كلية التربية
قسم المناهج وطرق التدريس

العلاقة بين مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى لدى طلاب شعبة الرياضيات بكلية التربية

The relationship between Critical thinking skills and mathematical proof of Mathematics Department Student Teachers in The Faculty of Education

اعداد
شيماء سمير أنور حميدة
مدرس بقسم المناهج وطرق تدريس الرياضيات

المستخلص

العنوان: العلاقة بين مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضي لدى طلاب شعبة الرياضيات بكلية التربية

هدف البحث إلى الكشف عن العلاقة بين مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضي لدى طلاب شعبة الرياضيات بكلية التربية، وتكونت عينة البحث من (٨٠) طالب وطالبة من طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية، واشتملت أدوات ومواد البحث على اختبار مهارات التفكير الناقد و اختبار مهارات البرهان الرياضى.

وتوصلت نتائج البحث إلى وجود علاقة بين مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى لدى طلاب شعبة الرياضيات بكلية التربية، حيث بلغ معامل الارتباط بين مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى (٠,٧)، وهو معامل ارتباط قوى، كما أوصي البحث بضرورة الاهتمام بالتطوير المستمر لبرامج إعداد معلم الرياضيات والبرامج التدريبية أثناء الخدمة بما ينمى مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى.

الكلمات المفتاحية: مهارات التفكير الناقد، البرهان الرياضى، طلاب شعبة الرياضيات.

Abstract

Title: The relationship between Critical thinking skills and mathematical proof of Mathematics Department Student Teachers in The Faculty of Education.

The research aims to Exposing the relationship between critical thinking and mathematical proof skills for the Student Teachers of mathematics Department in the Faculty of Education . The research sample consists of (80) Student Teachers from the Third year in the Faculty of Education. The instruments of the research included a Critical thinking skills test , a mathematical proof skills test.

The results revealed the existence of a relationship between critical thinking skills and mathematical proof for the Student Teachers in the third year in the Faculty of Education, where the correlation coefficient between critical thinking skills and mathematical proof reached (0.7), which is a strong correlation coefficient.

Moreover, the study recommended attention to continuous development of the programs of mathematics teacher preparation and in-service training programs based on the mentioned criteria for developing critical thinking skills and mathematical proof.

key words : Critical Thinking Skills, Mathematical Proof Skills, Student Teachers of Mathematics Department .

مقدمة :

يشهد العالم الآن ثورةً علميةً وتكنولوجيةً ومعرفيةً أدت إلى تغيرات فى جميع نواحى الحياة مما يستدعى ضرورة إعداد الطلاب المعلمين لمواكبة التغيرات العلمية والاجتماعية والاقتصادية ومتابعة الرياضيات لكل جديد وإدخال التقنيات الحديثة فى الرياضيات.

بالإضافة إلى ذلك تسهم الرياضيات بدور فعال فى جميع مجالات التقدم العلمي من حولنا، وتساعد فى حل مشكلات الطلاب المعلمين العلمية والحياتية، والبرهان الرياضي جزء هام من الرياضيات، ولذا يجب الاهتمام به ومناقشته مع الطلاب، وكذلك الاهتمام بالتفكير الناقد، لأنه يساعد الطلاب في حل مسائل البرهان.

فالتفكير الناقد يسعى دائمًا للتحقق من صحة الآراء واختبار الحقيقة بناءً على الأدلة والمعطيات ومدى دقتها، وارتباط الأحكام بالمقدمات، ويظهر التفكير الناقد في عدة أبعاد منها: التفسير، والتحليل، والاستدلال والتقويم، ووضع الحجج والبراهين، والتأمل(فريد أبو زينة، عبد الله عبابنة ، ٢٠٠٧ ،٢٨٠)[١].

حيث تعد تنمية العقلية الناقدة ضرورة من أجل المشاركة الفاعلة في المجتمع ولمواكبة احتياجات العصر، فهناك حاجة لتنمية التفكير الناقد وتطوير قدرة الطلاب على الموضوعية والوضوح والدقة، وبناء المفكر الناقد الذى يستطيع تمييز الآراء والأفكار ومعاملة المواقف المختلفة بمنهج علمى ومحاكمة المعلومات منطقيًا والتأمل بالمعلومات قبل قبولها (هيا المزروع ، ٢٠١٠ ، ١٤٧).

وقد توصلت دراسة ريجان(2008)Regan إلى ضرورة تنمية مهارات التفكير الناقد في العملية التعليمية، وأوصت دراسة أشرف على (٢٠١٠) بتدريب المعلمين وتشجيعهم على استخدام الأنشطة التي تساعد على تنمية مهارات التفكير الناقد، كما

[١] يسير التوثيق وفقا لنظام الجمعية النفسية الأمريكية APA الإصدار السادس، وبالنسبة للمراجع العربية(الإسم الأول والعائلة، ،سنة النشر، الصفحة).

أوصت دراسة هيا المزروع (٢٠١٠) بتفعيل أساليب التفكير الناقد لطلاب التعليم العالى.

وتعد مهارات التفكير الناقد إحدى المهارات الرئيسة للتعلم والتفكير، والتى تشمل التفكير بشكل فعال ويقصد به أن يكون المعلم قادرًا على أن يستخدم أنواع مختلفة من التفكير المناسبة للموقف، ومن مكوناته مهارة إصدار الأحكام والقرارات والتى يقصد به أن يكون المعلم قادرًا على أن يحلل ويقوم الأدلة، الحجج، الفروض والمعتقدات بفاعلية، وأن يكون ارتباطات بين المعرفة والحجج، وأن يفسر البيانات، ويتوصل لاستنتاجات قائمة على التحليل تسهم فى اتخاذ القرارات الدروسة فى جميع المواقف خاصة المعقدة منها(مها عبد القادر، ٢٠١٤ ، ٦٩٦).

حيث يرى واطسن وجلاسر أن مهارات التفكير الناقد، أشرف على(٢٠١٠ ، ١٢٧):

١- الاستنتاج: ويعنى الوصول إلى نتائج معينة من خلال إعطاء الطالب لحقائق وبيانات.

٢- الاستنباط: وهو قدرة الطالب على التفكير الاستنباطى على أساس مقدمات معينة والوصول من هذه المقدمات إلى النتيجة.

٣- التفسير: وهو القدرة على وزن الأدلة والتمييز بين التعميمات المسوغة وغير المسوغة.

٤- تقويم الحجج: ويعنى التمييز بين الحجج القوية والحجج الضعيفة والتى ليس لها صلة بالموضوع.

حيث هدفت دراسة إيزيس رضوان (٢٠٠٠) إلى إعداد برنامج لتنمية مهارات التفكير الناقد باستخدام بعض الاستراتيجيات لتنميتها من خلال مادة الدراسات البيئية التى تقدم لطلاب الفرقة الثانية شعبة التعليم الابتدائى تخصص علوم بكلية التربية جامعة عين شمس، وتوصلت الدراسة لفروق دالة إحصائيًا بين نتائج التطبيق القبلى والبعدى لاختبار كورنيل للتفكير الناقد لصالح التطبيق البعدى.

فالطلاب عندما يكتبون البرهان أو يخططون له، وكذلك القيام بتقويمه فإنهم يستخدمون تفكيرهم فى حل مسائل البرهان، وخاصة التفكير الناقد ومهاراته، فعلى الطالب المعلم أن يطرح أسئلة فى البرهان الرياضى والتى من خلالها تنمى مهارات التفكير الناقد، في حين أن بعض الطلاب لايمتلكون المهارات الرياضية الكافية لحل أو برهنة أى مشكلة رياضية تواجههم، فيجب الاهتمام بتنمية مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى لدى الطلاب وتعويدهم على التفكير العلمى الصحيح.

ويعد مفهوم البرهان الرياضى أحد المفاهيم الأساسية التى يعتمد عليها تدريس مختلف فروع الرياضيات بصفة عامة، لذلك تنمية مفهوم البرهان الرياضى يعد أحد الأهداف التربوية الرئيسة من أهداف تدريس الرياضيات التى يجب التأكيد عليها فى كافة المراحل التعليمية، حيث يمثل البرهان أساسًا قويًا لتعلم الرياضيات التقدمية ودعامة أساسية فى بناء وتطوير المعرفة عامة والمعرفة الرياضية خاصة وأداة للتفكير السليم والدقيق (علاء متولى ، ٢٠٠٦ ، ١٧١-١٧٢).

كما يشيرميلتم (2010)Meltem إلى أن الطلاب الذين لديهم صعوبات فى البرهان الرياضى، من بينها مايلى: عدم امتلاك الطلاب المعرفة الكافية للمفاهيم والنظريات الرياضية، عدم القدرة على البدء بالبرهان، لايستخدم الطلاب القواعد المنطقية استخدامًا جيدًا، عدم معرفة الطلاب طرق البرهان الرياضى جيدًا، افتقار الطلاب القدرة على ربط خطوات البرهان ببعضها وكتابته بلغة واضحة، حفظ البرهان وعدم ابتكار أفكار جديدة لحله وتسميعه كما هو بالإضافة الى كره الطلاب للبرهان.

فالبرهان الرياضى هو: تسلسل لمجموعة من الخطوات التى تعتمد فكرتها على مفهوم أو مسلمة أو نظرية أو نتيجة.

وحول أهمية مهارات البرهان يجب توعية معلمى الرياضيات بأهمية مهارات البرهان الرياضى لدى الطلاب كأحد أهداف تدريس الرياضيات المهمة، تعويد الطلاب على تجربة الطرائق المختلفة فى البرهان الرياضى، تدريب الطلاب على طرح أفكار جديدة فى البرهان.

وقد اتفق الباحثان خالد الكحكى (٢٠٠٦)، صلاح فؤاد (٢٠١٢)على أن مهارات البرهان الرياضى تشمل: مهارة التخطيط، مهارة بناء تتابعات للبرهان، مهارة صياغة البرهان، مهارة تقويم البرهان، مهارة برهنة المشكلة الهندسية ككل.

و أشار محمد قنصوة (٢٠١٢) إلى أنها تتضمن كلًا من: تحليل البرهان، تخطيط البرهان، كتابة البرهان، تقويم البرهان.

حيث أوصت دراسة صلاح فؤاد (٢٠١٢) بضرورة تفعيل دور مقررات طرق تدريس الرياضيات فى مرحلة البكالوريوس فى التركيزعلى الموضوعات التى تتناول الطبيعة الاستدلالية للرياضيات وبنائها المنطقى، وأنماط البرهان الرياضى ومهارات البرهنة سواء باستخدام المدخل المباشر أو المدخل غير المباشر، وتوضيح دور البرهان الرياضى كأداة فى غاية الأهمية لبناء وتطوير بنية رياضية ومبررات الاهتمام بالبرهان الرياضى.

كما أوصت دراسة محمد خليل (٢٠٠٩، ٤٣) بالتأكيد على دراسة الطرق والإستراتجيات المختلفة للبراهين الرياضية بما يتناسب وهذه المرحلة، والتأكيد على الاهتمام بتدريس البراهين المباشرة بجانب البراهين غير المباشرة، وذلك فى سبيل تعزيز فهم التلاميذ للتكتيكات المختلفة للبراهين الرياضية، والتأكيد على أهمية استخدم المعلم لطرق التدريس المناسبة والتى تؤكد على الاستنتاج وأسلوب حل المشكلات والاستقصاء والتى تقود التلاميذ لاكتشاف القواعد والقوانين الخاصة بها.

وعن دور المعلم في تنمية مهارات البرهان الرياضى، يجب تشجيع معلمى الرياضيات على إعادة النظر فى أساليب التدريس المتبعة فى تدريس الرياضيات واستخدام الطرق والوسائل والأنشطة التى تعمل على تنمية مهارات البرهان الرياضى.

ويجب على المعلم أن يوضح للطلاب بداية البرهان ونهايته، وكتابة خطوات البرهان فى فقرات منفصلة ثم ترتيبها وتنظيمها بشكل متسلسل، وإتقان الرموز الرياضية لكتابته بشكل صحيح، وكذلك كتابة مبررات كل خطوة، وترك فرصة للطلاب للمناقشة والتوصل للحلول بأنفسهم، وعند ممارسة الطلاب لذلك نجد أن الطلاب توظف مهارات

التفكير الناقد عند برهنة المسائل، كذلك تضمين مقررات الرياضيات مشكلات رياضية تحتوى على أكثر من طريقة لحلها وتنمى مهارات التفكير الناقد و البرهان الرياضى لديهم.

وقد أشار كرانتز(Krantz (2011, 8 إلى أن طرق البرهان منها: البرهان المباشر، البرهان باستخدام الاستقراء الرياضى، البرهان باستنفاذ جميع الحالات، البرهان بالحالات والبرهان بالتناقض.

فطرق البرهان الرياضى هى: البرهان المباشر، البرهان غير المباشر، وقد يتبع الطالب الطريقة التحليلية أو التركيبية فى حل مسائل البرهان الرياضى.

ويواجه الطلاب المعلمين صعوبات كثيرة فى التدريب الميدانى عند تدريس الرياضيات وخاصة مسائل البرهان الرياضى، نظرًا لتدنى مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى لديهم، واتباع الطرق السائدة فى عرض الدروس وعدم مراعاة تغيرات العصر، لذا يسعى البحث إلى الكشف عن العلاقة بين مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى لدى طلاب كلية التربية شعبة الرياضيات.

الإحساس بالمشكلة:

نبع الإحساس بمشكلة البحث من خلال ما يلى:

أولًا: أشارت نتائج بعض الدراسات السابقة إلى وجود تدنى فى مهارات التفكير الناقد، مثل: دراسات كلًا من (أبو الفتوح القراميطى، ٢٠٠٨؛ أميرة فتح الله، ٢٠١٦)، كذلك وجود تدنى فى مهارات البرهان الرياضى، مثل دراسات كلًا من (خالد الكحكى، ٢٠٠٦ ؛ محمد خليل، ٢٠٠٩ ؛ محمد قنصوة، ٢٠١٢؛ علاء الرايات، ٢٠١٨؛ سيد عبد ربه،٢٠١٨؛ محمد خاجه، ٢٠١٩).

ثانيًا: التدريس للطلاب المعلمين شعبة الرياضيات: تبين من خلال التدريس لطلاب شعبة الرياضيات بكلية التربية انخفاض مستواهم فى مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى، وكذلك عند الإطلاع على دفاتر التحضير لدروس الرياضيات؛ تبين أنهم لايظهرون مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى عند التخطيط للدرس، وذلك

لضعف امتلاك الطلاب لهذه المهارات.

مشكلة البحث:

تتحدد مشكلة البحث الحالى فى الكشف عن العلاقة بين مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى لدى طلاب شعبة الرياضيات بكلية التربية، ويمكن التغلب علي هذه المشكلة من خلال الإجابة عن السؤال الرئيس الآتى :"ما العلاقة بين مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى لدى طلاب شعبة الرياضيات بكلية التربية ؟".

ويتفرع من السؤال الرئيس الأسئلة الفرعية الآتية :

١-ما مهارات التفكير الناقد الواجب توافرها لدى طلاب شعبة الرياضيات بكلية التربية ؟.

٢-ما مهارات البرهان الرياضى الواجب توافرها لدى طلاب شعبة الرياضيات بكلية التربية؟.

٣- هل هناك علاقة ارتباطية بين مستوى مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى لدى طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية؟.

أهداف البحث :

هدف البحث إلى :

١- وصف مهارات (التفكير الناقد – البرهان الرياضى).

٢- التعرف على العلاقة الارتباطية بين مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى لدى طلاب شعبة الرياضيات بكلية التربية.

أهمية البحث:

١- تقديم قائمة بمهارات التفكير الناقد، يمكن للطالب المعلم الاسترشاد به خلال المواقف التعليمية فى دروس الرياضيات، كما يمكن لواضعى المنهج أن يضعها فى اعتباره عند تطوير مناهج الرياضيات.

٢- تقديم قائمة بمهارات البرهان الرياضى، يمكن للطالب المعلم الاسترشاد به خلال المواقف التعليمية فى دروس الرياضيات.

٣- تدريب وممارسة الطلاب على مهارات التفكير الناقد ، ومهارات البرهان الرياضى لديهم من خلال مواقف تدريبية معدة لهذا الغرض، ومتابعتهم فى أثناء تنفيذها خلال فترات التدريب الميدانى.

مصطلحات البحث:

١ – مهارات التفكير الناقد:

يقصد بمهارات التفكير الناقد: بأنها مجموعة من المهارات الفكرية التى يقوم بها المفكر بتطبيقها بوعى وترو وثقة عندما يواجه بمجموعة من المعلومات التى يجب عليه التوصل منها إلى صيغة أو حل نهائى أو استخدامها لاستنباط الخلاصة أو بالمناقشة مع طرف ثالث يرغب فى أن يقبل تفسيرًا لا تحكمه تفسيرات مسبقة(حسن شحاته، زينب النجار، ٢٠٠٣ ، ٣٠٤).

وتعرف الباحثة **مهارات التفكير الناقد** إجرائيًا بأنها القدرة على معرفة الافتراضات، الاستنباط، الاستقراء، التصنيف، الاستنتاج، تقويم الحجج، تفسير صحة الآراء وتوضيح المعنى.

٢- مهارات البرهان الرياضى :

يعرف عزو عفانة (٢٠٠١، ٧) **مهارات البرهان الرياضي** بأنها: مجموعة من الإجراءات المنظمة، التى ينبغى على الطالب القيام بها، عند برهنة النظريات الهندسية،أو تحليل بعض الخواص المعطاة لوضع تصور لخطة عامة ، توصل إلى النتائج المطلوبة.

وتعرف الباحثة **مهارات البرهان الرياضى** إجرائيًا بأنها :خطوات رياضية منظمة تستند إلى إدراك العلاقات بين نظريات ونتائج ومعطى بهدف الوصول إلى صحة نتيجة مطلوبة عن طريق الاستدلال.

حدود البحث :

اقتصر البحث الحالى على مايلى:

١-العام الدراسى ٢٠١٩-٢٠٢٠م.

٢- طلاب الفرقة الثالثة بكلية التربية شعبة الرياضيات بجامعة دمياط.

الإطار النظرى والدراسات السابقة للبحث :

أولًا: التفكير الناقد:

١ – مفهوم التفكير الناقد:

ينظم الطالب فى التفكير الناقد المعلومات ويصفها ويحللها ويقيمها من أجل الوصول إلى استنتاج معين (شادية تمام ،أمانى طه، ٢٠١٣ ، ٢٠٧).

والتفكير الناقد: هو عملية تقويمية للمواقف المختلفة تتم فى ضوء محكات وتشمل على استنتاجات واستدلالات وتحديد وحل المشكلات تتم عند المفاضلة بين البدائل المتاحة فى تلك المواقف(اشرف على، ٢٠١٠ ، ١١٨).

أيضًا التفكير الناقد: هو تفكير تأملى استدلالى تقييمى ذاتى، يتضمن مجموعة من الاستراتيجيات والعمليات المعرفية المتداخلة كاالتفسير، والتحليل، والتقييم، والاستنتاج؛ بهدف تفحص الآراء والمعتقدات، والأدلة والبراهين، والمفاهيم، والادعاءات التى يتم الاستناد إليها عند إصدار حكم ما، أو حل مشكلة ما، أو صنع قرار، مع الأخذ بعين الاعتبار وجهات نظر الآخرين (صالح أبو جادو،محمد نوفل ، ٢٠٠٧، ٢٣١).

كذلك التفكير الناقد: هو عملية عقلية يقوم بها التلميذ فى موقف أو مشكلة رياضية معينة مستخدمًا مجموعة من المهارات العقلية(مهارات التفكير الناقد) المتتابعة بطريقة منطقية منظمة تمكنه من الحكم على كل مايرتبط بالمشكلة أو الموقف ومن ثم الوصول للحل، ويقاس بالدرجة التى يحصل عليها التلميذ فى اختبار التفكير الناقد المعد لذلك (إيمان مهدى، ٢٠١٧، ١٩٩).

وتعرف الباحثة التفكير الناقد بأنه: تفكير يهتم بدراسة الأسباب والبحث عن التفسيرات والحجج والبراهين التي تثبت صحة أو عدم صحة النظريات والنتائج والمعلومات

والتمييز بين الآراء والأفكار، ويقوم على التحليل والتفسير والتقييم والاستدلال والاستنتاج بعد فحص البدائل للمعلومات عند حل مشكلة.

٢- أهمية التفكير الناقد:

تتمثل أهمية التفكير الناقد فى القدرة على الاستنتاج وإصدار الأحكام المنطقية على القضايا والمشكلات ومناقشة الآراء المطروحة بالقبول أو الرفض، ولما كان التفكير الناقد قد أصبح هدفًا من أهداف التربية الأساسية، فقد أصبح من الضرورى أن يكتسب المعلم هذه المهارات حتى يتمكن من أداء أدواره المتعددة ومواكبة عصر المعلوماتية وإعداد الأجيال التي تستطيع أن تتعايش وتستمر وسط موجات التسارع والتصارع المعرفي الحالي(ايزيس رضوان، ٢٠٠٠ ، ٤).

و يكَون التفكير الناقد لدى الطالب عقلية ناقدة ويفيد فى نقل الطالب من اكتساب المعرفة إلى استخدام المعرفة وبالتالى الدخول إلى مجتمع إنتاج وتوليد المعرفة (حمدى أحمد، فاتن فوده، ٢٠١٤، ٢٠٩).

وأشار ايهاب نصار (٢٠٠٩) إلى أن أهمية التفكير الناقد، تتمثل فى أنه: يعد من الأهداف التربوية التي يحتاجها المجتمع، يكسب الطالب المرونة والموضوعية والعقلانية في مقابلة القضايا التي تواجهه، يطور قدرات الطلاب على حل المشكلات والتفكير في كافة مجالات المعرفة، يزيد من فاعلية التعلم واستخدام المهارات العقلية لدى الطالب، ينمي لدى الطالب مهارات الاتصال والتثقيف العلمي، يساعد الطالب على التكيف بدرجة كبيرة مع المجتمع وتغيراته.

فالتفكير الناقد يساعد الطالب على الاستنباط، والاستقراء، والتصنيف، والاستنتاج، وتقويم الحجج، واتخاذ القرار.

٣- مهارات التفكير الناقد:

أشارت شادية تمام ،أمانى طه(٢٠١٣ ، ٢٠٣-٢٠٤) إلى أن مهارات التفكير الناقد، تشمل: الملاحظة، التصنيف، القياس، الاتصال، التنبؤ والوصول إلى الاستنتاج، التجريب، وضع الفروض، ضبط المتغيرات.

كذلك أشار Facione & Facione, 1998 فى صالح أبو جادو،محمد نوفل (٢٠٠٧، ٢٤٣-٢٤٤) إلى مهارات التفكير الناقد، كالآتى:

١-مهارة التفسير: التعبير عن الفهم والمعنى، أو الدلالة المستندة إلى خبرة واسعة من التجارب والمواقف والمعطيات، والقوانين، والإجراءات والمعايير، وتتضمن: مهارة التصنيف ومهارة استخلاص المغزى أو الدلالة ومهارة توضيح المعنى.

أيضًا التفسير: هو قدرة الفرد على استخلاص نتيجة معينة من حقائق مفترضة بدرجة معقولة من اليقين(فريد أبو زينة، عبد الله عبابنة ، ٢٠٠٧ ،٢٨١).

٢-مهارة التحليل: تحديد العلاقات الاستدلالية المقصودة والعقلية بين العبارات والأسئلة، والمفاهيم، والصفات، أو الصيغ الأخرى للتعبير، ويقصد بها التعبيير عن اعتقاد أو حكم على تجارب أو معلومات أو آراء، وتتضمن: مهارة فحص الآراء ومهارة اكتشاف الحجج وتحليلها.

٣-مهارة التقييم: إن قياس مصداقية العبارات أو أية تعبيرات أخرى تصف فهم وإدراك الشخص حيث تصف تجربته، ووضعه وحكمه، واعتقاده ورأيه، وبالتالي قياس القوة المنطقية للعلاقات الاستدلالية المقصودة أو الفعلية من بين العبارات أو الصفات أو الأسئلة أو أى شكل آخر للتعبير، وتشتمل على مهارة تقييم الادعاءات وتقييم الحجج.

٤-مهارة الاستنتاج: تحديد وتوفير العناصر اللازمة لاستخلاص النتائج المنطقية للعلاقات الاستدلالية المقصودة أو الفعلية من بين العبارات أو الصفات أو الأسئلة، أو أى شكل آخر للتعبير، كما يقصد بالاستنتاج القدرة على خلق أو تكوين جدال أو نقاش من خلال خطوات منطقية، وتتضمن مهارة فحص الدليل ومهارة تخمين البدائل ومهارة التوصل إلى استنتاجات.

٥-مهارة الشرح: عرض الطالب لتفكيره المنطقى على شكل حجج مقنعة، وتشمل: مهارة إعلان النتائج ومهارة تبرير النتائج ومهارة عرض الحجج.

٦-مهارة تنظيم الذات: مراقبة الفرد لنشاطاته المعرفية بشكل واع من حيث استخلاص

العناصر المشتركة فى هذه النشاطات والنتائج المستخلصة بشكل خاص من خلال تطبيق مهارات التحليل وتقييم الطالب لأحكامه الاستدلالية مع نظرة نحو التساؤل والتأكيد والمصداقية سواء تصحيح الطالب لأفكاره أو لنتائجه وتشمل مهارة اختبار الذات ومهارة تصحيح الذات.

و تشمل مهارات التفكير الناقد المهارات الآتية، ابراهيم رفعت (٢٠١٤ ، ٢٠):

١- الاستقراء : ويتمثل فى الوصول لتعميم من خلال المجالات المختلفة التى تقع تحت هذا التعميم.

كذلك هو الوصول إلى تعميم من العامل بحالات خاصة (وليم عبيد، ٢٠١٠ ، ٦٧).

٢- الاستنباط : ويتمثل فى استخلاص نتيجة من مقدمتين أو أكثر، وتوجد علاقة بين هذه المقدمات والنتيجة.

٣- التفسير: ويعنى الحكم على إذا ما كانت التفسيرات المقترحة تترتب منطقيًا على المعلومات المقدمة، على فرض أن المعلومات المتاحة صحيحة.

٤- التمييز بين البراهين أو الدلالة القوية والبراهين أو الأدلة الضعيفة بناءً على أهميتها ومدى ارتباطها بالموضوع.

ومن **الدراسات** التى اهتمت بتنمية مهارات التفكير الناقد، الآتى:

هدفت دراسة أبو الفتوح القراميطى (٢٠٠٨) إلى تنمية المهارات العليا للتفكير ومنها مهارات التفكير الناقد، ومهارات التصور البصرى المكانى فى الديناميكا، وكذلك تنمية الاتجاه نحو تعلم الديناميكا بمساعدة برنامج تعليمى قائم على استخدام المحاكاة بالكمبيوتر لدى طلاب الفرقة الرابعة بكلية التربية بدمياط–تخصص رياضيات، و تشير النتائج إلى أن برنامج الديناميكا القائم على استخدام المحاكاة بالكمبيوتر له أثر ذو دلالة إحصائية فى تنمية التفكير الناقد فى الديناميكا.

وهدفت دراسة إيمان مهدى (٢٠١٧) إلى قياس فاعلية استخدام استراتيجية سوم (Swom) فى تدريس الرياضيات فى تنمية بعض عادات العقل والتفكير الناقد لدى

تلاميذ المرحلة الإعدادية، وقد أظهرت نتائج البحث وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطى درجات تلاميذ المجموعة التجريبية ودرجات تلاميذ المجموعة الضابطة فى التطبيق البعدى لاختبار عادات العقل واختبار التفكير الناقد لصالح المجموعة التجريبية.

وتوصلت الباحثة **لمهارات التفكير الناقد،** كالآتي: القدرة على معرفة الافتراضات الاستنباط، الاستقراء، التصنيف، الاستنتاج، تقويم الحجج، تفسير صحة الآراء وتوضيح المعنى.

وفيما يلى توضيح لذلك:

١- معرفة الافتراضات: تفحص الظاهرة والحكم عليهامن خلال البيانات المتوافرة.

٢- الاستنباط : عملية عقلية تساعد الطالب على الانتقال من المعلومة العامة إلى المعلومة الخاصة ، أى نعطى أمثلة على معلومات معطاة أو قاعدة معينة أو نظرية.

٣- الاستقراء : عملية عقلية تساعد الطالب على الانتقال من المعلومة الخاصة إلى المعلومة العامة ، أى بصل للقاعدة من خلال أمثلة معطاة .

٤- التصنيف: وضع الأشياء معًا فى مجموعات على أساس معيار معين .

٥- الاستنتاج : البحث عن الأسباب وتفسير الظاهرة و الوصول لنتيجة من خلال معلومات معطاة.

٦- تقويم الحجج: إصدار الحكم حول قيمة الأفكار.

٧- كشف العلاقة بين السبب والنتيجة: تحديد العلاقة بين السبب والنتيجة لموضوع معين.

٨- مهارة اكتشاف الحجج وتحليلها: اكتشاف الدليل أو المبرر.

ثانيًا: البرهان الرياضى:

١ –مفهوم البرهان الرياضي:

يعرف وليم عبيد وآخرون (٢٠٠٠، ١٢٩)؛ رفعت المليجى (٢٠٠٩ ، ١٩٧) البرهان الرياضى بأنه معالجة لفظية أو رمزية تتمثل فى تتابع من العبارات نستنبط كلًا منها عن سابقاتها استنادًا إلى الشواهد المعترف بصحتها (مثل المسلمات والنظريات والمعطيات) واستنباطًا بأساليب يقرها المنطق.

و يعرف محمد خليل (٢٠٠٩، ٢١) البرهان الرياضي بأنها العملية التي يتم فيها استخدام التعريفات، والمسلمات والعبارات التي سبق إثباتها بالإضافة إلى قواعد الاستدلال الاستنباطى، من أجل الوصول إلى سلسلة من العبارات الصحيحة، وتقديم الحجة الصحيحة، على أن العبارة المطلوب إثباتها صحيحة، و تقاس إجرائيًا بدرجة الطالب في اختبار البرهان الرياضى .

كذلك البرهان الرياضى هو نمط للبرهان الرياضى يختص بإثبات صحة النظريات والنتائج وحل المشكلات الهندسية، وينظر إليه على أنه سلسلة من الأنشطة العقلية والإجراءات المتتابعة منطقيًا، يقوم بها التلاميذ عند البرهنة على نظرية أو إثبات أو حل تمرين هندسى (فايزة حماده ،٢٠١٣، ٢١٤).

أيضًا البرهان الرياضى هو جملة منطقية بسيطة أو جملة منطقية مركبة وفى العادة تتكون الجملة من فرض صحيح (متحقق) مما يؤدى الى حصول النتيجة (روحى الخطيب ، ٢٠١٤ ، ١٥٧).

وانطلاقًا مماسبق ترى الباحثة أن **البرهان الرياضى** هو سلسة من العبارات مرتبة ترتيبًا منطقيًا بدءًا من المعطيات حتى الوصول للمطلوب ووفقًا لمبررات (نظرية – نتيجة – مسلمة – مفهوم).

ومن الدراسات التى اهتمت بطبيعة البرهان الرياضى دراسة لى (2000) lee التى هدفت إلى معرفة العلاقة بين قدرة كتابة البرهان ومستويات التفكير الهندسى لفان هايل لطلاب جامعيين يدرسون مقررًا فى الهندسة، وتوصلت النتائج إلى تحسن قدرة

الطلاب على إنشاء البراهين وكذلك تحسنت المهارات الاستدلالية.

٢-أهمية البرهان الرياضي:

أشارت بارتلو (2013) Bartlo إلى أن دور البرهان هو:

- الإثبات والإقناع : يمكن أن يزيل الشك ويوفر للطلاب التحقق من صحة أفكارهم ويساعد الطلاب الدارسين أن يكونوا مستقلين بذاتهم.
- الشرح والتبصر والتفسير: توفر نظرة ثاقبة لماذا الرياضيات ظاهرة (حدث)حقيقية وكيف تعمل.
- يساعد الطلاب على تعلم الرياضيات، لأن تطبيق المفهوم في البرهان يساعد الطلاب على رؤية الآثار المترتبة (نتيجة)على مفهوم (فكرة).
- التناقضات: يساعد البرهان على اكتشاف التناقضات؛ الافتراضات الضمنية، وبهذه الطريقة، يساعد البرهان الطلاب على تعلم الرياضيات كأنهم يواجهون ويستجيبون بإعطاء مثال معاكس وحجج معاكسة (مضادة).
- يساعد الطلاب على اتصال وترابط الأفكار.
- التطبيق: يمكن أن تساعد في اكتشاف تطبيقات للأفكار والنظريات في الفصول الدراسية هذا قد يعني تعلم كيفية تعميم الحلول من مشكلة واحدة إلى مشاكل أخرى.
- تعلم طرق جديدة في حل المشكلات وفى التفكير للمشكلات .
- يساعد التلاميذ على تنقيح وتعديل وتصحيح أفكارهم.

ولأهمية البرهان البالغة في الرياضيات، فقد عدَّ المجلس القومي لمعلمي الرياضيات في أمريكا البرهان الرياضي، كواحدٍ من المعايير الرئيسة للرياضيات المدرسية للعام (٢٠٠٠)، وجاءت هاذه المعايير كما يلى: إدراك أهمية البرهان كجانب أساسى فى الرياضيات، بناء تخمينات رياضية والتحقق منها، تطوير وتقييم البراهين الرياضية، استخدام واختيار طرق البرهان المختلفة (NCTM, 2000, 7).

كذلك يتمثل دور البرهان الرياضي (علاء الدين متولى ، ٢٠٠٦ ، ١٧٦-١٧٧)

فى:

١- يعد البرهان الرياضى الأداة الأساسية فى إقامة أو فهم أو إدراك أية بنية جديدة للرياضيات .

٢- يمكن استخدام البرهان الرياضى فى إعداد المواقف التعليمية التى تتيح للطلاب فرصة المشاركة وعمل تخمينات واقتراح حلول واكتشاف علاقات.

٣- تعد معرفة طبيعة البرهان الرياضى هدفًا رئيسيًا من أهداف تدريس الرياضيات بصفة عامة و الهندسة بصفة خاصة.

٤- إن دراسة البرهان الرياضى تساعد الطالب فى التعرف على بعض الموضوعات الرياضية التى لا تتاح له إلا من خلال البرهان الرياضى مثل : ليس كل نظرية عكسها صحيح، ومحاولة البرهنة على صحة عكس بعض النظريات، وفهم أنماط البرهان غير المباشر وإدراك السبب فى اعتباره برهانًا صالحًا من الناحية المنطقية، وتجنب أخطاء الاستدلال الرياضى مثل: التسرع فى استنتاج تعميمات، والتسليم بصحة فروض قبل التأكد من صحتها، والتعرف على طبيعة المثال المضاد وكيفية استخدامه للبرهنة على خطأ تعميم رياضى ما.

٥- إن دراسة البرهان تكسب الطلاب أنماطًا مختلفة من التفكير تساعدهم على النجاح فى حياتهم مثل : التفكير التأملى، التفكير الناقد، التفكير الإبداعى وغيرها.

٦- تنمية مهارات البرهان الرياضى لدى الطلاب تشجعهم على تكوين فهم رياضى أعمق، وعمل تقييم لتقدمهم الرياضى، وعمل تنبؤات وتكوين تعميمات وتبرير استدلالهم الرياضى، وتنمية أفكارهم والعمل على انتقالها، والبحث عن اتجاهات تفتح أمامهم مجالات للبحث عن حلول أخرى (براهين جديدة).

تأسيسًا على ماسبق، يساعد البرهان الرياضى الطلاب على حل المشكلات، والتحقق من صحة الحقائق والنظريات والمسلمات والنتائج، والتعلم الذاتى، والاكتشاف، وتنمية التفكير العلمى السليم.

٣- مهارات البرهان الرياضى:

مهارات البرهان الرياضى: هي سلسلة متتابعة من الأداءات التي يقوم بها الطالب بدقة عندما يريد التصدي لحل مشكلة رياضية معينة أو إثبات صحة قضية ما مستخدمًا في ذلك الاستدلال والمنطق وتقديم الأدلة والشواهد مستندًا في ذلك إلى مكونات النظام الرياضي من نظريات أو مسلمات أو خصائص رياضية أو نتائج مقبو ل بصحتها، وتنموهذه المهارات من خلال التد ريب والممارسة التي يتعرض لها الطالب (علاء الدين متولى ، ٢٠٠٦ ، ١٨٣).

وتعرف **مهارات البرهان الرياضى**، بأنها: خطوات رياضية منظمة تستند إلى إدراك العلاقات بين نظريات ونتائج ومعطى بهدف الوصول إلى صحة نتيجة مطلوبة عن طريق الاستدلال .

وعن مهارات البرهان الرياضي ذكرت: سامية هلال (٢٠٠٧ ، ١٦٠) إلى أن مهارات البرهان الرياضى هى: مهارة تحليل مسألة البرهان، مهارة استنتاج علاقات، مهارة التوصل لفكرة الحل، مهارة كتابة البرهان، مهارة مراجعة (تقويم) البرهان .

كذلك توصلت هدية ناضرين (٢٠١٣) إلى أن مهارات البرهان الرياضى هى: مهارة كتابة المعطيات والمطلوب، ومهارة رسم المشكلة، ومهارة كتابة النظريات أو النتائج التي تستخدم البرهان، ومهارة كتابة التعليلات لإجراء خطوة ما في البرهان تبرير كل خطوة من خطوات البرهان، و مهارة كتابة الرموز الرياضية في البرهان، و مهارة تحديد الخطأ في البرهان بصورة منطقية و صحيحة.

بناءً على الأدبيات السابقة، توصلت الباحثة إلى أن **مهارات البرهان الرياضى،** هى: **مهارة التخطيط** وتتضمن: (تحديد المعطى والمطلوب والتمييز بينهم، التعبير عن المعطى والمطلوب برموز، التعبير عن المسألة بشكل هندسى، تحديد المعطيات والمطلوب من شكل هندسى، إجراء عمل للوصول للمطلوب إن لزم الأمر، استنتاج خطوات تؤدى للحل، الوصول لفكرة الحل والتعبيرعنها)، **مهارة التنفيذ** وتتضمن: (كتابة خطوات البرهان بصورة متسلسلة وصحيحة مع التعليل لكل خطوة (استنتاج، استكمال الحل وصياغته إذا علمت الفكرة العامة للحل، ترتيب خطوات البرهان)،

مهارة التقويم وتتضمن: (مراجعة خطوات الحل والحكم على صحة البرهان أو خطأه، بيان الخطأ فى البرهان ومحاولة تصحيحه).

وقد اهتمت بعض الدراسات بمهارات البرهان الرياضى، ومنها:

دراسة أتوود (2001) Atwood هدفت إلى تقييم أداء طلاب المرحلة الجامعية الأولى لإنشاء وفهم البراهين وتنمية مهارات التخطيط للبرهان من خلال الأسئلة والامتحانات النهائية المتطورة والمسابقات وأظهرت التقييمات كيف ينشئ كل طالب البراهين المباشرة والبراهين بالتناقض والبراهين بالتعارض والبراهين بالاستنتاج الرياضى وأوضحت النتائج أن أكثر من نصف الطلاب لايفهمون الجملة لإثباتها وأنهم لايدركون التعريفات للمصطلحات المتضمنة بالجملة المراد برهنتها وأكدت الدراسة على المعوقات بدءا من البراهين المباشرة والبراهين بالتناقض واستخدام التعريفات واستخدام المحددات الموجودة والعالمية بالإضافة إلى ذلك، كانت العقبات الأخرى البارزة: اختيار الملاحظات والتمثيل الرياضي، وأداء الافتراضات الاستنتاجية للبراهين بواسطة الاستقراء (الاستنتاج) الكامل ، وبناء براهين بالتناقض.

كذلك هدفت دراسة علاء الرايات (٢٠١٨) إلى التعرف على فعالية استخدام استراتيجية الصف المقلوب فى تنمية مهارات البرهان الهندسي والكفاءة الذاتية الرياضية لدى طلاب الصف الثانى الإعدادى، وأظهرت نتائج الدراسة وجود فروق ذات دلالة احصائية بين متوسطى درجات طلاب المجموعة التجريبية وطلاب المجموعة الضابطة فى التطبيق البعدى لاختبار مهارات البرهان الهندسى لصالح المجموعة التجريبية.

أوجه الاستفادة من الإطار النظرى الخاص بمهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى:

١- التعرف على مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى، وتكوين خلفية معرفية عنها.

٢- التعرف على العلاقة بين مهارات التفكير الناقد ومهارات البرهان الرياضى، والاستفادة منها عند إعداد قائمة بمهارات التفكير الناقد ومهارات البرهان الرياضى الواجب توافرها لدى طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية.

٣- اعداد اختبارى مهارات التفكير الناقد ومهارات البرهان الرياضى.

٤- تمت الإفادة من الدراسات والبحوث السابقة فى دعم الإطار النظرى، وإعداد أدوات البحث، وتفسير نتائج البحث، وتحديد أوجه الاتفاق والاختلاف مع تلك الدراسات والبحوث، وتقديم التوصيات والمقترحات البحثية.

فرض البحث :

١- توجد علاقة ارتباطية ذات دلالة إحصائية عند مستوى (٠,٠٥>) بين درجات طلاب البحث فى مهارات التفكير الناقد ومهارات البرهان الرياضى.

منهج البحث :

١-**المنهج الوصفى:** للتعرف على مهارات التفكير الناقد ومهارات البرهان الرياضى، ووصف الأدوات البحثية، ومناقشة النتائج وتفسيرها، وإعداد الإطار النظرى والدراسات السابقة.

٢-**المنهج الارتباطى:** للتعرف على العلاقة بين مهارات التفكير الناقد ومهارات البرهان الرياضى.

٣-**المنهج التجريبى:** استخدام التصميم شبه التجريبي ذو المجموعة الواحدة، من خلال تطبيق اختبار مهارات التفكير الناقد واختبار مهارات البرهان الرياضى علي مجموعة مختارة من طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية.

أدوات ومواد البحث:

١- **اختبار مهارات التفكير الناقد:** يهدف الإختبار إلى قياس مدى اكتساب الطلاب المعلمين بالفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية لمهارات التفكير الناقد، حيث قامت الباحثة بإجراء التجربة الاستطلاعية للاختبار، وبلغ معامل ثبات الاختبار ككل (٠,٨) ومعامل الصدق الذاتى (٠,٩)، وحساب معامل السهولة والصعوبة والتمييز للاختبار، وتطبيق الاختبار على مجموعة من طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية وبلغ عددهم (٨٠) طالب وطالبة بالفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية.

٢- **اختبار مهارات البرهان الرياضى:** يهدف الإختبار إلى قياس مدى اكتساب

الطلاب المعلمين بالفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية لمهارات البرهان الرياضى، حيث قامت الباحثة بإجراء التجربة الاستطلاعية للاختبار، وبلغ معامل ثبات الاختبار ككل (٠,٩٦) ومعامل الصدق الذاتى (٠,٩٨)، وحساب معامل السهولة والصعوبة والتمييز للاختبار، وتطبيق الاختبار على مجموعة من طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية وبلغ عددهم (٨٠) طالب وطالبة بالفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية.

إجراءات البحث :

للإجابة عن أسئلة البحث والتحقق من صحة فروضها، تم اتباع الإجراءات الآتية:

١- الاطلاع على الأدبيات والبحوث والدراسات السابقة والكتب ذات الصلة بمتغيرات البحث.

٢- اعداد اختبار مهارات التفكير الناقد وعرض الإختبار على المحكمين والخبراء في مجال المناهج وطرق تدريس الرياضيات ثم اجراء التعديلات المطلوبة وفقًا لأرائهم ، ووضع الاختبارفى صورته النهائية.

٣- اعداد اختبار مهارات البرهان الرياضى وعرض الإختبار على المحكمين والخبراء في مجال المناهج وطرق تدريس الرياضيات ثم اجراء التعديلات المطلوبة وفقًا لأرائهم ، ووضع الاختبارفى صورته النهائية.

٤- اختيار عينة البحث وتتمثل فى طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات، وتطبيق اختبارى مهارات التفكير الناقد، و مهارات البرهان الرياضى على عينة البحث.

٥- رصد النتائج، ومعالجتها إحصائيًا، ومناقشتها وتفسيرها.

٦- تقديم التوصيات والمقترحات، والمشروع المقترح.

عينة البحث:

تكونت من (٨٠) طالب وطالبة بالفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية جامعة دمياط.

نتائج البحث ومناقشتها وتفسيرها:

النتائج المتعلقة بالعلاقة بين مستوى مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى لدى طلاب شعبة الرياضيات بكلية التربية:

أسفرت نتائج البحث عن: وجود علاقة ارتباطية طردية (موجبة) بين التمكن من مهارات التفكير الناقد ومهارات البرهان الرياضى لدى طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات، حيث بلغت قيمة معامل الارتباط نسبة(٠,٧)، وهو معامل طردى دال إحصائيًا عند مستوى (٠,٠١).

وهذا يدل على أن تحسن مهارات التفكير الناقد يصاحبه تحسن فى تنمية مهارات البرهان الرياضى.

حيث اختلفت نتائج البحث الحالى عن نتائج الدراسات الآتية، ومنها:

دراسة علاء الدين متولى (٢٠٠٦) التى من ضمن أهدافها التعرف على العلاقة بين البرهان الرياضى وقلق البرهان الرياضى والتواصل الرياضى، كذلك دراسة فاطمة أبو الحديد (٢٠١٢) التى من ضمن أهدافها التعرف على العلاقة بين التحصيل الدراسي في الرياضيات والتفكير الناقد لدى تلميذات المرحلة المتوسطة، أيضًا دراسة حيدر الساعدى(٢٠١٣) التى من ضمن أهدافها التعرف على العلاقة بين مهارات البرهان الرياضي والتفكير التحليلي لدى طلبة الصف الثالث المتوسط.

توصيات البحث:

١- عقد دورات تدريبية للمعلمين أثناء الخدمة لتنمية مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى.

٢-تطوير مناهج الرياضيات لتنمى مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى.

٣-ضرورة الاهتمام بالتطوير المستمر لبرامج إعداد معلم الرياضيات والبرامج التدريبية أثناء الخدمة، بما ينمى مهارات التفكير الناقد والبرهان الرياضى.

مقترحات البحث:

١- فاعلية الرحلات المعرفية عبر الويب كويست(Web Quest) فى تنمية مهارات البرهان الرياضى لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية .

٢- برنامج قائم على الصف المعكوس لتنمية مهارات التفكير الناقد لدى طلاب شعبة الرياضيات بكلية التربية.

٣- فاعلية برنامج تدريبى عن بعد لتنمية مهارات البرهان الرياضى لدى طلاب شعبة الرياضيات بكلية التربية.

المراجع :

– إبراهيم بن رفعت إبراهيم (٢٠١٤). فاعلية استراتيجية مقترحة في ضوء نموذج التعليم بالقرن الحادي و العشرين لتنمية بعض المهارات الحياتية المرتبطة بتعليم الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. **مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات.** ١٧(٤)، ابريل ، ٦-٥٢.

– أبو الفتوح مختار القراميطى (٢٠٠٨). **فاعلية المحاكاة بالكمبيوتر فى تنمية المهارات العليا للتفكير والتصور البصرى المكانى فى الديناميكا لدى طلاب كلية التربية بدمياط.** رسالة دكتوراه، كلية التربية بدمياط، جامعة المنصورة.

– أشرف راشد على (٢٠١٠). أثر استخدام التدريس التبادلى فى تدريس الهندسة على تنمية بعض مهارات التفكير الناقد والاتجاه نحو الهندسة لدى طلاب المرحلة الإعدادية وبقاء أثر تعلمهم. **الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس، دراسات فى المناهج وطرق التدريس،** ع ١٥٤، يناير ، ١١١-١٧٣.

– أميرة محمد فتح الله (٢٠١٦). **برنامج مقترح لتنمية مهارات التفكير الناقد لدى طلاب الشعب العلمية بكلية التربية وأثره على أدائهم التدريسى.** رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة بنها.

– إيزيس محمد رضوان (٢٠٠٠). دراسة تجريبية لفعالية برنامج فى تنمية التفكير الناقد لدى طلاب كلية التربية جامعة شمس. **الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس، دراسات فى المناهج وطرق التدريس،** ع ٦٦ ، أكتوبر ، ٢-٣٤.

– إيمان عبد الله مهدى (٢٠١٧). فاعلية استخدام استراتيجية سوم (Swom) فى تدريس الرياضيات فى تنمية بعض عادات العقل والتفكير الناقد لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. **مجلة تربويات الرياضيات،** ٢٠(٢)، يناير، ج٢، ١٨٩-٢٣٧.

– ايهاب خليل نصار (٢٠٠٩). **أثر استخدام الألغاز في تنمية التفكير الناقد في الرياضيات والميل نحوها لدى تلاميذ الصف الرابع الأساسي بغزة.** رسالةماجستير، كلية التربية ، الجامعة الإسلامية بغزة .

– حسن شحاته، زينب النجار(٢٠٠٣). **معجم المصطلحات التربوية والنفسية** . القاهرة: الدار المصرية اللبنانية .

– حمدى أحمد عبد العزيز أحمد، فاتن عبد المجيد فوده (٢٠١٤). تطوير المناهج الدراسية بالتعليم الفنى التجارى فى ضوء مهارات القرن الحادى والعشرين اللازمة لتلبية المتطلبات المهنية والتكنولوجية المستحدثة. **مجلة كلية التربية بالمنصورة** ، مج ٨٧ ، ج ٢ ، ابريل ، ١٩٧– ٢٧٤.

– حيدر عبد الزهرة الساعدى(٢٠١٣). **مهارات البرهان الرياضي وعلاقتها بالتفكير التحليلي لدى طلبة الصف الثالث المتوسط.** رسالة ماجستير، كلية التربية، الجامعة المستنصرية.

– خالد مصطفى الككى (٢٠٠٦) . **الفعالية النسبية لبعض استراتيجيات ما وراء المعرفة فى تنمية مهارات البرهان الهندسى واختزال قلقه لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية** . رسالة ماجستير، كلية التربية بالزقازيق، جامعة الزقازيق .

– رفعت محمد المليجى (٢٠٠٩). **طرق تعليم الرياضيات الإبداع والإمتاع.** القاهرة: دار السحاب للنشر والتوزيع .

– روحى إبراهيم الخطيب (٢٠١٤). **الرياضيات المتقطعة** . عمان، الأردن: دار المسيرة للنشر والتوزيع .

– سامية حسانين هلال (٢٠٠٧) . فعالية استراتيجية مقترحة فى تدريس الهندسة لتنمية مهارات البرهان الرياضى لدى تلميذات المرحلة المتوسطة .الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات ، **المؤتمر العلمى السابع : الرياضيات للجميع** ، دار الضيافة جامعة عين شمس ، ١٧– ١٨ يوليو ، ١٤٨ – ١٧٩ .

– سيد محمد عبد ربه(٢٠١٨). ثر استخدام استراتيجيات التعلم المستندة إلى عمل الدماغ في تنمية البرهان الرياضي والتفكير التأملي وخفض قلق الرياضيات لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي. **مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات،** ٢١(٣)، يناير، ٢٠٥–٢٥٩.

– شادية عبد الحليم تمام، أمانى محمد طه (٢٠١٣). **التنمية المهنية للمعلم** . القاهرة: المكتبة العصرية للنشر والتوزيع .

– صالح محمد أبو جادو، محمد بكر نوفل (٢٠٠٧). **تعليم التفكير: النظرية والتطبيق** .عمان: دار المسيرة للنشر والتوزيع .

– صلاح أحمد فؤاد (٢٠١٢) . **فاعلية برنامج إثرائي مقترح لتنمية مهارات البرهان الرياضي والتفكير الإبداعي لدى طلاب الصف الأول الثانوي باستخدام لغة البرمجة بالحاسوب** . رسالة دكتوراه، معهد الدراسات التربوية ، جامعة القاهرة .

– عزو اسماعيل عفانة (٢٠٠١). تنمية مهارات البرهان الهندسى لدى طلاب الصف السابع الأساسى بغزة فى ضوء مدخل فان هايل . **مجلة دراسات فى المناهج وطرق التدريس** ، ٧٠، مايو ، ١– ٤٤ .

– علاء الدين سعد متولى (٢٠٠٦). فعالية استخدام مدخل البرهنة غير المباشرة فى تنمية مهارات البرهان الرياضى واختزال قلق البرهان وتحسين مهارات التواصل الرياضى لدى الطلاب معلمى الرياضيات . **مجلة تربويات الرياضيات** ، ٩ ، نوفمبر ، ١٧١–٢٤٩.

– علاء المرسى أبو الرايات(٢٠١٨). فعالية استخدام استراتيجية الصف المقلوب فى تنمية مهارات البرهان الهندسى والكفاءة الذاتية الرياضية لدى طلاب المرحلة الإعدادية . **مجلة كلية التربية، جامعة كفر الشيخ** ، ١٨(٢)، ١١٩٩–١٢٧٠.

– فاطمة عبد السلام أبو الحديد(٢٠١٢). استراتيجية مقترحة لتنمية التفكير الناقد في الرياضيات و اختزال القلق نحوها لدى تلميذات المرحلة المتوسطة. **رابطة التربويين العرب، دراسات عربية في التربية وعلم النفس**، ٢٩(٣)، سبتمبر، ١١٥–١٧٢.

– فايزة أحمد حمادة (٢٠١٣) . فاعلية استخدام برنامج الكورت CORT في تنمية بعض مهارات البرهان الهندسي والدافعية للإنجاز لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية . **دراسات عربية في التربية وعلم النفس** ، ع (٣٧) ، مايو ، ج ٣ ، ٢١٣ – ٢٥٢ .

– فريد كامل أبو زينة، عبد الله يوسف عبابنة(٢٠٠٧). **مناهج تدريس الرياضيات للصفوف الأولى** .عمان : دار المسيرة.

– محمد الشحات قنصوة (٢٠١٢). **فعالية نموذج التعلم البنائى الخامسى فى تدريس الرياضيات لتنمية مهارات البرهان الرياضى لدى تلاميذ المرحلة الاعدادية** . رسالة ماجستير غير منشورة ، كلية التربية ، جامعة بنها .

– محمد حاجى خاجه (٢٠١٩). استراتيجية قائمة على التعلم النشط لتنمية مهارات البرهان الرياضي لدى تلاميذ المرحلة المتوسطة بدولة الكويت. **مجلة البحث العلمى فى التربية، جامعة عين شمس – كلية البنات للآداب والعلوم والتربية،** ع٢٠، ج١١، ٢٩٧-٣١٥.

– محمد حسن خليل (٢٠٠٩). فعالية وحدة مقترحة فى المنطق الرياضى وأثرها على البرهان الرياضى والاستدلال المنطقى لتلاميذ الصف الثانى الإعدادى . **مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات** ، ١٢، يناير ، ١٥-٥١.

– مها محمد عبد القادر(٢٠١٤). إعادة توجيه التنمية المهنية للمعلم فى ضوء مهارات القرن الحادى والعشرين . **مجلة التربية** ، ع ١٥٩ ، ج ٤ ، يوليو ، ٦٧١-٧٩٤.

– هدية عبد اللطيف ناضرين (٢٠١٣) . **فعالية استراتيجية "اكتب لتتعلم " فى تنمية مهارات كتابة البرهان ومستويات التفكير الهندسى لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية** . رسالة ماجستير ، كلية التربية بطنطا .

– هيا بنت محمد المزروع (٢٠١٠). فاعلية برنامج مقترح لتنمية مهارات التفكير الناقد لدى طالبات كلية التربية. **دراسات فى المناهج وطرق التدريس– مصر**، ع ١٦١ ، أغسطس، ١٤٦-١٨٥.

وليم عبيد (٢٠١٠). **تعليم الرياضيات لجميع الأطفال في ضوء متطلبات المعايير وثقافة التفكير** .ط٢، عمان : دار المسيرة.

وليم عبيد، محمد أمين المفتى، سمير إيليا القمص (٢٠٠٠). **تربويات الرياضيات** .

مكتبة الأنجلو المصرية .

- Atwood , P , R .(2001) . Learning to construct proofs in afirst course on mathematical proof. *Doctoral Thesis*, Department of Mathematics ,University of Western Michigan.
- Bartlo , J , R .(2013) . Why Ask Why: An Exploration of the Role of Proof in the Mathematics Classroom . *Doctoral Thesis* , University of Portland state .
- Krantz ,S,G.(2011). *The proof is in the pudding: The changing nature of mathematical proof* . Springer Verlag.
- Lee , W . (2000) . The relationship between students' proof-writing ability and van Hiele levels of geometric thought in a college geometry course. *PhD Thesis*, University of Northern Colorado, Greeley, Colorado, USA.
- Meltem, S. (2010). Undergraduate students' difficulties with mathematical proof and proof teaching. *PhD Proposal*.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.
- Regan,B.(2008) .Why We Need to Teach 21^{st} Century Skills—And How to Do It.Retrieved from: http://www.internetatschools.com/Articles/Editorial/Features/Why-We-Need-to-Teach-21st-Century-Skills-And-How-to-Do-It-%5BAvailable-Full-Text-Free%5D-61011.aspx.