فاعلية استراتيجية تعليمية مقترحة باستخدام برمجية جيوجبرا (Geogebra) لتنمية البراعة الرياضية لدى تلاميذ الصف الثالث الاعدادى

The Effectiveness Of A Suggested Educational Strategy By ,(Geogebra Software) In Developing Mathematical Proficiency Among Third Year Preparatory School Students

إعداد

أ.م.د. سامية حسنين عبد الرحمن هلال

أستاذ مساعد بقسم المناهج وطرق التدريس وتكنولوجيا التعليم

كلية التربية - جامعة بنها

مستخلص:

هدف البحث الي دراسة فاعلية استراتيجية تعليمية مقترحة باستخدام (جيوجبرا) في تنمية البراعة الرياضية في موضوع الدائرة المقرر على تلاميذ الصف الثالث الاعدادي بالفصل الدراسي الثاني ، قد أعدت الباحثة قائمة بمؤشرات البراعة الرياضية الخاصة بمكوناتها الثلاثة (الاستيعاب المفاهيمي، والاستدلال التكيفي ، والكفاءة الاستراتيجية) واللازم توافرها لدى تلاميذ الصف الثالث الاعدادي بعد دراستهم لموضوع الدائرة، وتم اعداد اختبار البراعة الرياضية لقياس هذه المكونات ككل والمؤشرات على حدة ، وتم اعداد الاستراتيجية التعليمية المقترحة واعداد دليل المعلم وكراسة أنشطة للتلاميذ، وتم اختيار عينة البحث وعددها ٨٠ تلميذا وتلميذة بمدرسة أجهور الكبرى الإعدادية المشتركة ومدرسة طنط الجزيرة الإعدادية المشتركة بإدارة طوخ التعليمية ، وتم تقسيمهم الى مجموعتين والتحقق من تكافؤ المجموعتين، وتم تدريب تلاميذ المجموعة التجريبية على كيفية استخدام برمجية جيوجبرا والتعرف عليها ومكوناتها..... في (٤حصص) ، ثم تم تدريس (أول ستة دروس) من موضوع الدائرة المقرر على التلاميذ في الفصل الدراسي الثانى عام ٢٠٢٠ م ، ودرست المجموعة الضابطة نفس الدروس مع معلمها بالطريقة المعتادة ، وقد أشارت نتائج البحث الى تفوق المجموعة التجريبية على المجموعة الضابطة في البراعة الرياضية ككل ، وفي كل مكون من مكوناتها الثلاثة ، وكذلك في كل مؤشر من مؤشرات البراعة الرياضية المرتبطة بالمكونات الثلاثة ، كما أن حجم تأثير الاستراتيجية التعليمية المقترحة في تنمية البراعة الرياضية بمكوناتها الثلاثة ومؤشراتها كان كبيرا .

الكلمات المفتاحية: استراتيجية تعليمية مقترحة، برمجية جيوجبرا (Geogebra) ، البراعة الرياضية.

Abstract:

The Effectiveness Of A Suggested Educational Strategy By ,(Geogebra Software) In Developing Mathematical Proficiency Among Third Year Preparatory School Students

The purpose of this research is to investigate the effectiveness of a suggested Educational Strategy by,(Geogebra Software) in developing Mathematical Proficiency among third year preparatory school students. The researcher prepared a list of mathematical proficiency indicators with its three components (conceptual comprehension, adaptive reasoning, and strategic competence) that are required for third year preparatory school students after learning the circle topic through the second semester of the academic year 2019-2020. A mathematical proficiency test was prepared to measure these indicators. Then the suggested teaching teacher's guide and student's activities notes were prepared. The sample of the research was selected and consisted of eighty (N=80) students from Aghour Elkoubra preparatory school and Tant Elgezira preparatory school at Toukh educational administration .The students were divided into two equivalent groups and the experimental group trained on how to use Geogebra software and recognize its components in four sessions, then the first six lessons from circle topic were taught where the control group taught with regular method. The results revealed that the experimental group outperformed than the control one in mathematical proficiency as a whole and in each Component from its three Components and in each indicator from mathematical proficiency indicators. The effect size of the suggested Educational Strategy for developing mathematical proficiency and its indicators was large .

Keywords: Suggested Educational Strategy -, Geogebra Software- Mathematical Proficiency.

مقدمة:

فى بداية القرن الحادى والعشرين قام المجلس القومى للبحوث فى الولايات المتحدة الامريكية (The National Research Council) NRC. بتحليل دراسات وأبحاث تربويات الرياضيات وأبحاث ودراسات فى مجال علم النفس المعرفى لتحديد المعارف والمهارات الرياضية الأساسية التى يجب أن يتقنها التلاميذ، ونتج عن ذلك توصيف ما يعرف بـ "النجاح فى تعلم الرياضيات" واعتباره الهدف الرئيسى من تعليم الرياضيات المدرسية وتعلمها فى الصفوف التعليمية المختلفة، وقد أطلق عليه البراعة الرياضية، والذى يشمل كل جوانب الخبرة والكفاءة فى معالجة المعرفة الرياضية وأكد على ضرورة أن يكون جميع التلاميذ في الطريق المؤدى للبراعة الرياضية بدءا من مرحلة ما قبل المدرسة .(NRC, 2001, 115) ، ومن هنا يرى الخبراء ضرورة تغيير أهداف تعليم الرياضيات لتركز على استيعاب المفاهيم والتعميمات والأفكار والعمليات الرياضية واستخدامها بكفاءة فى معالجة مواقف رياضية جديدة وحل المشكلات الرياضية ، وليس مجرد اكساب التلاميذ معارف ومهارات ، فيرى (رضا مسعد ، ٢٠١٨ ، ٦٨) أن البراعة الرياضية أحد مخرجات التعلم المتوقعة من دراسة الرياضيات فى القرن الحادى والعشرين ، وتتطلب التدريس النشط والفعال للرياضيات فى الفصول الدراسية، كما أشار (Regan ,2012, 5) الى البراعة الرياضية كهدف رئيسى من أهداف تعليم الرياضيات، وقد تضمن مصطلح " البراعة الرياضية " خمس أبعاد يجب أن يتقنها التلاميذ ذووا البراعة الرياضية ، كما حددها تقرير (NRC.) تشمل (الاستيعاب المفاهيمى، الاستدلال التكيفى، الطلاقة الاجرائية، الكفاءة الاستراتيجية، النزعة المنتجة (الرغبة فى الانتاج)، كما أن التلاميذ الذين يمتلكون البراعة الرياضية يظهرون بعض السلوكيات والتصرفات وكأنهم يصنعون الرياضيات، (رضا مسعد ، ٢٠١٨، ٦٩).

وقد أشارت وثيقة معايير تعليم الرياضيات فى ولاية كاليفورنيا (٢٠١٤) الى البراعة الرياضية ، وما يرتبط بها من عمليات رياضية ضرورية لتوظيف الرياضيات فى حياة التلاميذ ، وأوضحت الوثيقة أن تدنى مستوى التلاميذ فى البراعة الرياضية يؤثر سلبيا على مقدرتهم على مواصلة تعلم الرياضيات فى الصفوف التالية ، كما أرجعت الوثيقة هذا التدني الى الطريقة التقليدية الروتينية التى يتعلم بها التلاميذ فى المدارس حيث تركز على التعليم الألى

للمعارف والمهارات الأساسية للرياضيات دون معالجتها فى صورة مشكلات رياضية غير روتينية . (Calforinia, 2014) .

كما يعد مصطلح البراعة الرياضية تطوير لمعايير الرياضيات المدرسية التي أقرها المجلس القومى لمعلمى الرياضيات (NCTM, 2000)، والتى تركز على المعرفة الاجرائية، الفهم المفاهيمى، وقد حظى مصطلح البراعة الرياضية (Mathematical proficiency) باهتمام كثير من الباحثين فى مجال تربويات الرياضيات عالميا ومحليا، ومن الدراسات التى تناولت البراعة الرياضية فى تعليم الرياضيات :(خالد المعثيم وسعيد المنوفى ، ٢٠١٤ ، ٢٠١٨)، (علاء أبو الرايات ، ٢٠١٤) ، (ناصر عبيدة ، ٢٠١٧) ، (ابراهيم التونسى،٢٠١٩)، (Samuelsson, 2010)، (Harper, 2012) ، (Michael ,2012) (Hoffmann et al,2014), ، (Awofala, 2017)،(price , 2016) ، (Marasigan1,N.,V.&Arasola,E.,D.,2019)، (Khalil1,M.Alnather,2020) ، وأوصت بضرورة الاهتمام بتنميتها في جميع المراحل التعليمية .

وتعد برمجية جيوجبرا من البرمجيات التفاعلية الحديثة التي حازت على الكثير من الجوائز العالمية مثل جائزة (.EASA) للبرامج التعليمية الأوروبية بالسويد عام ٢٠٠٢، وجائزة (ETWINNING) للبرامج التعليمية بالنمسا عام ٢٠٠٦، وجائزة (AECT) لتطوير البرامج التعليمية بالولايات المتحدة عام ٢٠٠٨ ، وجائزة (BETT) ببريطانيا عام ٢٠٠٩ (Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. 2011)، كما أنها تحقق معايير الرياضيات المدرسية لـ (NCTM, ٢٠٠٠) *"وتحقق مبدأ الدمج والتكامل بين الرياضيات والتكنولوجيا وتساعد في اكتشاف واستيعاب التلاميذ للمفاهيم الرياضية* (ŽILINSKIENĖ1,L., DEMIRBILEK2 M.,2015,127)" وبرمجية جيوجبرا تساعد التلميذ على " إدراك المفاهيم وتجسيدها بطريقة محسوسة، وربط الأفكار الرياضية ببعضها، وربط الرياضيات بالحياة من خلال توظيفها فى مسائل حياتية ، وبناء ثقة الطالب بنفسه وبقدرته على تعلم الرياضيات وتنمية مهارة التعلم الذاتى وتحسين تحصيل التلميذ فى تعلم الرياضيات، وتنمية مهارات التفكير، وتنمية إتجاهات إيجابية نحو تعلم الرياضيات، وإتاحة الفرصة لكل طالب لإبراز أقصى إمكاناته.(يوسف الرحيبى ، ٢٠٠٧ : ٢٦)، كما أنها أثبتت فاعليتها وأهميتها في تدريس الرياضيات في تنمية التحصيل الفوري والمرجأ والمعرفة المفاهيمية والاجرائية والحس العددى و الابداعى ، وتنمية جوانب وجدانية

إيجابية منها الثقة والاستمتاع ، كما تشير دراسات كلا من دراسة (غادة النعيمى ٢٠١٦) ،(اكرامى مرسال، ٢٠١٧) ،(*Yildiz,etal.,2017*) ، دراسة (*Seloraji,Eu,2017*) ، (*Hebe,2018*)، (*Yulian1,V.N&*) ،(Abera,Y.,W *(Furner J.M. 2019)* ، (*Wahyudin1 , 2018* and ,Awgichew ,G.,Z.2020

الإحساس بالمشكلة:

نبع الاحساس بالمشكلة مما يلى:

١. توصيات المؤتمرات والندوات العربية والعالمية مثل (NRC., 2001)، (California State Board Of Education ,2014)، (مؤتمر تربويات الرياضيات ، ٢٠١٨) ، بضرورة تنمية البراعة الرياضية بدلا من التركيز على اكتساب المفاهيم والمهارات ، واعتبار أهداف تدريس الرياضيات تتمثل في تنمية البراعة الرياضية لتحقيق التنافسية العالمية لمناهج وطلاب مصر بين دول العالم بعد تدنى مستوى الطلاب في المسابقات العالمية للرياضيات مثل اختبارات (TEMISS,2003 ,2007,2015) .

٢. حضور الباحثة لبعض حصص الرياضيات مع معلمى الرياضيات وطلاب التربية العملية ، وملاحظة تدنى مستوى التلاميذ فى البراعة الرياضية كما تم اجراء دراسة استطلاعية من خلال تقديم (١٢ مفردة من اختبار البراعة الرياضية) على عينة عددها ٣٥ من مدرسة ١٥ مايو الإعدادية بنات ببنها ، فكان متوسط أدائهم ١٢ درجة والدرجة الكلية ٣١ درجة [١])

٣. نتائج وتوصيات الدراسات السابقة في مجال البراعة الرياضية أو ما يطلق عليها (الكفاءة الرياضية) بضرورة تنمية البراعة الرياضية مثل دراسة كلا من: ،(علاء أبو الرايات ، ٢٠١٤) ، (محمود الضانى ، ٢٠١٧) ، (ناصر عبيدة ، ٢٠١٧)، خالد المعيثم وسعيد المنوفى ، ٢٠١٨) ، (إبراهيم التونسى،٢٠١٩)، (Samuelsson, 2010)،(Harper, 2012) (Michael, 2012), (Hoffmann , (Awofala, 2017), (price , 2016) et al,2014), ، (Marasigan ,N.V.& Arasola E. D., 2019) ، (Khalil1, M Alnatheer ,2020)

[١] تابع لملحق ٨

٤. توصيات المؤتمرات بأهمية استخدام التكنولوجيا والبرامج التكنولوجية الحديثة مثل ، (مؤتمر الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس عام ٢٠١٥) ، (مؤتمر الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات ، ٢٠٠٩، ٢٠١٥) أكدوا على أهمية استخدام التكنولوجيا في التدريس واعتبارها من معايير التدريس المتميز، ومن الدراسات والأبحاث التي أكدت أهمية البرمجيات التفاعلية ومنها : برمجية جيوجبرا في تنمية التحصيل في الرياضيات والتفكير والترابط الرياضي والمعرفة المفاهيمية والاجرائية (غادة النعيمي، ٢٠١٦) (اكرامي مرسال ، ٢٠١٧) (*Yildiz, et al.,2017*) ، (Seloraji,Eu,2017) ، (*Hebe,2018*)، (Yulian1,V.N & Wahyudin1, 2018)، (Campe, K.,D. ,2018) (أمال محمود ، ٢٠١٩)، Abera,Y.,W and ,Awgichew ,G.,Z. (2020)

الأمر الذي يستلزم التفكير في اعداد استراتيجية تعليمية مقترحة تستخدم برمجية جيوجبرا لتنمية البراعة الرياضية لدى تلاميذ الصف الثالث الاعدادى .

مشكلة البحث:

تحددت فى تدنى مستوى تلاميذ الصف الثالث الاعدادى فى البراعة الرياضية ، ومن ثم سعى البحث الحالي الى دراسة فاعلية استراتيجية تعليمية مقترحة باستخدام (برمجية جيوجبرا) فى تنمية البراعة الرياضية، من خلال الاجابة عن التساؤلات التالية:

١- ما أسس بناء الاستراتيجية التعليمية المقترحة باستخدام (برمجية جيوجبرا) فى تنمية البراعة الرياضية لدى تلاميذ الصف الثالث الاعدادى؟

٢- ما صورة موضوع الدائرة المقرر على تلاميذ الصف الثالث الاعدادى باستخدام الاستراتيجية المقترحة ؟

٣-ما فاعلية الاستراتيجية المقترحة فى تنمية مكونات ومؤشرات البراعة الرياضية لدى تلاميذ الصف الثالث الاعدادى؟

حدود البحث:

١. عينة من تلاميذ الصف الثالث الاعدادى بمحافظة القليوبية بإدارتى بنها وطوخ التعليمية .

٢. تدريس موضوع الدائرة بالوحدتين (٤، ٥) المقررتين على التلاميذ بالفصل الدراسى الثانى عام ٢٠١٩ -٢٠٢٠ م لاحتوائها على كثير من المفاهيم والعلاقات والعمليات المهمة الأساسية للسنوات التالية ، تم تدريس (أول ٦ دروس بالوحدتين ٤ ، ٥) .

٣. مكونات البراعة الرياضية موضع الاهتمام فى البحث هي : (الاستيعاب المفاهيمى، الاستدلال التكيفى ، الكفاءة الاستراتيجية) ، حيث أن الدروس المختارة تتضمن مفاهيم كثيرة مقارنة بالمهارات ، كما أن مكون الطلاقة الإجرائية ترى الباحثة أنه متوفر في مكونى الاستدلال التكيفى والكفاءة الاستراتيجية ، أيضا مقياس النزعة المنتجة يتطلب ارتباط محتوى الدروس بدرجة كبيرة بحياة التلاميذ، والدروس المختارة ليست مرتبطة بدرجة كبيرة بحياة التلاميذ ، انما هي أساسيات علمية لاستخدامها وتطبيقها في حل مشكلات حياتية فى المرحلة الثانوية وما بعدها ، فى فروع التفاضل والتكامل وحساب المثلثات والهندسة الفراغية والميكانيكا والفيزياء والجيولوجيا والفلك ...

٤. تستخدم الاستراتيجية في مراحلها(التعلم بالاكتشاف الموجه والاستقرائى وحل المشكلات والطريقة الاستنباطية والخرائط المعرفية والذهنية)، حيث ترى الباحثة أنها يمكن أن تنمى بدرجة كبيرة مكونات البراعة موضع القياس في البحث الحالي ، وأثبتت فاعليتها في تنمية نواتج تعلم مرتبطة بذلك في تعليم الرياضيات مثل (التحصيل والتفكير بأنواعه وحل المشكلات والترابط الرياضى وخفض قلق تعلم الرياضيات) ، كما تؤكد العديد من الأدبيات والدراسات السابقة مثل (محمد علام وأخرون ، ٢٠١٣)، (عبدالرحيم عثمان ، ٢٠١٤) ، (ابتسام عزالدين ، ٢٠١٦) ،

أهداف البحث:

يهدف البحث الى تنمية البراعة الرياضية بمكوناتها ومؤشراتها لدى تلاميذ الصف الثالث الاعدادى فى موضوع االدائرة المقرر عليهم فى الوحدتين (٤، ٥) بالفصل الدراسى الثانى لعام ٢٠١٩-٢٠٢٠م

مناهج البحث المستخدمة:

استخدم البحث المنهج الوصفى التحليلى في عرض الدراسات السابقة ، وفى اعداد أدوات البحث وتفسير النتائج ، واستخدم البحث المنهج شبه التجريبى

والتصميم التجريبي ذي المجموعتين الضابطة والتجريبية في تنفيذ تجربة البحث، وللتحقق من صحة فروض البحث .

أهمية البحث:

تنبع أهمية البحث من خلال إمكانية :

١- الإفادة من مواد وأدوات البحث فى ***تطوير مناهج الرياضيات*** المرحلة الاعدادية .

٢- الإفادة من الاستراتيجية المقترحة ودليل المعلم وكراسة الأنشطة في ***تدريب المعلمين والطلاب المعلمين لتطوير أدائهم*** لتنمية البراعة الرياضية .

٣- تنمية البراعة الرياضية لدى ***تلاميذ الصف الثالث الاعدادى***

٤- الإفادة من الاطار النظرى الخاص بالبراعة الرياضية ومؤشراتها وأدوات البحث في ***تطوير برامج اعداد معلم الرياضيات .***

٥- يمكن ***للباحثين*** الإفادة من مقترحات البحث والاطار النظرى وأدوات البحث

فروض البحث:

١- يوجد فرق دال احصائيا عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسطى درجات المجموعتين التجريبية والضابطة بعديا فى اختبار البراعة الرياضة ككل وفى كل مكون من المكونات الثلاثة (الاستيعاب المفاهيمى والكفاءة الاستراتيجية والاستدلال التكيفى) لصالح المجموعة التجريبية.

٢- يوجد فرق دال احصائيا عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسطى درجات المجموعتين التجريبية والضابطة بعديا فى اختبار البراعة الرياضية فى كل مؤشرات البراعة الرياضية على حده: أ- مؤشرات الاستيعاب المفاهيمى . ب- مؤشرات الاستدلال التكيفى . جـ- مؤشرات الكفاءة الاستراتيجية. لصالح المجموعة التجريبية .

٣- يوجد فرق دال عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسطى درجات المجموعة التجريبية فى التطبيق القبلى والبعدى لاختبار البراعة الرياضية ككل ، وكل مكون منها على حدة (الاستيعاب المفاهيمى والكفاءة الاستراتيجية والاستدلال التكيفى) لصالح التطبيق البعدى .

٤- يوجد فرق دال عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسطى درجات التجريبية قبليا وبعديا فى كل مؤشرات البراعة الرياضية على حدة: أ-مؤشرات الاستيعاب المفاهيمى . ب- مؤشرات الاستدلال التكيفى جـ - مؤشرات الكفاءة الاستراتيجية لصالح التطبيق البعدى .

٥- الاستراتيجية المقترحة لها أثر كبير فى تنمية البراعة الرياضية ككل ، وفى كل مكوناتها الثلاثة على حده ، وكل مؤشراتها على حده.

مصطلحات البحث:

البراعة الرياضية (Mathematical Proficiency) : البراعة الرياضية هي مصطلح يدل على المهارة في تنفيذ الإجراءات بمرونة ودقة عالية ، واستيعاب المفاهيم والعمليات الرياضية واستخدام التفكير المنطقى والتأملى والتبرير ، وتمثيل وصياغة وحل المشكلات الرياضية ، حتى يصل المتعلم الى تقدير قيمة الرياضيات والثقة في استخدامها ، وتتضمن المكونات الثلاث (الاستيعاب المفاهيمى والكفاءة الاستراتيجية والاستدلال التكيفى) ، **وتعرف في البحث الحالي كما يلى : الاستيعاب المفاهيمي (Conceptual Understanding)**: يقصد به" قدرة التلميذ على توضيح معنى المفاهيم والأفكار والعمليات والعلاقات الرياضية ، والتعبير عنها بصور مختلفة والاستنتاج منها وتطبيقها في مواقف مختلفة. **" الاستدلال التكيفى (Adaptive Reasoning)**: يقصد به " القدرة على التفكير التأملى والاستقرائى والتفسير والاستدلال." ، **الكفاءة الاستراتيجية (Strategic Comptence)** يقصد بها " القدرة على تحليل المسائل المختلفة الرياضية وتفسيرها وصياغتها وتمييز المعلومات المعطاه وتمثيلها وحلها بالاستراتيجية المناسبة ، وتتطلب التمكن من استراتيجيات حل المسائل وتكرار حل مسائل ومواقف رياضية حياتية."

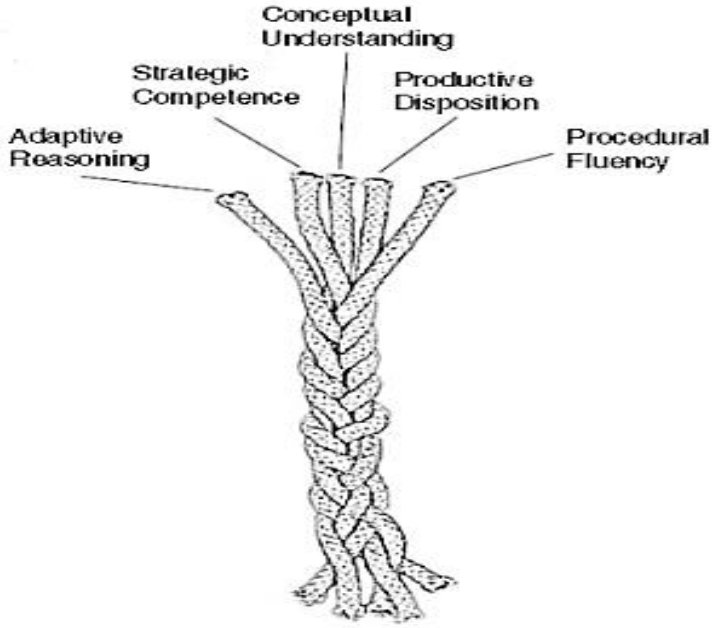
برمجية جيوجبرا (Geogebra): *برمجية جيوجبرا من البرمجيات التفاعلية* مبنية على المعايير العالمية للرياضيات وطور هذه البرمجية ماركس هونرتر Markus (Hohenwrter)، وهى مصممة بطريقة تمكن التلميذ من فهم النظريات والحقائق من خلال التطبيق العملي، واكتشاف المفاهيم بنفسه، والبرمجية عبارة عن مجموعة من الأدوات التي تسهم في إكساب المتعلم المهارات الرياضية، وتشمل البرمجية كافة المعينات اللازمة لجعل عملية التعلم سهلة وشيقة وبنائية . " (22 : 2007، & Hohenwrter Jones)

الاطار النظرى:

أولا البراعة الرياضية (Mathematical Proficiency)

مفهومها: يرى (Kilpatrick Safford Findell,2001,5) أن البراعة الرياضية مصطلح يدل على المهارة في تنفيذ الإجراءات بمرونة ودقة عالية ، واستيعاب المفاهيم والعمليات الرياضية ، واستخدام التفكير المنطقى والتأملى والتبرير ، وتمثيل وصياغة وحل المشكلات الرياضية ، حتى يصل المتعلم الى تقدير قيمة الرياضيات والثقة في استخدامها ، وتتضمن خمسة أبعاد متداخلة ومتشابكة هي : الاستيعاب المفاهيمى والطلاقة الإجرائية والكفاءة الاستراتيجية والاستدلال التكيفى والنزعة المنتجة.

ويوضح الشكل التالى هذا التداخل والتشابك: (Yulian1,V.N& Wahyudin1, 2018,3)



مكونات البراعة الرياضية:

١- **الاستيعاب المفاهيمى (Conceptual Understanding)** يرى (ناصر عبيدة، ٢٠١٧ ، ٢٩) ، (محمود الضانى ، ٢٠١٦، ٤٦) أن الاستيعاب المفاهيمى هو معالجة دقيقة للمفاهيم الرياضية، وما يرتبط بها من علاقات وعمليات بناء المعرفة بعمق ووضوح. ، كما يقصد به " قدرة التلميذ على توضيح معنى المفاهيم والأفكار والعمليات والعلاقات الرياضية ، والتعبير عنها بصور مختلفة والاستنتاج منها وتطبيقها في مواقف مختلفة."، ويستدل عليه من خلال : استيعاب معنى المفهوم ، العلاقات والعمليات ، الأفكار المرتبطة بها ، معرفته للترابطات العديدة للمفاهيم والعمليات والأفكار والمفاهيم الرياضية الأخرى ، وتمثيل الموقف الرياضى والمفاهيم بالشكل أو الرسم أو بنموذج وتطبيقه فى مواقف والاستدلال به فى حل التمارين ، والتعبير عنه بالرموز أو تمثيل المفاهيم والعلاقات بصور مختلفة، وتطبيقه فى مواقف والاستدلال به فى حل التمارين والمشكلات.

٢- **الطلاقة الإجرائية (proucedural fluency)** ويقصد بها الطلاقة والمرونة فى اختيار العمليات والمهارات وأدائها باتقان وأداء الخوازميات والمهارة بسرعة ودقة، كما يقصد بها معرفة الاجراءات ، ومتى وكيف تستخدم بشكل مناسب والمهارة فى أدائها بدقة ومرونة وكفاءة (علاء أبو الريات، ٢٠١٤ ، ٦٨ – ٦٩)، والطلاقة الإجرائية تمكن التلاميذ من استخدام الرياضيات بثقة لحل المسائل واختبار صحة الأفكار الرياضية ، وتوجد علاقة تبادلية بين الطلاقة الإجرائية والاستيعاب المفاهيمى (خالد المعيثم وسعيد المنوفى ، ٢٠١٤ ، ١٢) فالطلاقة الاجرائية تتطلب من الطالب أن يستوعب المفاهيم الرياضية ، ومن جهة أخرى تساعد الطلاقة الاجرائية التلميذ فى تحقيق استيعاب كثير من مفاهيم الرياضيات ، **وترى الباحثة** أن الطلاقة الاجرائية متضمنة بدرجة كبيرة في الكفاءة الاستراتيجية ، لذلك تم استبعاد هذا المكون في القياس كبعد منفصل في البحث الحالي .

٣- **الكفاءة الاستراتيجية** (Strategic Comptence) هى القدرة على تحليل المسائل المختلفة الرياضية وتفسيرها وصياغتها وتمييز المعلومات المعطاه وتمثيلها وحلها بالاستراتيجية المناسبة ، وتتطلب التمكن من استراتيجيات حل المسائل وتكرار حل مسائل ومواقف رياضية حياتية.، وترتبط الكفاءة الاستراتيجية بالاستيعاب المفاهيمى والطلاقة الاجرائية ، ويستدل عليها من خلال: (محمود الضانى ، ٢٠١٦ ، ٤٨)، (خالد المعيثم وسعيد المنوفى، ٢٠١٤، ٣)، (NRC. ,2001, 124) تحديد المعطيات الرياضية المهمة وتجاهل المعلومات الزائدة، وتمثيل المسائل رياضيا ورسم شكل لها ، والبحث عن المسائل المشابهه فى حلها وصياغتها ، وتوليد نماذج من المسألة الرياضية ، واستخدام استراتيجية تفكير مناسبة ، انتاج أفكار متنوعة للمشكلة وكثيرة بناء على الخبرة السابقة له.

٤- **الاستدلال التكيفى (adaptive reasoning)** ويشمل الاستدلال التكيفى التبرير ، الحدس والاستقراء ، طرق التخمين ، تقدير النتائج ، " ومفاهيم الاستدلال تشمل البرهان والاستدلال الاستقرائى ، وتضمن التبرير والتفسير الشكلى ، الحدس والتخمين والاستدلال بالقياس ، التمثيلات العقلية (علاء أبو الريات ٢٠١٤ ، ٧٠-٧١) ،" **ويقصد به** في البحث الحالي القدرة على التفكير التأملى والاستقرائى والتفسير والاستدلال" ، والاستدلال التكيفى يتطلب الاستيعاب المفاهيمى والكفاءة الاستراتيجية ، ويستدل على الاستدلال التكيفى من خلال : " الاستكشاف أو الابحار فى العديد من المفاهيم والحقائق والعمليات لمعرفة اذا كانت ستتكامل فيما بينها بطريقة منطقية ، وتقديم تفسيرات وتبريرات باستخدامها ، التفكير التأملى للموقف الرياضى وحل

المشكلات ، و استخدام المفاهيم والعلاقات بطريقة منطقية.(الاستنتاج منها)، والمنطق الاستقرائى والاستدلالى. " (ناصر عبيدة ٢٠١٧ ، ٢٩) ، (خالد المعيثم وسعيد المنوفى ، ٢٠١٤، ١٣)، (NRC. ,2001,129)

٥- **النزعة المنتجة (Productive disposite)** ويقصد بها النظر للرياضيات على أنها واقعية ومفيدة، ويتم ذلك بتنمية اتجاهات ايجابية نحو مادة الرياضيات والاعتراف بأهمية المنطق الرياضى (خالد المعيثم وسعيد المنوفى ٢٠١٤ ، ١٤) " **ويقصد** بها شعور التلميذ بأهمية الرياضيات ووظيفتها وأنها جديرة بالاهتمام والمثابرة فى تعلمها ومعتقداته وثقته بنفسه فى تعلمها." وتشمل النزعة المنتجة ثلاث جوانب : أهمية الرياضيات ودورها فى الحياة والاتجاه نحوها والقدرة على ممارستها (خالد المعيثم وسعيد المنوفى ٢٠١٤ ، ١٤) ، ، ولم يهتم البحث بقياس بعد النزعة المنتجة لأنها تتطلب ارتباط محتوى الدروس بدرجة كبيرة بحياة التلاميذ ، والدروس المختارة ليست مرتبطة بدرجة كبيرة بحياة التلاميذ. وانما هي أساسيات لدروس تطبيقية أخرى في المرحلة الثانوية في التفاضل والتكامل والهندسة الفراغية وحساب المثلثات والميكانيكا والفيزياء والجولوجيا والفضاء.

ومما سبق يتضح تشابك وتداخل أبعاد ومؤشرات البراعة الرياضية ، وقد اقتصر البحث الحالي على قياس ثلاث مكونات للبراعة الرياضية : (الاستيعاب المفاهيمى، الاستدلال التكيفى ، الكفاءة الاستراتيجية) ، حيث وجدت الباحثة أن دروس الدائرة غنية بنسبة كبيرة بالمفاهيم والحقائق والتعميمات مقارنة بالمهارات ، كما أن الباحثة ترى أن مكون الطلاقة الاجرائية متضمن في مكونى الاستدلال التكيفى والكفاءة الاستراتيجية للبراعة الرياضية ، حيث تتشابك مكونات البراعة الرياضية ، فلا يمكن للتلاميذ أن يتقنوا مكونى الاستدلال التكيفى والكفاءة الاستراتيجية دون اتقان الاستيعاب المفاهيمى والطلاقة الإجرائية ، كما أن النزعة المنتجة تتطلب ارتباط محتوى الدروس بدرجة كبيرة بحياة التلاميذ ، والدروس المختارة ليست مرتبطة بدرجة كبيرة بحياة التلاميذ، وانما هي أساسيات لدروس تطبيقية أخرى في المرحلة الثانوية في التفاضل والتكامل والهندسة الفراغية وحساب المثلثات والميكانيكا، الفيزياء والجيولوجيا والفضاء .

تنمية البراعة الرياضية:

أشار (Elfstrom ,D.,2018 , 67-68)" أن تنمية البراعة الرياضية لا يرتبط بأى عمر، وأنه يمكن تنمية البراعة الرياضية بتقديم مشكلات رياضية حياتية ويجب تنمية ثقة التلاميذ بأنفسهم نحو الرياضيات، وإتاحة الفرصة لهم بتجريب واكتشاف الرياضيات ، ويجب على المعلم أن يخطط لذلك." وأكد (Groves, 2012, 125-126) على ضرورة تشجيع المعلم وتدريبه على كيفية بناء الاستيعاب المفاهيمى

وعملياته الرياضية لدى الطلاب ، من خلال التمثيلات وتقديم أنشطة رياضية تعتمد على الاستقصاء ، بالاضافة الى مراعاة فترات للتأمل الرياضى التى تحث الطالب على قراءة مسارات تفكيره ومراجعة خطوات الحل وتعديلها واكتشاف الأخطاء، وقدم (Gray , 2014, 3-10) مجموعة استراتيجيات تدريس للرياضيات لتنمية البراعة الرياضية أهمها استراتيجيات حل المشكلة الرياضية ، التمثيلات الرياضية البصرية ، السقالات التعليمية الداعمة للطلاب، واستراتيجية الاستيعاب المفاهيمى والمرونة فى الخوارزميات ، وتفعيل استراتيجيات التقويم البنائى كمدخل فى تطوير أداء الطلاب والمعلمين فى حصة الرياضيات، وأوضح (Regan, 2012, 37-39) ، مجموعة مبادئ يجب أن يراعيها معلم الرياضيات عند تدريس الرياضيات لتنمية مكونات البراعة الرياضية أهمها (البناء على المعرفة السابقة ، ومناقشة وتشخيص المفاهيم الخاطئة وتصميم أسئلة فعالة ، وتفعيل مجموعات العمل، ودعم استيعاب الترابطات بين المفاهيم الرياضية وتوظيف اليدويات التكنولوجية بطريقة مناسبة وتوظيف الأنشطة اواستراتيجيات حل المشكلة والتواصل والترابط الرياضى والتمثيلات الرياضية ، كما أن الدراسات السابقة أكدت على أهمية استخدام الربط والتمثيل الرياضى واستراتيجية حل المشكلات ، وتقديم أنشطة ومشكلات رياضية مناسبة، وكذلك توفير بيئة تعليمية ، وتوظيف التكنولوجيا بطريقة مناسبة ومراعاة نفسية المتعلمين ومستوى براعة المعلمين ، *وقد تم الاستفادة من هذه الأراء فى وضع أسس اعداد وبناء الاستراتيجية المقترحة* .

ومن الدراسات التي اهتمت بتنمية البراعة الرياضية : دراسة (مها المصاورة ، ٢٠١٢)، هدفت الى تقصى أثر التدريس وفق استراتيجية قائمة على الربط والتمثيل الرياضى فى البراعة الرياضة لدى طلبة الصف السادس بالأردن ، وقد أشارت النتائج الى فاعلية الاستراتيجية المقترحة فى تنمية البراعة الرياضية بمكوناتها المختلفة (الخامسة) ، ودراسة (خالد المعثم ، سعيد المنوفى ، ٢٠١٤) هدفت الى القاء الضوء حول مفهوم البراعة الرياضية ومكوناتها الخمسة (الاستيعاب المفاهيمى الطلاقة الاجرائية، الكفاءة الاستراتيجية ،الاستدلال التكيفى، الرغبة المنتجة من حيث المقصود بكل منها، تحديد عددا من الممارسات الصفية، التى يمكن أن تنمى البراعة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية فى المملكة العربية السعودية ، ودور فئات المجتمع التربوى (معلمو الرياضيات ، مدير المدارس الاباء ، صناع السياسة التعليمية) فى تنمية البراعة الرياضية ، دراسة (علاء أبو الرايات ، ٢٠١٤) هدفت الى معرفة فعالية نموذج أبعاد التعلم لمارزانوا على تنمية الكفاءة (البراعة) الرياضية لدى تلاميذ الصف الأول الاعدادى بأبعادها المختلفة الخمسة، وقد أشارت النتائج الى فاعلية النموذج فى تنمية الكفاءة (البراعة) الرياضية، دراسة (ناصر عبيدة ، ٢٠١٧) هدفت الى دراسة فاعلية استراتيجية تعليمية قائم على أنشطة *PISA* فى تنمية مكونات

البراعة الرياضية والثقة الرياضية لدى طلاب الصف الأول الثانوى ، قد أوصت الدراسة بضرورة تنمية وقياس مكونات البراعة والثقة الرياضة على مستوى تنفيذ التدريس والاستفادة من النموذج المقترح لارتباطه بتلك المكونات، (خالد المعثم ، سعيد المنوفى ، ٢٠١٨) ، أكدت على تدنى مستوى تلاميذ الصف الثانى الاعدادى بالمملكة العربية السعودية في البراعة الرياضية ، دراسة (ابراهيم التونسى ، ٢٠١٩) أكدت على فاعلية نموذج *الفورمات* (4MAT) فى تدريس الرياضيات على تنمية البراعة الرياضية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائى ، وقد أشارت النتائج الى فاعلية النموذج فى تنمية البراعة الرياضة، وأوصت الدراسة بضرورة تنمية البراعة الرياضية، ودراسة (*Samaelsson,2010*) هدفت الى استخدام استراتيجية حل المشكلات فى تنمية البراعة الرياضية لدى تلاميذ الصف الخامس الابتدائى ، وقد أشارت الدراسة الى فاعلية الاستراتيجية فى تنمية البراعة الرياضية بمكوناتها الاستيعاب المفاهيمى، الكفاءة الاستراتيجية والاستدلال التكيفى) ، وعدم وجود فروق بين الذكور والاناث فى أبعاد البراعة الرياضية ، ودراسة (Price, 2016) هدفت الى دراسة العلاقة بين مهارات ما وراء المعرفة ومكونات البراعة الرياضية لدى تلاميذ الصف الثانى عشر ، من خلال تدريبهم على استخدام مهارات ما وراء المعرفة فى تعليمهم المفاهيم ، واكتساب المهارات الرياضية المختلفة ، وقد أشارت النتائج الى فاعلية ووجود علاقة دالة بين مهارات ما وراء المعرفة ومستوى البراعة الرياضية ، دراسة (Awofala,2017) *هدفت الى التعرف على مستوى البراعة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الثانوية بنيجيريا وعلاقتها بالنوع والأداء فى الرياضيات (التحصيل) ، وقد أشارت النتائج الى وجود علاقة ارتباطية دالة بين مستواهم فى البراعة الرياضية والتحصيل فى الرياضيات، ودراسة هيب (*Hebe G. F., 2018*) هدفت الى دراسة فاعلية برنامج (نادى الرياضيات المتمركز حول الحس العددى) فى تنمية مستوى البراعة الرياضية لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائى من خلال تقديم أنشطة تستهدف تنمية الحس العددى لدى التلاميذ ، وقد أشارت النتائج الى فاعلية البرنامج فى تنمية مستوى البراعة الرياضية للتلاميذ عينة البحث ، ودراسة يولين و وايدن (*Yulian1,V.N & Wahyudin1, 2018*) أكدت على أن معلمى الرياضيات يمكن أن ييسروا تنمية البراعة الرياضية بأبعادها الخمسة لدى طلابهم بالمدرسة العليا في نورس باندانج ، وأن الطلاب استخدموا استراتيجيات متنوعة في حل المشكلات الرياضية مثل (تصميم جدول ، رسم شكلا ، والتجريب ، وتكوين جملة مفتوحة والمحاولة والخطأ ، ولديهم صعوبة في فهم المشكلة واختيار استراتيجية الحل والوصول للحل بطرق مختلفة ، كما أكدت دراسة* (Elfstrom ,D.,2018) *على وجود علاقة بين تنمية ثقة التلاميذ وتحقيق البراعة الرياضية لدي تلاميذ المرحلة الابتدائية ، ودرسة* (Furner J.M. 2019) *أكدت عدم وجود علاقة بين قلق*

الرياضيات ومستوى البراعة الرياضية لدى طلاب كلية أفريقيا الأمريكية، ودراسة(Marasigan ,N.V.& Arasola E. D., 2019)*أكدت على وجود علاقة ارتباطية دالة بين مستوى البراعة الرياضية لدى معلمات الرياضيات بالمرحلة الابتدائية بمستوى البراعة الرياضية لدى التلاميذ ، وأوصت الدراسة بضرورة الاهتمام بقياس وتنمية البراعة الرياضية لدى التلاميذ، دراسة الخليل والناصر* (Khalil1, M. Alnatheer , 2020)*،أكدت على فاعلية* وحدة قائمة على التكامل بين البراعة الرياضية ومهارات القرن الحادى والعشرين لدى تلاميذ الصف الرابع الابتدائى بالمملكة العربية السعودية في تحسين التحصيل، والثقة بالنفس ، وأوصت الدراسة بضرورة أن يعد المعلمون أنشطة تعتمد على مهارات البراعة الرياضية.

ومما سبق يتضح تنوع المراحل الدراسية التى تناولتها الأبحاث لتنمية البراعة الرياضية ، وتنوع طرق وأساليب تنمية البراعة الرياضية ، وأوصت الكثير من الدراسات بضرورة تنمية البراعة الرياضية لدى التلاميذ مثل (خالد المعيثم ، سعيد المنوفى، ٢٠١٨) ، (ناصر عبيدة ، ٢٠١٧)، (ابراهيم التونسى ، ٢٠١٩)، (Marasigan ,N.V.& Arasola E. D., 2019)، Khalil1, M. Alnatheer,2020))، ولم توجد دراسة واحدة تناولت تنمية البراعة الرياضية باستخدام البرمجيات التفاعلية وبرمجية جيوجبرا سواء فى مصر أو العالم العربى أو الأجنبى -فى حدود ما اطلعت عليه الباحثة- ، كما أن الاستراتيجية المقترحة ، تم تصميم مراحلها لتناسب مكونات البراعة الرياضية موضع القياس في البحث الحالي، حيث تشمل (الاكتشاف الاستقرائى والموجه والخرائط المعرفية والذهنية وحل المشكلات) وهو ما يميز البحث الحالى عن غيره من البحوث والدراسات السابقة .

ثانياً: برمجية جيوجبرا : (Geogebra)

التعريف بها:

"برمجية جيوجبرا من البرمجيات التفاعلية مبنية على المعايير العالمية للرياضيات داعمة للمنهج المعتمد من وزارة التربية والتعليم، وطور هذه البرمجية ماركس هونرتر (**Markus Hohenwrter**)، وهى مصممة بطريقة تمكن التلميذ من فهم النظريات والحقائق من خلال التطبيق العملي، واكتشاف المفاهيم بنفسه، والبرمجية عبارة عن مجموعة من الأدوات التي تسهم في إكساب المتعلم المهارات الرياضية، وتشمل البرمجية كافة المعينات اللازمة لجعل عملية التعلم سهلة وشيقة، حيث ُيبنى الطالب باستمرار تعلمه الجديد على تعلمه السابق، وهذا يتفق مع المنحنى البنائى للتعلم**."** (Hohenwrter &Jones، 2007 : 22) ، وأوضح (عايد البلوى ، ٢٠١٢: ٢٧) أن برمجية الجوجبرا هى برمجية رياضية ديناميكية صالحة للتعليم في المدارس الإعدادية والثانوية ، حيث تجمع بين الجبر والهندسة وحساب التفاضل

والتكامل ، وهى برمجية هندسية ديناميكية تمكن المُتعلِّم من أن ينشى النقاط والأجزاء المخروطية ، وكذلك الدوال وتغييرها، كما أن لديها القدرة على التعامل مع المتغيرات والنقاط والمتجهات وإيجاد المشتقات والمتكاملات ، وتوفر أوامر أخُرى مثل الجذور والأسس ، وتحتوى واجهة البرنامج على شاشة للرسم وأخرى للجبر، ويمكن تشغيل الأدوات الهندسية عن طريق الفارة لإنشاء هندسي على لوحة الرسم في شاشة الرسم.

مميزات برمجية جيوجبرا:

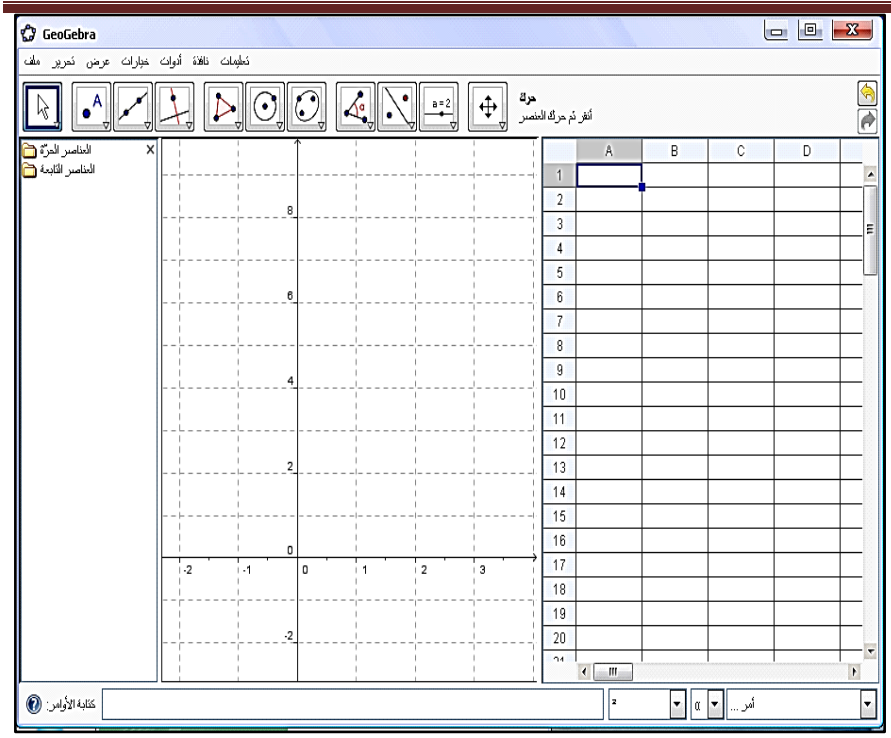
أكدت وثيقة المجلس القومى لمعلمى الرياضيات المبادئ الأساسية لتعليم الرياضيات المدرسية على أهمية استخدام التكنولوجيا والبرمجيات التعليمية التفاعلية فى تعليم الرياضيات لعدة اعتبارات منها (NCTM ، 2000: 25 - 26) إنها:" تسهم فى تحسين تعلم الرياضيات وتعزز تعلم التلاميذ، تدعم التدريس الفعال للرياضيات، وتؤثر فى تحديد موضوعات الرياضيات التى ينبغى تعلمها، تقدم جودة عالية فى تعليم الرياضيات والتى منها أنظمة الجبر الحاسوبية، وبرامج الهندسة التفاعلية، وجداول البيانات، وبرامج العروض التفاعلية." ، كما يرى (ŽILINSKIENĖ1,L., DEMIRBILEK2 M., 2015,127) أن برمجية جيوجبرا تحقق مبدأ الدمج والتكامل بين الرياضيات والتكنولوجيا ، وتساعد في اكتشاف واستيعاب المفاهيم الرياضية للتلاميذ ." ، ويشير(Dogan &Icel , 2010) أن برمجية جيوجبرا ييسر تعلم الرياضيات ، فيتيح للتلاميذ تمثيل المفاهيم الرياضية وملاحظة العلاقة بين الجبر والهندسة والربط بينهما ومشاهدة التمثيلات البيانية للمفاهيم الجبرية، وتمثل برمجية جيوجبرا بيئة تعليمية تفاعلية وتصويرية للطلاب ،ويمكن تصنيفها ضمن أنظمة الهندسة التفاعلية (Dynamic Geomtry (DGS) (Systems) لاحتوائها على المفاهيم الهندسية مثل النقطة والمستقيم والقطع المستقيمة، الأشكال الهنسية و..... ، كما يمكن تصنيفها ضمن أنظمة الجبر المحوسبة (Computer Algebra Systems) (CAS) لأنها تتضمن المعادلات والاحداثيات والتمثيل الجبري للأشكال الهندسية، ولخص(نجيب أبو عظمة ، ٢٠١٤: ٣) مميزات البرمجيات التعليمية التفاعلية فى: تقديم المعلومات بأسلوب علمي منظم، ومراعاة الخبرات التي يتمتع بها المُتعلِّم، وزيادة تفاعل المُتعلِّم وذلك بعرض المعلومات، وتقديم التدريبات، وتقويم الاستجابات، توفر الوقت والجهد في فهم المادة التعليمية ، تجعل المادة التعليمية مشوقة ، بما تتضمنه من مؤثرات متنوعة (صور، رسوم...) ، تدعم عملية التعلم وتعززها من خلال عرض المعلومات بطرق متنوعة. وأضاف (Abera,Y.,W and ,Awgichew m,G.,Z., 2020, 69) أنها سهلة الاستخدام والتحميل وتسمح بادراج صور واقعية وأشكال، ولا تتطلب مهارات عالية لاستخدامها وتقدم تمثيلات متعددة جبرية وهندسية وبيانية .

تعلم الهندسة باستخدام برمجية الجيوجبرا:

يرى (ناجى ميخائيل ، ٢٠٠٩: ٣١) إن برمجية الجيوجبرا قادرة على توفير مواقف تعليمية متعددة الأبعاد والمستويات في إقناع المُتعلّم بصحة فكرة رياضية، وهنا تكمن أهمية توظيف البرمجية في تصحيح العديد من الأخطاء التي قد تصاحب تعلم الهندسة ، وهذا يتطلب نوعية معينة من المُتعلّمين وسمات شخصية أهمها القدرة على طرح الأسئلة والبحث عن الحقيقة والصدق المنطقي ومنطقية الحل والبرهان.، وأوصى (محمد النذير، ٢٠١٢: ١١) بضرورة استخدام برمجية الجيوجبرا في شرح المفاهيم الهندسية لما يتميز به البرنامج من دقة وترسيخ لهذه المفاهيم في أذهان المُتعلّمين مع ضرورة العمل على توفير المتطلبات اللازمة لتفعيل استخدام البرمجيات الإلكترونية في المرحلة الثانوية من التعليم العام وفى بقية المراحل التعليمية المختلفة، وتخلص الباحثة من ذلك بضرورة توفير متطلبات استخدام البرمجيات التفاعلية من أجهزة مناسبة وتوفير معلمين وطلاب مدربين على كيفية تنزيل واستخدام برمجية جيوجبرا وتشجيع الطلاب على التفاعل واستخدام المنطق والتفكير المنطقى والبصرى والتأملى عند تنفيذ أنشطة بالبرمجية .قد تم بالفعل مراعاة ذلك في أسس بناء النموذج التدريسى المقترح وتقديم (أول أربع حصص) للتعرف والتدريب على استخدام البرمجية .

مكونات شاشة برمجية جيوجبرا:

وبرمجية الجيوجبرا تجمع بين الهندسة والجبر والقياس ، وتحتوى على مجموعة الأدوات أو نوافذ ، وذلك لتمثيل العناصر الرياضية بطرق مختلفة بيانيًا أو جبريًا أو من خلال ورق البيانات ، وتكون هذه النوافذ مرتبطة ببعضها البعض لنفس العنصر الرياضي ، وفيما يلى شرح مبسط لكل نافذه من النوافذ والشكل التالى يوضح ذلك : (أمال محمود ، ٢٠١٩ ، ٣٧-٣٩)



١- النافذة الرسومية : ويتم فيها الرسم باستخدام الأدوات الموجودة فى شريط الأدوات.
٢- النافذة الجبرية : ويتم فيها التمثيل الجبرى للعناصر الرياضية.
٣- حقل الأوامر : ويتم فيه كتابة الأوامر الرياضية، ثم الضغط على Enter
٤- ورقة البيانات (العمل) : وبها الإحداثيات والنقاط والأوامر والدوال.
٥- شريط القوائم : وهو شريط يحتوى على قوائم (ملف – تحرير – عرض – خيارات – أدوات – تعليمات) قوائم أساسية لحفظ الملفات وإجراء التعديلات.
٦- شريط الأدوات : وهو شريط يحتوى على بعض الرموز الرياضية التى تستخدم فى تصميم البرمجية مثل (النقطة – القطعة المستقيمة – الدائرة – المضلعات ٠٠٠٠٠٠)

كيفية استخدامها:

تستخدم برمجية جيوجبرا في تدريس الرياضيات في كل فرع من فروعها ، وأكدت دراسة (Tambi N. ,Kwan,E. 2013)، ودراسة (حسن اسحاق،

٢٠١٨) أنه يمكن دمج برمجية الجيوجبرا في الغرف الصفية بالمدارس بإحدى الطريقتين:

١ - **الطريقة المتمركزة حول المعلم :** هذه الطريقة يستطيع المعلم تحميل برمجية الجيوجبرا ثم تحميل دروس جاهزة معدة مسبقًا باستخدام برمجية الجيوجبرا لتدريس المفاهيم الجبرية أو الهندسية بحيث يتفق العرض مع الدرس المطلوب شرحه ،ويقوم المعلم بعمل بعض الرسوم التفاعلية أثناء شرح وعرض الدرس ، وعلى المعلم أن يخلق جو من المرح والمتعة والتشويق ، وأن يتسع صدره لأسئلة التلاميذ واقتراحاتهم.

٢- **الطريقة المتمركزة حول المُتعلِّم :** هذه الطريقة تعتمد على مهارات استخدام المتعلم للحاسب ومعرفته المسبقة ببرمجية الجيوجبرا بحيث يستطيع المُتعلِّم اكتشاف واستنتاج المفاهيم والحقائق والتعميمات الرياضية من خلال استراتيجية قائمة على برمجية الجيوجبرا ، وعمل أوراق عمل تفاعلية ، ويزود المعلم تلاميذه بمشاريع وأعمال على البرمجية ، وهذه الطريقة هى المتبعة فى البحث الحالى.

أهميتها في تدريس الرياضيات:

يرى التربويون أن استخدام برمجية جيوجبرا يمكن الطلاب من : إعطاء معنى للرياضيات بالرسم أو الاشكال او المعادلات ، تتيح الفرصة للطلاب لملاحظة التتابع والتسلسل الرياضى، وملاحظة الأسباب والنواتج وتحقيق الاستيعاب المفاهيمى، (Campe, K.,D. 2018, 43) ، كما أن برمجية جيوجبرا أثبتت فاعليتها في تنمية التحصيل والمعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية والترابط والحس العددى والتفكير الابداعى والتفكير البصرى ، وخفض قلق التلاميذ الصغار نحو تعلم الرياضيات وتحفيزهم لتعلمها ،ومن الدراسات التي تؤكد ذلك : دراسة (Zengin , et al., 2011) هدفت الدراسة إلى معرفة تأثير برمجية الجيوجبرا فى تعليم التلاميذ لعلم حساب المثلثات فى المرحلة الثانوية ، وتوصلت الدراسة إلى وجود فرق واضح بين المجموعتين لصالح المجموعة التجريبية ، وأوصت الدراسة باستخدام البرمجية فى تدريس الرياضيات بصفة عامة وفى تعليم حساب المثلثات بصفة خاصة لما لها من تأثير ايجابى على التلاميذ فى التحصيل الدراسى فى المرحلة الثانوية ، ودراسة (أحمد العنزى ، ٢٠١٢) هدفت الدراسة إلى استخدام برمجية الجيوجبرا فى اكتساب المفاهيم الهندسية لتلاميذ الصف الأول الثانوى بمدينة حائل حسب مستويات ديفيس، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية برمجية الجوجبرا فى زيادة التحصيل واكساب المفاهيم الهندسية ، وأوصت الدراسة باستخدام البرمجية فى تدريس الهندسة لجميع مراحل

التعليم، دراسة (غادة النعيمى ٢٠١٦) هدفت الى التعرف على أثر استخدام برنامج جيوجبرا فى *(Geogebra)* فى تنمية مهارات الترابط الرياضى لدى طالبات الصف الأول الثانوى فى مدينة الرياض، وأشارت النتائج الى تنمية مهارات الترابط الرياضى لدى طالبات المجموعة التجريبية بصورة أفضل من طالبات المجموعة الضابطة، دراسة (اكرامى مرسال ، ٢٠١٧) هدفت الى دراسة فاعلية الأنشطة الاثرائية بالبرمجيات فى اكساب تلاميذ الصف السادس الابتدائى المعرفة المفاهمية والاجرائية ، وقد أشارت النتائج الى تنمية المعرفة المفاهمية والاجرائية، وقد أوصت الدراسة بضرورة توظيف برمجية جيوجبرا فى تعلم الهندسة وموضوعات الرياضيات المختلفة. دراسة (*Yildiz, et al.,2017*) الكشف عن أثر استخدام برنامج جوجبرا فى تنمية مهارات التفكير الابداعى لدى الطلاب المعلمين تخصص الرياضيات فى تركيا، وقد أشارت النتائج الى تنمية مهارات التفكير الابداعى لدى الطلاب المعلمين، دراسة (Seloraji,Eu,2017) هدفت الى دراسة أثر برمجية جيوجبرا في أداء تلاميذ الصف الأول للانعكاس الهندسى وكانت عينة البحث من لتلاميذ أعمارهم تتراوح من ٥-٦ سنوات من دول مختلفة (أمريكا وماليزيا وكوريا والهند و.....)، وقد أشارت النتائج الى تحسن أداء التلاميذ في الانعكاس الهندسى ، ، وأوصت الدراسة بضرورة توظيف برنامج جوجبرا فى تدريس الرياضيات،

ودراسة (Abera,Y.,W and ,Awgichew m,G.,Z., 2020) أكدت على أن ادراج المعلمين لصور واقعية أو هندسية في برنامج جيوجبرا يؤدى الى استكشاف الرياضيات واستمتاع وخفض قلق التلاميذ وتحفيزهم لتعلمها .

ومما سبق يتضح أهمية برمجية جيوجبرا في تنمية التحصيل والمعرفة المفاهيمية والمعرفة الإجرائية والتحصيل والترابط الرياضى والتفكير الابداعى واستمتاع التلاميذ وخفض قلقهم وتحفيزهم لتعلم الرياضيات ، ولم توجد دراسة واحدة استخدمت برمجية جيوجبرا تنمية البراعة الرياضية لأى مرحلة تعليمية أو صف من الصفوف، وهو ما يميز البحث الحالى عن غيره من البحوث.

إعداد مواد وأدوات البحث:

أولاً: إعداد قائمة بمؤشرات البراعة الرياضية:

تم اعداد قائمة بمؤشرات البراعة الرياضية التى يمكن تنميتها من خلال دراسة موضوع الدائرة لتلاميذ الصف الثالث الاعدادى من خلال: الدراسة النظرية والتحليلية للبراعة الرياضية وموضوع الدائرة وخصائص التلاميذ ، وقد تم عرضها

على المحكمين ، وتنفيذ ما يلزم من ملاحظات وصياغتها في صورتها النهائية. (أنظر ملحق (١)) .

ثانياً: إعداد اختبار البراعة الرياضية:

تحديد الهدف من الاختبار : يهدف الاختبار الى قياس مكونات ومؤشرات البراعة الرياضية لدى تلاميذ الصف الثالث الاعدادى في موضوع الدائرة (الدروس المختارة بالوحدتين (٤ ، ٥) الفصل الدراسى الثانى عام (٢٠١٩-٢٠٢٠ م) .

تحليل محتوى موضوع الدائرة المقرر على تلاميذ الصف الثالث الاعدادى لتحديد المفاهيم والتعميمات والمهارات ، ثم إعادة التحليل في ضوء مكونات البراعة الرياضية موضع الاهتمام في البحث الحالى (الاستيعاب المفاهيمى والاستدلال التكيفى والكفاءة الاستراتيجية) ومؤشراتها وتم التحقق من صدق التحليل بعرضه على المحكمين. (ملحق٢، ٣)

إعداد جدول الأوزان النسبية وعدد المفردات: (ملحق ٤)

اعداد المفردات: اشتمل الاختبار على أسئلة موضوعية ومقالية .

اعداد جدول مواصفات الاختبار: في ضوء قائمة مؤشرات البراعة السابقة والجدول التالى يوضح ذلك .

جدول (١) مواصفات اختبار البراعة الرياضية

الدرس	الاستيعاب مفاهيمى				الكفاءة استراتيجية		الاستدلال التكيفى			اجمالى العدد
	التعبير عن المفهوم أو العلاقات	تفسير المفهوم أو العلاقات	الاستنتاج من المفاهيم والعلاقات	تطبيق للمفاهيم والعلاقات	تكوين المشكلة	حل المشكلة غير الروتينية	التفكير التأملى والاستقرائي	التفكير الاستنباطي	برهنة التعميمات والعلاقات	
الأول	٤		١٧	١٤، ٢٠		١١			٣٤	٦
الثانى	١٩ ١٨	٨ ١٥	٦		٢٥ ٢٤		٥			٨
الثالث	١٦		١٢	٩		٢٧، ٢٨		٣١	٣٠	٧
الرابع		٢٦		٢١		١٠			٢٩	٤
الخامس			٣ ،٢	٧	٣٣	٣٢		١٣		٦
السادس							١، ٢٢ ، ٢٣			٣
المجموع	٤	٣	٥	٥	٣	٥	٤	٢	٣	
الاجمالى	١٧				٨		٩			٣٤

إعداد تعليمات الاختبار: تم اعداد تعليمات الاختبار لتوضح للتلاميذ كيفية الإجابة عن أسئلة الاختبار.

صدق الاختبار: للتحقق من الصدق الظاهرى للاختبار، تم عرض الاختبار على مجموعة من المحكمين (ملحق١٠)، وقد تم تنفيذ بعض الملاحظات الخاصة بصياغة بعض المفردات وبعض أخطاء الطباعة.

تطبيق الاختبار استطلاعيا:
تم تطبيق الاختبار على مجموعة من تلاميذ الصف الثالث الاعدادى بمدرسة (١٥) مايو الإعدادية بنات عددها (٣٥) تلميذة بهدف التحقق من ثبات وصدق الاختبار، وتحديد الزمن المناسب للاختبار ومعاملات السهولة والصعوبة .

حساب صدق المحتوى:
تم حساب معاملات الارتباط بين درجات كل بعد والاختبار ككل فكانت معاملات الارتباط على الترتيب (٠,٦٨ ، ٠,٧٤ ، ٠,٧١) ودالة عند مستوى (٠،٠١) ، كما تم حساب معاملات الارتباط بين درجات كل مؤشر ودرجات كل مكون ككل فتراوحت معاملات الارتباط بين (٠,٣٥، ٠,٦٩) وهى دالة عند مستوى (٠،٠٥) ، (٠،٠١).

ثبات الاختبار:
تم حساب الثبات بطريقة ألفا كرونباخ ، فكانت معاملات الثبات لكل بعد من أبعاد الاختبار وللاختبار ككل على الترتيب (٠,٨٦، ٠,٨٨، ٠,٨٥ ، ٠,٨٧) ، وهى معاملات مناسبة للوثوق في ثبات الاختبار .

حساب زمن الاختبار:
تم حساب زمن الاختبار بحساب متوسط زمن كل طالب فكان زمن الاختبار (٩٠ دقيقة) بما فيها التعليمات .

الصورة النهائية للاختبار:
تم إعداد الصورة النهائية للاختبار في ملحق (٨) وتم توضيح طريقة تقدير الدرجة والتصحيح في ملحق (٩)

ثالثاً: إعداد الاستراتيجية التعليمية المقترحة:

١- أسس إعداد الاستراتيجية:
تم تحديد أسس بناء الاستراتيجية المقترحة لتنمية البراعة الرياضية من خلال:

- الدراسة النظرية السابقة للبراعة الرياضية وبرمجية جيوجبرا .
- دراسة خصائص وطبيعة تلاميذ الصف الثالث الاعدادى (المعرفية والاجتماعية والنفسية).
- دراسة تحليلية لموضوع الدائرة بالصف الثالث الاعدادى بالوحدة الرابعة والخامسة للفصل الدراسى الثانى).
- قائمة مؤشرات البراعة الرياضية السابق اعدادها في ملحق (١) .
- طبيعة واستخدامات استراتيجيات التعلم بالاكتشاف الموجه والاستقرائى وطريقة حل المشكلات والطريقة الاستنباطية والخرائط المعرفية والذهنية.

- وقد تم التوصل الى مجموعة من الأسس التي تم بناء الاستراتيجية المقترحة في ضوئها (أنظر ملحق ٥)

٢- **مراحل الاستراتيجية التعليمية المقترحة:**

في ضوء الأسس السابقة تم اعداد مراحل وخطوات الاستراتيجية التعليمية المقترحة لتنمية أبعاد ومؤشرات البراعة الرياضية فى موضوع الدائرة المقرر على تلاميذ الصف الثالث الاعدادى الفصل الدراسى الثانى، وفيما يلى توضيح لمراحل الاستراتيجية المقترحة .

مراحل الاستراتيجية التعليمية المقترحة لتنمية البراعة الرياضية:

أولاً: مرحلة الإعداد والتهيئة:

وتشمل التخطيط للدرس ومراجعة الواجب السابق ومراجعة الخبرة السابقة اللازمة للدرس الحالى بالحوار والمناقشة وباستخدام خريطة معرفية ، ويتم تقسيم التلاميذ كل تلميذان يعملان على جهاز كمبيوتر واحد ، ويطلب المعلم منهم تشغيل برمجية جيوجبرا على الجهاز.

ثانياً: مرحلة الاكتساب:

وتشمل تقديم نشاط استكشافى يطبقه التلميذان بالتعاون معا باستخدام البرمجية وباستخدام طريقة الاكتشاف الموجه وبالمناقشة والحوار من جانب المعلم يكتسب التلميذ الخبرات الجديدة.

ثالثا: مرحلة التطبيق:

يتم تقديم أمثلة وتدريبات وتمارين تطبيقية على ما تم اكتسابه ، حيث يستخدم المعلم الطريقة الاستنباطية وطريقة حل المشكلات ، ويدربهم المعلم على استراتيجيات تفكير تشمل (الطريقة التركيبية والتحليلية والبحث عن مشكلة مشابهة).

رابعاً: مرحلة التوسع:

وتشمل اكتساب خبرات جديدة استكمالا لخبرات الدرس الحالي وتطبيقها ، ويتبع المعلم ما تم في ثانيا وثالثا.

خامساً: مرحلة التقويم:

يتم التأكد من تحقق كل أهداف الدرس، وذلك بتقديم أسئلة ومشكلات على الدرس باستخدام طريقة حل المشكلات والحوار والمناقشة .

سادساً: مرحلة الغلق:

تتضمن مراجعة وتلخيص سريع لما تم تعلمه بالدرس، حيث يطلب المعلم من تلاميذه إعداد خرائط ذهنية بسيطة تضم الخبرات الجديدة للدرس الحالي .

إعداد دليل المعلم لتدريس موضوع الدائرة المقرر على تلاميذ الصف الثالث الاعدادى والفصل الدراسى الثانى ٢٠١٩/٢٠٢٠ م ، أول ستة دروس.

وقد تضمن الدليل:
مقدمة، الهدف العام للدليل، التعريف بمتغيرات البحث(برمجية جيوجبرا وكيفية تشغيلها)، والبراعة الرياضية ومكوناتها ومؤشراتها ، مراحل النموذج التدريسى المقترح، الأهداف الاجرائية للدليل (تشمل أهداف الدروس) ، الخطة الزمنية لتقديم الدروس، وخطة لتقديم الدروس وفق الاستراتيجية التعليمية المقترحة ، وتم عرضه على مجموعة من المحكمين واجراء بعض الملاحظات مثل: ضبط بعض الرسوم والصياغة اللغوية ، وأصبح في صورته النهائية في ملحق (٦).
إعداد كراسة الأنشطة تم اعداد كراسة تشمل كل الأنشطة المرتبطة بالدروس والواردة بدليل المعلم. وتم عرضه على المحكمين للتحقق من صحته ملحق (٧) .

عينة البحث:
تم اختيار مدرستين تابعتين لادارة طوخ التعليمية في بداية الفصل الدراسى الثانى عام ٢٠٢٠م ، وهما : مدرسة طنط الجزيرة الاعدادية المشتركة ، مدرسة أجهور الكبرى الاعدادية المشتركة ، وكان عدد أفراد العينة (٨٠) تلميذا وتلميذة ، تم اختيار فصل من كل مدرسة من فصول الصف الثالث الاعدادى عدد كل منهما (٤٠) تلميذا وتلميذة ، ليمثلوا المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة ، ثم انخفض العدد الى (٣٤، ٣٤) ، بعد حذف المتغيب منهم في أي حصة من فترة التطبيق . وقد تم التكافؤ بينهما في المستوى الاقتصادى الاجتماعى ، باختيار التلاميذ من مدرستين بقريتين متجاورتين ، وتم التكافؤ بينهما في العمر الزمنى ، حيث كان متوسط أعمارهم (١٥عاما) ، وتم التكافؤ في مستوى خبرة المعلمين القائمين بالتدريس تقريبا (١٠ أعوام) ، كما تم التكافؤ بين المجموعتين في البراعة الرياضية ، وذلك بتطبيق اختبار البراعة الرياضية قبليا ، وفيما يلى قيمة ت ودلالة الفرق بين متوسطى درجات مجموعتى البحث قبليا فى اختبار البراعة الرياضية :

جدول (٢) قيمة ت ودلالة الفرق بين متوسطى درجات مجموعتى البحث قبليا فى اختبار البراعة الرياضية ككل ومكوناته الثلاثة

المكون	المجموعة	المتوسط	الانحراف	قيمة ت	مستوى الدلالة
الاستيعاب المفاهيمي	التجريبية	٧,٥٢	٤,١	-٠,٤٤	٠,٦ غير دالة
	الضابطة	٧,٩	٣,٥		
الكفاءة الاستراتيجية	التجريبية	٣.٨٢	٢.٢٨	١.٤٣	٠,١ غير دالة
	الضابطة	٣.١	١.٥٤		
الاستدلال التكيفى	التجريبية	٢.٠٥	٠.٨٠١	-١.٧١	٠,١ غير دالة
	الضابطة	٢.٤٧	١.١		
البراعة ككل	التجريبية	١٣.٤١	٦.٠٨	٠.٥٢	٠,٦ غير دالة
	الضابطة	١٢.٧٠	٥.٠٦		

ومن الجدول (٢) يتضح عدم وجود فرق دال بين متوسطى درجات المجموعتين فى اختبار البراعة الرياضية ككل وفى كل مكون من مكونات البراعة الرياضية ، مما يعكس تكافؤ المجموعتين قبليا فى اختبار البراعة الرياضية ، كما أن انخفاض متوسط درجات الطلاب يعكس تدنى مستوى الطلاب في البراعة الرياضية قبليا .

تنفيذ تجربة البحث:

في بداية الفصل الدراسى الثانى ، وبعد التأكد من تكافؤ المجموعتين قابلت الباحثة معلم المجموعة التجريبية بمدرسة أجهور الكبرى الاعدادية المشتركة بإدارة طوخ التعليمية ، وطلبت منه تدريب التلاميذ تدريبا كافيا على استخدام البرمجية ، وتأكدت الباحثة من تمكن التلاميذ من استخدام البرمجية ، وتم توضيح الاستراتيجية التعليمية المقترحة لمعلم المجموعة التجريبية ليستخدمه فى تدريس موضوع الدائرة ، وتم تقديم دليل المعلم له وكراسة الأنشطة ليستخدمها التلاميذ فى فترة تطبيق تجربة البحث ، وتم توفير بعض الوسائل التعليمية اللازمة لتقديم الدروس ، وقد بدأ التدريس في الفصل الدراسى الثانى في الفترة من الخميس ٦-٢-٢٠٢٠م ، واستمرت التجربة حتى الأربعاء ١٣ - ٣-٢٠٢٠م، وقد درست المجموعة الضابطة مع معلم الفصل في مدرسة طنط الجزيرة الاعدادية المشتركة بإدارة طوخ التعليمية في نفس الفترة الزمنية ، وملحق (١١) فيه دليل التطبيق .

ملاحظات على تجربة البحث:

لوحظ أثناء فترة التطبيق ما يلى: استمتاع التلاميذ باستخدام البرمجية واكتشاف المعلومات والخرائط المعرفية، والخرائط الذهنية التى يعدونها، وزادت ثقتهم بأنفسهم في حل المشكلات بعد التدريب على بعض استراتيجيات التفكير فى حل المشكلات والاستنتاج والبحث عن المعلومات الناقصة (العمل) ، وكثير منهم استخدم البرمجية فى المنزل للتحقق من صحة التمارين والأنشطة والواجب المنزلى للدرس والدروس الأخرى.

التطبيق البعدى:

بعد الانتهاء من تقديم الدروس الست بالوحدة (٤، ٥) الخاصة بموضوع الدائرة بالاستراتيجية المقترحة للمجموعة التجريبية وبالطريقة المعتادة للمجموعة الضابطة ، تم تطبيق اختبار البراعة الرياضية على المجموعتين بعديا.

نتائج البحث:

للتحقق من صحة الفرض الأول والذى ينص على أنه : يوجد فرق دال عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسطى درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة بعديا فى اختبار البراعة الرياضية (ككل) وفى كل مكون من مكوناتها الثلاثة، تم حساب قيمة ت ودلالة الفرق بين متوسطى درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة

الضابطة بعديا فى اختبار البراعة الرياضية (ككل)، وفى كل مكون من مكوناتها ا وفى كل مكون من مكوناتها الثلاثة، والجدول التالى يوضح ذلك:

جدول (٣) قيمة ت ودلالة الفرق بين متوسطى درجات مجموعتى البحث بعديا فى اختبار البراعة الرياضية ككل، وفى كل وفى كل مكون من مكوناتها الثلاثة الرئيسية الثلاثة

المكون	المجموعة	المتوسط	الانحراف المعيارى	قيمة ت	مستوى الدلالة	مربع ايتا	حجم الأثرعند درجة حرية٦٦
الاستيعاب المفاهيمي	التجريبية	٢٠.٣٢	٤.٣	٤.٢	دالة عند مستوى ٠.٠١	٠.٢١	كبير
	الضابطة	١٦.١٤	٣.٧				
الكفاءة الاستراتيجية	التجريبية	١٤.١١	٢.٣٤	٥.٤٠	دالة عند مستوى ٠.٠١	٠.٣٢	كبير
	الضابطة	١١.٢٦	١.٩٨				
الاستدلال التكيفى	التجريبية	١٦.٣٢	٣.١٩	٥.٦٦	دالة عند مستوى ٠.٠١	٠.٣٠	كبير
	الضابطة	١٢.٣٨	٢.٤٩				
البراعة ككل	التجريبية	٥٠.٧٦	٩.٠٤	٥.٧٠	دالة عند مستوى ٠.٠١	٠.٣٢	كبير
	الضابطة	٣٩.٧٩	٦.٦٢				

ومن الجدول (٣) يتضح وجود فرق دالة عند مستوى (٠.٠١) بين متوسطى أداء المجموعتين فى اختبار البراعة الرياضية ككل ، وفى كل مكون من مكوناتها الثلاثة على حدة لصالح المجموعة التجريبية ***مما يعنى قبول صحة الفرض الأول*** .

وللتحقق من صحة الفرض الثانى والذى ينص على " يوجد فرق دال احصائيا عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسطى درجات المجموعتين التجريبية والضابطة بعديا فى اختبار البراعة الرياضية (فى كل مؤشر من مؤشرات البراعة الرياضية حده) لصالح المجموعة التجريبية : أ- مؤشرات الاستيعاب المفاهيمى . ب- مؤشرات الاستدلال التكيفى . جـ- مؤشرات الكفاءة الاستراتيجية.، تم حساب قيمة " ت " ودلالة الفرق بين متوسطى درجات المجموعتين بعديا فى اختبار البراعة الرياضية (كل مؤشر من مؤشرات البراعة الرياضية على حدة) والجدول التالى يوضح ذلك :

جدول (٤) يوضح قيمة " ت " ودلالة الفرق بين متوسطى درجات المجموعتين بعديا فى كل مؤشر من مؤشرات البراعة الرياضية على حدة

المكون والمؤشر	المجموعة	المتوسط	الانحراف المعيارى	قيمة ت	مستوى الدلالة	مربع ايتا η^2	حجم الأثر درجة الحرية٦٦
الاستيعاب المفاهيمى							
التعبير عن المفهوم أو.....	التجريبية	٥.٠٨	١.٤٠	٣.٩١	٠.٠١	٠.١٨	كبير
	الضابطة	٣.٨٨	١.١٢				
تفسير المفهوم....	التجريبية	٣.٣٨٠	١.١٥	٣.٨٢	٠.٠١	٠.١٨	كبير
	الضابطة	٢.٤١	٠.٩٢				
الاستنتاج منها	التجريبية	٥.٩١	١.٣	٣.٤٨١	٠.٠١	٠.١٥	كبير
	الضابطة	٤.٨٢	١.٢				
تطبيق المفهوم.أو العلاقات ..	التجريبية	٥.٩٤	١.٠٤	٣.٤٨٤		٠.١٥	كبير
	الضابطة	٥.٠٢	١.١١				
الاستدلال التكيفى							
التفكير التأملي الاستقرائي	التجريبية	٧.٢	١.٣٨	٦.١٦	٠.٠١	٠.٣٦	كبير
	الضابطة	٥.٣٥	١.٠٦				
الاستنتاج	التجريبية	٣.٧	٠.٩٣	٤.٦١	٠.٠١	٠.٢٤	كبير
	الضابطة	٢.٧٣	٠.٧٩				
برهنة التعميمات	التجريبية	٥.٤١	١.١	٤.٧٠	٠.٠١	٠.٢٥	كبير
	الضابطة	٤.٢١	٠.٨٣				
الكفاءة الاستراتيجية							
تكوين المشكلة	التجريبية	٥.٤١	١.٠١	٦.٤٣	٠.٠١	٠.٣٨	كبير
	الضابطة	٣.٩١	٠.٩٠				
حل المشكلات	التجريبية	٨.٧٠	١.٤٤	٤.٠٨	٠.٠١	٠.٢٠	كبير
	الضابطة	٧.٣٥	١.٢٧				

ومن الجدول (٤) يتضح وجود فرق دال احصائيا عند مستوى (٠.٠١) بين متوسطى درجات المجموعتين التجريبية والضابطة بعديا فى اختبار البراعة الرياضية (فى كل مؤشر من مؤشرات البراعة الرياضية على حدة) لصالح المجموعة التجريبية : أ- مؤشرات الاستيعاب المفاهيمى ب- مؤشرات الاستدلال التكيفى جـ- مؤشرات الكفاءة الاستراتيجية، ***مما يعنى قبول صحة الفرض الثانى.***

وللتحقق من صحة الفرض الثالث والذى ينص على " يوجد فرق دال عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسطى درجات المجموعة التجريبية فى التطبيق القبلى والبعدى لاختبار البراعة الرياضية ككل ، وفى كل بعد من أبعادها على حدة (الاستيعاب المفاهيمى والكفاءة الاستراتيجية والاستدلال التكيفى) لصالح التطبيق البعدى " ، تم حساب قيمة ت ودلالة الفرق بين متوسطى درجات المجموعة التجريبية فى التطبيق القبلى والبعدى للبراعة الرياضية ككل وفى كل مكون من مكوناتها الثلاثة ،على حدة والجدول التالى يوضح ذلك:

جدول (٥) قيمة ت ودلالة الفرق بين متوسطى درجات المجموعة التجريبية فى التطبيق القبلى والبعدى لاختبار البراعة الرياضية ككل وفى كل مكون من مكوناتها الثلاثة، على حدة

المكون	التطبيق	المتوسط	الانحراف المعيارى	قيمة ت	مستوى الدلالة	مربع ايتا 2	حجم الأثرعند درجة حرية ٣٣
الاستيعاب المفاهيمي	القبلي	٧.٥٢	٤.١٢	-١٧.٦٢	دالة عند مستوى ٠.٠١	٠.٩٠	كبيرجدا
	البعدى	٢٠.٣٢	٤.٣٩				
الكفاءة الاستراتيجية	القبلي	٣.٨٢	٢.٢٨	-٢٤.٦٨	دالة عند مستوى ٠.٠١	٠.٩٤	كبيرجدا
	البعدى	١٤.١١	٢.٣٤				
الاستدلال التكيفى	القبلي	٢.٠٥	٢.٨١	-١٤.٧٢	دالة عند مستوى ٠.٠١	٠.٨٦	كبيرجدا
	البعدى	٥.٤٧	١.١٣				
البراعة ككل	القبلي	١٣.٤١	٦.٠٨	-٢٦.٧٣	دالة عند مستوى ٠.٠١	٠.٩٥	كبيرجدا
	البعدى	٣٩.٩١	٦.٩٩				

ومن الجدول (٥) يتضح وجود فرق دال عند مستوى (٠.٠١) بين متوسطى درجات المجموعة التجريبية فى التطبيق القبلى والبعدى لاختبار البراعة الرياضية ككل وفى كل مكون من مكوناتها الثلاثة الرئيسية على حدة (الاستيعاب المفاهيمى والكفاءة الاستراتيجية والاستدلال التكيفى) لصالح التطبيق البعدى ." ***مما يعنى قبول صحة الفرض الثالث.***

وللتحقق من صحة الفرض الرابع والذى ينص على يوجد فرق دال عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسطى درجات المجموعة التجريبية قبليا وبعديا فى كل مؤشرات البراعة الرياضية على حدة: أ-مؤشرات الاستيعاب المفاهيمى . ب- مؤشرات الاستدلال التكيفى . جـ - مؤشرات الكفاءة الاستراتيجية ، لصالح التطبيق البعدى ، تم حساب قيمة " ت " ودلالة الفرق بين متوسطى درجات المجموعة التجريبية قبليا وبعديا فى كل مؤشرات أبعاد البراعة الرياضية على حدة: أ-مؤشرات الاستيعاب المفاهيمى . ب- مؤشرات الاستدلال التكيفى. جـ - مؤشرات الكفاءة الاستراتيجية، والجدول (٦) يوضح ذلك :

جدول (٦) قيمة ت ودلالة الفرق بين متوسطى درجات المجموعة التجريبية قبليا وبعديا فى كل مؤشرات البراعة الرياضية على حدة

المكون والمؤشر	االتطبيق	المتوسط	الانحراف المعيارى	قيمة ت	مستوى الدلالة	مربع ايتا 2 ▯	حجم الأثر عند درجة حرية ٣٣
الاستيعاب المفاهيمى							
التعبير ع٢ن المفهوم أو.	القبلي	٢.٠٥	١.٢٧	-١١.٨٧	٠.٠١	٠.٨١	كبير جدا
	البعدى	٥.٠٨	١.٤٠				
تفسير المفهوم أو	القبلى	١.٣٨	٠.٨٨	-١١.٤٨	٠.٠١	٠.٧٩	كبير جدا
	البعدى	٣.٣٨	١.١٥				
الاستنتاج منها	القبلى	٢.٠٥	١.٣٠	-١٤.٢٢	٠.٠١	٠.٨٥	كبير جدا
	البعدى	٥.٩١	١.٣٣				
تطبيق المفهوم أو	القبلى	٢.٠٢	١.١٦	-١٨.٧٦	٠.٠١	٠.٩١	كبير جدا
	البعدى	٥.٩٤	١.٠٤				
الاستدلال التكيفى							
التأملي الاستقرائي	القبلى	٢.٢٣	٠.٩٢	-٢١.٨٤	٠.٠١	٠.٩٣	كبير جدا
	البعدى	٧.١٤	١.٤٣				
الاستنتاج	القبلى	١.٤٧	٠.٧٨	-١٤.١٢	٠.٠١	٠.٨٥	كبير جدا
	البعدى	٣.٧٠	٠.٩٣				
برهنة التعميمات	القبلى	٢.٠٥	٠.٨١	-١٤.٧٢	٠.٠١	٠.٨٦	كبير جدا
	البعدى	٥.٤٧	١.١٣				
الكفاءة الاستراتيجية							
تكوين المشكلة	القبلى	١.٢٩	١.٠٠	-٢٢.٥١	٠.٠١	٠.٩٣٨	كبير جدا
	البعدى	٥.٤١	١.٠١				
حل المشكلات	القبلى	٢.٥٢	١.٤١	-٢٢.٩٩	٠.٠١	٠.٩٤	كبير جدا
	البعدى	٨.٧٠	١.٤٤				

ومن الجدول (٦) يتضح وجود فرق دال احصائيا عند مستوى (٠.٠١) بين متوسطى درجات المجموعة التجريبية قبليا وبعديا فى اختبار البراعة الرياضية (فى كل مؤشر من مؤشرات البراعة الرياضية على حدة) أ-مؤشرات الاستيعاب المفاهيمى ب- مؤشرات الاستدلال التكيفى جـ- مؤشرات الكفاءة الاستراتيجية لصالح التطبيق البعدى: ، ***مما يعنى قبول صحة الفرض الرابع.***

وللتحقق من صحة الفرض الخامس والذى ينص على: "الاستراتيجية التعليمية المقترحة لها أثر كبير فى تنمية البراعة الرياضية ككل ، وفى كل مكون من مكوناتها الثلاثة على حدة ، وكل مؤشراتها على حده. "، تم حساب قيمة (مربع ايتا 2 ▯) ، كما هو واضح فى جدول (٣) ، (٤) ،(٥) ، (٦) ومن هذه الجداول يتضح أن (قيم مربع ايتا) أكبر من أو تساوى (٠,١٥) ، مما يؤكد ارتفاع تأثير الاستراتيجية التعليمية المقترحة فى تنمية البراعة الرياضية ككل ومكوناتها كل على حده ومؤشراتها كل على حده ، وهذا يؤكد ***قبول صحة الفرض الخامس*** .

تفسير نتائج البحث:

من خلال نتائج الفروض الخمسة السابقة يتضح فاعلية الاستراتيجية التعليمية المقترحة ، وبذلك تكون الباحثة أجابت عن السؤال الثالث من أسئلة البحث، ويمكن تفسير ذلك بأن التدريس بالاستراتيجية المقترحة حقق ما يلى: ١-توفير بيئة تعليمية ممتعة ومثيرة مختلفة عن طريقة التدريس المعتادة ، مما أدى الى استمتاع التلاميذ باستخدام البرمجية ، وخاصة بعد اكتشافهم للمعلومات الجديدة بالدرس وتقمص دور المكتشف للرياضيات وعالم الرياضيات مما أدى الى تحقيق الجوانب الإيجابية للتعلم بالاكتشاف ٢- استمتع التلاميذ أيضا بإعدادهم للخرائط الذهنية ، وما تتميز به من ألوان وأشكال، وترابط للمعلومات وبقاء أثر التعلم وتحقيق الاستيعاب المفاهيمى ٣- استخدام النموذج وفر للتلاميذ إمكانية العمل الفردى والجماعى، والتدريب على تحليل المشكلة ، ورسم شكلا لها، والبحث عن المعلومات الناقصة في المشكلة (العمل) ، وهذا أفادهم في تنمية كفاءتهم الاستدلالية والاستراتيجية ٤- وفرت الاستراتيجية التدريب على بعض استراتيجيات التفكير فى حل المشكلات مثل(التركيبية والتحليلية والبحث عن مشكلة مشابهة)، مما أدى الى زيادة ثقتهم بأنفسهم في حل المشكلات وزيادة كفاءتهم الاستراتيجية. ٥- الاستراتيجية المقترحة أتاح للتلاميذ فرصة التفكير في الحل، واحترام ومناقشة أفكار الأخرين ، وتقديم التعزيز المناسب والتغذية الراجعة المناسبة، مما أدى الى تنمية كل مكونات ومؤشرات البراعة الرياضية ويتفق ذلك مع دراسات كلا من :(خالد المعثيم وسعيد المنوفى ، ٢٠١٤ ، ٢٠١٨)، (علاء أبو الرايات ، ٢٠١٤)) ، (ناصر عبيدة ، ٢٠١٧) ، (ابراهيم التونسى، ٢٠١٩)(, 2016) , price)، (Awofala,2017)،(Marasigan1,N.,V.&Arasola,E.,D.,2019)، (Khalil1 ,M. Alnatheer ,2020)

توصيات البحث:

في ضوء تجربة البحث توصى الباحثة بما يلى :

- ضرورة تدريب المعلمين على استخدام برمجية جيوجبرا في تدريس الرياضيات .
- تدريب المعلمين على تنمية البراعة الرياضية لتلاميذهم باستخدام الاستراتيجية المقترحة أو باستراتيجيات أخرى ثبت فاعليتها .
- الاستفادة من أدوات ومواد البحث في تطوير مناهج تعليم الرياضيات بالمرحلة الإعدادية.
- الاستفادة من الاطار النظرى ومواد وأدوات البحث في تطوير برامج اعداد معلمى الرياضيات بكليات التربية .

- تطوير أساليب تقويم تدريس الرياضيات لتقيس أبعاد ومؤشرات البراعة الرياضية .

مقترحات البحث:

استكمالا للبحث الحالي تقترح الباحثة البحوث والمشاريع البحثية التالية:

- دراسة مقارنة بين الاستراتيجية المقترحة استراتيجيات أخرى لتنمية البراعة الرياضية.
- تطوير برامج اعداد معلم الرياضيات في ضوء البراعة الرياضية.
- برنامج تدريبى لمعلمى الرياضيات لتنمية البراعة الرياضية لدى تلاميذهم.
- برنامج تدريبى لمعلمي الرياضيات لاستخدام البرمجيات التفاعلية في تدريس الرياضيات.
- تطوير مناهج رياضيات التعليم العام لتنمية البراعة الرياضية .

المراجع:

أحمد الملوح العنزى (٢٠١٢) اثر استخدام برمجية تعليمية محوسبة على تحصيل طلبة الصف الأول المتوسط في مادة الرياضيات في مدينة عرعر ، رسالة ماجستير ، كلية الدراسات العليا ، الجامعة الأردنية

ابتسام عزالدين عبدالفتاح (٢٠١٦) فاعلية استخدام الخرائط الذهنية لتدريس الرياضيات في تنمية مهارات التفكير المتشعب لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية ، **مجلة تربويات الرياضيات** مج ١٩، ع٢، يناير ،ج٢، ص ص (١٤٧-١٩٣)

إكرامي محمد مرسال (٢٠١٧) تصميم أنشطة إثرائية في ضوء إحدى برمجيات الرياضيات التفاعلية برمجية جيوجبرا GeoGebra واستخدامها في إكساب تلاميذ المرحلة الإبتدائية المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية، **مجلة دراسات عربية في التربية وعلم النفس**، ع٨١، يناير، ص ص ١٧-٤٧.

إبراهيم التونسى السيد (٢٠١٩) فاعلية نموذج الفورمات (4mat) في تدريس الرياضيات على تنمية البراعة الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية ، **مجلة تربويات الرياضيات** مج ٢٢، ع ٥ ابريل ٢٠١٩ ص ص (١- ٦٦) .

أمال محمد محمود (٢٠١٩) فاعلية استراتيجية مقترحة باستخدام برمجية جيوجبرا GeoGebra لتنمية التواصل الرياضى لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية *رسالة ماجستير* غير منشورة ، كلية التربية ، جامعة بنها .

حسن بن عبدالله إسحاق (٢٠١٨) استخدام برنامج الجيوجبرا فى تنمية مهارات التفكير البصرى والتحصيل فى الرياضيات لدى طلاب الصف الاول المتوسط ، **دراسات تربوية ونفسية مجلة كلية التربية بالزقازيق** ، ع(٩٩) ج٢ ص ص ٢٦٧ – ٣١٥ .

خالد عبدالله المنعم، سعيد جابر المنوفي. (٢٠١٤) **تنمية البراعة الرياضية : توجه جديد للنجاح في الرياضيات المدرسية** ، منشورات جامعة القصيم .

رضا مسعد السعيد (٢٠١٨) البراعة الرياضية مفهومها ومكوناتها وطرق تنميتها. **المؤتمر العلمي السنوي السادس عشر (الدولي الأول)، (تطوير تعليم وتعلم الرياضيات لتحقيق ثقافة الجودة)**، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، دار الضيافة جامعة عين شمس، (١٤-١٥) يوليو، ص ص ٦٧-٨٠.

سعيد جابر المنوفى وخالد عبدالله المعيثم (٢٠١٨) مدى تمكن طلاب الصف الثانى المتوسط بمنطقة القصيم من مهارات البراعة الرياضية، **مجلة تربويات الرياضيات**، مج(٢١)، ع٦، ج ٣، ابريل ، ص ص ١٦٦-٢٠٠.

عايد بن على محمد البلوى (٢٠١٢) برنامج تدريبي قائم على البرامج التفاعلية فى تعليم الرياضيات وتعلمها ، رسالة دكتوراه ، كلية التربية ، جامعة أم القرى .

عبدالرحيم بكر عثمان (٢٠١٤) أثر استخدام استراتيجية حل المشكلات في تدريس الرياضيات على تنمية التفكير الاستنباطى وتخفيض مستوي قلق الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية ، **مجلة تربويات الرياضيات** ، مج ١٧، أكتوبر ج٢ ، ص ص ١٣٠-١٧١ .

علاء المرسي أبو الريات (٢٠١٤) فاعلية استخدام نموذج أبعاد التعلم لمارزانو في تدريس الرياضيات على تنمية الكفاءة الرياضية لدى طلاب المرحلة الإعدادية. **مجلة تربويات الرياضيات**، ، مج١٧، ع (٤)، أبريل، ج٢، ص ص ٥٣-١٠٤.

غادة سالم النعيمي (٢٠١٦) أثر استخدم برنامج جيوجبرا GeoGebra في تنمية مهارات الترابط الرياضي لدى طالبات الصف الأول الثانوي بمدينة الرياض، **المجلة الدولية التربوية المتخصصة**، المملكة العربية السعودية ، مج ٥، ع٥، ص ص ٣٩-٦٢.

محمد عبدالله النذير(٢٠١٤) معيقات استعمال معلمي الرياضيات برمجية الجيوجبرا في تدريس طلاب المرحلة الثانوية بمدينة الرياض وفقا لآراء المعلمين ، **مجلة تربويات الرياضيات** ، مج١٧، ع٣، ج١ ص ص ٦-٣٨.

محمد علام طلبة ، محمد عبدالمنعم شحاته، نبيل المصلحى (٢٠١٣) فاعلية استخدام الخرائط الذهنية في تنمية التفكير الرياضى لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية ، **مجلة تربويات الرياضيات** ، مج ١٦، ابريل ، ج٢، ص ص٢٠٠ -٢٣٠ .

محمود رائد عزيز الضانى (٢٠١٦) أثر استخدام التعلم بالدماغ ذي الجانبين على تنمية البراعة الرياضية لدى طلاب الصف السادس الأساسى بغزة ، *رسالة ماجستير غير منشورة* ، كلية التربية ، الجامعة الإسلامية .

المؤتمر العلمى السنوي السادس عشر (الدولى الأول) للجمعية المصرية لتربويات الرياضيات (٢٠١٨) ، تطوير تعليم وتعلم الرياضيات لتحقيق ثقافة الجودة ، ١٤ يوليو ، جامعة عين شمس ، دار الضيافة .

مها عبد النعيم المصاورة (٢٠١٢) أثر التدريس وفق استراتيجية قائمة على الربط والتمثيل الرياضى في البراعة الرياضية لدى طلبة الصف السادس الأساسى " رسالة ماجستير الجامعة الهاشمية ، الأردن .

ناجى ديسقورس ميخائيل (٢٠٠٩) التكنولوجيا وتدريس العمليات المعرفية العقلية العليا الرياضياتية رؤئ مستقبلية **المؤتمر العلمى التاسع ، المستحدثات التكنولوجية وتطوير تدريس الرياضيات،** جامعة السلطان قابوس، أغسطس ، ص ص ٥ - ٥٣ .

ناصر السيد عبيدة (٢٠١٧): فاعلية نموذج تدريس قائم على أنشطة PISA في تنمية مكونات البراعة الرياضية والثقة الرياضية لدى طلاب الصف الأول الثانوي. **مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس** ، ع(٢١٩)، فبراير، ص ص ١٦- ٧٠.

نجيب أبو عظمة (٢٠١٤) **البرمجيات الالكترونية التفاعلية** ، مراكز مصادر التعلم ، المعهد العربى للتطوير الإدارى ، البرنامج التدريبى (أساليب تحليل المشكلات وصناعة القرارات) ، ٥ – ٩ يناير ، القاهرة .

يوسف بن خلفان الرحيبى (٢٠٠٧) برنامج الرياضيات ، **مجلة التطوير التربوي** ,سلنطة عمان ، وزارة التربية والتعليم ع ٣٧ ص ص ١٨ - ٢٦ .

Abera,Y.,W and ,Awgichew ,G.,Z.(2020) Capabilities and Contributions of the Dynamic Math Software ,GeoGebra —a Review North ***American GeoGebra Journal*** 7, 1, (68-86). ISSN 2162-3856

Awofala, A. (2017): Assessing senior secondary school student' mathematical proficiency as related to gender and performance in mathematics in Nigeria. **International Journal of Research in Education and Science**.3(2), 488-502.

California State Board Of Education (2014): Common Core State Standards Mathematics. The California Department of Education, California: U.S.A.

Campe, K.,D. (2018) Using Action–Consequence–Reflection GeoGebra Activities To Make Math Stick North American GeoGebra Journal **Volume** 7, Number 1,(43-52) , ISSN 2162-3856 **Dogan, M. & Icel, R. (2010).** The role of dynamic geometry software in

The process of learning GeoGebra example about triangles. **International Journal of Human Sciences , 8(1),1441-1458.**

Effandi, Z. & Lo Sooth, L. (2012): Teachers' Perceptions toward the use of GeoGebra in the Teaching and Learning of Mathematics, **Journal of Mathematics and Statistic**. 8,(2) , 253-257,

Elfstrom ,D., (2018) The Relationship Between The Development Of Math Operation Proficiency And Student Confidence *A capstone submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master* of Arts in Education Hamline University . **Furner J.M. (2019)** Tackling Math Anxiety through Photography

while using GeoGebra ***Transformations*** Volume 5 Issue 1 *Winter* Article 5 Available at: https://nsuworks.nova.edu/transformations/vol5/iss1/5

Gray, D. P. (2014). **Instructional Strategies that Build Mathematical Proficiency** (1 ed). New York: Common Core Coach TM.

Groves, S. (2012): Developing Mathematical Proficiency. **Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia** , 35. 2, 119-145

Harper, F(2012). How One Teacher Uses Complex Instruction to Develop Students' Mathematical Proficiency, Master of Arts in Education, Stanford University.

Hathaway ,B. L. (2019) Effects of a Humorous Collaborative and Competitive Whiteboard Game on Math Anxiety and Proficiency in African-American College Students *A Dissertation Presented in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree Doctorate of General Psychology* Grand Canyon University Phoenix, Arizona January 4, PRE

Hebe, G.F. (2018). Investigating Grade 3 learners' changing mathematical proficiency in a maths club programme focused on number sense progression. Unpublished MA.D thesis. Rhodes University, South Africa.

Hoffmann, D.; Mussolin, C.; Martin, R. and Schiltz, C. (2014): The Impact of Mathematical Proficiency on The Number-Space Associatoin. Plos / One. Vol.9, No. 1, January, PP. 1-11, Available at: https://doi.org/10.1371/journal.pone.0085048

Hohenwarter, M., & Jones, K. (2007):Ways of linking geometry and algebra: the case of GeoGebra. **Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics**, 27 (3), 126 -131 ,University of Northampton, UK: BSRLM .

Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2011) : Model-Centered Learning: Pathways to Mathematical Understanding Using GeoGebra. Published by: Sense Publishers ***International Journal of Human Sciences****,8* (1) , 1441- 1458.

Jennifer, S.(2007). Classroom Practices That Promote Mathematical Proficiency for all Students. **Teaching children Mathematics** ,October, 14(3),1 63-169.

Khalil1, M. Alnatheer (2020) developing a learning unit in light of the integration between the mathematical proficiency and the 21st

century skills **Proceedings of INTED2020 Conference 2nd-4th March, , Valencia, Spain** 2501 -2506**.**

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). ***Adding it up: Helping children learn mathematics***. Washington, DC: National Academy of Sciences – National Research Council. Retrieved from

Marasigan1,N.,V.& Arasola,E.,D., (2019) Assessing Mathematical Proficiency of Elementary School Teachers **International Journal of Recent Innovations in Academic Research Volume**- 3, Issue-6, June-, 86-93

Michael, J. (2012): The Hidden Strand of Mathematical Proficiency: Defining and Assessing for Proguctive Disposition in Elementary School Teacher's Mathematical Content Knowledge. Ph.D of Education: University of California, San Diego.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and standards for school mathematics, Reston **,** NCTM.

National Research Council (NRC) (2001): Adding it up: Helping Childeren Learn Mathematics**. Kilpatrick, J. Swafford, and B. Findell** (Eds.). **Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education**. Washington, DC: National Academy Press.

Price, C.S. (2016). Connecting Metacognition and Mathematical Proficiency: A Case Study of South African Matriculants. Unpublished PhD thesis. The Witwatersrand University, Johannesburg.

Regan, B (2012): The Relationship Between State High School Exit Exams and Mathematical Proficiency: Analyses of The Complexity, Contentm and Format of Items and Assessment Protocols. Ph.D of Education, College of Education: Ohio University.

Saha, R. A., Ayub, A. F. M., & Tarmizi, R. A. (2010). The effects of GeoGebra on mathematics achievement: enlightening coordinate geometry learning**. Procedia-Social and Behavioral Sciences**, 8, 686-693.

Samuelsson, J. (2010), The Impact of Teaching Approaches on Students' Mathematical Proficiency in Sweden. **International Electronic Journal of Mathematics Education.**. 5 (2),. 61-78.

Seloraji, P., & Eu, L. K. (2017). Students' Performance in Geometrical Reflection Using GeoGebra. Malaysian Online **Journal of Educational Technology**, 5(1), 65-77.

Tambi , N and kwan Eu,L (2013) : Effect of students , Achievement in fractions using GeoGebra , **sainsab** , (61) , 97 -106

Yildiz, A., Baltaci, S., & Demir, B. K**. (2017)**. Reflection on the Analytic Geometry Courses: The Geogebra Software and Its Effect on Creative Thinking. Universal **Journal of Educational Research**, 5(4), 620-630.

Yulian1,V.N & Wahyudin1, (2018)" Analysing categories of mathematical proficiency based on Kilpatrick opinion in junior high school" **3rd International Conference on Mathematical Sciences and Statistics IOP Conf. Series: Journal of Physics**: Conf. Series 1132 , 012052, 1-6

Zengin Y ., Furkan H & Kutluca T . (2011) : The Effect of Dynamic Mathematics Software GeoGebra on Student Achievement in Teaching of Trigonometry. **Pocedia –Social and Behavioral Sciences**.v (31:)183-187.Available online at www.sciencedirect.com

Zhonghe, W. (2008): Using the MSA Model to Assess Chinese Sixth Graders' Mathematics Proficiency, **Journal of Mathematics Education**,. 1,(1), December. 74-95.

ŽILINSKIENĖ1,L., DEMIRBILEK2 M., (2015) Use of GeoGebra in Primary Math Education in Lithuania: An Exploratory Study from Teachers' Perspective **Informatics in Education**, , 14(1), 127–142.