالية:

$$\hat{X}_{i,j}=\hat{m}_{i,j}=\exp\left(\hat{\eta}_{i,j}\right)=e^{\hat{c}+\hat{\alpha}_i+\hat{\beta}_j} \qquad (12)$$

وبالتالي يمكن تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية والمشار إليه $\hat{R}_i$ ، للمجموعة (i) ($i \succ 0$) لمثلث المطالبات المدفوعة عند (I+1) صف، (J+1)عمود، على النحو التالي:

$$\hat{R}_i=\sum_{k=I-i+1}^{J}\hat{X}_{i,k} \qquad (13)$$

إجمالي مخصص التعويضات تحت التسوية عبر جميع المجموعات، يشار إليه بـ $\hat{R}$ ، هو:

$$\hat{R}=\sum_{i=1}^{I}\hat{R}_i \qquad (14)$$

(٤-١) المرحلة الثالثة: تحديد القيم المقدرة لخطأ التنبؤ في قيم المطالبات السنوية المستقبلية:

(Determining the Estimated Prediction Error in the Individual Future Incremental Values)

تضمنت المرحلة السابقة استخدام نموذج (ODP) للتنبؤ بقيمة المطالبات المستقبلية في المثلث. والمرحلة التالية هي تقدير عدم التأكد، أو الخطأ، حول هذا التنبؤ، لتحديد تقدير للمخصص المشكوك فيه، وهذا هو الغرض الرئيسي من تركيب النموذج العشوائي.، إن المنهج الإحصائي الشائع الاستخدام هو تقدير عدم التأكد في التنبؤ باستخدام تباين التنبؤ، والمعروف أيضًا باسم متوسط مربعات الأخطاء (Mean Squared Error of Prediction "MSEP"). حيث خطأ التنبؤ يمثل الجذر التربيعي لـ (MSEP)، وعادة ما يشار إليه باسم (Root-Mean-Squared Error of Prediction)، أو (RMSEP). بالنسبة للمطالبة الواحدة السنوية المستقبلية ($X_{i,j}$)، ويتم تعريف (MSEP) على النحو التالي:

$$MSEP\left[\hat{X}_{i,j}\right]=E\left[\left(X_{i,j}-\hat{X}_{i,j}\right)^2\right] \qquad (15)$$

باستبدال: $\left(X_{i,j}-\hat{X}_{i,j}\right)$ في المعادلة (15) بـ:

$$\left(X_{i,j}-E\left[X_{i,j}\right]\right)-\left(\hat{X}_{i,j}-E\left[X_{i,j}\right]\right)$$

$$MSEP\left[\hat{X}_{i,j}\right]=E\left[\left(X_{i,j}-E\left[X_{i,j}\right]\right)^2\right]-E\left[\left(\hat{X}_{i,j}-E\left[X_{i,j}\right]\right)^2\right]$$
$$-2E\left[\left(X_{i,j}-E\left[X_{i,j}\right]\right)\right]\left[\left(\hat{X}_{i,j}-E\left[X_{i,j}\right]\right)\right]$$

(16)

إذا افترضنا أن المطالبات المستقبلية مستقلة عن المطالبات الماضية، وبما أن ($\hat{X}_{i,j}$) تعتمد فقط على المطالبات الماضية لنموذج (ODP)، فإن المقدار الثالث في المعادلة (16) سيكون صفرًا. وبالنسبة للمقدار الأول، لاحظ ذلك:

$$E\left[\left(X_{i,j}-E\left[X_{i,j}\right]\right)^2\right]=Var\left[X_{i,j}\right]$$

ومن المعادلة (3) ' فإن:

$$\operatorname{var}\left[x_{i,j}\right]=\phi m_{i,j} \qquad (17)$$

أما المقدار الثاني، فقد أثبت (Renshaw , 1994) أن:

$$E\left[\left(\hat{X}_{i,j}-E\left[X_{i,j}\right]\right)^{2}\right]\approx Var\left[\hat{\eta}_{i,j}\right]m^{2}_{i,j} \qquad (18)$$

وبدمج المعادلتين (17)، (18)، فإن:

$$MSEP\left[\hat{X}_{i,j}\right]\approx \phi m_{i,j}+Var\left[\hat{\eta}_{i,j}\right]m^{2}_{i,j} \qquad (19)$$

و هذا يمكن اعتباره أن:

$$\underbrace{MSEP\left[\hat{X}_{i,j}\right]}_{\substack{Prediction\\ variance}}=\underbrace{Var\left[X_{i,j}\right]}_{\substack{Process\\ variance}}+\underbrace{Var\left[\hat{X}_{i,j}\right]}_{\substack{Estimation\\ variance}} \qquad (20)$$

سيتم استبدال المقادير في المعادلة (١٩) بتقديراتها، بحيث يتم تقدير (MSEP) باستخدام المعادلة التالية:

$$\widehat{MSEP}\left[\hat{X}_{i,j}\right]=\hat{\phi}\hat{m}_{i,j}+Var\left[\hat{\eta}_{i,j}\right]\hat{m}^{2}_{i,j} \qquad (21)$$

لاشتقاق $\hat{\phi}$ في نموذج (ODP)، يتم استخدام قانون بواقي (Pearson)، على النحو التالي:

$$\hat{\phi}=\frac{1}{n-p}\sum\left(\frac{X_{i,j}-\hat{m}_{i,j}}{\sqrt{\hat{m}_{i,j}}}\right)^{2} \qquad (22)$$

حيث n : عدد نقاط البيانات، p: عدد المعلمات، (n-p): عدد درجات الحرية. ولتطبيق نموذج (ODP) على المثلث مع (I+1) فترات سنة الحادث، و (J+1) فترات التطور. وللسهولة سوف نرمز k=(I+1)=(J+1) لذلك:

$$n=\frac{1}{2}k\left(k+1\right),\quad p=2k-1$$

(England and Verrall, 2006)، ويمكن إعادة صياغة المعادلة (22) كالتالي:

$$\hat{\phi}=\frac{n}{n-p}\times\frac{\sum\left(\frac{X_{i,j}-\hat{m}_{i,j}}{\sqrt{\hat{m}_{i,j}}}\right)^{2}}{n}$$

$$\hat{\phi}=\frac{\sum\left[\left(\frac{n}{n-p}\right)^{\frac{1}{2}}\left(\frac{X_{i,j}-\hat{m}_{i,j}}{\sqrt{\hat{m}_{i,j}}}\right)\right]^{2}}{n} \qquad (23)$$

وبالتالي، في هذه المرحلة تم تحديد صيغة تقريبية لـ (MSEP) للقيم المستقبلية السنوية الفردية ـ والتي يمكن أن تكون ذات أهمية عند النظر في حالة عدم التأكد بشأن التدفقات النقدية المستقبلية.

(٥-١) المرحلة الرابعة: تحديد خطأ التنبؤ لمخصص التعويضات تحت التسوية باستخدام نموذج (ODP):

(Determining the Prediction Error of the Reserves Using the ODP Model)

هذه المرحلة تماثل تلك الموجودة عادة في تطبيقات (GLM) النموذجية، حيث أن الهدف هو تقدير $\left[MSEP\left(\hat{R}_i\right)\right]$، $\left[MSEP\left(\hat{R}\right)\right]$. وتقدم العديد من الدراسات الصيغة التالية للتقدير: (England and Verrall, 2002)، (Renshaw , 1994)

$$MSEP\left[\hat{R}_i\right] \approx \sum_{j\in\Delta_i} \hat{\phi}\hat{m}_{i,j} + \sum_{j\in\Delta_i} \hat{m}_{i,j}^2 Var\left[\hat{\eta}_{i,j}\right]$$
$$+2\sum_{\substack{j_1,j_2\in\Delta_i\\ j_2\succ j_2}} \hat{m}_{ij_1}\hat{m}_{ij_2} Cov\left[\hat{\eta}_{i_1,j_1},\hat{\eta}_{i_2,j_2}\right] \qquad (24)$$

حيث تمثل (Δ_i) الخلايا في المجموعة (i) في مثلث البيانات المطابقة للقيم المقدرة المستقبلية (أي تلك الموجودة في الجزء الأيمن السفلى من المثلث). وبالمثل، (Δ) يستخدم لتمثيل هذه الخلايا عبر جميع المجموعات. وتظهر المعادلة التالية كذلك:

$$MSEP\left[\hat{R}_i\right] \approx \sum_{i,j\in\Delta} \hat{\phi}\hat{m}_{i,j} + \sum_{i,j\in\Delta} \hat{m}_{i,j}^2 Var\left[\hat{\eta}_{i,j}\right]$$
$$+2\sum_{\substack{i_1,j_1\in\Delta\\ i_2,j_2\in\Delta\\ i_1,j_1\neq i_2,j_2}} \hat{m}_{i_1j_1}\hat{m}_{i_2j_2} Cov\left[\hat{\eta}_{i_1,j_1},\hat{\eta}_{i_2,j_2}\right] \qquad (25)$$

يمثل المقدار الأول في كل من هاتين المعادلتين تباين العملية (process variance) ويمثل المقدارين الأخرين تباين التقدير. من الصعب نسبيًا تطبيق الصيغة عمليًا، نظرًا للحاجة إلى الاختيار بعناية فائقة للقيم التي يتم من خلالها إجراء عمليات الجمع. لكن من الأسهل بكثير فهمها وتطبيقها عمليًا إذا تم التعبير عنها في شكل مصفوفة، من خلال صياغة المصفوفة لنموذج (ODP).

تبدأ هذه الصيغة بصيغة المصفوفة لتقدير التباين / التغاير للمعلمات التي تم تقديرها بهذه الصورة:

$$\hat{\sum} = \hat{\phi}\left(\Gamma^{T} W\ \Gamma\right)^{-1} \qquad (26)$$

المصفوفات $[\Gamma, \quad W]$ هي المصفوفات الموضحة سابقًا. بالنسبة للمثلث (3*3)، الذي يحتوي على خمس معلمات لنموذج (ODP)، وستكون هذه المصفوفة مصفوفة (5*5)، حيث تمثل العناصر القطرية التباين المقدر للمعلمات (الموجودة في المثلث وتم عمل لها fitted).

في المعادلتين (24)، (25) الخاصة بتقدير (MSEP)، تكون قيم (i، j) فقط هي تلك الخاصة بالجزء المستقبلي من المثلث (الجزء الذي سيتم التنبؤ به). ولاشتقاق هذه الصيغ في شكل مصفوفة، من الضروري تحديد مصفوفة التصميم المستقبلية) ΓF (بالنسبة للمثلث (3*3)، وسوف تكون على النحو التالي:

$$\Gamma F = \begin{array}{cccccc} cells & c & \alpha_1 & \alpha_2 & \beta_1 & \beta_2 \\ C_{1,2} & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ C_{2,1} & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ C_{2,2} & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \qquad (27)$$

ومن ثم يكون حاصل ضرب المصفوفتين $\left(\Gamma F\,\beta\right)$ سينتج معلمات القيم المستقبلية. وتحتوي معادلات (MSEP) على مصطلحات تتعلق بالتباين والتغاير ما يطلق عليه التنبؤ الخطى، $\left(\hat{\eta}_{i,j}\right)$. وبلغة المصفوفة، ستكون مصفوفة التباين / التغاير للتنبؤ الخطى في الجزء المستقبلي من المثلث كالتالي:

$$N = \Gamma F \hat{\sum}\left(\Gamma F\right)^{T} \qquad (28)$$

بالنسبة للمثلث (3*3)، فإن (N) ستكون مصفوفة (3*3) أيضاً، حيث لا يوجد سوى ثلاث قيم مستقبلية في المثلث (بافتراض عدم وجود ذيل تطور).

لتحديد ناتج $\left(\hat{m}_{i,j}\right)$ مع $\left(Cov\left[\hat{\eta}_{ij_1}, \hat{\eta}_{ij_2}\right] \quad ,Var\left[\hat{\eta}_{i,j}\right]\right)$. المقدار الثاني والثالث في المعادلتين (24)، (25) الخاصة بتقدير (MSEP) يكون مصفوفة قطرية عناصرها أصفار ماعدا القطر الرئيسي يتمثل في القيم المستقبلية للمثلث التي تم تقديرها. وفي النموذج (3*3) سيكون على الصورة التالية:

$$diag\left(\hat{m}\right)=\begin{bmatrix}\hat{m}_{1,2} & 0 & 0\\ 0 & \hat{m}_{2,1} & 0\\ 0 & 0 & \hat{m}_{2,2}\end{bmatrix} \tag{29}$$

$$diag\left(\hat{m}\right)=\begin{bmatrix}e^{\hat{c}+\hat{\alpha}_1+\hat{\beta}_2} & 0 & 0\\ 0 & e^{\hat{c}+\hat{\alpha}_2+\hat{\beta}_1} & 0\\ 0 & 0 & e^{\hat{c}+\hat{\alpha}_2+\hat{\beta}_2}\end{bmatrix} \tag{30}$$

لاشتقاق المقدارين الثاني والثالث في المعادلتين (24)، (25) المطلوبين يتم استخدام ضرب المصفوفة على النحو التالي:

$$diag\left(\hat{m}\right)N diag\left(\hat{m}\right) \tag{31}$$

إذا تمت إضافة المعادلة (31) بعد ذلك إلى مصفوفة قطرية أخرى $\left[\phi diag\left(\hat{m}\right)\right]$، سوف تمثل المقدار الأول في المعادلتين (24)، (25)، وسوف تحتوي المصفوفة الناتجة على جميع المقادير اللازمة لاشتقاق القيم لهذه الصيغة، وبالتالي تقديرات (MSEP) المطلوبة.

(٢) نموذج التسلسل السلمي وفقا لتوزيع بواسون ذي التشتت الزائد:

The Over-Dispersed poisson chain –Ladder Model:

(England, P. & Verrall, R., 2002)

(٢ـ١) النموذج العام لنموذج التسلسل السلمي وفقا لتوزيع بواسون ذي التشتت الزائد يأخذ الشكل التالي:

$$\mathrm{E}\left[c_{ij}\right]=m_{ij}$$

$$\mathrm{var}\left[c_{ij}\right]=\phi m_{ij}$$

ويتم استكمال الصيغة السابقة عن طريق تحديد شكل هيكلي لـ $\left(m_{ij}\right)$. وقد تم اقتراح هيكلين:

(٢ـ١ـ١) الهيكل الأول:

$$m_{ij}=x_i y_j$$

$$\sum_{k=1}^{n} y_k=1$$

حيث في الهيكل الأول يكون النموذج غير خطى في المعلمات، ويعد أسلوب النمذجة غير الخطية مطلوبة للحصول على تقديرات للمعلمات. فإذا كانت تقديرات الإمكان الأعظم مطلوبة، فإن ذلك يتضمن إيجاد دالة الإمكان الأعظم وتعظيمها فيما يتعلق بالمعلمات، والتي لا تكون دائمًا مباشرة.

(٢-١-٢) الهيكل الثاني: النموذج الخطى المعمم (generalised linear model)

$$\log\left(m_{ij}\right) = c + \alpha_i + \beta_j$$

حيث يتم نمذجة الاستجابات $\left(c_{ij}\right)$ على أنها متغيرات عشوائية تتبع توزيع بواسون مع دالة الربط اللوغاريتمية والمؤشر الخطى (linear predictor η_{ij}) $\left(\eta_{ij} = c + \alpha_i + \beta_j\right)$

$$\log m_{ij} = \eta_{ij}$$

$$\alpha_0 = \beta_0 = 0 \quad \text{(Verrall, 1999)}$$

ويؤخذ في الاعتبار التشتت الزائد عن طريق تقدير معلمة القياس غير المعلومة (ϕ)، ونلاحظ في توزيع بواسون ذي التشتت الزائد أن تباين المطالبات يتناسب مع المتوسط، وليس مساوياً له (كما هو الحال في توزيع بواسون). ولوغاريتم متوسط المطالبة (يعنى استخدام دالة الربط اللوغاريتمية) يساوى دالة خطية لكل من فترة الأصل (فترة الحادث) وفترة التطور. حيث يشار إليهما عادة بالعوامل (factors)، (بمعنى أن: هناك معلمة لكل صف i، ومعلمة لكل عمود j). وعلى الرغم من أن النموذج يعتمد على توزيع بواسون، فإن هذا لا يعنى أنه مناسب فقط للبيانات التي تتكون على سبيل الحصر من الأعداد الصحيحة الموجبة. حيث يمكن التغلب على هذا القيد باستخدام أسلوب (quasi-likelihood) (McCullagh & Nelder, 1989)، (Michel Denuit, Jan Dhaene, Marc Goovaerts, Rob Kaas, 2009, 2001) الذي يمكن تطبيقه على البيانات غير الصحيحة، الموجبة والسالبة. وفي هذه الحالة أسلوب (quasi-likelihood) يماثل (Poisson- likelihood) حتى ثابت التناسب بالنسبة للبيانات التي تتكون بالكامل من أعداد صحيحة موجبة، ويتم الحصول على تقديرات المعلمات المتماثلة باستخدام (full or quasi-likelihood).

وتستخدم العديد من الحزم الإحصائية أسلوب (quasi-likelihood) لتوفيق (GLMs) بشكل افتراضي، ويكون الافتراض الحاسم هو أن التباين نسبة من المتوسط، وأن البيانات لا تقتصر على كونها أعدادًا صحيحة موجبة.

النموذج المقترح:

المخصصات العشوائية وفقا للنماذج الخطية المعممة:

(Generalized Linear Models – Stochastic Reserving)

حيث يتم تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية وفقًا للنماذج الخطية المعممة باستخدام الصيغة التالية: (Nigel De Silva, 2006)

$$\mathrm{E}\left[c_{ij}\right]=m_{ij}=e^{\eta_{ij}}=e^{\alpha_i+\beta_j+c}$$

(يمثل تباين المطالبات نسبة من المتوسط) $Var\left[c_{ij}\right]=\phi m_{ij}$

حيث:

c_{ij}: بيانات المطالبات السنوية.

α_i: فترة الحادث i

β_j: فترة التطور j

c: ثابت

ϕ: معلمة التشتت

η_{ij}: المؤشر الخطى (linear predictor)

الدراسة التطبيقية للنموذج المقترح:

باستخدام بيانات مثلث الخسائر السنوية لفرع تأمين الحريق الموضحة في جدول (٢) على النحو التالي:

الجدول رقم (٢)

يوضح مثلث الخسائر السنوية لفرع تأمين الحريق (القيمة بالألف جنيه)

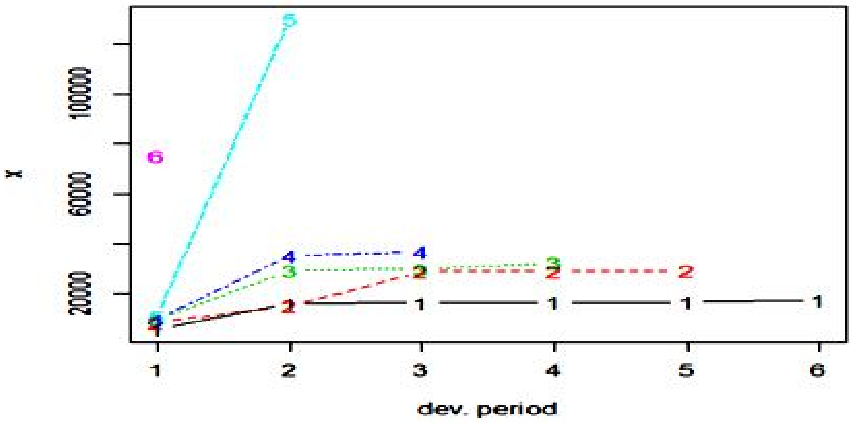
Origin Period (i)	**Development Period (j)**					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	5850	10251	362	144	27	800
2	8486	6565	13937	157	37	
3	9718	19745	465	2453		
4	9736	25633	1536			
5	10942	119087				
6	75265					

بإدخال البيانات الواردة في جدول (٢) في البرنامج الإحصائي (R) للإكتواريين حزمة (The Chain Ladder packag) تم التوصل إلى النتائج التالية)Lee Bowron , 2013:(

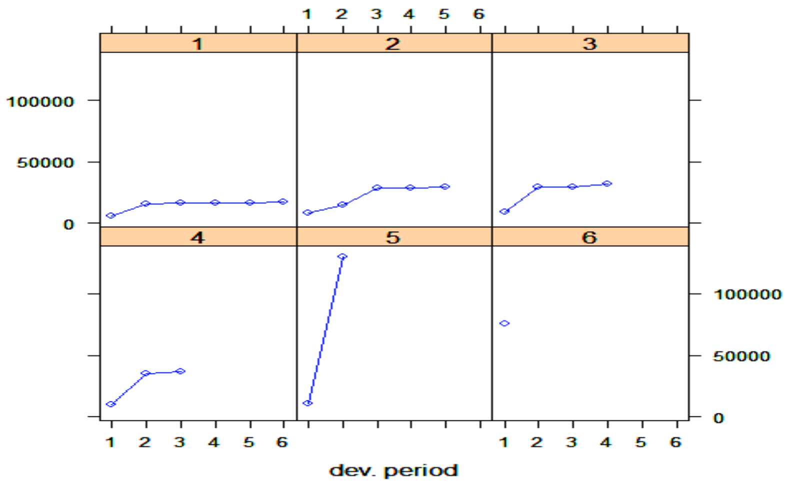
(١) الرسم البياني للبيانات:

(Alessandro *et al.*, 2020 and Markus *et al.*, 2020)

شكل (١) يوضح تطور المطالبات من خلال خط واحد لكل فترة حادث.



شكل (٢) يوضح تطور التسلسل السلمي مع لوحة فردية لكل فترة حادث.



(٢) كانت النتائج كالتالي:

(Alessandro *et al.*, 2020 and Markus *et al.*, 2020)

Deviance Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-106.21	-33.92	0.00	40.81	120.51

Coefficients	Estimate	Std. Error	t value	Pr(>|t|)	
(Intercept)	7.9052	0.7259	10.891	7.23e-07	***
origin2	0.5621	0.7881	0.713	0.49203	
origin3	0.6675	0.7740	0.862	0.40867	
origin4	0.8342	0.7598	1.098	0.29797	
origin5	2.2504	0.6779	3.320	0.00775	**
origin6	3.3236	0.7838	4.240	0.00172	**
dev2	1.3994	0.4283	3.267	0.00847	**
dev3	-0.1531	0.7683	-0.199	0.84604	
dev4	-1.5327	1.6140	-0.950	0.36468	
dev5	-4.7595	10.1542	-0.469	0.64932	
dev6	-1.2206	2.9586	-0.413	0.68865	

Signif. codes: 0 '*' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1**

(Dispersion: 6581.285)

Null deviance: 666861 on 20 degrees of freedom

Residual deviance: 63760 on 10 degrees of freedom

AIC: NA

Number of Fisher Scoring iterations: 10

حيث مما سبق تكون النتائج كالتالي:

(٢-١) كانت تقديرات المعالم كالتالي:

Coefficients	Parameter estimate
(Intercept-constant): $\hat{c}$	7.9052
$\hat{\alpha}_2$ origin2:	0.5621
origin3: $\hat{\alpha}_3$	0.6675
origin4: $\hat{\alpha}_4$	0.8342
origin5: $\hat{\alpha}_5$	2.2504
origin6: $\hat{\alpha}_6$	3.3236
dev2: $\hat{\beta}_2$	1.3994
dev3: $\hat{\beta}_3$	-0.1531
dev4: $\hat{\beta}_4$	-1.5327
dev5: $\hat{\beta}_5$	-4.7595
dev6: $\hat{\beta}_6$	-1.2206
Dispersion: ϕ	6581.285

(٢-٢) بمعلومية المعالم المقدرة يتم حساب قيم الخسائر المستقبلية من خلال العلاقة التالية:

$$E\left[c_{ij}\right] = m_{ij} = e^{\eta_{ij}} = e^{\alpha_i + \beta_j + c}$$ وموضح ذلك في جدول (٣)

جدول (٣): يوضح خلايا الخسائر المستقبلية التي سوف يتم تقديرها:

Origin Period (i)	Development Period (j)					
	1	2	3	4	5	6
1	5850	10251	362	144	27	800
2	8486	6565	13937	157	37	$C_{2,6}$
3	9718	19745	465	2453	$C_{3,5}$	$C_{3,6}$
4	9736	25633	1536	$C_{4,4}$	$C_{4,5}$	$C_{4,6}$
5	10942	119087	$C_{5,3}$	$C_{5,4}$	$C_{5,5}$	$C_{5,6}$
6	75265	$C_{6,2}$	$C_{6,3}$	$C_{6,4}$	$C_{6,5}$	$C_{6,6}$

على سبيل المثال:

$$E\left[c_{2,6}\right]=e^{\alpha_2+\beta_6+c}=e^{0.5621-1.2206+7.9052}=1403.466$$

(٢-٣) إيجاد قيم الخسائر المستقبلية المقدرة وتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية وموضح ذلك في جدول (٤).

جدول (٤): يوضح الخسائر المستقبلية المقدرة ومخصص التعويضات تحت التسوية:

Origin Period (i)	Development Period (j)						Reserve
	1	2	3	4	5	6	
1	2711.345	10988.45	2326.453	585.5198	23.23593	799.9906	0
2	4756.655	19277.62	4081.419	1027.208	40.76403	1403.466	1403.466
3	5285.381	21420.42	4535.089	1141.388	45.29515	1559.468	1604.763
4	6244.148	25306.08	5357.753	1348.435	53.51168	1842.355	3244.302
5	25734.81	104297.2	22081.6	5557.48	220.5446	7593.136	35452.762
6	75267.22	305040.6	64582.58	16254.09	645.032	22207.83	408730.081
Total							450435.4

(٢-٤) ومن الجدولين (٣)، (٤) يمكن إيجاد المطالبات التراكمية وكذلك الوصول إلى تقدير قيمة مخصص التعويضات تحت التسوية وموضح ذلك في جدول (٥).

جدول (٥): يوضح المطالبات التراكمية وأيضاً تقدير قيمة مخصص التعويضات تحت التسوية:

Origin Period (i)	Development Period(j)						Reserve
	1	2	3	4	5	6	
1	5850	16101	16463	16607	16634	17434	0
2	8486	15051	28988	29145	29182	30585.47	1403.465761
3	9718	29463	29928	32381	32426.3	33985.76	1604.763126
4	9736	35369	36905	38253.44	38306.95	40149.3	3244.301905
5	10942	130029	152110.6	157668.1	157888.6	165481.8	35452.7615
6	75265	380305.6	444888.1	461142.2	461787.3	483995.1	408730.081
Total							450435.4

(٥-٢) وبناء على النموذج المقترح (النموذج الخطى المعمم) بلغت القيمة المتوقعة لمخصص التعويضات تحت التسوية في فرع تأمين الحريق (450435.4) بخطأ معياري للتنبؤ (247739.47) أو بنسبة (٥٥٪).

نتائج الدراسة:

تتمثل أهم النتائج التي توصلت إليها الدراسة فيما يلي:

استخدام النماذج الخطية المعممة في تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية قد أسفر عن النتائج التالية:

- كانت تقديرات معالم النموذج كالتالي:

Coefficients	Parameter estimate
(Intercept-constant): $\hat{c}$	7.9052
$\hat{\alpha}_2$ origin2:	0.5621
origin3: $\hat{\alpha}_3$	0.6675
origin4: $\hat{\alpha}_4$	0.8342
origin5: $\hat{\alpha}_5$	2.2504
origin6: $\hat{\alpha}_6$	3.3236
dev2: $\hat{\beta}_2$	1.3994
dev3: $\hat{\beta}_3$	-0.1531
dev4: $\hat{\beta}_4$	-1.5327
dev5: $\hat{\beta}_5$	-4.7595
dev6: $\hat{\beta}_6$	-1.2206
Dispersion: ϕ	6581.285

- معلمة التشتت (ϕ) = **6581.285**
- وبناءاً على النموذج المقترح (النموذج الخطى المعمم) بلغت القيمة المتوقعة لمخصص التعويضات تحت التسوية في فرع تأمين الحريق (450435.4) بخطأ معياري للتنبؤ (247739.47) أو بنسبة (٥٥%).

التوصيات:

توصى هذه الدراسة بضرورة استخدام الطرق الإحصائية لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية بالاستعانة بالبرامج الإحصائية والإكتوارية المتقدمة والمتخصصة.

المراجع

أولا: المراجع العربية:

١) عفاف عنتر زهري عبد الرحيم (٢٠١٢)، " استخدام الانحدار الفازي FUZZY REGESSIONفي تقدير مخصص المطالبات التي تحققت ولم يبلغ عنها حتى تاريخ إعداد الحسابات الختامية (IBNR)"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التجارة، جامعة القاهرة.

٢) محمد محمد محمد عطا، على سيد بخيت (٢٠٠٧)، " توصيف نموذج كمي لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية بالتطبيق على قطاع التأمينات العامة في سوق التأمين المصري"، مجلة البحوث التجارية المعاصرة، كلية التجارة- جامعة سوهاج، المجلد 21، العدد ١، ص ١٧٧- ٢٠٩.

٣) على السيد عبده الديب (٢٠٠١)، " تطوير طريقة التسلسل السلمي لتقدير مخصصات الخسارة في سوق التأمين المصري "، مجلة الدراسات المالية والتجارية، جامعة القاهرة، العدد الثاني، صـ ٧١-١٢١.

٤) حامد عبد القوى محمد الخواجة (٢٠١٤)، " نموذج كمي لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية بسوق التأمين السعودي "، مجلة البحوث المالية والتجارية، كلية التجارة، جامعة بورسعيد، العدد١، ص ٥٢٢-٥٤٩.

٥) جيهان مسعد المعداوى (٢٠١٠)، " نموذج مقترح لتقدير مخصصات الخسارة في التأمينات العامة "، رسالة دكتوراة غير منشورة، كلية التجارة، جامعة المنصورة.

٦) جيهان مسعد المعداوى (٢٠١٥)، " تقدير مخصص الخسارة في تأمين الطيران باستخدام طريقة Panning "، المجلة المصرية للدراسات التجارية، كلية التجارة، جامعة المنصورة، المجلد٣٩، العدد١، ص ١٧٧-٢٠٤.

٧) شيماء محمد محمود الشرباصى (٢٠١٦)، " نموذج هرمي غير خطى للتنبؤ بقيمة مخصص التعويضات تحت التسوية للتأمينات العامة في السوق المصرية"، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التجارة، جامعة المنصورة.

٨) منى عمار، مصطفي عبد الغنى (١٩٩٥)، "دراسة تحليلية لطريقة تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية في تأمين الحريق بالتطبيق على قطاع الحديد والصلب في ج.م.ع."، مجلة الدراسات المالية والتجارية (العلوم الإدارية)، كلية التجارة - بنى سويف - جامعة القاهرة، العدد الحادي عشر، صـ ٢٩١-٣١٤.

ثانيا: المراجع الأجنبية:

1) Hindley, David (2017): Claims Reserving in General Insurance || Stochastic Reserving Methods: Downloaded from https://www.cambridge.org/core. University of Sussex Library, on 13 Nov 2017 at 20:26:18, subject to the Cambridge Core terms of use, available at:

https://www.cambridge.org/core/terms.https://doi.org/10.1017/9781139924696.005

2) Renshaw, A. & Verrall, R. (1994): A Stochastic Model Underlying the Chain-Ladder Technique. Proceedings XXV ASTIN Colloquium, Cannes.

3) Renshaw, A. & Verrall, R. (1998): A Stochastic Model Underlying the Chain-Ladder Technique. British Actuarial Journal, 4, IV, 903-923.

4) England, P. & Verrall, R. (2002): Stochastic Claims Reserving in General Insurance. British Actuarial Journal, 8 (3), 443-518. DOI: 10.1017/S1357321700003809, Published online: 10 June 2011

5) Wütrich, M. & Merz, M. (2008): Stochastic Claims Reserving Methods in Insurance. John Wiley & Sons Ltd.

6) Nigel De Silva, (2006): An Introduction to R: Examples for Actuaries, version 0.1

7) McCullagh, P. & Nelder, J.A. (1989). Generalized linear models. Second edition, New York: Chapman and Hall.

8) Renshaw, A. E. (1994). On the second moment properties and the implementation of certain GLIM based stochastic claims reserving models. Actuarial Research Paper No.65, Department of Actuarial Science and Statistics, City University, London.

9) René Dahms, (2019). Stochastic Reserving, ETH Zurich.

10) Charles & Stephan Westphal (2006): Stochastic Reserving, CAE Spring 2006 Meeting.

11) Verrall R. J. (1999). Analytic and bootstrap estimates of prediction errors in claims reserving. Insurance: Mathematics and Economics 25: 281-293.

12) Stefano Cavastracci Strascia and Agostino Tripodi (2018). "Overdispersed-Poisson Model in Claims Reserving: Closed Tool for One-Year Volatility in GLM Framework". Journal of Risk, 6, 139; doi: 10.3390/risks6040139.

13) Markus Gesmann, Dan Murphy, Wayne Zhang, Alessandro Carrato, Mario W¨uthrich, and Fabio Concina. (2020): Chain Ladder: Statistical Methods and Models for Claims Reserving in General Insurance, R package version 0.2.11.

14) Rob Kaas, Marc Goovaerts, Jan Dhaene, Michel Denuit (2009): Modern Actuarial Risk Theory: Using R , Springer.

15) Rob Kaas, Marc Goovaerts, Jan Dhaene, Michel Denuit (2001): Modern Actuarial Risk Theory. Kluwer Academic Publishers, NEW YORK, BOSTON, DORDRECHT, LONDON, MOSCOW.

16) Alessandro Carrato, Fabio Concina, Markus Gesmann, Dan Murphy, Mario Wu thrich and Wayne Zhang. (2020): Claims reserving with R: ChainLadder-0.2.11 Package Vignette.

17) Lee Bowron, (2013): Using R for Actuarial Work, the Casualty Actuarial Society.

Abstract:

This research aims to use stochastic reserving methods according to generalized linear models by explaining both of over-dispersed Poisson model which is one type of generalized linear model and over-dispersed Poisson Chain- Ladder Model. The model resulted in an estimate of the model parameters, the dispersion parameter, and expected reserve is (450435.4), with a standard error of prediction of (247739.4) or (55%). The study recommended the importance of using stochastic reserving methods to estimate the loss reserve using advanced and specialized actuarial and statistical programs.

(*) **د./ جيهان مسعد المعداوي :** مدرس بقسم الاحصاء التطبيقي والتامين - كلية التجارة - جامعة المنصورة.

(**) **د./ محمد مسعد المعداوي :** مدرس بقسم الاحصاء والتامين -كلية التجارة - جامعة الزقازيق.