بسم الله الرحمن الرحيم

توقع معدلات الخسارة فى التأمينات العامة وفق النموذج البيزى التجريبى بالتطبيق على شركات تأمين المناطق الحرة فى السوق المصرى

إعداد

دكتور/ محمد كامل سيد أحمد

مدرس التأمين – كلية التجارة – جامعة القاهرة بالخرطوم

المقدمة :

أ - تمهيد وطبيعة المشكلة موضوع الدراسة :

إن التسعير فى التأمينات العامة يعد من المراحل الهامة فى العملية الإكتتابية بصفة عامة ، وأن التنبؤ الدقيق بمعدلات الخسارة فى الأنواع المختلفة من تأمينات الممتلكات والمسئولية وفق القياس الكمى بالنماذج الإحصائية الحديثة يعد الركيزة الأساسية فى عملية تسعير هذه الأنواع من التأمين . والجدير بالذكر أن طرق التحليل البيزى وبخاصة منهج التحليل البيزى التجريبى The Empirical Bayes approach تقدم منهجاً مناسباً لتوقع متوسط معدلات الخسارة لأنواع مختلفة من تأمينات الممتلكات والمسئولية فى تلك الشركات التى تتصف بصغر حجمها من ناحية والإرتفاع النسبى لمعدلات الخسارة فيها وعدم إستقرارة من ناحية أخرى ومن المطلوب دمج أكثر من شركة صغيرة تمارس نفس الأنواع من التأمين معاً مما ينتج عنه خبرة كافية تساهم فى تنبؤ أكثر دقة بمتوسط معدلات الخسارة وفق المنهج البيزى التجريبى[١] .

هذا وتجدر الإشارة إلى أن تحديد معدلات الخسارة Loss Ratios يعتمد على عنصرين أساسيين هما الخسائر المحققة Losses incurred والأقساط المكتسبة Premiums earned .

$$\text{حيث معدل الخسارة} = \frac{\text{الخسائر المحققة}}{\text{الأقساط المكتسبة}}$$

وأن الخسارة المحققة = التعويضات المسددة + إحتياطى التعويضات أول المدة – إحتياطى التعويضات آخر المدة

وأن الأقساط المكتسبة = الأقساط التى تخص السنة + مخصص الأخطار السارية أول المدة – مخصص الأخطار السارية آخر المدة

أى أن تحديد معدلات الخسارة يعتمد على تفاعل هذين العنصرين ومدى تحركهما فى المستقبل إعتماداً على الخبرة الماضية لهما[٢] . إلا أنه فى غالبية الأحوال لا تتعادل الخبرة الفعلية مع ماكان متوقعاً لها وفق الخبرة الماضية المعتمدة على البيانات التاريخية ، وهو مايؤثر على معدلات الخسارة المتوقعة تأثيراً مباشراً خاصة فيما يتعلق بالشركات ذات الخبرة الماضية المحدودة بالإضافة لضعف سعتها الإكتتابية مع إتساع تباين نتائجها الفنية بالمحفظة التأمينية . لذا يقترح تطبيق المنهج البيزى التجريبى مع العمل على دمج خبرة أكثر من شركة فى نطاق

(1) Carl Morris, Parametric Empirical Bayes Inference: Theory and Applications, Journal of The American Statistical Association, 1983, P.48.

(2) Robert and Stuart, Loss Distribution, U.S. John Wiley & Sons Inc. 1984, pp.3-5.

عمل واحد (شركات تأمين المناطق الحرة فى السوق المصرى) مما يتيح خبرة أفضل لعمل تنبؤ دقيق فى الأجل القصير بصفة خاصة . ويتميز هذا المنهج بسهولة التطبيق من ناحية وقدرته على التنبؤ الدقيق بمعدلات الخسارة لأكثر من نوع من أنواع التأمينات العامة فى آن واحد (وهو النموذج المقترح تطبيقه على فروع الحريق والنقل البحرى وأجسام السفن والحوادث المتنوعة) خاصة تلك الأنواع التى إكتملت لها خبرة كافية تساهم فى توقع أكثر دقة لمعدلات الخسارة للعام التالى مباشرة للخبرة الماضية المتاحة (حيث فترة الخبرة المختارة فى هذا البحث من عام ١٩٨٣ حتى عام ١٩٩٥) .

وتنحصر مشكلة البحث الأساسية فى تقدير متوسط معدلات الخسارة للمجتمعات الأصلية (فروع التأمين موضوع التطبيق) وهى قيمة غير معلومة وغير معروفة لذا فمن المفيد الإعتماد على تقدير هذا المتوسط من البيانات التجريبية المتاحة للفروع موضوع التطبيق ، بمعنى أن متوسط السلاسل الزمنية Time series mean للسنوات المتاحة من الخبرة الماضية سوف يكون الركيزة الأساسية للتنبؤ بالسنة التالية مباشرة لهذه السلسلة الزمنية لكل نوع تأمين لكل شركة من الشركات بحيث يتوافر فى المتوسط المتوقع لمعدلات الخسارة الدقة والضبط اللازمين وهو مايتيحه المنهج البيزى التجريبى لفروع التأمين التى تتصف بعدم الإستقرار فى معدلات الخسارة بها سواء كانت تبايناتها متساوية أو غير متساوية .

ب - *أهمية البحث والأسلوب الإحصائى المستخدم* . -

يفيد التنبؤ الدقيق لمعدلات الخسارة فى التأمينات العامة فى الآتى : -

١ - قياس ربحية الإكتتاب مع القدرة على التخطيط الدقيق للأرباح الإكتتابية فى المستقبل .

٢ - علاج آثار التضخم فى التأمين .

٣ - التنبؤ بالتعويضات المدفوعة لتحديد أسعار التأمين المطلوبة .

٤ - التنبؤ بالأقساط المكتسبة فى المستقبل .

٥ - المساهمة فى إستقرار معدلات الخسائر فى الأجل الطويل بالتوقع الدقيق والمستمر لها فى الأجل القصير وفق الأساليب الإحصائية الحديثة والتى منها المنهج البيزى التجريبى المستخدم فى هذا البحث .

وتتضح أهمية إستخدام المنهج البيزى التجريبى للتنبؤ بمعدلات الخسارة فى إمكانية التنبؤ لأربعة فروع من تأمينات الممتلكات والمسئولية وذلك عن طريق أساليب إحصائية متعددة منها :-[1]

(1) Lamm-Tennant, J., Starks, L., and Stokes L., An Empirical Bayes Approach to Estimating Loss Ratios, Journal of Risk and Insurance, 1992, Vol LIX No.3, P.428, P.431.

أ – المنهج البيزى التجريبى لفروع التأمين ذات التباين المشترك لمتوسطات معدلات الخسارة وهو منهج يستخدم فى حالتى تساوى التباين لكافة الفروع أو الإعتماد على التباين المشترك Pooled variance بين كافة الفروع متى كانت فترة الخبرة الماضية المتاحة غير كافية وغير كبيرة .

ب – المنهج البيزى التجريبى لفروع التأمينات العامة ذات التباين المتعددة لمعدلات الخسارة لفروع التأمين شريطة توافر مدة خبرة ماضية طويلة when the n_i's are large .

جـ – مقارنة الأسلوبين السابقين بالمتوسط لمعدلات الخسارة الناتج عن المنهج التحليلى للسلاسل الزمنية بالإعتماد على فكرة المتوسطات للسلاسل الزمنية المهدة بأى من طرق التمهيد The smoothing methods of the time series ، وذلك بواسطة متوسط مربعات أخطاء التنبؤ The Mean Squared prediction errors (MSE) مع مقارنة الشواهد الفعلية لبيانات عام ١٩٩٥ (فعلى) بالمتوسط المتوقع (المقدر) بواسطة التحليل البيزى من ناحية وتحليل السلاسل الزمنية من ناحية أخرى وتحديد نسب الأمان Relative Savings المتوافرة .

جـ – أهداف البحث :

يهدف هذا البحث إلى : –

١ – التوصل إلى نموذج كمى للتنبؤ بمتوسط معدلات الخسارة فى أربعة فروع من تأمينات الممتلكات والمسئولية فى آن واحد وهى الحريق ، النقل البحرى ، أجسام السفن والحوادث المتنوعة يعتمد على المنهج البيزى التجريبى .

٢ – إستخدام النموذج الكمى "الإحصائى" المقترح للتنبؤ بمعدلات الخسارة المستقبلية للفروع الأربعة للعام التالى لفترة الخبرة الماضية المتاحة (١٩٨٣ – ١٩٩٤) أى للعام ١٩٩٥ وذلك بشركات تأمين المناطق الحرة فى السوق المصرى للتأمين .

٣ – دراسة مقارنة بين إستخدام متوسط معدل الخسارة للأنواع الأربعة وفق كلا من المنهج البيزى التجريبى ومنهج تحليل السلاسل الزمنية قبل وبعد تمهيدها بواسطة The method of moving average وهى إحدى طرق التمهيد smoothing للسلاسل الزمنية ، وذلك على أساس معيار متوسط مربعات أخطاء التنبؤ The mean squared forcast errors .

د - حدود الدراسة ونطاق التطبيق والبيانات الأساسية المطلوبة .

تعتمد بيانات الدراسة فى هذا البحث على معدلات الخسارة فى أربعة فروع لتأمينات الممتلكات والمسئولية هى الحريق والنقل البحرى وأجسام السفن والحوادث بشركات التأمين المباشر بالمناطق الحرة فى سوق التأمين المصرية وهى الشركات التى تعمل بنظام المناطق الحرة طبقاً لقانون خاص بنظام إستثمار المال العربى والأجنبى والمناطق الحرة وهو القانون رقم ٢٣٠ لعام ١٩٨٩ وهى شركتى المصرية الأمريكية للتأمين والعربية الدولية للتأمين وذلك عن الفترة من عام ١٩٨٣ حتى عام ١٩٩٥ (ثلاثة عشرعاماً) . ويبين الجدول رقم (١) التالى متوسط معدلات الخسارة السنوى للفروع الأربعة بالشركات التى تعمل بالمناطق الحرة وذلك عن الفترة من عام ١٩٨٣ حتى عام ١٩٩٤ حيث تستخدم بيانات عام ١٩٩٥ كبيانات فعلية فى الدراسة التحليلية لمقارنة نتائج المعدلات المتوقعة بالشواهد الفعلية لمعدلات الخسارة .

(٪)

البيان / السنة	فرع الحريق	فرع النقل البحرى	فرع أجسام السفن	فرع الحوادث
١٩٨٣	٥٢,-	٦٦,٢	١٨١,٢	٥٠,٨
١٩٨٤	٦٤,١	٤٧,-	٦٣,٧	٥٨,٨
١٩٨٥	٨,٢	١٠,٣	٦,٦	٥١,٨
١٩٨٦	٢٢,٨	٨,٩	٦٠,٨	١٨,٢
١٩٨٧	١٢,٤	(١٩,٣)	٨٥,٥	٥١,٥
١٩٨٨	٦,٩	٦٣,٤	٢٨١,١	٣٢,٤
١٩٨٩	٤٤,٢	١٤,٤	٥٦,٣	١٨,٤
١٩٩٠	٣,٩	٥,٧	٦,-	٢٩,١
١٩٩١	١١,١	٤٧,٣	(١,٦)	(٣٣,٦)
١٩٩٢	١٤,٢	٩٥,٩	١٤٣,١	٣,٢
١٩٩٣	١,٢	٣,٤	(١٧,٢)	١٦,٢
١٩٩٤	٢٠,٦	٧,٥	(٢٧,٥)	٥٠,١

جدول رقم (١)[١]

(١) بيان هذا الجدول من الكتاب الإحصائى السنوى عن نشاط سوق التأمين فى جمهورية مصر العربية ، الهيئة المصرية للرقابة على التأمين للأعوام من ٨٣/٨٢ حتى عام ١٩٩٦/٩٥ . علماً بأن المعدلات بين الأقواس هى قيم سالبة .

هـ - منهج الدراسة :-

سوف تتم الدراسة فى هذا البحث من خلال المباحث التالية : -

* **المبحث الأول** : النموذج الإحصائي "الكمى" المقترح للدراسة والتقديرات البيزية والتقديرات البيزية التجريبية ذات التباين (المتعدد / المشترك) .

* **المبحث الثانى** : تطبيق الطريقة المقترحة على بيانات فعلية عن نشاط شركات تأمين المناطق الحرة فى سوق التأمين المصرى والتنبؤ بمعدلات الخسارة المتوقعة مستقبلاً فى فروع الحريق والنقل البحرى وأجسام السفن والحوادث مع مقارنتها بالشواهد الفعلية .

* **المبحث الثالث** : تحليل نتائج الدراسة وأهم توصيات البحث .

المبحث الأول

النموذج الإحصائى 'الكمى' المقترح للدراسة والتقديرات البيزية التجريبية

The Empirical Bayesian Estimates

لوصف النموذج البيزى التجريبى المقترح للدراسة التطبيقية فى هذا البحث نعرض تفصيلاً لثلاث نقاط تلخص النموذج وفق الفروض التى وضعها كل من (Joan lamm - Tennant, Laura T. starkes, and Lynne stokes, 1992) [1] ، بالإضافة إلى الدراسات التطبيقية لهذا النموذج [2] ، وهذه النقاط على النحو التالى : -

أولاً : التقديرات البيزية :

نفرض أن μ_i's هى معدلات الخسارة حيث $(i = 1,2, \ldots k)$ و k تشير إلى عدد المجتمعات المحدودة محل التطبيق وفى دراستنا تمثل فروع تأمينات الممتلكات والمسئولية وهى فروع الحريق والنقل البحرى وأجسام السفن والحوادث بشركات تأمين المناطق الحرة فى السوق المصرى للتأمين . وأن سنوات الدراسة هى سنوات الفترة من عام ١٩٨٣ حتى عام ١٩٩٥ حيث $(j = 1, 2, \ldots, n_i)$ ، n تعادل أثنى عشر سنة حيث عام ١٩٩٥ للمقارنة بالنتائج المتوقعة . والجدير بالذكر أن هذه فترة ليست كبيرة بدرجة كافية إلا أنها مقبولة وفقاً للإحصاء البيزى . وعليه نفرض أن y_{ij} هى عينة السلاسل الزمنية وهى عينة عشوائية مستقلة لكل فرع تأمين ، ومن ذلك يمكن تقدير متوسط معدل الخسارة Overall mean لكل فرع على مدى الفترة الزمنية للخبرة الماضية المتاحة والذى يرمز له $\bar{y}_i$ حيث :

$$\bar{y}_i = \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} / n_i$$

---

(1) Lamm-Tennant, and Others, 1992, Op.Cit., pp. 429-431.

(٢) أنظر ما يلى :

أ- د. جلال عبد الحليم حربى ، التحليل البيزى لمعدلات الخسارة فى تأمين الممتلكات والمسئولية بالتطبيق على شركات التأمين الكويتية الوطنية ، مجلة المحاسبة والإدارة والتأمين ، كلية التجارة - جامعة القاهرة ، العدد الخمسون ، السنة السادسة والثلاثون ولعام ١٩٩٦ .

ب- د. ابراهيم محمد مرجان ، التحليل البيزى لحوادث السيارات بالمملكة العربية السعودية ، مجلة جامعة الملك سعود - المجلد الرابع - العلوم الإدارية رقم (٢) لعام ١٩٩٢ .

جـ - علاء أحمد عبد العزيز ، التحليل البيزى لنماذج التسوية الجزئية فى ظل الإرتباط الذاتى للأخطاء ، المؤتمر السنوى الثلاثون فى الإحصاء وعلوم الحاسب والمعلومات وبحوث العمليات ، معهد الدراسات والبحوث الإحصائية ، جامعة القاهرة ، ١٦ - ١٨ ديسمبر ١٩٩٥.

ووفقاً لذلك نجد أن متوسط معدل الخسارة الشرطى والذى يتبع فرضاً التوزيع الطبيعى بمعلمتين μ_i كمتوسط، V_i كتباين يتحدد بالصيغة الرياضية رقم (١) التالية :

$$y_i / \mu_i \sim N(\mu_i, V_i) \quad \text{for } (i = 1, 2, \ldots, k) \text{ Independently} \quad (١)$$

أى لكل فرع على حدة كمتغيرات مستقلة . ويمكن تحديد V_i كتباين لكل فرع من الفروع (i) حيث :

$V_i = \sigma_i^2 / n_i$ علماً بأن $\sigma i^2 = Var(y_{ij})$ وبصورة أكثر تفصيلاً فإن :[1]

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 / (n_i - 1)$$

وبفرض أيضاً أن μ_i's حيث $(\mu_i's = \mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_k)$ تتبع فى توزيعها كمعلمات Parameters التوزيع الطبيعى بمتوسط μ وتباين A وتقدر من البيانات والمعلومات المتاحة مباشرة عن المجتمع الأصلى (فرع التأمين) فإن :

$$\mu_i \sim N(\mu, A) \quad \text{for } (i = 1, 2, \ldots, k) \text{ Independently} \quad (2)$$

وتشكل الصيغة الرياضية رقم (2) التوزيع السابق Prior distribution لمجتمعات الدراسة الـ $\mu i's$ كلها. والجدير بالملاحظة على الصيغ الرياضية أرقام (1) , (2) أنها تعتمد على المعرفة الكاملة بالمعلمات الأصلية للتوزيع السابق للمجتمع الأصلى فى إطار النموذج البيزيانى a full Bayesion Model . إلا أنه ولعدم توافر قيم هذه المعلمات الأصلية فمن الممكن الإستعاضة عنها بتكوين التوزيع الحدى Marginal distribution من الصيغتين الرياضيتين (1) , (2) السابقتين بحيث أن :

$$\bar{y}_i \sim N(\mu, V_i + A) \quad \text{for } (i = 1, 2, \ldots, k) \text{ Independently} \quad (3)$$

ويفيد كل ماسبق فى الوصول إلى التوزيع اللاحق (وهو أساس عملية التنبؤ بالمستقبل) The Posterior distribution لكل من الـ μ_i's على النحو التالى :

$$\mu_i / \bar{y}_i \sim N[(1 - B_i)\bar{y}_i + B_i \mu), (1 - B_i) V_i] \quad \text{for } (i = 1, 2, \ldots, k) \text{ Independently} \quad (4)$$

حيث فى الصيغة الرياضية رقم (4) يقصد بالتباين B_i مايلى :

$$B_i = V_i / (V_i + A)$$

---

(1) James L. Kenkel, Introductory Statistics For Management and Economics, 2 ed, PWS Publishers, 1984, P.74.

ثم يتم تقدير المتوسط الحسابى اللاحق The posterior mean وهو مايطلق عليه التقدير البيزى Bayes Estimator للمعلمة μ_i (غير المعروفة) للمجتمع الأصلى كما يلى :

$$E(\mu_i / \bar{y}_i) = (1 - B_i)\,\bar{y}_i + (B_i)\,\mu \quad ..$$

ثانياً . التقديرات البيزية التجريبية .

يتبين لنا مما سبق أن القيمة المقدرة $E(\mu_i / \bar{y}_i)$ لمتوسط معدل الخسارة اللاحق وهو أساس التقدير البيزى المستقبلى ، تعتمد على قيمتين هما μ , B_i's وهما غير معلومتين unknown لارتباطهما أساساً فى تقديرهما بالمجتمع الأصلى . وعليه فلابد من الاعتماد على قيمتين بديليتين تحسبان من البيانات التجريبية (المشاهدات الفعلية) ونرمز لهما بالرمزين $\hat{\mu}$, $\hat{B}_i$ وتقدران من التوزيع الحدى المبين فى الصيغة الرياضية رقم (3) لـ $\bar{y}_i$'s . وعليه يمكن أن نستنتج ما يلى :

$$\hat{\mu}_{EBi} = (1 - \hat{B}_i)\,y_i + \hat{B}_i\,\hat{\mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5)$$

وتمثل المعادلة رقم (5) الصيغة التجريبية للتقدير البيزى .

وتجدر الإشارة إلى أن هذا النموذج البيزى يخص حالة ما إذا كان تباين الفروع الأربعة موضوع التطبيق مختلف القيمة وأن فترة الخبرة المتاحة طويلة Large وهذين هما شرطا التطبيق للمعادلة رقم (5) مع الحرص على تقدير قيمتى $\hat{\mu}$, $\hat{A}$ التجريبيتين أولاً وقبل تطبيقها حيث $\hat{\mu}$ هى المتوسط ، $\hat{A}$ هى التباين ومعادلتهما (5-a) , (5-b) التاليتين :

$$\hat{A} = \sum_{i=1}^{k} W_i \left(\frac{k}{k-1}\,(\bar{y}_i - \mu)^2 - V_i\right) / \left(\sum_{i=1}^{k} W_i\right) \cdots\cdots\cdots (5 - a)$$

حيث :

$$W_i = 1 / (V_i + \hat{A})$$

وعلى أن تؤول قيمة $\hat{A}$ إلى الصفر لأى فرع متى كانت سالبة الإشارة .

أيضاً نجد أن : $$\hat{\mu} = \sum_{i=1}^{k} W_i\,\bar{y}_i / \sum_{i=1}^{k} W_i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5 - b)$$

ثالثاً . حالة خاصة للتقدير البيزى التجريبى (النموذج المقترح للتطبيق) .

فى حالة عدم توافر أى من الشرطين لتطبيق المعادلة رقم (5) كما لو كانت التباينات للفروع موضوع التطبيق متساوية أو فى حالة ما إذا اعتبرت مدة الخبرة غير كافية مما يجعل الاعتماد على قيمة Vi لكل فرع عى حدة أمراً

يضعف من دقة النتائج لتطبيق المنهج البيزى التجريبى So The Estimates of (Vi) may be Poor .

وعليه يفترض ثبات التباين الأصلى لمتوسطات معدلات الخسائر عبر فترة الخبرة المحدودة للشركات بالفرع موضوع التقدير ، بمعنى أن ($\sigma_i^2 = \hat{\sigma}^2$) لكل فرع ومن ثم يستعاض عن قيمة (V_i) بتقدير متوسط التباين المشترك ($\hat{V}$) عن فترة الخبرة المحدودة وذلك من العلاقة رقم (6) التالية :

$$\hat{V} = \hat{\sigma}^2 / n \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6)$$

وتعد ($\hat{V}$) فى هذه الحالة مقياساً مفيداً فى قياس مدى دقة البيانات الخاصة بمتوسط معدلات الخسارة $\mu i's$ ولتقدير قيمة التباين المشترك pooled estimator of The Variance [1] كأفضل منهاج للتطبيق فى هذا البحث نستخدم المعادلة التالية حيث :-[2]

$$\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{n_j} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \ / \ (\sum_{i=1}^{k} ni - k) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (6\text{-a})$$

وبناء عليه فإن المعادلة رقم (5) لتوقع متوسط معدلات الخسارة للفروع وفق المنهج البيزى التجريبى ذو التباين المتعدد تصبح على النحو الموضح فى المعادلة رقم (7) ووفق المنهج البيزى التجريبى ذو التباين المشترك : أى أن :

$$\hat{\mu}_{EBi} = (1 - \hat{B})\, \bar{y}_i + (\hat{B})\, \hat{\mu} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7)$$

حيث تقدر قيمة متوسط المتوسطات $\hat{\mu}$ من العلاقة التالية :

$$\hat{\mu} = \sum_{i=1}^{k} \bar{y}_i / k \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7\text{-a})$$

أما قيمة التباين المشترك فمن العلاقتين التاليتين :

$$\hat{B} = \frac{k-3}{k-1} \left(\frac{\hat{V}}{\hat{V} + \hat{A}} \right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7\text{-b})$$

وتعتبر قيمة $\hat{B}$ متوسط الوزن الترجيحى a weighted average لكل من $\hat{\mu}$, $\bar{y}_i$ لكافة الشركات بفرع التأمين الواحد . ومن ثم فإن دقة $\hat{B}$ تعتمد تماماً على مدى الدقة المتاحة لكل من $\bar{y}i$ ومتوسط المتوسطات $\hat{\mu}$.

---

(١) والجدير بالملاحظة أن الباحث قد لاحظ عند التطبيق أن قيمة $\hat{\sigma}^2$ بالمعادلة (6 - a) يمكن الحصول عليها من العلاقة $\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^{k} \sigma_i^2 / k$

وكذلك يمكن الحصول على قيمة $\hat{V}$ من العلاقة $\hat{V} = \sum_{i=1}^{k} V_i / k$ حيث أنها قيمة تعبر عن متوسط التباينات للفروع الأربعة .

(٢) Alexander M. Mood and Others, Introduction to The Theory of Statistics, Third Edition, McGraw Hill, 1982, P.351 and P.352.

ب- د. سمير كامل عاشور ، د. سامية أبو الفتوح سالم ، مقدمة فى الإحصاء التحليلى ، معهد البحوث والدراسات الإحصائية ، ١٩٩٠ ، ص ٢٩٣ - ص ٢٩٦ .

$$\hat{A} = \left(\frac{\sum_{i=1}^{k} (\bar{y}_i - \hat{\mu})^2}{[(k-1) - \hat{V}]} \right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7\text{-}c)$$

وتعكس قيمة $\hat{A}$ مدى التشتت فى متوسط معدلات الخسارة بين الشركات موضوع التطبيق داخل كل فرع من فروع التأمين .

وسوف يعتمد الباحث فى التطبيق على النموذج البيزى التجريبى الموضح فى الحالة الخاصة بالبند ثالثاً فى هذا المبحث لمناسبته للبيانات المجمعة من السوق المصرى عن نشاط شركات تأمين المناطق الحرة حيث لا تزيد هذه الشركات عن شركتين كما أسلفنا فى المقدمة وأن البيانات المتاحة عن الفترة من عام ١٩٨٣ حتى عام ١٩٩٤ ، بما يعنى أنها فترة خبرة محدودة حيث تتطلب السلاسل الزمنية فترة أطول من ذلك لإمكانية الاعتماد على النتائج بدقة مقبولة وهو الأمر غير المتوفر بما يقتضى التطبيق بواسطة إفتراض ثبات متوسط التباين $(\hat{V})$ للمجتمعات الأصلية وهو فروع الحريق والنقل البحرى وأجسام السفن والحوادث بالشركات موضوع التطبيق والتى بعد دمجها لا تعطى السعة الإكتتابية الكافية أو خبرة البيانات الواسعة ، بمعنى آخر ان اقتراح تطبيق النموذج البيزى التجريبى ذو التباين المشترك على الفروع موضوع الدراسة وللفترة المتاحة للخبرة الماضية (اثنى عشر عاماً فقط) هو إقتراح صائب إحصائياً .

المبحث الثانى

تطبيق الطريقة المقترحة للدراسة على نشاط شركات تأمين المناطق الحرة فى سوق التأمين المصرية

قام الباحث بتجميع البيانات الأساسية التى تخص أربعة فروع من التأمينات العامة لشركات تأمين المناطق الحرة فى السوق المصرى والتى تخص معدلات الخسارة فى هذه الفروع لفترة الخبرة من عام ١٩٨٣ حتى عام ١٩٩٤ كما أوضح ذلك الجداول رقم (١) بالمقدمة . وفيما يلى الجدول رقم (٢) والذى يبين متوسط السلاسل الزمنية لفترة الخبرة المتاحة (n = 12) لكل نوع على حدة ($\bar{y}_i$) والإنحراف المعيارى (ST.D) والتباين (σ_i^2) لكل فرع أيضاً ، بالإضافة إلى تحديد قيمة (V_i) كمقياس للدقة المتوافرة فى بيانات $\mu i's$ باستخدام العلاقة :

($V_i = \sigma_i^2 / n_i$) مع تقدير قيمة كل من :-

أ - $\hat{\mu}$ كمتوسط لمتوسطات معدلات الخسارة لكافه الفروع Overall mean .

ب - $\hat{\sigma}^2$ كمتوسط للتباينات للفروع الأربعة للتأمين ويعكس التباين المشترك بينها .

جـ - $\hat{V}$ كمتوسط لمصفوفه الدقة "Variance "Covariance Matrix .

وذلك لفروع الحريق وتأمينات النقل البحرى وتأمين أجسام السفن وتأمينات الحوادث المتنوعة حيث (K = 4) .

المقياس / K	المتوسط $\bar{y}_i$	الإنحراف المعيارى ST.D	التباين σ_i^2	V_i $\frac{\sigma_i^2}{n_i}$
الحريق	0.22	0.203	0.041	0.003
النقل البحرى	0.29	0.346	0.120	0.010
أجسام السفن	0.70	0.922	0.850	0.071
الحوادث	0.29	0.265	0.070	0.006
متوسط المتوسطات للتوزيع السابق	$\hat{\mu}$ = 0.375	---	$\hat{\sigma}^2$ = 0.27	$\hat{V}$ = 0.022

الجدول رقم (٢)[١]

(١) مصدر البيانات الأساسية (y_i) لهذا الجدول من خلال الجدول رقم (١) بمقدمة البحث .

ومن خلال بيانات الجدول رقم (٢) وبتطبيق معادلتى (7 - B) ، (7 - C) يمكن تحديد قيمتى كلا من $\hat{A}$, $\hat{B}$

حيث :-

$$\hat{A} = \sum_{i=1}^{k} (\bar{y}_i - \hat{\mu})^2 / [k - 1) - \hat{V}]$$

$$= \frac{0.1441}{(4 - 1) - 0.0224} = 0.0484$$

$$\hat{B} = \frac{K - 3}{K - 1} \times \frac{\hat{V}}{\hat{V} + \hat{A}}$$

$$= \frac{4 - 3}{4 - 1} \times \frac{0.0224}{(0.0224 + 0.0484)} = 0.106$$

ومن ثم يمكن تقدير متوسط معدل الخسارة وفق النموذج البيزى التجريبى ذو التباين المشترك لفروع التأمين الأربعة الحريق والنقل البحرى وأجسام السفن والحوادث وفق المعادلة رقم (7) بإعتبار الوزن الترجيحى من متوسط المتوسطات ($\hat{\mu}$) هو 10.6% على أن يؤخذ الوزن المتمم للواحد الصحيح وهو مقدار 89.4% من متوسط معدل الخسارة للفترة للفرع الواحد وذلك على النحو التالى :

$$\hat{\mu}_{EBi} = (1 - \hat{B})\ \bar{y}_i + \hat{B}\ \hat{\mu}$$

$$= (1 - 0.106)\ \bar{y}_i + (0.106)\ \hat{\mu}$$

$$= (0.894) \begin{bmatrix} 0.22 \\ 0.29 \\ 0.70 \\ 0.29 \end{bmatrix} + (0.106)(0.375) \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.237 \\ 0.299 \\ 0.666 \\ 0.299 \end{bmatrix}$$

وعليه يمكن إعداد الجدول رقم (٣) لتوضيح التقدير البيزى التجريبى لمتوسط معدلات الخسارة المقدر للفروع الأربعة موضوع التطبيق بإفتراض ان لها تبايناً واحداً مشتركاً على النحو التالى :

الفرع	معدل الخسارة المتوقع وفق التحليل البيزى لعام ١٩٩٥
الحريق	23.7 %
النقل البحرى	29.9 %
أجسام السفن	66.6 %
الحوادث	29.9 %

جدول رقم (٣)

ولكى نقارن بين التحليل البيزى وتحليل السلاسل الزمنية لابد أولاً أن نقوم بإعداد السلاسل الزمنية المهدة للفروع الأربعة مستخدمين فى ذلك أى من طرق التمهيد Smoothing ولتكن طريقة تحريك المتوسط لثلاث سنوات فقط (حتى لا نفقد سوى العام الأول والعام الأخير فقط للخبرة) The method of moving average هى الطريقة المختارة للتمهيد وفق المعادلة التالية :- (١)

حيث البيانات الأصلية : $Y_1 , Y_2 , ... Y_T$

والبيانات المهدة : $y_1 , y_2 , ... y_T$

فإن :- $$y_2 = \frac{Y_1 + Y_2 + Y_3}{3}$$

وبصفة عامة نجد أن :- $$y_{T-1} = \frac{Y_{T-2} + Y_{T-1} + Y_T}{3}$$

وعليه يمكن إعداد الجدول رقم (٤) التالى :-

الفرع / السنة	فرع الحريق	فرع النقل البحرى	فرع أجسام السفن	فرع الحوادث
١٩٨٤	,٤١٤	,٤١٢	,٢٩٥	,٥٣٨
١٩٨٥	,١٢٥	,٢٢١	,٤٣٧	,٤٢٩
١٩٨٦	,٠٧٦	(,٠٠١)	,٥١٠	,٤٠٤
١٩٨٧	,١٤٠	,١٧٧	١,٤٢٥	,٣٤٠
١٩٨٨	,٢١٢	,١٩٥	١,٤١٠	,٣٤١
١٩٨٩	,١٨٣	,٢٧٨	١,١٤٥	,٢٦٦
١٩٩٠	,١٩٧	,٢٢٥	,٢٠٢	,٠٤٦
١٩٩١	,٠٩٧	,٤٩٦	,٤٩٢	(,٠١٣)
١٩٩٢	,٠٨٨	,٤٨٩	,٤١٤	(,٠٤٧)
١٩٩٣	,٣٦٠	,٣٥٦	,٣٢٨	,٢٣٢

جدول رقم (٤)

(١) - Kenkel, Op.Cit., P.688.

ومن الجدول رقم (٤) يمكن تطبيق المعادلة : $(\bar{y}_i)^* = \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij}) / n_i$ للحصول على متوسط السلاسل الزمنية للفروع الأربعة كالتالى :

أ - الحريق = 19%

ب - النقل البحرى = 28.5%

جـ - أجسام السفن = 67%

د - الحوادث = 25.4%

ومن ناحية أخرى نجد أن بيانات عام ١٩٩٥ الفعلية لمعدلات الخسارة للفروع الأربعة ووفق الكتاب الإحصائى السنوى لنشاط شركات التأمين الذى تصدره الهيئة المصرية للرقابة على التأمين لعام ١٩٩٦/٩٥ وهى معدلات مجمعة عن نشاط شركات تأمين المناطق الحرة فى السوق المصرى ، كانت على النحو التالى :

أ - فرع الحريق -5.2%

ب - فرع النقل البحرى 2.3%

جـ - فرع أجسام السفن -171.1%

د - فرع الحوادث 19.9%

وبناء على كل ماسبق يمكن إجراء المقارنه بين نتائج التنبؤ بواسطة التحليل البيزى $\hat{M}_{EBi}$ وتحليل السلاسل الزمنية الممهدة بتحريك المتوسط لثلاث سنوات وكذلك غير الممهدة وذلك على أساس متوسط مجموع مربعات اخطاء التنبؤ (MSE) مع تقدير نسب الأمان Relative Savings (RS) . حيث تتحدد معادلة الـMSE على النحو التالى :- (١)

$$MSE\ (\hat{y}_{i,\ 1995}) = \sum_{i=1}^{k} (\hat{y}_{i,\ 1995} - y_{i,\ 1995})^2 / X$$

حيث X عدد الشركات للفرع الواحد ، وفى هذه الدراسة (X = 2) .

، $y_{i,\ 1995}$ البيان الفعلى (المشاهد) لمعدل الخسارة بالفرع الواحد لعام ١٩٩٥ .

، $\hat{y}_{i,\ 1995}$ هى البيان المقدر لمعدل الخسارة سواء للتقدير البيزى أو لسلاسل الزمنية قبل التمهيد $(\bar{y}_i)$ أو بعد التمهيد $(\bar{y}_i)^*$.

---

(1) See:

(a) Kenkel, Op.Cit., P.488 .

(b) Lamm, Tennant, Op.Cit., P.432.

كما يمكن تقدير نسب الأمان (والتى يرمز لها بالرمز RS) للتقدير البيزى على المتوسط الحسابى للسلاسل الزمنية والتى تحسب على النحو التالى :-

$$RS\ (\hat{\mu}_{EBi}, \bar{y}_i) = [MSE\ (\bar{y}i) - MSE\ (\hat{\mu}_{EBi})]\ /\ MSE\ (\bar{y}_i)$$

ويوضح الجدول رقم (٥) نتائج المقارنات وفق قيم متوسط مربعات أخطاء تقدير معدلات الخسائر للفروع الأربعة بالسوق المصرى (شركات تأمين المناطق الحرة) :-

الفروع	متوسط مربعات أخطاء التنبؤ لمعدلات الخسارة MSE			RS ($\hat{\mu}_{EBi}$, $\bar{y}i$)	RS ($\hat{\mu}_{EBi}$, $\bar{y}i$)*
	التقدير البيزى μ_{EBi}	السلاسل الزمنية قبل التمهيد $\bar{y}_i$	السلاسل الزمنية بعد التمهيد *($\bar{y}_i$)	%	%
الحريق	0.042	0.037	0.029	−13	−44
النقل البحرى	0.038	0.036	0.034	− 5	−11
أجسام السفن	2.825	2.907	2.838	3	1
الحوادث	0.005	0.004	0.002	−25	−150

جدول رقم (٥)

ويوضح الجدول رقم (٥) نتائج المقارنة بمتوسط مربعات أخطاء التنبؤ لمعدلات الخسارة لكل شركة من الشركات فى كل فرع من الفروع الأربعة وكذلك حدود الأمان لطريقة التقدير البيزى التجريبى لكل فرع بالنسبة لتحليل السلاسل الزمنية سواء قبل أو بعد التمهيد ، وأسفرت المقارنه عن تشابه فى نتائج المقارنة على النحو التالى :-

١ - بصفه عامة هناك تقارب بين متوسط مربعات اخطاء التنبؤ بمعدلات الخسائر للتقدير البيزى التجريبى ولتحليل السلاسل الزمنية ولكنه أفضل قبل التمهيد عنه بعد التمهيد بتحريك المتوسط لمعدل الخسارة ليتأثر بالسنه السابقة والسنه اللاحقه له . مما يعنى إمكانية استخدام النموذج البيزى التجريبى ونموذج تحليل السلاسل الزمنية للتقارب فى قيم التقديرات البيزية مع افتراض التباين مشترك وتقديرات المتوسط بإستخدام السلاسل الزمنية قصيرة الأجل .

٢ - فيما يتعلق بفروع التأمين الأربعة يوضح الجدول رقم (٥) أن التحليل البيزى التجريبى أسفر عن ان التقديرات البيزية هى الأفضل على الإطلاق فيما يتعلق بفرع اجسام السفن بكل من الشركة المصرية الأمريكية للتأمين والشركة العربية الدولية للتأمين على حد سواء وذلك لأن اشارة الـ RS موجبة لصالح التقدير البيزى على حساب متوسط معدل الخسارة لتحليل السلاسل الزمنية وبنسب أمان 3% ، 1% قبل وبعد التمهيد Smoothing على التوالى ، بعد ذلك تأتى فروع النقل البحرى ثم الحريق واخيراً فرع الحوادث على الترتيب .

المبحث الثالث

تحليل نتائج البحث وأهم التوصيات

يتضح من نتائج هذا البحث ما يلى :-

١ - تتصف معدلات الخسارة فى التأمينات العامة وبخاصة فى فروع الحريق والنقل البحرى وأجسام السفن والحوادث بشركات تأمين المناطق الحرة فى السوق المصرية للتأمين بعدم الاستقرار عبر السلسلة الزمنية للخبرة الماضية المتاحة ويعكس ذلك مقدار التباين فى هذه الفروع كل على حدة وانحراف هذا التباين عن التباين المشترك فعلى سبيل المثال بينما التباين المشترك $\hat{\sigma}^2$ للفروع الأربعة يساوى 0.27 كان تباين فرع اجسام السفن 0.85 والحريق 0.04 .

٢ - تختلف مستويات النتائج فى الفروع الأربعة فيما يختص بتقديرات التحليل البيزى التجريبى نتيجة الاختلاف فى حجم الأعمال فى كل فرع وكذلك فى حجم الاقساط والتعويضات . فنجد مثلاً أن متوسط مربعات أخطاء التقدير تتقارب بين فرعى الحريق والنقل البحرى (0.04) بينما ترتفع فى فرع أجسام السفن إلى (2.8) .

٣ - ساهم المنهج البيزى التجريبى فى ترشيد معادله انحدار متوسط معدلات الخسارة من التوزيع السابق بحيث يعكس الخبرة السابقة بوزن ترجيحى 89.40% وهو قيمة $(1 - \hat{B})$ بدلاً من الاعتماد على الوسط الحسابى لمعدلات الخسارة الماضيه بنسبة 100% حيث بلغ الوزن الترجيحى من متوسط المتوسطات للفروع الأربعة 10.6% وهو مايعكس قدر الخبرة المفقودة فى نتائج الأعمال الفنية بين هذه الفروع جميعاً والذى يؤثر فى النتائج المستقبلية ويجب أخذه فى الحسبان وهو ما أتاحه لنا النموذج البيزى التجريبى فى تحليله .

٤ - يمكن الاعتماد على المتوسطات لمعدلات الخسارة المقدرة بواسطة النموذج البيزى التجريبى فى فرع أجسام السفن بدرجة اكبر من تلك التى تعطى لباقى الفروع مقارنه مع النموذج التحليلى للسلاسل الزمنية خاصة مع التمهيد لمتوسط معدلات الخسارة بواسطة تحريك المتوسط لثلاث سنوات .

٥ - تغلب الباحث على قصر السلسله الزمنية للخبرة المتاحة بشركات تأمين المناطق الحرة فى فروع الحريق والنقل البحرى وأجسام السفن والحوادث بإفتراض الثبات النسبى لتباين متوسط معدلات الخسارة فى المجتمعات الأصلية لاعطاء درجة دقة اكبر فى ضبط نتائج التقدير البيزى التجريبى المستخدم لتوقع معدلات الخسارة فى هذه الفروع وبدرجة تعادل قيمة $(\hat{V} = 0.022)$ والموضحة فى جدول رقم (٢) .

توصيات الباحث :-

أولاً : يوصى الباحث شركات تأمين المناطق الحرة بالسوق المصرى بأخذ التقديرات البيزية التجريبية لمعدلات الخسارة فى أنواع التأمينات العامة التى تمارسها فى الاعتبار عند تسعير هذه الانواع لتحقيق اغراض عديدة منها توفير الاستقرار قصير الأجل فى هذه المعدلات من أجل الاستقرار على المدى الطويل وبخاصة فى فرع أجسام السفن والذى يتميز بضخامة حجم الأعمال فية مع تطبيق النموذج المقترح للدراسة على باقى الفروع كالهندسى والطيران والسيارات التكميلى عندما تكتمل الخبرة الكافية فى هذه الفروع بالسوق .

ثانياً : يوصى الباحث سوق التأمين المصرية بصفة عامة وشركات تأمين المناطق الحرة بصفه خاصة بإمكانية تطبيق النموذج المقترح للدراسة فى هذا البحث فى تقدير الخسائر الجارية فى المستقبل للمساهمة فى عمليات التسعير بصفة اساسية وتحديد الالتزامات المستقبلية من التعويضات لكل فرع من الفروع بالتأمينات العامة . وكذلك الحال فيما يختص بأقساط التأمين المكتسبة لتحقيق الدقة المطلوبة فى التخطيط المستقبلى للأرباح الإكتتابية المتوقعة ويساهم ذلك كلة فى تحديد صافى التدفقات النقدية بقطاع التأمين المصرى .