برنامج مُقترح قائم على إستخدام نظرية الجراف "Graph Theory" في تدريس الجبر لتنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب المرحلة الثانوية

مُسعد مُحمد إبراهيم حجازي

مُعلم أول رياضيات بالأزهر الشريف

للحصول على درجة الدكتوراه في فلسفة التربية

(تخصص مناهج وطرق تدريس الرياضيات)

مُلخص البحث

هدف هذا البحث إلى تحديد مدى فاعلية برنامج مُقترح قائم على إستخدام نظرية الجراف "Graph Theory" في تدريس الجبر في تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب المرحلة الثانوية.

وتكونت عينة البحث من (٦٦ طالب وطالبة) من طلاب الصف الأول الثانوي، وتم تقسيمهم إلى مجموعة تجريبية عددها (٣٢ طالب وطالبة) ومجموعة ضابطة عددها (٣٤ طالب وطالبة)، وتمثلت أدوات البحث في اختبار مهارات النمذجة الرياضية في الأبعاد التالية: (فهم المُشكلة – التخطيط لحل المُشكلة – حل النموذج وتفسير الحل – التأكد من صحة النموذج وتعميمه)، ثم تم تطبيق الإختبار قبلياً وبعدياً على عينة البحث، وتحليل النتائج باستخدام برنامج التحليل الإحصائي SPSS.

وقد أشارت نتائج البحث إلى:

٣. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠,٠١) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لإختبار مهارات النمذجة الرياضية (الأبعاد والدرجة الكلية) وذلك لصالح المجموعة التجريبية.

٤. يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠,٠١) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لإختبار مهارات النمذجة الرياضية (الأبعاد والدرجة الكلية) وذلك لصالح التطبيق البعدي.

وفي ضوء هذه النتائج قدم الباحث بعض التوصيات، والبحوث المُقترحة.

Abstract:

This research aims to determine the effectiveness of a Suggested Program based on Using Graph Theory in Teaching Algebra for Developing Secondary School Students Mathematical Modeling Skills.

This study covers a specified sample, Gr.10 literary section students at general abdlsalam abo elnaga high school, temie alamdeed, aldakahliah, and was applied during the second semester of the school year 2017-1018, at 2 hour each week, and dividing it into two groups: a control group (32) and an experimental group (34). The dependent variable: Mathematical Modeling Skills

The research came to the following findings:

There is a significant difference at (0.01) level between averages of student scores of both control and experimental groups in the post-scal of Mathematical Modeling Skills in favor of the experimental group.

There is a significant difference at (0.01) level between averages of student scores of both pre-scale and post-scale of Mathematical Modeling Skills in favor of the post-scale

المقدمــة:

تسعى المناهج التربوية الحديثة الخاصة بتعليم وتعلم الرياضيات إلى تقديمها كموضوع مفتوح على المعارف والعلوم المُختلفة دون أن تكون مُقيدة بعالم الرموز والمُجردات، وذلك باعتماد طرق ومداخل تدريسية تُقدم المعارف الرياضية من خلالها في سياقات واقعية وحقيقية، بعيداً عن التجريد

والشكلية، فما هو مُجرد وشكلي لا يُعطي فرصاً حقيقية للتعليم.

ومن هذا المنظور تُعتبر النمذجة الرياضية Mathematical Modeling أحد أهم العمليات التي يُمكن أن تُساعد بها الرياضيات في حل المُشكلات غير الرياضية Non-Mathematical Problems التي تواجه الأفراد والمُجتمعات سواء كانت هذه المُشكلات حقيقية أم عملية، حيث أنه من خلال النموذج الرياضي يمكن حل المُشكلة الواقعية وفهم العالم من حولنا.

فقد أشارت وثيقة المجلس القومي لمُعلمي الرياضيات بالولايات المُتحدة الأمريكية (**NCTM, 2000, P.222**) إلى أهمية أن يسعى المتعلمون عند تعلمهم للجبر عبر المراحل الدراسية المُختلفة إلى إستخدام النماذج الرياضية Mathematical Models لتمثيل وفهم العلاقات الكمية عن طريق نمذجة مشكلات الواقع الحياتي وحلها باستخدام التمثيلات المتنوعة مثل الجداول والمعادلات والرسوم البيانية.

والنموذج الرياضي هو تطبيق الرياضيات في مُعالجة مشاكل واقعية في الحياة أو مشاكل في الرياضيات نفسها أو مشاكل في علوم أخرى وذلك عن طريق تحويل المشكلة الحياتية إلى مسألة رياضية ثم التعامل مع هذه المسألة وحلها، وإختيار أفضل الحلول والذي يتناسب مع طبيعة المُشكلة التي نُعالجها ومن ثم التعميم والتنبؤ إن أمكن ذلك. (**صالح لحمر، ٢٠٠٧، ١٤**)

ونظراً لأهمية النمذجة الرياضية فقد تناولتها العديد من الدراسات منها دراسة كل من (**Lege, Gerald, 2003**)، (**أحمد الرفاعي، ٢٠٠٦**)، (**صالح لحمر، ٢٠٠٧**) ،(**كريمة أحمد، ٢٠٠٨**)، (**Gould, 2013**)، (**رشا أحمد، ٢٠١٥**)، (**عبد الجواد محمد، ٢٠١٥**)، (**أسامة السيد، ٢٠١٧**). وقد أوصت هذه الدراسات بضرورة فهم النمذجة والإهتمام بعمليات النمذجة الرياضية في برامج التدريس الجامعي والمدرسي وتحديث وتطوير كتب الرياضيات وأدلة المُعلم في ضوء عمليات النمذجة الرياضية في جميع المراحل التعليمية المُختلفة.

ويأتي تدريس جبر المرحلة الثانوية عن طريق تكامله مع نظرية الجراف والتي هي إحدى الرياضيات العصرية كمحاولة لتوفير فرص تعلم كافية يتم من خلالها تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب المرحلة الثانوية، ومحاولة لتقليل الفجوة بين النظرية والتطبيق واتباع معايير التعلم السائدة.

فالوضع المثالي أن يكون ما يدرسه الطالب في المدرسة هو ما يواجهه في الحياة اليومية، أي تكون المعرفة التي تُقدم في

المدرسة "مُتكاملة"، ولذلك من البدائل المطروحه التي ذكرها **فايز مينا (٢٠١٠، ٦-٧)**:

١) مُحاولة تقديم الرياضيات في صورة غير مُنفصلة وتقديمها في إطار واحد، حيث يمكن تقديم مسائل وتدريبات يمكن حلها بأكثر من فرع من فروع الرياضيات كالجراف والمصفوفات، والجراف والإحتمالات، والهندسة وحساب المثلثات، وغير ذلك.

٢) الإهتمام بالمشكلات التي يحتاج حلها إلى البحث والتقصي، وتنتمي إلى أكثر من فرع من فروع الرياضيات.

٣) العمل على ربط الرياضيات بتطبيقاتها في الحياة الواقعية وتكاملها مع المعارف والعلوم الأخرى، ومن الأساليب التي يمكن الاعتماد عليها في ذلك "التخدمة الرياضية".

ولإشعار الطالب بتكامل العلوم حتى داخل التخصص الواحد، وجب تقديم موضوعات الرياضيات بصورة تكاملية، على سبيل المثال تقديم موضوعات من الجبر مع نظرية الجراف العصرية، وذلك لتقليل التجريد الذي يتمتع به الجبر، وهذا ما أكدته دراسة هازان أوريت وهادار أيريت **(Hazzan, Orit; Hadar, Irit, 2005)**، والتي أوضحت أن تضمين نظرية الجراف في المناهج التعليمية يعمل على الحد من التجريد المصاحب لدراسة الرياضيات وبخاصة الجبر والذي يؤدي إلى عزوف الطلاب عن الدراسة.

فهي – أي نظرية الجراف – تهتم بدراسة الرسوم الرياضية المُستخدمة في نمذجة العلاقات بين الشبكات من خلال الرؤوس والحواف، بالإضافة إلى كيفية إستخدام هذه الرسوم في حل مشكلات حياتية مُعقدة ومحاولة تقديم تفسير لتلك الحلول، ولذلك فإن نظرية الجراف تُساهم في تقليل الفجوة بين النظرية والتطبيق وربط الفرد بالعالم الواقعي ومُشكلاته، كما أن دراسة خصائص هذه الأشكال من المنظور الرياضي من شأنه أن يُساعد في تنمية أنماط التفكير المُختلفة لدى المتعلمين كالتفكير الإبداعي، والتخيلي، وكذلك التفكير الجبري. **(Nabiyev, V. V, 2016)**

ولنظرية الجراف الكثير من التطبيقات في مجالات متنوعة كالكيمياء الحيوية (الجينيوم)، والهندسة الإلكترونية، والتصميمات المعمارية، وعلم النفس الإجتماعي، وبحوث العمليات، وعلوم الكمبيوتر والويب. **(Bonnici et al, 2013)**

وهناك العديد من الدراسات التي تناولت إدراج رياضيات عصرية في مراحل التعليم المختلفة وبخاصة نظرية الجراف منها

(Robinson, Teresa, 2006)، (Hamplova, L, 2009)، (Sporn, H. B, 2010)، (رشا صبري، ٢٠١٣)، (Jankvist, U. T, 2014)، (هبة محمود، ٢٠١٤)، والتي أكدت على فاعلية هذه النظرية في تنمية إتجاهات إيجابية لدى المتعلمين نحو الرياضيات ونمو مهارات حل المشكلات لديهم، بالإضافة إلى فاعليتها في تنمية أنماط التفكير المُختلفة كالتفكير الإبداعي والتفكير الرياضي، وكذلك التفكير التخيلي، كما أوصت هذه الدراسات بضرورة تضمين وتكامل الرياضيات العصرية وبخاصة هذه النظرية في مراحل التعليم المختلفة.

مُشكلة البحث وتساؤلاته:

تحددت مُشكلة البحث في: "وجود ضعف في مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب الصف الأول الثانوي؛ وذلك نظراً لعدم مواكبة المُقرر للتطورات الحديثة في مجال الرياضيات من حيث تضمينه بالرياضيات المُعاصرة التي قد تدعم تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى الطلاب، لذلك سعى البحث الحالي إلى إقتراح برنامج قائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر لتنمية تلك المهارات لدى طلاب المرحلة الثانوية".

كما يمكن صياغة مُشكلة البحث في السؤال الرئيس التالي:

ما البرنامج المُقترح القائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر؟ وما فاعليته في تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب المرحلة الثانوية؟

أهداف البحث:

يسعى البحث إلى تحقيق الأهداف التالية:

(١) بناء قائمة بمهارات النمذجة الرياضية اللازمة لطلاب الصف الأول الثانوي.

(٢) بناء برنامج مُقترح قائم على إستخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر لتنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب الصف الأول الثانوي.

(٣) تحديد مدى فاعلية البرنامج المُقترح القائم على إستخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر في تنمية بعض مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب الصف الأول الثانوي.

أهمية البحث:

(١) تزويد المعلمين بمداخل وأساليب علاجية قائمة على معياري التمثيل والترابط الرياضي ستُساهم في تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب الصف الأول الثانوي.

(٢) تقديم البرنامج للقائمين على تطوير الرياضيات، حيث سيُساعد على تقديم

مُحتوى جديد في الرياضيات العصرية لطلاب المرحلة الثانوية، وذلك أكثر إرتباطاً بالواقع وله تطبيقات عديدة في العالم الحقيقي، مما يجعل دراسة الرياضيات وبخاصة الجبر أكثر مُتعة ويزيد من الدافعية للتعلم.

(٣) فتح المجال أمام بحوث ودراسات لتطوير تدريس فروع الرياضيات الأخرى، بتضمينها رياضيات عصرية.

حدود الدراسة:

إقتصر البحث على الحدود الآتية:

١- **الحدود الموضوعية:**

- يقتصر البحث على بعض مهارات النمذجة الرياضية اللازمة لطلاب الصف الأول الثانوي، والتي تتناسب مع هؤلاء الطلاب، وهذه المهارات هي (فهم المُشكلة، التخطيط لحل المُشكلة، حل النموذج وتفسير الحل، التأكد من صحة النموذج وتعميمه).
- وحدة المصفوفات (الجبر) بكتاب الرياضيات المُقررة على طلاب الصف الأول الثانوي.

٢- **الحدود المكانية:** إقتصر البحث على طلاب الصف الأول الثانوي العلمي بمدرسة اللواء عبد السلام أبو النجا الثانوية المُشتركة بإدارة تمي الأمديد بمحافظة الدقهلية.

٣- **الحدود الزمنية:** تم تطبيق تجربة البحث الحالي فى الفصل الدراسى الثاني من العام الدراسي (٢٠١٧/٢٠١٨)، ولمدة شهرين ونصف، بواقع حصتين أسبوعياً.

مُصطلحات البحث:

نظرية الجراف Graph theory

يُعرف **دوغلاس ب. ويست (٢٠١٤، ٢)** الجراف Graph بأنه: ثلاثية تتكون من مجموعة رؤوس V، ومجموعة أضلاع E، وعلاقة تُرافق كل ضلع مع رأسين (ليس بالضرورة أن يكونا مُختلفين) يُسميان نقاطاً طرفية.

النمذجة الرياضية Mathematical Modelling

يُعرف **أحمد اللقاني وعلى الجمل (٢٠٠٣، ٣٢٦)** النمذجة الرياضية بأنها تطبيق الرياضيات في مُعالجة مشاكل واقعية في الحياة، أو مشاكل في الرياضيات نفسها، أو مشاكل في علوم أخرى، وذلك عن طريق تحويل المُشكلة الحياتية إلى مسألة رياضية ثم التعامل مع هذه المسألة وحلها، وإختبار أفضل الحلول والذي يتناسب مع طبيعة المُشكلة التي نُعالجها ومن ثم التعميم والتنبؤ إن أمكن ذلك.

الإطار النظري للبحث:

أولا: التكاملية في تعليم الرياضيات:

لقد تميز العصر الحالي باتصالية المعارف والنظر لها بصورة كلية، وأصبح

هناك نظرة عامة لرؤية المواضيع المعرفية بصورة شمولية ليست بالتخصصية وذات طبيعة علائقية.

فعندما يحصل الطالب على معارف وحقائق ليست مُتصلة، ولا توجد بينها أي إرتباطات أو علاقات وليس لها فائدة في الواقع الحياتي، فإن ذلك يؤثر بفاعلية في تفكير هؤلاء الطلاب وميولهم، كما أن منهج المواد المُنفصلة لا يقوي الصلة بين ما يدرسه الطالب في المدرسة وما يواجهه في الحياة اليومية، وذلك لعدم تعرض الطالب لمُشكلات حقيقية بالقدر الكافي. **(يسري عفيفي وآخرون، ٢٠٠٣، ٨٩)**

فالتكامل في تدريس الرياضيات هو إزالة الحواجز الفاصلة بين موضوعات الرياضيات بعضها البعض، وإبراز العلاقات والخيوط التي قد توجد بين أفرع الرياضيات المُختلفة، بما يحقق وحدة المعرفة داخل التخصص الواحد، وذلك عن طريق دمج رياضيات مُعاصرة لها تطبيقات مرتبطة بالواقع ولها ارتباطات بأفرع الرياضيات المُختلفة، وسيكون للنمذجة الرياضية دور كبير في ذلك.

ثانياً: تعليم وتعلم الجبر:

- طبيعة تعليم وتعلم الجبر:

يُساعد الجبر الطلاب على ممارسة التفكير؛ وذلك لما له من لغة ومفاهيم وإجراءات يستخدمها الطلاب في التعبير عن العديد من المواقف الحياتية، والقدرة على حل المشكلات الخاصة بتلك المواقف، واستخدام الاستدلال لفحص العلاقات والأفكار الجبرية. **(NCTM, 1998)**

ولقدت أشارت وثيقته **(NCTM, 2000, 222)** إلى ضرورة أن يسعى الطلاب في تعلمهم للجبر عبر المراحل الدراسية المُختلفة إلى تحقيق الأهداف الآتية:

١. فهم العلاقات Relations والدوال Functions والأنماط Patterns وذلك عن طريق تمثيل وتحليل أنماط عديدة باستخدام الرسوم البيانية والجداول والقواعد الرمزية والكلمات، والتعرف على الدوال الخطية واللا خطية وخواصها عن طريق الرسوم البيانية أو الجداول أو المعادلات، وربط ومقارنة أشكال التمثيل المُختلفة للعلاقات.
٢. إستخدام النماذج الرياضية Mathematical Models لتمثيل وفهم العلاقات الكمية، وذلك عن طريق نمذجة المشكلات الواقعية Mathmatical Modelling وحلها باستخدام التمثيلات المُختلفة، مثل

الجداول والمُعادلات والرسوم البيانية والمصفوفات.

٣. إستخدام الرموز الجبرية لتمثيل وتحليل العلاقات Relations والتراكيب الرياضية، وذلك عن طريق تحسين المعرفة المفاهيمية للاستخدامات المُتنوعة للمُتغيرات، وإكتشاف العلاقات التي بين الصيغ الرمزية والرسوم البيانية، وأيضاً تمثيل المواقف الحقيقية وحل المُشكلات خاصة العلاقات الخطية باستخدام الجبر الرمزي، والوصول إلى صيغ مُتكافئة للتعبيرات الجبرية البسيطة والحصول على حل للمعادلات الخطية.

٤. إستخدام الرسوم البيانية لتحليل طبيعة التغيرات في الكميات التي تُمثل بعلاقات خطية.

- أهمية تطوير تدريس جبر المرحلة الثانوية:

يُشير **(Cochran, 2007)** إلى ضرورة الإهتمام بالجبر وتطوير أساليب تدريسه وعمل روابط بين المفاهيم الجبرية والواقع الحياتي، فمن الممكن تقديم تلك المفاهيم للطلاب عن طريق تطبيقات من الحياة المُجتمعية.

وهناك مجموعة من الأسباب تُحتم الإهتمام بتطوير تدريس الجبر وهي: **(John & Helen, 2007, 42-43)**

- نشأته التاريخية ودوره في التعامل مع عدد كبير من المُشكلات الواقعية.
- الخواص المُرتبطة بالجبر كالتعميم الذي يشمل تطبيق العلاقات والمُسلمات الجبرية التي سبق معرفتها في بناء صيغ ونماذج رياضية يتم استخدامها في حل مُشكلات حقيقية.
- تطبيقات الجبر في وصف المواقف الواقعية، وذلك باستخدام مجموعة من الأرقام والرموز الجبرية.

وأيضاً من توصيات المؤتمر الخاص بتطوير محتوى الجبر بكافة المراحل التعليمية، والذي انعقد في University of the District of Columbia ما يلي: **(Victor J. Katz, 2007, 1)**

- ضرورة تطوير مقررات الجبر في جميع المراحل التعليمية وذلك نظراً للأهمية الكبيرة لهذا الفرع من أفرع الرياضيات.
- إبراز وتحديد المفاهيم المحورية والأساسية بمقررات الجبر في كافة المراحل التعليمية المُختلفة والتي تتناسب مع التوجهات المُعاصرة.

- فهم طبيعة كل نمط من أنماط التفكير وبخاصة التفكير الرياضي لدى الطلاب، وكيفية تفاعلهم مع أنماط التعليم والتعلم المُختلفة.
- التنمية المهنية والتواصل مع المُعلمين لشرح المبادئ السابقة والتأكيد على أهميتهما.

وعليه فإن من دواعي تطوير جبر المرحلة الثانوية كمحتوى وطريقة في البحث الحالي ما يلي:

١) مُعالجة القصور في مناهج الرياضيات، وضعف الإهتمام بموضوعات لها تطبيقات في الواقع تُساعد على تنمية أنماط التفكير المُختلفة ومهارات حل المشكلات لدى الطلاب؛ وذلك لمُواكبة الإتجاهات العالمية الحديثة في مجال تعليم وتعلم الرياضيات.

٢) إتاحة فرص تعلم كافية أمام الطلاب يتم من خلالها تنمية مهارات النمذجة الرياضية، وأنماط التفكير المُختلفة.

٣) تقليل وإزابة الفجوة بين النظرية والتطبيق والإلتزام بمعايير التعلم الحديثة.

٤) إعداد فرد قادر على مواجهة الواقع بمُشكلاته ومُتطلبات سوق العمل، وذلك من خلال المناهج الدراسية، بما يحقق الوظيفية العلمية أو المهنية العلمية لتلك المُقررات.

٥) إظهار التكامل بين الجبر وأفرع الرياضيات المُختلفة ، وذلك من خلال نسج موضوعات تُساهم في حل مشكلات الحياة المُجتمعية إلى جانب المعارف الخطية التي تحفل بها المقررات الحالية، مثل دمج نظرية الجراف العصرية Graph Theory بجبر المرحلة الثانوية والتي لها تطبيقات عديدة مُرتبطة بالواقع.

ثالثاً: نظرية الجراف العصرية Graph Theory

لقد شهدت العقود الثلاثة الأخيرة ثورة هائلة في الرياضيات تخطت كل الثورات السابقة، حيث ظهر ما يسمى بالرياضيات العصرية Fashionable math، هذه الرياضيات مُستوحاه من نظريات حديثة في مجالات وأفرع التوبولوجي، وتطورت بتقدم علوم الكمبيوتر وأساليبه وتطبيقاته في الرسوم والنمذجة. **(نظلة خضر، ٢٠٠٤، ٢١)**

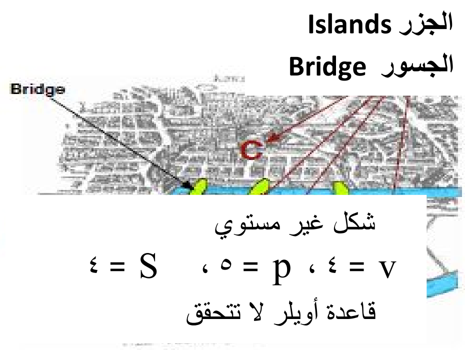
وتمتاز هذه الرياضيات بوجود تطبيقات مُتعددة، ولها دور رئيس في تطور نظريات علمية ورياضية حديثة مثل نظرية الهيولية (أو جوازاً الفوضى) Chaos، والمنطق الفازي Fuzzy Logic، ونظرية النظم الديناميكية غير الخطية non

والتي lineardaynamical systems يطلق عليها البعض بالمُتراكبات أو التعقدات Complixities، وهندسة الفركتال Fractal geometry.، **(نظلة خضر، ٢٠٠٤، ٢١)**

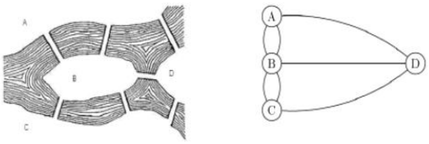
ونظرية الجراف Graph Theory تُعتبر من ضمن هذه الرياضيات العصرية التي تعكس الفن الرياضي وإبداع الفكر الرياضي المُتجدد، وحيث أن نظرية الجراف هي محور الدراسة الحالية؛ لذلك سيتم تناولها تفصيلاً بالبحث الحالي.

– نشأة نظرية الجراف وتطورها:

أول من وضع الخطوات المبدئية لهذه النظرية هو العالم السويسري ليونارد أويلر Leonhard Eular، وذلك عندما حاول إيجاد حل لمُشكلة كسونبيرج الألمانية عام ١٧٣٧م، ومُلخص هذه المشكلة: "توجد جزيرة في مدينة كسونبيرج الألمانية (والتي أصبحت بعد الحرب العالمية الثانية في الإتحاد السوفيتي الآن ويطلق عليها مدينة ستالنجراد)، وأن هناك سبع جسور والسؤال هو "كيف يمكن عبور النهر من أي جهة وتمر على السبع جسور كل واحد مرة واحدة وتعود إلى نقطة الإنطلاق؟"، وتوصل أويلر إلى إثبات رياضي يستحيل من خلاله حدوث ذلك". **(Diestel, Reinhard, 2005, 22)**



شكل (١) مدينة كسونبيرج



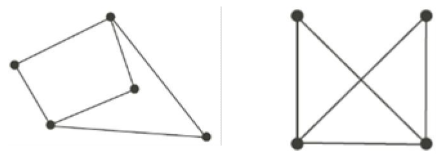
شكل (٢) تحويل مشكلة الجسور السبعة لجراف

وقد إكتشف مفهوماً جديداً يُسمى Degree Node of Graph أو درجة الرأس في الجراف، حيث أن لكل رأس درجة هذه الدرجة هي عدد الحروف التي تربط هذا الرأس مع الرؤوس الآخرى المجاورة لها، أي عدد الحروف الداخلة أو الخارجة من هذا الرأس، ومن الممكن بطبيعة الحال أن يكون هذا العدد فردياً أو زوجياً.

شكل (٢) تحول مشكلة الجسور لجراف

وتم وضع مُخطط مُبسط بهدف تحليل مُشكلة جسور كسونبيرج، وهذا المُخطط موضح فيه مكونات المُشكلة، وكيفية تحليلها ومحاولة إيجاد حل لها.

وقد إكتشف أويلر عام ١٧٥٢م علاقة جديدة تُحرر الرياضيات من القياس وتهتم فقط بخواص الأشكال والمُجسمات، وهذه العلاقة بين عدد أسطح أي مجسم وأحرفه ورؤوسه، فإذا كانت v هي "عدد الرؤوس" p "عدد الأحرف" S "عدد السطوح" فإن: $v - p + S = ٢$ **(حسن على، ٢٠٠٥، ٩٩)**



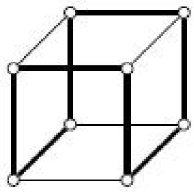
شكل مستوي

v = ٥، p = ٦، S = ٣

قاعدة أويلر تتحقق

شكل (٣) قاعدة أويلر في الأشكال ثنائية البعد

كذلك تتحقق قاعدة أويلر في المجسمات (الأشكال ثلاثية الأبعاد) أنظر شكل (٤)



v = ٨، p = ١٢، S = ٦

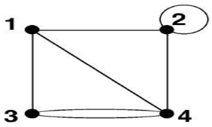
شكل (٤) قاعدة أويلر في الأشكال ثلاثية الأبعاد

– علاقة نظرية الجراف بفروع الرياضيات المُختلفة:

١. نظرية الجراف والجبر:

يمكن دراسة موضوعات جبرية مُختلفة كالمصفوفات Matrices، والمجموعات Groups باستخدام نظرية الجراف العصرية، حيث عن طريقها يمكن إيجاد ضرب المصفوفة لعدة قوى وذلك من خلال التعميم التالي:

"بفرض أن A هي مصفوفة التجاور للجراف G، بحيث $V(G) = \{v^1 , v^2 , \ldots\ldots , v^n\}$ فإن (I , J) داخل A^n حيث $1 \leq n$ هو عدد المسارات $v_i - v_j$ التى طولها n بالجراف G".



A	1	2	3	4
1	0	1	1	1
2	1	2	0	1
3	1	0	0	2
4	1	1	2	0

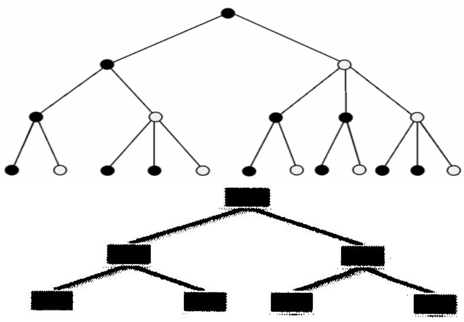
A^2	1	2	3	4
1	3	3	2	3
2	3	6	3	3
3	3	3	5	1
4	3	3	1	6

شكل (٥): العلاقة بين الجراف والمصفوفات

٢. نظرية الجراف والإحتمالات:

في الواقع يتم تدريس الإحتمالات باستخدام أشكال الجراف المُختلفة دون معرفة الأساس الرياضي لها في نظرية الجراف. فعلى سبيل المثال يُستخدم جراف الشجرة Trees Graph في حل مسائل الإحتمالات، حيث يتم تمثيل المسألة بجراف، فنجد أن جراف الشجرة يُسهم بصورة كبيرة في التوصل لحل مسألة

إحتمال ظهور صورة أو كتابة عند القاء قطعة نقود عدد من المرات كما هو موضح في الشكل التالي:



شكل (٦): جراف الشجرة والإحتمالات

رابعاً:مهارات النمذجة الرياضية: Mathemmatical Modelling Skills

إن القيمة الحقيقية للتطبيقات الرياضية تظهر أهميتها واضحة عندما تنبع من الواقع الذي يُقابله الطالب في حياته اليومية أو من المُجتمع المُحيط به. لذا، يكون من المهم أن يتعلم الطالب ويتدرب على ترجمة ظواهر الحياة إلى صيغ مُناسبة، وهو ما يُطلق عليه بالنمذجة الرياضية **(حسن عوض، ٢٠١٤، ٥٣-٥٤)**

والنمذجة الرياضية في جوهرها تجسير بين المعارف الرياضية الرئيسة والمواقف الغير رياضية، والتي عن طريقها يختبر الطلاب بأنفسهم العلاقة بين الرياضيات والعالم الواقعي، وأن المُشكلات التي تواجههم يمكن وضعها في صورة نموذج رياضي وحله، وبمُناقشة الحلول الممكنة يمكن الخروج بتنبؤات ومفاهيم رياضية جديدة. **(وليم عبيد، ١٩٩٨، ٤)**

ويوضح **(Sriraman, B., 2006)** أن النموذج هو المُنتج والنمذجة هي عملية إنشاء النموذج المادي كالأشكال والرسوم التوضيحية والمُجسمات، أو الرمزي كالمُعادلات والمُتباينات، أو المُجرد كالبناء العقلي والنظريات.

ويُعرف **صالح لحمر (٢٠٠٧، ١٤)** النمذجة الرياضية بأنها تطبيق الرياضيات في مُعالجة مُشكلات حقيقية في الحياة المعيشية، أو مُشكلات في الرياضيات نفسها، أو مُشكلات في علوم أخرى، ويتم ذلك عن طريق تحويل المُشكلة الواقعية إلى مسألة رياضية، ثم التعامل مع هذه المسألة والتوصل إلى حل لها، وإختبار أحسن الحلول والذي يتواكب مع طبيعة المُشكلة التي نُعالجها ومن ثم التعميم والتنبؤ إن أمكن ذلك.

- **أهمية النمذجة الرياضية:**

تكمن أهمية النمذجة الرياضية في قدرتها على استخدام الرياضيات في حل مُشكلات العالم الواقعي، استناداً على النماذج الرياضية التي تُعتبر جزء من التركيب الرياضي Mathematical tructure، بما يشمله من تعميمات وتعريفات ومُسلمات، حيث إن بناء النظام الرياضي أساسه هو التركيب الرياضي.

وتشير **نظلة خضر (٢٠٠٤، ١٧٢-١٧٣)** أنه يمكن تكوين معنى للرياضيات عن طريق النمذجة الرياضية، حيث يتم ذلك عن طريق ربط الرياضيات بالواقع ومع مجالات المعرفة المُختلفة، فعلى سبيل المثال القيمة الجمالية لهندسة الفركتال تظهر جلياً في رسم الحدود بين الدول بدقة بالغة، أو رسم صور السحاب، أو الشواطئ، أو البرق، أو قمم الأشجار.

كما يؤكد **فريد أبو زينة (٢٠٠٧، ٢٩)** أن النمذجة الرياضية للمواقف تُعتبر إحدى أقوى تطبيقات الرياضيات، لذا يجب أن تتاح الفرصة لجميع المُتعلمين في جميع المراحل التعليمية لنمذجة العديد من المواقف رياضياً بأساليب تكون مناسبة لمُستواهم.

وفي ضوء ما سبق يُستخلص بأن الهدف من النمذجة الرياضية هو تحويل الموقف الحياتي إلى صيغة رياضية يُمكن مُعالجتها عن طريق الرياضيات للوصول إلى تعميم وتنبؤ، بما يجعل للرياضيات فائدة في الحياة الواقعية.

- **مراحل النمذجة الرياضية:**

إن الهدف من عملية النمذجة الرياضية هو تفسير الظاهرة في العالم الحقيقي، وتحويل هذه الظاهرة لصورة رياضية بطريقة يمكن فهمها، وتفسير مُتغيرات وقيود المُشكلة، واختيار البيانات ذات الصلة، وتحديد العمليات التي تؤدي إلى معلومات جديدة تُساعد في الحل، وإنشاء تمثيل مُناسب. **(Lesh & Doerr, 2003)**

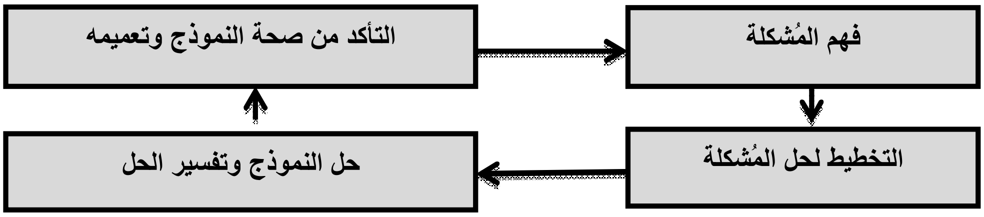
فيرى **(Borromeo Ferri, 2006, 62)** أن عملية النمذجة الرياضية تمر بست مراحل هي:

١. الموقف الحقيقي.
٢. التمثيل الذهني للموقف الحقيقي.
٣. النموذج الحقيقي.
٤. النموذج الرياضي.
٥. النتيجة الرياضية.
٦. النتائج الحقيقية.

والتحولات بين هذه المراحل الستة هي (فهم المُهمة، إعادة صياغة المُهمة، التركيب الرياضي، المُعالجة الرياضية، التفسير، التحقق).

ومما سبق عرضه فقد تم التوصل إلى خطوات للنمذجة الرياضية وهي كالتالي:

ويُمكن تلخيص مهارات النمذجة الرياضية اللازمة لطلاب المرحلة الثانوية في الشكل التالي:



شكل (٧) مُخطط الباحث لمهارات النمذجة الرياضية

مُجتمع البحث:

تم إختيار مدرسة اللواء عبد السلام أبو النجا الثانوية المُشتركة التابعة لإدارة تمي الأمديد التعليمية بمُحافظة الدقهلية لإجراء التجربة الميدانية، وقد بلغ حجم العينة (٦٦) طالب وطالبة من طلاب الصف الأول الثانوي، بواقع (٣٢) طالب وطالبة كمجموعة تجريبية، و(٣٤) طالب وطالبة كمجموعة ضابطة.

فروض البحث:

تم اختبار الفروض التالية:

١. لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لإختبار مهارات النمذجة الرياضية (الأبعاد والدرجة الكلية).

٤. لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لإختبار مهارات النمذجة الرياضية (الأبعاد والدرجة الكلية).

أدوات البحث:

إختبار مهارات النمذجة الرياضية:

لقد مر إعداد إختبار مهارات النمذجة الرياضية لطلاب الصف الأول الثانوي بالخطوات التالية:

- **تحديد الهدف من الإختبار:**

هدف الإختبار إلى قياس مدى إكتساب طلاب الصف الأول الثانوي لمهارات النمذجة الرياضية.

- **تحديد مهارات النمذجة الرياضية التي يقيسها الإختبار:**

تم تحديد مهارات النمذجة الرياضية اللازمة لطلاب الصف الأول الثانوي من خلال الإطلاع على الأدبيات، والدراسات السابقة، والإختبارات التحصيلية، وإختبارات المهارات، ومنها على سبيل المثال دراسة **(أحمد الرفاعي، ٢٠٠٦)، ودراسة (صالح**

لحمر، ٢٠٠٧)، ودراسة (عبد الجواد محمد، ٢٠١٥)، ودراسة (أسامة السيد، ٢٠١٧).

- **تحديد أبعاد الاختبار:**

في ضوء القائمة النهائية لمهارات النمذجة الرياضية، تم تحديد أبعاد إختبار مهارات النمذجة في أربعة أبعاد رئيسة هي: (فهم المُشكلة – التخطيط لحل المُشكلة – حل النموذج وتفسير الحل – التأكد من صحة النموذج وتعميمه)

- **الصورة الأولية للاختبار:**

إشتملت الصورة المبدئية للإختبار (١٢) مُشكلة، وهي عبارة عن مُشكلات حقيقية من الواقع وتتضمن الأبعاد الأربعة التي تم ذكرها.

- **الضبط العلمي للإختبار:**

تم الضبط العلمي لإختبار مهارات النمذجة الرياضية وفق الخطوات التالية:

- **التحقق من صدق الإختبار:**

تم التأكد من صدق إختبار مهارات النمذجة الرياضية عن طريق إستخدام دلالة صدق المُحتوى وصدق المُحكمين، إستناداً إلى تحديد جوانب المعرفة الرئيسة التي يتضمنها الإختبار، وإلى نتائج عرضه ومُناقشته مع مُتخصصين في مناهج وطرق تدريس الرياضيات وكذلك المُعلمين الأوائل والمُوجهين من ذوي الخبرة الكبيرة في تدريس رياضيات المرحلة الثانوية.

- **إجراء التطبيق الإستطلاعي الثاني للإختبار:**

قام الباحث بتطبيق إختبار مهارات النمذجة الرياضية في بداية الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي ٢٠١٨/٢٠١٧م، على عينة عددها (٣٤) من طلاب وطالبات الصف الأول الثانوي؛ وذلك بغرض تحقيق الأهداف التالية:

١. حساب زمن الإختبار.
٢. حساب ثبات الإختبار.
٣. حساب الإتساق الداخلي للإختبار.

١. حساب زمن الإختبار.

تم حساب زمن الإختبار عن طريق حساب مُتوسط جميع الأزمنة لإجابات الطلاب، وبعد حساب المُتوسط توصل الباحث أن الزمن المناسب لإختبار مهارات النمذجة بعد إضافة زمن إلقاء التعليمات (١٠ دقائق) هو (١٥٠ دقيقة) أي ساعتان ونصف.

٢. حساب ثبات الإختبار.

تم استخدام طريقة إعادة التطبيق Test- Retest في حساب ثبات الإختبار، حيث بعد مرور أسبوعين على التطبيق الأول تم تطبيق نفس الإختبار تحت نفس الظروف على طلاب الصف الثاني الثانوي، وقد تراوحت قيم مُعاملات الثبات لأبعاد الإختبار ما بين (٠,٨٢٠٥- ٠,٩٤٠٦)، وللإختبار ككل (٠,٨٢٠٥)، وهذا يدل على أن الإختبار يتمتع

بدرجة ثبات عالية ومقبولة من الناحية الإحصائية؛ وبالتالي يمكن الوثوق بنتائج ذلك الإختبار والإعتماد عليها في تحديد مدى إكتساب طلاب الصف الأول الثانوي لمهارات النمذجة الرياضية.

٣. حساب الإتساق الداخلي للإختبار:

تم حساب الإتساق الداخلي لإختبار مهارات النمذجة الرياضية من خلال:

(أ) إرتباط درجة كل مفردة بالدرجة الكلية للبعد: حيث تراوحت قيم معاملات الإرتباط ما بين (٠,٣٣٤٥-٠,٧٢٢٣) وجميعها دال عند مستوى دلالة (0.01) ما عدا المُفردة رقم (١٢) فهي دالة عند (0.05) ؛ مما يدل على وجود علاقة مقبولة إحصائياً بين درجة كل مفردة ودرجة البعد الذي تنتمي إليه تلك المفردة.

(ب) إرتباط درجة كل بعد بالدرجة الكلية للإختبار: وجاءت جميع قيم مُعاملات الإرتباط موجبة ودالة عند مُستوى دلالة (0.01) ما عدا بُعد (فهم المُشكلة) فهو دال عند مُستوى دلالة (0.05)، حيث تراوحت قيم مُعاملات الإرتباط من (٠,٣٥٨٣) إلى (٠,٦٠٦٠)؛ مما يدل على وجود علاقة مقبولة إحصائياً بين درجة كل بعد والدرجة الكلية للإختبار.

- **وضع الإختبار في الصورة النهائية:**

بعد بناء اختبار مهارات النمذجة الرياضة والذي إعتمد على مُشكلات واقعية عامة في مستوى طلاب الصف الأول الثانوي، وضبطه إحصائياً أصبح الإختبار في صورته النهائية، مكوناً من (١٢) مُشكلة واقعية عامة موزعة بطريقة عشوائية تقيس مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب الصف الأول الثانوي، وكانت الدرجة العظمي للإختبار (٤٨) درجة

التطبيق القبلي لأدوات البحث: تم تطبيق إختبار مهارات النمذجة الرياضية على طلاب المجموعة التجريبية وطلاب المجموعة الضابطة في بداية الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي ٢٠١٧/٢٠١٨م، ثم قام الباحث بتصحيح إجابات الطلاب ورصد النتائج، وتم التأكد من تكافؤ مجموعتي البحث التجريبية والضابطة في إختبار مهارات النمذجة الرياضية. وذلك عن طريق إيجاد قيمة "ت" للمقارنة بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعتين على إختبار مهارات النمذجة قبلياً، وذلك باستخدام برنامج (SPSS).

جدول (١)

أبعاد الإختبار	التطبيق	ن	درجات الحرية df	المُتوسط (م)	الإنحراف المعياري (ع)	قيمة "ت"	الدلالة
فهم المُشكلة	تجريبية	٣٢	٦٤	٠,٨٧٥٠	١,٢٨٨٩	٠,٠٢٧٨-	٠,٠٥
	ضابطة	٣٤		٠,٨٨٢٤	٠,٨٠٧٧		
التخطيط لحل المُشكلة	تجريبية	٣٢	٦٤	١,٩٣٧٥	١,٥٢٢٧	١,٣٩٩٢	٠,٠٥
	ضابطة	٣٤		١,٤٤١٢	١,٣٥٢٧		
حل النموذج وتفسير الحل	تجريبية	٣٢	٦٤	٠,٥٠٠٠	١,٠٧٧٦	١,١٦٠٥-	٠,٠٥
	ضابطة	٣٤		٠,٧٩٤١	٠,٩٧٧٩		
التأكد من صحة النموذج وتعميمه	تجريبية	٣٢	٦٤	٠,٨٤٣٨	٠,٩٥٤١	٠,٤٢٢٣-	٠,٠٥
	ضابطة	٣٤		٠,٩٤١٢	٠,٩١٩٢		
الدرجة الكلية للإختبار	تجريبية	٣٢	٦٤	٤,١٥٦٣	٣,٠٠٦٥	٠,٢٠٢٣-	٠,٠٥
	ضابطة	٣٤		٤,٢٩٤١	٢,٥٠٤٩		

قيمة "ت" للفرق بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية وطلاب المجموعة الضابطة في التطبيق القبلي لإختبار مهارات النمذجة الرياضية ككل وفي أبعاده الفرعية

يتبين من الجدول السابق عدم وجود فروق دالة إحصائياً بين مُتوسطات الدرجات للمجموعتين التجريبية والضابطة سواءً في الدرجة الكلية لإختبار مهارات النمذجة الرياضية أو في الأبعاد الفرعية في التطبيق القبلي، وبذلك تكون المجموعتين مُتكافئتين في مهارات النمذجة الرياضية، وبذلك فإذا ظهرت فروق في التطبيق البعدي فإنها تعود إلى المُعالجة التجريبية.

تنفيذ التجربة الميدانية للبحث: بعد الإنتهاء من التطبيق القبلي لأاة البحث، تم البدء في تدريس البرنامج المُقترح في بداية الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي ٢٠١٧/٢٠١٨م، لطلاب الصف الأول الثانوي، وقد استغرق تنفيذ البرنامج فصلاً دراسياً كاملاً.

تطبيق أدوات البحث بعدياً: بعد تطبيق البرنامج المُقترح والإنتهاء من آخر درس بأسبوع، قام الباحث بتطبيق أدوات البحث المُتمثلة في إختبار مهارات النمذجة الرياضية على طلاب المجموعة التجريبية وطلاب المجموعة الضابطة، بعد ذلك تم تصحيح الإجابات ورصد الدرجات.

نتائج البحث:

اختبار الفرض الأول من فروض البحث:

"لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات النمذجة الرياضية (الأبعاد والدرجة الكلية)".

وقد تم استخدام اختبار t-test لعينتين مُستقلتين لتحديد دلالة الفرق بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار مهارات النمذجة الرياضية، وجدول (٢) يُبين تلك النتائج:

جدول (٢)

المُتوسط والإنحراف المعياري وقيم "ت" لدى طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات النمذجة الرياضية (الأبعاد والدرجة الكلية)

أبعاد الإختبار	التطبيق	ن	درجات الحرية df	المُتوسط (م)	الإنحراف المعياري (ع)	قيمة "ت"	الدلالة
فهم المُشكلة	تجريبية	٣٢	٦٤	٤	١,٦٨٤٧	٩,٦٥٣٠	٠,٠١
	ضابطة	٣٤		٠,٥٨٨٢	١,١٣١٣		
التخطيط لحل المُشكلة	تجريبية	٣٢	٦٤	١٠,٧١٨٨	٢,١٤٣٨	,٧٩٧٦	٠,٠١
	ضابطة	٣٤		٢,٢٣٥٣	١,٢٠٧٥	١٩	
حل النموذج وتفسير الحل	تجريبية	٣٢	٦٤	٧,٥٦٢٥	٢,٤٠٨٨	,٩٧٠٥	٠,٠١
	ضابطة	٣٤		٠,٧٦٤٧	١,٤١٥٥	١٣	
التأكد من صحة النموذج وتعميمه	تجريبية	٣٢	٦٤	٧,٤٠٦٣	١,٤٥٦٠	,٤٢٢٧	٠,٠١
	ضابطة	٣٤		١,٧٦٤٧	١,١٥٦٢	١٧	
الدرجة الكلية للإختبار	تجريبية	٣٢	٦٤	٢٩,٦٨٧٥	٥,٥٨٤٨	,٧٠١٨	٠,٠١
	ضابطة	٣٤		٦,٨٥٢٩	٣,٦١٩٢	١٩	

يتبين من الجدول السابق وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين مُتوسط درجات طلاب المجموعة التجريبية ومُتوسط درجات طلاب المجموعة الضابطة في الأبعاد الفرعية لإختبار مهارات النمذجة الرياضية وفي الدرجة الكلية للإختبار، وذلك في الأداء البعدي لصالح المجموعة التجريبية (ذات المُتوسط الأعلى)، حيث جاءت جميع قيم "ت" دالة إحصائياً عند مُستوى دلالة (٠,٠١) ودرجة حرية (٦٤).

وبناءاً على ذلك تم رفض الفرض الثالث من فروض البحث، وقبول الفرض البديل، والذي ينص على:

" **يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مستوى دلالة (٠,٠١) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات النمذجة الرياضية (الأبعاد والدرجة الكلية) وذلك لصالح المجموعة التجريبية**".

وهذا يدل على أن تدريس وحدة المصفوفات بالتكامل مع نظرية الجراف وفق

البرنامج المُقترح أفضل من تدريس وحدة المصفوفات بدون تكاملها مع نظرية الجراف في تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب الصف الأول الثانوي.

اختبار الفرض الثاني والذي نص على:

"لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة (٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات النمذجة الرياضية (الأبعاد والدرجة الكلية)".

وللتحقق من صحة هذا الفرض، تم استخدام اختبار t-test لعينتين مُرتبطتين؛ وذلك لحساب دلالة الفرق بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية على اختبار مهارات النمذجة الرياضية قبل وبعد دراستهم للبرنامج المُقترح، وجدول (٣) يُبين تلك النتائج:

جدول (٣)

المتوسط والانحراف المعياري وقيمة "ت" لدى طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات النمذجة الرياضية (الأبعاد والدرجة الكلية)

أبعاد الإختبار	التطبيق	ن	درجات الحرية df	المُتوسط (م)	الإنحراف المعياري (ع)	قيمة "ت"	الدلالة
فهم المُشكلة	بعدي	٣٢	٣١	٤	١,٦٨٤٧	٧,٤٧٢٣	٠,٠١
	قبلي			٠,٨٧٥٠	١,٢٨٨٩		
التخطيط لحل المُشكلة	بعدي	٣٢	٣١	١٠,٧١٨٨	٢,١٤٣٨	٢٠,٨٧٩١	٠,٠١
	قبلي			١,٩٣٧٥	١,٥٢٢٧		
حل النموذج وتفسير الحل	بعدي	٣٢	٣١	٧,٥٦٢٥	٢,٤٠٨٨	١٦,٧٧٣١	٠,٠١
	قبلي			٠,٥٠٠٠	١,٠٧٧٦		
التأكد من صحة النموذج وتعميمه	بعدي	٣٢	٣١	٧,٤٠٦٣	١,٤٥٦٠	١٧,٦٠٢٨	٠,٠١
	قبلي			٠,٨٤٣٨	٠,٩٥٤١		
الدرجة الكلية للإختبار	بعدي	٣٢	٣١	٢٩,٦٨٧٥	٥,٥٨٤٨	٢٣,٩٠٠٧	٠,٠١
	قبلي			٤,١٥٦٣	٣,٠٠٦٥		

يتبين من الجدول السابق وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي في الأبعاد الفرعية لاختبار مهارات النمذجة الرياضية، وفي الدرجة الكلية للإختبار لصالح الأداء البعدي (ذو المتوسط الأعلى)، حيث جاءت جميع قيم "ت" دالة إحصائياً عند مستوى دلالة (٠,٠١) ودرجة حرية (٣١).

وبناءاً على ذلك تم رفض الفرض الرابع من فروض البحث، وقبول الفرض البديل، والذي ينص على:

" **يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة (٠,٠١) بين مُتوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات النمذجة الرياضية (الأبعاد والدرجة الكلية) وذلك لصالح التطبيق البعدي**".

وهذا يدل على وجود أثر للبرنامج المُقترح القائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر على طلاب المجموعة التجريبية في اختبار مهارات النمذجة الرياضية، ويتضح ذلك في التطبيق البعدي.

ولتحديد مدى فاعلية البرنامج المُقترح في تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب المجموعة التجريبية كان لا بد من حساب حجم التأثير وكانت النتائج كالتالي:

جدول (٤)

قيم (η^2) وحجم تأثير البرنامج المُقترح على مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب المجموعة التجريبية

الأبعاد	قيمة η^2	حجم التأثير
فهم المشكلة	٠,٦٤٣٠	كبير
التخطيط لحل المشكلة	٠,٩٣٣٦	كبير
حل النموذج وتفسير الحل	٠,٩٠٠٧	كبير
التأكد من صحة النموذج وتعميمه	٠,٩٠٩١	كبير
الدرجة الكلية للاختبار	٠,٩٤٨٥	كبير

يتضح من الجدول السابق أن للبرنامج المُقترح تأثير كبير في تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب المجموعة التجريبية، حيث تراوحت قيم (η^2) في كل بعد من أبعاد اختبار مهارات النمذجة الرياضية وفي الاختبار ككل ما بين (٠,٦٤٣٠ – ٠,٩٤٨٥).

وهذا يدل على أن البرنامج المُقترح يتسم بالفاعلية في تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى أفراد عينة البحث.

وتتفق نتائج هذا البحث مع دراسة (أحمد الرفاعي، ٢٠٠٦)، ودراسة (صالح لحمر، ٢٠٠٧)، ودراسة (كريمة أحمد، ٢٠٠٨)، ودراسة (رشا أحمد، ٢٠١٥)، ودراسة (عبد الجواد محمد، ٢٠١٥)، ودراسة (أسامة السيد، ٢٠١٧). حيث توصلت نتائج هذه الدراسات إلى تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب المرحلة الثانوية وطلاب الجامعة باستخدام مُتغيرات بحثية مُختلفة، كما اتفقت هذه النتيجة مع دراسة

(أسامة عبد العظيم، ٢٠١٥) حيث اعتبر أن المُقررات الدراسية القائمة على التطبيقات الحياتية تضيق الفجوة بين النظرية والتطبيق، وذلك من خلال تناولها لمُشكلات حياتية تتعلق بحاجات الطالب وإهتماماته، مما يُحسن من معرفة المُتعلم بالمادة وفهمه لها، وربط ما يدرسه ويتعلمه بحياته الواقعية.

ويمكن إرجاع نمو مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب المجموعة التجريبية بالصف الأول الثانوي إلى الأسباب التالية:

١. تدريس جبر المرحلة الثانوية بمدخل قائم على التمثيل (نظرية الجراف) أدى إلى استيعاب طلاب المجموعة التجريبية للأفكار الرياضية، وتعزيز تعلم مادة الجبر لديهم على مُختلف المُستويات، بما يوفر فرص تعلم كافية لتنمية مهارات النمذجة الرياضية.

٢. تدريس جبر المرحلة الثانوية بمدخل قائم على الترابط الرياضي عمل على تحويل الجبر المُجرد الأكثر بُعداً عن الواقع إلى نسيج مُتقارب وكل مُترابط، ساعد الطلاب على إكتشاف المفاهيم الرياضية وتكوين روابط واضحة بين المعارف وتطبيقاتها في الواقع، مما ساهم في تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى طلاب عينة البحث.

٣. نسج موضوعات من الرياضيات العصرية (نظرية الجراف) وتكاملها مع جبر المرحلة الثانوية ساعد على الحد من التجريد المُصاحب للجبر، مما ساعد على نمو مهارات حل المُشكلات الرياضية لدى الطلاب وبالتالي ساعد على نمو مهارات النمذجة الرياضية لدى أفراد عينة البحث، وهذا ما أكدته دراسة (Smithers Dayna & Teresa, 2005)، ودراسة (Hazzan, Orit; Hadar, Irit, 2005)، ودراسة (Mcduffie, Amy Roth, 2001).

٤. كما أن نظرية الجراف تُعتبر أداة جيدة لنمذجة المواقف الواقعية التي يواجهها الطلاب يومياً، فعن طريقها يستطيع الطالب تحديد المسار الذي يسلكه عند ذهابه للمدرسة، ومن خلال نظرية الألوان الأربعة يستطيع الطالب وضع خطة تمكنه من مذاكرة المواد التي يدرسها في المدرسة ..... وهكذا، وبالتالي تنمية مهارة التخطيط لحل المُشكلة والتي هي من أهم أبعاد النمذجة الرياضية.

٥. كما أنها – أي نظرية الجراف– تُعتبر وسيلة جيدة لتدريب المُتعلمين على حل المُشكلات الرياضية، وعند دراستها يتكون الوعي لدى المُتعلمين بطبيعة

مادة الرياضيات والتي لا تنحصر في إجراء خوارزميات للتوصل للحل الصحيح، كما أن استخدام الطالب الجراف في حل مُشكلة رياضية ما، يُمكنه من إعادة صياغة هذه المُشكلة في نموذج رياضي يُمثلها للتوصل للحل الصحيح، وبالتالي تنمية مهارة فهم المُشكلة والتي هي من ضمن مهارات النمذجة الرياضية.

٦. طبيعة المهام والأنشطة المُنتقاه من حيث توافر تدريبات ومُشكلات غير روتينية، وإبراز الجانب التطبيقي للجبر المُجرد في حل مُشكلات الحياة الواقعية، كل هذا ساعد بشكل كبير على نمو مهارات النمذجة الرياضية لدى أفراد عينة البحث، وهذا ما أكدت عليه دراسة (Sauer. Tim. Allen, 2000) ، ودراسة (نانيس صلاح، ٢٠٠٣) ، ودراسة (غادة شومان، ٢٠١٦) ، ودراسة (أسامة عبد العظيم، ٢٠١٥). حيث أوصت جميع هذه الدراسات على ضرورة إبراز تطبيقات الرياضيات في حل مُشكلات حياتية، وتوظيفها مع المعارف والعلوم الآخرى.

توصيات البحث:

في ضوء ما أسفر عنه البحث من نتائج، يُمكن تقديم التوصيات التالية:

١) أظهرت نتائج البحث وجود أثر إيجابي للبرنامج المُقترح القائم على استخدام نظرية الجراف في تدريس الجبر في تنمية التحصيل في وحدة المصفوفات باستخدام نظرية الجراف ومهارات النمذجة الرياضية، لذلك فإن الباحث يوصي باستخدام نظرية الجراف في تدريس فروع الرياضيات الأخرى كالإحصاء (الإحتمالات)، والتوبولوجي.

٢) استخدام مداخل تدريسية أخرى قائمة على معياري التمثيل والترابط الرياضي لتدريس مادة الجبر.

٣) إظهار الروابط بين فروع الرياضيات بعضها البعض، كالروابط بين المنطق العادي والمنطق الفازي، والهندسة المُستوية وهندسة الفركتال، ونظرية الجراف والإحتمالات.

٤) تنوع المداخل التدريبية التي يمكن استخدامها في تقديم مفاهيم وتعميمات نظرية الجراف، مثل استخدام مدخل قائم على التعلم البنائي، واستخدام مدخل يعتمد على الإكتشاف باستخدام برامج الكمبيوتر التفاعلية، واستخدام مدخل

تعليمي يعتمد على الحد من التجريد وقائم على التعلم النشط.

بحوث ودراسات مُقترحة:

في ضوء نتائج البحث يُمكن أن تنبثق البحوث والدراسات التالية:

1) إجراء دراسة مُماثلة للدراسة الحالية على مُتغيرات أخرى، كالتفكير الجبري، ومهارات البرهان الرياضي.
2) إجراء دراسة مُماثلة للدراسة الحالية على مراحل دراسية أخرى، كالمرحلة الجامعية والإعدادية.
3) دراسة أثر تضمين نظرية الجراف برياضيات المرحلة الاعدادية والثانوية على التفكير الإحتمالي، والقدرة على حل المُشكلات.
4) إجراء المزيد من البحوث والدراسات لتوضيح الترابط بين فروع الرياضيات المُختلفة.

مراجع البحث

أولاً: المراجع العربية:

١. أحمد حسين اللقاني وعلى أحمد الجمل (٢٠٠٣). **مُعجم المُصطلحات التربوية المعرفة في المناهج وطرق التدريس**، ط (٣)، القاهرة، عالم الكتب.

٢. أحمد محمد رجائي الرفاعي (٢٠٠٦). أثر برنامج في النمذجة الرياضية في تنمية استراتيجيات ما وراء المعرفة وسلوك حل المُشكلة ومهارات التدريس الابداعية لدى الطالب المعلم شعبة الرياضيات، رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية التربية، جامعة عين شمس.

٣. أسامة السيد اسماعيل (٢٠١٧). توظيف الفيس بوك في تدريس وحدة التناسب لاكساب بعض مهارات النمذجة الرياضية واختزال قلق الرياضيات لدى طالبات الصف الأول الثانوي الأزهري، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة طنطا.

٤. أيمن محمود عبد الهادي (٢٠١١). تطوير منهاج الرياضيات للصف العاشر الأساسي، في ضوء المعايير العالمية لتكنولوجيا المعلومات والاتصال، رسالة دكتوراه غير منشورة، معهد الدراسات التربوية، جامعة القاهرة.

٥. حسن على سلامة (٢٠٠٥). **اتجاهات حديثة في تدريس الرياضيات**، ط (١)، القاهرة، دار الفجر للنشر والتوزيع.

٦. حسن عوض الجندي (٢٠١٤). **منهج الرياضيات المُعاصر محتواه وأساليب تدريسه**، القاهرة، مكتبة الأنجلو المصرية.

٧. دوغلاس ب. ويست (٢٠١٤). **مُقدمة في نظرية الرسم البياني**، المجلد (٩) من

الكتب الجامعية المُترجمة، ط (١)، ترجمة: أحمد عبد الله الرحيل و عدنان أحمد البصول، السعودية، العبيكان للنشر.

٨. رشا أحمد محمد الطحان (٢٠١٥). برنامج تدريبي مُقترح في النمذجة والنماذج العلمية وأثره على تنمية مهارات النمذجة وعادات العقل لدى الطالبات المعلمات بكلية البنات، رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية البنات، جامعة عين شمس.

٩. رشا السيد صبري (٢٠١٣). بناء برنامج إثرائي في نظرية الرسم البياني وقياس فاعليته في تنمية بعض مهارات التفكير التخيلي لدى طلاب الصف الأول الثانوي، **دراسات عربية في التربية وعلم النفس، (NSEP)**، العدد الحادي والأربعون، الجزء الثاني، سبتمبر، ص ١٧٥.

١٠. رياض البلاصي (٢٠٠٦). أثر استخدام التمثيلات الرياضية المُتعددة في اكتساب المفاهيم الرياضية والقدرة على حل المسائل اللفظية، **مجلة دراسات العلوم التربوية**، المجلد (١)، العدد (٣٧)، ص ص: ١-١٣.

١١. صالح أحمد يسلم لحمر (٢٠٠٧). فاعلية برنامج مُقترح في تنمية مهارات النمذجة الرياضية لدى الطلاب المُعلمين شعبة رياضيات بكلية التربية جامعة عدن، رسالة دكتوراه، كلية التربية، جامعة عين شمس.

١٢. عادل الخروصي (٢٠٠٨). أثر استخدام استراتيجية تدريس تستند إلى التمثيلات والترابطات الرياضية على التحصيل والتفكير الرياضي لدى طلبة الصف العاشر، رسالة ماجستير، جامعة السلطان قابوس، عُمان.

١٣. عبد الجواد محمد عبد الحميد (٢٠١٥). برنامج إثرائي قائم على المبادئ والمعايير العالمية لمناهج الرياضيات في تنمية مهارات النمذجة الرياضية الإبداعية والاتصال اللفظي لدى الطلبة الفائقين بالمرحلة الثانوية، رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية التربية، جامعة المنصورة.

١٤. غادة شومان الشحات (٢٠١٦). برنامج اثرائي مُقترح في ضوء الاتجاهات الحديثة لتنمية التواصل والإبداع الرياضي للطلاب المُتفوقين بالمرحلة الثانوية، رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية البنات، جامعة عين شمس.

١٥. فايز مراد مينا (٢٠١٠). الاتجاهات الحديثة في تطوير تدريس الرياضيات، **المؤتمر العلمي السنوي العاشر للجمعية المصرية لتربويات**

الرياضيات، دار الضيافة، جامعة عين شمس، ٣-٤ أغسطس، ٦-٧.

١٦. فريد كامل أبو زينة (٢٠٠٧). **الأعداد وتطبيقاتها الرياضية والحياتية**، عمان، دار المسيرة.

١٧. كريمة حسن داود أحمد (٢٠٠٨). استخدام النمذجة الرياضية في حل المُشكلات التطبيقية في الرياضيات لدى تلاميذ الحلقة الثانية من التعليم الأساسي، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التربية، جامعة عين شمس.

١٨. محمد أحمد أبو هلال (٢٠١٢). أثر استخدام التمثيلات الرياضية على اكتساب المفاهيم والميل نحو الرياضيات لدى طلاب الصف السادس الإبتدائي، رسالة ماجستير، كلية التربية، الجامعة الإسلامية، فلسطين.

١٩. محمد عوض الله (٢٠٠٣). التمثيلات الرياضية من خلال بعض طرق التدريس المُتكاملة مدخل لتدريس أساسيات الجبر لتلاميذ المرحلة الإبتدائية وعلاقة ذلك بتفكيرهم الاستدلالي وتحصيلهم الفوري والمؤجل، **مجلة تربويات الرياضيات**، مجلد (١)، العدد (٦)، ص ص: ١٠١-١٤٣.

٢٠. مرشد يوسف شاهين (٢٠١١). أثر استخدام تمثيلات مُتعددة في تدريس وحدة الجبر على تحصيل طلبة الصف السابع الأساسي، رسالة ماجستير، جامعة بيرزيت، فلسطين.

٢١. نانيس صلاح لطفي أبو العلا (٢٠٠٣). برنامج مُقترح لتطوير منهج رياضيات كليات إعداد مُعلم الرياضيات في ضوء الاتجاهات المُعاصرة، رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية البنات، جامعة عين شمس.

٢٢. نظلة حسن خضر (٢٠٠٤) أ. **مُعلم الرياضيات والتجديدات الرياضية هندسة الفركتال وتنمية الإبتكار التدريسي لمُعلم الرياضيات**، ط (١)، القاهرة، عالم الكتب.

٢٣. هبة محمد محمود (٢٠١٤). فاعلية برامج مُقترح في نظرية الجراف العصرية ونماذجها مع الاستعانة ببرمجيات تفاعلية ديناميكية في تنمية مستويات التفكير الرياضي العليا وحب الرياضيات والتوسع في دراستها لدى طلاب كلية التربية، رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية التربية، جامعة عين شمس.

٢٤. وليم تاوضروس عبيد (١٩٩٨). رياضيات مُجتمعية لمواجهة تحديات

مُستقبلية إطار مُقترح لتطوير مناهج الرياضيات في بداية القرن الحادي والعشرون، **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد الأول، ديسمبر، ص ص: ٣-٨.

٢٥. يسري عفيفي وآخرون (٢٠٠٤). **المناهج (الأسس، المكونات، التنظيمات، التطوير)**، القاهرة، دار الفكر العربي.

ثانياً: المراجع الأجنبية:

26. Bonnici et al. (2013). A Sub graph Isomorphism Algorithm and its Application to Biochemical Data. **BMC Bioinformatics**, 14 (7), 1-13.
27. Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and Empirical Differentiations of Phases in the Modelling Process. **Zentralblatt für Didaktik der Mathematik –ZDM**, 38 (2), 86-95.
28. Cochran, D. (2007). Why Is Algebra Important?, Available at: http://www.k12curricula.com/network/pdfs/apr-may_2017.pdf.
29. Diestel, Reinhard. (2005). **Graph Theory, Electronic Edition**. Available at: www.math.uni.hamburg.de/home/distel/books/graph.theory/.
30. Gould, H. (2013). Teacher's Conception of Mathematical Modeling. Ph. D thesis. Colombia University. New York.
31. Hamplova, L. (2009). Teaching Model Influence of Discrete math on Student's Opinions and Attitudes. **Material Science and Technology**, 9 (4), 1-6.
32. Harju, Tero. (2007). **Graph Theory**. University of Turku. Available at: www.users.utu.fi/harju/allpubls.pdf.
33. Hazzan, Orit & Hadar, Irit. (2005). Reducing Abstraction When Learning Graph Theory, **Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching**, 24 (3), 255-272, (EJ724779).
34. Herman, M. (2002). Relationship of college students' visual preference to use of representations: Conceptual understanding of functions in algebra. Unpublished Ph.D., dissertation, Ohio State University, Columbus.
35. Hofmann, R. S., & Hunter, W. R. (2003). Just-in-time algebra: A problem solving approach including multimedia and animation. **Mathematics and Computer Education**, 37 (1), 55-62.
36. John Mason & Helen Dury. (2007): Studies in the Zone of Proximal Awareness; in, Mathematics: Essential Research, Essential Practice, **Proceedings of the 30th Annual Conference of the Mathematics Education Group of Australasia**, Edited by Jane Waston & Kim Beswik, Mathematics Education Research Group of Australasia Inc, ISBN 978-1-920846-13-8, Volume 1.
37. Lege, Gerald F. (2003). A Comparative Case Study of Contrasting Instructional Approaches to the Instruction in Teacher College Columbia University. Proquest Information and Learning Company, UMT, No. 3091273.
38. Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). A Modelling Perspective on Teacher Development. In Lesh R. A. & Doerr H. (Eds.): Beyond constructivism: Models and Modelling Perspectives on Mathematics Problem Solving, learning, and Teaching. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum, 3-33.
39. Mcduffie, Amy Roth (2001). Flying through Graphs: An Introduction to

Graph Theory, **Mathematics Teacher**, 94 (8), 680-880, Nov (EJ670423).

40. Nabiyev, V. V. (2016). Application of Graph Theory in an Intelligent Tutoring System for Solving Mathematical Word Problems. **Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education**, 12(4), 687-701.
41. National Council of Teachers of Mathematics. (1998). A Framework for Constructing A Vision of Algebra: A Discussion Document.
42. National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles and Standards for School Mathematics. Reston, VA: The Council.
43. Robinson, Teresa. (2006). Graph Theory for the Middle School, East Tennessee State University.
44. Saure T. Allen. (2000). The Effect of Mathematical Model Development on the Instruction of Acceleration to Introductory Physics, Students. Ph. D., University.
45. Smithers, Dayna & Teresa. (2005). Graph Theory for the Secondary School Classroom, East Tennessee State University, 1425694.
46. Sporn, H. B. (2010). A Contemporary Analysis of the Content of Mathematics for Liberal Education at the College Level, Ed.D, Teachers College, Columbia University.
47. Sriraman, B. (2006). Conceptualizing the Model-Eliciting Perspective of Mathematical Problem Solving. In M. Bosch (Ed.), Proceedings of the Fourth Congress of European Society for Research in Mathematics Education (CERME4) (PP. 1686-1695). Sant Feliu de Guixol, Spain: FUNDMI IQS, Universitat Ramon Llull.
48. Victor J. Katz. (2007). Algebra: Gateway to a Technological Future: Learning Algebra; A Historical Overview, The Mathematical Association of America, University of the District of Columbia, Library of Congress Catalog Card Number 2007937200, ISBN 978-0-88385-901-8, PP41-42.