إسهامات جودل فى تطوير المنطق الرياضي
عند برتراندرسل
"رؤية نقدية"

د. نادية السيد عبد القادر

مدرس المنطق وفلسفة العلم – قسم الفلسفة

كلية الآداب- جامعة الإسكندرية

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

المقدمة :

شهد القرن التاسع عشر تطوراً هائلاً فى مجال البحث العلمى، وبخاصة فى الرياضيات حيث انبثقت مشكلات وقضايا رئيسة كانت ولازالت، حتى يومنا هذا، مثار جدل ومحوراً للنقاش بين العلماء والرياضيين؛ وذلك بهدف الوقوف على أبعادها الإبستمولوجية وأسسها وطبيعتها، التى تعد الركيزة الأساسية لمعرفة معيار الحقيقة متجاوزين حدودها التطبيقية. حيث شكلت حقيقة أسس العلوم الصورية _المنطق والرياضيات _ والتى تتحدد وفق منظور رؤية ذاتية عقلية ومبادئ يعتنقها المنطقى والرياضى ثم يأخذ على عاتقه محاولة تأسيس نظريته، وتطبيقها لخلق علم أعم من الرياضيات، يتحول فيه موضوعات الفكر ووسائله، أيا كانت، إلى حقيقة ما يصل إليه العقل من نتائج فى رحلته الإبستمولوجية التى تبدو رحلة لانهائية، ومحاولة بحثة عن معيار للحقيقة ومعيار الصدق والاتساق فى كل الأنساق الصورية.

تكمن إشكالية البحث فى محاولة التعرف على إسهامات "جودل" فى تطوير المنطق الرياضي من خلال انتقاداته لبعض الأفكار المنطقية فى الأنساق المنطقية ولاسيما النسق الراسلي، وسبيلنا فى ذلك هو الإجابة عن التساؤلات التالية :

- هل استطاعت نتائج مبرهنات جودل إعادة النظر فى محاولة رسل لرد الرياضيات للأسس المنطقية؟
- كيف طور رسل نظريات المنطق الرياضى؟
- هل يعد موقف جودل تطويراً حقيقياً لمنطق رسل؟ وإن كان الأمر كذلك فما الخطوط الرئيسة لمعالم التطوير التى أتى بها جودل؟

هذا هو ما تركز عليه هذه الورقة البحثية فى تفصيلاتها المتعددة؛ ولكى نستعرض موضوعاً معقداً ذا أبعاد فكرية متعددة، علينا استخدام المنهج التحليلى النقدي، وأحيانا نلجأ إلى المنهج التاريخى كلما دعت الضرورة إلى ذلك.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

أولاً : نقد جودل للتصورات المنطقية :

بدأ جودل(*)رؤيته النقديه للنزعة المنطقية (**)بتحليل الأنساق البديهية(***)للمنطـــق

(*)كورت فريدريك جودل "Kurt Friedrich Gödel" :عالم رياضيات ومنطقى نمساوى، ولد فى ٢٨ من إبريل عام ١٩٠٦، فيما عرف آنذاك ببرون في النمسا. وكان الابن الثانى لرودلف وماريان هانزهان جودل، كـــان جودل تلميذاً متفوقًا في المدرسة الثانوية يحصل على أعلى التقديرات فى الرياضيات، واللغة والدين،كما كان طالبًا متميزاً بجامعة فيينا، حيث تابع دراسته ليحصل على درجة الدكتوراه عام ١٩٢٩. وقد حصل – مباشرة – على منصب تدريسي بها، وهناك أثبت مبرهنة عدم الاكتمال. (Solomon Feferman : In the light of logic, in Logic and computation in philosophy, Oxford ,,U. press, U.S.A. p.p.128-129.) حيث برهن فيها على عدم اكتمال الأنساق الصورية؛ أى تلك التى تفترض الصياغة الصورية لعلـــم حـــساب الأعداد الطبيعية.وقد بين أن مثل تلك الأنساق إنما تحتوى على قضايا هى داخل إطارها مما لايمكن البرهنـــة عليها ولايمكن رفضها على السواء. وقد تسبب الفرض،الذى قدمه جودل لقيام البحث فـــى حـــدود الأنـــساق الصورية على أيدى ألونزوتشيرتش،وستيفن لول كلين، وتارسكى، وغيرهم،وبلغ البحث ذروته فى الاســـتنباط الفلسفى الأساسى القائل بأن الصياغة الصورية، بطريقة كاملة للمعرفة العلمية، مستحيلة.وقد كرس جودل نفسه لعلم ماوراء الرياضيات والمنطق التكوينى ونظرية العوامل الأرتدادية. وفى عام ١٩٣٦ تأثر بأراء الوضعية الجديدة ووصل إلى معارضة الذاتية.(م.روزنتال ويودين : الموسوعة الفلسفية، ترجمة سمير كرم، مراجعـــة صادق جلال العظم وجورج طرابيشى، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت،ب.ت، ص ٣٢٢.) ظل جـــودل في فيينا حتى عام ١٩٤٠، حين هرب من الفظائع النازية الآخذة في التفاقم لتولي منصب بمعهـــد الدراســـات المتقدمة في برنستون. ظل فيها حتى وفاته في ١٤ يناير ١٩٧٨. (Solomon Feferman : opcit, p.129.)

(**) النزعة المنطقية Logicism: هى تلك الأطروحة القائلة بأمكانية رد الرياضيات إلى المنطق، والتى قـــدمت من خلال رسل ووايتهد بغرض جعل الرياضيات فرعاً من المنطق، وكان هدفهما أن يقدما الرياضـــيات مـــن خلال المنطق وامتدت أرهاصاتها منذ ليبنتز؛ الذى تصور المنطق كعلم يحتوى على الأفكار والمبادىء لكـــل العلوم الأخرى، إلا انها لم توضع فى محك الممارسة إلا على يد فريجه الذى وضع لنفسه هدفا ذا أبعاد ثنائية ؛ أولهما : تعريف المفاهيم الأساسية للرياضيات مستخدما مصطلحات المنطق الخالص،وثانيهما : إثبات مبادىء الرياضيات مع التقييد كلية بمبادىء المنطق وإستخدام البراهين المنطقية وحدها.إلا انه أخفق فى تحقيق الهدف المرجو نظرا للافتراض المنهجى الخاطىء باستقلال الرياضيات عن العالم الواقعى وعن الأشياء التى تبحثها، وفى وحاولات رسل للتصدى للمتناقضات صاغ نظريه للأنماط عام ١٩٠٨، يوضح فيها الأفراد ويرمز لهـــا بالنمط الأقل ٠ و خصائص الأفراد بالنمط ١،وخصائص موضوعات النمط ١ بالنمط ٢، وهكذا.بحيث يصبح البناء المحدد المقترح لمجموعة أو لكثرة للتعريفات الممكنة للموضوعات ذات النمط المعطى، يستنبط من هذه الأسس وجود الرياضيات.واتفق أنصار الحدسية والصورية على البدء من المنطق لأستنتاج أبسط إجـــراءات الرياضيات، مثل النظرية الإبتدائية للأعداد الطبيعية ٠، ١، ٢،والتى جادلت بأن "التصورات المنطقية فى هذا المستوى هى أفتراضات مسبقة فى صياغات منطقية لنظرية الأنماط.وتأتي نظرية جودل لتنزعم فكـــرة عـــدم إمكان رد الرياضيات إلي المنطق، حتى فى الأقسام الأولية منها. (روزنتال ويودين : الموسوعة الفلسفية، ص ٥٢٥-٥٢٦)،وأيـــضاً Stephen C. kleene: "Kurt Gödel A biographical memoir", in National academy of sciences, Washington D.C., 1987,,p.148.

(***)النسق البديهى : يجب أن تخضع مجموعة البديهيات، فى أى نسق، لبعض الشروط منهـــا:أولا؛ يجـــب أن تتميز بالإتساق consistency بحيث لايمكن استنباط أحكام بداهة وعكسها منها عند تطبيق قواعد التركيـــب،

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الصورى والذى أكد فيها رسل على أن "المنطق الرياضي، الذي لـيس إلا عبـارة عـن صياغة(*) دقيقة وكاملة للمنطق الصوري"، وللمنطق الرياضى جانبين مختلفين. أما الجانب الأول فيتمثل فى أنه أحد أقسام الرياضيات(**)؛ ومن ثمّ يتعامل مع الفـصول والعلاقـات وتراكيب الرموز،... إلخ، بدلاً من الأعداد والدالات والأشكال الهندسـية،... إلـخ. وأمـا الجانب الثانى فيتمثل فى أنه علم قبلى أولى يسبق العلوم الأخرى، ويحتوي على الأفكـار

وإمكانية البرهنة على أى قضية داخل النسق. ثانياً؛ يجب أن تتميز بالاستقلال Independence أى لايمكـن إثبات أى بديهية من تلك البديهيات كحكم بداهة بنـاء علـى أحكـام بداهـة أخـرى، وبالتـالى لاتتـصف بالتكرار والتطويل. ثالثاً؛ يجب أن تتصف بالإكتمالCompleteness بتكوين أساس كاف للبرهنة علـى كـل عبارات تحصيل الحاصل الخاصة بالنسق، وإذا أدت أضافة بديهية مستقلة أخرى إليها إلي عدم الإتساق داخل هذة المجموعة، وبذلك تخلق أساساً متكافئاً مقبولاً للنسق المنطقى(أ.ه.بيسون و د.ج.أوكونر: مقدمة فى المنطق الرمزى، ترجمة :عبد الفتاح الديدى، دار المعارف بمـصر، القـاهرة، ص ص ١٤٥-١٦٣. كانـت تبـدأ الرياضيات، وفقا للنظرية البديهية، من مفاهيم لامعرفة وبديهيات ونظريات للبرهان، ولكنها كتبت بلغة تقليدية " فى ألفاظ محددة، وعبارات معينة" وكان معنى أستدلال البديهية من النظريات طبقا للمنطق التقليدى والقـضية الحملية، التى كانت تحمل المقدمات على الحجة.بينما أختلف الأمر فى النظرية الصورية حيث تقدم الرمـوز للقضايا والمحمولات والعلاقات والأفراد، الروابط المنطقية (مثل السلب. والتضمن والوصل) وقد تم صـياغة العبارات بنسق محدد، وإستدلال صيغة من صيغ أخرى وفقا لتعريف محدد وطبقا لقواعد خاصة، وتطبيق هذه القواعد باعتبارها إدراكا طبيعياً لشكل الرموز، وليس للمعنى أى دخل هنا. j. Van Heijenoort: "Gödel's theorem" in "The Encyclopedia of Philosophy" Edited By, Paul Edwards, Collier Macmillan, New York, VoL.3 1972 , P. 349.

(*) الصياغة : هى استخدام لغة خاصة من الرموز والصيغ وتطبيق المناهج الرياضية فى مجال المنطق أى أنه يمكننا القول بأن المنطق الرياضى يتخذ المنطق موضوعاً له والرياضيات منهجاً، ويتضمن تعميمات بعيدة المدى. وبذلك يصبح بمثابة مرحلة تطوير أفكار ومناهج المنطق الصورى التقليدى متضمّنا سلسلة كاملة من الحسابات المنطقية وهو النظرية التى تنطبق على مثل هذه الحسابات وفروضها وخصائصها وتطبيقاتها. فبجانب دراسته للبناء الصورى للحسابات المنطقية –تحليل البناء اللفظى المنطقى – يبحث أيضاً العلاقـات بـين الحـسابات والمجالات الأساسية التى تفيد كتأويلات وكنماذج.(م.روزنتال :الموسوعة الفلسفية، مرجع سابق، ص ٥٠٠).

(**)الرياضيات Mathematics " علم الأبنية الرياضية عبارة عن مجموعات بين عناصـرها توجـد بعـض العلاقات، وقد عرف أنجلز الرياضيات على النحو التالى : " تتناول الرياضيات البحتة أشكال المسافة وعلاقات الكم للعالم الواقعى كما أن رسل قد ذهب إلى أن القضايا الرياضـية علاقـات لاتقبـل الـرد إلـى مـاليس بعلاقات".(م.روزنتال : الموسوعة الفلسفية، مرجع سابق، ص ٢٣٣) وأيضا فؤاد كامل وأخرون : الموسوعة الفلسفية المختصرة، مراجعة زكى نجيب محمود، مكتبة الأنجلو المصرية، 1982، ص١٥٧) ويختلف مستوى التفكير للرياضيات البحتة والرياضيات التطبيقية ؛فبينما تهتم الثانية بالقضية الرياضـية مـن جهـة صـدقها وانطباقها على الواقع، تهتم الأولى بصحة القضية الرياضية،وصحة الاستدلال على صيغة رياضية من صيغة أخرى تكونت من مجموعة من المفاهيم الأولية كالمسلّمات أوالبديهيات التى نفترض صـدقها دون برهـان. ويصبح البحث فى سلامة الجانب الصورى من الاستدلال هو الموضوع الرئيس.(الموسوعة الفلسفية العربية، معن زيادة، المجلد الثانى، (المدارس والمذاهب والأتجاهات والتيارات، القسم الأول، معهد الإنماء العربـى، الطبعة الأولى، 1988 جـ ٢، ص ٤٩٦.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

والمبادئ التى تميز كل العلوم.[١]

بهذا المعنى الثاني أدرك "ليبنتز"[*]، للمرة الأولى،"المنطق الرياضي" في كتابه الهجاء العام أو الأبجدية العامة، حيث احتل فيه جزءاً أساسياً.أكد فيه استحالة البرهنة على النظرية إلا إذا توافر أمران : أداة رمزية، وحساب منطقى.وهكذا استطاع بعقليته الإبداعية أن يضع،منذ قرنين من الزمان، إرهاصات نظريات تطورت ومازالت فى طريقها للتطوير لتحقيق رؤية؛ تشهد له بالتفوق _كما علق لويس كوتوراه - على محاولات المناطقه اللاحقين؛ ظنا من البعض – كانط- باكتماله منذ ميلاده؛أو بالمضى قدماً فى محاولات تطويره على يد جورج بول مؤسس جبر المنطق [٢]

وبعد ليبنتز بحوالي قرنين من الزمان أصبحت فكرته عن الحساب المنطقي Logical calculus كافية لنوع الاستدلال الشائع في العلوم الحقيقية، ووضعت موضع التنفيذ (بشكل ما على الأقل، إن لم يكن هو الذى في ذهن "ليبنتز") على يد "فريجه[**].

---

(1) Gödel , K.: "Russell's Mathematical Logic", in " The Philosophy of Bertrand Russell", Edited by Schilpp, Paul, A., North Western University , Evanston & Chicago , 1944 p. 125

(*)حيث قدّم ليبنتز، فى القرن السابع عشر، حلما متجسداً فى تأسيس علم أعم من الرياضيات؛ فيه يتحول الاستنباط إلى حساب؛ أى إمكانية رد الرياضيات إلى المنطق الصورى، والتى لم توضع محك الممارسة إلا على يد فريجه؛ حيث وضع لنفسه هدف (١) تعريف المفاهيم الأساسية للرياضيات بمصطلحات المنطق الخالص ؛(٢) إثبات مبادئها مع التقيد كلية بمبادئ المنطق مستخدماً البراهين المنطقية وحدها. محمد ثابت الفندى : فلسفة الرياضة،١٩٨٧، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، ص١٢٧. وأيضا، م.روزنتال :الموسوعة الفلسفية، ص٥٢٥.

(2) محمد ثابت الفندى : فلسفة الرياضة، ص ص ١٢٨-١٢٩.

(**)جوتلوب فريجه : (Gottlob Frege1848 – 1925)عالم رياضيات، وفيلسوف ألمانى ومؤسس المنطق الرياضى الحديث. مجال اهتمامه العام هو الرياضيات والتى عمل بها فى قسم الرياضيات بجامعة بينا. Dummett Michael:"Frege, Gottlob", in; "The Encyclopedia Of Philosophy", Edited By: Paul Edwards, Collier Macmillan, New York; Vol. III; 1972, p. 225

اعتبر من أكبر الرياضيين الألمان فى النصف الثانى من القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين، وامتاز بعقليته الرياضية المنطقية التى كانت عوناً له فى تطوير جزء كبير من أبحاث المنطق الرياضى، وخاصة فيما عرف بالمذهب اللوجستيقى، الذى تبلور فى صورته النهائية فى مبادئ الرياضيات (1910-1913) والذى اشترك فيه كل من رسل وهوايتهد.(ماهر عبد القادر محمد : فلسفة العلوم " المنطق الرياضى "، دار النهضة العربية جـ 3، بيروت، 1985، ص٥٥) فكان جل اهتمامه منصبّاً على المنطق وأسس الرياضيات، ومن أهم الفلاسفة أصحاب العلامات البارزة فى الفكر الفلسفى، إذ كان له عظيم الأثر علي كثير من المناطقة وعلماء الرياضيات وبشكل خاص، فتجنشتين الذى افترض فى مستهل رسالته، بأن من يقرأها يكون قد قرأ أو يعيد قراءة فريجه، معلناً بأنه يدين بالجزء الأكبر من عمله هذا إلى أعمال فريجه العظيمة. Anscombe,

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

حيث كان مهتماً بشكل أساسي، بتحليل الفكر واستخدام حساباته في المقام الأول لاشتقاق علم الحساب من المنطق.وعرف عنه تحليله للبراهين والخواص الأولية لسلسلة الأعداد الصحيحة. ومن ناحية أخرى، كان "بيانو(*)" أكثر اهتماماً بتطبيق التحليل في الرياضيات، وبشكل النظام الرمزي الذى يمكن،من خلاله، التعبير عن الرياضيات فى صورتها الأكثر تعقيداً بطريقة دقيقة تماماً بواسطة الصيغ الفردية والمعادلات الموجزة.(١)

هذا وقد استوعب برتراندرسل(**)"أعمال "فريجه" و"بيانو" بصورة أساسية في كتاب"برنكيبيا" (١٩١٠-١٩١٣)، الذى يتضمن ثلاثة أجزاء واعتبر خطوة هامة نحو

G.E.M.; "An Introduction to Wittgenstein's Tractatus", Hutchinson University, London, 1967, p.102.

وتعد الخطوات الأساسية والجوهرية، التى نحتها فريجه فى المنطق، وتحديداً منهج اللوجستيقا،التى تناولها فى " تدوين التصورات" (1879)، ذات أثر بالغ الأهمية، ففى هذا العمل، ظهر لأول مرة حساب القضايا فى صورته الجديدة، ومصطلح دالّات القضايا، واستخدام الأسوار، والجمل الواضحة للقواعد الأولية للاستدلال، والتحليل المَنطقى للنتائج بالإستنباط الرياضى، وهذه الأخيرة ربما تكون أكثر العناصر أهمية فى تعريف الأعداد الأصلية واثبات الأسس لاشتقاق الحساب من المنطق Runes, Dagobert D.: "Dictionary Of Philosophy", Philosophical Library, New York, 16th Edition, p. 112-113

وكان فريجه هو أول من مهد إلى حاجة الرياضيات لأدلة الإتساق، ففى كتابه ١٨٨٤. أشار على ضرورة التأكد من أتساق الرياضيات بواسطة عرض الأشياء التى يمكن اعتبارها صورة لماصدق المحمولات لتصبح أعداد حقيقية. وقد أعتقد أنه وجد هذه الأشياء فى نطاق جوهر المنطق، ولهذا قام برد علم الحساب إلى المنطق. حيث هى أعداد لامعرفةلانهائية بماصدقات تصورات محددة. بحيث تصبح الأعداد التى تنتمى إلى التصور f هى امتداد ماصدقات للتصور." لتكون مساوية للتصور f" افتراض فريجه، والذى يمكن اعتباره رابطاً لبرهان الاتساق فى الحساب، قد دمر حينما اكتشف رسل متناقضات فريجه المنطقية عام ١٩٠١.(J. Van Heijenoort : "Gödel's theorem" , P. 349-250)

(*) بيانو: Giuseppe Peano عالم رياضيات ومنطقى إيطالى، اهتم بدراسة أسس الرياضيات وأصولها، وعمل على تطوير لغة المنطق الصورى، من اهم كتاباته "الصيغ الرياضية " فيما بين الأعوام (١٩٠٤-١٩٠٨)، ويعرض هذا المؤلف للمفاهيم والمسلمات الأساسية فى أصول الرياضيات.ساهم فى تأسيس مسلمات الهندسات، وفى اكسيوماتيك العدد. (ماهر عبد القادر محمد: فلسفة العلوم –المنطق الرياضى، ص 45.وايضا محمد ثابت الفندى، مرجع سابق، ص ١٣٢).

(1)Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic" , p. 125

(**) أهتم عالم الرياضيات برتراند رسل بالفلسفة، رغبة منه فى الوصول إلى مبرر للاعتقاد فى صدق الرياضيات، اتجه للمثالية الهيجلية تحت تأثير مؤلفات برادلى، ولكنه سرعان ما ارتد عنها إلى صورة متطرفة من الواقعية، تأثر بالحجة القائلة بأن المبدأ الأساسى فى المذهب المثالى " وهو أن ما يعرف يكون مشروطاً بمعرفتنا أياه – وبذلك ينكر على خصائص الرياضيات أى صدق موضوعى "وظهر له واضحاً أن القضايا الرياضية علاقات لاتقبل الرد إلى ماليس بعلاقات، فأدى به إلى رفض كل من المذهب المثالى القائل " بأن أحكام العلاقات تجريدات باطلة والرأى المنسوب لأرسطو وليبتنز بأن جميع القضايا من صورة ذات الموضوع والحمول. و رد رسل الرياضيات إلى المنطق من خلال تحليل حدود الرياضيات إلى مفاهيم منطقية خالصة.(فؤاد كامل وآخرون : الموسوعة الفلسفية المختصرة، ص ١٥٧)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الصورية؛ حيث كان هناك استخدام تام للمنهج الجديد لاشتقاق أجزاء كبيرة من الرياضيات من عدد قليل جدا من تصورات منطقية وبديهياتAxioms[*]، على الرغم من أنه مازال يتغلغل فى بعض أجزائها شيء من الغموض. بالإضافة لذلك، حقق العلم الجديد ثراء عن طريق أداة جديدة، وهى النظرية الصورية للعلاقات[**]. وتحقق تطور حساب العلاقات من قبل على يد"دى مورجان[***] و"بيرس"[****] و"شرودر[*****] في تجانس مع علم الجبر للاعداد..[1]

يذهب جودل إلى أن هذا التقديم الشامل الحالي للمنطق الرياضي، واشتقاق الرياضيات منه، يفتقد، بشكل كبير، للدقة الصورية للأسس بحيث يمثل من هذه الناحية

(*) البديهية Axiom تعتبر نقطة البداية فى أى نظرية علمية، لايتعين إثباتها. وتستنبط منها من مجموعها بقية قضايا النظرية طبقا لقواعد محددة، وكانت تتميز بوضوحها الحدسي وصدقها القبلي؛ إلا أن هذا المفهوم قد أغفل الطبيعة التواضعية لها المستمدة من النشاط العلمى الأنسانى العملى الذى يتطلب بدوره تكرار الأشكال المنطقية فى الذهن لتصبح بديهية، - والتى أكد عليها لينين-وبذلك لايتطلب أن تكون واضحة قبليا وإنما يتعين أن يتوفر بها شرط واحد ألا وهو؛ أن تستنبط منها، ومنها وحدها كل القضايا الأخرى فى النظريةالمعينة، وتتحدد صحة البديهية متى وجد تأويلات النسق المعنى أو امكن افتراض وجودها.(روزنتال و يودين: الموسوعة الفلسفية، ص٧٧)

(**) حيث تطورت نظرية العلاقات،التى تهتم بدراسة الصفات العامة للعلاقات والقوانين التى تحكمها، وحين يرتبط حساب العلاقات بحساب الفصول يشكل قسماً جوهرياً من نظرية العلاقات، ويدرس هذا القسم الروابط بين العلاقات وعملياتها، ويقيم القوانين التى يمكن بها استنباط بعض العلاقات الأخرى م.روزنتال، يودين : الموسوعة الفلسفية، مرجع سابق، ص ٢٩٨.

(***) دى مورجان،أوغسطين De Morgan. Augustus (١٨٠٦-١٨٧١): عالم رياضى وعالم منطق إنجليزى، وأستاذ الرياضيات بالكلية الجامعية بلندن، أول رئيس لجمعية العلم الرياضى ١٨٤٧ بلندن وصاحب كتاب "المنطق الشكلى أو إحصاء الاستدلال والضرورى والمحتمل"، شغف بداسة الجبر وكتب عدة دراسات عن المنطق مروجاً للمفاهيم الرياضية، ذاع صيته وتردد اسمه فى المنطق بسبب القوانين الأساسية التى قدمها فى المنطق الجبرى ومن بينها:"رفض علاقة الاتصال مكافىء لعلاقة الانفصال "(أ. بَ مكافىء لـ أ أو بَ) م. روزنتال : الموسوعة الفلسفية، ص ٢١٠

(****) بيرس، تشارلز (١٨٣٩-١٩١٤) فيلسوف ومنطقى أمريكى مؤسس البرجماتية، أدخل مايسمى "قانون بيرس": قيمة فكرة ما تكمن فى نتائجها العملية فى مقاله عام ١٨٧٨ بعنوان "كيف نجعل أفكارنا واضحة "، ولقد أثرت مؤلفاته فى المنطق- الذى كان يفهمه بوصفه نظرية عامة فى العلاقات – تأثيرا هاما على المنطق الرياضى. م. روزنتال و يودين :الموسوعة الفلسفية، ص ٩٨.

(*****) شرودر، إيروين Erwin, Schrodinger ١٨٨٧ -١٩٦١ عالم طبيعة نمساوى، اهتم بعلم الطبيعة الإحصائى، وعلم الطبيعة الحيوى، وتاريخ العلم والفلسفة، وكانت فكرته الفلسفية الأساسية الأعتقاد بأن الذات والموضوع لاينفصلان. م. روزنتال : مرجع سابق، ص ٢٦٠.

(1) Gödel, K.:" Russell's Mathematical logic", p.p 125-.126.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

خطوة تراجعية مقارنة بـــ "فريجه". وما هو مفتقد، قبل كل شيء، هو التعبير الدقيق عـــن بنية التركيب النحويةSyntax للـــصورية ومـــدلولات الألفـــاظ، وبنيـــة النـــسق اللغـــوى Syntactical حتى في الحالات التي تكون فيها ضرورية لإثبات البراهين، وخاصة فيمـــا يتعلق بـــ "الرموز الناقصة"(*). وتظهر هذه الاعتبارات لـــيس عـــن طريـــق التعريفـــات الصريحة، وإنما عن طريق القواعد التي تصف كيفية ترجمـــة الجمـــل والقـــضايا التـــى تحتويها إلى جمل وقضايا لا تحتويها. مع ذلك، كي نكون على يقـــين أن هـــذة الترجمـــة ممكنة ومحددة بشكل فريد وأن قواعد الاستدلال تطبق على النوع الجديد من التعبيـــرات، لذا فمن الضروري أن يكون هناك مسح لكل التعبيرات الممكنة، ويمكن إعداد ذلـــك فقـــط عن طريق الاعتبارات التركيبية أى اعتبارات بنية الأنساق اللغوية. (١)

تعتبر مسألة الاهتمام بالجانب الدلالى موضع شك؛ وبشكل خاص بالنسبة لقاعـــدة التعويض(**) والإحلال بالرموز المحددة عن طريق تعريفها. وبتطبيق هذه القاعدة الأخيرة على التعبيرات، التي تحتوي على رموز محددة أخرى. فإن ذلك يتطلب أن يكون ترتيـــب حذفها أو استبعادها محايداً. ومع ذلك ليس هذا هو الحال دائماً.(٢)حيث يتم إجراء الحـــذف عن طريق التبادل في النظريات التي تتفق مع التعريفات، بحيث تكون قاعـــدة التعـــويض

(*) الرموز الناقصة:incomplete symbolsهى تلك الرموز التى لا معنى لها بمفردها أو بمعـــزل عـــن بقيـــة الرموز الأخرى فى القضية، و أطلقها رسل علي الرمز المركب، أو الوصف إذ أنه هو يعجز - فى ذاتـــه- على إعطاء معنى تام ومن ثم فهو فى حاجة لغيره أى لسياق ليكسبه معنى، لأن الوصف يكتسب معنـــاه مـــن خلال سياق الحديث مع غيره من الرموز. (محمود فهمى زيدان: فى فلسفة اللغـــة،، دار النهـــضة العربيـــة، بيروت، 1985، ص ١٨.وأيضا ماهر عبد القادر: المنطـــق الرياضـــى،، أورينتـــال، الإســـكندرية ٢٠٠٩، ص١١٨.)

(1)Gödel, K.:" Russell's Mathematical logic" , p 126.

(**) قاعدة التعويض: The rule of substitution تسمى ــ أيضاــ بقاعدة الاستبدال، وتعد من أهم المعـــايير التى تحكم عملية الاستدلال،حيث ينشأ التعويض لتلبية حاجات الإشتقاق داخل النسق، للبرهنة على نظرية من النظريات، ولها صورتان؛ الأولى : "التعويض بالتعريف أو الإبدال"والتى تسمح بالتعويض عن صيغة رمزية بأخرى مكافئة لها من حيث التعريف،أى دالة محل دالة، بشرط أن تكون مساوية لها فى قيم الصدق وتـــؤدى نفس المعنى. أـــما الصورة الثانية فتسمى بقاعدة الاستبدال الموحد أو قاعدة التعويض بين المتغيرات؛وفيها يقع التعويض على المتغيرات وحدها إما بمتغير آخر، أو بدالة ومن ثم يمكن الحصول على قضايا جديدة وصادقة.(برتراند رسل : مقدمة الفلسفة الرياضية، ترجمة محمد مرسى أحمدو أحمد فؤاد الأهوانى مؤسسة سجل العرب، القاهرة، 1980، ص١٦٥. وأيضا ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق ومناهج البحث فى العلوم الإستدلالية، ترجمة عزمى إسلام، مراجعة فؤاد زكريا، الهيئة العامة للتأليف والنشر، القاهرة، 1970، ص ٨٧.وأيـــضا محمـــد مهران : مقدمة للمنطق الرمزي، دار الثقافة للطباعة والنشر، القاهرة، ١٩٧٨ ص ١٦٠.)

(2) Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic", p 126.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

هي التي يتم إثباتها.

الأمر إذا تطلب بحثاً مفصلاً لقواعد المنطق الذى نفكر وفقاً له؛ وصياغتها بطريقة واضحة، وأن تقبل كأفتراضات لا بكونها قاطعة، الأمر الذى يتيح إمكانية السماح بنظم متعددة وأنواع المسلمات المختلفة والمتناقضية (الأقليدية واللوباتشفسكية) دون أن نقرر مسبقاً أيهما صادق. ويصبح كل إنسان حراً فى بناء منطقه وفق شروطه الخاصة، ولن يعد لتصحيح الأخطاء المنطقية فى تطوير نظرية أكسيوماتيكية معني مطلقاً. (١)

لم يحاول جودل التعمق فى برنكيبيا لتحليل أى من المحتوي الرياضى، والنزعة الصوريةFormalism وإنما كان جل اهتمامه منصبّاً على كيفية تحليل رسل لمفاهيم وبديهيات المنطق الرياضى تلك التى تعد كيانات مجردة استمد منها، رغم طبيعتها، صرحا من الدقة واليقين اللذين ــ بدورهما ــ أشتق منهما الرياضيات أساس الصدق واليقين فى كافة العلوم.مصرحاً أن "ما قدمه "رسل" من أفكار عّدة، ومثيرة للاهتمام، والتي ظهر بعضها، بوضوح أكثر، في كتاباته المبكرة. على الرغم من أن محتواها قد لا يتفق ــ جزئياً ــ مع وجهة نظر "رسل" فى كتاباته اللاحقة."(٢)

١- واقعية رسل والتصورات المنطقية : Russell's realistic

يؤكد جودل على أن موقف رسل الواقعي(*) يتجلى في العديد من فقرات كتاباته، حين يقول "يهتم المنطق بالعالم الحقيقي مثل علم الحيوان Zoology، لكن مع ملامحه العامة والمجردة".إلا أن هذا الموقف أو السلوك قد تناقص بالتدريج على مر الزمان، وإن كان دائماً أقوى في الناحية النظرية منه في الناحية التطبيقية. وعندما بدأ في مشكلة معينة،

---

(1) روبير بلانشى: المنطق وتاريخه من أرسطو حتى رسل، ترجمة خليل أحمد خليل، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر، ص ص٦٢-٦٣.

(2) Gödel, K.:" Russell's Mathematical logic" , opicit , p. 126.

(*) بالرغم من إن رسل الذى بدأ سيرته رياضياً، إلا انه قد مال إلى الاهتمام بالفلسفة رغبة منه فى أن يجد مبررا للاعتقاد فى صدق الرياضيات. وكان قد أتجة إلى المثالية الهيجلية تحت تأثير مؤلفات ف. هـ.برادلى ولكنه سرعان ما ارتد عنها إلى صورة متطرفة من المذهب الواقعى بفضل جورج مور.وحجته القائلة " أن المبدأ الأساسى فى المذهب المثالى وهو أن ما يُعرف بكونه مشروطاً بمعرفتنا إياه " تتضمن إنكار أى صدق موضوعى للرياضيات.(الموسوعة الفلسفية المختصرة، مرجع سابق، ص١٥٧) كما قام رسل بالتعاون مع مور برد فعل واقعى ضد المثالية الهيجلية الجديدة والمتمثلة فى برادلى F.H. Bradley ورفاقه وكان هذا التيار هو الغالب فى الفلسفة الأنجليزية. Pears, David & Kenny, Anthony: ***"Mill to Wittgenstein"*** in *"The Oxford Illustrated; "History Of Western Philosophy "*, Oxford University Press, New York; 1994. p.253

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تحولت الموضوعات المطلوب تحليلها (الفصول The Classes أو القضايا Propositions على سبيل المثال) في معظم الأحيان، إلى "خيالات منطقية" "Logical fictions". ولا يعني هذا المصطلح بالضرورة (وفقاً للمعنى الذي يستخدم به "رسل" المصطلح) أن هذه الأشياء غير موجودة، بل أننا لا ندركها إدراكاً مباشراً.(١)

وقد أثار نقد الموقف الواقعى المشكلات الوجودية والمعرفية على حد سواء؛ لأسس موضوعات الرياضيات والتى هى "كيانات" مجردة مستقلة؛ أى تلك التى لها وجود مستقل، وعلى وجه التحديد : "الفصول اللانهائيه infinite classes بوصفها مكتملة وتامة، ومجاميعها والتى قد تم اعتبارها إشكالية فى حد ذاتها.وقد أثارت تساؤلاً حول قبول مبادىء مثل مبدأ الوسط الممتع وبديهية الاختيار، حيث يؤدى كلاهما إلى براهين وجود غير بنائية التركيب existence proof non constructive وخاصة فى أوائل هذا القرن،والتى تمثلت فى؛ متناقضات الفصول، التى أوجدها كانتور، وبوريال فورت، ورسل الذين شعروا بضرورة إعادة النظر الجذرية فى نظرية المجموعات، وفلسفياً كانت الرؤية الأفلاطونية لأسس الرياضيات،والتى تراجعت أهميتها عند إدراك كيف حرر زارميلو نظرية المجموعات من التناقض.(٢)

أى يمكن لسلسلة من التجريدات المنطقية – متضمنة لدالات الصدق، حساب المحمول والمجموعات أن يتم تمييزها بين المناقشة الأصلية والرياضيات البحتة المعنية. وبلا شك فإن هذا هو ماكان فى عقل رسل عندما كتب : " إن التعريف المنطقى للأعداد يجعل اتصالها بالعالم الفعلى للأشياء التى يمكن إحصاؤها مفهوماً..." وهذا أيضاً ماكان فى عقله عندما كتب إن التحليل الدقيق للتفكير الرياضى يوضح... أن أنماط العلاقات تعد موضوع الدراسة الحقيقى الذى يتم مناقشته، حيث تعتبر أجزاء من التفكير الرياضى وتعرض فقط أنماطا للعلاقات. والعلاقات المتضمنة تعتبر بالضرورة – علاقات منطقية؛ إن نظرية حساب القضايا، نظرية حساب المحمول، ونظرية المجموعات، نظرية الأعداد الأولية كلها تختلط بانسجام فى داخل بعضها البعض كأجزاء فى كل واحد.(٣)

وحقاً أعلن رسل عن موقفه الواقعى فى كتابه مقدمة للفلسفة الرياضية حين قال"

---

(1) Gödel, K.:" Russell's Mathematical logic" , p. 127.
(2) Solomon Feferman : In the light of logic, op.cit , p.142
(3)Jager, R: "The Development of Bertrand Russell's Philosophy", George Allen & Unwin, LTD., London, 1972.,p.209.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

إن المنطق لا ينبغى أن يسمح بوجود غول أكثر مما يمكن أن يسمح به علم الحيوان، لأن المنطق يعنى بالبحث فى عالم الواقع كما يبحث فيه علم الحيوان، ولو أن المنطق يبحث فى ملامح العالم الأعم والأكثر تجريداً.(١)

كان رسل، فى بادئ حياته الفلسفية، واقعياً لايقبل بأى وجود معرفى لما يسبق الحواس، سائراً على هدىً جون لوك الذى لم يقبل إلا بالحواس وما تثيرة فى العقل من انطباعات سواء كانت ظاهرية فى العالم الخارجى أم داخلية فى عالم المشاعر والأحاسيس.الأمر الذى اتّبعه فيه هيوم(*)، ذاهباً إلى إعطاء مصدر كل فكرة إحساساً ما، وكل فكرة يستحيل إرجاعها إلى مصدر إحساسى لاتعد فكرة تحمل معنى على الإطلاق. وبذلك تبنّى هيوم أمبريقية صارمة ليحدد مصدر الأفكار ومدى المعرفة العقلية التى ليست إلا أحاسيس متجمعة فى العقل الإنسانى.(٢)

كما كان فى "أصول الرياضيات" واقعياً بالمعنى الأفلاطونى، متأثراً بواقعية مينونجA.Meinong(**)، ذاهباً إلى القول أن كل ما يمكن أن يكون موضوعاً للفكر، وكل ما يرد فى قضية صادقة أو كاذبة، وكل ما يعد واحداً فهو "حد" وجميع الحدود "موجودة" أو "كائنة" والقضية نفسها كائنة بمعنى ما من المعانى، وهكذا تكون جميع القضايا

---

(1) برتراندرسل: مقدمة للفلسفة الرياضية،، ص ١٨٣.

(*)**هيوم** : دحض التفسير العقلى للسببية بوصفها رابطة ضرورية بين الأشياء،وأثبت أن فكرة السببية فكرة مركبة يمكن أن تحلل إلى عناصر أبسط منها (إلى فكرة التتابع المطرد على سبيل المثال) كل عنصر منها مستمد من الخبرة.أنكر التجريبيون الطابع القبلى للرياضيات والطابع التركيبى فجعل مل الرياضيات تعميمات من الخبرة، فالقضية الرياضية ٧+٥=١٢ بمثابة قانون من قوانين الطبيعة قائمة على المشاهدة ؛وإذا لم يكن الحساب صادقاً بالضرورة، وإذا لم يثبت صدقه إلا عن طريق الخبرة،فإنه يظل من المحتمل أن تثبت الخبرة بطلانه أيضا. ولهذا لجأ بعض التجريبيين للقضاء على تلك المفارقة إلى تقرير أن الرياضيات تحليلية وليست تركيبية، وتصبح الرياضيات - وفقاً لهذا التوجه- صادقة عن طريق التعريف؛ أى أن ٧+٥= ١٢ حقيقة ضرورية لا لشيء. إلا لأنها غير إخبارية على نحو ما. "أى لأننا نعرف ذلك ".(فؤاد كامل وآخرون: الموسوعة الفلسفية المختصرة، ص ١١٣)

(2) إبراهيم يوسف النجار: برتراند رسل فكرهوموقعة فى الفلسفة المعاصرة، الجامعة الأمريكية، بيروت،١٩٩٧،ص٧٣.

(**) الكسيوس مينونج (١٨٥٣-١٩٢٠) فيلسوف نمساوى وتلميذ برنتانو انشغل بفلسفة العقل فقدم تحليلا ثلاثيا للخبرة الذهنية بما تنطوى عليه من فعل ومضمون وموضوع أى أن الخبرة الذهنية تتسم بالقصدية Intentionality، أما الفعل فمعناه الأسلوب الذى يوجه الذات نحو الموضوع، واما المضمون فهو الذى يوجه الذات نحو موضوع دون آخر. (يوسف كرم، مراد وهبه ويوسف شلاله، المعجم الفلسفى، الهيئة المصرية العامة للكتاب، ٢٠١٦، ص ٧٦٢).

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وحدودها، وكل ما يمكن أن يكون موضوعاً للفكر كائنات , قد لا تكون موجودات فعليـــة، إلا إنها على الأقل لابد وأن تكون كائنة أو لها كيان، "فالأعداد وآلهة هوميروس والعلاقات والغيلان والأماكن ذات الأبعاد لها ــ جميعاًــ كيان، لإنها لو لم تكن كائنات من نوع مـــا لما كان فى استطاعتنا أن نقول عنها أنها قضية".(١)

أوضح رسل أن الميتافيزيقا ليست قضايا،وإنما هى دالة قـــضية Propositional Function،بمعنى إنها تقدم عبارة غير مكتملة, بينما المعرفة المباشرة هى تلك المعرفـــة التى نحصل عليها بالوعى المباشر بالشيء المعروف، دون وســـاطة الإســـتدلال. وبـــذلك تقتصر المعرفة من هذا النوع على المعطيات الحسية.بينمـــا تمثـــل الميتافيزيقـــا نظامـــا للتطبيقات العالمية التى يعتبر عدم التناقض من ملامحها الأساســـية إذا، عنـــدما "تقتـــرح" حقيقة إمبريقية تفسيراً متسعاً، يجب أن تستنتج إنه ــ علـــى الأقـــل ــ إحـــدى الحقـــائق الإمبريقية التى تقدم إقتراحات مضللة.(٢)

٢- محاولة التجانس بين بديهيات المنطق والرياضيات وقوانين العلم الطبيعى :

يذهب جودل إلى أن رسل قام ــ أيضاًــ بتوسيع التجانس بين الرياضيات والعلـــم الطبيعي، حيث قارن بديهيات المنطق والرياضيات مع قوانين الطبيعة والـــدليل المنطقـــى والإدراك الحسي، بحيث لا تحتاج البديهيات بالضرورة أن تكون بينة في ذاتها، بل يكمـــن فى برهانها (كما فى الفيزياء تماماً) في حقيقة أنها تجعل من الممكن استنتاج هذه "المدركات الحسية"(*). وهو بالطبع ما لا يستبعد أن يكون لها نوع من القبول الـــذاتي، مـــشابه لـــذلك الموجود في الفيزياء. ويعتقد جودل أن هذه الرؤية (بشرط أن يكون "الدليل" مفهوماً بمعنى دقيق ومحدد) تبررها تطورات لاحقة، ومن المتوقع أن تستمر كذلك في المستقبل.(٣)

كما شهد تاريخ الفلسفة اتّجاهين رئيسيين قسّما الفلاسفة إلى مجموعتين : الاتجـــاه

---

(1) محمد مهران: فلسفة برتراندرسل، دار المعارف القاهرة، طبعة ثالثة،1986 وأيضاًمحمد مهران: دراسات فى فلسفة اللغة، **دار قباء** للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة، 1998 ص ٤٥.

(2)Feibleman, James: ***"A Reply to Bertrand Russell's Introduction to the 2nd Edition of "The Principles of Mathematics"***, in *"The Philosophy of Bertrand Russell"*, Edited By; Paul A. Schilpp, NorthwesternUniversity, Evanston&Chicago, 1944., p.174

(*) المدركات الحسية : يذهب رسل إلى أنها ظواهر الأشياء حين تلتقى فى أماكن تكون فيها أعـــضاء الحـــس والأجـــزاء المناسبة من الجهاز العصبى جزءاً من الوسط المعترض فى الطريق ؛الأمر فى ذلك هو بالضبط كـــالأمر فـــى لوحـــة فوتوغرافية، وكذلك المخ يتلقى انطباعاً - من الأشياء- مختلفا حين تكون العين والعصب البصرى جزأين من الوســـيط المعترض، ويسمى الأنطباع الناشيء إدراكاً حسياً.(زكي نجيب محمود : نوابغ الفكـــر الغربـــي ٢ برتراندرســـل، دار المعارف بمصر، القاهرة،ص ص ١٦١-١٦٢).

(3)Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic", p. 127.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الرياضى بمعنى الرياضيات عند فيثاغورس، والتى تكون فيه الرياضيات ضرباً من المعرفة قريبا من التصوف، يبلغ اليقين ولايستخدم الحواس، تلك هى الفلسفة المثالية التى تنسج من العقل فلسفاتها متسقة الأجزاء فى بنائات متكاملة، وأما الاتّجاه الثانى فهو اتّجاه طبيعى تجريبى، يجعل تجربة الحواس وسيلة المعرفة، أما الفلسفة التحليلية فقد استطاعت استخراج العنصر الفيثاغورى من أصول الرياضيات وبيان أن قضاياها تحصيل حاصل، وما تنتهى إليه من نتائج تتفاوت فى درجة احتمالها لليقين دون أن تبلغ اليقين الكامل، وفرقت بين "القضية التكرارية " فى الرياضيات والقضية " الإخبارية " فى العلوم الطبيعية. وجاءت المدرسة التجريبية التحليلية الحديثة (باركلى وهيوم). لتدمج الرياضيات مع العلوم الطبيعية فى بناء واحد، وتطور منهج البحث أداة منطقية قوية.(١)

شكّلت مناقشة اللامعرفات الجزء الأساسى من المنطق الفلسفى لمحاولة إيجاد حقيقة وتفسير واضح لطبيعة تلك الكينونات المعنية وبذلك فإن العقل ربما يتمتع بذلك النوع من المعرفة بها التى تتماثل مع نوع المعرفة باللون الأحمر أو مذاق الأناناس. هذا هو الشكل المتفرد الذى وضعه رسل على الرغم من أنه لم يكن بمفرده الذى اعتقد في أن الحدود المنطقية، التى بحث عنها، تتميز بنوع من الواقعية مثل الأناناس. وإذا كانت من اللامعرفات فإنها ــ مع ذلك ــ أكثر واقعية، مع ضرورة إيجاد أساس موضوعى راسخ لإعادة البناء الدقيق. وفى الفصل الأول من الأصول نجد أن هناك ستة مصطلحات أو حدودا قد تم اختيارها، ولا يمكن تعريفها بواسطة أى شىء آخر وهى كينونات منطقية، وتعّد ضرورية للرياضيات.(٢)

إذ يعتقد رسل أن الإدراك العام بأننا نعرف شيئا ما عن العقل وشيئا عن المادة، بالقدر الذى يسمح لنا بإدراك اختلاف كل منهما عن الآخر، حتى وإن كان اختلافا طفيفا، إلا أن ما نعرفه عن طريق استدلالاتنا، والتى تعد معرفة ذهنية، تماما كتلك التى نعرف بها العالم الفيزيائى بما يتعلق ببعض السمات المجردة لبنية الزمكان، والتى يصعب، مع تجردها، معرفة ما إذا كان العالم الطبيعى يختلف، فى سماته الجوهرية، عن موضوعات عالم العقل أم لا. إذ أن ما ندركه خارج ذواتنا يسمى عالم الطبيعة، هذا المصطلح يتضمن كل الأشياء والتى تعد "مادة" وحادثات، كما يسمح لنا الإدراك باستدلال ما لم ندركه

---

(1) زكى نجيب محمود: برتراند رسل نوابغ الفكر الغربي ٢، صص ٤٣-٤٥.

(2) Jager , R: "The Development of Bertrand Russell's philosophy ", George Allen and Unwin, LTD., London, 1972, P. 115.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

بالفعل، مثل مركز الأرض، الجانب الآخر من القمر، أفكار الأخرين. أى أن يستدل على شيء مادى أو حادثة ربما تم إدراكها أو لم تتم عن طريق فرد ما. فهناك أشياء فيزيائية مازالت لم يدركها أحد بعد. [١]

تقتصر المعرفة المباشرة، بوجه عام، على الوعى المباشر بالشيء المعروف دون وساطة، ومن ثم تعتمد على معطيات الحس، إلا أنها تتسع لدى رسل لتشمل بعض الكليات ويسمى الوعى[*]بالكليات تصوراً ذهنياُ ويسمى الكلى الذى يعيه الفرد تصوراً أو مفهوماً. ويظل هذا النوع من المعرفة المباشرة رغم اتساعها عن المفهوم العام إلا أنه أضيق من أن يحتوى كل المعارف الأساسية التى تعد ضرورية لفهم العالم ولهذا كان لابد من تجاوز الخبرات الخاصة للتمكن من معرفة الأشياء التى لا تقع فى نطاق الخبرة، فما كان من رسل إلا ليجسد بديلا وجسرا فكان المعرفة بالوصف،أى معرفة الشيء من خلال خصائصه وسماته وخواصه دون أن نكون على معرفة به معرفة مباشرة، وهكذا تظل المعرفة المباشرة، هى أساس المعرفة بجميع أنواعها.وفى ذلك يقول رسل " إن المعرفة جميعها سواء كانت معرفة بالأشياء أو بالحقائق إنما تقوم على المعرفة المباشرة كأساس لها".[٢]

اعتقد رسل أن كل معرفة تتعلق بالأشياء الموجودة فعلاً (عالم الخبرة) ذات قيمة ضئيلة بالمقارنة بتلك المعرفة الأخرى التى تتمثل فى الفلسفة والرياضيات مما يتعلق

---

(1) Bertrand Russell: Human Knowledge Its Scope and Limits, Published by Simon and Schuster, New York, 1948, p.p. 224-225.

(*) هل يمكن لنا القول أن رسل يحاول التجانس بين المدركات الحسية والعقلية من بعد فلسفياً، ومتتبعاً خطى أبن سينا. إذ للإدراك في الفلسفة معان عدة: فهو حصول صورة الشيء عند العقل، سواء كان ذلك الشيء مجرداً أو مادياً، جزئياً أو كلياً، حاضراً أو غائباً، حاصلاً فى ذات المدرك أو آلتة؟ وقد ذهب أبن سينا. إلى أن إدراك الشيء هو أن تكون حقيقته متمثلة عند المدرك، يشاهدها ما به يدرك، فإما أن تكون تلك الحقيقة" نفس "حقيقة الشيء الخارج عن المدرك إذا أدرك، فتكون حقيقة مالا وجود له بالفعل فى الأعيان الخارجية، مثل الأشكال الهندسية. أو تكون "مثالا" حقيقته مرتسماً فى ذات المدرك غير مباين له، وهو الباقى. إذا فالحقيقة المتمثلة عند المدرك ليست نفس حقيقة الشيء الخارجى، إنما هى مثال لها مرتسم فى ذات المدرك. وإذا دلَ الإدراك على تمثل حقيقة الشيء وحده من غير حكم سمى تصوراً. وإذا دلَ الإدراك على تمثل حقيقة الشيء مع الحكم عليه بنفى أو إثبات سمى تصديقاً، وبذلك يتدرج معنى الإدراك من الإحساس وحده إلى حضور صورة المشعور به فى الشاعر، ثم الكمال لمزيد من الكشف لما يحصل فى النفس من الشيء المعلوم من جهة التعقل بالبرهان. وكما يتناول الأدراك الحس والخيال والوهم والعقل يتناول أيضاً، إدراك الذوق وإدراك الحدس.(جميل صليبا : المعجم الفلسفى، دار الكتاب اللبنانى، بيروت، 1982، ص ص ٥٣-٥٥)

(2) محمد مهران: فلسفةبرتراندرسل، ص ٢٩٧-٢٩٩.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

بالأشياء المثالية الخالدة التى تحررت من ربقة هذه الحياة[١]بحيث يكون معيار "الاتساق" أساسا لصدق العبارات –كما يراه المثاليون - أى أن تكون العبارة على إتساق مع غيرها بحيث لايكون ثمة تناقض فيما يقال؛ ففى الهندسة على سبيل المثال، تكون النظرية صوابا متى اتسقت مع سائر النظريات ومع سائر الفروض والتعريفات والمسلمات، بحيث تجىء نتيجة محتومة لما سبقها ومقدمة ضرورية لما بعدها، فإذا كان بين أجزاء البناء الهندسى مثل هذا الاتّساق كان بناءً صحيحاً.أما المدرسة الواقعية الجديدة التى تأخذ من العلم مبادئه ومناهجه ومدركاته الكلية وتبدأ بالتحليل متبعين منطق تحليلى فمعيارهم فى الصدق هو " التطابق " بين القول والموضوع الذى قيل فيه ذلك القول، إذ أن المعرفة بهذا الشىء الموجود خارج الذات تتم من خلال الكشف عنه وتحديد المعرفة به فى عبارات، ولهذا يجب أن يكون ثمة تطابق بين الوصف والموصوف، مما أدى إلى ضرورة وضوح الأسلوب وتحليل العبارات لبيان خلوها من الغموض فكانت المدرسة الوضعية المنطقية؛ التى جاءت فرعا من "الواقعية الجديدة" ونتيجة للتحليلات المنطقية التى قام بها رسل فى كتابه "أصول الرياضة " و" أسس الرياضة " للكشف عن طبيعة الرياضة والمنطق بواسطة تحليل قضاياهما.[٢]

لقد اتضح أنه على افتراض اتساق الرياضيات الحديثة فإن حل المشكلات الحسابية يتطلب استخدام افتراضات ما حسابية جوهرية مفارقة،أي من نوعية الدليل الأولي غير القابل للجدل والذي يمكن مقارنته بالإدراك الحسي.[٣]

قارن جودل بين الحدس الرياضى والإدراك الحسى، قائلاً لدينا شيء يشبه إدراك موضوعات نظرية المجموعات يمكن ملاحظة أن حقيقة البديهيات تفرض علينا نفسها بأنها صحيحة. وتجبرنا على التسليم بصحتها وصدقها. شارك جودل فكرة الحدس كما عند هوسر لحين أشار إلى أن حدسية الموضوعات أكثر جوهرية. وكما هو واضح من السؤال عن التصور والمجموعات.ترك جودل الأمر غير واضح هنا سواء اعتقد بأن موضوعات الحدس الرياضى هى قضايا، كما فى العبارة الواردة فى مقولته ١٩٥٥ قال جودل " التشابه بين الحدس الرياضى والحس الفيزيقى دقيق للغاية، من المألوف اعتبار أن " هذا أحمر "

---

(1) برتراندرسل: محاورات برتراندرسل:شيخ فلاسفة العصر، ترجمة جلال العشرى، الهيئة المصرية للكتاب، 1979، ص ٢٤٨.

(2) زكى نجيب محمود : برتراند رسل نوابغ الفكر الغربي ٢، ص٣٨-٤٣.

(3)Gödel, K. :" Russell' s Mathematical logic", p.128.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

معطى مباشر، ولكن هل تعبر القضية عن إثبات التالى أو استدلال تام؟ وللاختلاف، كما هو واضح هنا، أنها تتكون من واقعة حقيقية فى الحالة الأولى أى علاقة بين تصور وموضوع جزئى تم إدراكه، بينما فى الثانية، فإنها تعد علاقة بين تصورات"[١].

يبدو من المحتمل أنه لتحديد أمور محددة لنظرية مجردة، تتعلق بنظرية الأعداد الحقيقية، سوف يحتاج الأمرإلى بديهيات جديدة، قائمة على فكرة ما مجهولة. ربما أيضاً تكون الصعوبات التي لا يمكن التغلب عليها والتي فرضتها المشكلات الرياضية الأخرى لعدة سنوات؛ ناتجة عن حقيقة أن البديهيات الضرورية لم يتم العثور عليها بعد.

في ظل هذه الظروف قد تفقد الرياضيات قدراً كبيراً من "يقينها المطلق"[*]، وهو ما حدث بالفعل تحت تأثير النقد الحديث للأسس، وهناك بعض التشابه بين هذا المفهوم لدى "رسل" وبين "إمداد بيانات الحدس الرياضي" لدى "هلبرت،عن طريق هذه البديهيات، والقواعد مثل "قانون الوسط الممتنع"، الذي لا يقدمه الحدس وفقاً لرؤية"هلبرت"، مع ذلك يبدو أن الخط الفاصل بين البيانات والافتراضات المسبقة يمكن أن تظهر في أماكن مختلفة، وفقاً لما إذا كنا نتبع "هلبرت" أم "رسل".[٢]

ووفقاً لهذا، فإن نظرية دالات الصدق، عند رسل، تتخذ نوعين من الأشياء باعتبارها بيانات: -

(١) مجموعة من القضايا البسيطة كل ما فيها يجب أن ينظر إليه باعتباره إما صادق أو كاذب ولكن لاتكون صادقة وكاذبة فى آن واحد.

(٢) إن بيان الثوابت المنطقية – و، أو، إذا.....إذن وفقط إذا زائد السلب (كل المعرفات بلغة عدم التوافق: " لاأو لا....." أو الإنكار المتصل : " لا ولا..... ") تلك الروابط، على الرغم من أنها تعد عناصر أساسية فى الحديث العادى، فإنه يجب شحذها قليلاً من أجل تهذيب الغموض بما أن المنطق الصورى لا يمكنه أن يتسامح مع عدم الدقة (مثال : " و" يعتقد فيها إلى حين " أو " تؤخذ كـ "و""أو" وإذا.....إذن

---

(1)Dagfinn Follesdal : "Introductory note to 1961",IN "Kurt Gödel Collected Works" IN ", Edited by Solomon Feferman & John W. Dawson Dagfinn Follesdal, Oxford University Press, New York Oxford, v.3, 1995, P.370.

(*) اليقين التام :absolute certainty هو اصطلاح يستخدم ليعنى الصدق المطلق الذى عنى به أرسطو , برهان جوهرى بالمعنى الصارم , استخرج بالإستنباط من مقدمات صادقة صدقا مطلقا , ويستخدم اصطلاح " اليقينى " للتفريق بين حكم ضرورة وحكم إمكان وحكم واقع.(م روزنتال:مرجع سابق، ص ٥٩١)

(2) Gödel, K.:" Russell's Mathematical logic", p. 128.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الذى يعد تضميناً مادياً يجب أن يتم تنظيمه بشكل قاطع، كما سنرى) وباختصار فإن النظرية هى أن : أنها قيمة الصدق المتعلقة بالذرات والمعنى للروابط هى التى ــ وحدها ــ تحدد قيمة الصدق للقضايا الجزئية p.q وليس للمعنى اللغوى للعبارات أى علاقة بتحديد قيمة الصدق.

كما أن هناك القضايا التى لا تعد ذات دالة صدق محددة؛ فعلى سبيل المثال قيمة الصدق الخاصة بـ " أننى أعتقد بأنها تمطر" (والتى يمكن بالطبع أن تكون صادقة سواء كان المكون" أنها تمطر " صادق أم كاذب) لعدة أسباب ليس دالة ببساطة لقيم الصدق لـ " أننى أعتقد " و" أنها تمطر ". لذلك فإن " الباء" ليست رابطاً لدالة الصدق. لذلك ــ أيضاً ــ كما أكد رسل أن" ليس كل صدق القضايا يمكن تنظيمه بواسطة نظرية دالات الصدق"، إن المركب ذا دالة الصدق (قضية جزئية) يحتفظ بقيمة الصدق (سواء كانت صادقة أو كاذبة إذا كانت أى ذرات أخرى بنفس قيم الحقيقة قد تم استبدالها. هذه هى النقطة الأولى. النقطة الثانية تتمثل فى أن بعض المركبات تتمتع بشكل أنها عادة ما تكون صادقة وتحتفظ بقيمة صدقها وليس من المهم ما هى الذرات من أى قيمة صدق تم استبدالها (نفسها مقابل نفسها) بداخلها. مثل هذا يسمى "بالحقائق المنطقية" أو "الحشو والتكرار".[١]

أصبح الاستدلال الرياضى مرآة تعكس حقيقة أهمية منطق العلاقات والذى يعد الركيزة الأساسية والجوهرية فى التعبير عن الحقائق الرياضية تعبيرا صحيحا من الناحية النظرية، على الرغم من أوجه النقص[*] وبذلك يمكن القول أن منطق العلاقات أوثق صلة بالرياضيات من منطق الفصول أو القضايا[٢].

أما شروط العلاقات بين القضايا، والتى تعد بمثابة قواعد، بمقتضاها، نستنبط من صدق قضية p مثلا صدق قضية أخرىq أو قضايا مثل r، s، اختلفت طبيعة تلك العلاقات، فبينما اختصرت على الحد الأوسط فى القياس التقليدى والتى استحال بدونها القياس، أصبحت تلك العلاقات فى المنطق الرياضى متمثلة فى حدود القضايا وبالتالى

---

(1) Jager , R: "The Development of Bertrand Russell's Philosophy ", P. 119.

(*) يتمثل النقص فى الإعتقاد بأن العلاقة أساسا "فصل أزواج "، وما هو إلا خطأ فلسفى على حد قول رسل؛ إذ اعتبار قضايا العلاقات أقل فى إطلاقها من فصول القضايا، وأختلاط القضية الحملية بفصل القضايا، أدى إلى أعتبار العلاقات نوعا من الفصول،مما ترتب عليه استخدام قوانين معقدة، مما استحال معه التطبيق العملى. برتراند رسل :أصول الرياضيات، ترجمة محمد مرسى أحمد، أحمد فؤاد الأهوائى، الجزء الأول، دار المعارف بمصر، 1965،ص ص ٦٠-٦١.

(2) برتراند رسل :أصول الرياضيات،جـ ١، ص ص ٦٠-٦١.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

لبحث عن حد أوسط يشترك الطرفان في معناه وإنما تؤخذ القضايا ــ جميعاــ كوحــدات، كل واحدة منها غير منقسمة من داخلها أو محللة إلى حدود يحكمهــا تــلازم بــين قــيم " الصدق والكذب " التى تنسب إلى تلك الوحدات أو القضايا بحيث صدق (الــشرط) يلــزم صدق (المشروط) وعلى عكس ذلك كذب (المشروط) يلزم كذب (الــشرط). إذن فهنــاك استنباط أو علاقة استنباطية بين قضيتين ليس بينهما اشتراك فى المعنى اللغوى، وإنما فقط على أساس قيمتىّ الصدق، والكذب اللتين يمكن نسبتهما إلى كل منهما.[١]

اختلف المفهوم العقلى والتصور للعلاقة فى المنطق الصورى التقليدى، والمنطق فى ثوبه الجديد، وتلاشي اقتصار "المحمول" على الحمل بمعناه الضيّق ليشمل مفهومــاً أعــمّ "التصور" والأوصاف والفصول؛ وكل ما يندرج تحت مفهوم العلاقات. لم يعد الحد الأوسط صاحب الكلمة الأولى والأخيرة للحكم باتساق القياس من عدمه، ففاقت قدرته علاقات أعمّ، ولكن يبقى الاعتماد الكلّى على الجانب السيمنطيقى للقضايا ومدلولات الألفاظ.

جسدت الخطوة الهامة نحو السعى لتحقيق الأنساق الــصوريةformal systems تلك التى اتخذها كلّ من وايتهد، ورسل فى كتاب برنكيبيا الذى يتــضمن ثلاثــة أجــزاء (١٩١٠-١٩١٣)، على الرغم من أنه مازال يتغلغل بعض أجزائها الغموض. ولقد لاقــى مصطلح "النسق الصورى"، الذى افترضه فريجه، قبولا واسعا عــام ١٩٢٠. وفــى هــذا النسق عالج الرموز وفقا لقواعد تتجاهل تأويلات الرموز، وتتعامل ــ ببــساطة ــــ مــع علامات مكتوبة بحيث تصبح هناك صياغة جيدة وبراهين. وكانت فكــرة رد الرياضــيات لصياغات مجردة وبراهين؛ تلك الصياغات والبراهين التى أصبحت هى موضــوع العلــم الجديد، نظرية البرهان أو الرياضيات، والتى يتم فيها الدراسة من خلال أى منهج يــدعم الحدس، إدراك المدركات : حيث يتم إدراك الرموز، نستمد ونستخلص صيغة محددة مــن صيغ معطاة من خلال قواعد التعويض، نستخدم الاستقراء فى طول الصيغ. مما يعطــى القوة. لهذا المنهج.آمل هلبرت أن يخضع منهج اتّساق البراهين للأنساق الصورية.[٢]

اقترح هلبرت[*] إضفاء الطابع الصورى للنظريات الرياضية، آملاً أن يكمل ذلــك

---

(1) محمد ثابت الفندى: فلسفة الرياضة، ص ص ١٣٦-١٣٧.

(2) J. Van Heijenoort : "Gödel's theorem" , P. 349.

(*) إذ حاول هلبرت حل صعوبات عقلنة الرياضيات والمنطق بصياغتهما اســتناداً إلــى البــديهيات والمــنهج البنائىConstructive method لتطوير نظرية ما على عكس المنهج البديهى، فاهتمّ بتصور فكــرة المــنهج التكوينى، الذى يعمل على التقليل من القضايا والحدود غير المُعرّفة مما هو أولى ولا يقبل البرهان،فيقوم بإنشاء متسلسل للأشياء المتناولة كنظام، والعبارات الخاصة بهذة الأشياء. وتكوين نظريات عن طريــق كيــان مــن

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

على كل الرياضيات حتى الوصول إلى مواجهة المتناقضات، فـى الأنـساق الـصورية، وعادة صورية الرياضيات سوف تكون مثالية وغير مدعومة بحدسنا، ولهذا أراد هلبـرت البحث عن نسق خارج إطارها. فكان النسق الصورى، والذى يبدو ـ تماماـ كبنية تركيبية (جزء من المعانى أو المعانى التى يفترض أن تعبر عنها الرموز، والتى ترشد ممارسـات علماء الرياضيات، بناء نسق من الموضوعات المحددة، والرموز (مجموعات لاحصر لها يمكن عدها)، ومتواليات محدده تسلسل محدود من الرموز (مثل تلك التى تشكل الـصيغ)، وتسلسل محدود من تسلسلات محدوده من الرموز (والتى تشكل البراهين). وبذلك تكـون هناك إمكانية لتطبيق دراسة نسق صورى حدسى ومناهج الإستدلال فى الجـزء الـواقعى للرياضيات، يستخدم فقط اللانهائية المحتملة Potential infinities والتى يطلـق عليهـا هيلبرت Finitary نهائية.[1]

وكان كلٌّ من هلبرت وبرووز[*]من أكثر الشخصيات المـؤثرة الـذين يـدعمون مخططات تأسيسية بديلة خلال الفترة التى بدأ فيها جودل عمله فى المنطق. فقـد وضـع هلبرت برنامجاً لحماية وتأمين الرياضيات يشمل – كماتمنّى- نظرية المجموعات[**]لـدى كانتور، عن طريق براهين الاتساق للأنساق البديهية الـصورية. بينمـا رفـض بـرووز براهين الوجود اللابنائية والمفاهيم الكانتورية عن فصل "اللامتناهى" سـعيا لإعـادة بنـاء

القواعد والتعريفات الخاصة.وتستخرج جميع العبارات الأخرى للنظام من الأساس الأولى بواسـطة إسـتدلال خاص يميز النظريات البنائية ويقوم على مبدأ الاسـتقراء الرياضـى. م.روزنتـال و يـودين :الموسـوعة الفلسفية،مرجع سابق، ص ص ٥٠٤-٥٠٥.

(1) Stephen c. kleene : "Kurt Gödel A biographical memoir", p.p. ١٥٠-١٥١

(*) بروور: عالم رياضيات هولندى، أسس مدرسة فى فلسفة الرياضيات أطلق عليها المذهب الحدسي الرياضى المعاصر،فصل الرياضيات فصلاً تاماً عن اللغة،ذاهبا إلى أنها فعالية غير لغوية للعقل أصلها ماثل فى إدراك حركة الزمان بتجردها من كل كيفية تتحول إلى صورة فارغة الذى هو الحدس؛ وموضوعه هـو الكينونـات الرياضية.(معن زيادة : مرجع سابق، ص ٤٩٩.)

(**) نظرية المجموعات theory of sete :تأسست على يد كانتور وتعد فرعاً من فروع الرياضيات،الذى يهـتم بتناول مقولات اللامتناهى بالمناهج الدقيقة، وموضوعاتها هى خواص المجموعات (الكليات، والفئات،الفصول) التى تكون،فى معظمها،متناهية والمبدأ الرئيس فى نظرية اللامتناهيات إنشاء "نظم" مختلفة للاتناهى. وتنطلـق النظرية من إدراك تطبيق مبادىء المنطق فى مجال المتناهى على المجموعات اللامتناهية. وفى نهاية القـرن التاسع عشر، نشأت عن تطور نظرية المجموعات بعض الصعوبات مثل المفارقات المرتبطة بتطبيق قـانون الثالث المرفوع على المجموعات اللامتناهية. مثل طبيعة المفاهيم الرياضية، علاقتها بالعالم الواقعى، المحتوى العينى لمفهوم الوجود فى الرياضيات.الأمر الذى أدى إلى ظهور تيارات مثل النزعة الـصورية والحدسـية. فجميع مشكلات إثبات الرياضيات بالوسائل المنطقية ليست سوى مـشكلات إثبـات نظريـة المجموعـات. (م. روزنتال ويودين : الموسوعة الفلسفية، ص ٥٤١.)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الرياضيات وفق رؤيته الحدسية كنوع من البنائية. وفى فيينا كان الإهتمام منصبًّا على برنامج المنطق التجريبي الذى تطور على يد هاهان، وشيليك،وكارناب وآخرين، وكانت دعواهم،لإحلال الرياضيات بقواعد المذهب الإصطلاحى لتركيب بنية للغة syntax of language، وهكذا يفصلها عن العلوم الطبيعية. (١)

وإذا تتبعنا المسألة،بشكل ملائم، نجد أن هذا التضاد يفتح فهماً تاريخياً مختلفاً "للمنطق" أكثر مما توقع رسل. فلنأخذ فى الاعتبار، على سبيل المثال، حساب الفصول أو نظرية المجموعات؛ فمن غير الدقيق؛ القول أن رسل ووايتهد كانا يبحثان على النسق الواحد الصحيح والصادق للنظرية والتى ستكون نظرية المجموعات للرياضيات ولكن فيما بعد رأى علماء المنطق هذا النسق باعتباره واحداً بين العديد، كلّ منها لديه خواص صورية مختلفة وشيقة،وكلاهما يمكن تفسيره بطرق تتوافق مع حقائق الرياضيات. إن نظرية المجموعات تختلف،بشكل أساسى، فيما يتعلق بالبديهيات التى تعلنها ولكن ــ أيضاً ــ فيما يتعلق بما هو مقصود بإدعاءات الوجود التى تصنعها البديهيات وتختلف من حيث الكيفية التى يتم بها تشكيل الفئات وهذا ــ بدوره ــ يتم إملاؤه ــ جزئياً ــ من خلال اعتبارات الأنماط.وفى الأساس من خلال الحاجة إلى تجنب متناقضة رسل الخاصة بالفصول التى ليست أعضاء فى ذاتها (أو أى تناقضات أخرى والآن لكى نفكر فى نظرية المجموعات لتكون مؤلفة من مجموعة من البديهيات المختارة أحتياطيداخل تلك المقاييس لم يكن هو ما فى عقل رسل.

إن الاكتشاف الحديث بأن البديهية عن وجود المجموعات ذات مقياس معين (فروض كانتور المتصلة على سبيل المثال) مثل إما أن تكون أو يمكن لنفيها أن يضاف إلى نظرية مجموعات متماسكة بدون إحداث كارثة – فإن هذا يذهب مضاداً لضروب كل الأشياء التى كانت متوقعة. ليس هناك ما يوضح ما إذا كان رسل عالم منطق منذ الخمسين عاماً الماضية سيذكر شيئاً عن هذا، إذيستلزم الأمر وضع نظرية المجموعات الخاصة " بالمنطق" داخل سياق معين لم يخيل له. لقد أوضح فى عام ١٩٣٧ فى مقدمته لكتاب " الأصول " :إن فهمه لعلاقة نظرية المجموعات للرياضيات يتطلب نوعاً من الحقيقة الموضوعية وهى أن تكون البديهيات إما صادقة أوكاذبة وأيا كان ما يعنيه هذا فإنه قد قصد ليعنى أكثر من مجرد تماسكهم.(٢)

---

(1) Solomon Feferman : In the light of logic, in Logic and computation in philosophy, p.142

(2) Jager , R: "The Development of Bertrand Russell's Philosophy ",Op.cit., p.p 216-.217.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ظل رسل رافضاً لنظرة الفلسفة التحليلية اللغوية التى ترى إلى أن حدود الفلسفة هى اللغة.. بينما الفلسفة،فى نظره، هى تحليلية ولكن حدودها تتخطى اللغة إلى مدلولاتها. وليست اللغة إلا سبيلاً تستخدمه للتوصل إلى مدلولات اللغة فى الأشياء والعالم.ولهذا اعتمد على المنطق فى تحليله للمشكلات الفلسفية، عن طريق التحليل المنطقى واللغوى؛ بصياغة معرفتنا صياغة صورية دقيقة.(١)

إلى جانب محاولة رسل لتأسيس علم الحساب،على أساس منطقى، كانت هناك رغبة لعرض اللغة،غير الرياضية، فى شكل منطقى واضح وهذا هو ما جعل رسل _ مع فريجه _ أحد مؤسسى التحليل المنطقى فى الفلسفة التحليلية اللغوية وكان ينظر إليه باعتباره نظاماً لاستبدال الصور الواضحة منطقياً للكلمات عوضا عن الصوراللفظية، والتى كانت ــ بطريقة ما ــ مضللة منطقياً. ولقد ظهر أول تصنيف على مسرح الفلسفة البريطانية فى مقالة لرسل "فى الدلالة.(٢)

٣-نقد جودل للوصف المحدد فى الدلالة :On denoting

اختار رسل للمعالجة المفصلة، بشكل خاص، عبارات تبدأ "إل"وعبارات سيسميها، فيما بعد، بالأوصاف المحددة"، والتى نظر إليها بإعتبارها أكثر العبارات الدلالية صعوبة ومتعة"(٣)

يشير جودل إلي أن معالجة رسل لأداة التعريف الـ(*)في تحليله للتصورات المنطقية الأساسية،والتى جاءت محاولة للإجابة عن السؤال : إلام تدل العبارات الوصفية؟ تؤدى إلى غموض، مثل "مؤلف ويفرلى " أو "ملك انجلترا الحالى " وما معنى العبارات التي تظهر فيها تلك الأوصاف؟ وتأتى الإجابة موضحة؛ بأن "مؤلف ويفرلى" تدل على "والتر سكوت"، تؤدي إلى صعوبات غير متوقعة. وإذا اعترفنا بالبديهية الواضحة، بأن دلالة التعبير المركب، الذي يحتوي على مكونات لها دلالتها بدورها، يعتمد ــ فقط ــ على دلالة هذه المكونات (وليس على طريقة التعبير عن هذا المدلول)،ويترتب على ذلك

---

(1)إبراهيم يوسف النجار: "الفلسفة التحليلية من هيوم إلى رسل" الفكر العربى، مجلة الإنماء العربى للعلوم الإنسانية والفلسفة والعلوم"، العدد ٦٣، السنة الثانية عشر مارس، بيروت، ١٩٩١، ص ص ٦٢-٦٦.

(2)David Pears & Anthony Kenny :"Mill To Wittgenstein", p.p. 252-253

(3) Ibid ,p.p. 242 - 243

(*) وقد أبرز "بيانو" الوجهة الرمزية لأداة التعريف "ال" وحصل على نتائج ذات فائدة كبرى فى حسابه التحليلى، بينما أستخدمها رسل من الناحية الفلسفية مشيراً إلى أن إستخدام التطابق ونظرية التعريف يتوقفان على فكرة أداة التعريف. (برتراندرسل، أصول الرياضيات،جـ١، ص ١١٦.)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

أن العبارة "سكوت هو مؤلف ويفرلى" تدل على الشيء نفسه في العبارة "سكوت هو سكوت"؛ ويؤدي ذلك، مرة أخرى، إلى استنتاج أن كل القضايا الصادقة لها الدلالة نفسها، بالإضافة للقضايا الكاذبة أيضاً. ولقد استقى "فريجه"، في الواقع، مثل هذا الاستنتاج؛ وكان يقصده بالمعنى الميتافيزيقى، متتبعاً خطى ونهج المذهب الأيلي لفكرة "الواحد - وفقاً لرؤية "فريجه"- فإن "الصادق" يتحلل بواسطتنا بعدة أشكال مختلفة في عدة قضايا مختلفة؛ وهو يستخدم "الصادق" كاسم ليعبر عن الدلالة العامة لكل القضايا الصادقة.[١]

وجدير بالذكر أن القضاياالأخرى، التي نحتاجها، للحصول على برهان قوي قد تكون:[٢]

(١) أن"φ(q)" والقضية "a هي الشيء الذي له الخاصية φ ويتطابق مع a" يعنيان نفس الشيء

(٢) كل قضية "تتحدث عن شيء ما"، أي يمكن صياغتها في الشكل φ(a).

الأكثر من ذلك، قد نضطر لاستخدام حقيقة أنه لكل شيئيين a ,b توجد قضية صادقة بالشكل φ(a,b)، أي a= a.b = b أو a≠b.

وضّح رسل ــ أيضاًــ أن أداة التعريف إذا استخدمت استخداماً صحيحاً فيجب أن تستلزم التفرد، وعلى ذلك يمكن القول إن"العلاقةRمع x" موجودة متى كان هناك حد واحد، لاأكثر، له العلاقة R مع X، وعلى ذلك فإذا كانت R علاقة واحد بكثير " فالعلاقة R مع x " موجودة كلما كان x منتمياً ϵإلى ميدان R العكسى. بوصفها دالة وإذا اعتبرنا"العلاقة R مع x" دالة بالمعنى الرياضى فنقول إن x هو "متغير" الدالة، وإذا كان y هو " العلاقة R مع x " فسيكون y هو قيمة الدالة للمتغير x، وإذا كانت R علاقة واحد بكثير، فمدى المتغيرات المحتملة للدالة هو الميدان العكسى للعلاقة R، ومدى القيم هو الميدان. وعلى ذلك فمدى المتغيرات المحتملة للدالة "والد X" هو كل أولئك الذين لهم آباء، أى الميدان العكسى للعلاقة "والد"، بينما مدى القيم المحتملة للدالة هوجميع الآباء، أى ميدان العلاقة.[٣]

وبذلك تصبح لعلاقات الواحد بالكثير فائدة كبرى، وبيانو، الذى كان، لسبب ما،

---

(1)Gödel, K..:" Russell's Mathematical logic", p.p.128-129.
(2) Ibid., p.129.
(3) برتراندرسل : مقدمة للفلسفة الرياضية، مرجع سابق، ص ص٥٢-٥٣.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

يتصور بالغريزة، العلاقة على أنها علاقة واحد بكثير، يعالج بهذه الطريقة تلك العلاقات التى ليست كذلك، ولذلك رد العلاقات إلى علاقات واحد بكثير بهذه الطريقة، على الاعتقاد بأنه لا يمثل تحليلاً فلسفياً، ويكفى فى ذلك أن الفصول يجب اعتبارها " دوال منطقية " اعتبار علاقات واحد بكثير على أنها نوع خاص من العلاقات. (١)

يذهب رسل إلى أن"المحمولات... تصورات"ولا" تدل المحمولات على تصورات" فعلى سبيل المثال"سقراط يكون شيء " وليس سقراط يدل على شيء"، والسبب الذى أعطاه رسل لقوله بأن "سقراط شيء"؛ بأن سقراط لا يمكن ــ مطلقاً ــ أن يرد إلا كحد فى قضية وينبهنا إلى أن المقصود هنا هو سقراط نفسه وليس الإسم هو الذى يرد أو يظهر فى القضية. ولهذا فلا يمكن أن ندافع ــ طبقاً لوجهة نظر رسل ــ عن أى وجهة نظر تكون فيها الحدود والقضايا لغوية بينما تكون الأشياء والتصورات دلالتها.(٢)

وفى تحليل العبارات الدالة، فلا يجب افتراض أن كل رمز منفصل مستقل له دلالة، أو كل عبارة لها دلالة مستقلة يمكن أن يكون لجزء من العبارات الدالة، ولكنه ليس دالاً بمفرده. وسريعاً ما تظهر أن فئة الرموز يمكن أن تُعامل باعتبارها أوصافاً أى أنها ليست أجزاء دالة فى العبارات الدالة وهذا ما يجعل حل المتناقضات بوجه عام ممكناً ولقد عرض رسل الحل الجزئى فى أصول الرياضيات، موضحاً إن نظرية الأوصاف كوسيلة لحل المتناقضات قد دفعته للأنتباه إلى مشكلة المعنى والدلالة،-وتعريف المعنى كإضافة إلى الألفاظ والدلالة إضافة إلى القضايا -وهى مشكلة مركبة قد تعامل معها فى تحليل العقل.(٣)

ووفقاً لرؤية "رسل" ما يتفق مع القضايا في العالم الخارجي هي الوقائعFacts. مع ذلك، فهو يتجنب المصطلح "يرمز" أو"يدل على" ويستخدم "يحمل" بدلاً منهما (في كتاباته المبكرة ويستخدم "يعبر" أو "يكون رمزاً لـ")،حيث تختلف العلاقة بين القضية وبين الواقعة، إلى حد كبير؛ عن العلاقة بين الاسم والشيء المسمى به.الأكثر من ذلك، أنه يستخدم المصطلح "يدل على" (بدلاً من "يرمز") للعلاقة بين الأشياء والأسماء، بحيث أن "يدل على" و"يشير" معاً يتفقان مع مصطلح يدل عند "فريجه"، ولهذا إذاً؛ ووفقاً لرؤية

---

(1) المرجع نفسه، ص٥١-٥٢.

(2)Klemke, E.D.: ***"Logic and Ontology In Russell's Philosophy"***, in *"Essays on Bertrand Russell"*, Edited By; Klemke, E.D., University of Illinois Press, London, 1970,p. 421

(3)Russell, Bertrand: "My Mental Development", in "The Philosophy of Bertrand Russell", Edited By; Paul A. Schlipp, Northwestern University, Evanston and Chicago, 1944, p. 14

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

"رسل" ومصطلحاته، فإنه "تشير" القضايا الصادقة إلى الوقائع، بينما تشير العبارات الكاذبة إلى اللاشيء(*).بذلك قد تطبق نظرية "فريجه"فى المعنى إلى حد ما على القضايا الكاذبة، حيث أنها كلها تدل على الشيء نفسه، الذى هو اللاشيء، بينما قد تشير القضايا الصادقة المختلفة إلى أشياء عدة مختلفة.(١)

تتجلى هنا بوضوح محاولة جودل لتأكيد الترابط بين فكر فريجه وفكر رسل فى توحيد مدلول عام لفكرة "الصادق"؛ مدلول القضايا الصادقة عند فريجه، و"اللاشيء" مدلول القضايا الكاذبة عند رسل. وبذلك فإن هذه الرؤية المتعلقة بالعبارات تجعل من الضروري - من وجهة نظر جودل- إما إسقاط المبدأ السابق ذكره عن دلالة التعبيرات المركبة في مصطلحات "رسل" عن الدلالة أو إنكار أن العبارة الوصفية تدل على الشيء الموصوف.(٢)

يؤكد جودل أن"رسل" لم يقدم أي تعبير صريح عن الاقتراح الأول؛ لكن يبدو أنه قائم في النسق المنطقي في برنكيبيا، على أقل أو أكثر تقدير. بينما أختار الاقتراح الأخير؛ باتخاذه وجهة النظر بأن "العبارة الوصفية لا تدل على شيء على الإطلاق لكنها ذات`معنى فقط في سياق"؛ وعلى سبيل المثال، فى عبارته المشهورة "مؤلف ويفرلى هو سكوت" ومعناها: "يوجد هناك كيان واحد كتب ويفرلى، وأياً كان من كتب ويفرلى فهو سكوت". ويعني ذلك أن الجملة التي تتضمن عبارة "مؤلف ويفرلى" لا تقرر بشكل جازم أي شيء عن"سكوت"(حيث لا يوجد بها أى مكون يدل على سكوت)، لكنها فقط طريقة ملتوية لتقرير شيئاً ما عن التصورات التي تحدث في العبارة الوصفية.(٣)

يقدم "رسل" بشكل أساسي حجتين لتدعيم هذا الرأي:

١- ان العبارة الوصفية قد تكون ذات معنى وتستخدم حتى إن كان الشيء الموصوف غير موجود (مثلاً فى العبارة " الملك الحالى لفرنسا غير موجود).

(*) من الدلالة "Bedeutung العبارة تمييز ما يطلق عليه "فريجه" معناها (Sinn) وهو العلاقة التصورية لوجود الوقائع الموضوعى (أو "الصدق"). ويجب أن نتوقع أن يكون هذا في نظرية "رسل" وقائع ممكنة (أو إحتمالية الوقائع)، وهو ما يوجد أيضاً في حالة القضية الكاذبة. لكن "رسل"، كما يقول هو، لم يمكنه أبداً أن يعتقد أو يقتنع بأن هذه الأشياء "الغريبة الغامضة" "curious shadowy" أشياء موجودة فعلاً. ثالثاً، هناك أيضاً علاقة نفسية بين الوقائع التي يطلق عليها "مدلول" وبين فهم ما يفهم بوصفه أنه الإعتقاد المقابل في أحدث كتب "رسل". وتستخدم "الجملة "Sentence" في الاختلاف المضاد مع "القضية Proposition " للدلالة على التركيب المجرد للرموز.

(1) Gödel, K.:" Russell's Mathematical logic", p.129.
(2) Ibid, p.p 129-130.
(3) Gödel, K.:" Russell's Mathematical logic", p.130.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

٢- قد يفهم الشخص جملة تحتوى على عبارة وصفية بدون أن يعرف الشيء الموصوف؛ فى حين يبدو من المستحيل فهم عبارة ما بدون معرفة الأشياء التى تقررها.

أعتقد رسل بأن من أجل ضمان موضوعية المفهوم فإنه من الضرورى الإعتقاد فى عالم ذات أفكار أفلاطونية في حين ذهب مور إلى أن " المفهوم لايعد حقيقة عقلية، أنه شيء أبدى ثابت يتواجد مستقلا عن تفكيرنا. كتب رسل عام ١٩٠٣ أن العلاقات والأعداد والفراغ رباعى الأبعاد كلها لها وجود حيث أنهم إذا لم يكونوا كينونات تنتمى لنوع ما فإننا لايمكننا أن نضع قضايا عنهم، حيث أن الوجود هو صفة عامة لكل شيء ومن أجل ذكر أى شيء لتوضيح أنه هكذا، ومن ثم فالقضايا ذات الدلالات الفارغة لاتكون بلا معنى وإنماهى فقط كاذبة.(١)

يتابع جودل تحليل الأوصاف مؤكدا " أما حقيقة أن "رسل" لا يضع في أعتباره هذه المسألة كلها المتعلقة بتأويل الوصف على أنه مسألة أصطلاح لغوي بحت، بل كمسألة الصادق والكاذب، فهي مثال آخر على موقفه الواقعي، ما لم يكن بالطبع يهدف إلى بحث نفسي لعمليات التفكير الفعلية".(٢)

على الرغم من إنتقاد جودل لمنهجية رسل فى الوصف إلا أنه عاد ليعترف بأن النظرية بها بعداً جوهرياً صورياً لاقى لديه القبول، مشيراً إلى أن "بالنسبة لمسألة المعنى المنطقي Logicalsense لا يمكنني التوقف عن الشعور بأن المشكلة التي يثيرها الاستنتاج الغامض لـ "فريجه" قد تجنبها "رسل" فى نظريته عن الأوصاف وأن هناك شيء ما خلفها ليس مفهوماً تماماً حتى الآن.إذ يبدو أن هناك اتجاه صورى واحد فقط يمكن أن يفضل فيه جودل نظرية الأوصاف عند "رسل". بتعريف معنى العبارات التي تحتوي على أوصاف بالأسلوب السابق ذكره، إذ يتجنب "رسل" في نسقه المنطقي أية بديهيات عن أداة التعريف ال، وقابلية تحليلها. بينما أضطر"فريجه"، على العكس، لأفتراض بديهية تحليلية عنها، ولكن فقط بالمعنى الضمني بأنها مشتقة من معنى الحدود الغير محددة. مع ذلك، تظهر هذه الميزة التي تتفوق بها نظرية "رسل" على نظرية "فريجه" فقط طالما يأوول الشخص التعريفات على أنها اختصارات طبوغرافية مجردة، وليست على أنها تقدم أسماء لأشياء تصفها من خلال التعريفات، وهو أحد الملامح العامة

---

(1)David Pears & Anthony Kenny :"Mill To Wittgenstein", Op. Cit., p. 253.
(2) Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic", p. 130.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

بين "فريجه" و"رسل".[١]

ثالثا : المتناقضات المنطقية:
The Logical paradoxes and their solution

شكلت المتناقضات[٢] المنطقية Logical paradoxes التى وقفت حجرعثرة فى طريق بناء رسل للصرح الرياضى مستنداً على النسق الصورى بكل أدواته ووضوحه وإتساقه، منعطفاً رئيسياً فى التوجه الفكرى المنطقى، إذ على الرغم من أنها زعزعت قبول بعض النظريات المنطقية وأوجدت بها فجوة وخللاً، إلا أنها كانت باعثاً للتطور وظهور نظريات جديدة، استمرت محاولة جودل النقدية أن تحلل نتاج عقلية رسل وتوجهاته الفكرية التى تتجسد بين ثنايا أعماله؛ منطلقا برؤيته النقدية إلى أهم أبحاث "رسل" في مجال تحليل مفاهيم المنطق الصوري، أي تلك الأبحاث المتعلقة بالمتناقضات ومحاولة إيجاد حل لها.

أوجز جودل رحلة رسل الفكرية ضد المفارقات بخطوات محددة

- تحليل المتناقضات التى أدت إليها نظرية "كانتور"، وتحريرها من كل التقنيات الرياضية.
- ألقاء الضوء على حقيقة مدهشة بأن الحدوس المنطقية (أي الحدوس المتعلقة بمفاهيم مثل: الصدقTruth، التصورConcept، الكينونةBeing، الفصلclass،... إلخ)

---

(1) Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic", p.p 130-131.

(2) المفارقة المنطقية:Logical paradoxes هى قضية تحتمل الصدق والكذب فى آن واحد، أو بعبارة أخرى هى حجة إستنباطية محكمة تبرهن على الحكم ونفيه فى آن واحد ويبين تحليل مادى جدلى أن المفارقات هى تعبير عن صعوبات جدلية ومعرفية عميقة ترتبط بمفاهيم عن موضوع ما، والمجال الموضوعى فى المنطق الصورى، عن مجموعة (فصل) فى المنطق وفى نظرية المجموعات مع توظيف مبدأ التجريد الذى يجعل بالإمكان إدخال موضوعات مجردة جديدة، و منهج لتعريفها فى العلم، إذ لايوجد منهج كلى لإزالة المفارقات . بينما هناك طرق مختلفة ممكنة لحل المفارقات وهى بناء نظرية الأنماط أو تراتيب الأنماط،، مفارقة مجموعة كل المجموعات ومؤداها إذا جمعنا كل أقلام الرصاص فى مجموعة، ولتكن على سبيل المثال (صندوقاً)، فإن هذه المجموعة لا تشتمل على نفسها، لأن الصندوق ليس قلماً. وبهذا يتبادر إلى الذهن تساؤل إذا أردنا تكوين مجموعة من كل المجموعات التى لا تشتمل على نفسها، فهل تشتمل هذه المجموعة على نفسها أم لا؟ وفى كلتا الحالتين يمكن الحكم بالصدق أو بالكذب فى آن واحد. وهذا تناقض. (م. روزنتال: الموسوعة الفلسفية العربية , ص ص : ٤٨٦-٤٨٧. وأيضاً رسل: مقدمة للفلسفة الرياضية، مرجع سابق،ص ص ١٤٩-١٥٠، كذلك صلاح عثمان، المنطق متعددالقيم بين درجات الصدق وحدود المعرفة، منشآة المعارف، الإسكندرية، 2002، ص ٢١-٢٤.)

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ذاتية التناقض Self-contradictory.

- مناقشة بعد ذلك أين وكيف يتم أفتراضات قضايا الإدراك العام في المنطق وتصحيحها. وأرجع رسل المتناقضات فى نسقه إلى أنه تناقض ينبثق من الإدراك الفطرى إنبثاقاً مباشراً لا يحل إلا بالتخلى عن بعض الفروض التى يفترضها الإدراك الفطرى.

وقد استطاع رسل الوصول إلى استنتاج أن البديهية الخاطئة تكونت من افتراض مسبق بأن لكل دالة قضية يوجد "فصل الأشياء" التي تتفق معها، أو أن كل دالة قضية توجد كـ "كيان منفصل" "as a separate entity"[١]. وهو ما نعني به شيئاً قابلاً للفصل عن الحكم (فكرة أن دالات القضايا مجردة من القضايا المعطاه بشكل أساسي) وأيضاً شيء متميز عن تركيب الرموز المعبرة عن دالة القضية، الأمر إذاً هو ما يمكن أن نطلق عليه المفهوم الذي تعبر عنه.[٢] يكفي وجود هذا التصور بالفعل للمتناقضات في جانبها "المفهومى" في حين أن التصور الذى"لا ينطبق على نفسه"، يأخذ مكان فصل المتناقضي paradoxical class لدى "رسل".[٣]

حيث أكد رسل أن المتناقضات تلزم عن مقدمات سبق التسليم بها من جميع المناطقة، ويصنفها فى أنواع ثلاث:[٤]

- المتناقضات الرياضية:وأولها المتناقضة الخاصة بأكبر عدد ترتيبى والتى تعرف باسم؛ متناقضة بورالى فورتى BuraliForti هى كما يلى: ترتيب جميع الأعداد الترتيبية بحسب مقاديرها، فيكون آخرها الذى يسمى ن هو أكبر الأعداد الترتيبية. ولكن جميع الأعداد الترتيبية من ٠ إلى ن هو ن+١، وهو أكبر من ن ومحاولة اقتراح سلسلة الأعداد الترتيبية سيكون لها ذاتها عدد ترتيبى أكبر من أى حد فى

---

(1) في كتاب "رسل" أصول الرياضيات الجزء الأول : تكلم رسل "عن بعض الصعوبات في نظرية الأعداد النهائية و انماط الأنواع "،موضحا إذا أراد الشخص وضع هذه المتناقضات مثل "الكاذب" تحت وجهة النظر تلك، فإن القضايا الكلية (والوجودية) يجب اعتبارها على أنها تحتوي فصل الأشياء التي تدل عليها.

(2) "دالة القضية" (بدون الشرط "ككيان منفصل") يمكن فهمها على أنها تعني قضية يخص فيها مكون أو عدة مكونات كحجج. قد يعتقد الشخص أن الزوج المتكون من القضية والحجة يمكنه أن يلعب بعد ذلك دور "الدالة القضية ككيان منفصل"، لكن يجب ملاحظة أن هذا الزوج (ككيان واحد) هو مرة أخرى مجموعة مفاهيم أو تصورات وبالتالي لا يحتاج إلى الوجود.

(3)Gödel, K.:" Russell's Mathematical logic" , p.p 131-132.

(4) برتراندرسل: أصول الرياضيات، جـ١، ص ص ١٧-١٨.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

السلسلة وهكذا.

- والمتناقضة الخاصة بأكبر عدد أصلى، التى تذهب إلى القول بأن فصل ن من الحدود له ٢ن من الفصول الفرعية. ويمكن إثبات أن هذه القضية تبقي صحيحة حين تكون ن متناهية. وقد أستطاع "كانتور" اثباتأن ٢ ن أكبر دائما من ن.ومن ثم لايمكن وجود عدد أصلى هو أكبر الأعداد الأصلية،أى عدم إمكان وجود أكبر عدد أصلى وعلى الرغم من ذلك كان الرياضيون يفترضون الفصل المشتمل على كل شيء.الذى فيه أكبر عدد من الحدود، مع توضيح أن فصول الأشياء ليست أشياء، وبذلك يفوق عدد فصول الأشياء عدد الأشياء.
- والمتناقضات المنطقية والتى قد ترجع إلى حيل لغوية، ومنها متناقضة الفصول التى ليست أعضاء فى ذاتها.

أدي تطوير كانتور لنظرية المجموعات عام ١٨٧٤ والتى قادت إلى اكتشاف المتناقضات فيها،متناقضة بورالى فورتى، ومتناقضة رسل وريتشار.ففى حالة متناقضات رسل، حيث أعتبر رسل المجموعة T لكل المجموعات التى ليست أعضاء فى ذاتها، والتى تبدو أنها تندرج تحت تعريف كانتور للمجموعة فهل تعد T عضواً فى T؟ وبلغة رمزية فهل؛ T∑T، وعلى أفتراض أن المجموعة Tعضوا فى ذاتها T؛ ومن ثم فإن من خلال تعريف أن المجموعة T ليست عضوا فى ذاتها T TTأى أنها تصبح متناقضة مع الأفتراض[١].

فأنT∑T TT

يتسائل جودل إذ لم يكن هناك فصل كلى عام، أو تصور كلى فتري تحت أية فروض أخرى توجد هذه الكيانات؟(فيما يتعلق بدالة القضية).

١- محاولة رسل حل المتناقضات :

وضع "رسل" اتجاهان محتملان قد يبحث فيهما الإنسان عن هذا المعيار، وهو ما أطلق عليه نظرية الزجزاج "Zig Zag" التى تعتمد على المحتوى والمعنى بشرط وجود نوع من البساطة، ونظرية تحديد الحجمlimitationofsize، ويطلق عليها المفهومية والماصدقية؛ والتى تجعل وجود الفصل أو التصور يعتمد على الماصدق شريطة ألا يكون

---

(1) Stephen c. kleene : "Kurt Gödel A biographical memoir" ,p.147.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

كبيراً.[١]

I-نظرية الزجزاج المسار المتعرج "The Zigzag Theory

أطلق رسل على محاولاته فى مخطط أساسى عام ١٩٠٤ أسما مثيرا للأهتمام "Zigzag"[*]كان مصدر نشره الوحيد عبارة عن ورقة تخطيطية لحلول مفارقاته عام ١٩٠٥. وصف رسل للأفكار كان سطحيا وغير مفصلا كان من الممكن أن تكون خارج المخطط.أولا: كانت النظرية حرة تماما من النمط حيث زعم رسل أن حل حرية النمط هو خطوط طويلة من نظرية المسار المتعرج التى تجبرنا على الألتزام بتعريف فريجه / رسل للأعداد.ثانيا : وحتى يتم إجتناب المفارقات عن طريق القيود المباشرة فى إستيعاب البديهية.[٢]

تعتمد نظرية الزجزاج، على المحتوى أو المعنى(بشرط وجود نوع معين من "البساطة"، وهو الذي يمثل مشكلة من حيث التركيب الصوري الدقيق). فقد تم وضع نسق منطقي مؤخراً يشترك في بعض الملامح الأساسية لهذا المخطط، وهو نسق كواين [**] Quine's system.[١] الذى حاول فيه كواين تصحيح المفاهيم المنطقية والرياضية

---

(1)Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic" , p132.

(*) ولنظرية المسار المتعرج شذرات مسبقة، إذ قد دونها رسل فى بعض ملاحظاته فى برنكيبيا ماتيماتيكا أصول الرياضيات وعلى الرغم من أن رسل لم يميز بوضوح بين هذه النظرية وأفكار نظريته للأنماط. من أجل تشكيل فكرة نسق رسل عام ١٩٠٤، لابد للرجوع إلى مخطوطته غير المنشورة وهى رسم مفصل إلى حد ما لنظرية " Zigzag" التى أرسلها إلى وايتهد فى السابع والعشرون من أكتوبر عام ١٩٠٤، مع غلاف رسالة يصفها فيه بأنها إلى حد ما خليط من البلاغة والطموح. وفى عميق أحساسه شعر بأنها تجسد تقدماً متميزاً. كما شعر بأن المتناقضات قد بدت واضحة لدرجة تسمح للمرء أن يتقبلها " وعرض فى ثمانية وعشرون ورقة كيفية حل المتناقضات والمفارقات المنطقية وللمجموعات الكانتورية. Alasdair Urquhart : Russell's Zigzag path to the ramified to theory of types,in "the journal of Bertrand Russell studies, edited Russell, McMaster University, Canada, 1988, p.85

(2) Alasdair Urquhart : Russell's Zigzag path to the ramified to theory of types,p.85

(**) كواين W.V.Quine (١٩٠٨):عالم منطق ورياضيات، من المهتمين أهتماما كبيرا بفلسفة المنطق ونظرية المعرفة، أعتقد بأن المنطق الصورى محايداً من الناحية " الوجودية " مادام النسق المنطقى يلزمنا بأن نقبل بعض أنواع بعينها من الكيانات (الأفراد المتعينة كالأشياء الفيزيقية، أو الكيانات المجردة؛ كالفصول والصفات) وقد أقترح معياراً لتحديد نوع الوجود المفترض سلفاً. وبرهن على أن الوجود لاتحدده أسماء الاعلام التى قد ترد فى عبارة ما، بل يحدده فيها أنماط المتغيرات التى قد نضع مكانها ثوابت. ولقد أوجز كواين هذه القاعدة فى الصياغة القائلة : " لأن يكون الشيء موجوداً معناه أن يكون قيمة لمتغير". كما عارض التفرقة بين العبارات التركيبية والتحليلية وذهب إلى أن نسق الفروض بأكمله يمكن أن يكون موضوعا لأختبار تجريبى ولهذا وجه النقد لأتباع نظرية تحقيق المعنى لما تزعمه من دلالة حسية للألفاظ. (فؤاد كامل وآخرون:

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وأبتكار أنساقاً جديدة مخصصاً كتابه "مناهج المنطق" لبحث موضوعات عدة من أهمها دالات الصدق باعتبارها من المفاهيم الأساسية؛ فتناول دالة السلب Þ، ودالة الوصل لإختصار الثوابت المستخدمة فى برنكيبيا مؤكداً أن الوصل بين القضية ونفسها يكافئ القضية ذاتها p =p p، ثم يقدم معالجة لدالة الفصل بصورة أدق من نسق البرنكيبيا مميزا فيه بين نوعى الفصل "الفصل الأستبعادىexclusive disjunction والفصل غير الاستبعادى non exclusive disjunction الذى يفضله كواين، وبناء على ذلك تصبح القضية Þ صادقة فقط إذا كانت pكاذبة، ولهذا عرف الدالة على أنها أى " مركب من جمل إخبارية يتوقف صدقها فى كل الحالات على قيم الصدق لأجزائها المكونة لها، ومن ثم تصبح دالة صدق. مشيراً من خلال رؤيته إلى أن السلب والفصل يكفيان وحدهما للتعبير عن الدالات المنطقية. (٢)

بحيث نبدأ فى نظرية المسار المتعرج من إقتراح تحديد فصول دالات القضايا عندما تكون بسيطة تماما، وتفشل فقط فى هذا التحديد عندما تكون معقدة. إلا أن رسل لم يقدم تفاصيل كافية عن المعايير اللازمة للبساطة، ومع ذلك فسر أسم نظريته. إذا كانت ϕ!x دالة قضية لا تحدد فصلاً، فإن ماصدق دالة القضية يجب أن يشتق من أى فصل معطاه u؛

$$(\exists y)\ \phi!y.Eu)$$

$$\vee$$

$$(\exists y)\ ((y\epsilon :\sim\phi\ !\ y$$

وتكون الفكرة هنا أن دالات القضايا التى لاتحدد أو تعين فصولاً تشتق من البنية القطرية "diagonalconstruction" ولهذا ينتج مسار متعرج "Zigzag " كمافى الشكل

الموسوعة الفلسفية المختصرة، مرجع سابق، ص ص ٢٦٤-٢٦٥).وقام بحركة ذات أثر بالغ الأهمية فى تصحيح المفاهيم المنطقية والرياضية فى نسق خاص يقوم على التجاور بين المتغيرات وإضافة رموز جديد للسلب – بخلاف علامة السلب فى برنكيبيا، والأعتماد على البساطة فى تعريفه للدوال، وقيم الصدق التى أستخدم فيها رمز واحد Tبوضعين مختلفين T و ⊥ للتعبير عن صادق وكاذب، ومن خلال نسق كواين بمكن إجراء التحليل على أى صيغة من الصيغ المنطقية.(ماهر عبد القادر محمد : المنطق الرياضى، أورينتال، الإسكندرية، ٢٠١٠ ص١٣٤-١٣٨.)

(1) Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic", p.132.

(2) ماهر عبد القادر محمد، المنطق الرياضى، ٢٠١٠،مرجع سابق، ص ص ١٢٥-١٣٢.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

المعبر عنه بأعلى.[١]

II _نظرية تحديد الحجم :The theory of limitation of size

يطلق عليها أيضاً النظريـــة المفهوميـــة والماصـــدقية The intentional and extensional theory وتجعل هذه النظرية؛ "وجود" الفصل أو التصور "يعتمـــد" علـــى ماصدق دالة القضية (بشرط ألا يكون كبيراً جداً[*]، أما الملمح الأكثـــر تمييـــزاً للنظريـــة الماصدقية فيتركز في عدم وجود فصل كلى Universal class أو (في التأويل المفهومى Intensional interpretation) مفهوم عن "شيء ما" بمعنى غير مقيد.[٢]وهـــو " فـــصل كل العلاقات المتشابهة مع العلاقات التى لدينا" ويصبح الفصل A متشابه (من حيث أن لـــه نفس عدد الأعضاء) مع الفصل الأخر.إذا كان هناك علاقة واحد – بواحد كما هـــى فـــى الفصل الأول يكون نطاق العلاقة والفصل الثانى يعبر عن النطاق العكسى للعلاقـــة، وقـــد يرى شخصاً ما أنه فى البلاد التى لا تعترف بتعـــدد الزوجـــات يـــصبح فـــصل الأزواج متشابهاً بهذا المعنى لفصل الزوجات. ولكن قد يظن الفرد بأن هاتين الفئتين من الحدود أو الموضوعات يمكن أن يكون لها نفس عدد الأعضاء دون وجود أى علاقـــة علـــى وجـــه الإطلاق، فإن هذه الأزواج Pairs Of them بالطريقة التى نعبر عنها بلفظ "زوج مـــن" " husband of " كما هو موضح فى مثالنا السابق. يعد ذلك مدعاة للخطـــأ، حينمـــا يفهـــم مصطلح "علاقة " بمعناه الواسع كما عند رسل حيث حدد. العلاقة فى معنى رسل تقريبـــاً أى شيء يمكن التعبيرعنه بجملة بها ثغرتين حيث قد تمتلىء بها الأسماء وهذا الإطـــار لا يكون واضحاً فقط فى الربط بين التعبيرات.[٣]

ولكن كيف يتسنى لرسل تعريف مفهوم العلاقة؟ هل على أساس مفهومى أم علـــى أساس ماصدقى؟

غالبا ما يتم تعريف العلاقة على أساس الماصدق، وهذا ما نجـــده واضـــحا عنـــد مناطقة مثل كل من شرودر وبيرس اللذان أعتمدا فى تعريفهما للعلاقة علـــى الماصـــدق،

---

(1) Alasdair Urquhart : Russell’s Zigzag path to the ramified to theory of types,p.86

(*) وبشكل خاص يمكن تحديد معنى العبارة "ليست كبيرة جدا" (كما وضح ". نيومان "J.V.Neumann)لتعنـــى: ليست مساوية لكون كل الأشياء، أوبطريقة أكثر دقة، يمكن افتراض أن دالة القضية تحدد فئة ما،عندما، وفقط عندما، لا توجد علاقة تربط بطريقة واحد – بواحد بين كل عنصر وآخر، وبين عنصر تنطبـــق عليـــه دالـــة القضية والعكس صحيح. مع ذلك، لا يظهر هذا المعيار كأساس للنظرية بل كتابع للبديهيات وبالعكس يمكنه أن يحل محـــل اثنـــان مـــن البـــديهيات (بديهيـــة الاســـتبدال وبديهيـــة الاختيـــار). Gödel, K. :” Russell’s Mathematical logic”, p.132.

(2)Gödel, K. :” Russell’s Mathematical logic”, p132.

(3) A.N.Prior : Russell, Bertrand Arthur William, p.244.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ووفقاً لهذة الرؤية يكون معنى العلاقة هو " زوج أوثلاثى من الأشياء الجزئية"،التى يتطلب لفظ "يحب" أن يكون هناك فردان يرتبطان بهذة العلاقة، بينما يتطلب لفظ"بين" ثلاثة حدود ترتبط بهذه العلاقة الشيء الذى يكون بين الشيء الثانى والشيء الثالث. إلا أن مثل هذا التعريف الماصدقى يجعل من العلاقات مجرد نوع خاص من الفصول، أى فصول أزواج أو ثلاثيات مما يستحيل معه التمييز بين العلاقات والفصول، كما أنه لا يوضح أهمية منطق العلاقات، ولهذا وجه رسل النظر إلى ضرورة التعريف على أساس مفهومى إلى جانب التعريف الماصدقى كى يستقيم الأمر؛إذ أشار إلى أن مثل هذا الزوج "فصل الأزواج" لابد أن يكون له معنى بحيث يكون " x، y مختلفاً عن الزوج "y، x بشرط ألا يكون x مساوياً y. ويطلق عليه "زوجا له معنى " أو "زوجا مرتبا "[١]

تتمثل حقيقة موقف رسل تجاه العلاقات، ابتداء من أول مقالة[*] كتبها عن منطق العلاقات وحتى ظهور كتابه مقدمة للفلسفة الرياضية، والذى يعتمد فيه على الأساس الماصدقى فى تعريف العلاقة حيث ذهب إلى أنها "فصل الأزواج" Couples(y, x)التى تكون الدالة Ψ(X,Y) صادقة. بينما ذهب فى أصول الرياضيات، إلى تعريف العلاقة على أساس مفهومى من حيث جعلها " هى ما يربط حداً بآخر" اعتماداً على ما يفهم من القضايا، ثم تبنى ــ صراحةــ وجهة النظر الماصدقية بالأضافة إلى المفهومية.[٢]

يشير رسل إلى حالة النظر للعلاقة على أساس المفهوم"إن نظرنا إلى العلاقة من جهة المفهوم تؤدى إلى أنه قد يكون للعلاقتين نفس الماصدق، دون أن تكونا منطبقتين. ويقال إن علاقتين R، `R متساويتان أو متكافئتان أو أن لهما نفس الماصدق، عندما تكون xRy يلزم عنها وتلزم عن xR`y لجميع قيم x،y. ولا يحتاج، فى هذه الحالة، إلى قضية أولية[**]، كما فى حالة الفصول للوصول إلى علاقة محددة عندما يكون الماصدق محدداً،

---

(1) محمد مهران : مقدمة فى المنطق الرمزى،مرجع سابق، ص ص٣١٦-٣١٧.

(*) ظهرت مقالة رسل عن منطق العلاقات فى مجلة بيانو بعنوان منطق العلاقات مع بعض التطبيقات على نظرية المتسلسلات " فيما بين عامى ١٩٠٠-١٩٠١ وقد كتبها باللغة الفرنسية، وترجمها إلى الأنجليزية روبرت تشارلز مارش عام ١٩٥٦ فى كتاب "المنطق والمعرفة" (انظر: ماهر عبد القادر فلسفة العلوم،جـ ٣، ص ١٨٦ الهامش)

(2) ماهر عبد القادر: فلسفة العلوم : المنطق الرياضى،ص ص ١٨٧-١٨٨.

(**) القضية الأولية بالنسبة للعلاقات هى أن كل علاقة لها عكس، والتى قد تكون متماثلة ولامتماثلة، إلا أن أهم القضايا الأولية؛ تلك التى تنص على أنه توجد علاقة بين أى حدين لا تقوم بين حدين آخرين. وقد يمكن أثباتها بالنظر فى العلاقات من جهة الماصدق، بينما لايمكن أثباتها عند النظر للعلاقات من جهة المفهوم. برتراند رسل : أصول الرياضيات،مرجع سابق، ص ٦٢.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وهى طريقة ما كان يمكن تطبيقها دون الدوران فى حلقة مفرغة.[١]

وبناء على ما سبق، يحدد رسل الأسباب التى جعلته يعرف العلاقة من خلال منظور مفهومى وماصدقى معاً فيما يلى :

يضفى المفهوم على مجموعة الأزواج المرتبة وحدتها... فمفهوم لفظ ما هو الذى يقدم معنى اللفظ مع استحالة إحصاء ماصدقاته، ويظهر الأمر، واضحا، فى حالة العلاقات؛ إذ يمكن الترتيب فى الزمان لفهم لفظ "يسبق" مع استحالة إحصاء جميع الأزواج x،y حينما تحدد العلاقة بأن (x يسبق y)ضرورة "ترتيب الأزواج" تمنح المقدرة على التمييز بين الزوج x، y عن الزوج y، x والتى لا يمكن تحقيقها إلا على أساس مفهومى، إذ يستحيل تفسير الترتيب بالنظر إلى الفصول والمحمولات.ويعتبر مفهوم الترتيب هو ما يميز الفصول عن العلاقات، بحيث إذا أضيف هذا المفهوم، إلى فكرة الفصل، أمكن القول بأن العلاقات هى معنى ما من المعانى كما يذهب إلى ذلك "ميتز" فى تفسير أنواع العلاقات بوصفها أنواعاً من الفصول المرتبة، فتكون العلاقة الثنائية هى "كل فصل ذات زوج مرتب من الموضوعات، وتكون العلاقة الثلاثية؛ هى كل فصل ذات ثالوث مرتب من الموضوعات. وبوجه عام، تكون العلاقة نونية " كل فصل ذات عدد ن مرتب من الموضوعات.[٢]

علاقات واحد بواحد تعطى ترابطاً بين فصلين، حداًبحد، بحيث إن كل حد، فى أى من الفصلين، له المترابط به فى الفصل الآخر، ومثل هذه الترابطات تكون أيسر إدراكاً عندما لا يكون للفصلين عضو مشترك، مثل فصل الأزواج، وفصل الزوجات، ونعرف الحد الذى تسير منه ــ "المتعلق به"ــ علاقة الترابط ع، والحد الذى تسير إليه "المتعلق"،حيث إن العلاقة وعكسها لهما " جهتان " متضادتان. وعلى ذلك فجهة العلاقة، التى تسير من x إلى y مضادة للجهة التى تسير فيها العلاقة المناظرة من y إلى x، وكون العلاقات ذات جهة حقيقة أساسية وهى ما يجعل إمكانية تولد الترتيب مع علاقات مناسبة.[٣]

إن فصل جميع " المتعلقات به " الممكنة لعلاقة معلومة هو ميدانها. وأن فصل جميع المتعلقات " الممكنة " هو ميدانها العكسى.

---

(1) برتراندرسل : أصول الرياضيات، جـ ١، ص ص ٦١-٦٢.
(2) محمد مهران : مقدمة فى المنطق الرمزي، مرجع سابق، ص ص ٣١٧-٣١٨.
(3) برتراندرسل : مقدمة للفلسفة الرياضية، مرجع سابق، ص ٥٥

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

يظهر التناقض أن معظم الفصول – فيما يبدو – ليست أعضاء فى ذاتهـا. مثـال ذلك أنه ليس صحيحا أن فصل الناس هو نفسه واحد من الناس، ولكن بعض الفصول تبدو على أنها أعضاء فى نفسها، مثال ذلك أن فصل جميع الأشياء الذى يمكن اعتباره قابلا هو نفسه لأن يعد. ولننظر الآن فى فصل جميع الفصول التى ليست أعضاء فى نفـسها، هـل تكون أو لا تكون عضوا فى نفسها؟ إنها إذا كانت فإنها لا تكون وإذا لم تكن فإنها تكـون. فلنسم الكلمات التى يمكن حملها على نفسها بالكلمات المنطقية الخالصة وتلك التى ليـست كذلك بالكلمات اللامنطقية، ولكن هل قولنا "منطق خالص" هو مما يحمل على نفسه؟ إنـه إذا كان لم يكن , وإذا لم يكن كان.ومن ثم جاءت نظرية رسل للأنماط لحل المفارقات فـى ترتيب الأشياء فى سلم من الأنماط بحيث أن ما قد يكون صحيحا أو باطلا عن أشياء فـى نمط ما، لا يجوز أن يكون كذلك بالنسبة إلى أشياء من نمط آخر إذا كان لكلا منها معنى، وبخاصة إذا ماكانت إحدى الفصول هى ما صدق لمحمول معين كان من الهراء أن نطبق ذلك المحمول على تلك الفصول.(١)

يمكن اعتبار البديهيات، كما طورها "زرميلو"Zermelo وآخـرون(*)، بعـد ذلـك كنوع من اتقان هذه الفكرة فيما يتعلق بالفصول. تنص بديهية زرميلو على أن "إذا علم أى فصل من فصول متباعدة، فيما بينها، ليس منها ولا واحد صفر. فهناك ــ على الأقل ـــ فصل واحد له بالضبط حد واحد مشترك مع كل واحد من الفصول المعلومـة".وتكـافىء البديهية الافتراض" بأنه إذا كان أ أى فصل، ف جميع الفصول الفرعيـة لـــ ا باسـتثناء الفصل الصفرى، فهناك ــ على الأقل ــ عضو واحـد مـن ف ". ويعتبـر زرميلـو أن البديهية حقيقة لا تقبل المناقشة.كما كان له الفضل فى إظهارها مستقلة تماما عـن مـسألة صحتها أو بطلانها مما جعـل الرياضـيين يـستخدمونها دون تـردد بعـد أن أعلنهـا زرميلو.موضحاً أنها تكافىء القضية القائلة بأن" كل فصل يمكن أن يكون محكم الترتيـب، أى يمكن أن يرتب فى متسلسلة لكل فصل فرعى، فيها حد أول باستثناء الفصل الصفرى، والبرهان الكامل على هذه القضية صعب،وبرهانه التى تعرف باسـم " بديهيـة زرميلـو" فهناك ــ على الأقل ــ علاقة واحدة ع هى علاقة واحد بكثير يشتمل ميدانها العكسى على

---

(1) فؤاد كامل وآخرون : الموسوعة الفلسفية المختصرة , مرجع سابق , ص ١٥٨.

(*) يمكن التعامل مع التناقضات المحدودة مثلاً عن طريق نظرية الأنواع البسيطة أو، والذي لا يتضمن أي قيود غير مرغوب فيها إذا تم تطبيقه على المفاهيم فقط وليس على المجموعات. البديهية إذا كانت صادقة فكل فئة يمكن أن يكون محكم الترتيب، لأن المتسلسلة المحكمة الترتيب يجب إما أن يكون لها حدود متناهية فى مجالها , وإما حدود إنعكاسية. (برتراند رسل: مقدمة للفلسفة الرياضية، ص ١٤٢).

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

جميع الفصول الفرعية الموجودة عن طريق الاستقراء المتصاعد الترتيب، وتشتمل علـــى جميع أعضاء ا وهذه المتوالية تسمى : نظرية زرميلو" [١]

كما أن هناك العديد من النقاط التى فشل فيهاالبرهان فى " المنطق " إذا لـــم يكـــن هناك افتراض عالم من الأشياء اللانهائية (تعريف "التالي"يتطلب أن لايكون لعددين نفـــس التالى، يوجب افترض تتابع لانهائى)، وأيضاً الحاجة إلى فصول لانهائية أو علـــى الأقـــل الحاجة إلى فصول ممكنة لانهائية يعد واضحاً فى نقاط عديدة لذلك شعر رسل بأنه مجبـــرً على التسليم بما يسمى " بديهية اللانهائية " مقيداً نفسه بأشياء عديدة لانهائيـــة.إن البديهيـــة تطمئننا (سواء صدقاً أو كذباً)؛ بأن هناك فصولاً لديها أعداد n.وبذلك تمكننا من أن نؤكـــد على أن n لاتساوى n+1 إننا، بدون البديهية، متروكون "للإمكانيـــة" أن n و n+1 ربمـــا يكونان فصلاً فارغاً، وكون الإجراء مربكاً –لانقول محرجاً – تعد واضحة حتـــى لغيـــر المتخصصين، وخاصة بالنسبة لرسل، الذى قال، فى سياق آخر : "هنـــاك مميـــزات فـــى طريقة التسليم ولكنها نفس مميزات السرقة على الكدح الشريف".[٢]

أما أعمال "رسل" اللاحقة،المتعلقة بحل المتناقـــضات، فلـــم تـــسير فـــي أي مـــن الاتجاهين سابقي الذكر اللذين أوضحهما بنفسه، لكنها قامت إلى حد كبيـــر علـــى فكـــرة أساسية أكثر،ألا وهى "نظرية اللافصل" "no-class theory"والتي،وفقاً لهـــا، لا توجـــد مطلقاً فصول وتصورات كأشياء حقيقية، والقضايا التي تحتوي على هذه الحـــدود تكـــون ذات معنى فقط عن الماصدق الذي يمكن تأويله على أنها طريقـــة للكـــلام عـــن الأشـــياء الأخرى. وبما أنه صاغ في برنكيبيا مبادئ محددة تم اكتشافها على مـــدار تطـــور هـــذه النظرية كمبادئ منطقية عامة دون ذكر اعتمادها على نظرية اللافـــصل. فـــسوف يـــشير جودل إلى هذه المبادئ.[٣]

---

(1) برتراند رسل: مقدمة للفلسفة الرياضية،ص ص ١٣٤-١٣٥.
(2) Jager , R: "The Development of Bertrand Russell's Philosophy ",P.213
(3)Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic", p. 133

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

(2):مبدأالدائرة المفرغة:The vicious circle principle

مبدأ الدائرة المفرغة[*] ، والذي يمنع نوعاً معيناً من "الـدور" "circularity"الـذي يعد مسئولاً عن المتناقضات، التى تكمن ــ بسببه ــ المغالطة، في الظرف الذي تتحدد فيه المجموعةTotalities، والتي يتضمن وجودها وجـود عناصـر معينـة جديـدة بـنفس المجموعة، وهي عناصر قابلة للتعريف في صورة المجموعة الكلية الشاملة. أدى ذلك إلى صياغة المبدأ بثلاث عبارات توجز دورهما:

(١) مبدأ يذهب إلى القول بـ "أن لا يمكن لأي مجموعة أن تحتوي على أعـضاء قابلـة للتعريف فقط في مصطلحات وحدود هذه المجموعة، أو أعضاء تتضمن أو تفتـرض ــ بشكل مسبق ــ هذه المجموعة. ولكي يكون هـذا المبـدأ قـابلاً للتطبيـق علـى المتناقضات المفهومية، مازال هناك مبدأ آخر يمكن افتراضه

(٢) "كل دالة قضية تفترض مسبقاً مجموعة قيمها" وبذلك تفترض ــ أيـضاـ مجموعـة الأحكام المحتملة لها. على الجانب الآخر فإن تصور أو مفهوم "لا تنطبق على ذاتهـا" not applying to itself" سوف يفترض مسبقاً باللا مجموعة (حيث لا تتضمن أيـة تقديرات كمية أو أسوار[**] ولن يمنع مبدا الدائرة المفرغة تطبيقه على ذاته

(٣) من الممكن أن يكون مبدأ الدائرة المفرغة لدالات القضايا، الذي يذهب إلى القول بأنه لا يوجد شيء محدد في دالة قضية يمكن أن يكون حكماً ممكناً لهذه الدالة كنتيجة تالية.[١]

تختلف الفصول عن الأشياء الخاصة، ولاتحتاج أن تمثلها رموز لامعرفة. حيـث

(*) الدائرة المفرغة أو المصادرة على المطلوب؛ يعد خطأ منطقياً ينشأ من إيراد البرهان أو البينة بحيث تنطوى المقدمات على النتيجة التى يراد التوصل إليها، كما حاول علماء الرياضيات البرهنة على المصادرة الخامسة (التوازي) برد البرهان بشكل غير مباشر على أساس المصادرة نفسها.(م.روزنتال: الموسوعة الفلسفية، مرجع سابق، ص ٤٨٠)أى أنها مناقشة دائرية

(**)التسوير أو الأسوار نوعان هما رمزين (× E) و(×) يعنيان بالترتيب "الشيء ×موجود" و"لكل الأشـياء ×". المجموعية من الأشياء × تلك التي تشير أو تدل إليها و تسمى إطارها. و يذهب رسل إلى أنها ألفاظ لا تسمى بها أشياء، قط فى عالم الأشياء و يستعملها رسل فى بناء العبارة الكلامية، إذ تكون بمثابة إطـار للقـضية أو صورتها أو قالبها ويسمى باللفظ البنائى، وهو يعد بمثابة سور للقضية مثل "كل،بعض، لا، ليس بعض وهـى ألفاظ لا معنى لها إذا ارتبطت باسم العلم بينما لها معنى حين ترتبط بالمحمول،وذلك لأن اسم العلم لا يجـرى عليه التبعيض ولا يسلب، بينما يكون للمحمول معنى (بعض.. ليسوا أذكياء). زكى نجيب محمـود: المنطـق الوضعى،، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، 1951، ص ص ١٦١-١٦٢.

(1)Gödel, K.:" Russell's Mathematical logic", p.13٣.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

إن الفصول لايمكن أن تعتبر نوعا من الأفراد على أساس التناقض الخاص بالفصول التى ليست أعضاء فى نفسها، ولايمكن أن نأخذ الفصول بالطريقة الماصدقية البحتة على أنها مجرد أكوام أو تجمعات فمن المستحيل فهم كيف يمكن أن يوجد فصل كالفصل الصفرى الذى ليس له أعضاء البتة، ولايمكن اعتباره كوما. يحصل أن فصلا ليس له إلا عضواً واحداً ليس متطابقا مع ذلك العضو الواحد. وبين الفصول المركبة من مكوناتها. الفصول ودوال القضايا، فكل فصل يعرف بدالة قضية ما تصدق على أعضاء الفصل، وتكون كاذبة على الأشياء الأخرى , إذا أمكن أن يعرف فصل بدالة قضية واحدة , أمكن أن يعرف بأية دالة أخرى تكون صادقة كلما كانت الأولى صادقة , لايمكن أن يتطابق الفصل مع دالة قضية واحدة بالذات إن دالتى " قضيتين " متكافئتين صوريا , والقضيتان " متكافئتان " عندما يكون كلاهما صادقا أو كلاهما كاذبا [1]

يلاحظ جودل أن مبدأ الدائرة المفرغة؛ كما قد صيغ؛ ووفقاً للعبارات "قابلة للتعريف فقط في حدود"، "ويتضمن" أو "يفترض مسبقاً"، نجد أمامنا ــ في الواقع ــ ثلاثة مبادئ مختلفة، الثاني والثالث أكثر قبولاً من الأول. ويعد الشكل الأول ذا أهمية خاصة، لأنه يجعل التعريف غير المتوقعImpredicative definition مستحيلاً، وبالتالي يحطم اشتقاق الرياضيات من المنطق، وهو بذلك قد تأثر بـ "ديدكند" و"فريجه"، وبقدر كبير من الرياضيات الحديثة ذاتها. ومن الواضح أن صورية الرياضيات الكلاسيكية لا تخضع لمبدأ الدائرة المفرغة في صورته الأولى، حيث إن البديهيات تتضمن وجود أعداد حقيقية قابلة للتعريف في هذه الصورية فقط بالاستدلال على كل الأعداد الحقيقية. وبما أن الرياضيات التقليدية يمكن بناؤها على أسس برنكيبيا (بما في ذلك بديهية قابلية الرد)،فإنها لا تخضع لمبدأ الدائرة في شكلها الأول، إذا كان "قابلاً للتعريف" يعني "قابل للتعريف داخل النسق" وليس هناك مناهج خارج النسق للتعريف (أو خارج الأنساق الأخرى للرياضيات التقليدية) معروفة فيما عدا تلك التي تحتوى على مجموعات أكثر شمولاً من تلك التي تحدث في الأنساق.[٢]

يعتبر جودل[٣] أن ذلك دليل على خطأ مبدأ الدائرة المفرغة أكثر من أنه دليل على خطأ الرياضيات التقليدية،إذ يمكن للفرد، على خلفية سليمة، إنكار أن الدلالة لمجموعة ما يتضمن بالضرورة الدلالة لكل العناصر الفردية بها، أو بكلمات أكثر إيجاز؛ أن "كل"All

---

(1) برتراند رسل: مقدمة للفلسفة الرياضية، ص ١٩٧.
(2) Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic", p.135
(3) Ibid , p.135-136

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

تعني وصل منطقي لا نهائي.

أ- ربما تتبع اقتراح "لانجفورد" و"كارناب" لتأويل "كل" على أنها تعني قابلية التحليل Analyticity أو القابلية للبرهنةDemonstrability فعلى الرغم من الصعوبات التى تتعلق بهذه الرؤية،إلا أنه بلا شك بهذا الشكل يختفي الدور فى التعريفات غير المتوقعة.

ب- ومع ذلك، حتى إن كانت " كل" تعني وصلاً منطقياً لانهائياً، يبدو أن مبدأ الدائرة المفرغة في شكله الأول، ينطبق فقط إذا كانت الكيانات المتداولة مبنية بواسطتنا. في هذه الحالة يجب أن يوجد بوضوح تعريف (وصف البنية التركيبية) والذى لا يدل على مجموعة الأعضاء التي ينتمي إليها الشيء المعّرف، لأن بناء الشيء يمكن ألا يقوم على مجموعة الأشياء التى ينتمي إليها الشيء المبني نفسه. مع ذلك إذا كان الأمر يتعلق بالتساؤل عن الأشياء التى توجد بشكل مستقل ذاتيا، عن بنية التركيب، فليس هناك شيء في وجود مجموعات تحتوي على أعضاء يمكن وصفها ــ فقط ــ بالدلالة على هذه المجموعة.

ويمكن اعتبار وجهة نظر رسل، فى كتاباته المبكرة، والتى يذهب فيها إلى أن :" كل الألفاظ يجب أن يكون لها معان من خلال التعبير؛ أى أنها تدل على أشياء أخرى غير ذاتها، وهذه المدلولات هى حدود، وتحتوى القضايا ليست على ألفاظ، وإنما على كينونات أى أن الحدود تدل بواسطة الألفاظ من ناحية، ومن ناحية أخرى فإن تصورات محددة مثل رجل ربما يكون له معنى بشكل آخر..[١]

يتضح بذلك الاختلاف الجوهرى بين التمييزات النحوية، والتمييزات المنطقية، فحد القضية هو "أياً ما كان موضوع للفكر، أو يرد فى قضية صادقة أو كاذبة،ومن ثم فلكل حد كيان being ليكون بمعنى ما، من ذلك يتبع أن "رجل، دقيقة، عدد، فصل، علاقة، عنقاء وأى شئ يمكن ذكره، فإنه حد بالتأكيد. له كل السمات والخصائص التى تعيين الأشياء، وبذلك يكون كل حد "موضوع منطقى" بالإضافة إلى ذلك فإن كل حد ثابت وغير تالف وكل حد متطابق بصورة عددية مع نفسه، مشتق من حدود أخرى.[٢]

حالة العلاقات هذه لن تتناقض حتى مع الشكل الثاني من مبدأ الحلقة المفرغة،

---

(1) Klemke, E.D.: "Logic and Ontology In Russell's Philosophy, p.422
(2) Ibid: P.420

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

حيث لا يمكننا القول أن الشيء الموصوف بالدلالة لمجموعة ما "يتضمن" هذه المجموعة، على الرغم من أن الوصف نفسه يتضمنها، ولن نتعارض مع الشكل الثالث. إذا كانت "يفترض مسبقاً" تعني "يفترض مسبقاً الوجود" وليس "قابلية المعرفة Know ability ".[١]

يبدو إذاً أن مبدأ الدائرة المفرغة، بالشكل الأول، يتحقق ــ فقط ــ إذا اتخذنا وجهة النظر البنائية[*] constructivistic أو الأسمية[**] تجاه موضوعات المنطق والرياضيات، وبصفة خاصة تجاه القضايا والفصول والمفاهيم، أي إذا فهم الشخص عن طريق مفهوم رمزى ما مع قاعدة لترجمة عبارات تحتوي الرمز فى هذه العبارات التي لا تحتويه، بحيث يظهر الشيء المنفصل، المشار إليه، بواسطة الرمز كمجرد خيال. مع ذلك يمكن إدراك الفصول والتصورات كأشياء حقيقية، وتسمي الفصول كـ "كثرة الأشياء" أو كبنيات تتكون من مجموعة الأشياء والتصورات مثل سمات وعلاقات الأشياء الموجودة بشكل مستقل عن التعريفات وعن البنيات التركيبية.[٢]

إذ قد يعتقد الشخص أن هذا الإدراك للأفكار مستحيل، لأن العبارات، التي تترجم إليها، يجب أن تحتوى ــ أيضاً ــ على أفكار بحيث يصل إلى ارتداد لانهائى مع ذلك لا يمنع ذلك إمكانية استمرار وجهة النظر السابقة لكل الأفكار الأكثر تجريداً، مثل الأنماط الثانية والأعلى، أو لكل الأفكار فيما عدا الحدود الأولية والتي قد تكون قليلة جداً.

---

(1)Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic", p.136.

(*) المنهج البنائى : constructive (Genetic) method تصور فكرة المنهج التكوينى وتطويرها فى أعمال د. هلبرت برويز كمحاولة لحل صعوبات عقلنة الرياضيات والمنطق بصياغتهما استنادا إلى البديهيات (لحل المفارقات فى نظرية الأعداد) وحد المنهج البديهى، يعمل على التقليل إلى أدنى حد من القضايا والحدود غير المعرفة مما هو أولى ولا يقبل البرهان. إن مايسعى المنهج البنائى إلى تحقيقه يقوم فى الإنشاء المتسلسل للأشياء المتناولة كنظام، والعبارات الخاصة بهذه الأشياء الأولية وتكوين نظريات جديدة عن طريق كيان من القواعد والتعريفات الخاصة بواسطة استدلال خاص يميز النظريات البنائية على مبدأ الأستقراء الرياضى وعلى العلوم الصورية..(م.روزنتال: مرجع سابق، ص ص ٥٠٤-٥٠٥.)

(**)الأسميون Nominalists : فى تعريفهم للعدد اعتبروا الأعداد مجرد علامات أو ترقيمات لامعنى لها إطلاقا ولا تزيد على مجرد كونها علامات وحسب، بذلك يتكلمون عن أشياء لها خصائص ــ هى قطعاً ــ غير خصائص الأعداد، هى من عالم الأشياء الطبيعية، ترسم على أنحاء مختلفة بإختلاف اللغات،وكون العدد دائما هو هو رغم إختلاف علاماته، كونه فى ذاته علاقة ثابتة بالنسبة لما قبله ولما بعده بينما العلامة لاتتضمن تلك العلاقة السيكولوجية التى ميزت بين الأفكار السيكولوجية التى تثار فى ذهن الفرد للأشياء المتجمعة فى فصول عند رؤيته العلامات العددية وتلك حالات إذا هى ذاتية وتختلف من فرد إلى آخر ومن لحظة إلى أخرى فليست الأعداد ظواهر نفسية وكيفيات سيكولوجية نظرا لما فيها من موضوعية. انظر : محمد ثابت الفندى : فلسفة الرياضة، مرجع سابق، ص ١٤٦.

(2) Gödel, K.:" Russell's Mathematical logic", p.137.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

كل ما يمكن للمرء فهمه هو الرمز، ولفهم رمز ما هو معرفة ما الذى يمثلـــه. إن كان فهم الاسم يتطلب أن نكون على اتّصال مباشر بالجزئى الذى هو اسم له، وأن نعرف أن هذا هو اسم ذلك الجزئى. أما إذا ما حاولنا فهم المحمول؛ حيث يتضمن فهم تلك الكلمة نشاطاً عقلياً مختلفا عن الاتصال المباشر، ولهذا فهو أكثر تعقيداً ويطبق نفس الفهم علـــى العلاقات، وعلى كل الأشياء التى ليست جزئيات "هذا مستدير" فلكى نفهم "مستدير" هـــو أن نفهم ما المقصود بالقول أن شيئاً ما مستدير أى ما الذى نعنيه بقولنا، والمحمول لا يرد فى القضية إلا كمحمول " س مستدير".[١]

وبذلك يصل جودل إلى إبداء وجهة نظره فى ذلك موضحاً أن "الافتراض المسبق لهذه الموضوعات مقبول إلى حد ما مثل الافتراضات المسبقة للأجسام الفيزيائيـــة وهنـــاك الكثير من الأسباب المنطقية في الاعتقاد بوجودها. وهي بالمعنى نفسه؛ ضرورية للحصول على نسق ملائم للرياضيات كضرورة الأجسام الفيزيائية لوضع نظرية ملائمة لأدراكاتنـــا الحسية، وفي كلتا الحالتين يعد من المستحيل تأويل القضايا التي نريدها للتأكد مـــن هـــذه الكيانات كقضايا عن "البيانات"، مثلما يحدث في الإدراكات الحسية التي تحدث فعلاً. [٢]

كل لفظة كلية فى اللغة، ليست ــ فى الواقع ــ إلا عبارات وصفية، ليست بـــذاتها دليلاً على وجود أفراد لها، مثل "كتاب" تدل على مجموعة صفات أتصورها وقد لا يكـــون لها مسمى فى الواقع، وكلمة "نهر" تدل على مجموعة صفات أتصورها وقد لا يكون لهـــا مسمى فى الواقع وهكذا. ومن هنا يتضح وجه الشبه، كما يتضح وجه الاختلاف، بين عبارة تتحدث عن شيء حقيقى، وأخرى تتحدث عن شيء خيالى وهمى، فكلتا العبارتـــان تكـــون مفهومة للسامع على حد سواء، فلا فرق من حيث الفهم بين أن أقول :"قابلت رجلاً" أو أن أقول "قابلت غولاً" إذا كان للغول صفات معلومة محدودة – لكن تعود العبارتان فتختلفان من حيث أن للأولى أفراداً فى عالم الواقع , وأنها قد تصدق على أى فرد منهم. على خـــلاف الثانية التى قد أفهم معناها، إلا أنها ليس لها، فى عالم الواقع،أفراد تصدق عليهم.[٣]

يُميّز رسل بين نوعين من الحدود: الأشياء، والتصورات؛ الأشياء تعد موضوعات لأسماء الأعلام، بينما تتعين التصورات من خلال كل الألفاظ الأخرى، بالإضافة إلـــى أن

---

(1) برتراندرسل : فلسفة الذرية المنطقية، ترجمة ماهر عبد القادر محمد، دار المعرفة الجامعيـــة، الإســـكندرية، 1998، ص ٦٣.

(2) Gödel, K. op. cit., p.13٧

(3) زكى نجيبمحمود : موقف من الميتافيزيقا، دار الشروق، بيروت، الطبعة الثانية، 1983، ص ١٦٦.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

رسل يميز، فيما بين التصورات، تلك التصورات التى تحمل،بواسطة الصفات، من تلك التى تحمل بواسطة الأفعال. فالأولى يدل عليها كمحمولات أو فصل – تصورات، بينما الأخيرة فإنها دائماً ما تكون علاقات.[١]

فمن الثابت الآن أن العقل يفكر ويستنبط بمقتضى كل أنواع المنطق المختلفة المتعارضة فيما بينها. وعلى هذا، فيجب أن نبحث عن التفسير عن علاقة الحقيقة المنطقية فى اتجاه آخر.وتلك العلاقة ليست إلا كون المنطق، فى أية صورة له، على هيئة نسق استنباطي "تتابع من القضايا يتوقف على مسلّمات وحدود أولية مصرحة ومضمرة " يظل التساؤل فمن أين جاءتنا تلك المسلمات والحدود، وما أساسها فهل نقع فى حالة من النسبية المنطقية؟ وغيرها من الأسئلة الفلسفية العسيرة التى قد تقبل حلا باللجوء الى فكرة هنرى بوانكاريه فى كتاباته "ماعدا الأعداد، فان المسلمات الهندسية وقوانين العلم فروض."هذه الفكرة تجد الآن ظهيراً قويا لها فى المنطق المعاصر الذى يحقق تكوينه أو بناء فكرة النسق الأفتراضى الأستنباطى [2].

لم يكن اختلاف المسلّمات أمرا معروفا فى المنطق قبل المنطق الرياضى المعاصر لأن معرفتنا بالمنطق أنه ثنائى القيم ولهذا تعودنا التفكير فى نطاق الثنائية ولم تكن لتسمح بأن يماط اللثام عن منطق يخالف منطق أرسطو ورسل ولا تناهى القيم ولكن مع بزوغ المنطق الرياضى المعاصر سمح لنا بالفعل بأن نفكر "بكل ما هو مرفوع" ؛(فكرة التوجيه أو الاحتمال من جهة أخرى هما الأحداثيان Coordinatesاللذان يحددان أنواعا كثيرة من المنطق غير الأرسطو راسلى)؛ بدلا من مبدأ الثالث المرفوع.لم يعد يناسب إذا تعليم المنطق وفقا للطريقة التقليدية مع طبيعة المنطق ذاتها، تلك الطبيعة المنسقة صراحة أو ضمنا فى نسق استنباطى اختبار مسلماته شيء مرهون بالموقف الفلسفى. أصبح عقلية الشخص الافتراض لا تستطيع أن تفكر إلا فى حدود منطق ثلاثى القيم، تكون أيضا عقليات تفكر فى نطاق قيم أكثر.[٣]

يتابع جودل تأكيد رؤيته، موضحاً أن"رسل" نفسه في الفصل الأخير من كتابه المعنى والصدق Meaning and Truth، قد استنتج _ وإن كان "متردداً"_، أن هناك "كليات" لكن من الواضح أنه يريد تحديد هذا التعبير على تصورات الإدراكات الحسية،

---

(1)Klemke, E.D.: "Logic and Ontology In Russell's Philosophy", p.p. 420-421

(2) ماهر عبد القادر محمد : المنطق الرياضى، ٢٠٠٢، ص ٢١٦

(3) المرجع نفسه: ص ٢١٦-٢١٧.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

وهو الأمر الذي لا يساعد عالم المنطق، ويستخدم جودل مصطلح "تصوّر"بهذا المعنى الموضوعي. أحد الاختلافات الصورية بين الإدراكين للمفاهيم سيكون أن أي تعريفين مختلفين للصورة(x) φ = (x)αوالتى يمكن افتراض أنهما يحددان مفهومين مختلفين α بالمعنى البنائي. (وبشكل خاص فإن هذه هي حالة التأويل الأسمي للمصطلح "مفهوم" والمقترح فيما سبق، حيث إن هذين التعريفين يعطيان قواعد مختلفة لترجمة القضايا التي تحتوي α).[1]أما فى الجانب الذى يتعلق بالتصورات، فعلى العكس، ليس هذا هو الوضع بأي حال من الأحوال، حيث إن الشيء نفسه يمكن وصفه بطرق مختلفة. وقد يكون الأمر أن بديهية الماصدقية The axiom of extensionality[*] أو على الأقل شيء قريب منها يسري على التصورات. [٢]

ويمكن توضيح هذا الاختلاف بالتعريف التالي للعدد اثنين: "اثنان هو تصور تندرج تحته كل الأزواج ولا شيء غير ذلك". هناك بالتأكيد أكثر من مفهوم واحد بالمعنى البنائي الذي يلائم هذا الشرط، لكن قد يكون هناك شكل عام واحد أو "طبيعة" عامة واحدة لكل الأزواج.

وبما أن التعريفات غير المتوقعة ومجموعة كل التصورات أو الفصول أو القضايا، غير مسموح بها في المنطق البنائي. فإن ما يتطلبه التعريف غير المتوقع لبناء مفهوم عن طريقة تركيب مجموعة التصورات تنتمي إليها المفهوم المراد تكوينه. بذلك إذا حاول الشخص الوصول لإعادة ترجمة لعبارة تحتوي على رمز للتصور المعرف بشكل غير متوقع، يتضح أن ما نحصل عليه سوف يحتوي ــ مرة أخرى ــ على رمز للتصور محل النقاش. على الأقل فإن الأمر هكذا إذا كانت "كل" تعني وصل لانهائي؛ لكن فكرة "كارناب" و"لانجفورد" لن تساعد في هذا الأمر، لأن "قابلية البرهنة"، إذا تم تقديمها بطريقة تتفق مع وجهة النظر البنائية تجاه المفاهيم، فيجب تقسيمها إلى سلسلة من الترتيبات، والتي تمنع

---

(1) Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic" , p.137.

(*) لا تنتمي خاصيتان مختلفتان لنفس الأشياء تماماً، وهو الجانب المضاد لتطابق اللامتميزات Identitatis indiscernibilium الذى نادى به"ليبنتز"حين افترض كفرض منطقى أن الموضوعين المختلفين لابد أن يختلفا بالنسبة للمحمولين؛ فلا يوجد شيئان مختلفان لهما نفس الخواص بينما ذهب رسل إلي أن المحمولات ليست سوى "دوال حملية" تشمل أيضا العلاقات مع حدود معلومة وخواص متعددة، الأمر الذى جعل أفتراض ليبنتز أضيق بكثير مما أفترضه رسل إذ قد يكون لشيئين نفس المحمول.(برتراندرسل:مقدمة للفلسفة الرياضية،مرجع سابق،ص ٢٠٦.)

(2)Gödel, K.: op. cit., p.138

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الحصول على النتائج المرغوبة[١].وكما أوضح "شويستيك Chwistek" من الممكن تحت افتراضات محددة مقبولة داخل المنطق البنائي، اشتقاق تناقض فعلى مع السماح غير المقيد بالتعريفات غير المتوقعة، ولكي نكون أكثر تحديداً لقد أوضح أن نسق الأنماط البسيطة يصبح تناقضياً إذا أضفنا "بديهية المفهومية Axiom of Intentionality " التي تذهب إلى القول "بأن التعريفات المختلفة تنتمي إليها مفاهيم مختلفة." مع ذلك، فإنه يمكن افتراض أن هذه البديهية، كما أوضحنا تسري على المفاهيم بالمعنى البنائيأو بنية تراكيب المعنى.[٢]

أول طريقة تفرض نفسها هى البحث عن إبهام فى معنى ∈ (علاقة الحد بفصل التصور).ومحاولة التعبير عن التناقض فى صيغة فصول التصورات.إن "فصل التصور قد يكون وقد لايكون أحد حدود ماصدقاته".فإن القول "فصل تصور ليس أحد حدود ماصدقاته " يظهر أنه فصل تصور. أما إذا كان أحد حدود ماصدقاته،فهو فصل تصور ليس حدا من حدود ماصدقات،مما ينتج أنه ليس فصل تصوّر.والتسليم بتلك الفصول من التصورات التى لايمكن أن يحكم بها على نفسها،جعل من الضرورة أن يشتمل هذاالفصل على فصل تصور ليس حدا لنفسه.[٣]

عند الحديث عن التصورات، يتغير الأمر تماماً. بما أنه من المفترض وجود التصورات بشكل موضوعي، لا يبدو أن هناك اعتراضا. أما على الحديث عنها كلها أوعلى وصف بعضها للدلالة على الكل (أو على الأقل كل التصورات من نوع معين).

لكن قد يتساءل البعض أليست هذه الرؤية قابلة للتفنيد كذلك بالنسبة للتصورات لأنها تؤدي إلى "السخافة" بأنه ستوجد الخواص φ بحيث أن(a)φ تؤسس في حالة معينة من العلاقات التي تتضمن كل الخواص (بما في ذلك φ نفسها والخواص المعرفة في صورة φ)، مما يعني أن مبدأ الدائرة المفرغةلا يسري حتى في شكله الثاني على التصورات والقضايا، ليس هناك شك بأن مجموع، الخواص كلها (أو كل الخواص في نمط معين) تؤدي إلى مواقف من هذا النوع، ولا يعتقد جودل أنها تحتوي على أي سخافة[٤].

---

(1) مع ذلك فالخطة مثيرة لأنها توضح مرة أخرى قابلية بناء الأفكار التي يمكن تأكيدها من الأفكار عالية الترتيب.

(2)Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic", p.138

(3) برتراندرسل: أصول الرياضيات، جـ ١،مرجع سابق، ص ص ١٧٥-١٧٦.

(4) النسق الصورى المتفق مع هذه الرؤية سيحتوي على بديهية استبدال الدوال الموصوفة بدلاً من بديهية قابلية الرد، تحتوى على متغيرات من أي نوع، مع بديهيات معينة للماصدق الذي يتطلبه تصور الخاصية التي ستكون مع ذلك أضعف من مفهوم "شويستيك". يجب ملاحظة أن هذه الرؤية لا تفترض بالضرورة وجود تصورات لا يمكن التعبير عنها في النسق، إن كانت مصاحبة لحل التناقضات طوال السطور المشار إليها في

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

من الصحيح أن هذه السمات التى تتصف بها دالــة القــضية [φ القــضايا]φ(a) سيكون عليها أن تحتوي على نفسها كمكونات لمحتواها [أن تكــون ذات معنــى]، وفــي الواقع من عدة نواحي وبسبب تلك السمات المعرفة في صورة φ، ولكن يظل إستحالة بناء معناها بشكل قاطع لصعوبة تحديد المعنى بوجه عام، (فسرها مــثلاً علــى أنهــا تقريــر للإدراكات الحسية أو أية كيانات أخرى لاتصورية)، من ثم فلا يمكن الاعتراض على من يتخذ وجهة النظر الواقعية.(١)

(I) إستحالة التطابق بين الفصل والدالة :

إنّ الفصول لا يمكن أن تكون أشياء من نفس النوع كأعضائها، وأنها لايمكــن أن تكون مجرد أكوام أو تجمعات، وأنها كذلك لايمكن أن تتطابق مع دوال القــضايا، لأنهــا أوهام رمزية. ولبحثها كأوهام رمزية ضاعفنا الأمن المنطقى لوضــعنا، مادمنــا نتفــادى الحاجة إلى افتراض وجود فصول دون أن نضطر إلى وضع افتراض مقابل، يذهب إلــى عدم وجود فصول. الفرضان على نصل أوكام، عندما نمتنع عن إثبــات وجــود فــصول ينبغى أن نفترض أننا نثبت عدم وجودها، فنقول كما قال لابلاس " لست فى حاجة إلى هذا الفرض"،وضع رسل الشروط التى يجب على الرمز تحقيقها إذا وجب أن يخــدم الفــصل، وبوجه عام ستعطى بعض هذه البدائل قضية صادقة وبعــضها الآخــر قــضية كاذبــة، وسيشتمل الفصل المحدد على جميع تلك البدائل التى تعطى قضية صادقة.(٢)

لقد أشار أرثرباب Arthur Pap(*)أن من بين الخصائص الرئيسة المميــزة لعلــم

---

(1)Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic", p.139

(2) برتراند رسل: مقدمة للفلسفة الرياضية، ص ١٩٨

(*) آرثر باب Arthur Pap: (١٩٢٢-١٩٥٩) ولد بمدينة زيوريخ (بسويسرا)، وبعد التحاقه بالمدارس الثانويــة بها – محل ميلاده – هاجر إلى الولايات المتحدة الأمريكية، حيث درس على مــدى فتــرة زمنيــة قــصيرة الموسيقى بمدرسة "جويلارد" ثم درس،بعد ذلك،الفلسفة بجامعة كولومبيا الأمريكية. وقد حصل علــى درجــة الدكتوراه في الفلسفة في سن الثالثة والعشرين عاماً، ثم أصبحت أطروحته للدكتوراه وعنوانهــا "الاســتدلال المنطقي في النظرية الفيزيائية (١٩٤٦)، بالإضافة إلى مؤلفاته الأخرى العديدة مثل: عناصر الفلسفة التحليلية (١٩٤٩)، المنطق التحليلي (١٩٥٥)، علم دلالة اللغة والحقيقة الضرورية للأشياء (١٩٥٨)، مشهورة علــى نطاق واسع لدى الفلاسفة ذوي التوجه التحليلي. كما كان مسهماً معتاداً في الكثير من الدوريات العلمية المحكمة في هذا المجال، وأنهى قبل وفاته بفترة وجيزة كتابه الخامس الذي يدور حول فلسفة العلم. ولقد تضمنت تلــك الفترة الزمنية القصيرة للغاية – لسوء الحظ – تعيينه في وظائف التــدريس بجامعــات كولومبيــا وشــيكاغو وأريجون وفيينا ويال، حيث قام بالتدريس فيها. وتوفى فى مدينة نيوهافن بولاية كونيكتيت في ٧ سبتمبر مــن عام ١٩٥٩، في سن الــ ٣٧ من عمره.
Arthur , Pap, : ***"Types and Meaninglessness"***, in *"Mind"*, Vol. LXIX, No. 273, Published By; Thomas Nelson & Sons, Ltd., Parkside Works, Edinburgh, 1960, p. 41.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

المنطق الذي نادى به رسل: أن هناك تحديداً "لمجـــال الدلالـــة range of significance فى عبارة رسل والتى يتم من خلالها تقرير كافة "الصفات الحملية"predicate، فمثل هـــذا المدى يتكون في جوهره من فصل من الكياناتa class of entities، التي تجعـــل مـــن تلك المحمولات صادقة أو كاذبة لكل أعضاء ذلك الفصل دون غيره، ولقد تمثـــل الـــسياق الرئيسي، الذي عمل رسل في إطاره، على تناول الاختلاف ما بين المحمـــولات الكاذبـــة، والتي لا معنى لها للأشياء في مشكلة حل – أو التَّصدَّى – التناقضات المنطقيـــة logical paradoxes المختلفة. من خلال الحكم على المحمول "ليس قادراً على أن يحمـــل علـــى نفسه"، فهو لا يعد صادقاً ولا كاذباً في الوقت نفسه بالنسبة لتلك الخاصية المتناولـــة التـــي يبدو أنها تدل عليه– في واقع الأمر: لا تعد تلك الصفة ذات دلالة على أي شـــيء آخـــر - وبالتالي، فإن ذلك قد منعه من الاستدلال بأن هذا التناقض السابق يتمتع بخاصية مميزة له – هي تحديد : عدم القدرة على وصف طبيعة الأشياء، والتي تعد قادرة/ وغير قادرة فـــي الوقت نفسه على وصف ذاتها. ويصبح التمييز بين الكاذب واللامعنى تم إدراكه بـــالإدراك العام بمعزل عن أي اعتماد على الدخول في تعقيـــدات النظريـــات المنطقيـــة المختلفـــة. فعبارات مثل نظرية النسبية زرقاء و"العدد ٥ أكبـــر مـــن العـــدد ٦"، ومـــا شـــابه تلـــك المحمولات لا معنى لها وغير خاطئة، على الرغم من صحتها "مـــن الناحيـــة التركيبيـــة اللغوية، نجد أن رفض عبارة من قبيل (x) زرقاء باعتبارها عبارة خاطئة يعـــادل نفـــس التأكيد على أن (x) هذا يتمتع ببعض الألوان الأخرى غير اللون الأزرق الوارد بها، على نفس الشاكلة، نجد أننا ما رفضنا عبارة (x) أكبر من (y)؛ فإن ذلك سوف يـــشير ضـــمناً ويؤكد في الوقت نفسه على أن إما أن (x) أو (y) لديهما نفس الـــوزن تقريبـــا أو أن (y) يتمتع بحجم أكبر من (x). وما إلى ذلك، وفي إطار المصطلحات المنطقية التي اســـتخدمها رسل؛ نجد أن الإدراك العام يستنتج بأن فصل تلك الكينونات الملونة يُعّـــد بمثابـــة مجـــال محدد لدلالة " أزرق"، أو أن فصل الكينونات "لها وزن" مجال دلالة الصفة "ثقيل"، وما إلى ذلك، وباختصار، نجد أن مجال الدلالة التي ترتبط بالمحمولات المستخدمة، سوف يطلـــق عليها مسمى "النمط" الوثيق الصلة بها.[١]

يترتب على ذلك، من وجهة نظر جودل، ما يلى :

لا يعد من التناقض الذاتي أن يتطابق الجزء مع الكل (وليس مساوياً فقط). كما في حالة البنية التركيبية بالمعنى المجرد. إذ تحتوي بنية سلسلة الأعداد الصحيحة على نفـــسها كجزء أساسى، ومن السهل أن توجد أيضاً بنيات تحتوي على العديد من الأجزاء المختلفـــة

---

(1) Arthur, Pap :Op.cit. , p.p. 41-42.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

بشكل لانهائى، والتي يحتوي كل منها على البنية الكلية كجزء. بالإضافة لذلك، توجد فى نطاق بنية التركيب المنطقى، توجد تقريبات معينة لهذا الانعكاس الذاتي للسمات غير المتوقعة، أي القضايا التي تحتوي كأجزاء من معناها، ليس ذاتها، بل قابليتها الصورية للبرهان.والتى تفترض، بدورها، (في حالة صحة البديهيات وقواعد الاستدلال) تتضمن هذه القضية وتكون مساوية لها في العديد من الحالات. كما توجد بلا شك جمل تدل على مجموعة العبارات التي تنتمي إليها بذاتها مثل: "كل جملة تحتوي على الأقل على لفظ واحد يدل على علاقة ".[١]

أن نجمعَ معا فى فصل واحد الأفراد، وفصول الأفراد، وفصول فصول الأفراد، لحصلنا على فصل تكون فصوله الفرعية ذاتها أعضاء، والفصل المكون من جميع الأشياء التى يمكن عدها من أى نوع كانت، يجب أن يكون له عدد أصلى هو أكبر ما يمكن , وما دامت جميع فصوله الفرعية ستكون أعضاء فيه، يمكن أن يكون هناك من الفصول الفرعية أكثر من الأعضاء. وعندئذ نصل إلى تناقض. محاولة حل تناقض كانتور أوقع رسل فى تناقض آخر وهو "الفصل الشامل" والذى يجب أن يشتمل كل شيء يجب أن يشمل نفسه كواحد من أعضائه، " كل شيء " Everything إذن "كل شيء" شيء ما، وعضوفى فصل " كل شيء "ليست أعضاء أنفسها، فهذا فصل : إذ هو أحد تلك الفصول التى ليست أعضاء من أنفسها، أى أنه عضو من نفسه. وهكذا كل من الفرضين – أنه عضو وليس عضوا من نفسه – يستلزم تناقضا، وتقوم المغالطة مايمكن تسميته بالفصول "غير النقية "، أى الفصول التى ليست نقية بالنسبة " للنمط". [2]

وبالطبع فإن هذه الرؤية المتعلّقة بالخواص غير المتوقعة تجعل من الضروري البحث عن حل آخر للمتناقضات،بحيث لا تتركز المغالطة في افتراض انعكاسات ذاتيةself-reflexivities معينة للحدود الأولية بل في افتراضات أخرى عن هذه الانعكاسات الذاتية.[٣]

يتتضح حقيقة كون الفصول مجرد أوهام منطقية، حينما تكون العبارة، التى تتحدث عن فصول ذات معنى إلا إذا استطاعت أن تترجم، فى صورة ليس فيها ذكر للفصل، فصلا واحدا من الأفراد عضوا أو ليس عضوا من فصل آخر من الأفراد هو

---

(1)Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic", p.139-140

(2) برتراند رسل: مقدمة للفلسفة الرياضية، ص ١٤٩

(3) Gödel, K. : op.cit , p.140.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

كأنك تفترض لغوا ؛ رمزيا؛ أى فصل أفراده ليست كلها من نفس المرتبة فى السلم المنطقى، تستخدم الرموز بطريقة لاتجعلها ترمز لأى شيء، ويبين عدم إمكانية إثبات وجود أعداد وفصول لامتناهية، وهذه الحجة باطلة، وبعض مافيها من خطأ يرجع إلى أن " الكيان" ليس حدا له أى معنى محدد، وأكثر من ذلك لأنه حتى إذا اخترع له معنى محدد، فسنجد أن الأعداد ليس لها كيان. لأنها حين تطبق على عدد أنعكاسى تعنى أنه إذا علم فصل له n من الحدود، كان هذا الفصل "شبيها" بالفصل الذى نحصل عليه بإضافة حد آخر. ارتقينا في سلم الأنماط إلى الدرجة التى تضمن وجود فصل لهn من الحدود, عندئذ يكون هذا الفصل " شبيهاً " بفصل له n+ 1 من الحدود.(١)

يرى جودل أن رسل استطاع بنظرية الأنماط أن يتصدى للتناقض من جانب التصورات فقط. أما بالنسبة للمفاهيم بالمعنى البنائي فليس هناك شك فى أن التناقضات ناتجة عن الحلقة المفرغة. ولايدهشنا أن التناقضات يجب أن يكون لها حلول مختلفة للتأويلات المختلفة للحدود المستخدمة.(٢)

II-الفصول بمعنى الكثرة Pluralities

أو بمعنى المجموعات Totalitiesالفعلية للحدود فيبدو أنها بنفس الشكل لا تتكون بل توصف فقط بواسطة تعريفاتها وبذلك لا ينطبق مبدأ الدائرة المفرغة في شكله الأول. واعتقد حتى إن وجدت تفسيرات "للفصل" (كنوع معين من البنيات التركيبية)، بحيث لا يتحقق المبدأ بشكله الثاني أيضاً. ولكن بالنسبة لتطور كل الرياضيات المعاصرة قد يمكن افتراض أنه يتحقق بالشكل الثاني، والذي يعتبر، بالنسبة للفصول كمجرد كثرة أو مجموعات، هو في الواقع افتراض مقبول تماماً.

٣- نظرية العلاقات :Theory of Relations

لعبت نظرية العلاقات Theory of Relations دورا بارزا فى أى نسق منطقى رياضى، إذ تنشأ أفكار فى غاية الأهمية لا على صعيد الرياضيات فحسب، وإنما على صعيد المعرفة بأسرها واستدلال حقيقة معرفتنا، الأمر الذى جعل رسل يؤسس نظرية متكاملة للعلاقات، لاستكمال النسق الاستنباطى للمنطق على أسس رياضية، أخذ رسل بها وعوّل كثيرا على مسألة العلاقات الخارجيةExternal Relations، فى الوقت الذى

---

(1) برتراند رسل: مقدمة للفلسفة الرياضية ص ص ١٥٠-١٥١.

(2)Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic", p.140

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

اقتصرت فيه نظرة برادلى على العلاقات الداخلية. واعتبار العلاقات من أهم مباحث المنطق، ذات الدور الجوهري والمحوري فى فلسفة الرياضيات؛ ولهذا حاول إرساء قواعد جديدة لم يألفها المناطقة من قبل[١].

ولهذا شكلت دراسة العلاقات أهم أجزاء المنطق الحديث، إذ أن الاستنباط بأكمله إنما يقوم على الخواص المنطقية للعلاقات وبالتالى يكون لمفهوم العلاقة أهمية أساسية[٢].

القول إذا على حد تعبير رسل " إن العلاقة هى تصورٌ يقع فى قضية ذات حدود لا تقع كتصور".و يميز رسل بين القضية العلاقية وبين القضية المطابقة لها بناءً على تبادل الحدّين فيها،قضية مختلفة.ويمكن التمييز بين مجموعتين مختلفتين من العلاقات [٣]:

١- العلاقة الصفرية : وهى التى تربط حدين أو أكثر تتركب منها قضية واحدة.

٢- العلاقات المنطقية : هى التى تربط قضية بقضية وتجعل منهما قضية مركبة، مادامت الأطراف المرتبطة بهذه العلاقات قضايا كاملة. مثال ذلك

إذا..... فإن.....

إما.... أو.....

..... تستلزم.....

إن العلاقات المختلفة تتطلب عدداً مختلفاً من العناصر أوالحدود، فهناك علاقات يتم معناها بذكر عنصرين، وتسمى بالعلاقة الثنائية مثال "x شمالى y"،"x يساوى y"، و"x والد y". وهناك علاقات ثلاثية لا يتم معناها إلا بذكر ثلاثة أطراف مثل علاقة "بين" و"أعطى"، فنقول " x بين y، s"، و"x أعطى y لـ s"

ويمكن تصنيف العلاقات فى نوعين أساسيين هما [٤]:-

العلاقات التماثلية Symmetrical Relation بأنواعها والعلاقات المتعدية بأنواعها؛ وتندرج، تحت هذين النوعين من العلاقات أنواع فرعية أخرى، أعلن عنها رسل فى كتابه "مقدمة لفلسفة الرياضة".

---

(1) ماهر عبد القادر محمد : فلسفة العلوم، ص١٨٤- ١٨٧.
(2) محمد مهران : مقدمة فى المنطق الرمزى، ص ٣١٥.
(3) زكى نجيب محمود : المنطق الوضعى، ص ١٥٢.
(4) ماهر عبد القادر محمد: نظريات المنطق الرياضى، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، ١٩٨٠، ص ١٧٨. وأيضا زكى نجيب محمود : المنطق الوضعى، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، 1951، ص ١٥٩.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

-I العلاقات التماثلية:-

علاقات مماثلة Analogous Relations فى حالة الفصول الكلية، حيث تكون الفصول لانهائية Infinitely، تتسع هذه العلاقات. والتى لايمكن التعبيرعنها فى لغة بتعبيرات محدودة، وربما يعنى ذلك أنه لايمكن التعبير عنها بأى لغة، إذ يعتبر بعض الفلاسفة هذه المسألة فى غاية التعقيد والصعوبة، وقد لا يدرك ذلك البعض الأخر.[1]يقال لعلاقة ما أنها تماثلية إذا كانت العلاقة التى تقوم بين B، A هى ذاتها التى تقوم بين A ، B، ويمكن التعبير عنها بأستخدام الرمز R للتعبير عن العلاقة، فتصبح العلاقتان "A R B" و" B R A" متكافئتين. ومن أمثلة هذه العلاقات علاقة المساواة، وعلاقة الأخ فإذا قلنا A = B فإن B = A

أصبح فى الإمكان استبدال الصيغةA R Bبالصيغة الأخرى " B R A"

تكون العلاقة تماثلية إذا كانت ع = عَ ويمكن التعبير عنها R=R`

II- العلاقات اللاتماثلية :Asymmetrical relations

هى تلك العلاقة التى إذا قامت بين A،B لاتقوم بين A، B أى أن حين تكون R`،R نقيضتين، بمعنى أنه إذا كانت " A R B" استحال أن تصدق معها كذلك الصيغة " B R` A"، ومن أمثلة هذا النوع من العلاقة، علاقة"أكبر من " وأصغر من فإذا كانتA>Bلايمكن القول بأن B< A

وكذلك علاقة "والد"، فإذا كان A والد B، ورمزنا للعلاقة والد بـ R فإن"A R B" لايمكن القول بأن "B R A"

اللاتماثل، أى خاصية عدم الاتساق مع العكس، خاصة فى غاية الأهمية. حتى تتضح حقيقة تلك السمة يجب عرضها من خلال أمثلة تظهر جوهرها؛ فالعلاقة بعلHusband لاتماثلية، وكذلك العلاقة زوجة، أى إذا كانAبعل B، فإن B لايمكن أن يكون بعل A، وبالمثل فى حالة الزوجة."أما فى العلاقة"زوج Spouse" فهى علاقة تماثلية فإذا كان A زوج B فإن B زوج A، أننا أعطينا العلاقة زوج وأردنا أن نشتق العلاقة "البعل"، كان البعل هو عين قولنا الزوج الرجل أو زوج المرأة وعلى ذلك فالعلاقة "بعل" يمكن أن تشتق عن علاقة الزوج إما بتحديد الميدان أو النطاق Domain وقصره على الذكور، أو قصر الميدان العكسى على الإناث،ونرى من هذا المثال أننا لو أعطينا

---

(1) A.N.Prior : Russell, Bertrand Arthur William , p.245.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

علاقة لا تماثلية فمن الممكن، فى بعض الأحيان، ودون مساعدة من أية علاقة أخرى، أن نفصلها إلى علاقتين لا تماثليتين، وهى حالات استثنائية ونادرة، فهى حالات يوجد فيها فصلان متباعدان تماماً فيما بينهما مثل A، B بحيث إنه كلما قامت العلاقة بين حدين فأحدهما عضو فى الفصل A، والآخر عضو فى الفصل B، كما فى حالة الزوج فأحد الحدين ينتمى إلى فصل الذكور، والحد الآخر ينتمى إلى فصل الإناث. وفى مثل هذه الحالة فالعلاقة التى ميدانها مقصور على الفصل A، هى علاقة لا تماثلية، كذلك العلاقة التى ميدانها مقصور على B، ولكن مثل هذه الحالات ليست من الأنواع التى تحدث عندما نبحث فى المتسلسلات التى لها أكثر من حدين؛ المتسلسلة جميع الحدود، ماعدا الحد الأول والحد الأخير تنتمى إلى كل من الميدان والميدان العكسى للعلاقة المولدة.[١]

يظهر هنا تأثير الجانب الدلالى لبنية الألفاظ اللغوية وكيف يمكن من خلالها التغيير الجذرى فى طبيعة العلاقات وما يترتب عليها من صدق للقضايا إذ لم يعد المعيار الأوحد هو النظر إلى القضية كوحدة بنائية صورية فقط وإنما أصبح للمعنى والدلالة أثر بالغ الأهمية لا يمكن إغفاله. ومن هنا اختلفت الرؤية المنطقية للبحث فى طبيعة أسس القضايا ومكوناتها بدءاً من اللفظ ودلالته.

يمكن اعتبار صفة اللاتماثل خاصةً أهم بكثير من استلزام التعدد، فالعلاقات اللاتماثلية تستلزم التعدد، ولكن العكس غير صحيح، ويمكننا القول، بصفة عامة، إننا إذا أردنا أن نستغنى عن القضايا العلاقية، ونأخذ ــ بدلاً منها ــ تلك التى تحمل المحمولات على الموضوعات، فإننا سننجح فى العلاقات التماثلية. أما تلك التى لا تستلزم التعدد، إذا كانت متعدية، فيمكن اعتبارها بأنها تحكم بمحمولات غير متسقة.ومثل هذه الطريقة التى نضع فيها المحولان بدل العلاقات، طريقة ممكنة صورياً (وإن تكن غير ملائمة فى الغالب) ما دامت العلاقات التى نتكلم عنها تماثلية، ولكنها مستحيلة صورياً إذا كانت العلاقة لا تماثلية لأن كلا من العينية واختلاف المحمولات علاقة تماثلية، ويمكن القول إن العلاقات اللاتماثلية لها أهم الخصائص العلاقية للعلاقات. أهم العلاقات بالنسبة للفيلسوف الذى يريد أن يدرس الطبيعة المنطقية القصوى للعلاقات.[٢]

---

(1) برتراندرسل: مقدمة للفلسفة الرياضية، ص ص ٤٨-٤٩.
(2) برتراندرسل:أصول الرياضيات،جـ ١، ص ص ٥٠-٥١.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

III-العلاقات كدالات وصفية:Descriptive functions

يرى رسل أن هذه العلاقات ماهى إلا دالات وصفية " Descriptive functions لأنها تصف حداً محدداً Definite term. تنشأ هذه العلاقة بين حد واحد على الأكثر مع حد معين، أى بين حد واحد من أفراد النطاق "طرف البداية،أو المتعلق به "،وحد أو أكثر من أفراد النطاق العكسى" طرف النهاية أو المتعلق "، ولا يمكن أن يكون لحد آخر فى النطاق نفس هذة العلاقة مع نفس الحدود فى النطاق العكسى.(١)

ويمكن القول، بصفة عامة، إن كل فرع من فروع الرياضيات يعنى بأى فصل من الأشياء التى لها علاقات متبادلة من نوع معين بالذات وبذلك يصبح الفصل، كما يصبح الحد المعين المذكور، متغيراً؛ أما الثوابت الحقيقية فقط هى من أنواع العلاقات وما يدخل فيها. ونعنى فى هذا المقام بنوع العلاقة، فصلا من العلاقات بما سبق ذكره من التطابق الصورى للاستنتاجات التى يمكن إجراؤها على مختلف حدود ذلك الفصل، وبذلك يكون نوع العلاقة على الدوام فصولا يمكن تعريفه بدلالة الثوابت المنطقية،..... نستطيع إذن أن نعرف نوع العلاقات بأنه فصل من العلاقات يتميز بخاصية يمكن تعريفها بدلالة الثوابت المنطقية وحدها.(٢)

لذلك جعل رسل الحساب التحليلى للعلاقات ركناً أساسياً من أركانه وأوضح مدى اختلافه عن حساب الفصول، والذى يتداخل مع حساب القضايا؛ مؤكداً اختصاص حساب العلاقات بالقضايا الحقيقية، وحقا إن التشابه الغريب فى الرموز بين منطق العلاقات ومنطق الفصول لمدعاة للخداع (٣)

أكد نسق بديهية "زرميلو"Zermelo's axiom system أن كل فصل يمكن أن يكون محكم الترتيب، لوضع نظرية ما، تنقسم المجموعات إلى "مستويات" Levels بطريقة يكون من الممكن عندها أن تكون مجموعات المستويات الأقل عناصر في مجموعات المستويات الأعلى (xεy كاذبة دائماً إذا كانت x تنتمي إلى مستوى أعلى من y). وليس هناك سبب للفصول بهذا المعنى أن تستبعد خليط المستويات Mixtures of levels في مجموعة واحدة ومستويات لامحدودة. والآن تحل بديهية الفصول محل بديهية

---

(1) زكى نجيب محمود : المنطق الوضعى، مرجع سابق،ص ص ٣٣١-٣٣٢.
(2) برتراند رسل : مرجع سابق،ص ٣٨
(3) برتراندرسل: مرجع سابق، ص ص ٤٣-٤٤.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

قابلية الرد؛ والتي تذهب إلى القول بأنه يوجد لكل مستوى، لكل دالة قضيةφ(x) توجد x لهذا المستوى حيث φ (x) صادقة، ويبدو أن ذلك يفرضه تصور الفصول كمجموعات.[١]

ويقدم "رسل" سببين ضد الرؤية الماصدقية للفصول Extensional view of classes: أوضحهما فيما يلى :

(١) وجود الفصل الفارغ Null class ؛ والذى لا يمكن أن يكون مجموعة

(٢) الفصل الشامل The unit class، والذى يتطابق مع أعضائه المفردة.

لكن يبدو لجودل أن هذه الحجج يمكنها أن تثبت أن الفصل الفارغ والفصل الشامل (كشيء متميز عن عنصرها الوحيد) هي مجرد خيالات وأوهام (مقدمة لتبسيط الحساب مثل نقاط اللانهاية في الهندسة)، وليس أن كل الفصول خيالات. بينما أدت التناقضات لدى رسل إلى ميل واضح تجاه بناء المنطق بدون افتراض الوجود الموضوعي Objective existence لهذه الكيانات؛ مثل الفصول والتصورات؛ مما أدى إلى صياغة"نظرية اللافصل"، والتي وفقاً لها تم تقديم الفصول والتصورات كـ طريقة للكلام. لكن القضايا نفسها (وخاصة تلك التي تتضمن الأسوار) تم تضمينها فيما بعد في هذا المخطط، وهي النتيجة المنطقية لوجهة النظر التى تؤكد أن القضايا الكلية مثل الكيانات الموجودة بموضوعية تنتمي بوضوح إلى نفس طبقة الموضوعات النموذجية مثل الفصول والتصورات وتؤدي إلى نفس النوع من التناقضات، إن تم الاعتراف بها بدون قيود. ولقد تم تنفيذ هذا البرنامج، أما قواعد ترجمة العبارات، التي تحتوي على فصل الأسماء أو المصطلح "فصل" إلى عبارات لا تحتويها، فقد تم ذكرها بشكل صريح، وقاعدة النظرية، أي نطاق العبارات، التي يجب الترجمة إليها يصبح واضحا، بحيث يمكن توزيع الفصول (داخل نسق برنكيبيا)، ولكن ــ فقط ــ إذا تم افترض وجود التصور عند بناء فصل.[٢]

وعندما يصل الأمر إلى التصورات وتأويل العبارات التي تحتويها أوبعض المترادفات الأخرى للمصطلح، كما أن حالة العلاقات واضحة بقدر الإمكان. قبل كل شيء، يجب اعتبار بعضها(المحمولات الأولية والعلاقات مثل "أحمر" أو "أكثر برودة") أشياء حقيقية؛ أما الباقي فيبدو كشيء مبني (كشيء لا ينتمي إلى "موجودات Inventory" العالم)؛ أو النطاق الأساسى للقضايا، الذى يتم من خلاله تأويل كلّ شيء؛ أو منهج

---

(1)Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic" , p.p. 140-141.
(2) Gödel, K. : op.cit., p. 141.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

التأويل، ليسا واضحين كما في حالة الفصول.[١]

وهذا المخطط الكلي لنظرية اللافصل ذات أهمية كبيرة كأحد الأمثلة القليلة، المنفذة بالتفصيل، على اتجاه حذف الفروض المسبقة الخاصة بوجود الموضوعات خارج "البيانات" واستبدالها ببناءات على أسس هذه البيانات. لكن كانت النتيجة، في هذه الحالة، سلبية تماماً، أي أن الفصول والتصورات المقدمة، بهذا الشكل، ليس لها كل الخواص المطلوبة للاستخدام في الرياضيات، ما لم يتم تقديم بديهيات خاصة عن البيانات (مثل بديهية قابلية الرد axiom of reducibility)[*]، والتي تعني ــ باختصار ــ وجود نوع من الأشياء التي يتم بناؤها في البيانات، أو أن يجعل الخيال بأن الفرد يمكنه صياغة قضايا ذات طول لا نهائي (وغير رقمية)، يعمل مع دوال الصدق اللانهائية للعديد من الحجج، بغض النظر عن إمكانية بنائها. [٢]

لكن ماهي دالة الصدق اللانهائية إن لم تكن نوعاً خاصاً من الماصدق اللانهائي (أو البنية)، ونوعا أكثر تعقيداً من الفصل، ذا معنى شرطى Hypothetical meaning بالإضافة لذلك، وهو ما يمكن فهمه فقط بواسطة عقل لا محدودInfinite mind ؟ كل هذا ما هو إلا تصحيح للرؤية، التي دافع عنها جودل؛ بأن المنطق والرياضيات (مثل الفيزياء) يقومان على بديهيات ذات محتوى حقيقي لا يمكن "تفنيده".[٣]

يؤكد جودل على أن النسق المنطقي الذي نصل إليه من هذة المبادئ الثلاثة يتجسد فى نظرية الترتيبات فى شكلها الصوري.

---

(1)Ibid: p.p.141-142.

(*) تعريف بديهية قابلية الرد :Axiom of Reductibility تنص بديهية الرد على أن الخاصية،التى ليست خاصية من الخواص المحمولة المسندة، تكون مرادفة ــ دائماــ من الوجهة الصورية لخاصية ما من الخواص المسندة. أى تكون الخاصيتان مترادفتين من الوجهة الصورية إذا كانت الأشياء التى تتصف بإحداهما هى نفسها الأشياء التى تتصف بالأخرى.. وعلى الرغم من أنها بديهية واضحة بذاتها،إلا أن الوضوح بالذات لايعدو مطلقا كونه جزءاً من السبب الذى من أجله سلم ببديهية من البديهيات، أى أنه سبب إستقرائى، ولا يعني وضوحها أنها لا تقبل الشك ولهذا فإن استخدامها قد يؤدى إلى الخطأ. برتراندرسل : فلسفتي كيف تطورت، ترجمة عبد الرشيد الصادق، مراجعة زكى نجيب محمود، مكتبة الأنجلو المصرية، الطبعة الأولى، ١٩٦٠.، ص ص١٤٦-١٤٨

(2)Gödel, K. : op.cit., p.142
(3)Gödel, K. : op.cit., p.142.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

ثالثاً: نظرية ترتيب الأنماط:The theory of orders

يؤكد جودل على أن من الناحية الماصدقية؛ التى يترتب فيها تال أى دالة قضية باعتبارها حجة دالة ما بنمط من الخصائص والسمات، وتعين ماصدق ما، وبلا شك أن هذه الأشياء غير قابلة للاعتراض حتى من وجهة النظر البنائية، بشرط أن تكون الأسوار قاصرة فقط على ترتيبات معينة. ويتم تجنب التناقضات عن طريق نظرية الأنماط(*)، والتي تأتي مصاحبة لنظرية ترتيب(**)الأنماط لكنها مستقلة تماماً عنها وليس لها علاقة بمبدأ الحلقة المفرغة.(١)

ففي الطبعة الأولى من برنكيبيا، وفقاً لدالة القضية التى إما أن تحتوي على تقديرات كمية إلى دالات القضايا للترتيب n أوتكون ذات معنى بتقريرها دالات القضايا للترتيب n، بحيث تكون على الأقل الترتيب n+1، ويصبح مجال دلالة دالة القضية تماما كمجال السور،يجب تحديدهما دائماً في ترتيب محدد.(٢)

(*)نظرية الأنماط theory of types : نشأت عن أكتشاف رسل لهذا لتناقض "أن معظم الفصول – فيما يبدو – ليست أعضاء فى ذاتها" مثال ذلك أنه ليس صحيحا أن فصل الناس هو نفسه واحد من الناس، ولكن بعض الفصول تبدو على أنها أعضاء فى نفسها، مثال ذلك أن فصل جميع الأشياء الذى يمكن عده يبدو قابلا هو نفسه لأن يعد. وفصل جميع الفصول التى ليست أعضاء فى نفسها، هل تكون أو لا تكون عضوا فى نفسها؟ إنها إذا كانت فإنها لاتكون وإذا لم تكن فإنها تكون. فلنُسَمِ الكلمات التى يمكن حملها على نفسها بالكلمات المنطقية الخالصة وتلك التى ليست كذلك بالكلمات اللامنطقية، ولكن هل القول"منطق خالص" هو مما يحمل على نفسه؟ إنه إذا كان لم يكن، وإذا لم يكن كان. لابد إذا من ترتيب الأشياء فى سلم من الأنماط بحيث أن ما قد يكون صحيحا أو باطلا عن أشياء فى نمط ما، لايجوز أن يكون كذلك بالنسبة إلى أشياء من نمط آخر إذا كان لكّل منهما معنى، وبخاصة إذا ماكان إحد الفصول هو ما صدق لمحمول معين كان من العبث تطبيق ذلك المحمول على ذلك الفصل.(فؤاد كامل وآخرون : الموسوعة الفلسفية المختصرة , مرجع سابق , ص ١٥٨.) وبذلك يقرر ان لكل متغير وثابت يتعلقان بمقولة محددة نمط له تدرج هرمى من خواص الأشياء، وخواص تلك الخواص، وخواص لخواص الخواص.... ألخ وترى هذه النظرية ان ليس ثمة خاصية او قضية أو نظرية يمكن ان تنطبق على ذاتها.(محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزى، دار المعرفة الجامعية، الأسكندرية, ١٩٩١,ص ٣٩٨.

(**) نظرية تراتيب الأنماط : Theory Hierarcy of Typesمنهج لبناء المنطق الصورى (الرياضى) بالتفرقة بين الموضوعات ذات الأنماط المختلفة؛ ويهدف إلى استبعاد المفارقات أو التناقضات من المنطق ونظرية الأعداد. وكان أرنست شرودر أول من وضع نظرية الأنماط. وطبقها على الفئات.بينما بنى رسل نسقاً تفصيلياً من نظرية الأنماط، وطبقه على حساب الاحتمالات. وهو يقوم على أساس التفرقة بين :الأفراد (نمط ١) والصفات (نمط ٢) وصفات الصفات (نمط ٣)، كما أدخل تقسيم الأنماط إلى رتب. م.روزنتال: مرجع سابق، ص ٥٣٦

(1) Gödel, K. op. cit., pp.134-١35

(2) Gödel, K. : op.cit., pp.133-١34.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

يمكن التمييز – عند رسل – بين نظريتين للأنماط، نظرية بسيطة من الأنماط، ونظرية ترتيب الأنماط، وهذه الأخيرة طورها رسل مؤخرا، وأدركها رامزى – تلميذ رسل – على أنهاتعقيدات غير دورية لنظرية الأنماط الأولى. وتتكون نظرية الأنماط عند رسل من تصنيفات التعبيرات التى تعبر عن أنماط مختلفة.

فالنمط (0) مثلا ينتمى إلى أسماء الأشياء مثل : (a,b..)

والنمط (١) ينتمى إلى سمات هذه الأشياء مثل[F(a), g(a)...]

والنمط (٢) ينتمى إلى سمات هذه السمات مثل [h(f),G(f)...]

والنمط (٣) ينتمى إلى سمات من سمات من سمات.. وهكذا.

ولقد قدم رسل النظرية التشعبية للأنماط، التى لم تلْقَ قبولا لدى المنطقيين، لأنه قسم خاصة كل نوع إلى "أوامر "، وهذا التقسيم لايؤسس على نوع الأشياء التى تقود إليها الخاصية، ولكن يؤسس على شكل التعريف الذى يقدمه [١].

إن رسل لديه تفصيل فلسفى للأوصاف، وشعر بأن فى تعريفه للأنماط سياقا على أساس نظرية الأوصاف، فإنه كان يقوم بشرح الغامض بواسطة الواضح. ولكن هذا الشعور جاء نتيجة لفشله فى التمييز بين دالات القضايا باعتبارها محمولات، وبين دالات القضايا باعتبارها صفات من ناحية أخرى وبفشله فى هذا كان بإمكانه الاعتقاد بسهولة فى أن فكرة الصفة تكون أوضح من النوع فهذا يكون فى حالة المحمول، والصفة تكون أقل وضوحا[٢].

ترتيب القضايا وترتيب دالات الأفراد تعد كلتاهما أساس الترتيب للأفراد، ودالات الأفراد، دالات دالات الأفراد، وتسمى دالة الأفراد بالنمط ذا الترتيب الأول، ودالة دالات الأفراد بالنمط الثانى type٢، ومن هنا يبدأ بناء ترتيب القضايا كمايلى [٣]:

قضايا الترتيب ٠ الإبتدائية لاتحتوى على متغيرات

قضايا الترتيب ١ تحتوى على متغيرات للأفراد

---

(1)Carnap,R.:"The Logicist Foundations of Mathematics, "In Essays On Bertrand Russell", Edited by E.D.Klemke,University of Illinois Press, London,1970,p.p.346-347.

(2) W.V. Quine:"Russell's Theory of Types," In Essays On Bertrand Russell", Edited by E.D.Klemke,University of Illinois Press, London,1970, P. 285.

(3)F.P Ramsey: "Predicative Functions and the Axiom of Reducibility", In Essays On Bertrand Russell", Edited by E.D.Klemke,University of Illinois Press, London,1970, p.366.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

قضايا الترتيب ٢ تحتوى على متغيرات قيمها دالات النمط الأول

قضايا الترتيب.n تحتوى على المتغيرات التى تكون قيمها دالات النمط ١ -n

من خلال هذا الترتيب نستنتج ترتيبا آخر للدالات.

ميز رامزى تمييزا جوهريا بين الترتيب والنمط حيث أوضح أن نمط دالة ما هى خصائص حقيقية لها تعتمد على"دالات المحمول" أو"المحمولات المسندة"،إذ لا يستخدم رامزى نفس مصطلح رسل فى البرنكيبيا فى طبعته الأولى والثانية؛ بينما يستخدم رسل فى أعماله اللاحقة الحدود الأولية ويستخدم رامزى مصطلح المحمولات المسندة للأفراد هو فى أى دالة صدق للحجة سواء أكانت أعداداً نهائية أو لانهائية، فإنها تعد دالات ذرية للأفراد أو للقضايا وتعرف المدى المحدد لدالات الأفراد الذى هو أوسع من أى مدى ظهر فى برنكيبيا. ويعتمد جوهريا على مصطلح دالة الصدق للعدد اللانهائى للحجة. إذا كان هناك فقط عدد محدود من الحجج فإن دالات المسندة ستكون. دالات إبتدائية بسيطة للبرنكيبيا. وبالنسبة للعدد اللانهائى. فإنه لايتم تحديد مجال الدالات التى يمكن أن يتم بنائها بالطريقة ذاتها وإنمايتم تحديدها من خلال وصف معناها.ولتصبح دالات صدق – ليس بمعنى ظهورها وإنما فى دلالتها – لقضايا ودالات ذرية.(١)

ويصبح، أنه إذا علم أى فصل غير استقرائى، فمن الممكن اختيار متوالية من حدوده، وهكذا نستطيع تكوين منظومات من الفصول الفرعية المتناهية من ا : أولا فصل ليس له حدود، ثم فصول لها حدان، متوالية من منظومات من الفصول الفرعية كل منظومة منها تشتمل على كل تلك التى لها عدد معين متناه معلوم من الحدود، عدد انعكاسى أنه بافتراض بديهية نظرية زرميلو، وهى القائلة بأن البديهية إذا كانت صادقة، فكل فصل يمكن أن يكون محكم الترتيب، لأن المتسلسلة المحكمة الترتيب يجب إما أن يكون لها حدود متناهية فى مجالها، وإما حدود انعكاسية.(٢)

بالنظر فى الجمل والعبارات القائلة بأن إحدى الفصول المحددة تعد في جوهرها أنماطاً للأشياء؛ فإن هذا التعريف المباشر للنمط الوارد في كتاب رسل "المبادئ الرياضية" يؤدي بنا بالضرورة إلى الحصول على نتائج غير مقبولة على الإطلاق. ولذلك؛ فإننا سنتناول فيما يلي كيف يمكننا أن نثبت من خلال استخدام نظرية رسل للنمط، أن عبارة

---

(1)F.P Ramsey: "Predicative Functions and the Axiom of Reducibility", p.360

(2) برتراند رسل: مقدمة للفلسفة الرياضية، ص ١٤٠- ١٤٢

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

"سقراط عدد أولى"، "لا معنى لها على الإطلاق. فإذا ما افترضنا أن نوعية المناقشات، التى تدور حول طبيعة الصفة الرياضية للشيء المتناول تعد أولية؛ بحيث تدل على فصل كافة الأعداد الطبيعية؛ ففي هذه الحالة يمكن كتابة القضيتين المنطقيتين التاليتين وهما:

(١) إن تلك العبارة تكون ذات معنى فقط إذا ما كان سقراط عدداً طبيعياً، ومن أجل الوصول إلى تلك النتيجة المرغوب فيها بأن هذه العبارة السابقة لا معنى لها؛ فإنه يلزمنا صياغة المسلمة التالية والتي تشير إلى أن:

(٢) "سقراط ليس عدداً طبيعياً"لكننا نستطيع بالكاد إثبات ذلك الاستنتاج الذي له معنى محدد والذي يشير إلى أن تلك الجملة السابقة لا معنى لها من خلال المقدمة؛ التي لا معنى لها؛ وبالتالي فإن ذلك يعد فى جوهره دليلاً ملموساً على عدم كون تلك الجملة المستخدمة لا معنى لها؛ بما يؤدي بنا إلى الافتراض مسبقاً بان تلك العبارة رقم (٢) لا معنى لها.[١]

هكذا صرح رسل في مقدمة الطبعة الثانية من المؤلف ذاته إمكانية ظهورها "بمعنى محدود" "Limited sense"، ويمكن أن تظهر أيضا الدالات ذات الترتيب الأعلى من المحمول نفسه (بذلك نضيف أيضاً الدوال المعرفة بحدود المحمول مثل، p ‘k ε k) كحجج لمحمولات الدوال؛ وتحدث هذه الأشياء بشكل ثابت ومتسق. ويعني ذلك أن مبدأ الدائرة المفرغة لدالات القضايا يتم إسقاطه فعلياً. إذ يرتبط هذا التغيير بالبديهية الجديدة التي تنص على أن الدوال يمكن أن تحدث في القضايا فقط "من خلال تحديد قيمها" أى الأبعاد الماصدقية، والنتيجة المترتبة على ذلك؛أن أي دالة قضية قد تتخذ كحجة أي دالة من النوع الملائم، يكون ماصدقها محدداً (بغض النظر عن ترتيب الأسوار quantifiers المستخدم في تعريف هذا الماصدق). [٢]

فى إطار مفهوم دالة القضية بهذا المعنى تجانست الرياضيات بالمنطق، فمن خلال معرفة قيمة الدالة تحددت ــ بالتبعية ــ قيمة القضية ككل ففى الرياضيات ص=(٤أ + ٢)، بتحديد قيمة أ بـ ٥ يمكن معرفة قيمة القضية ككل كالتالى (ص) = (٢٠+٢) =٢٢.والتى قد تختلف بإختلاف القيمة التى تم تحديدها للقيمة المجهولة داخل صيغة الدالة، وكذلك الأمر فى دالات القضايا المنطقية للقضية الكلية، والتى هى فى الحقيقة شرطية؛ "كل إنسان

---

(1)Arthur , Pap, : ***"Types and Meaninglessness"***, p.43
(2) Gödel, K.:" Russell's Mathematical logic" , p.١34.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

فان " (إذا كان xإنسان فإنx فان)،بتحديد قيمة x تحولت من دالة قضية إلى قضية تحتوى على مقدم وتال يمكن الحكم عليها.[١]

ما يمكن الحصول عليه على أساس الموقف البنائي هي نظرية الترتيبات، وفقط الآن لا تبدو (وهذه هي النقطة القوية للنظرية) كقضايا مرتبة لتجنب التناقضات، لكن كنتائج لا يمكن تجنبها للفرض بأن الفصول والتصورات والقضايا الكمية غير موجودة كأشياء حقيقية. وليس الأمر كما لو أن الكون مقسم إلى ترتيبات وبالتالي يكون من الممنوع الحديث عن كل الترتيبات؛ لكن على النقيض تماما،فمن الممكن الحديث عن كل الأشياء الموجودة، فقط الفصول والتصورات ليست من بينها، وإذا تم تقديمها كطريقة كلام، يتضح أن هذا الماصدق للرمزية يثير إمكانية تقديمها بطريقة أكثر شمولاً.. إلخ. ولتنفيذ هذا المخطط، يجب أن نفترض مسبقاً علم الحساب (أو شيء مساوي له) والذي يثبت فقط أنه حتى هذا المنطق الصارم لا يمكن بناؤه على لاشيء.ففي الطبعة الأولى من برنكيبيا، حيث أثير السؤال حول بنية المنطق والرياضيات، ثم التخلي عن الموقف البنائي، في الأغلب الأعم، حيث أن قاعدة قابلية رد الأنماط أو النمط الأعلى من النمط الأول، مع بديهية اللانهاية تجعل من الضروري وجود محمولات أولية للأنماط العليا. وما يبقى من الموقف البنائي فقط: (١) تقديم الفصول كطريقة كلام، (٢) تعريف السلب ~،الفصل ٧،... إلخ، على أنها تنطبق على القضايا التي تحتوي على أسوار (والتي ثبت كثرتها في برهان المطابقة بعلم الحساب)؛ (٣) البناء خطوة بخطوة لدوال الترتيبات الأعلى. ومن (١) الذي يعتبر زائداً عن الحاجة نتيجة لقاعدة قابلية الرد ؛و (٤) تأويل التعريفات على أنها اختصارات طبوغرافية مما يجعل كل رمز يقدمه التعريف رمزاً ناقصاً، (أي رمز لا يقصد الشيء الذي يصفه التعريف). لكن البند الأخير هو وهم إلى حد كبير، لأنه توجد دائماً أشياء حقيقية في صورة محمولات أولية، أو تراكيب منها، تتفق مع كل رمز محدد.[٢]

يشير رسل إلى أن النمط هو ذلك الفصل الذي يمكن،في إطاره، التأكيد على أن شيئاً ما يعدعضواً منضويا في إطاره، وصحيحا شريطة أن يكون ذا دلالة ومعنى. يقدم أرثر تعريفا آخر مباشراً لمفهوم رسل للنمط، يعد مشابها، إلى حد كبير، لتعريف رسل له على النحو التالي: النمط هو ذلك الفصل المكون من كافة الكيانات التي تنتمي إلى نفس النمط، والتي يمكن النظر إليها باعتبارها شيئاً ذا كينونة محددة. ويعد ذلك المفهوم المحدد،

---

(1) ماهر عبد القادر محمد : نظريات المنطق الرياضى، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، ٢٠١٥، ص٦٦-٦٨.
(2) Gödel, K. :" op.cit , p.143.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

لمعنى الشيء ودلالته متضمناً بالضرورة في إطار هذا التعريف السابق كذلك؛ لأن (x) و(y) ينتميان إلى نفس النمط – من منظور رسل – إذا ما كان بالإمكان استبدال (x) بـ (y). والعكس صحيح في إطار أية قضية ذات معنى، بدون أن تؤدي إلى اعتبارها مجرد هراء لا طائل من ورائه.[١]

كذلك أدرك جودل أن نظرية "رسل" عن الأوصاف تنتمي أيضاً إلى الترتيب البنائي للأفكار. في مقدمة الطبعة الثانية من برنكيبيا، حيث تم استئناف الموقف البنائي مرة أخرى. وتم إسقاط قاعدة قابلية الرد، والتصريح بأن كل المحمولات الأولية تنتمي إلى أنواع أقل وأن الغرض الوحيد لمتغيرات (وايضا الثوابت) ترتيبات النمط الأعلى، هو أن تجعل من الممكن تقرير دوال الصدق الأكثر تعقيدا للقضايا الذرية، وهي طريقة أخرى لقول أن الأنماط العليا والترتيبات هي فقط طريقة للكلام. ويخبرنا هذا التعبير، في الوقت نفسه، عن نوع القضايا التي يتكون منها أساس النظرية، وهي دوال الصدق للقضايا الذرية.[٢]

مع ذلك، يحدث ذلك بدون صعوبة فقط،إذا كان عدد الأفراد والمحمولات الأولية عدداً محدوداً. في الحالة المضادة عدد اللانهائية، (ذات الأهمية الأساسية لغرض اشتقاق الرياضيات) أخذ "رامزي" مسار أن يضع في الاعتبار عدم قدرتنا على صياغة قضايا ذات طول لانهائى كـ "صدفة بحتة": كي يتجاهلها علم المنطق. ويحل ذلك ــ بالطبع ــ (أو على الأقل يخترق الصعوبات؛ لكن يجب ملاحظة أنه إذا تغاضينا عن الاختلاف بين المحدود واللامحدود أوالنهائي واللانهائي في هذا الاتجاه، فهناك تأويلاً أبسط وأعمق لنظرية المجموعات (ضمن الرياضيات). في حالة العدد النهائي للأفراد، فإن فرض "رسل" بأن القضايا عن الفصول يمكن تأويلها كقضايا عن عناصرها، صحيحة حرفياً، حيث "xεm" مساوية لـ "x=a1, vx=a2v ... vx=ak" حيث a1 هي عناصر m و"يوجد فصل "مثل"..." مساويا لـ "يوجد أفراد x1، x2،... xn مثل.. "، بشرط أن تكون n عدد الأفراد في العالم. وبشرط أن نتجاهل، في الوقت الحالي، الفصل الفارغ والذي يتطلب بنداً إضافياً لتناوله. وبالطبع، بتكرار هذا الإجراء يمكن الحصول على فصول الفصول.. إلخ، بحيث يمثل النسق المنطقي الذي حصلنا عليه، نظرية الأنماط البسيطة فيما عدا الظرف الذي يكون فيه خلط الأنماط ممكناً". إذاً تبدو النظرية البديهية، تخميناً، لهذا

---

(1) Arthur Pap: "Types and Meaninglessness", p.42.
(2)Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic", p.p.143-144

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

المخطط في حالة العديد من الأفراد أو التكرار اللانهائي لعملية صياغة المجموعات.[١]

وبالطبع، فإن وجهة نظر "رامزي" لايمكن أن تكون بنائية، ما لم نكن نقصد بها بناءات العقل اللامحدود. وفي الطبعة الثانية من برنكيبيا اتخذ "رسل" مساراً أقل ميتافيزيقية بتحديد موقفه داخل دوال الصدق التي يمكن بناؤها. بهذا الشكل نصل مرة أخرى إلى نظرية الترتيبات والتي، مع ذلك، تبدو الآن في ضوء جديد، كمنهج لبناء المزيد والمزيد من دوال الصدق المركب للقضايا الذرية. لكن يبدو أن هذا الإجراء يفترض مسبقاً علم الحساب بشكل أو بآخر؛ فبالنسبة للتساؤل حول كيفية بناء الرياضيات على هذا الأساس، (بدون أية افتراضات عن البيانات – أي المحمولات الأولية والأفراد – فيماعدا بديهية اللانهائية).فمن الواضح أن نظرية الأعداد الحقيقية في شكلها الحالي لا يمكن الحصول عليها، أما بالنسبة لنظرية الأعداد الصحيحة، فمن المتفق عليه في الطبعة الثانية من برنكيبيا أنه يمكن الحصول عليها. والصعوبة المطلوب التغلب عليها هي أنه في تعريف الأعداد الصحيحة. كـ "الأعداد الأصلية التي تنتمي لكل فصل يحتوي على ٠ وعلى X+1 إن كانت تحتوي على X"، فإن عبارة "كل فصل" يجب ان تدل على ترتيب معين. بذلك نحصل على الأعداد الصحيحة في التراتيب المختلفة، ويمكن تطبيق الاستدلال على الأعداد الصحيحة ذات الترتيب n فقط على خواص الترتيب n؛ في حين يحدث بشكل متكرر أن مفهوم العدد الصحيح نفسه يحدث في الخاصية التي ينطبق عليها الاستدلال. مع ذلك، فإن هذا المفهوم خاص بالترتيب n+1 بالنسبة للأعداد الصحيحة من الترتيب n.[٢]

لقد قدم رسل،في برنكيبيا، برهاناً على أن الأعداد الصحيحة من أي ترتيب أعلى من ٥ هي نفسها تلك الخاصة بالترتيب ٥، وهو الأمر الذي ينهي كل الصعوبات. مع ذلك فإن هذا البرهان ليس قاطعاً. في القضايا المفترضةLemma[*] المأخوذات، الذي يذهب إلي القول بأن كل مجموعة فرعية a ذات الترتيب العالي للفصل الاستدلالي β للترتيب ٣ هي نفسها فصل استدلالي للترتيب ٣، وينطبق الاستدلال على خاصة β المتضمنة [αأي

---

(1)Gödel, K.: op. cit., p.144.
(2) Ibid: , p.145

(*) القضية المفترضة Lemma : هى قضية يمكن الأخذ بها أو البرهنة عليها كقضية أولية بالنسبة للبرهان الخاص بأى قضية أخري. وتمثل فى القياس الأرسطى المقدمة الكبرى، بينما فى الرياضيات هى حكم البداهة الذى يجرى إثباته لاستخدامه فى إثبات حكم بداهة أخرى، وتسمى القضايا بالمأخوذات.(أ.ه. بيسون، د.ج.أوكونر: مقدمة فى المنطق الرمزى،ب.ت. هامش ص ١٢٧.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

α–β≠A، والتي يجب قراءتها كالتالي Induct2 α–β~ε لأن (٣) كاذبة بشكل واضح]. مع ذلك، فإن هذه الخاصية ذات ترتيب ٣< إذا كانت α ذات ترتيب أقل من ٣. إذاً مسألة ما إذا كانت نظرية الأعداد الصحيحة يمكن الحصول عليها على أساس التسلسل المتفرع، يجب اعتبارها بدون حل في الوقت الحالي. مع ذلك، يجب ملاحظة أنه حتى في حالة ما إذا كان لهذا السؤال إجابة إيجابية، فلن يكون لذلك قيمة بالنسبة لمشكلة ما إذا كان علم الحساب يتبع المنطق. إذا كانت دوال القضايا للترتيب n محددة وذات تركيب محدد وإن كانت معقدة) (هذه التراكيب من الأسوار، روابط القضايا.. إلخ)، لأنه بذلك تضطر للأفتراض المسبق لفكرة المحدودية، وتتكشف الحقيقة فقط بأخذ هذه المفاهيم المعقدة بطريقة محللة مثل الحدود الأولية للصورية وتقديم تعريفها فقط باللغة العادية. قد يتم تقديم الإجابة بأنه في برنكيبيا لا يعتبر مفهوم دالة القضية للترتيب n كأولية أو معرفة في حدود للمفهوم التركيب المحدد، بل تعتبر الأسوار التي تشير إلى دوال القضايا للترتيب n (وهو كل ما تحتاجه) كاتصال لا نهائي أو انفصال معين. لكن بعد ذلك يجب أن نسأل : لماذالا تعرف الأعداد الصحيحة كانفصال لا نهائي x= ov x = 0+1 vx = 0+1+1v ... ad infinitum، وتوفر بهذه الطريقة كل المشقة المرتبطة بمفهوم الاستدلال؟ لن ينطبق هذا الاعتراض إذا فهم الفرد أن دالة القضية للتريبت n يمكن الحصول عليها من دوال الصدق للقضايا الذرية كافتراض مسبق لتعريفها بدون مجموعيات إلا تلك الخاصة بدوال القضاياللترتيب n> وللأفراد". ومع ذلك فإن هذا المفهوم يفتقر للدقة إلى حد ما[١].

يتضح أن نظرية الترتيب مثمرة أكثر إذا وضعناها في الاعتبار من خلال وجهة نظر رياضية بحتة، وبشكل مستقل عن السؤال الفلسفي حول ما إذا كانت التعريفات غير المتوقعة مقبولة أم لا.

بالنظر بهذا الشكل، كنظرية مبنية داخل إطار عمل الرياضيات التقليدية، حيث التعريفات غير المتوقعة مسموح بها، فليس هناك اعتراض على امتدادها للترتيب المحدودة. وحتى أن رفض الشخص تلك التعريفات، فلن يكون هناك اعتراض على امتدادها للأعداد الترتيبية المحدودة والتي يمكن بنائها داخل إطار عمل الترتيب المحدودة. ويبدو أن النظرية في حد ذاتها تتطلب هذا الامتداد حيث أنها تؤدي بشكل آلي إلى اعتبار الدوال التي نشير في تعريفها إلى دوال الترتيب المحدودة، وستكون هذه دوال الترتيب ω. وبالاعتراف بالترتيب المحدودة، يمكن إثبات بديهية قابلية الرد. لكن ذلك لا يقدم أي

---

(1)Gödel, K.: op.cit, p.146.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

مساعدة للهدف الأساسي للنظرية، لأن الرقم الترتيبي α– حيث كل دالة قضية مساوية لدالة الترتيب α– كبير جداً، بحيث أن يفترض مسبقاً المجموعات إلى نوع واحد خاص وهو وجود أعداد تقليدية كبيرة خاصة (أو المجموعات جيدة الترتيب) وصلاحية التفكير التكراري فيها. وبشكل خاص، وجود مجموعة جيدة الترتيب، للأنماط φ١ يكون بالفعل لنظرية الأعداد الحقيقية. وبالإضافة لذلك فإن مبرهنة قابلية الرد تعد دليلاً على اتّساق بديهية الاختيار في فروض كانتور، وحتى الفرض المعمم (والذي يقول إنه لا توجد أعداد ترتيبية بين مجال أي مجموعة وبين مجال مجموعاتها الفرعية) مع بديهيات النظرية المجموعات في برنكيبيا.(١)

رابعاً : نظرية الأنماط The Theory of Types:

أصل الآن، بشيء من التفصيل، إلى نظرية الأنماط البسيطة، والتي تظهر في برنكيبيا مصاحبة لنظرية التراتيب؛ مع ذلك فإن النظرية الأولى مستقلة،إلى حد كبير، عن الثانية، حيث لا تتعارض الأنماط المختلطة، بشكل واضح، مع مبدأ الدائرة المفرغة بأي شكل من الأشكال. وفقاً لذلك، وضع "رسل" أيضاً نظرية الأنماط البسيطة على أسباب مختلفة تماماً. ويتشابه السبب المقدم (بالإضافة "لتوافقة مع الإدراك العام") مع "فريجه"، الذي افترض ــ بالفعل ــ في نسقه نظرية الأنماط البسيطة للدوال، لكنه فشل في تجنب التناقضات، لأنه عمل مع الفصول (أو الدوال الماصدقية) دون أي قيود. وهذا السبب هو أن دالة القضية شيء غامض (أو، كما يقول "فريجه" شيء غير مشبع يتطلب الدعم والإضافة).(٢)

وبالتالي، يمكن أن تحدث في قضية ذات مغزى، فقط، بطريقة تزيل الغموض (مثلاً باستبدال الثابت بالمتغير أو تطبيق التقدير الكمي عليه). النتائج هي أن الدالة لا يمكنها أن تحل محل الفرد في القضية، لأن الفرد ليس به اي غموض يتطلب إزالته، وأن الدوال ذات الأنواع المختلفة من الحجج (أي أنواع غموض مختلفة) لا يمكن أن تحل محل بعضها البعض، وهي خلاصة نظرية الأنماط البسيطة. وباتخاذ وجهة النظر الإسمية أكثر (مثل تلك القضية في الطبعة الثانية لبرنكيبيا وفي الصدق والمعني)، حين أشار إلى أنه يمكن للمرء استبدال "القضية" و"عبارة" في الاعتبارات المتروكة (مع التغيرات الإضافية المصاحبة). لكن في كلتا الحالتين. تنتمي هذه الحجة بوضوح إلى ترتيب أفكار نظرية "اللافصل"، حيث إنها تعتبر المفاهيم (أو دوال القضية) كشيء مبني من قضايا أو عبارات

---

(1) Gödel, K. :" Russell's Mathematical logic" , p.p.146-147.
(2) Ibid , p.147

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

بترك أحد المكونات أو العديد منها معاً وتصبح دالات القضايا بهذا المعنى، وهو الأمر الممكن فقط إذا كانت "متلائمة معاً"، أي إذا كانت من النوع الملائم. لكن، لايجب ملاحظة أن نظرية الأنواع البسيطة (في اختلاف مضاد مع مبدأ الحلقة المفرغة) لا يمكنها أن تأتي من وجهة نظر بنائية، لأنه يمكن بناء المفاهيم والفصول بطريقة أخرى، عندما يكون خلط الأنماط ممكناً.(١)

من ناحية أخرى، إذا اعتبرنا التصورات كأشياء حقيقية، فإن نظرية النوع البسيطة ليست مقبولة تماماً، حيث إن ما يتوقعه المرء من التصور يبدو أنه شيء يتعدى كل "الإدراكات" المتعددة على المستويات المختلفة وبالتالي ليس موجوداً وفقاً لنظرية الأنماط. مع ذلك، يبدو أن هناك بعض الحقيقة خلف فكرة "الإدراكات" هذه لنفس التصور أو على مستويات مختلفة متعددة، ويمكن أن نتوقع بذلك، أن تثبت نظرية الأنماط البسيطة ضروررتها على الأقل كنقطة انتقالية لنسق آخر أكثر ملاءمة، وهي طريقة استخدمها "كواينQuine " بالفعل. كذلك يعتبر "الغموض النموذجي، " لدى "رسل"، خطوة في هذا الاتجاه. مع ذلك، بما أنها تضيف فقط مصطلحات رمزية مبسطة لنظرية الأنماط، فهي في الواقع لا تتعدى هذه النظرية.(٢)

يجب ملاحظة أن نظرية الأنماط تقدم فكرة جديدة لحل التناقضات، خاصة ملاءمتها لصورتها المفهومية. وتتركز في لوم التناقضات ليس على بديهية أن كل دالة قضية تعرف تصوراً أو فصلاً، لكن على افتراض أن كل تصور يقدم قضية ذات معنى، إذا تم تأكيدها لأي شيء أو أشياء كحجج. الاعتراض الواضح بأن كل تصور يمكن امتداده إلى كل الحجج، بتعريف تصور آخر يقدم قضية كاذبة عندما يكون التصور الأصلي بلا معنى، يمكن التعامل معه بسهولة بتوضيح أن التصور ذو معنى قابل للتطبيق" ولا يحتاج أن يكون، في حد ذاته، مطابقا بشكل له مغزى.

ويمكن اعتبار نظرية الأنماط البسيطة (بتأويلها الواقعي) على أنها تتم من خلال هذا المخطط، وتقوم مع ذلك على الافتراض الإضافي التالي المتعلق باللا معنى Meaningfulness: "عندما يمكن أن يحل العنصر X مكان عنصر آخر Y في قضية ذات معنى، يمكنه ذلك في كل قضية لها معنى(. هذا بالطبع له نتيجة أن الأشياء مقسمة إلى مجالات مطلقة تبادلية للمدلول. ويتكون كل مجال من هذه الأشياء التي يمكنها أن تحل

---

(1) Gödel, K:.op. cit. , p.148.
(2) Gödel, K:.op. cit. , p.p. 148-149.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

محل بعضها البعض، وبذلك يكون كل تصور دالا فقط بالنسبة للحجج التي تنتمي إلى أحد هذه المجالات؛ أي لأي جزء صغير من كل العناصر. مع ذلك فإن ما يجعل المبدأ السابق محل شك هو أن افتراضه يجعل صياغته كقضية ذات معنى شيء مستحيل(*). لأن x، y يجب تحديدهما إذاً على نطاقات محددة من المدلول والتي تكون الشيء نفسه أو مختلفة عن بعضها البعض، وفي كلتا الحالتين لا يعبر التعبير عن مبدأ أو حتى جزء منه، النتيجة الأخرى هي أن حقيقة أن الشيء x يكون (أو لا يكون) من نمط معين، لا يمكن التعبير عنه بواسطة قضية ذات مغزى.(١)

وليس من المستحيل أن الفكرة ذات النطاق المحدد للدلالة يمكن تنفيذها بدون المبدأ المتشدد السابق. وقد يتضح أنه من الممكن افتراض أن يدل كل تصور في كل مكان ما عدا "نقاط فردية" محددة أو "نقاط محدودة"، بحيث تبدو المفارقات كشيء يشبه القسمة على صفر. ويكون هذا النسق مناسباً جداً في الاتجاه التالي:تبقى حدوسنا المنطقية صحيحة، أي يمكنها أن تقدم صورة صحيحة،وربما تكون مشوشة قليلاً، للحالة الحقيقية للعلاقات. ولكن، لسوء الحظ، فشلت المحاولات التي بذلت في هذا الاتجاه حتى الآن(**)؛إلا أنها لم تثبت استحالتها، وعلى الرغم من مبرهنات اللا اتساق القوية لدى "كلين Kleene و"روسر Rosser[2]

شكلت فكرة تأسيس الرياضيات على المنطق، عبئا على هذا البناء الفوقى الكبير الذى تتمتع به الرياضيات قد وضع المنطق تحت ضغط كبير فهل يمكن أن تكون بديهيات النسق المنطقى، الذى جسد البرنكيبيا تحليلياً ليتلائم مع الرياضيات.الأمر الذي جعل جودل يبحث لإيجاد إجابة تقنعه حول تساؤله.

يطرح جودل تساؤلاً حول ما إذا كان يمكن اعتبار بديهيات برنكيبيا تحليلية؟

وبالنسبة لهذه المشكلة يجب ملاحظة ما يلى :

أولاً : قابلية التحليل يمكن فهمها بمعنيين:(٣) المعنى لأول، قد يكون لها معنى

(*) لا ينطبق هذا الاعتراض على التفسير الرمزي لنظرية للنمط، التي تحدثنا عنها لأن هناك تفسير لا يحمل أي اعتراضات بل رموز من أنماط مختلفة.

(1) Gödel, K. : Op.cit , p.149

(**) النظام الصورى، في هذا الاتجاه هو نظام Churchحيث يعبر عن الفكرة الأساسية بالعبارة المضللة إلى حد ما بأن قانون الوسط المحذوف أصبح مستبعداً، مع ذلك ثبت أن هذا النظام غير متسق.الرجوع الى فلسفة الرياضيات

(2) Gödel, K.: Op.cit, p.150.
(3) Ibid, p. p.150-151.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

صورى الخالص بأن المصطلحات،التي تحدث، يمكن تعريفها بطريقة تصبح بها البديهيات والمبرهنات حالات خاصة من قانون الهوية وتصبح القضايا غير القابلة للإثبات نفي لهـذا القانون.

بهذا المعنى تصبح حتى نظرية الأعداد الصحيحة غير تحليليـة، بـشرط وجـود إحدى قواعد الحذف أو الاستبعاد، والتي تسمح بتنفيذ الحذف في عدد محدد من الخطوات في كل حالة. أما استبعاد هذا الشرط بالاعتراف بالعبارات ذات الطول اللانهائي كخطوات وسيطة لعملية الرد، قد يتضح إمكانية إثبات أن كل بديهيات برنكيبيا تحليلية. لكـن هـذه الملاحظة ذات قيمة تخضع للشك، لأن الرياضيات المطبقة على العبـارات ذات الطـول اللانهائي يجب افتراضها بشكل مسبق لإثبات هذه الناحية التحليلية، أي يمكـن إثبـات أن بديهية الاختيار تحليلية فقط إذا افترضنامسبقاً أنها صحيحة.

المعنى الثاني :تعتبر القضية تحليلية إذا استمرت "لها معنى التصورات الموجـودة فيها" حيث قد يكون هذا المعنى غير قابل للتعريف. وقد يبدو أن كل بديهيات برنكيبيا، في الطبعة الأولى، (فيما عدا بديهية اللانهائى)، في هذه الحالـة تحليليـة بالنـسبة لتـأويلات المصطلحات الأولية، أي إذا كان المصطلح "دالة المحمول " يمكـن اسـتبداله إمـا بـ "الفصل" (بالمعنى الماصدقى) أو (باستبعاد قاعدة الاختيار) بـ "تصور"، بما أنه لا شـيء يمكنه التعبير بشكل أفضل عن معنى المصطلح "الفـصل" إلا بديهيـة الفـصول،وبديهية الاختيار، وبالتالي من ناحية أخرى، يبدو أن معنى المصطلح "تصور" يفترض أن كل دالة قضية تعرف مفهوماً. الصعوبة فقط في أننا لا ندرك مفاهيم "تـصور" و"فـصل" بتمييـز كافٍ، كما توضح المفارقات.

يصرح جودل عن رؤيته مؤكدا عدم تعارض هذه الرؤية مع الرأي الذي دافع عنه من قبل بأن الرياضيات قائمة على قواعد ذات محتوى حقيقي، لأن وجود تصور "فـصل" يمثل بالفعل هذه القاعدة وإذا عرفنا "فصل" و"ε" إحتـواءالفرد فـي فـصل، علـى أنهـا "التصورات الخاضعة للقواعد" فلن نستطيع إثبات وجودها. ويمكن تعريف "التصور" فـي صورة "قضية"، على الرغم من أنه اعتقد أن ذلك ليس إجراء طبيعيًّا، لكن بذلك سنـضطر لافتراض قواعد معينة عن القضايا والقابلة للتعديل فقط بالدلالة إلى المعنى غير المعروف للمصطلح يجب ملاحظة أن هذه الرؤية عن قابلية التحليل تجعل من الممكن اختصار كـل قضية رياضية إلى حالة خاصة a = a إذا حدث الرد، ليس في صورة تعريفات المصطلح،

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

بل في معناه، وهو الذي لا يمكن التعبير عنه تماماً في مجموعة من القواعد الصورية.[١]

في ضوء هذا الموقف، اتخذ "رسل" مساراً، وهو أن يضع في اعتباره كلاً من الفصول والتصورات على أنها ليست موجودة، واستبدلها ببنيات خاصة بنا. ولايمكن إنكار أن هذا الإجراء أدى إلى أفكار مثيرة وإلى نتائج ذات قيمة عالية لمن يتخذون وجهة النظر المضادة. بشكل عام، مع ذلك، فإن الناتج هو أن أجزاء المنطق الرياضي فقط هي التي تبقى، ما لم يعاد تقديم الأشياء المدونة في صورة قضايا لا نهائية أو بواسطة بديهيات مثل بديهية قابلية الرد والتي تعتبر خاطئة بشكل واضح (في حالة العديد من الأفراد) ما لم نفترض إما وجود الفصول أو العديد من "المجموعات". يبدو أن هذة المصطلحات "فصل" و"تصور"، ووضع نظرية متوافقة للفصول والتصورات ككيانات لها وجود بشكل موضوعي. هذا هو المسار الذي اتخذه تطور المنطق الرياضي والذي اضطر "رسل" ـــ نفسه ـــ إلى دخوله في الأجزاء البنائية من عمله.[٢]

لقد بدا الأمر، بالنسبة للعديد من الفلاسفة بما فيهم رسل، أن المنطق ـــ نفسه ـــ يجب أن يكون مستقلاً بالكامل عن أى ادّعاءات للوجود، لقد كانت أكثر افتراضات الوجود المطلوبة الإنتقادية ـــ وراء بديهية اللانهائية ـــ كان ما أسماه بديهية القابلية للرد، والتى أحد أشكالها تعبر عن أن بأعطاء أى مجموعة من الفصول غير المتداخلة سيوجد فصل إضافي مؤلفة من عضو واحد من كل الفصول المعطاة. انها تبدو بديهية عقلانية بصورة كافية وتبدو، فى ظاهرها أقل مخاطرة من بديهية اللانهائية ولكن ما سيثير الجدل أن نطلق عليها أنها صادقة استناداً على صوريتها، على الرغم من أنها أشياء دخيلة لوضع البديهيات التى تؤكد وجود الفصول.[٣]

انتهى جودل إلى الاعتراف بقيمة المحاولات الفكرية، التى قدمها رسل لتحقيق حلمه وحلم ليبنتز من قبله فى رد الرياضيات إلى المنطق محدداً أهم تلك المحاولات في هذا الاتجاه نظرية العلاقات والتى تعد أساس كل النظريات الأخرى مثل،"نظرية الأنماط البسيطة"، و"نظرية المجموعات"، بتحديد طبيعة ارتباط الحدود داخل القضية وفق علاقات محددة تبعا لمفهومها وتصوراتها وماصدقاتها، مثل هذا التحديد وفقا لبنية التركيبات المنطقية و بنية النسق اللغوى ودلالة الألفاظ. والتى من خلالها تستطيع تحقيق قدر من

---

(1) Gödel, K.: Op.cit, p.151.
(2) Gödel, K.: Op.cit, p.152.
(3) Jager , R: "The Development of Bertrand Russell's Philosophy", P.213.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

النجاح يسمح لاشتقاق الرياضيات الحديثة، وتجنب المفارقات. بالرغم من أن التصورات الأولية مازالت تحتاج لمزيد من التوضيح والتفسير.

ويبدو من المعقول الشك في أن عدم الفهم الدقيق للأسس هو المسئول عن حقيقة أن المنطق الرياضي ظل حتى الآن بعيداً عن الآمال الكبيرة لـ "بيانو" وآخرين والذين كانوا يأملون ؛وفقاً لإدعاءات ليبنتز؛ أنه يسهل الرياضيات النظرية إلى نفس الحد مثل النسق العشري للأعداد الذي سهل الحسابات الرقمية. وكيف يمكن للشخص حل المسائل الرياضية بمجرد تحليل المفاهيم المعروضة، إذاً كان التحليل لا يكفي حتى لوضع القواعد؟ لكن ليست هناك حاجة للتخلي عن الأمل. ولم يتحدث "ليبنتز" في كتاباته " عن المشروع اليوتوبي. إذا كنا سوف نصدق كلامه بأنه طور هذا الحساب إلى حد كبير، لكنه انتظر ولم ينشره حتى تسقط البذرة التالية على أرض خصبة. وتمادى أكثر من ذلك وقام بتقدير الوقت اللازم لحسابه كي يتطور بواسطة عدد من العلماء إلى الحد الذي "يكون لدى الإنسانية نوع جديد من الآلات يرفع من قوى التفكير أكثر من أي آلة بصرية أخرى كانت قد دعمت قوة الإبصار".

إن هذا الموقف يبدو، مقارناً مع ماظهر فى نهاية القرن التاسع عشر، مع تطور الهندسة اللاإقليدية. إن إستجابة رسل فى ١٩٠٣ لهذا التطور المؤخر نجده يتعلق بالموضوع هنا. ثم حاول بعد ذلك أن يجد سمات عامة للهندسة تمكنها من أن يتم إستعمالها فى أصول الرياضيات وكذلك مبادىء المنطق. كما فهم ذلك، بدون التعرض لسؤال صدق البديهيات الإقليدية.وبإختصار شديد،فإن هذا كان كامناً فى تطوير المنطق الملائم للقول بأن البديهيات تتضمن المبرهنات.[1] كتب رسل فى مقدمة الطبعة الثانية لكتابه "أصول الرياضيات" عام ١٩٣٨ إيمانا منه بالنزعة المنطقية الفرضيات الأساسية للصفحات التالية، والتى تذهب إلى التطابق بين الرياضيات والمنطق " وهى التى لم أرى أى سبب لتعديلها "، ربما أصر رسل على وضع تلك العبارة فى المقدمة ردا على ما أنتج من هجوم عنيف حول أسس الرياضيات ومدى يقينها وكذلك أستحالة البرهنة على شىء كما ذهب إلى ذلك جودل. وعلى نفس المنهج صار جون بولوك John L.Pollok الذى يرى أن غاية عمله إثبات عدم صحة النزعة المنطقية التى نادى بها رسل محاولا تدعيم وجهة نظره إستنادا على نتائج جودل فى نقطتين رئيسيتين هما :

١- يمكن تعريف كل مفاهيم الرياضيات بمفاهيم المنطق، وطبقا لذلك فإن كل عبارات

---

(1) Jager, R: Op. cit., P.217.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

الرياضيات يمكن ترجمتها الى عبارات منطقية.

٢-صدق كل قضايا الرياضيات يصبح صدقا منطقيا[1].

اشتهرت النزعة المنطقية Logicism بأعتبارها نتاج أعمال رسل ومجهوداته فى تفسير المعرفة الرياضية بالقول بأن لها نفس المصادر وتصنيفات المنطق، وهى بذلك تبسيط للمشكلات الإبستمولوجية لتفسير المعرفة بأسس الرياضيات، وقبل عام ١٩٣١ أعتقد البعض أن المنطق بديهيا. وفى الحقيقة، فقد افترض أن المنطق أصبح بديهيا على يد رسل فى كتاب أصول الرياضيات، وتبعا لذلك فسرت النزعة المنطقية بأعتبارها دعما للنظرية الكلاسيكية أى صدق الرياضيات التقليدية.وفى عام ١٩٣١ نشر جودل مبرهناته الشهيرة بمبرهنة عدم الإكتمال، والتى تنص فى جوهرها أن لايعد كل من الرياضيات والمنطق بديهيا بصورة كاملة " والنتيجة أن النزعة المنطقية حتى وإن كانت صحيحة فلا يمكن أعتبارها كتفسير للمعرفة الرياضية. لأن نتائج جودل تظهر بأستحالة فهم معرفتنا بالأسس المنطقية. وهكذا معرفتنا الرياضية. حيث أظهر أن أية رابطة بين النزعة المنطقية والرياضيات التقليدية قد زالت، وتبعا لذلك، فإن العديد من الأفراد قد نزعوا إلى اعتبار أن النزعة المنطقية صادقة وذات أهمية فى ذاتها دون تقديم أى مساعدة لشرح معرفتنا القبلية للرياضيات. ومازال السؤال قائما حول كونها صحيحة أم لايحتاج إلى إجابة. هل النزعة المنطقية صادقة أى محاولة رد الرياضيات إلى أسس منطقية ؟[٢]

يذهب جون بولوك إلى أنها خاطئة. معتمدا على نقطتين رئيسيتين هما. معظم المحاولات التى دحضت النزعة المنطقية ركزت على المبادىء والاساس الثانى (صدق الرياضيات يصبح صدقا للمنطق) بينما ركز جون بولوك على المبدأ الأول " يمكن تعريف كل مفاهيم الرياضيات بتصورات منطقية وطبقاً لذلك يمكن ترجمة عبارات الرياضيات إلى عبارات منطقية ".فإذا كان المقصود "بالمنطق" هو" المنطق بالدرجة الأولى" فإن النزعة المنطقية تعد خاطئة بصورة واضحة. لأن المنطق من الدرجة الأولى بديهيا بصورة كاملة، ومن ثم فإن أى نظرية رياضية يمكن ردها إليه ستكون بديهية، ولكن أثبتت مبرهنة جودل أن ليست كل النظريات الرياضية قابلة لأن تعد بديهية، ولهذا لايمكن رد كل النظريات الرياضية إلى المنطق ذى الدرجة الأولى. وربما تكون النزعة المنطقية مقنعة إذا أشتملت

---

(1) John L.Pollok :"On Logicism" in Essays on Bertrand Russell" Edited by Klemke, E.D.,University of Illinois Press, London, 1970, p.p.388-389.
(2) John L.Pollok:" On Logicism" in Essays on Bertrand Russell" Edited by Klemke, E.D.,University of Illinois Press, London, 1970,P389.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

على نظرية المجموعات أو النظر للمنطق بأعتباره منطقا ذا نمط عالى[١].

وبناءً على ما سبق يمكن تحديد الصحة المنطقية Logical Validity للمنطق ذى مرتبة عالية فى نظرية المجموعات، وحتى الآن فإن إمكانية رد الرياضيات إلى المنطق ذى النمط الأعلى هى أيضا إمكانية ردها إلى نظرية المجموعات وبالتالى فإن صدق النزعة المنطقية تحولت إلى تساؤل عن إمكانية رد الرياضيات إلى نظرية المجموعات من عدمه ؟[٢].

لقد كتب رسل فى المبادئ : "لقد تم إثبات، بكل إقناع البراهين الرياضية، أن أى مقدمات أخرى غير مقدمات إقليدس (مقدمات رسل) يمكن أن تعطى النتائج تجريبياً [منطقياً] بشكل غير مميز فى إطار حدود الملاحظة (نظرية العدد)، من هؤلاء الخاصين بالنسق التقليدى (PM).. لكن تمخض التحرى عن روح جديدة بين علماء الهندسة [علماء المنطق] ومن خلال إيجاد أن أنكار بديهية إقليدس الخاصة بالمتوازيات [بديهية رسل لصالح الفروض المتواصلة الخاصة بزرميلو Zermelo أو جودلGodel قد أدى إلى نسق مختلف، الذى كان متسقاً بذاتيه، ومن المحتمل أن يكون صادقاً فى العالم الفعلى، فإن علماء الرياضيات (المناطقه) أصبحوا مهتمين بتطوير التوابع التى أتت من مجموعات البديهيات الآخرى التى تشبه تقريباً بديهيات إقليدس (بديهيات رسل) ومن ثم ظهر عدد كبير من الهندسات [الأنساق المنطقية] غير المتسقة، كقاعدة مع بعضها البعض ولكن كلاً منها متسق بذاته داخلياً. إن التشابه مع إقليدس(رسل)المطلوب فى مجموعة مقترحة من البديهيات قد قلت بالتدريج، ونجد أن يتم التحقيق عن العديد والعديد من الأنساق الأستنباطية الممكنة على حسابهم، وبهذة الطريقة فإن الهندسة [نظرية المجموعات] أصبحت فرعاً من الرياضيات البحتة أى مادة يكون فيها التأكيدات هى أن النتائج كذا وكذا تلزم منطقياً عن المقدمات كذا وكذا، وليس أن الكينونات التى تضفها المقدمات تتواجد بالفعل"[٣]

وكون أن هذه القطعة يمكن أستخدامها فى وصف عمله فلا يعد هذا شيئاً قد خطر على بال رسل فى ١٩٠٣ عندما كتبه وكذلك فإن هذا لم يكن ليرضيه فى عام ١٩٣٧ عندما أعاد طبعه.

---

(1) John L.Pollok :"On Logicism", p.p.389-390.
(2) John L.Pollok :" On Logicism" , p.390.
(3) Jager , R: Op.cit.,P.P.217-218

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

نتائج البحث :

بعد هذا العرض التحليلى النقدى لبعض نظريات المنطق الرياضـــى لـــدى رســـل يمكننا استخلاص النتائج التالية:

١- أن رؤية كورت جودل شكلت بالضرورة رافداً من أهم روافد تطـــوير الرياضـــيات، فلم تقتصر الحقيقة الرياضية على مطابقة المسلمات للواقع وإنما على مـــدى إتـــساق النسق ذاته.

٢- وترتيبا على النتيجة السابقة فقد أدى الأمر إلى تجريد المسلمات مـــن كـــل المعـــانى الهندسية وإحالتها إلى تصورات منطقية بحته، ومن ثم تراجعت الأشكال الهندسية التى أحتلت الصدارة فى علم الرياضيات وأخضعت علم الحساب نفسه لها فى العالم القديم، وأصبح الأمر منصباً على أعداد فحسب بل وعلى تصورات منطقية خالصة.

٣- أثبت جودل أن علم الرياضيات ليس مكتمل البرهنة، ولا بإمكانه أن يبلغ لحظة تمـــام البرهان. وتبلورت نتائج مبرهناته كنقطة إنطلاق محورية لإعادة النظر فـــى محاولـــة رسل رد الرياضيات للأسس المنطقية.

٤- وترتيبا على ما سبق فقد قدم جودل نوعاً من العـــصف الـــذهنى Brain Storming للباحثين فى المنطق الرياضى. وهو ما يعد اسهاماً جديداً من جانب جودل فـــى فهـــم منطق رسل.

٥- وتأسيسا على النتائج السابقة يمكننا القول إن موقف جودل يأتى لتطوير منطق برتراند رسل أكثر منه رؤية نقدية، وهو ما تفرد به بين الباحثين الذين تعرضوا لمنطق رسل.

٦- أن مبرهنة جودل لعدم إكتمال النسق، مهدت الطريق للمنطـــق الرياضـــي كمحاولـــة لإكتمال النسق بتصوراته المنطقية وبتعمقات أكبر في دلالة اللغة.

٧- فتح جودل الطريق أمام علم الدلالات للبحث فى الأنساق الصورية من ناحية منطقية، ودلالية، وبذلك استطاع أن يوجه علماء الرياضيات والمناطقـــة إلـــى التفكيـــر فـــى الصياغات الصورية من زاوية دلالية، وجعلهم يتأملون الأفكار والحقـــائق الرياضـــية من خلال منحى تركيبي ولغوى بصورة جذرية.

٨- اعترف جودل بقيمة المحاولات الفكرية، التى قدمها رســـل لـــرد الرياضـــيات إلـــى المنطق من خلال تحديد طبيعة ارتباط الحدود داخل القضية وفق علاقات محددة تبعـــا

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

لمفهومها وتصوراتها، ووفقا للأبعاد البنية المنطقية والسيمنطيقة والتى مـــن خلالهـــا إستطاع رسل تحقيق قدر من النجاح يسمح لاشتقاق الرياضيات الحديثة مـــن الأســـس المنطقية، وتجنب المفارقات.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

المصادر والمراجع والمعاجم والقواميس

العربية والأجنبية

أولاً: المصادر والمراجع العربية

(أ) المصادر المترجمة إلى العربية

١- برتراندرسل: فلسفتي كيف تطورت، ترجمة عبد الرشيد الصادق، مراجعة زكى نجيب محمود،مكتبة الأنجلو المصرية، الطبعة الأولى، ١٩٦٠.

٢- ------:أصول الرياضيات، ترجمة محمد مرسى أحمد، أحمد فؤادالأهوائى، الجزء الأول، دار المعارف بمصر، 1965.

٣- ------: محاورات برتراندرسل:شيخ فلاسفة العصر، ترجمة جلال العشرى، الهيئة المصرية للكتاب، 1979.

٤- ------: مقدمة الفلسفة الرياضية، ترجمة محمد مرسى أحمدو أحمد فؤاد الأهوانى مؤسسة سجل العرب، القاهرة، 1980.

٥- ------: فلسفة الذرية المنطقية، ترجمة ماهر عبد القادر محمد، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، 1998.

(ب) المراجع العربية

١- إبراهيم يوسف النجار: برتراندرسل فكره وموقعه فى الفلسفة المعاصرة، الجامعة الأمريكية، بيروت،١٩٩٧

٢- ------: "الفلسفة التحليلية من هيوم إلى رسل" الفكر العربى لعدد ٦٣ السنة الثانية عشر مارس ١٩٩١ مجلة الإنماء العربى للعلوم الإنسانية والفلسفة والعلوم".

٣- زكي نجيب محمود : نوابغ الفكر الغربي ٢ برتراندرسل، دار المعارف بمصر، القاهرة، الطبعة الثانية، بدون تاريخ.

٤- ------:المنطق الوضعى،، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، 1951.

٥- ------:موقف من الميتافيزيقا، دار الشروق، بيروت، الطبعة الثانية، 1983.

٦- صلاح عثمان، المنطق متعددالقيم بين درجات الصدق وحدود المعرفة،منشآة المعارف، الإسكندرية، 2002.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

٧- ماهر عبد القادر محمد : نظريات المنطق الرياضى، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية، ١٩٨٠.

٨- ------: فلسفة العلوم " المنطق الرياضى "، دار النهضة العربية جـ 3، بيروت، 1985.

٩- ----------: كارل بوبر منطق الكشف العلمى،أورينتال، الإسكندرية،2011.

١٠- محمد ثابت الفندى : فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، طبعة أولى، ١٩٦٩، محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزى، دار المعرفة الجامعية، الأسكندرية, ١٩٩١.

١١- محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي، دار المعرفة الجامعية، الإسكندرية ١٩٩١.

١٢- محمد مهران : مقدمة للمنطق الرمزي، دار الثقافة للطباعة والنشر، القاهرة، ١٩٧٨.

١٣- ------: فلسفة برتراندرسل، دار المعارف القاهرة، طبعة ثالثة، 1986

١٤- ------: دراسات فى فلسفة اللغة، دار قباء للطباعة والنشر والتوزيع، القاهرة،1998

١٥- محمود فهمى زيدان: فى فلسفة اللغة، دار النهضة العربية، بيروت، 1985.

(ج) مراجع مترجمة إلى العربية

١- أ.ه.بيسون ود.ج.أوكونر: مقدمة فى المنطق الرمزى، ترجمة :عبد الفتاح الديدى، دار المعارف بمصر، القاهرة،

٢- ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق ومناهج البحث فى العلوم الإستدلالية، ترجمة عزمى إسلام، مراجعة فؤاد زكريا، الهيئة العامة للتأليف والنشر، القاهرة، 1970.

٣- روبير بلانشى: المنطق وتاريخه من أرسطو حتى رسل، ترجمة خليل أحمد خليل، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

(د) المعاجم والموسوعات :

١- جميل صليبا : المعجم الفلسفى، دار الكتاب اللبنانى، بيروت، 1982

٢- فؤاد كامل وآخرون: الموسوعة الفلسفية المختصرة، مراجعة زكى نجيب محمـــود، مكتبة الأنجلو المصرية، 1982،

٣- عبد المنعم الحفنى، المعجم الفلسفي، موسوعة الفلسفة والفلاسفة، مكتبـــة مـــدبولى، القاهرة، ط 2 جـــ1 ، جـــ2، 1999

٤- م.روزنتال ويودين : الموسوعة الفلسفية، ترجمة سمير كرم، مراجعة صادق جـــلال العظم وجورج طرابيشى، دار الطليعة للطباعة والنشر، بيروت، 1967.

٥- يوسف كرم، مراد وهبه ويوسف شلاله، المعجم الفلسفى، الهيئة المـــصرية العامـــة للكتاب، ٢٠١٦

٦- معـــن زيـــادة :الموســـوعة الفلـــسفية العربيـــة، المجلـــد الثـــانى، (المـــدارس والمذاهبوالأتجاهات والتيارات، القسم الأول، معهد الإنماء العربى، الطبعة الأولـــى، 1988.

ثانيا: المصادر والمراجع الأجنبية

(أ) المصادر الأجنبية

1- Gödel , K.:**"Russell's Mathematical Logic"**, in " The Philosophy of Bertrand Russell", Edited by Schilpp, Paul, A., North Western University , Evanston & Chicago , 1944.

2- Quine,W.V.:**"Russell's Theory of Types"** in "Essays on Bertrand Russell", Edited By; Klemke, E.D., University of Illinois Press, London, 1970

3- Russell B.: **Human Knowledge Its Scope and Limits**, Published by Simon and Schuster, New York, 1948.

4- –: **"My Mental Development"**, in "The Philosophy of Bertrand Russell", Edited By; Paul A. Schlipp, Northwestern University, Evanston and Chicago, 1944.

(ب) المراجع الأجنبية

1- Anscombe,G.E.M.;**"An Introduction to Wittgenstein's Tractatus**", Hutchinson University, London, 1967,

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

2- Alasdair Urquhart :**Russell's Zigzag path to the ramified to theory of types** in "the journal of Bertrand Russell studies edited by Russell McMaster University, Canada, 1988.

3- A.N.Prior: "**Russell, Bertrand Arthur William"**, in "The Encyclopedia of Philosophy", Edited By: Paul Edwards, Collier Macmillan, New York, Vol. 7, 1972.

4- Arthur , Pap, : **"Types and Meaninglessness"**, in "Mind", Vol. LXIX, No. 273, Published By; Thomas Nelson & Sons, Ltd., Parkside Works, Edinburgh, 1960.

5- Carnap,R. **:"The Logicist Foundations oF Mathematics"**,"in Essays On Bertrand Russell",Edited by E.D.Klemke,University of Illinois Press, London,1970.

6- Dagfinn Follesdal :**"Introductory note to 1961",** in"Kurt Gödel Collected Works", Edited by Solomon Feferman & John W. Dawson Dagfinn Follesdal, Oxford University Press, New York Oxford, v.3, 1995.

7- Dummett Michael**:"Frege, Gottlob"**, in; "The Encyclopedia Of Philosophy", Edited By: Paul Edwards, Collier Macmillan, New York; Vol. III; 1972.

8- F.P Ramsey:**"Predicative Functions and the Axiom of Reducibility"**, in, Essays On Bertrand Russell", Edited by E.D.Klemke, University of Illinois Press, London, 1970.

9- Feibleman, James:**"A Reply to Bertrand Russell's Introduction to the 2nd Edition of "The Principles of Mathematics"**, in "The Philosophy of Bertrand Russell", Edited By; Paul A. Schilpp, Northwestern University, Evanston & Chicago, 1944.

10- J. Van Heijenoort : **"Gödel'stheorem"** in "The Encyclopedia of Philosophy" Edited By,Paul Edwards, Collier Macmillan, New York, VoL.3 1972

11- Jager, R.: **"The Development of Bertrand Russell's Philosophy",**George Allen and Unwin, LTD., London, 1972.

12- Klemke, E.D.: **"Logic and Ontology In Russell's Philosophy"**, in "Essays on Bertrand Russell", Edited By; Klemke, E.D., University of Illinois Press, London, 1970

13- Pears, David & Kenny, Anthony: **"Mill to Wittgenstein"** in "The Oxford Illustrated; "History Of Western Philosophy ", Oxford University Press, New York; 1994

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

14- Rebecca Goldstein **"Incompleteness" The Proof and Paradox of** Kurt Gödel, Atlas Books, W.W.Norton&Company, NewYork,2005.

15- Stephen C. Kleene: **"Kurt Gödel A biographical memoir"**, in National academy of sciences, Washington D.C., 1987.

16- Solomon Feferman :"**In the light of logic",** in "Logic and computation in philosophy", Oxford ,,U. press,U.S.A.

(ج) المعاجم:

1- Runes, Dagobert D.: **"Dictionary Of Philosophy"**, Philosophical Library, New York, 16th Edition.

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com

PDF created with pdfFactory Pro trial version www.pdffactory.com