"مقارنة معدلات الوفاة المقدرة من معادلة ماكيهام مع المعدلات المناظرة من معادلة هيليجمان و بولارد"

- دراسة إكتوارية مقارنة -

وجيه عبد الله فهمي مصطفى*

الأستاذ المساعد بقسم الرياضة والتأمين – كلية التجارة – جامعة القاهرة

(*) وجية عبدالله فهمى مصطفى :أستاذ مشارك بقسم للرياضة والتامين – كلية التجارة – جامعة القاهرة. الاستاذ المشارك بقسم الاستثمار والتمويل كلية العلوم الادارية والمالية – جامعة الطائف اعتبارا من عام ٢٠٠٧ وحتى الآن وله اهتمامات بحثية فى تامينات الحياة بصفة عامة – وللدراسات الأكتوارية بصفة خاصة

الملخص

في هذه الورقة قام الباحث بتقدير معدلات الوفاة من خلال استخدام صيغة رياضية جديدة تم استخدامها مؤخرا في كثير من الدول الأوربية ، وبالتالي قياس أثر اختلاف الصيغة المستخدمة على تقديرات معدلات الوفاة والمستخدمة في حساب قيم أقساط التأمين . وتم ذلك من خلال فحص بيانات بطاقات مجموعة من المؤمن عليهم لدى شركة الشرق للتأمين وتقدير احتمالات الحياة والوفاة لهم مرة باستخدام معادلة ماكيهام ، ومرة ثانية باستخدام الصيغة الجديدة ، صيغة هليجيمان – بولارد . وأخيرا قام الباحث بإجراء اختبارات فروض الدراسة ومعرفة مدى وجود أو عدم وجود اختلافات معنوية بين معدلات الوفاة المتوصل لها نتيجة اختلاف الصيغة المستخدمة .

Abstract

In this paper, the researcher has valued the death rates by using a new mathematical formula that recently has been used in many European countries, thus measuring the effect of the difference of the used formula on the values of the death rates that is used in calculating the insurance premiums. And this has happened by checking the nameplate information. of an insured group of people at AL-shark Company of Insurance, and valuing the probability of their live or death once by using Makeham equation, and another time by using the new formula, Hlegiman and Po lard formula. And finally the researcher has executed the hypotheses tests to know there is difference significant between the death rates reached as a result of the difference of the formula used.

مقدمة

تعد جداول الحياة والوفاة هي الأداة الأساسية التي تستخدمها شركات التأمين على الحياة عند تقدير أقساط تأمينات الحياة المختلفة ، لذا يجب على شركات التأمين على الحياة متابعة المجتمع الذي تعمل من خلاله ، وبالتالي بناء جدول يمثل الخبرة الفعلية والمشاهدات العملية للمجتمع محل الدراسة والأكثر مناسبة للهدف ، فشركات التأمين على الحياة يجب عليها أولا أن تحدد خصائص وصفات المجتمع محل الدراسة واستخدام عدة صيغ رياضية لتقدير معدلات الوفاة للمجتمع محل عملها ، ثم انتقاء الصيغة الأكثر ملائمة لهذا المجتمع ، وأن يتم فحص هذه الصيغة أول بأول كل عدد من السنوات للتأكد من مناسبتها للمجتمع الذي تعمل من خلاله ، بغرض الوصول إلى قرار مناسب يعكس الخبرة الحديثة للمجتمع محل الدراسة.

مشكلة البحث

أرجع بنجامين جومبيرتز وقوع الحادث إلى سببين ، الأول بسبب الصدفة *chance* بدون أي مقدمات للوفاة ، والثاني بسبب التدهور الطبيعي *deterioration* الناتج عن التقدم في العمر.

ولكن عندما وضع جومبيرتز قانونه سنة ١٨٢٥ أخذ في الاعتبار السبب الثاني فقط وأهمل السبب الأول ، وبالتالي فإن معدلات الوفاة اللحظية μ_x كانت تخضع للعلاقة التالية :

$$\mu_x = B.C^x$$

حيث أن B ، C ثوابت ، ونصل إلى قيم q_x الممهدة من خلال العلاقات التالية :

$$q_x = 1 - p_x$$

،

$$p_x = g^{c^x (c-1)}$$

،

$$g = e^{-\frac{B}{Ln\, c}}$$

أي أن معدل الوفاة اللحظي يتزايد في شكل متوالية هندسية .

وقد حدد جومبيرتز في بحثه المدى العمري لتطبيق المعادلة السابقة من الفئة العمرية ١٠-١٥ حتى الفئة العمرية ٥٥-٦٠.

وبعد أقل من خمسين سنة ، وبالتحديد في عام ١٨٦٠ أدخل ماكيهام تحسينا على قانون جومبيرتز حيث أضاف ثابت ثالث هو A ليمثل سبب الوفاة (وقوع الحادث) إلى عامل الصدفة الذي أهمله جومبيرتز عند وضع قانونه . وبالتالي فإن معدل الوفاة اللحظي يحسب من العلاقة التالية :

$$\mu_x = A + B.C^x$$

والتعديل الذي أدخله ماكيهام على قانون جومبيرتز حسن كثيرا من كفاءة تمثيل هذا القانون للبيانات الفعلية . وبالتالي فإن معدل الوفاة اللحظي يكون تحت تأثير ثلاث عوامل وهى :

- الأول A وهذا ثابت التأثير بغض النظر عن العمر.

- الثاني B يتزايد في شكل متوالية عددية مع تزايد العمر .
- الثالث C يتزايد في شكل متوالية هندسية مع تزايد العمر.

ونصل إلى قيم q_x الممهدة من خلال العلاقات التالية :

$$q_x = 1 - p_x$$

,

$$p_x = S.g^{c^x.(c-1)}$$

,

$$S = e^{-A}$$

,

$$g = e^{-\frac{B}{Lin\, c}}$$

ثم جاءا كلا من هيليجمان و بولارد بعد حوالي مائة وخمسين عاما ليقدما صيغة معدلة لصيغة ماكيهام ، حيث يتم تقسيم العمر وبالتالي معدلات الوفاة إلى ثلاث فئات عمرية وهي :

- الفئة العمرية الأولى "فئة الأطفال" ، ويتم حساب معدلات الوفاة لهذه الفئة العمرية من العلاقة التالية :

$$q_x = A^{(x+B)^C} * p_x$$

- الفئة العمرية الثانية "فئة متوسطي العمر" ، ويتم حساب معدلات الوفاة لهذه الفئة العمرية من العلاقة التالية :

$$q_x = D.e^{-E(Lnx - Lnf)^2} * p_x$$

- الفئة العمرية الثالثة "فئة كبار السن " ، ويتم حساب معدلات الوفاة لهذه الفئة العمرية من العلاقة التالية :

$$q_x = GH^x * p_x$$

وبالتالي يكون معدل الوفاة هو عبارة عن المجموع الجبري لمعدلات الوفاة عن هذه المجموعات الثلاثة معا ، ويحسب من العلاقة التالية :

$$q_x = \left[A^{(x+B)^C} + D.e^{-E(Lnx - Lnf)^2} + GH^x\right] * p_x$$

حيث أن : A, B, C, E, G, H ثوابت .

أهمية البحث

يستمد ذلك البحث أهميته من ازدياد حاجة شركات التأمين على الحياة المصرية إلى جدول وفيات يمثل خبرة المجتمع المصري ، وإيجاد تعريفة تعتمد على الخبرة الفعلية والمشاهدات العملية للمجتمع محل الدراسة . ويرى الباحث أن الأهمية العملية لهذا البحث تتمثل في :

(١) إبراز أثر زيادة توقع الحياة لجماعة المؤمن عليهم بسبب التحسن في الطب العلاجي والوقائي على معدلات الوفاة ، وبالتالي على قيمة قسط التأمين على الحياة .

(٢) إبراز أثر اختلاف الصيغة المستخدمة في حساب معدلات الوفاة على قيمة قسط التأمين على الحياة.

(٣) تحقيق مبدأ العدالة عند حساب معدلات الوفاة وبالتالي عند تقدير قيمة قسط التأمين على الحياة ، واستخدام معدلات وفاة فعلية محسنة وليس الاعتماد على معدلات وفيات تم تقديرها من صيغة مر عليه أكثر من قرن ونصف .

(٤) إبراز إي من الصيغ الرياضية التي يمكن أن تحقق أعظم قسط تأمين لشركة التأمين ، وبالتالي تعظيم أرباح شركة التأمين على الحياة ككل .

هدف البحث

يهدف ذلك البحث إلى التوصل إلي معدلات وفيات باستخدام صيغة جديدة بدلا من صيغة ماكيهام التي تم وضعها منذ عام ١٨٦٠ م ، أي أكثر من مائة وخمسين سنة ولم يتم إدخال إي تحسين عليها ، وذلك من خلال استخدام صيغة جديدة تم وضعها مؤخرا وتم العمل بها في كثير من المجتمعات الأوربية ، وهي صيغة هيليجمان و بولارد ..وهذه الصيغة تعطي معدلات نهائية ملساء ، ثم إجراء الاختبارات الإحصائية بغرض التأكد من أن هذه المعدلات تمثل الواقع محل الدراسة ، وكذلك معرفة مدي وجود أو عدم وجود فروق معنوية بين هذه المعدلات المتوصل لها من هذه الصيغة مع تلك المعدلات المتوصل لها من صيغة ماكيهام .

حدود البحث

تتمثل حدود البحث في الآتي :

(١) مجتمع الدراسة هو مجموعة عشوائية تم اختيارها من جماعة المؤمن عليهم لدى شركة الشرق للتأمين .

(٢) أصغر سن في الجدول المراد إنشاؤه ٢١ سنة . حيث معظم وثائق التأمين على الحياة تبدأ من السن ٢٠ تقريبا .

(٣) أكبر سن بالجدول المراد إنشاؤه هو ٦٠ سنة ، حيث يفترض أن كل شركات التأمين على الحياة ترفض إصدار وثائق تأمين على الحياة بعد هذه السن .

(٤) تم تجميع الوفيات على افتراض أن سنة المعدل هي السنة الميلادية *Calendar Year* ، وذلك لأن الثوابت الخاصة بصيغة هيليجمان – بولارد والمتوصل لها أعطت أفضل نتائج لها في ظل أن سنة المعدل هي السنة الميلادية.

(٥) قصر الدراسة التطبيقية على إحدى شركات التأمين على الحياة وهي شركة الشرق للتأمين.

فروض البحث

يقوم هذا البحث على عدة فروض أساسية وهي :

الفرض الأول :

" معدلات الوفاة المقدرة من صيغة هيليجمان – بولارد تمثل الواقع وذلك عند مستوى معنوية 5%"

الفرض الثاني :
" لا تـــوجد فروق ذات دلالة إحصائية بين معدلات الوفاة المقدرة باستخدام صيغة ماكيهام عن تلك المقدرة باستخدام صيغة هيليجمان – بولارد وذلك عند مستوى معنوية 5% " .

خطة البحث

تمثلت خطة البحث في الخطوات التالية :

- تحديد فترة الملاحظة.

من 1/1/2003 إلى 31/12/2007

- تحديد سنة المعدل.

هي السنة الميلادية *Calendar Year* ، لأن الثوابت الخاصة بصيغة هيليجمان – بولارد والمتوصل لها وأعطت أفضل نتائج تم التوصل لها في ظل أن سنة المعدل هي السنة الميلادية.

- تحديد العينة محل الدراسة.

نظرا لكبر حجم مجتمع الدراسة فإنه تم حساب عدد مفردات العينة وكان يساوي 384 مفردة من حجم جماعة المؤمن عليهم لدى شركة الشرق للتأمين . وتم اختيار مفردات هذه العينة (بطاقات التسجيل) بطريقة العينة العشوائية البسيطة .

- حساب مقادير التعرض لخطر الوفاة .

ومنها تم حساب معدلات الوفاة عند سنوات العمر المختلفة ، وذلك بفرض أن سنة المعدل هي السنة الميلادية .

- إجراء اختبارات الفروض الإحصائية

هيكل البحث

تم تقسيم ذلك البحث إلى ثلاث فصول وهى :

الفصل الأول: مقدمة عامة

الفصل الثاني: الدراسة التطبيقية

المبحث الأول: حساب مقادير التعرض للخطر ومعدلات الوفيات باستخدام صيغة ماكيهام .

المبحث الثاني: حساب مقادير التعرض للخطر ومعدلات الوفيات باستخدام صيغة هيليجمـــان – بولارد.

المبحث الثالث: الاختبارات الإحصائية.

الفصل الثالث: النتائج والتوصيات

الملاحق

الفصل الثاني : الدراسة التطبيقية

المبحث الأول : الإطار العام للدراسة التطبيقية

العينة محل البحث

بفرض أن الباحث يرغب في ألا تبتعد نسبة العينة عن النسبة الحقيقية للمجتمع بأكثر من 0.02 وذلك بدرجة ثقة 95% ، وبالتالي فإن حجم العينة يتحدد من العلاقة التالية :

$$n = p(1-p)\left(\frac{z_{\frac{\alpha}{2}}}{\varepsilon}\right)^2$$

حيث أن ε هي خطأ التقدير .

وبالتعويض في العلاقة السابقة يكون عدد مفردات العينة محل الدراسة 384 مفردة .(*)

وكل مفردة من مفردات هذه العينة محل البحث يكون لها زوج من الحركات من حيث الدخول والخروج . والجدول التالي يوضح جزء من بيانات العينة التي تم اختيار مفرداتها عشوائيا والذي يوضح عدد الملاحظين وتاريخ الدخول للتأمين وتاريخ الخروج منه وسبب الخروج ، وأن فترة الملاحظة كانت من 1/1/2003 إلى 31/12/2007

جدول رقم (١)

بيان بمفردات العينة محل الدراسة

رقم الحالة	تاريخ الميلاد	تاريخ الدخول للتأمين	تاريخ الخروج	سبب الخروج
1	12/1/1969	25/7/1994	12/2/2000	منسحب
50	15/4/1955	11/1/1999	23/12/2001	وفاة
100	11/1/1969	12/9/1989	31/12/2004	نهائي
150	10/9/1957	17/3/1987	31/12/2004	نهائي
200	31/12/1964	18/12/1982	23/8/2000	منسحب
250	2/9/1958	17/9/1999	31/12/2004	نهائي
300	20/9/1969	22/9/2000	31/12/2004	نهائي
350	25/4/1959	10/12/1989	31/12/2004	نهائي
384	15/4/1955	11/1/1999	23/12/2001	وفاة

(١) يجب التنويه إلى أنه عند تحديد درجة الثقة وتحديد قيمة خطأ التقدير فإن استخدام $p = 0.5$ في الصيغة السابقة سوف يؤدى إلى الحصول على أكبر قيمة ممكنة لحجم العينة (n) ، يمكن الرجوع إلى : لنكولن تشاو – تعريب عبد المرضى حامد ، الإحصاء في الإدارة – دار المريخ ، ١٩٩٠ ، ص . ص ٤٣٥ : ٤٤١

فروض النموذج

في هذه الدراسة قام الباحث بحساب مقادير التعرض لخطر الوفاة بافتراض أن سنة المعدل هي السنة الميلادية . وطبقا لهذه الطريقة يتم تجميع الوفيات على أساس السن الأقرب *nearest year* بين تمام السن $\left(x-\frac{1}{2}\right)$ وتمام السن $\left(x+\frac{1}{2}\right)$ في أول يناير السابق للوفاة . وتقوم صيغة المقدار المعرض للخطر هنا على عدة فروض أساسية وهي :

١. كل المبتدئين عند السن الأقرب x أو الأعمار الأصغر من x وهي $(x-1),(x-2),.....$ سوف يبلغون السن الأقرب x في أول يناير خلال فترة الملاحظة ، وهؤلاء سوف نرمز لهم بالرمز $\left(\sum^{x} b_x\right)$.

٢. الداخلون الجدد الذين أعمارهم $(x-1)$ أو أقل في أول يناير السابق للدخول ، وهؤلاء سوف نرمز لهم بالرمز $\left(\sum^{x-1} n_x\right)$ ، من أصغر سن وحتى السن $(x-1)$. وبالتالي فإن إجمالي عدد الأحياء تحت الملاحظة عند أول يناير من كل سنة والذين كان سنهم الأقرب x خلال فترة الملاحظة هو :

$$l_x^o = \sum^{x} b_x + \sum^{x-1} n_x$$

٣. باستبعاد حالات الخروج وهم المنسحبون $\sum^{x-1} w_x$ والوفيات $\sum^{x-1} \theta_x$ والذين كان عمرهم الأقرب في أول يناير السابق هو $(x-1)$ ، وأيضا استبعاد النهائيين $\sum^{x} e_x$ في 31/12/ من نهاية فترة الملاحظة والذي كان سنهم الأقرب x أو أقل ، وبالتالي فإن :

$$l_x^o = \sum^{x} b_x + \sum^{x-1} n_x - \sum^{x-1} w_x - \sum^{x-1} \theta_x - \sum^{x} e_x$$

إذن يكون زمن التعرض للخطر هو :

$$E_x^c = \sum^{x} b_x + \sum^{x-1} n_x + \frac{1}{2} n_x - \sum^{x-1} w_x - \frac{1}{2} w_x - \sum^{x-1} \theta_x - \frac{1}{2}\theta_x - \sum^{x} e_x$$

,

$$E_x = \sum^{x} b_x + \sum^{x-1} n_x + \frac{1}{2} n_x - \sum^{x-1} w_x - \frac{1}{2} w_x - \sum^{x-1} \theta_x - \sum^{x} e_x$$

٤. تفترض هذه الطريقة أيضا أن كل من e_x, b_x يساهم كل منهما بـــ 1 فـــي المقـــدار المعرض للخطر ، وذلك بسبب :

- b_x دخلوا تحت الملاحظة في بداية سنة المعدل .
- e_x خرجوا من تحت الملاحظة في نهاية سنة المعدل .

٥. تفترض هذه الطريقة أيضا أن كل من n_x, θ_x, w_x لها توزيع منتظم من حيث الدخول والخروج ، وبالتالي يساهم كل منهم بـــ $\frac{1}{2}$ سنة في المتوسط في المقـــدار المعـــرض للخطر.

وبالتالي تتحدد معادلة الفروق *The difference formula* بـــين E_x^c , E_{x-1}^c هنـــا مـــن العلاقة التاليـــة :

$$E_x^c - E_{x-1}^c = b_x + \frac{1}{2}(n_{x-1} + n_x) - \frac{1}{2}(w_{x-1} + w_x) - \frac{1}{2}(\theta_{x-1} + \theta_x) - e_x$$

وحيث أن العلاقة بين E_x, E_x^c تتحدد من العلاقة التالية :

$$E_x = E_x^c + \frac{1}{2}\theta_x$$

إذن يمكننا كتابة معادلة الفروق بين E_x, E_{x-1} على الشكل التالي :

$$E_x - E_{x-1} = b_x + \frac{1}{2}(n_{x-1} + n_x) - \frac{1}{2}(w_{x-1} + w_x) - \theta_{x-1} - e_x$$

وبالتالي يمكن حساب معدلات الوفاة السنوية الملاحظة من العلاقة التالية :

$$q_x^o = \frac{\theta_x}{E_x}$$

أما معدلات الوفاة اللحظية فيتم حسابها من العلاقة التالية :

$$\mu_{x+t} = \frac{q_x}{1 - \frac{1}{2} q_x}$$

حساب المقدار المعرض للخطر ومعدل الوفاة الخام

بتفريغ بطاقات جماعة المؤمن عليهم – والتي تم اختيارها عشوائيا والبالغ عددهم 384 مفردة ، استطاع الباحث حساب المقدار المعرض للخطر ومعدلات الوفاة والحياة عند سنوات العمر المختلفة للـــ 384 مفردة كما يوضحها الجدول التالي :

جدول رقم (٢)
المقدار المعرض للخطر ومعدلات الوفاة الوحيدة الخام

q_x	E_x	θ_x	E_x^c	السن	q_x	E_x	θ_x	E_x^c	السن
0.0023909	1673	4	1671	41	0.0023646	1057.25	2.5	1056	21
0.0023944	1461.75	3.5	1460	42	0.0023687	1266.5	3	1265	22
0.0023938	1671	4	1669	43	0.0023736	1053.25	2.5	1052	23
0.0023916	1672.5	4	1670.5	44	0.0023767	1683	4	1681	24
0.0023944	1461.75	3.5	1460	45	0.0023765	1472.75	3.5	1471	25
0.0023971	1251.5	3	1250	46	0.0023765	1472.75	3.5	1471	26
0.0024019	1249	3	1247.5	47	0.0023774	1682.5	4	1680.5	27
0.0024067	1246.5	3	1245	48	0.0023772	1262	3	1260.5	28
0.0024059	1454.75	3.5	1453	49	0.0023781	1471.75	3.5	1470	29
0.0024058	1247	3	1245.5	50	0.0023781	1471.75	3.5	1470	30
0.0024067	1246.5	3	1245	51	0.0023772	1262	3	1260.5	31
0.0024048	1247.5	3	1246	52	0.0023781	1261.5	3	1260	32
0.0024033	1040.25	2.5	1039	53	0.0023797	1470.75	3.5	1469	33
0.0024056	1039.25	2,5	1038	54	0.00238	1260.5	3	1259	34
0.0024067	1038.75	2.5	1037.5	55	0.0023795	1681	4	1679	35
0.0024079	1038.25	2.5	1037	56	0.0023794	1891.25	4.5	1889	36
0.0024096	830	2	829	57	0.0023802	1680.5	4	1678.5	37
0.0024203	619.75	1.5	619	58	0.0023814	1469.75	3.5	1468	38
0.002442	409.5	1	409	59	0.0023862	1466.75	3.5	1465	39
0.0024752	404	1	403.5	60	0.0023881	1675	4	1673	40

المبحث الثاني

حساب مقادير التعرض للخطر وتقدير معدلات الوفيات باستخدام صيغة ماكيهام

تقوم صيغة ماكيهام لتقدير معدلات الوفاة على ثلاث ثوابت وهي A, B, C ويتم التوصل لهذه الثوابت من خلال العلاقات التالية :

(١) بالنسبة لـــ C

لتقدير الثابت C يجب المرور بعدة خطوات أساسية وهي :

- تقسيم السن أو العمر إلى عدد مناسب من الفئات يتناسب مع الغرض من إنشاء الجدول .

وفى حالتنا هذه أصغر سن بالجدول هو ٢١ سنة – لذا سوف نميل إلى تقسيم السن إلى ١٠ فئات وطول كل فئة ٤ سنة.... أي أن $f=4$ ، ثم تحسب قيمة الثابت C من العلاقة التالية :

$$C = \frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1}$$

وتحسب S_1, S_2, S_3 من واقع معدل الوفاة اللحظي μ_x المحسوب على أساس البيانات الخام كما يلي :

$$S_1 = \mu_{(x+t)} + 3\mu_{(x+t)+f} + 5\mu_{(x+t)+2f} + 6\mu_{(x+t)+3f} + 7\mu_{(x+t)+4f} + 5\mu_{(x+t)+5f} + 3\mu_{(x+t)+6f} + \mu_{(x+t)+7f}$$

$$S_2 = \mu_{(x+t)+f} + 3\mu_{(x+t)+2f} + 5\mu_{(x+t)+3f} + 6\mu_{(x+t)+4f} + 7\mu_{(x+t)+5f} + 5\mu_{(x+t)+6f} + 3\mu_{(x+t)+7f} + \mu_{(x+t)+8f}$$

$$S_3 = \mu_{(x+t)+2f} + 3\mu_{(x+t)+3f} + 5\mu_{(x+t)+4f} + 6\mu_{(x+t)+5f} + 7\mu_{(x+t)+6f} + 5\mu_{(x+t)+7f} + 3\mu_{(x+t)+8f} + \mu_{(x+t)+9f}$$

وذلك على النحو التالي :

- تجميع المقدار المعرض للخطر ومعدلات الوفاة المناظرة في شكل فئات

حيث يتم تجميع المقدار المعرض للخطر ومعدلات الوفاة في شكل ١٠ فئات وطول كل فئة يساوي ٤ ، وبالرجوع إلى البيانات الواردة بجدول رقم (٢) نحصل على الجدول التالي :

جدول رقم (٣)

تجميع المقدار المعرض للخطر ومعدلات التناقص بسبب الوفاة في فئات

فئات السن	مركز الفئة	E_x	θ_x	q_x	μ_{x+t}*
21-	22.5	5060	12	0.0023715	0.0023744
25-	26.5	5890	14	0.0023769	0.0023797
29-	30.5	5467	13	0.0023779	0.0023807
33-	34.5	6303.5	15	0.0023796	0.0023825
37-	38.5	6292	15	0.002384	0.0023868
41-	42.5	6478.25	15.5	0.0023926	0.0023955
45-	46.5	5208.75	12.5	0.0023998	0.0024027
49-	50.5	5195.75	12.5	0.0024058	0.0024087
53-	54.5	4156.5	10	0.0024059	0.0024088
57-60	58.5	2263.25	5.5	0.0024301	0.0024331

* يتم حساب معدل الوفاة اللحظي بدلالة معدل الوفاة السنوي من العلاقة التالية :

$$\mu_{x+t} = \frac{q_x}{1 - \frac{1}{2} q_x}$$

- حساب كلا من S_1, S_2, S_3

ويتم ذلك من خلال تكوين الجدول التالي :

جدول رقم (٤)

إيجاد S_1, S_2, S_3 لخطر الوفاة

السن	p_x	μ_{x+t}	$p_x.\mu_{x+t}$	$\sum p_x.\mu_{x+t}$	$A..p_x$	$A.\sum p_x$	C^x	$B.C^x.p_x$	$B.\sum C^x.p_x$
22.5	0.997628458	0.002371542	0.002365917	5.61087E-06		0.997628458	34.93194144	34.84909889	34.84909889
26.5	0.99762309	0.00237691	0.00237126	0.002376871		1.995251548	65.70121936	65.54505348	100.3941524
30.5	0.997622096	0.002377904	0.002372249	0.004749121		2.992873644	123.5731553	123.2793103	223.6734626
34.5	0.99762037	0.00237963	0.002373968	0.007123088		3.990494014	232.4207202	231.8676448	455.5411074
38.5	0.99761602	0.00238398	0.002378296	0.009501385		4.988110034	437.1450338	436.102889	891.6439964
42.5	0.997607379	0.002392621	0.002386897	0.011888281		5.985717413	822.1976958	820.230488	1711.874484
46.5	0.997600192	0.002399808	0.002394049	0.01428233		6.983317605	1546.418234	1542.707127	3254.581611
50.5	0.997594188	0.002405812	0.002400025	0.016682355		7.980911792	2908.557595	2901.560151	6156.141762
54.5	0.99759413	0.00240587	0.002400082	0.019082437		8.978505922	5470.517032	5457.355677	11613.49744
58.5	0.997569866	0.002430134	0.002424228	0.021506665		9.976075788	10289.1401	10264.13612	21877.63356
	9.976075789	0.023924211	0.023866971	0.107198144	9.976075789A	54.86888622	21930.60273	21877.63356	46319.83067
								0.073749481	S1
								0.073906303	S2
								0.074089955	S3

- التعويض في العلاقة التالية والتوصل لقيمة C

$$C = \frac{S_3 - S_2}{S_2 - S_1} = 1.171083$$

(٢) بالنسبة لـــ A,B

أيضا للوصول إلى قيم الثابتين A,B نتبع الخطوات التالية :

- بضرب طرفي معادلة ماكيهام في p_x نحصل على :

$$p_x.\mu_x = p_x.A + p_x.B.C^x$$

- بإيجاد $\sum$ و $\sum\sum$ المعادلة السابقة نحصل على المعادلتين التاليتين :

$$\because \sum p_x.\mu_x = A.\sum p_x + B.\sum C^x.p_x$$

$$\therefore 0.023866971 = 9.976075789A + 21877.63356B \qquad (1)$$

،

$$\because \sum\sum p_x.\mu_x = A.\sum\sum p_x + B.\sum\sum C^x.p_x$$

$$\therefore 0.107198144 = 54.86888622A + 46319.83067B \qquad (2)$$

- بحل تلك المعادلتين من خلال استخدام برنامج $MathCAD$ تكون قيم الثابتان A,B هما :

$$A = 1.679 * 10^{-3}$$

،

$$B = 3.253 * 10^{-7}$$

$\therefore$ تكون معادلة ماكيهام لتقدير معدلات الوفاة اللحظية لجماعة المؤمن عليهم هي :

$$\mu_{x+t} = 1.679 * 10^{-3} + 3.253 * 10^{-7} * 1.17108334^x$$

- من خلال العلاقات التالية نصل إلى قيم q_x :

$$q_x = 1 - p_x$$

،

$$p_x = S.g^{c^x (c-1)}$$

،

$$S = e^{-A}$$

،

$$g = e^{-\frac{B}{Lin\, c}}$$

وبالتعويض في هذه العلاقات نصل إلى تقديرات لمعدلات الوفاة كما يوضحها الجدول التالي :

جدول رقم (٤)

تقديرات معدلات الوفاة باستخدام صيغة ماكيهام عند سنوات العمر المختلفة

μ_{x+H}	q_x	السن	μ_{x+H}	q_x	السن
0.001890049	0.002390915	41	0.001687967	0.002364625	21
0.001926156	0.00239439	42	0.001689501	0.002368733	22
0.00196844	0.002393776	43	0.001691297	0.002373606	23
0.002017959	0.002391629	44	0.001693401	0.002376708	24
0.002075949	0.00239439	45	0.001695865	0.002376507	25
0.00214386	0.002397123	46	0.00169875	0.002376507	26
0.00222339	0.002401922	47	0.001702129	0.002377415	27
0.002316526	0.002406739	48	0.001706086	0.002377179	28
0.002425596	0.002405912	49	0.00171072	0.002378121	29
0.002553326	0.002405774	50	0.001716146	0.002378121	30
0.002702909	0.002406739	51	0.001722502	0.002377179	31
0.002878083	0.00240481	52	0.001729944	0.002378121	32
0.003083226	0.002403268	53	0.00173866	0.002379738	33
0.003323465	0.002405581	54	0.001748866	0.002380008	34
0.003604806	0.002406739	55	0.001760819	0.002379536	35
0.003934279	0.002407898	56	0.001774817	0.002379379	36
0.00432012	0.002409639	57	0.00179121	0.002380244	37
0.004771971	0.002420331	58	0.001810407	0.002381357	38
0.005301127	0.002442002	59	0.001832889	0.002386228	39
0.005920812	0.002475248	60	0.001859217	0.00238806	40

المبحث الثالث

حساب مقادير التعرض للخطر ومعدلات الوفيات باستخدام صيغة هيليجمان – بولارد

طبقا لهذا القانون تم تقسيم العمر وبالتالي معدلات الوفاة إلى ثلاث فئات عمرية وهي :

- الفئة العمرية الأولى " فئة الأطفال " ، ويتم حساب معدلات الوفاة لهذه الفئة العمرية من العلاقة التالية :

$$q_x = A^{(x+B)^C} * p_x$$

- الفئة العمرية الثانية " فئة متوسطي العمر" ، ويتم حساب معدلات الوفاة لهذه الفئة العمرية من العلاقة التالية :

$$q_x = D.e^{-E(Lnx-Lnf)^2} * p_x$$

- الفئة العمرية الثالثة " فئة كبار السن " ، ويتم حساب معدلات الوفاة لهذه الفئة العمرية من العلاقة التالية :

$$q_x = GH^x * p_x$$

وبالتالي يكون معدل الوفاة هو عبارة عن المجموع الجبري لمعدلات الوفاة عن هذه المجموعات الثلاثة معا ، ويحسب من العلاقة التالية :

$$q_x = \left[A^{(x+B)^C} + D.e^{-E(Lnx-Lnf)^2} + GH^x\right] * p_x$$

وكما هو واضح فإن هذه المعادلة تقوم على ٨ ثوابت ، وباتباع نفس الأسلوب السابق عند تقدير ثوابت معادلة ماكيهام ، وباستخدام الحاسب الآلي وعدة برامج جاهزة تم التوصل لهذه الثوابت وكانت على النحو التالي :

جدول رقم (٥)

ثوابت صيغة هيليجمان – بولارد

Constant *	The value
A	$1.679*10^{-3}$
B	$3.253*10^{-7}$
C	1.171083
D	0.0006
E	10
F	30
G	0.0003
H	1.04

* افترض الباحث ثبات قيم كلا من A,B,C والمتوصل لقيمهم باستخدام معادلة ماكيهام بغرض التبسيط .

وبالتالي تكون معادلة تقدير معدلات الوفاة باستخدام صيغة هيليجمان – بولارد هي :

$$\because q_x = \left(A^{(x+B)^C} + D.e^{-E(Lnx-Lnf)^2} + GH^x\right) * p_x$$

$$\therefore q_x = \left[\left(1.679*10^{-3}\right)^{\left(x+3.253*10^{-7}\right)} + \left(0.0006*e\right)^{-10(\ln x-\ln 30)^2} + \left(0.0003*1.04^x\right)\right] * p_x$$

وبالتالي تكون تقديرات معدلات الوفاة باستخدام هذه الصيغة كما هي موضحة في الجدول التالي :

جدول رقم (٦)

تقديرات معدلات الوفاة باستخدام صيغة هيليجمان – بولارد عند سنوات العمر المختلفة

السن	q_x	μ_{x+t}	السن	q_x	μ_{x+t}
21	0.000852489	0.000852852	41	0.001727034	0.001728526
22	0.000941145	0.000941588	42	0.001754312	0.001755853
23	0.001036661	0.001037199	43	0.001787508	0.001789107
24	0.001134949	0.001135593	44	0.001826677	0.001828347
25	0.00123158	0.001232339	45	0.00187177	0.001873523
26	0.001322383	0.001323258	46	0.001922664	0.001924514
27	0.001403937	0.001404923	47	0.0019792	0.001981161
28	0.001473889	0.001474976	48	0.0020412	0.002043285
29	0.00153108	0.001532253	49	0.002108486	0.002110711
30	0.001575498	0.00157674	50	0.002180896	0.002183277
31	0.001608105	0.001609399	51	0.002258292	0.002260845
32	0.001630594	0.001631924	52	0.002340561	0.002343304
33	0.001645114	0.001646468	53	0.002427623	0.002430574
34	0.001654023	0.001655392	54	0.002519429	0.002522607
35	0.001659675	0.001661054	55	0.00261596	0.002619386
36	0.001664259	0.001665645	56	0.002717227	0.002720924
37	0.001669698	0.001671093	57	0.00282327	0.002827261
38	0.00167759	0.001678999	58	0.002934155	0.002938466
39	0.0016892	0.001690627	59	0.003049969	0.003054628
40	0.001705464	0.00170692	60	0.003170826	0.003175861

وبدمج معدلات الوفاة المتوصل لها من معادلة ماكيهام مع تلك المتوصل لها من معادلة هيليجمان – بولارد نصل للجدول التالي :

جدول رقم (٧)

تقديرات معدلات الوفاة بصيغتي ماكيهام ، هيليجمان – بولارد عند سنوات العمر المختلفة

السن	معدلات الوفاة السنوية واللحظية باستخدام صيغة ماكيهام		معدلات الوفاة السنوية واللحظية باستخدام صيغة هيليجمان – بولارد	
	q_x	μ_{x+t}	q_x	μ_{x+t}
21	0.002364625	0.001687967	0.000852489	0.000852852
22	0.002368733	0.001689501	0.000941145	0.000941588
23	0.002373606	0.001691297	0.001036661	0.001037199
24	0.002376708	0.001693401	0.001134949	0.001135593
25	0.002376507	0.001695865	0.00123158	0.001232339
26	0.002376507	0.00169875	0.001322383	0.001323258
27	0.002377415	0.001702129	0.001403937	0.001404923
28	0.002377179	0.001706086	0.001473889	0.001474976
29	0.002378121	0.00171072	0.00153108	0.001532253
30	0.002378121	0.001716146	0.001575498	0.00157674
31	0.002377179	0.001722502	0.001608105	0.001609399
32	0.002378121	0.001729944	0.001630594	0.001631924
33	0.002379738	0.00173866	0.001645114	0.001646468
34	0.002380008	0.001748866	0.001654023	0.001655392
35	0.002379536	0.001760819	0.001659675	0.001661054
36	0.002379379	0.001774817	0.001664259	0.001665645
37	0.002380244	0.00179121	0.001669698	0.001671093
38	0.002381357	0.001810407	0.00167759	0.001678999
39	0.002386228	0.001832889	0.0016892	0.001690627
40	0.00238806	0.001859217	0.001705464	0.00170692
41	0.002390915	0.001890049	0.001727034	0.001728526
42	0.00239439	0.001926156	0.001754312	0.001755853
43	0.002393776	0.00196844	0.001787508	0.001789107
44	0.002391629	0.002017959	0.001826677	0.001828347

تابع جدول رقم (٧)

تقديرات معدلات الوفاة بصيغتي ماكيهام ، هيليجمان – بولارد عند سنوات العمر المختلفة

السن	معدلات الوفاة السنوية واللحظية باستخدام صيغة ماكيهام		معدلات الوفاة السنوية واللحظية باستخدام صيغة هيليجمان – بولارد	
	q_x	μ_{x+t}	q_x	μ_{x+t}
45	0.00239439	0.002075949	0.00187177	0.001873523
46	0.002397123	0.00214386	0.001922664	0.001924514
47	0.002401922	0.00222339	0.0019792	0.001981161
48	0.002406739	0.002316526	0.0020412	0.002043285
49	0.002405912	0.002425596	0.002108486	0.002110711
50	0.002405774	0.002553326	0.002180896	0.002183277
51	0.002406739	0.002702909	0.002258292	0.002260845
52	0.00240481	0.002878083	0.002340561	0.002343304
53	0.002403268	0.003083226	0.002427623	0.002430574
54	0.002405581	0.003323465	0.002519429	0.002522607
55	0.002406739	0.003604806	0.00261596	0.002619386
56	0.002407898	0.003934279	0.002717227	0.002720924
57	0.002409639	0.00432012	0.00282327	0.002827261
58	0.002420331	0.004771971	0.002934155	0.002938466
59	0.002442002	0.005301127	0.003049969	0.003054628
60	0.002475248	0.005920812	0.003170826	0.003175861

ومن الملاحظ أن تقديرات معدلات الوفاة اللحظية باستخدام هذه الصيغة أفضل عند كل سنوات العمر المختلفة ، مقارنة بمعدلات الوفاة المناظرة والمتوصل لها باستخدام صيغة ماكيهام ، وهذا يعكس بلا شك التحسن في معدلات الوفاة بسبب الوقاية الصحية والطبية المتوافرة حاليا بسبب تقدم الطب العلاجي والوقائي ، أيضا هذا التحسن سوف يكون له تأثير على حساب قيمة أقساط التأمين على الحياة المختلفة .

الفصل الثالث

اختبارات الفروض الإحصائية

هناك مجموعة من الاختبارات للتأكد من مدى قبول الفرض القائل بأن تلك البيانات تمثل خبرة المجتمع محل الدراسة ، وهى اختبارات التطابق *Adherence Tests* ومن أهم تلك الاختبارات اختبار *Chi-Square test* (χ^2) . وفي ضوء مشكلة البحث وأهميته فضلا عن تحقيق الهدف الرئيسي من هذا البحث ، فقد قام الباحث بصياغة واختبار الفرضين التالين وهما :

الفرض الأول

معدلات الوفاة المتوصل إليها من معادلة هليجيمان – بولارد تمثل الواقع وذلك بمستوى معنوية 5% "

ولاختبار مدى صحة هذا الفرض تم استخدام اختبار χ^2 ، فمن واقع بيانات جدول رقم (٨) يمكننا اختبار مدى صحة هذا الفرض الإحصائي وذلك على النحو التالي :

جدول رقم (٨)

اختبار χ^2 لمعدلات الوفاة اللحظية المتوصل لها باستخدام معادلة هيليجمان – بولارد

السن	E_x	θ_x	μ_{x+t}	$E_x \cdot \mu_{x+t}$	$E_x \mu_{x+t}(1-\mu_{x+t})$	$\theta_x - E_x \cdot \mu_{x+t}$	$\frac{\theta_x - E_x \mu_{x+t}}{\sqrt{E_x \cdot \mu_{x+t}(1-\mu_{x+t})}}$	χ^2
21	1057.25	2.5	0.000852852	0.901677777	0.900908779	1.598322223	1.68392959	2.835618863
22	1266.5	3	0.000941588	1.192521202	1.191398338	1.807478798	1.655940457	2.742138796
23	1053.25	2.5	0.001037199	1.092429847	1.09129678	1.407570153	1.347406421	1.815504062
24	1683	4	0.001135593	1.911203019	1.90903267	2.088796981	1.511783325	2.285488822
25	1472.75	3.5	0.001232339	1.814927262	1.812690657	1.685072738	1.251574783	1.566439437
26	1472.75	3.5	0.001323258	1.94882822	1.946249417	1.551171781	1.111886987	1.236292672
27	1682.5	4	0.001404923	2.363782948	2.360462014	1.636217053	1.064982341	1.134187386
28	1262	3	0.001474976	1.861419712	1.858674163	1.138580288	0.835145278	0.697467635
29	1471.75	3.5	0.001532253	2.255093353	2.251637979	1.244906647	0.829635836	0.688295621
30	1471.75	3.5	0.00157674	2.320567095	2.316908164	1.179432905	0.774852128	0.60039582
31	1262	3	0.001609399	2.031061538	2.02779275	0.968938462	0.680431503	0.46298703
32	1261.5	3	0.001631924	2.058672126	2.05531253	0.941327874	0.656601672	0.431125755
33	1470.75	3.5	0.001646468	2.421542811	2.417555818	1.078457189	0.693608896	0.481093301
34	1260.5	3	0.001655392	2.086621616	2.083167439	0.913378384	0.632832304	0.400476724
35	1681	4	0.001661054	2.792231774	2.787593726	1.207768226	0.723383937	0.52328432
36	1891.25	4.5	0.001665645	3.150151106	3.144904073	1.349848894	0.761169633	0.57937921
37	1680.5	4	0.001671093	2.808271787	2.803578903	1.191728214	0.711739108	0.506572557
38	1469.75	3.5	0.001678999	2.46770878	2.4635655	1.03229122	0.657688392	0.432554021
39	1466.75	3.5	0.001690627	2.479727152	2.475534859	1.020272848	0.648457931	0.420497688
40	1675	4	0.00170692	2.859091	2.85421076	1.140909	0.675317473	0.456053689
41	1673	4	0.001728526	2.891823998	2.886825405	1.108176002	0.652226562	0.425399489
42	1461.75	3.5	0.001755853	2.566618123	2.562111519	0.933381877	0.583123239	0.340032712

تابع جدول رقم (٨)

اختبار χ^2 لمعدلات الوفاة اللحظية المتوصل لها باستخدام معادلة هيليجمان – بولارد

السن	E_x	θ_x	μ_{x+t}	$E_x \cdot \mu_{x+t}$	$E_x \mu_{x+t}(1-\mu_{x+t})$	$\theta_x - E_x \cdot \mu_{x+t}$	$\frac{\theta_x - E_x \mu_{x+t}}{\sqrt{E_x \mu_{x+t}(1-\mu_{x+t})}}$	χ^2
43	1671	4	0.001789107	2.989597797	2.984249087	1.010402203	0.584893439	0.342100335
44	1672.5	4	0.001828347	3.057910358	3.052319436	0.942089643	0.539233963	0.290773267
45	1461.75	3.5	0.001873523	2.738622245	2.733491373	0.761377755	0.460512401	0.212071672
46	1251.5	3	0.001924514	2.408529271	2.403894023	0.591470729	0.381483359	0.145529553
47	1249	3	0.001981161	2.474470089	2.469567765	0.525529911	0.334415936	0.111834019
48	1246.5	3	0.002043285	2.546954753	2.541750598	0.453045248	0.284167961	0.08075143
49	1454.75	3.5	0.002110711	3.070556827	3.064075769	0.429443173	0.24533299	0.060188276
50	1247	3	0.002183277	2.722546419	2.716602346	0.277453581	0.168336115	0.028337047
51	1246.5	3	0.002260845	2.818143293	2.811771907	0.181856708	0.108452428	0.011761929
52	1247.5	3	0.002343304	2.92327174	2.916421626	0.07672826	0.044929356	0.002018647
53	1040.25	2.5	0.002430574	2.528404604	2.522259129	-0.0284046	-0.0178852	0.00031988
54	1039.25	2.5	0.002522607	2.621619325	2.615006009	-0.12161932	-0.07520838	0.005656301
55	1038.75	2.5	0.002619386	2.720887208	2.713760154	-0.22088721	-0.13408643	0.017979171
56	1038.25	2.5	0.002720924	2.824999343	2.817312734	-0.32499934	-0.19362657	0.037491249
57	830	2	0.002827261	2.34662663	2.339992104	-0.34662663	-0.2265973	0.051346336
58	619.75	1.5	0.002938466	1.821114304	1.815763021	-0.3211143	-0.23830331	0.056788466
59	409.5	1	0.003054628	1.250870166	1.247049223	-0.25087017	-0.22465041	0.050467808
60	404	1	0.003175861	1.283047844	1.278973062	-0.28304784	-0.25028173	0.062640946
								22.62934194

وعند درجة معنوية $\alpha = 5\%$ ودرجات حرية $v = n-1 = 39$ نجد أن χ^2 الجدولية = 55.8 بينما χ^2 الفعلية = 22.6 ، أي أن χ^2 الفعلية تقع داخل منطقة قبول الفــرض العــدمي . أذن نقبل الفرض الإحصائي القائل بأن تلك البيانات تمثل الواقع .

الفرض الثاني

" لا تــوجد فروق ذات دلالة إحصائية بين معدلات الوفاة المقدرة باستخدام معادلة ماكيهام كصيغة لتقدير معدلات الوفاة عن تلك المقدرة باستخدام معادلة هيليجمان – بولارد لتقدير معدلات الوفاة المناظرة وذلك عند مستوى معنوية 5% " .

ولإثبات مدى صحة أو عدم صحة هذا الفرض تم استخدام اختبار t للعينات المرتبطــة وذلك على النحو التالي :

الفرض العدمي $H_o : \mu_1 = \mu_2$

الفرض البديل $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$ في اتجاهين .

البيانات المستخدمة

جدول رقم (٩)

معدلات الوفاة اللحظية المقدرة عند سنوات العمر المختلفة

باستخدام صيغة ماكيهام وصيغة هيليجمان – بولارد عند سنوات العمر المختلفة

Age	معدلات الوفاة اللحظية بصيغة ماكيهام	معدلات الوفاة اللحظية بصيغة بولارد	Age	معدلات الوفاة اللحظية بصيغة ماكيهام	معدلات الوفاة اللحظية بصيغة بولارد
21	0.001687967	0.000852852	41	0.001890049	0.001728526
22	0.001689501	0.000941588	42	0.001926156	0.001755853
23	0.001691297	0.001037199	43	0.00196844	0.001789107
24	0.001693401	0.001135593	44	0.002017959	0.001828347
25	0.001695865	0.001232339	45	0.002075949	0.001873523
26	0.00169875	0.001323258	46	0.00214386	0.001924514
27	0.001702129	0.001404923	47	0.00222339	0.001981161
28	0.001706086	0.001474976	48	0.002316526	0.002043285
29	0.00171072	0.001532253	49	0.002425596	0.002110711
30	0.001716146	0.00157674	50	0.002553326	0.002183277
31	0.001722502	0.001609399	51	0.002702909	0.002260845
32	0.001729944	0.001631924	52	0.002878083	0.002343304
33	0.00173866	0.001646468	53	0.003083226	0.002430574
34	0.001748866	0.001655392	54	0.003323465	0.002522607
35	0.001760819	0.001661054	55	0.003604806	0.002619386
36	0.001774817	0.001665645	56	0.003934279	0.002720924
37	0.00179121	0.001671093	57	0.00432012	0.002827261
38	0.001810407	0.001678999	58	0.004771971	0.002938466
39	0.001832889	0.001690627	59	0.005301127	0.003054628
40	0.001859217	0.00170692	60	0.005920812	0.003175861

وباستخدام البيانات المتاحة وحزم البرامج الجاهزة SPSS توصل الباحث إلــى النتــائج التالية :

جدول رقم (١٠)

المتوسطات والانحرافات المعيارية لمعدلات الوفاة حسب صيغة التقدير

الصيغة المستخدمة	متوسط معدل الوفاة	عدد مفردات الدراسة	الانحراف المعياري	الخطأ المعياري
ماكيهام	0.002403581	40	0.0010793360	0.0001706580
بولارد	0.001881035	40	0.0005696448	0.0000900687

جدول رقم (١١)

معامل ارتباط بيرسون بين متوسطي معدلات الوفاة المقدرة باستخدام كلا من صيغة ماكيهام وصيغة هيليجمان – بولارد

بيان	عدد مفردات الدراسة	معامل الارتباط	مستوى الدلالة
ماكيهام و بولارد	40	0.909	0.000

جدول رقم (١٢)

نتائج تحليل اختبار t للعينات المرتبطة بين متوسطي معدلات الوفاة المقدرة باستخدام كلا من صيغة ماكيهام وصيغة هيليجمان – بولارد

بيان	المتوسط	الانحراف المعياري	الخطأ المعياري	حدود الثقة بمستوى ثقة ٩٥%		t	درجات الحرية	مستوى الدلالة
				الحد الأدنى	الحد الأعلى			
ماكيهام و بولارد	0.00052	0.000609	0.000009	0.000327	0.000717	5.419	39	0.000

يتضح من الجداول السابقة ما يلي :

- متوسط معدل الوفاة باستخدام معادلة ماكيهام يعادل 0.002403581 وبانحراف معياري 0.0010793360 ، بينما متوسط معدل الوفاة باستخدام معادلة هيليجمــان – بــولارد 0.001881035 وبانحراف معياري 0.0005696448 .
- معامل ارتباط بيرسون بين متوسطي معدلات الوفاة باستخدام صيغة ماكيهام و بــولارد يعادل 0.909 .
- قيمة t المحسوبة تعادل 5.419 وبــدرجات حريــة 39 ومســتوى المعنويــة *Sig.* *(2tailed)* تعادل 0.000 ، وهي أصغر من قيمة $\alpha = 5\%$. وبالتالي فهي تقــع فــي منطقة رفض الفرض العدمي .

- نخلص مما سبق إننا نرفض الفرضية الصفرية ونقبل الفرضية البديلة ، أي أن : توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط معدلات الوفاة المقدرة باستخدام صيغة ماكيهام والمعدلات المناظرة والمقدرة باستخدام صيغة هليجيمان – بولارد وذلك بمستوى معنوية 5%".

النتائج والتوصيات

أولا: النتائج

(١) الباحث استخدم السنة الميلادية *Calendar Year* كسنة معدل ، وطبقا لهذه الطريقة يتم تجميع الوفيات على أساس السن الأقرب *nearest year* بين تمام السن $\left(x-\frac{1}{2}\right)$ وتمام السن $\left(x+\frac{1}{2}\right)$ في أول يناير السابق للوفاة . وذلك لأن الثوابت الخاصة بصيغة هيليجمان – بولارد والمتوصل لها وأعطت أفضل نتائج تم التوصل لها في ظل أن سنة المعدل هي السنة الميلادية.

(٢) عدد مفردات العينة محل الدراسة كان 384 مفردة ، وكل مفردة من مفردات هذه العينة محل البحث يكون لها زوج من الحركات من حيث الدخول والخروج .

(٣) تفترض هذه الطريقة أيضا أن كل من n_x, θ_x, w_x لها توزيع منتظم من حيث الدخول والخروج ، وبالتالي يساهم كل منهم بـ $\frac{1}{2}$ سنة في المتوسط في المقدار المعرض للخطر.

(٤) بتفريغ بطاقات جماعة المؤمن عليهم – والتي تم اختيارها عشوائيا والبالغ عددهم 384 مفردة ، استطاع الباحث حساب المقدار المعرض للخطر ومعدلات الوفاة والحياة الخام عند سنوات العمر المختلفة .

(٥) من خلال البيانات المتاحة تم تقدير معادلة ماكيهام لتقدير معدلات الوفاة اللحظية لجماعة المؤمن عليهم وهي :

$$\mu_{x+t} = 1.679*10^{-3} + 3.253*10^{-7}*1.17108334^{x}$$

(٦) من خلال نفس البيانات المتاحة تم تقدير معادلة هيليجمان – بولارد لتقدير معدلات الوفاة اللحظية لجماعة المؤمن عليهم وهي :

$$q_x = \left[\left(1.679*10^{-3}\right)^{\left(x+3.253*10^{-7}\right)} + \left(0.0006*e\right)^{-10(\ln x - \ln 30)^2} + \left(0.0003*1.04^{x}\right)\right]*p_x$$

(٧) تقديرات معدلات الوفاة اللحظية باستخدام صيغة هيليجمان – بولارد كانت أفضل عند كل سنوات العمر المختلفة ، مقارنة بمعدلات الوفاة المناظرة والمتوصل لها باستخدام صيغة ماكيهام ، وهذا يعكس بلا شك التحسن في معدلات الوفاة بسبب تقدم الطب العلاجي والوقائي ، أيضا هذا التحسن سوف يكون له تأثير على عند حساب قيم أقساط التأمينات على الحياة المختلفة .

(٨) عند درجة معنوية $\alpha = 5\%$ ودرجات حرية $v = n - 1 = 39$ نجد أن χ^2 الجدولية = 55.8 بينما χ^2 الفعلية = 22.6 ، أي أن χ^2 الفعلية تقع داخل منطقة قبول الفرض العدمي ، وبالتالي فإننا نقبل الفرض الإحصائي القائل بأن تلك البيانات تمثل الواقع .

(٩) عند درجة معنوية $\alpha = 5\%$ توجد فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسط معدلات الوفاة المقدرة باستخدام صيغة ماكيهام والمعدّلات المناظرة والمقدرة باستخدام صيغة هليجيمان – بولارد .

ثانيا:التوصيات

(١) يوصى الباحث بضرورة استخدام جداول حياة ووفاة تكون مستمدة من الخبرة الفعلية والمشاهدات العملية للمجتمع المصري محل الدراسة ، تعكس التحسن المستمر في معدلات الوفاة .

(٢) يوصى الباحث بضرورة استخدام جداول حياة ووفاة خاصة بالسوق المصرية ، وهذا يساعد في الوصول إلى تقديرات صحيحة لمعدلات الوفاة ، والتي تفيد في رسم السياسات الاستثمارية لأموال جماعة المؤمن عليهم .

(٣) يوصى الباحث بضرورة استخدام جداول حياة ووفاة خاصة بالسوق المصرية والوصول إلى معدلات نهائية من خلال عملية تمهيد وتسوية المعدلات الخام وجعلها ملساء *Smooth* ، وبالتالي تسهيل عملية التعامل معها واستبعاد أي عدم انتظام بها.

المراجع

(1) Antti Juho Tanskanen and Jani Lukkarinen , Fair valuation of path-dependent participating life insurance contracts , Insurance : Mathematics and Economics, Volume 33, Issue 3, 19 December 2003.

(2) Claudia Czado and Florian Rudolph , Application of survival analysis methods to long-term care , Insurance : Mathematics and Economics, Volume 31, Issue 3, 20 December 2002.

(3) Haoming Liu and Cheolsung Park , The evolution of the graduation–publication process , Economics of Education Review, Volume 23, Issue 5, October 2004.

(4) Hyuk-Sung Kwon and Bruce L. Jones , The impact of the determinants of mortality on life insurance and annuities, Insurance: Mathematics and Economics, Volume 38, Issue 2, 7 April 2006.

(5) Katrien Antonio and Jan Beirlant , Actuarial statistics with generalized linear mixed models ,Insurance : Mathematics and Economics, Available online 6 May 2006,

(6) Kevin Dowd, Andrew J.G. Cairns and David Blake , Mortality-dependent financial risk measures Insurance : Mathematics and Economics, Volume 38, Issue 3, 15 June 2006.

(7) M. Khalaf-Allah, S. Haberman and R. Verrall , Measuring the effect of mortality improvements on the cost of annuities, Insurance : Mathematics and Economics, Volume 39, Issue 2, 1 October 2006.

(8) Mikkel Dahl , Stochastic mortality in life insurance: market reserves and mortality-linked insurance contracts Insurance : Mathematics and Economics, Volume 35, Issue 1, 20 August 2004.

(9) Montserrat Guillén, Peter Lochte Jorgensen and Jens Perch Nielsen , Return smoothing mechanisms in life and pension insurance: Path-dependent contingent claims , Insurance : Mathematics and Economics, Volume 38, Issue 2, 7 April 2006.

(10) Nan Wang, Russell Gerrard and Steven Haberman , The premium and the risk of a life policy in the presence of interest rate fluctuations, Insurance : Mathematics and Economics, Volume 35, Issue 3, 6 December 2004.

(11) Víctor M. Guerrero, Rodrigo Juárez and Pilar Poncela , Data graduation based on statistical time series methods, Statistics & Probability Letters, Volume 52, Issue 2,1April-2001.