جامعة المنصورة
كلية التربية

برنامج قائم على الأنشطة الإثرائية في الأنماط الرياضية لتنمية مهارات البرهان الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية

إعداد
د./ مُسعد مُحمد إبراهيم حجازي
دكتوراه الفلسفة في التربية
(مناهج وطرق تدريس الرياضيات)

مجلة كلية التربية – جامعة المنصورة
العدد ١١٠ – إبريل ٢٠٢٠

برنامج قائم على الأنشطة الإثرائية في الأنماط الرياضية لتنمية مهارات البرهان الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية

د. / مُسعد مُحمد إبراهيم حجازي

دكتوراه الفلسفة في التربية

(مناهج وطرق تدريس الرياضيات)

الملخص:

استهدف هذا البحث الكشف عن فعالية برنامج قائم على الأنشطة الإثرائية في الأنماط الرياضية لتنمية مهارات البرهان الرياضي لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي. وقد تكونت عينة البحث من فصل من فصول الصف الثاني الإعدادي، أُختير عشوائياً من مدرسة الدكتور محمد أبو الليل الإعدادية التابعة لمديرية التربية والتعليم بالدقهلية في العام الدراسي ٢٠١٩-٢٠٢٠، وقد بلغ عدد التلاميذ (٣٠) تلميذ وتلميذة، وقد أعد الباحث اختبار مهارات البرهان الرياضي، وتم التحقق من صدقه وثباته، كما أعد الباحث البرنامج التدريسي القائم على أنشطة في الأنماط تُناسب تلاميذ الصف الثاني الإعدادي. وقد أظهرت النتائج نمو مهارات البرهان الرياضي، لدى عينة البحث التجريبية نتيجة دراستهم لأنشطة إثرائية في الأنماط الرياضية.

الكلمات المفتاحية: *الأنشطة الإثرائية – الأنماط الرياضية – البرهان الرياضي.*

Abstract

This research aims to determine the effectiveness of an Enrichment Activities Programto in Mathematical Patterns to Develop Mathematical proof skills for the second year middle school students.

This study covers a specified sample, Gr.8 literary section students at Doctor Muhammad Abu Al-Lail Preparatory School, temie alamdeed, aldakahliah, and was applied during the first semester of the school year 2019-2020, and dividing it into one group: (30), The dependent variable: Mathematical proof skills

The research came to the following findings:

1. There is a significant difference at (≤ 0.05) level between averages of student scores of both pre-scale and post-scale of Mathematical proof skills in favor of the post-scale.
2. There is no effectiveness in teaching the program of enrichment activities in developing mathematical proof skills for second-year middle school students.

مُقدمـة:

أصبح العالم اليوم يتسم بالتفجير المعرفي والمُنجزات العظيمة في شتى المجـالات، ممـا يضع أمتنا أمام تحد كبير لمواجهة هذا التطور عن طريق الرعاية الشاملة لطلابنـا فـي جميـع المراحل الدراسية، وتقديم برامج تعليمية شاملة ومُتكاملة تعمل على تنميـة المهـارات العلميـة والعملية، وكذلك التفكير بشتى أنماطه؛ مما يُسهم في دفع عجلة التنمية ومُجابهة تحـديات القـرن الحادي والعشرين.

وإذا كان أهم نشاط يقوم به الباحثون وعلماء الرياضيات هو العمل على اكتشاف نظريات رياضية جديدة والكشف عن علاقات بين البنى الرياضية المُختلفة، فإن ما يلي ذلك فـي الأهميـة هو برهان النظريات الجديدة لإثبات صدق وصلاحية العلاقات التي تم اكتشافها. وتتجلى أهميـة العمل على برهنة النظريات في التأكيـد علـى تعلـم طـرق وأسـاليب ومهـارات البرهـان الرياضيMathematical Proof في مناهج الرياضيات بمُختلف المراحـل التعليميـة (عـلاء متولي، ٢٠٠٦، ١٧١).

لذلك فإن من أهم أهداف تدريس الرياضيات هـو مُـساعدة المُتعلمـين علـى إكتـساب الاستراتيجيات العامة والتي يُمكن انتقائها في حل المُشكلات، وبصفة عامة فإن البراهين النظريـة وليس تذكر براهين النظريات يُمكن أن تُيسر النماء العقلي للمُتعلمين وتُساعدهم على تعلم كيـف يتعلمون (فريدريك بل، ١٩٩٤، ١٦١).

وبالتالي فإن تنمية مهارات البرهان الرياضي لدى الطلاب لا تقل أهمية عن تنمية التفكيـر بصوره المُختلفة، فتنمية البرهان الرياضي تحتاج إلى مُمارسة وتدريب وألفة منذ بدايـة مراحـل التعليم، من خلال تعرف المُتعلم على ما هو مُعطى وما هو مطلوب لأية مسألة رياضية، ومعرفته بدور التعريف والحاجة إلى كلمات غير مُعرَّفة ودور النظرية والحاجة إلى مُسلمات، ودور كـل ذلك في بناء أي نظام رياضي، وبالتالي وضع خطة تُفيد في الوصول إلى الحل أو البرهان (وليم عبيد؛ ومحمد المفتي؛ وسمير القمص، ٢٠٠٠، ١٦٢).

والبرهان الرياضي هو مُعالجة لفظية أو رمزية تتمثل في تتبع عدد من العبارات تُـستَنبط كلاً منها عن سابقاتها استناداً إلى شـواهد مُعتـرف بـصحتها مثـل (المُـسلمات والنظريـات والمُعطيات)، واستنباطاً بأساليب يقرها المنطق (وليم عبيد؛ ومحمد المفتـي؛ وسـمير القمـص، ٢٠٠٠، ١٢٩).

كما يُعرف عزو عفانة (٢٠٠١، ٧) البرهان الرياضي بأنه: الإجراءات والخطوات التي قد يتبعها المُتعلم للوصول إلى استنتاجات مُحددة تخص الأنشطة التي يقوم بها.

وقد تعددت المداخل التدريسية التي من خلالها يمكن تنمية البرهان الرياضي، وعليه جاءت فكرة البحث للكشف عن فعالية أنشطة حول الأنماط الرياضية كأحد هذه المداخل لتنمية البرهان الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية.

فقد أشارت وثيقة معايير المجلس القومي لمُعلمي الرياضيات بالولايات المُتحدة الأمريكية (NCTM, 1989) إلى أن استكشاف الأنماط يُساعد الطلاب على تحسين المقدرة الرياضية Mathematical power، ويغرس فيهم تقدير جمال الرياضيات. (NCTM, 1989, 89)

ويؤكد جرهام (Graham, 1984) أنه يمكن للمُعلم استخدام الأنماط الرياضية في استقراء الأحداث من خلال مُلاحظة ما يحدث في ظاهرة ما ووضعها في عدد من الحلول المُشابهة، وإيجاد القاعدة والعلاقة الرياضية الدالة عليها، والبرهنة على صحتها أو عدم صحتها هو نوع من استنباط الأحداث.

الإطار النظري للبحث:

أولاً: الأنماط الرياضية:

تُعتبر الرياضيات موضوعاً حياً يبحث في فهم الأنماط Patterns التي تتخلل كلاً من عقولنا والعالم من حولنا. فبرغم اعتماد لغة الرياضيات على مجموعة من القواعد التي يجب تعلمها، فإنه من المهم الذهاب بالتلاميذ إلى أبعد من مُجرد تعلم تلك القواعد بحيث يكونوا قادرين على التعبير عن الأشياء بلغة الرياضيات، وهذا يتطلب تغييرات في مناهج الرياضيات من حيث المُحتوى وأسلوب التعليم، ويتمثل ذلك في التأكيد على: البحث عن الحلول (لا مُجرد تذكر الإجراءات)، واستكشاف الأنماط Patterns (لا مُجرد تعلم الصيغ)، وصياغة التخمينات (لا مُجرد مُمارسة التدريبات (NRC, 1989, 84).

ويُعتبر البحث عن الأنماط Looking for patterns أو استكشاف الأنماط Exploring Patterns أحد استراتيجيات حل المُشكلة، فبعض المُشكلات تصاغ بحيث تتطلب طريقة حلها تحديد الأنماط الموجودة في بيانات معلومة للتنبؤ ببيانات مجهولة، ويتم ذلك عن طريق: اختبار البيانات المعلومة، ثم تنظيم النتائج بصورة مُنتظمة عن طريق عمل جدول، ثم البحث عن النمط، ثم صياغة التعبير الرياضي تأسيساً على هذا النمط. (Hatield, Edwards, & Bitter, 1993)

ونظراً لأهمية استكشاف الأنماط في تعلم الرياضيات – كما تبين– وسعياً نحو تنمية مقدرة التلاميذ على استكشاف الأنماط الرياضية اهتم كثير من البـاحثين والهيئـات التربويـة بإعـداد الأنشطة والاستراتيجيات التعليمية التي يمكن استخدامها من أجل تحقيق ذلك، فقد أصدر المجلـس القومي لمُعلمي الرياضيات بالولايات المتحدة الأمريكية NCTM سلسلة كتب مُعدة فـي ضـوء وثيقة "معايير المنهج والتقويم للرياضيات المدرسية" الصادرة عنه عام ١٩٨٩ (من بينهـا كتـب الصفوف: السادس والخامس والرابع والثالث)؛ حيث تعرض هذه الكتـب أنـشطة ذات صـبغة إستقصائية تستهدف تنمية مقدرة التلاميذ على الاستكشاف المُرتبط ببعض الموضوعات الرياضية المُختارة وتأتي في مُقدمتها استكشاف الأنماط الرياضية. (NCTM, 1992)

وقد أصدر المجلس ذاته كتاباً بعنـوان "الأنمـاط والـدوال" Patterns and Function للصفوف (الخامس – الثامن) مُعد في ضوء الوثيقة ذاتها، ويقدم أمثلة تدور حول كيفية اسـتخدام الأنماط في تنمية أو تعميق فهم المفاهيم المهمة في الأسس ونظرية العدد والأعداد النسبية والقياس والهندسة والاحتمال والدوال، ويحتوي خمـسة أقـسام: الأسـس وأنمـاط الازديـاد Growth Patterns، ونظرية العدد وأنماط العد، وأنماط الأعداد النسبية، والقيـاس والأنمـاط الهندسـية، والرسوم البيانية، والدوال كأنماط. ويبدأ دليـل كـل قـسم مـن تلـك الأقـسام باستقـصاءات Investigation تستخدم فيها الأنماط في تحليل المُشكلة وحلها (NCTM, 1991).

وقد تناولت كثير من البحوث والدراسات الأنماط الرياضية من زوايا عـدة، فقـد اعتمـد بعض الباحثين في تنميتهم لمقدرة التلاميذ على استكشاف الأنماط الرياضية على أنشطة مُرتبطـة بالأشكال الهندسية، فقد أعد "نيفن" Nevin مجموعة من الأنشطة لتلاميـذ الـصفوف (ريـاض الأطفال حتى الثامن) تتطلب: عمل أنماط باستخدام أشكال هندسية، واستخدام تلك الأنمـاط فـي أنشطة حياتية مُختلفة (Nevin, 1992)

وفي دراسة أخرى قام بها محمود الإبياري (١٩٩٨) لمعرفة المقـدرة علـى استكـشاف الأنماط العددية لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي، حيث أعد اختبار في الأنماط العددية وطبقـه على التلاميذ في نهاية الفصل الدراسي الثاني من العام ١٩٩٨ باحـدى مـدارس الإسـكندرية، وأشارت النتائج إلى إنخفاض كفاءة التلاميذ في اكتشاف النمط وعـدم اسـتخدام الإسـتراتيجيات الصحيحة في الوصول اليه.

وقد قام رمضان محمد (٢٠٠٢) بدراسة هدفت إلى التعرف علـى فاعليـة برنـامج فـي الأنماط الرياضية قائم على الإتجاهات العالمية المُعاصرة للطلاب المُعلمين بكليات التربيـة علـى

قدراتهم في حل المُشكلات الإبتكارية، وكانت العينة من مُعلمي المرحلة الإبتدائية والإعدادية بمحافظة المنوفية، والطلاب المُعلمين شعبة الرياضيات بكلية التربية جامعة المنوفية، وتوصلت الدراسة إلى أن الأنماط الرياضية عملت على تنمية قدرة الطلاب المُعلمين على حل المُشكلات الإبتكارية، وذلك لأن الأنماط تُستخدم كمُحتوى وكطريقة.

وقد استخدم أحمد رجائي (٢٠٠٩) أنشطة حول "المُتغيرات والأنماط" في تنمية التفكير الجبري وتعديل مُعتقدات الطلاب نحو طبيعة تدريس الجبر، وتكونت عينة الدراسة من ٦٠ طالباً وطالبة من طلاب الفرقة الثالثة بكلية التربية – جامعة طنطا، وتوصلت الدراسة إلى فاعلية الأنشطة في تنمية تلك المُتغيرات.

ثانياً: مهارات البرهان الرياضي:

إن أحد أهم أهداف تدريس الرياضيات على وجه العموم، والهندسة بصفة خاصة هو تعلم أفكار وطرائق البرهان الرياضي.

وللبرهان الرياضي عدة تعريفات، فيُعرفه روتمان (Rotman, 1998,222) بأنه: "حُجة قائمة على مجموعة من الفرضيات والنظريات مُصممة من قبل شخص ما لإقناع الآخرين".

ويُشير مجدي عزيز (٢٠٠٢، ٩٢) إلى أن مفهوم البرهان الرياضي يبدأ بأساليب أقرب في طبيعتها إلى مفهوم الإقناع (الإستقراء)، وينتهي بالمفهوم الرياضي بمعناه الناضج الذي يعتمد على ما يُسمى بالإستنتاج أو الإستدلال الصالح منطقياً (إذا كان ..... فإن). ويُضيف قائلاً: "أن القضية الرياضية تظل تخميناً أو فرضاً أو نتيجة مُحتملة إذا تم الوصول إليها بطريق الإستقراء، ولكنها تصبح نظرية أو نتيجة مؤكدة إذا تم الوصول إليها بطريق الإستنتاج (الإستدلال) الذي يحكمه قوانين المنطق".

ويُعرف الباحث البرهان الرياضي بأنه: "صياغة استنتاجات صالحة من ناحية المنطق وهذه الاستنتاجات تبدأ بمقدمات يُفترض أنها صواب، وتنتهي بإثبات النتيجة المطلوبة".

أما مهارات البرهان الرياضي فيُعرفها ماهر صالح (٢٠٠٨، ١٥٨) بأنها: "مجموعة الإجراءات التي تلزم الطالب للوصول إلى نتيجة ما في أحد الأنشطة الرياضية، وغالباً ما ترتبط بتخطيط للحل وبناء خطواته، وإعادة صياغة المُعطيات والمطلوب وإصدار الحكم على البرهان".

ويُعرف عزو عفانة (٢٠٠١، ٧) مهارات البرهان الرياضي بأنها: "مجموعة الإجراءات المنظمة التي ينبغي على المُتعلم القيام بها عند برهنة النظريات الرياضية أو تحليل بعض الخواص المُعطاه لوضع تصور لخطة عامة توصل إلى النتائج المطلوبة".

ويُعرف الباحث مهارات البرهان الرياضي بأنها: "مجموعة الخطوات التي يقوم بها المُتعلم عند إثبات نظرية أو حل تمرين رياضي (هندسي أو جبري)".

ويرى عزو عفانة (٢٠٠١، ٧) أن مهارات البرهان الرياضي هي كالتالي:

١- مهارة رسم المسألة.

٢- مهارة تحديد المُعطيات والمطلوب.

٣- مهارة استنتاج مضامين هندسية.

٤- مهارة إثبات صحة أو خطأ برهان هندسي.

٥- صياغة برهان هندسي في ضوء الفكرة العامة وإعطاء المطلوب.

٦- اختيار فكرة الحل المُناسبة للوصول إلى المطلوب.

٧- إجراء عمل على الرسم في ضوء الفكرة العامة للحل.

وترى سامية هلال (٢٠٠٧، ١٦٠) أن مهارات البرهان الرياضي هي:

١. مهارة تحليل مسألة البرهان.

٢. مهارة استنتاج علاقات.

٣. مهارة التوصل لفكرة الحل.

٤. مهارة كتابة البرهان.

٥. مهارة مراجعة (تقويم) البرهان.

ومهارات البرهان الرياضي كما يراها الباحث هي:

- التخطيط للبرهان الرياضي.
- بناء تتابعات البرهان الرياضي.
- صياغة البرهان الرياضي.
- تقويم البرهان الرياضي.

وللبرهان الرياضي أهمية كبيرة في تعليم وتعلم الرياضيات حيث أن دراسة البرهان الرياضي:

١. تُعد هدفاً رئيساً من أهداف تدريس الرياضيات عموماً، والهندسة بشكل خاص.

٢. تُساعد المُتعلم على التغلب على أهم الصعوبات التي تواجه عند دراسة الهندسة مثل تعليل خطوات الحل.

٣. تجعل دراسة الرياضيات ذات معنى.

٤. تُجنب المُتعلم الوقوع في خداع الإستنتاجات والعلاقات غير الصحيحة.

٥. تُنمي عند المُتعلم أنماطاً من التفكير كالتفكير الناقد والإبداعي.

ويُشير وليم عبيد (٢٠٠٤، ٤٢) إلى ضرورة أن يتدرب الطالب على استخلاص النتائج منطقياً، ويتذوق مُمارسة البرهان النظري والإستكشاف المُنظم.

ولأهمية البرهان الرياضي فقد تناولته كثير من الدراسات ومنها دراسة يوسف الإمام (٢٠٠١) والتي هدفت إلى تحديد فعالية استخدام مدخل قائم على الإنشاءات الهندسية وحل المُشكلة لتدريس الهندسة في تنمية الفهم الهندسي ومهارة البرهنة الإستنباطية لدى تلميذ الصف الثالث الإعدادي. وقد أشارة النتائج إلى تحسن مهارة البرهنة الإستنباطية لدى التلاميذ الذين درسوا بالمدخل المُقترح.

وهدفت دراسة مانسي (Mansi, 2003) إلى كشف الدور الذي يلعبه الاستنتاج والبرهان الهندسي في تعليم وتعلم الرياضيات، وقد أظهرت نتائج الدراسة إلى أن الطلاب لم يصلوا إلى المُستوى المُتقدم لفان هيل وهو مُستوى التجريد Abstract حتى يكونوا ناجحين في البرهان، كما أظهرت الدراسة أن لدى الطلاب تصورات خطأ شائعة في الهندسة والبرهان، وكيف أن ذلك يرتبط بتحصيل البرهان.

كما هدفت دراسة محمد موسى (٢٠١٠) إلى تحديد فعالية استخدام خرائط التفكير في تنمية مهارات البرهان الرياضي والتحصيل في الهندسة لدى طلاب الصف الأول الثانوي، وقد أشارة نتائج الدراسة إلى وجود حجم تأثير كبير لاستخدام خرائط التفكير في تنمية التحصيل في الهندسة ومهارات البرهان الرياضي.

ومن خلال ذلك تتضح الحاجة الهامة إلى تنمية مهارات البرهان الرياضي لدى الطلاب في جميع المراحل الدراسية.

ثالثاً: الأنشطة الإثرائية:

بالرجوع إلى (عبد العزيز المالكي، ٢٠٠٨؛ Luehmann, 2009)، يمكن تعريف الأنشطة الإثرائية بأنها: "تقديم خبرات تعليمية تزيد من عمق واتساع عملية التعلم عن العرض التقليدي للمُحتوى الأكاديمي.

وهناك أربعة أنواع للأنشطة الإثرائية وهي: (مجدي إبراهيم، ٢٠٠٣، ١٦٢؛ فريد أبو زينة، ٢٠٠٦)

١. **الإثراء الرأسي:** من خلال التعمق في أحد موضوعات المنهج عن طريق زيادة الأنشطة التي تستحث قدرات عقلية عليا لدى المُتعلم.

٢. **الإثراء الأفقي:** من خلال إضافة موضوعات جديدة ذات صلة بالمُحتوى الأساسي.
٣. **الإثراء التوسعي:** من خلال إضافة مواد تعليمية جديدة كبرامج خاصة مُستقلة عن البرامج الأساسية.
٤. **الإثراء النوعي:** من خلال البرامج التي تقدم لفئات خاصة من الطلاب مثل البرامج التي تقدم للموهوبين أو المُتفوقين.

ويتركز محور العمل في تصميم الأنشطة الإثرائية في ثلاثة توجهات عامة: (Kalkan & Ersanli, 2009)

أ) التوجه نحو العمليات العقلية (Mental Processing Oriented): ويركز هذا التوجه على طبيعة العمليات العقلية العليا التي يمكن تنميتها لدى المُتعلم مثل التفكير الإبتكاري والتفكير الناقد وسلوك حل المُشكلة والتفكير الإستدلالي.

ب) التوجه نحو المُحتوى المعرفي (Continent Oriented Cognitive): وذلك من خلال الحاق أنشطة إثرائية بالوحدات الدراسية بالمُقررات، أو عمل كتيبات خاصة بالأنشطة قد تكون ذات صلة بالمُقرر أو مُستقلة عن المُقررات، ويُعد نموذج الإستقلال هو الأكثر حداثة على مُستوى التطبيق في مراحل التعليم العام بالولايات المُتحدة.

ت) التوجه نحو نواتج التعلم (Learning Outcomes Oriented): ويركز هذا التوجه على السلوكيات التي ينجزها المُتعلم في الأنشطة الإثرائية بصورة كمية أو في وقت مُحدد بغض النظر عن طبيعة العمليات العقلية أو المعرفية التي تفسر مُستوى الإنجاز الكمي الذي ينتجه المُتعلم.

ويرى الباحث أن التصنيف السابق لتوجهات تصميم الأنشطة لا يعنى أنه تصنيف قاطع فمن المُمكن أن يتصف النشاط الواحد بأكثر من توجه ويتوقف تصنيف توجه النشاط الإثرائي على الهدف الذي يقصده مُصمم الأنشطة الإثرائية.

وهناك مجموعة من المعايير الأساسية في تصنيف الأنشطة التدريسية الخاصة بالرياضيات وهي: (عبد العزيز المالكي، ٢٠٠٨؛ فريد أبو زينة؛ ٢٠٠٦)

١) الجدة Newness: وتعنى أن الخبرات التي يمر بها المُتعلم في الأنشطة الإثرائية تتسم بنوع من الجدة والتمايز عما يقدم من أعمال روتينية تجريدية في دراسة الرياضيات الأكاديمية.

٢) التنافسية Compeitive: وتعنى أن تقوم الأنشطة الإثرائية على إيجاد نوع من التنافسية بين المُتعلم وقدرته الخاصة أو بين المُتعلم وأقرانه.
٣) المعيارية Normative: ويؤكد هذا المعيار على أهمية وضوح المعايير الكمية والكيفية المُرتبطة بإنجاز النشاط الإثرائي.
٤) التكاملية Integrative: ويشير هذا المعيار لأهمية تصميم النشاط الذي يربط بين أكثرمن مفهوم أو علاقة أو بنية تركيبية من مُحتوى الرياضيات.
٥) التنوع Diversity: ويشير إلى التنوع في الأنشطة ما بين الفردية والثنائية أو على المجموعات الصغيرة حيث أن هذا التنوع يتخلله ضمنياً تحقيق بعض الأهداف الوجدانية المُهمة في تعليم الرياضيات.

مُشكلة البحث وتساؤلاته:

تحددت مُشكلة البحث في وجود ضعف لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي في مهارات البرهان الرياضي، مما استدعى البحث عن مدخل لتنمية تلك المهارات (أنشطة اثرائية حول الأنماط الرياضية).

ويمكن صياغة مُشكلة البحث في السؤال الرئيس التالي:

"ما فاعلية استخدام برنامج قائم على الأنشطة الإثرائية في الأنماط الرياضية لتنمية مهارات البرهان الرياضي لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي؟"

أهداف البحث:

يهدف البحث الحالي إلى معرفة:

١. تحديد مهارات البرهان الرياضي الواجب تنميتها لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.
٢. التعرف على فاعلية برنامج قائم على الأنشطة الإثرائية في الأنماط الرياضية لتنمية مهارات البرهان الرياضي لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.
٣. التعرف على فاعلية برنامج قائم على الأنشطة الإثرائية في الأنماط الرياضية لتنمية مهارات البرهان الرياضي (كل مهارة على حده) لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.

أهمية البحث:

تتمثل أهمية البحث في الآتي:

١) تُقدم هذه الدراسة قائمة بمهارات البرهان الرياضي الواجب تنميتها لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي قد تفيد المُعلمين والباحثين في هذا المجال.

٢) تُقدم هذه الدراسة مجموعة من الأنشطة الإثرائية والتي قد تفيد المُخططين والقائمين على تطوير المناهج، والمُعلمين، وتلاميذ المرحلة الإعدادية في تنمية مهارات البرهان الرياضي لديهم.

٣) تقديم اختبار مهارات البرهان الرياضي ليستفيد منه الباحثين في إعداد أدواتهم.

مُصطلحات البحث:

الأنشطة الإثرائية:

يمكن تعريف الأنشطة الإثرائية بأنها: "تقديم خبرات تعليمية تزيد من عمق واتساع عملية التعلم عن العرض التقليدي للمُحتوى الأكاديمي، وتتمثل أفقياً في تزويد المُتعلمين بخبرات إضافية عن الموضوعات الدراسية، أو رأسياً في تزويد المُتعلمين بخبرات غنية عن الموضوعات التي يدرسونها بالفعل".

ويتحدد التعريف إجرائياً في الدراسة الحالية بالأنشطة التوسعية من خلال إضافة مواد تعليمية جديدة في موضوع الأنماط الرياضية كبرامج خاصة مُستقلة عن البرامج الأساسية.

الأنماط الرياضية:

هي أنشطة مكونة من مُتسلسلة من الأعداد أو الأشكال أو الرموز .... وتتطلب تلك الأنشطة التعرف علي النمط واكتشافه والتعبير عنه لفظياً ورمزياً (الوصول لقاعدة النمط) باستخدام بعض الإستراتيجيات التدريسية.

البرهان الرياضي:

ويُعرف الباحث مهارات البرهان الرياضي بأنها: "مجموعة الخطوات التي يقوم بها المُتعلم عند إثبات نظرية أو حل تمرين رياضي (هندسي أو جبري)، ويُقاس بالدرجة التي يحصل عليها التلميذ في اختبار مهارات البرهان الرياضي.

حدود البحث:

يلتزم البحث الحالي بالحدود التالية:

- اقتصر البحث على تلاميذ الصف الثاني الإعدادي في مدرسة الدكتور محمد أبوالليل الإعدادية، التابعة لمديرية التربية والتعليم بالدقهلية.
- اقتصر البحث على مهارات البرهان الرياضي التالية: التخطيط للبرهان الرياضي – بناء تتابعات البرهان الرياضي– صياغة البرهان الرياضي– تقويم البرهان الرياضي.

اعداد مواد وأدوات البحث:

أولاً: برنامج الأنشطة الإثرائية:

أ- أسس برنامج الأنشطة الإثرائية:

في ضوء ما ورد في الإطار النظري، استند بناء برنامج الأنشطة الإثرائية المُقترح في الأنماط على مجموعة من الأسس المُشتقة من المصادر التالية:

- مُراعاة خصائص النمو لتلاميذ المرحلة الإعدادية.
- أهداف تدريس الرياضيات بالمرحلة الإعدادية.
- الإتجاهات الحديثة في إعداد الأنشطة الإثرائية في الرياضيات.
- قائمة مهارات البرهان الرياضي المُعدة من قبل الباحث.

وبناءاً على ذلك فقد تمثلت أسس إعداد برنامج الأنشطة الإثرائية المُقترح القائم على الأنماط الرياضية فيما يلي:

- مُراعاة حاجات وقدرات واهتمامات تلميذ الصف الثاني الإعدادي، وما يرتبط بذلك من عمره الزمني ومُستوى نضجه، بالإضافة إلى مُعدل سرعة تعلمه وحصيلته المعرفية في الرياضيات.
- صياغة الأهداف الإجرائية بصورة واضحة ليس فيها غموض.
- مُراعاة استخدام لغة تُناسب جميع مُستويات مجموعة البحث.
- مُراعاة المرونة في المُحتوى بحيث يكون قابلاً للتعديل والتغيير.
- تقديم مُحتوي جديد عبارة عن أنشطة في الأنماط الرياضية (أنماط عددية وأنماط هندسية)
- التدرج في مُحتوى كل جلسة بطريقة منطقية (من السهل إلى الصعب ومن البسيط إلى المركب).
- التنوع في طرق التعليم والتعلم التي تجعل التلميذ في الرياضيات نشطاً وفعالاً في جميع مواقف التعليم والتعلم: مثل حل المُشكلات ، العصف الذهني، التعلم التعاوني، وذلك تبعاً لطبيعة الموقف التعليمي، ومُستوى ونوع التعلم المُراد تحقيقه بما يحقق الفروق الفردية بين أفراد مجموعة البحث.
- استخداد اسلوب التقويم التكويني المُستمر في البرنامج لما له من أثر فعّال في تحقيق الهدف من البرنامج.

– تقويم نمو التلميذ المعرفي والمهاري بصورة مُستمرة عن طريق استخدام أساليب تقويم مُتنوعة، من خلال تدريبات وواجبات منزلية، والتي ترتكز على مهارات التفكير العليا والإبداع والتميز في الأداء.

– مُراعاة الإمكانات المادية والبشرية في في تخطيط وتنفيذ البرنامج والمُتاحة في المرحلة الإعدادية.

ب– الأهداف العامة للبرنامج الإثرائي المُقترح:

– تنمية مهارات البرهان الرياضي لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.

– تنمية القدرة على حل مُشكلات رياضية غير نمطية.

– تنمية الاتجاه نحو دراسة الرياضيات من خلال دراسة الأنماط الرياضية.

ج– الإستراتيجيات المُستخدمة في البرنامج الإثرائي المُقترح:

يقوم البرنامج المُقترح على الاستراتيجيات التالية: المُناقشة – حل المُشكلات – العمل في مجموعات – العصف الذهني – استخدام نشاطات مُفتوحة النهاية.

د– المُدة الزمنية وجلسات البرنامج الإثرائي المُقترح:

يُدرس البرنامج المُقترح في ست جلسات بواقع جلستين في الأسبوع وكل جلسة تمتد لحصتين دراسيتين، وتحتوي هذه الجلسات على أنشطة حول الأنماط الرياضية (كل جلسة نشاطين)، ومُحدد لكل جلسة أهدافها ومُحتواها واستراتيجيات تدريسها ووسائل التدريس المُستخدمة فيها وأساليب التقويم أيضاً.

وقد تم عرض الأنشطة وأدواتها على خمس من مُعلمي رياضيات المرحلة الإعدادية قبل التجريب لتطويرها والتحقق من مُناسبتها للتنفيذ.

ثانياً: إعداد اختبار مهارات البرهان الرياضي:

لقد مر اعداد اختبار التفكير الجبري بالخطوات التالية:

أ– **الهدف من الاختبار:**

تمثل هدف الاختبار في قياس اكتساب تلاميذ الصف الثاني الإعدادي (مجموعة الدراسة التجريبية) لمهارات البرهان الرياضي التي سبق تحديدها، ويتفق الباحث مع ما ذهب إليه كل من عبدالله عزب (٢٠٠٠)، و أحمد سيد أحمد (٢٠٠٥)، وعلاء متولي (٢٠٠٦) من أن الأسئلة التي تناسب الهدف من هذا الاختبار يجب أن تكون من نوع أسئلة المقال حيث يوجد فيها مجال مُتسع

لتقويم االتحصيل في المُستويات المعرفية العليا التي تتطلبها طبيعة البرهنة الرياضية خاصة فيما يتعلق بحل المُشكلات.

ب- صياغة مفردات الاختبار:

حيث أن البرهان الرياضي يعتمد على مُتغيرين أساسين هما: المعارف الرياضية التي يمتلكها المُتعلم، وقدرة المُتعلم على توظيف تلك المعارف باستخدام مهارات البرهان الرياضي المُكتسبة، واتباع أساليب مُباشرة وغير مُباشرة في عملية البرهنة، لذلك رأى الباحث ضرورة صياغة مفردات الاختبار في صورة مواقف رياضية، ليس الهدف منها فقط مدى اكتساب التلميذ للمعارف الرياضية المُتضمنة بها، وإنما يتمثل الهدف من اختبار هذه المواقف الرياضية في قياس قدرة التلميذ على توظيف تلك المعارف للبرهنة على صحة بعض القضايا الرياضية المُختارة، وكذلك أسلوب (نمط) البرهان الذي يتبعه التلميذ.

وحيث أنه ليس من الضروري أن تتضمن آية عملية برهنة رياضية جميع مهارات البرهان الرياضي، كما أنه من الصعوبة بمكان إعداد اختبار يقيس كل مهارات البرهان الرياضي والتي تتضمنتها قائمة المهارات، لذلك فقد قام الباحث بتحديد المهارات الرئيسة المُستهدفة والتي لا تخلوا منها أي برهنة وهي: التخطيط للبرهان الرياضي – بناء تتابعات البرهان الرياضي- صياغة البرهان الرياضي- تقويم البرهان الرياضي.

وقد تكوَّن الاختبار في صورته النهائية من (٨) مُشكلات، وهي من نمط أسئلة المقال، كل منها يمثل موقفاً رياضياً.

ج- تحديد مواصفات الاختبار:

استند اختبار مهارات البرهان الرياضي على مواقف رياضية سبق للتلاميذ دراستها، وبما أن مهارات البرهان على نفس الدرجة من الأهمية فالبتالي فإن الوزن النسبي لكل بعد من أبعاد الاختبار متساوٍ، وتم وضع لكل بعد مشكلتين (موقفين).

جدول (١) توزيع أسئلة اختبار التفكير البرهان الرياضي

أبعاد التفكير الجبري	عدد المُشكلات	الدرجة	الوزن النسبي %
التخطيط للبرهان الرياضي	٢	٢٠	%٢٥
بناء تتابعات البرهان الرياضي	٢	٢٠	%٢٥
صياغة البرهان الرياضي	٢	٢٠	%٢٥
تقويم البرهان الرياضي.	٢	٢٠	%٢٥
الإجمالي	٨ مواقف	٨٠	%١٠٠

د- صدق الاختبار:

تم عرض الاختبار في صورته الأولية على مجموعة من السادة المُحكَمين في مجال المناهج وطرق تدريس الرياضيات؛ وذلك للتحقق من أن مفردات الاختبار تقيس مهارات التخطيط للبرهان الرياضي، ومهارات بناء تتابعات البرهان الرياضي، ومهارات صياغة البرهان الرياضي، ومهارات تقويم البرهان الرياضي. ومُناسبة تلك المفردات لمُستوى طلاب الصف الثاني الاعدادي، ومدى وضوع الصياغة العلمية واللغوية، وتم عمل التعديلات في ضوء السادة المُحكَمين.

ه- التجريب الإستطلاعي للاختبار:

تم على عينة استطلاعية من تلاميذ مدرسة الخمسة الإعدادية التابعة لمديرية التربية والتعليم بالدقهلية، وتكونت العينة من (٣٠) تلميذ وتلميذة في بداية العام الدراسي ٢٠١٩-٢٠٢٠م، وأُعيد تطبيقه عليهم مرة ثانية بعد أسبوعين من التطبيق الأول، وتم حساب مُعامل الارتباط بين درجات التطبيقين فوجد (٠,٨٢)، ويعبر عن ثبات مقبول من الناحية الإحصائية، وكان الزمن المُناسب للاختبار حوالي (١٢٠ دقيقة) بواقعين حصتين، وكانت التعليمات واضحة لدى مُعظم التلاميذ.

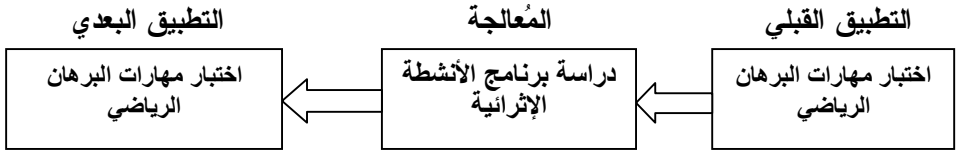
و- الصورة النهائية للاختبار:

بلغ عدد أسئلة الاختبار في الصورة النهائية من (٨) مُشكلات موزعة على أبعاد الاختبار الأربعة، والتصحيح يتم بطريقة تحليلية، والدرجة النهائية لهذا الاختبار هي (٨٠) درجة.

ثالثاً: إجراءات البحث:

١. منهج البحث والتصميم شبه التجريبي:

اعتمدت الدراسة الحالية على المنهج شبه التجريبي باستخدام تصميم المجموعة الواحدة ذو القياس القبلي والبعدي بالنسبة لمُتغيرات الدراسة كما هو موضح بالتصميم:



شكل (١) التصميم شبه التجريبي للدراسة

وتم المقارنة بين التطبيق القبلي والتطبيق البعدي لمجموعة الدراسة باستخدام اختبار Paired t-test.

٢. اختيار عينة البحث:

تم اختيار عينة البحث من تلاميذ الصف الثاني الإعدادي بمدرسة الدكتور محمد أبو الليل الاعدادية بمديرية التربية والتعليم بالدقهلية، وهي فصل ١/٢ والبالغ عددهم (٣٠) تلميذ وتلميذة، واختيار الفصل تم بطريقة عشوائية.

٣. التطبيق القبلي لأداة البحث:

تم تطبيق أداة البحث المُتمثلة في اختبار مهارات البرهان الرياضي على عينة البحث قبلياً، وكانت نتائج التطبيق في بداية الفصل الدراسي الأول من العام الدراسي ٢٠١٩/٢٠٢٠، ثم قام الباحث بتصحيح إجابات التلاميذ ورصد النتائج.

٤. التدريس لمجموعة البحث:

تم تطبيق برنامج الأنشطة الإثرائية على عينة البحث التجريبية في بداية الفصل الدراسي الاول من العام الدراسي ٢٠١٩-٢٠٢٠م، ولمدة ثلاثة أسابيع بواقع جلستين أسبوعيا (كل جلسة نشاطين)، حيث تستغرق الجلسة حصتين دراسيتين.

٥. التطبيق البعدي لأداة البحث:

تم تطبيق اختبار مهارات البرهان الرياضي على مجموعة البحث بعدياً (أي بعد الإنتهاء من جلسات البرنامج بأسبوع)، بعد ذلك تم تصحيح الإجابات ورصد الدرجات.

٦. فروض البحث:

للإجابة على سؤال البحث الرئيس، تم مراجعة أدبيات البحث السابقة والتي تناولت مُتغيرات الدراسة الحالية، وبناءاً على ذلك تم ترجمة سؤال البحث في صورة فرضين لاختبارهما إحصائياً، وهما:

١. لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات تلاميذ مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي لإختبار مهارات البرهان الرياضي (الأبعاد والدرجة الكلية).

٢. لا توجد فاعلية لبرنامج الأنشطة الإثرائية في تنمية مهارات البرهان الرياضي لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.

نتائج البحث:

للإجابة على سؤال البحث الرئيس فقد تم الآتي:

أ) اختبار الفرض الأول والذي نص على:

"لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات تلاميذ مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي لإختبار مهارات البرهان الرياضي (الأبعاد والدرجة الكلية)".

وللتحقق من صحة هذا الفرض، تم استخدام اختبار t-test؛ وذلك لحساب دلالة الفرق بين مُتوسطي درجات تلاميذ مجموعة البحث على اختبار مهارات البرهان الرياضي قبل وبعد دراستهم للبرنامج المُقترح، وجدول (٢) يُبين تلك النتائج:

جدول (٢)

أبعاد الإختبار	التطبيق	ن	درجات الحرية df	المتوسط	مُتوسط الفروق	مجموع مُربعات انحراف الفروق عن مُتوسطها	قيمة "ت"	الدلالة
التخطيط للبرهان الرياضي	قبلي	٣٠	٢٩	٣,٣٦١	١٢,٣	٦٩٦,٤٠١	١٣,٦	٠,٠١
	بعدي	٣٠		١٥,٦٦١				
بناء تتابعات البرهان الرياضي	قبلي	٣٠	٢٩	٢,٢٦٠	١١,٧٤	٦٦٩,٩٠١	١٣,٣	٠,٠١
	بعدي	٣٠		١٤,٠٠٠				
صياغة البرهان الرياضي	قبلي	٣٠	٢٩	١,٥٠٠	١٢,١٠١	١٠٩١,٣٠٠	١٠,٣	٠,٠١
	بعدي	٣٠		١٣,٦٠١				
تقويم البرهان الرياضي.	قبلي	٣٠	٢٩	١,٢٣١	١٢,١٧	٧٨٣,١٠١	١٢,٨	٠,٠١
	بعدي	٣٠		١٣,٤٠١				
الدرجة الكلية للإختبار	قبلي	٣٠	٢٩	٨,٣٥٢	٤٨,٣١١	١٩٥٧,٥٠٢	٣١,٣	٠,٠١
	بعدي	٣٠		٥٦,٦٦٣				

المُتوسط والانحراف المعياري وقيمة "ت" لدى تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار البرهان الرياضي (الأبعاد والدرجة الكلية)

يتبين من الجدول السابق وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين مُتوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي في الأبعاد الفرعية لاختبار البرهان الرياضي، وفي الدرجة الكلية للإختبار لصالح الأداء البعدي (ذو المُتوسط الأعلى)، حيث جاءت جميع قيم "ت" دالة إحصائياً عند مُستوى دلالة (٠,٠١) ودرجة حرية (٢٩).

وبناءاً على ذلك تم رفض الفرض الأول من فروض البحث، وقبول الفرض البديل، والذي ينص على:

" يوجد فرق ذو دلالة إحصائية عند مُستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠٥) بين مُتوسطي درجات تلاميذ مجموعة البحث في التطبيقين القبلي والبعدي لإختبار مهارات البرهان الرياضي (الأبعاد والدرجة الكلية) وذلك لصالح الأداء البعدي".

وهذا يدل على وجود أثر لتدريس برنامج الأنشطة الإثرائي على تلاميذ المجموعة التجريبية في اختبار مهارات البرهان الرياضي، ويتضح ذلك في التطبيق البعدي.

ولتحديد حجم تأثير البرنامج في تنمية مهارات البرهان الرياضي لدى تلاميذ مجموعة البحث، كان لا بد من حساب حجم التأثير وكانت النتائج كالتالي:

جدول (٣)

قيم (η^2) وحجم تأثير البرنامج الإثرائي على البرهان الرياضي لدى تلاميذ مجموعة البحث

الأبعاد	قيمة η^2	حجم التأثير
التخطيط للبرهان الرياضي	٠,٨٦٥	كبير
بناء تتابعات البرهان الرياضي	٠,٨٦٠	كبير
صياغة البرهان الرياضي	٠,٧٨٠	كبير
تقويم البرهان الرياضي.	٠,٨٥٠	كبير
الدرجة الكلية للاختبار	٠,٩٧٠	كبير

يتضح من الجدول السابق أن برنامج الأنشطة الإثرائي له تأثير كبير في تنمية البرهان الرياضي لدى تلاميذ مجموعة البحث التجريبية، حيث تراوحت قيم (η^2) في كل بعد من أبعاد اختبار البرهان الرياضي وفي الاختبار ككل ما بين (٠,٧٨ – ٠,٩٧).

ب) اختبار الفرض الثاني والذي نص على:

"لا توجد فاعلية لتدريس برنامج الأنشطة الإثرائية في تنمية مهارات البرهان الرياضي لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي".

وللتحقق من هذا الفرض، تم استخدام (الكسب المُعدل) لدرجات مجموعة البحث قبل وبعد تطبيق البرنامج، وتتلخص نتائج هذه المُعالجة الإحصائية في الجدول التالي:

جدول (٤)

الكسب المُعدل لدرجات التلاميذ في أبعاد البرهان الرياضي

مهارات البرهان الرياضي	المُتوسط القبلي	المُتوسط البعدي	النهاية العظمى	الكسب المُعدل	الدلالة الإحصائية
التخطيط للبرهان الرياضي	٣,٣٦١	١٥,٦٦١	٢٠	١,٣٥٥	دالة
بناء تتابعات البرهان الرياضي	٢,٢٦٠	١٤,٠٠٠٠	٢٠	١,٢٤٧	دالة
صياغة البرهان الرياضي	١,٥٠٠٠	١٣,٦٠١	٢٠	١,٢٣٠	دالة
تقويم البرهان الرياضي.	١,٢٣١	١٣,٤٠١	٢٠	١,٢٩١	دالة
الدرجة الكلية للاختبار	٨,٣٥٢	٥٦,٦٦٣	٨٠	١,٢٦٣	دالة

يتضح من الجدول أن (الكسب المُعدل) دال، وهذا معناه أن لبرنامج الأنشطة الإثرائي فاعلية في تنمية مهارات البرهان الرياضي، وبالتالي يُرفض الفرض الصفري ويُقبل الفرد البديل وهو:

"توجد فاعلية لبرنامج الأنشطة الإثرائية في تنمية مهارات البرهان الرياضي لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي".

وتتفق نتائج هذا البحث مع دراسة مانسي (Mansi, 2003)، ودراسة علاء متولي (٢٠٠٦)، ودراسة محمد خليل (٢٠٠٩)، ودراسة محمد موسى (٢٠١٠). حيث توصلت نتائج هذه الدراسات إلى تنمية البرهان الرياضي باستخدام مُتغيرات بحثية مُختلفة.

ويمكن إرجاع نمو مهارات البرهان الرياضي لدى تلاميذ المجموعة التجريبية بالصف الثاني الإعدادي إلى الأسباب التالية:

١. خطوات حل الأنشطة الإثرائية في الأنماط الرياضية يتبع أسلوب حل المُشكلة وبالتالي نمو التفكير الاستدلالي، حيث استخدم تلاميذ المجموعة التجريبية الطريقة الاستقرائية في اكتشاف الأنماط الرياضية، وهذا يؤدي إلى نمو مهارات البرهان الرياضي لدى عينة البحث، وهذا ما أكدته دراسة رمضان محمد (٢٠٠٢)، ودراسة أحمد رجائي (٢٠٠٩).

٢. استخدام استراتيجية التعلم التعاوني والمُناقشة والحوار في البرنامج الإثرائي أثناء حل الأنشطة أدى إلى نمو مهارات البرهان الرياضي لدى عينة البحث.

٣. يرجع نمو مهارات البرهان الرياضي لدى عينة البحث إلى طبيعة البرنامج وتركيزه على العديد من الأمثلة والتدريبات التي توضح كيفية استخدام أساليب مُباشرة وغير مُباشرة في

البرهنة الرياضية، وليس الإقتصار على مُجرد حفظ بعض البراهين الخاصة ببعض النظريات أو التمارين المشهورة.

٤. التعرض لأنماط مواقف رياضية غير مألوفة ولم يتعود عليها التلميذ من قبل تُساعده على برهنة المُشكلات الرياضية.

٥. رغبة الطلاب في التعرض إلى أنشطة مشابهة تحتاج إلى ممارسة نمط البرهنة في موضوع الأنماط الرياضية.

٦. شعور التلاميذ بروح المُنافسة فيم بينهم أدى إلى الرغبة في برهنة مواقف رياضية والوصول إلى مرحلة التقويم النهائي.

٧. تهيئة الباحث للفرص المُناسبة أمام التلاميذ للتجريب والإكتشاف والتخمين، والعمل على تنمية الثقة في أنفسهم، واشعارهم الحاجة إلى إثبات صحة ما يفكرون به، وشعورهم بالمُتعة الذهنية أثناء التفكير في البرهان، قد ساهمت بشكل فعّال في إبراز هذه النتيجة.

٨. استخدام مدخل قائم على الأنماط في التدريس له تأثير فعّال على نواتج التعلم؛ وبخاصة تنمية القدرة على حل المُشكلات الإبتكارية، حيث أن الأنماط تستخدم كمُحتوى وكطريقة، وهذا ما أكدت عليه دراسة رمضان محمد (٢٠٠٢).

توصيات البحث:

في ضوء ما أسفر عنه البحث من نتائج، يُمكن تقديم التوصيات التالية:

١) أظهرت نتائج البحث وجود أثر إيجابي لبرنامج الأنشطة الإثرائي في تنمية البرهان الرياضي، لذلك فإن الباحث يوصي باستخدام البرنامج في تنمية مُتغيرات أخرى كالتفكير الإبداعي.

٢) الإهتمام من جانب القائمين على تأليف كتب الرياضيات بهذه الأنشطة الإثرائية وتضمينها في المنهج.

٣) تقديم برنامج الأنشطة الإثرائي القائم على الأنماط الرياضية باستخدام الكمبيوتر والوسائط التكنولوجية المُختلفة.

٤) التأكيد على أهمية استخدام المُعلم لطرائق التدريس المُناسبة والتي تؤكد على الاستنتاج وأسلوب حل المُشكلات والإستقصاء، والتي تقود الطلاب لإكتشاف القواعد والقوانين الخاصة بها.

٥) وضع خطة مُتكاملة لتدريس البرهان الرياضي عبر المراحل الدراسية المُختلفة مع التأكيد على الجوانب الآتية:

- تدريس الأسس المنطقية للبراهين الرياضية المُختلفة.
- الإهتمام بتدريس البراهين المُباشرة بجانب البراهين غير المُباشرة.
- استخدام طريقة العمودين عند كتابة أو عرض البراهين الرياضية، وذلك في سبيل تعويد الطلاب على كتابة البراهين الرياضية بصورة استدلالية مُتسلسلة، وأهمية تعليل كل خطوة من خطوات البرهان.

بحوث ودراسات مُقترحة:

في ضوء نتائج البحث يُمكن أن تنبثق البحوث والدراسات التالية:

١) إجراء دراسة مُماثلة للدراسة الحالية على مُتغيرات أخرى، كالتفكير الإبداعي، ومهارات حل المُشكلات، والنمذجة الرياضية.

٢) إجراء دراسة مُماثلة للدراسة الحالية على مراحل دراسية أخرى، كالمرحلة الثانوية.

٣) بناء برامج أنشطة إثرائية أفقية ورأسية مُرتبطة بالمنهج الدراسي لتنمية البرهان الرياضي.

٤) دراسة فاعلية دراسة الأنماط الرياضية باستخدام التكنولوجيا الحديثة على مُتغيرات مُختلفة لدى طلاب مراحل دراسية مُختلفة.

٥) برنامج تدريبي في الأنماط الرياضية لمُعلمي الرياضيات في المرحلة الإبتدائية – الإعدادية – الثانوية، وأثر ذلك على تفكيرهم الرياضي.

٦) برنامج تدريبي في الأنماط الرياضية لموجهي الرياضيات بالمرحلة الإبتدائية والإعدادية أو الثانوية، وأثره على مهارات التفكير الإبداعي.

مراجع البحث

أولاً: المراجع العربية:

أحمد محمد رجائي (٢٠٠٩). تأثيرات دراسة الطلاب معلمي الرياضيات لأنشطة حول "المتغيرات والأنماط" في تنمية التفكير الجبري وتعديل معتقداتهم نحو طبيعة تدريس الجبر، **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد الثاني عشر.

رمضان رفعت محمد سليمان (٢٠٠٢). على فاعلية برنامج في الأنماط الرياضية قائم على الاتجاهات العالمية المعاصرة للطلاب المعلمين بكليات التربية على قدراتهم في حل

المشكلات الإبتكارية، **المؤتمر العلمي السنوي الثاني لجمعية تربويات الرياضيات، البحث في تربويات الرياضيات،** (٤-٥) أغسطس، دار الضيافة – جامعة عين شمس، القاهرة.

سامية حسانين هلال (٢٠٠٧). فعالية استراتيجية مُقترحة في تدريس الهندسة لتنمية مهارات البرهان الرياضي لدى تلميذات المرحلة المتوسطة، **المؤتمر العلمي السابع: الرياضيات للجميع، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات،** دار الضيافة، جامعة عين شمس، (١٧-١٨) يوليو.

عبد العزيز المالكى، (٢٠٠٨). اثر استخدام الأنشطة الإثرائية بواسطة برنامج حاسوبى فى علاج صعوبات تعلم الرياضيات لدى تلاميذ الصف الثالث الإبتدائى، رسالة ماجستير، غير منشورة، جامعة أم القرى.

عزو اسماعيل عفانة (٢٠٠١). تنمية مهارات البرهان الهندسي لدى طلاب الصف السابع الأساسي بغزة في ضوء مدخل فان هيل، **دراسات في المناهج وطرق التدريس،** العدد (٧٠)، مايو، الجمعية المصرية للمناهج وطرق التدريس، كلية التربية، جامعة عين شمس.

علاء الدين سعد متولي (٢٠٠٦). فعالية استخدام مداخل البرهنة غير المُباشرة في تنمية مهارات البرهان الرياضي واختزال قلق البرهان وتحسين مهارات التواصل الرياضي لدى الطلاب معلمي الرياضيات، **مجلة تربويات الرياضيات،** المجلد التاسع، نوفمبر.

فريد كامل أبو زينة (٢٠٠٦). **مناهج الرياضيات المدرسية وتدريسها،** الإمارات، مكتبة الفلاح.

فريدريك بل (١٩٩٤). **طرق تدريس الرياضيات،** (الجزء الأول)، (ط٣)، (ترجمة: محمد أمين المفتي؛ ومحمد سليمان؛ مراجعة: وليم تاوضروس عبيد)، القاهرة، الدار العربية للنشر والتوزيع.

ماهر محمد صالح (٢٠٠٨). أثر استراتيجية مقترحة للبحث عن نمط للحل في تنمية مهارات البرهان الهندسي وخفض القلق منه لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي، **مجلة تربويات الرياضيات،** المجلد (١١)، يناير.

مجدى عزيز إبراهيم، (٢٠٠٣). **مناهج تعليم ذوى الاحتياجات الخاصة فى ضوء متطلباتهم الإنسانية والاجتماعية المعرفية** ، القاهرة، الأنجلو المصرية.

مجدي عزيز إبراهيم (٢٠٠٢): **البرهان والمنطق في تدريس الرياضيات،** القاهرة، دار نهضة الشروق للطباعة والنشر والتوزيع.

محمد موسى محمد بني موسى (٢٠١٠). فاعلية استخدام خرائط التفكير في تنمية مهارات البرهان الرياضي والتحصيل في الهندسة لدى طلاب الف الأول الثانوي، **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد الثالث عشر، يوليو.

محمود أحمد الإبياري (١٩٩٨). المقدرة على استكشاف الأنماط العددية لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي، **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد الأول، ديسمبر.

وليم تاوضروس عبيد (٢٠٠٤). **تعليم الرياضيات لجميع الأطفال في ضوء مُتطلبات المعايير وثقافة التفكير**، عمان، الأردن، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.

وليم توضروس عبيد، ومحمد أمين المفتي، وسمير إليا القمص (٢٠٠٠). **تربويات الرياضيات**، (ط٤)، القاهرة، مكتبة الأنجلو المصرية.

يوسف الحسيني الإمام (٢٠٠١). استخدام مدخل الإنشاءات الهندسية وحل المُشكلة في تنمية الفهم الهندسي ومهارات البرهان عند تلاميذ المرحلة الإعدادية، **مجلة تربويات الرياضيات**، المجلد الرابع، أبريل.

ثانياً: المراجع الأجنبية:

Graham. M. (1984). Modern Elementary Math. Fourth Edition, Horcourt Brace Jovanich. Publishers, New yourk, London.

Hatfield, M. M., Edwards, N. T., & Bitter, G. G. (1993). Mathematics Methods for the Elementary and Middle School. Second Edition, Allyn & Bacon.

Kalkan, M& Ersanli, E. (2009). "The Effects of the Cognitive-Behavioral Marriage Enrichment Program on the Dysfunctional Attitudes of Couples ". *Hacettepe University Journal of Education*, v.36 ,P.129-135.

Luehmann, A.(2009). Students' Perspectives of a Science Enrichment Programme: Out-of-School Inquiry as Access. *International Journal of Science Education*, v.31,n.13, p.1831:1855.

Mansi, Kate (2003). Reasoning and Geometric Proof in Mathematics Education: A Review of the Literatur. *Dissertation Abstracts International (DAI)*, Vol. (42-04), Page (1111), AAIEP (10145).

Natinal Research Council. (1989). Everybody Counts: A report to the Nation on the Future of Mathematics Education, Washington, D.C.: National Academy Press.

National Council of Teachers of Mathematics (1989).Curriculum and Evaluation Standards for school Mathematics. Reston VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (1991). Patterns and Function. Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics Addenda Series, Grades 5-8, NCTM, Inc., Reston, Va. (ERIC: ED339598).

National Council of Teachers of Mathematics (1992). Sixth-Grade Book. Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics Addenda Series, Grades K-6, NCTM, Inc., Reston, Va. (ERIC: ED351202).

Nevin, M. L.; Fennell, F. (1992): Ideas, Arithmetic Teacher, 39(5), 16-33.

Rotman, Joseph (1998): Journey into Mathematics: An Introduction to Proofs, Prentice-Hall, U.S.A.