

مهارات تدريس التفكير الرياضى للطالب المعلم بشعبة الرياضيات بكلية التربية

إعداد

د/ محمد حسن عبدالشافى	أ.د/ حفنى إسماعيل محمد
قسم المناهج وطرق تدريس الرياضيات	قسم المناهج وطرق تدريس الرياضيات
كلية التربية بقنا	كلية التربية بقنا
جامعة جنوب الوادى	جامعة جنوب الوادى

أ/ نهى طلعت عبدالله على
باحثة ماجستير - قسم المناهج وطرق تدريس الرياضيات
كلية التربية بقنا
جامعة جنوب الوادى

المستخلص :

أصبحت مسئولية معلم الرياضيات تحقيق أهداف تربوية تتخطى حدود تلقين المعلومات ، لتصل الى اكتساب تدريس مهارات التفكير العليا فى الرياضيات ، من خلال تخطيط المواقف التعليمية التى تجعلهم قادرين على اكتساب المعارف ، وتنمية مهارات الرياضيات المختلفة كمهارات تدريس التفكير الرياضى ، لذا تقدم تلك الدراسة قائمة بمهارات تدريس التفكير الرياضى لدى الطلاب المعلمين شعبة الرياضيات بكلية التربية ، حيث تشمل الدراسة مفهوم مهارات تدريس التفكير الرياضى و بعض مهارات تدريس التفكير الرياضى منها " مهارات تدريس التعبير بالرموز ، مهارات تدريس الاستقراء ، مهارات تدريس الاستنتاج ، مهارات تدريس البرهان الرياضى " و أهمية تنمية مهارات تدريس التفكير الرياضى حيث أنها تجعل عملية التدريس عملية تنسم بالاثارة والمشاركة بين الطلاب وتساعد فى رفع معنويات المعلمين وثقتهم بأنفسهم وتعمل على استثارة التفكير الطلاب وتحدى قدراتهم الرياضية.

الكلمات المفتاحية : مهارات تدريس التفكير – الطالب المعلم

Skills of teaching mathematical thinking For the student teacher in the Division of Mathematics, Faculty of Education

Prof.Dr.Hefny Ismael Mohamed
Department of Curricula and Methods
of Teaching Mathematics
Faculty of Education in Qena
South Valley University

Dr.Mohamed Hassan Abd-Shafy
Department of Curricula and Methods
of Teaching Mathematics
Faculty of Education in Qena
South Valley University

Noha Talat Abd-Ellah Ali

**Department of Curricula and Methods of Teaching Mathematics
Faculty of Education in Qena
South Valley University**

Abstract

Achieving educational outcomes beyond spoon-feed knowledge teaching has become math teacher responsibility, these outcomes help learners to gain higher thinking skills in mathematics. These outcomes are achieved by planning activities to help learners to acquire knowledge and develops maths skills. This study is going to introduce a list of teaching skills of mathematical thinking for learners at faculty of education, maths department, and this study includes concept of teaching mathematical thinking and some skills to teach it e.g teaching maths symbols, teaching induction, deduction and mathematical proofing, plus the importance of developing skills of mathematical thinking which contribute to make teaching process exciting and raise participation between students and promote students thinking by challenging their maths abilities and raise teachers spirit and confidence as well.

Keywords: Teaching Thinking Skills - Student Teacher

مقدمة :

تعد تنمية التفكير ومهاراته مسئولية كل مؤسسات المجتمع ، وعلى رأسها المؤسسات التعليمية ، فمن المعلوم أن تنمية التفكير لدى العاملين فى المؤسسة التعليمية والمستفيدين منها يمكن أن تتم من خلال المناهج الدراسية المختلفة أو من خلال البرامج التدريبية المستقلة عن المناهج الدراسية والبرامج التربوية ، والتي تساهم فى تنمية مهارات التفكير والقدرة على حل المشكلات لديهم ، لذلك ينادى كثير من التربويين والباحثين بالتحول من التعليم التقليدى الى تعليم منتظم وتدريب عملى متتابع ، يبدأ بمهارات التفكير الأساسية ويتدرج الى مهارات التفكير العليا .

المحور الأول : مهارات التفكير الرياضى

تبرز الرياضيات من المناهج كوسط لتنمية تفكير الطالب لما لها من طبيعة تساعد على تنمية التفكير، ذلك لأنها تعتمد على ادراك العلاقات للوصول الى النتائج والنظريات ، وجوهر التفكير الرياضى هو ادراك علاقات جديدة تؤدى الى تنوعات من الحلول للمشكلة الرياضية .

وتنمية مهارات التفكير لدى الطالب المعلم تساعده على مشاركة الطلاب الفعالة فى المجتمع ، وتكسيهم التجارب والخبرات المختلفة التى تعدهم للتكيف مع مقتضيات الحياة وتهيؤهم للنجاح فى المستقبل (رباب شعبان ، ٢٠١٥ ، ٤٤).

حيث أن تنمية مهارات التفكير المختلفة تهدف الى تنمية القدرة على الاكتشاف والابتكار وتعويد الطالب المعلم على عملية التجريد والتعميم (محمد مصطفى العيسى ، ٢٠١٢ ، ٢٦).

ويعد التفكير الرياضى أحد مجالات التفكير المختلفة ، وهو عملية يتم بها البحث عن معنى فى موقف أو خبرة مرتبط بسياق رياضى ، فهو تفكير فى مجال الرياضيات ، حيث تتمثل عناصر أو مكونات الموقف أو الخبرة فى أعداد أو رموز أو أشكال أو مفاهيم رياضية ، وهو يعد أوسع أنواع التفكير (فريد أبو زينة و عبدالله عباينة ، ٢٠٠٧ ، ٢٧٣).

ولقد تعددت تعريفات مهارات التفكير الرياضى من قبل التربويين ، ومن تلك التعريفات ما يلى :

- نشاط عقلى خاص بالرياضيات يتضمن مجموعة من المظاهر تتمثل فى :
التعميم، الاستقراء ، الاستنباط ، التعبير بالرموز ، التفكير المنطقى ، البرهان

- الرياضي ويعتمد كل مظهر من هذه المظاهر على مجموعة من القدرات والمهارات الرياضية (ناعم بن محمد بن سلطان العمرى ، ٢٠٠٨ ، ٢٦) .
- قدرة المتعلم على التفكير من أجل فهم وتحليل جميع جوانب المسألة الرياضية ، فيساعده ذلك على تقديم حلول نمطية وابداعية لتلك المسألة ، على أساس مايمتلكه من قدرات عقلية وامكانات ذهنية ، وفي هذه الحالة يلزم التفكير الرياضي المكتسب الفرد طيلة حياته ، ويكون بمثابة خبرة حياتية ودراسية تترسب فى أعماق أعماقه ، بحيث يستطيع استدعاءها وقتما يشاء (مجدى عزيز ، ٢٠٠٩ ، ١٦) .
- التفكير الذى يشمل استخدام المعادلات السابقة الاعداد ، والاعتماد على القواعد والرموز والنظريات والبراهين ، والتي تمثل اطارا فكريا يحكم العلاقات بين الأشياء (عيسى العوفى و عبدالرحمن علوى ، ٢٠١٠ ، ١٠٩) .
- نشاط عقلى مرن ومنظم يهدف الى حل المشكلات الرياضية باستخدام التفكير الاستدلالي والتعبير الرمزي وادراك العلاقات الرياضية (ماجد حمد الديب ، ٢٠١١ ، ٣٦) .
- نشاط عقلى مرن ومنظم يتمثل فى قدرة الطالب المعلم على استخدام طرق واساليب التفكير الرياضى الخاصة بكل من : الاستقراء ، الاستنباط ، التصور البصرى ، ادراك العلاقات ، التعبير بالرموز ليؤديه بسهولة وسرعة ودقة وذلك حينما يواجه موقف أو مشكلة رياضية (رياب طه ، ٢٠١٢ ، ٢١) .
- أحد أنماط التفكير الذي يلجأ إليها الدماغ لحل المشكلات الرياضية حلا ذهنيا ويتحدد بالمهارات التالية: الاستقراء، الاستنتاج، التخمين، النمذجة، التعبير بالرموز، التفكير المنطقي (هبه عبدالحميد جمعه ، ٢٠١٢ ، ٣) .
- عملية عقلية داخلية تحدث أثناء حل المشكلات ، ولا يمكن ملاحظته بالطرق المباشرة ، وانما يمكن الاستدلال عليه من السلوك الناتج من الفرد عند مواجهته للمشكلة التى تتطلب التفكير ، وهذا السلوك يكون نتيجة نشاطات عقلية يمارسها الفرد ، وهذه النشاطات تختلف من موقف لآخر (سعيد محمد عزمى ، ٢٠١٣ ، ٤٩) .
- نشاط عقلى يهدف لاثارة ذهن الطالب المعلم عندما يواجه مشكلة ما أو يريد القيام بعمل ما (عبد المجيد عبدالنواب ، ٢٠١٤ ، ١٤) .

- نشاط عقلي ، الهدف منه استخدام كل أو بعض صور التفكير عند مواجهة المشكلات الرياضية والتعامل مع التمارين الرياضية المختلفة في منهج الرياضيات وتحدده عدة مهارات تتعلق (بالاستقراء ، والاستنتاج ، وحل المشكلات ، والتفكير المنطقي) (عبدالعزیز محمد عايد ، ٢٠١٥ ، ٤٣) .
 - نشاط عقلي منظم يتسم بالمرونة ويهدف الي حل المشكلات الرياضية باستخدام مهارات التفكير الرياضي (مسعد محمد جمعة البلولي ، ٢٠١٥ ، ٣٥) .
 - نشاط عقلي يقوم على مجموعة من المهارات الرياضية ويتطلب الاستنتاج والتفكير العميق في الأفكار الرياضية ، ويتم من خلاله التوصل الي حل المشكلات (محمد حسن عبد الشافي ، ٢٠١٦ ، ٤٦) .
- مما سبق ومن خلال استعراض مفاهيم التفكير الرياضي بصفة عامة ومهارات التفكير الرياضي بصفة خاصة ، أمكن تعريف مهارات التفكير الرياضي بأنها مجموعة من قدرات التفكير العليا في الرياضيات تشمل المهارات التالية التعبير بالرموز و الاستقراء و الاستنتاج و البرهان الرياضي .

المحور الثاني: مهارات تدريس التفكير الرياضي

يتفق كل من مجدى عزيز ابراهيم (٢٠٠٥ ، ٣٠٤-٣٠٥) ، و محمد محمود حمادة (٢٠٠٥ ، ٢٥٥) ، و زكريا جابر حناوى (٢٠٠٨ ، ٨٣-٨٤) و فوزى عبدالله خالد (٢٠٠٩ ، ١٠٠-١٨٣) ، و محمد مصطفى العيس (٢٠١٢ ، ١٩٣-٢١٥) ، و محمد حسن عبد الشافي (٢٠١٦) ، Lio ، (2012,377) Janine (2014,70-73) على أن التفكير الرياضي يتضمن مجموعة من القدرات والمهارات الرياضية هي:

أ- الاستقراء : Induction

هو عملية يتم عن طريقها الوصول الى قاعدة عامة (نظرية أو نتيجة او قانون) من خلال دراسة عدد كاف من الحالات الفردية ، او الوصول الى نتيجة ما من بعض المشاهدات أو الملاحظات او الامثلة العامة ، أو هو التوصل الى الأحكام العامة أو التعميمات والمبادئ والقوانين من الحقائق الجزئية من خلال المشاهدات والملاحظات، ويتضمن الاستقراء عمليتين مترابطتين هما : التعميم والتجريد ، ويتضمن الاستقراء المهارات الفرعية التالية :

- استنتاج القاعدة العامة من حالات خاصة .

- استخلاص النتائج من المعلومات المعطاة .

- معرفة الاستنتاجات الصحيحة .

- اكتشاف العلاقة بين القواعد العامة والحالات الخاصة .

- اكتشاف العلاقات بين المعلومات المعطاة .

ب- الاستنباط (القياس أو الاستنتاج) : Deduction

هو تطبيق قاعدة عامة أو مبدأ عام على حالة فردية من الحالات ، أو عملية عقلية يتم من خلالها استنتاج الجزء من الكل ، أو استخلاص الحقائق والمفاهيم من التعميمات ، أو معالجة الأفكار من خلال استخدام قواعد المنطق ، أو عملية عقلية ينتقل فيها من تعميم رياضي أو نظرية ثبت صدقها الى حالة خاصة تقع في اطار هذا التعميم أو تنطبق عليها هذه النظرية ، ويتضمن الاستنباط المهارات الفرعية التالية :

- تطبيق القاعدة العامة على حالات خاصة .

- تطبيق العلاقات واستخدامها بطريقة صحيحة على متغيرات وأفكار جديدة .

- تطبيق المبادئ والتعميمات والنظريات في مواقف جديدة .

- تحديد العلاقة بين القواعد العامة والحالات الخاصة .

- التمييز بين المعلومات الصحيحة والمعلومات الخاطئة .

- تفسير القواعد العامة .

ج- التعبير بالرموز : Symbolism

يقصد به استخدام الرموز للتعبير عن الأفكار الرياضية او المعطيات اللفظية . ويمثل هذا احدى مهارات الترجمة الرياضية التى تهتم بتحويل اللغة الرياضية من صورة لأخرى ، والاهتمام ينصب على تحويل الصورة اللفظية الى الصورة الرمزية ، ومثال على ذلك : يمكن التعبير عن أن عملية جمع الأعداد تحقق الخاصية الإبدالية من خلال الرموز التالية : $أ + ب = ب + أ$

ويتضمن التعبير بالرموز المهارات الفرعية التالية :

- القدرة على كتابة العلاقة التى تمثل شكلا بيانيا .

- القدرة على الترجمة من الصور اللفظية الى صور و أشكال بيانية .

- القدرة على ترجمة الصور اللفظية الى معادلات وعلاقات رياضية .

- القدرة على ترجمة الأشكال والرسوم الى صيغ ومعادلات .

- القدرة على ترجمة الصور اللفظية الى جداول رياضية .

و- البرهان الرياضي : Mathematical Proot

هو سلسلة من العبارات لبيان صحة نتيجة ما عن طريق الاستدلال والمنطق وتقديم الدليل استنادا الى نظرية او مسلمة سابقة ، أو هو عبارة معالجة لفظية أو رمزية تتمثل في تتابع من العبارات ؛ بحيث تستنبط كل عبارة منها من سابقتها . استنادا الى شواهد معترف بصحتها واستنباطا بأساليب يقرها المنطق ، ويتضمن البرهان الرياضي المهارات الفرعية التالية (أسامة محمود محمد ، ٢٠١١):

مهارات التخطيط للبرهان :

- تحديد المعطيات في المسألة .

- تحديد المطلوب في المسألة .

- ترجمة المسألة الى (شكل هندسي ، شكل تخطيطي ، رسم توضيحي) .

مهارات بناء وصياغة البرهان والتعبير عنه :

- اشتقاق النتائج من المعطيات .

- اشتقاق خطوة رياضية جديدة .

- الربط بين نتيجتين سابقتين للوصول الى نتيجة جديدة .

- التوصل الى المطلوب من خلال متابعة النتائج في صورة مكتوبة .

مهارات تقويم البرهان :

- مراجعة كل خطوة من خطوات البرهان؛ للتأكد من صحة أو خطأ برهان رياضي مع بيان الأسباب التي استند عليها.

- محاولة الوصول الى برهان رياضي آخر أو أكثر .

- أهمية تنمية مهارات تدريس التفكير الرياضي

تؤكد (National Council of Teachers of Mathematics, 2000)

(NCTM, 2000) ضرورة أن تركز مناهج الرياضيات وأساليب تعليمها وتعلمها على تنمية مهارات التفكير الرياضي والتفكير الاستقرائي والتفكير الاستنتاجي ، مع تقديم مادة الرياضيات بصفتها أداة للتفكير بما يساعد الطلاب المعلمين على جعلهم مفكرين لا متلقين للمعارف فقط.

حيث يوفر التفكير الرياضي طرقاً قوية لتطوير الأفكار عن ظواهر عديدة والتعبير عنها، وفهم الرياضيات وقد أشار المجلس القومي لمعلمي الرياضيات إلى

أهمية التفكير الرياضى من خلال تحديد معايير له وهي : إدراك أهمية التفكير الرياضى والبرهان، بناء تخمينات رياضية والتحقق منها، تطوير وتقييم حجج وبراهين رياضية، استخدام أنماط مختلفة من التفكير وأساليب البرهان (NCTM,2000) .
و التفكير الرياضى لا يستخدم فقط فى الرياضيات ، وإنما ينتقل أثره فى دراسة المواد الأخرى ، كما تظهر فاعليته فى حل المشكلات الدراسية والعملية والحياتية على حد سواء (مجدى عزيز ابراهيم ، ٢٠٠٩ ، ١٨) .
و يساعد تعلم مهارات التفكير الرياضى على الاستفادة من المفاهيم والتعميمات ومهارات الرياضيات التى اكتسبها الطالب المعلم لاشتقاق نتائج جديدة على اسس وقواعد منطقية ، تمكنه من ابتكار حلول جديدة للمشكلات الرياضياتية والحياتية التى تواجهه (يحي صلاح ماضى ، ٢٠١١ ، ١٠٢) .
و تعد تنمية مهارات التفكير الرياضى من أهم الأهداف التى يسعى تدريس الرياضيات نحو تحقيقها نظرا لأهميته ودوره الفعال فى مساعدة الطالب على مواجهة المشكلات بفعالية (مها بنت محمد السرحانى ، ٢٠١٤ ، ٣٤) .
ويرى جودت أحمد سعادة (٢٠٠٣) أهمية تنمية مهارات التفكير الرياضى بالنسبة للمعلمين تتمثل فى :

- مساعدتهم فى الالمام بمختلف انماط التعلم ومراعاة ذلك فى العملية التعليمية
- زيادة الدافعية والنشاط والحيوية لدى المعلمين
- جعل عملية التدريس عملية تتسم بالاثارة والمشاركة والتعاون بينهم وبين التلاميذ
- التخفيف من التركيز على عملية الالقاء للمادة الدراسية
- رفع معنويات المعلمين وثقتهم بانفسهم

و يؤكد حفنى اسماعيل محمد (٢٠٠٥ ، ٢٥٦) على أهمية التفكير الرياضى وتنمية مهاراته لدى الطالب المعلم فى مجموعة من النقاط التالية :
- التفكير سلوك هادف ولا يحدث فى فراغ أو بلا هدف ، عند اكساب الطالب المعلم هذا السلوك ، يصبحون واثقين من قدراتهم ، ولديهم الدافعية لأن يكونوا مفكرين ومبدعين بأرادتهم .

- التفكير سلوك تطورى ، يزداد تطورا وحثقا مع نمو الفرد وتراكم خبراته ، واذا فان مشاركة الطالب المعلم فى اكتساب المعلومات والربط بينها ، وليس حفظها فقط ، يتيح

لهم التحرر من الجمود في التفكير ، ومن أسر الاتجاه الواحد ، والنظرة الواحدة في التعامل مع القضية أو المشكلة .

- التفكير الفعال ، هو التفكير الذي يستند الى أفضل المعلومات الممكن توفرها ، ويسترشد بالأساليب و الاستراتيجيات الصحيحة . ومن خلال برامج تنمية التفكير ، يصبح الطالب المعلم محبا للاستطلاع ، ومنفتح العقل على أفكار الآخرين وآرائهم ، ومقدرا للإنجازات الابداعية في كل صورها .

- يتشكل التفكير من تداخل عناصر المحيط التي تضم الزمان والموقف ، أو المناسبة والموضوع الذي يجري حوله التفكير ، لذا ، فان برامج تنمية التفكير ، تجعل الطلاب أكثر وعيا بطبيعة العوامل والظروف المرتبطة بالتفكير ، ومهارات التغلب عليها .

- يحدث التفكير بأشكال و أنماط مختلفة (لفظية ، رمزية ، كمية ، مكانية ، شكلية) لكل شكل أو نمط منها خصوصيته ، ويمارسها الطالب المعلم من خلال برامج تنمية التفكير .

- برامج تنمية التفكير ، تجعل الطالب المعلم أكثر وعيا بالمشكلات من حولهم ، وأكثر قدرة على مواجهتها بالحلول الابداعية المفيدة والمناسبة .

ويرى مجدى ابراهيم عزيز (٢٠٠٩ ، ١٩-٢٠) ان هناك مجموعة من

الخطوات ينبغي على معلم الرياضيات اتباعها لتنمية مهارات التفكير الرياضى هي :

- المعلم كنموذج : عندما يمتلك المعلم مقومات السلوك المعرفى التي تظهر واضحة جلية فى ممارسات الحياة اليومية ، وفى أدوات التدريس ، فانه يكون نموذجا معرفيا فيحاول المتعلمون الاهتداء به داخل الفصل وخارجه .

- ربط الألفاظ والتعبيرات المتداولة فى الموقف التدريسي بمهارات التفكير وعملياته

- اهتمام أساليب التقويم التي يطبقها بعمليات التفكير التي يقوم بها المتعلم

يتضح مما سبق وجود مجموعة من العوامل التي ينبغي على معلم الرياضيات

اتباعها لتنمية مهارات التفكير الرياضى هي :

- توجيه الطلاب الى قراءة المشكلة الرياضية قراءة جيدة فاهمة .

- شرح المعلومات غير المألوفة الموجودة بالمسكلة الرياضية .

- مساعدة الطلاب على تفسير القواعد العامة والنظريات وتحويلها الى صورة رمزية

- تطبيق القاعدة التي تم التوصل اليها على امثلة جديدة غير التي تم استنتاج القاعدة منها .

- مساعدة الطلاب فى استدعاء الحقائق والقوانين والنظريات التى سبق أن تعلمها وصياغتها بالرموز الرياضية ووضعها فى صورة رسم تخطيطى .

- منح الطلاب الوقت المناسب لتكوين أدلة وتبريرات للمشكلة التى تشتمل على خطوات استنتاجية .

مما سبق ومن خلال استعراض تعريفات التفكير الرياضى ومهارات التفكير الرياضى وأهمية تنمية مهارات تدريس التفكير الرياضى أمكن التوصل الى أن معظم الدراسات لم تتوصل الى قائمة صريحة لمهارات تدريس التفكير الرياضى لدى الطلاب المعلمين وبذلك أمكن التوصل الى قائمة لمهارات تدريس التفكير الرياضى للطالب المعلم وهى :

مهارات تدريس التعبير بالرموز

١- يحث طلابه على القراءة الجيدة لفهم العبارات اللفظية المعطاة أو المسألة الرياضية.

٢- يساعد طلابه على تحديد متغيرات العبارة اللفظية ومدلولاتها.

٣- يساعد طلابه على تحديد العلاقات المتضمنة بين متغيرات العبارة اللفظية.

٤- يساعد طلابه على تحديد الرموز الرياضية للمتغيرات والعلاقات الرياضية .

٥- يساعد طلابه على تحويل العبارة اللفظية الى صورة رمزية .

٦- يساعد طلابه على ترجمة الأشكال والرسوم إلى صيغ ومعادلات .

مهارات تدريس الإستقراء

٧- يوجه طلابه الى القراءة الجيدة للحالات الفردية للمسألة المعطاة .

٨- يساعد طلابه على تحديد خصائص كل حالة من الحالات الفردية .

٩- يساعد طلابه على تحديد العلاقة بين مقدمات كل حالة فردية ونتيجتها

١٠- يحث طلابه على استنتاج الخاصية المشتركة للحالات الفردية المعطاة

١١- يحث طلابه على استنتاج القاعدة العامة وصياغتها بأسلوب رياضى سليم.

١٢- يساعد طلابه على استنتاج قواعد وقوانين جديدة بناءً على دراسة الحالات الفردية المعطاه .

مهارات تدريس الإستنتاج

١٣- يحث طلابه على القراءة الجيدة للقاعدة أو القانون أو النظرية المعطاة

١٤- يحث طلابه على استنتاج أدلة تبين صحة التعميم المستخدم .

- ١٥- يبحث طلابه على فهم الحالات الفردية المستخدمة .
- ١٦- يساعد طلابه على تحديد العلاقة بين الحالات الفردية والقاعدة العامة .
- ١٧- يساعد طلابه على تحديد الحالة الفردية التى تنطبق عليها القاعدة العامة.
- ١٨- يوجه طلابه نحو تطبيق القاعدة العامة على الحالة الفردية .
- ١٩- يساعد طلابه على تطبيق القاعدة الخاصة على حالة فردية جديدة .
مهارات تدريس البرهان الرياضى
- ٢٠- طلابه الى قراءة المشكلة الرياضية المطروحة قراءة فاهمة .
- ٢١- يساعد طلابه على تحديد المعطيات و المطلوب من المشكلة الرياضية
- ٢٢- يوجه طلابه إلى ترجمة الصورة اللفظية للمشكلة الهندسية إلى شكل هندسي مناسب
- ٢٣- يوجه طلابه إلى رسم عمل هندسي مناسب للمشكلة المطروحة .
- ٢٤- يحدد أسلوب البرهان المناسب لبرهنة المشكلة المطروحة .
- ٢٥- يساعد طلابه فى استدعاء التعميم الرياضى المناسب للمشكلة المطروحة .
- ٢٦- يساعد طلابه على اشتقاق نتائج من التعميم الرياضى المستخدم .
- ٢٧- يطلب من طلابه كتابة البرهان الرياضى للمشكلة الهندسية بأسلوب رياضى صحيح
- ٢٨- يساعد طلابه على الإتيان بطرق أخرى لبرهنة المشكلة الهندسية المطروحة .
- ٢٩- يرحب بالطرق المقدمة من قبل الطلاب لبرهنة المشكلة المطروحة .
- ٣٠- يساعد طلابه فى انتقاء الحل المناسب لبرهنة المشكلة المطروحة .

أولا المراجع العربية :

- أسامة محمود محمد (٢٠١١) . فاعلية استخدام استراتيجيات التفكير المتشعب لتدريس الرياضيات فى تنمية مهارات البرهان الرياضى و الاتجاه نحو التعلم التعاونى لدى تلاميذ المرحلة الاعدادية (رسالة ماجستير) . كلية التربية ، جامعة أسيوط .
- جودت أحمد سعادة (٢٠٠٣) . تدريس مهارات التفكير مع مئات الأمثلة التطبيقية. عمان : دار الشروق .
- حفنى اسماعيل محمد (٢٠٠٥) . تعليم وتعلم الرياضيات بأساليب غير تقليدية . الرياض : مكتبة الرشد ناشرون .
- رباب شعبان عبدالحكيم محمود (٢٠١٥) . فاعلية استراتيجية الاستقصاء فى تنمية التحصيل وبعض مهارات التفكير العليا فى مادة الفلسفة للصف الثالث الثانوى (رسالة ماجستير) . معهد الدراسات والبحوث العليا ، جامعة القاهرة .
- رباب طه السيد عبدالهادى (٢٠١٢) . فاعلية أنشطة رياضيات حياتية مقترحة فى تنمية مهارات التفكير الرياضى لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية (رسالة ماجستير) . معهد الدراسات والبحوث التربوية ، جامعة القاهرة .
- زكريا جابر حناوى بشاى (٢٠٠٨) . فعالية برنامج مقترح للتلاميذ بطيئى التعلم فى الرياضيات بالمرحلة الإعدادية فى تنمية التحصيل والتفكير الرياضى والدافعية للإنجاز (رسالة دكتوراه) . كلية التربية ، جامعة أسيوط .
- سعيد محمد عزمى السعيد (٢٠١٣) . فاعلية استراتيجية حل المشكلات فى تنمية التحصيل ومهارات التفكير الابداعى لدى تلاميذ الصف الثانى الاعدادى (رسالة ماجستير) . معهد الدراسات والبحوث التربوية ، جامعة القاهرة .
- عبدالعزیز محمد حمد عايد (٢٠١٥) . فاعلية برنامج مقترح قائم على التعلم النشط فى تنمية مهارات التفكير الرياضى والحس العددي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية فى دولة الكويت (رسالة دكتوراة) . معهد الدراسات والبحوث التربوية ، جامعة القاهرة .
- عبدالمجيد عبدالنواب شيحة (٢٠١٤) . التفكير (طبيعته-أنواعه-نماذجه) . القاهرة : دار العلوم للنشر والتوزيع .
- عيسى سعد العوفى و عبدالرحمن علوى الجميدى (٢٠١٠) . القاموس العربى الأول لمصطلحات علوم التفكير . عمان : دار دبيونو .

فريد أبوزينة و عبدالله عبابنة (٢٠٠٧). مناهج تدريس الرياضيات للصفوف الأول . عمان : دار المسيرة.

فوزي عبدالله خالد قاسم الحداد (٢٠٠٩) . فاعلية برنامج قترح في التفاضل والتكامل قائم على أساليب التفكير الرياضي في تنمية الابداع لدى طلاب كلية التربية بجامعة صنعاء (رسالة دكتوراة) . كلية التربية ، جامعة أسيوط .

ماجد حمد الديب (٢٠١١) . فعالية برنامج مقترح في الذكاءات المتعددة على تنمية التحصيل والتفكير الرياضي وبقاء أثر التعلم لدى طلاب المرحلة الأساسية بمحافظة غزة . مجلة جامعة الأقصى (سلسلة العلوم الانسانية) ، ١٥(١) ، ٣٠-٦٣ . متاح في WWW.alaqa.edu.ps تم الرجوع اليه بتاريخ (٢٠١٦٩١٢٠) .

مجدى عزيز إبراهيم (٢٠٠٩) . التفكير الرياضي وحل المشكلات . القاهرة : عالم الكتب

مجدى عزيز ابراهيم (٢٠٠٥) . التفكير الرياضي من منظور تربوى . القاهرة : عالم الكتب .

محمد حسن عبدالشافي عبدالرحيم (٢٠١٦) . فاعلية برنامج قائم على عادات العقل الهندسية في تنمية مهارات التفكير الرياضي الابداعي ودافعية الانجاز لدى تلاميذ المرحلة الاعدادية (رسالة دكتوراة) . كلية التربية ، جامعة جنوب الوادى بقنا .

محمد محمود حمادة (٢٠٠٥) . فاعلية استراتيجيتى (فكر - زوج - شارك) والاستقصاء القائمتين على أسلوب التعلم النشط على نواى الرياضيات المدرسية فى تنمية مهارات التفكير الرياضى واختزال قلق الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الاعدادية . مجلة الدراسات التربوية والاجتماعية ، كلية التربية ، جامعة حلوان ، ١١(٣) ، ٢٣١-٢٦٤ .

محمد مصطفى العيسى (٢٠١٢) . الألعاب و التفكير فى الرياضيات (ط٢) . عمان: دار المسيرة.

مسعد محمد جمعة البلولى (٢٠١٥) . فاعلية برنامج قائم على حل المشكلات فى تدريس الرياضيات لتنمية مهارات التفكير الرياضى والتفكير الابداعى لدى تلاميذ المرحلة المتوسطة بالمملكة العربية السعودية (رسالة دكتوراة) . معهد الدراسات والبحوث التربوية ، جامعة القاهرة .

مها بنت محمد السرحانى (٢٠١٤) . أثر استخدام نموذج التعلم البنائى على تنمية بعض مهارات التفكير الرياضى والاتجاه نحو الرياضيات لدى طالبات المرحلة المتوسطة بالمملكة العربية السعودية . مجلة تربويات الرياضيات ، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات ، المجلد (١٧) ، العدد (٢) ، الجزء (٢) .

ناعم بن محمد بن سلطان العمرى (٢٠٠٨) . أثر استخدام نموذج التعلم البنائي فى تدريس وحدة من مقرر الرياضيات على التحصيل الدراسى والتفكير الرياضى لدى طلاب الصف الأول الثانوى (رسالة دكتوراة) . كلية التربية ، جامعة أم القرى .
هبة عبدالحميد جمعة (٢٠١٢) . أثر برنامج مقترح قائم على أنماط التعلم لتنمية مهارات التفكير الرياضى لدى طالبات الصف الرابع الأساسى بمحافظة غزة (رسالة ماجستير) . كلية التربية بغزة ، جامعة الأزهر .
يحيى صلاح ماضى (٢٠١١) . المتفوقون وتنمية مهارات التفكير فى الرياضيات ، ط٢ . عمان : دار دبيونو .

ثانياً : المراجع الأجنبية

Janine , G . & Garmen , H . & Christin , S . & Mare , S . (2012). Language skills, mathematical thinking, and achievement motivation in with ADHD, disruptive behavior disorders, and normal controls . Journal of Learning and Individual Differences, 22, 375-379
I io , M . (2014) . Developing equitable elementary mathematics classrooms through teachers learning about children's mathematical thinking : Cognitively Guided Instruction as an inclusive pedagogy . Teaching and Teacher Education , 43 , 69-79.
National Council of Teachers of Mathematics . (2000). Principles and Standards for School Mathematics . Reston , VA : NCTM .