منطق الكمبيوتر
بحث في علاقة منطق جورج بول بالهاردوير

د/ أحمد عصام الدين عبد الجواد*

Ahmed_Abdelgawad@arts.suezuni.edu.eg

ملخص:

البحث الحالي عن المنطق والحاسوب- لا العكس- وقد انطلق الباحث فيه من المنطق ممثلًا في أحد نماذجه وهو منطق «جورج بول»، وذلك كمدخل أساسي لتحليله ومناقشة أفكاره الرئيسية التي يستند إليها، ثم يتناول أبعاده التطبيقية في الحاسوب، وذلك من خلال تأسيسه للبوابات المنطقية للحاسوب. وقد قدم الباحث من خلال هذا البحث شرحًا وتحليلًا لقوانين منطق «جورج بول»، وأوضح مدى تشابهها مع قوانين علم الجبر أو الحساب، ثم بين كيفية تطبيق بعض تلك القوانين في بوابات الحاسوب المنطقية، وأخيرا؛ قدم الباحث لدور بعض تلك القوانين في تبسيط البوابات المنطقية داخل الدوائر المنطقية في الحاسوب.

الكلمات المفتاحية: المنطق، الكمبيوتر، جورج بول، الهاردوير.

* مدرس المنطق والتفكير العلمي، كلية الآداب، جامعة السويس.

1: 1 المقدمة:

شهد العالم تطورات تكنولوجية متلاحقة مهدت لبداية عصر جديد اصطلح عليه المؤرخون بعصر ثورة تكنولوجيا المعلومات، الذي شهد ميلاد أهم مبتكرات العقل البشري وأبرز معالم هذا العصر، وهو "الكمبيوتر"[1]. الذي يُعد ناتجا من نواتج التقدم العلمي المعاصر، وأحد الدعائم التي تقود هذا التقدم.

وقد أسهم المنطق الرياضي[2] بشكل فاعل في بناء وتطوير علوم الكمبيوتر المتعددة كالهاردوير[3]، الذكاء الاصطناعي[4]، قواعد البيانات[5]، لغات البرمجة[6]... إلخ، والتي تشهد جميعها بأنها مستقاة من موضوعات المنطق الرياضي، الذي يُعد أحد أهم المجالات المعرفية التي لا يمكن النظر إليها بمعزل عن التوجهات المعرفية الحالية والمستقبلية، والتي لا يمكن اختزالها أو تقزيمها من أجل التعامل مع أمور جزئية منفصلة عن بعضها البعض، بل يجب أن تلتحم المعرفة المنطقية بتطبيقاتها المتعددة.

لذلك اختار الباحث "منطق الكمبيوتر" ممثل ا في "علاقة منطق جورج بول بالهاردوير" موضوع ا لهذا البحث، هادف ا خلاله إلى الكشف عن أبرز النظريات المنطقية التي تم تطبيقها في علوم الكمبيوتر. ومن ثم، إدراك حقيقة الأبعاد والعلاقات القائمة بين المنطق والكمبيوتر. خاصة وأن تلك الأبعاد والعلاقات اكتسبت معان جديدة في عصورنا الراهنة.

ويناقش هذا البحث فرضًا رئيسًا يعنى ببيان أفكار "جورج بول"[7] الأساسية في حساب الأصناف The Calculus of Classes)[8] وذلك في ضوء علاقة المنطق بالجبر. ويمتد هذا الفرض ليتناول علاقة إجراءاته المنطقية[9] وقوانينه بالسلوك المنطقي للبوابات المنطقية Logic Gates، وأيضًا دورها في تبسيط واختزال عدد تلك البوابات داخل الدائرة المنطقية Logic Circuit بالكمبيوتر.

وكان علي الباحث عند التحقق من ذلك الفرض أن يقسم البحث الحالي إلى ثلاث مباحث، تسبقها مقدمة لموضوع البحث، وتعقبها خاتمة البحث ثم هوامش البحث وقائمة المراجع.

دار المبحث الأول حول تاريخ منطق الكمبيوتر حتى "جورج بول"؛ حيث بدأ بتناول مفهوم الاتجاه التطبيقي لعلم المنطق، ثم نظام العد الثنائي بالكمبيوتر، وأخير ا البوابات والدوائر المنطقية بالكمبيوتر.

وتناول المبحث الثاني المصطلح الرمزي لمنطق "جورج بول"، في إطار رؤيته لعلاقة المنطق بالجبر؛ والتي جمع خلالها – بريادة تُحسب له – بين مباحث رياضية خالصة ومباحث منطقية صرفة.

وامتدادا لتلك الرؤية من جهة، وتأكيدا للغة الجبر المنطقي التي أسهمت في بناء وتطوير الكمبيوتر من جهة أخرى، فقد تطرق المبحث الثالث إلى السلوك المنطقي للبوابات والدوائر المنطقية.

ونظرا لطبيعة الموضوع وأبعاده المختلفة، فقد آثر الباحث لمعالجته من الناحية المنهجية استخدام المنهج التحليلي التاريخي النقدي المقارن.

1: 2 تاريخ منطق الكمبيوتر:

كان "الكمبيوتر" حلمًا راود تفكير الرياضيون والمناطقة، ثم أصبح واقعًا ملموسًا يهدف إلى إنجاز الإجراءات الحسابية المعقدة في وقت قصير وبدقة متناهية. وكان للمناطقة والرياضيين دور رئيس في بنائه وتطويره. وقد بدأت علاقة المنطق وأهميته بالنسبة للكمبيوتر منذ عشرين أو ثلاثين عام ا مضت؛ ورغم أن تطبيقات المنطق ليست بارزة في علوم الكمبيوتر مثلما كانت كذلك في الرياضيات، فثمة من يعتقد بأن المنطق يُعد أكثر أهمية في علوم الكمبيوتر مقارنة بدوره في الرياضيات، حيث إن أقسام كبيرة من علوم الكمبيوتر تُعد بمثابة تطبيقات لمناهج المنطق على اختلاف صورها. ولعل هذا ما دفع البعض للقول بأن "المنطق هو المؤسس لعلوم الكمبيوتر"[(10)]. فلا تستقيم أسس وأطر علوم الكمبيوتر دون الاعتماد على علم المنطق.

وتندرج تطبيقات منطق "جورج بول" في الكمبيوتر تحت جنس أعم هو "الاتجاه التطبيقي لعلم المنطق" الذي يُعد من أهم فروع المعرفة الإنسانية.

1: 2: 1 مفهوم الاتجاه التطبيقي لعلم المنطق:

للوهلة الأولى، لم يجمع المناطقة على وضع تعريف عام للاتجاه التطبيقي لعلم المنطق؛ ويرجع ذلك إلى أن من أدق مميزات التعريف العلمي الصحيح أن يأتي جامعًا مانعًا – وهذا هو ما يُطلق عليه التعريف بالحد التام– بحيث يجمع كل أفراد المُعرف مع ا، وفى الوقت نفسه يمنع دخول الأفراد الآخرين المتباينة داخل التعريف. وهذا الفهم، على الأقل، لا ينطبق على تعريفات الاتجاه

التطبيقي لعلم المنطق. ورغم ذلك، اجتهد بعض المناطقة في وضع تعريفات محدده له، لعل أبرزها[11]:

(1) تطبيق المناهج المنطقية والرياضية على القضايا الأساسية التي تمتد إلى ما بعد المجالات التقليدية للمنطق الرياضي. وتُعد علوم الكمبيوتر بمثابة المجال الأساسي للتطبيق، ولكن ثمة تطبيقات ذات دلالة في مجالات أخرى.

(2) امتداد لحدود المنطق ليتضمن التغير، اللايقين Uncertainty، القابلية للخطأ Fallibility... إلخ. وبعيد ا عن كونه دراسة للقضايا التي تكون إما سوداء أو بيضاء ولا تتغير أبد ا، والتي توجد في عقل الشخص الواحد، فإن المنطق التطبيقي يهدف لدراسة الاتصال عبر اللون الرمادي. وبهذا يُعد المنطق التطبيقي إعادة بناء لدراسة الأساسيات.

(3) يتعلق اهتمامه الأساسي بأمور الفكر الإنساني. ولذلك، فهو وثيق الصلة بموضوعات الذكاء الاصطناعي، العلم المعرفي ... إلخ من العلوم التي ينصب اهتمامها على دراسة الفكر الإنساني.

(4) إن المنطق التطبيقي يتداخل مع عديد من الدراسات، وهذا في حد ذاته له صعوباته ومزاياه.

ويبدأ منهج البحث في الدراسات المتصلة بالاتجاه التطبيقي للمنطق من حيث ما انتهى إليه المنطق الرياضي، إذ تُستخدم العلوم الصورية الرياضية الاستنباطية في دراسة الاستدلال الصحيح. وبناء عليه، فهو يستند إلى نتائج المنطق الرياضي[12]، الذي أضحى لموضوعه توجه جديد، فلم يعد أداة لتقرير

الحقيقة فقط، وإنما يسدى العون للتوصل إلى اكتشافات علمية جديدة؛ حيث يتناول الجانب الأساسي منه "منهج البحث العلمي" الذي يقدم للباحثين وسائل اكتشاف حقائق جديدة[13]. وعليه، يهدف الاتجاه التطبيقي للمنطق إلى ربط النظريات المنطقية بمجالات تطبيقها، في محاولة لخلق توجه جديد لعلم المنطق يواءم مع خصائص ومتطلبات العصر الحديث.

وتُعد علوم الكمبيوتر من أبرز تلك العلوم الذي باتت تستخدم مرارًا نظريات المنطق الرياضي في صياغة الأفكار الرئيسة بها[14]. فقد تفاعل النظريات المنطقية مع علوم الكمبيوتر بشكل مثمر وجاد، وجاء هذا التفاعل بينهما كحافز أسهم المنطق خلاله في تطوير علوم الكمبيوتر، وكانت تلك العلاقة بداية تعاون علمي وثيق بينهما إلى وقتنا هذا.

وقد أشارت بعض الكتابات المنطقية إلى وجود صلة وثيقة بين المنطق وعلوم الكمبيوتر. وبالمثل، أشارت بعض الكتابات المتخصصة في علوم الكمبيوتر إلى إمكانية رد أسس العمل وتصميم وبناء برامج هذه العلوم إلى أصول منطقية، دون أن تتناول هذه أو تلك تفاصيل هذه العلاقة، ودون أن تتناول بالبحث والتحليل الحلقة المفقودة بين النظرية والتطبيق وهي "كيفية التطبيق"[15]. ويشير الباحث إلى أن هذه المهمة من صميم اختصاص علماء الكمبيوتر وحدهم، فهم من قاموا بتطبيق النظريات المنطقية في بناء وتطوير أنظمتهم. وما على دارسي علم المنطق إلا تناول "أوجه التطبيق".

وتتسم ال معالجة المنطقية لعلوم الكمبيوتر بأبعادها المختلفة، فمناهج علم المنطق يمكن تطبيقها بنجاح في علوم الكمبيوتر، بدء ا من دوره في بناء الهاردوير، مرورًا بتطوير برمجياته، وصولًا إلى الروبوت[16]، والتي تبرهن جميعها بأنها مؤسسة على المنطق. وعليه، يؤدي المنطق في علوم الكمبيوتر الدور نفسه الذي يؤديه الحساب في الفيزياء[17]. فهو المؤسس والمطور لعلوم الكمبيوتر.

وتنقسم الدراسات المتعلقة بعلاقة المنطق بعلوم الكمبيوتر – وفقًا لرؤية إحدى الدراسات المنطقية العربية– إلى مستويين هما[18]:

الدراسات المنهجية: تهدف إلى دراسة العلاقة بين المنطق وعلوم الكمبيوتر دراسة منهجية، خلال البحث في الأسس المنطقية التي قامت عليها علوم الكمبيوتر، وإبراز ما للفلسفة بشكل عام، والمنطق بشكل خاص من أبعاد داخل هذه العلوم، عبر تحليل عميق للموضوع المنطقي: أسسه وتطوراته، ليعقب ذلك بيان عملي لأوجه التطبيق التي يحظى بها هذا الموضوع في أيٍ من علوم الكمبيوتر المتعددة، مما يُعد خلفية علمية قوية تمكننا من الانطلاق برؤية واضحة نحو المستوى الثاني، وهو المعالجة.

دراسات المعالجة: وهي تهدف إلى إبراز المشكلات المنطقية المتأصلة في هذه العلوم. وبالتالي وضع حلول لمعالجتها منطقي ا، كمقدمة ل معالجتها كمبيوتريا. بمعنى، أن عديدًا من المشكلات تبرز بين مبادئ النظرية من ناحية، وإجراء تطبيقها من ناحية أخرى، والتي يمكن أن نسميها "مشكلات التطبيق". ويرجع

سبب هذه المشكلات إلى الرغبة المستمرة من جانب علماء الكمبيوتر في تطوير نظمهم وابتكار نظم جديدة، والتي تقتضي – منهجيًا – البحث عن أساس منطقي مناسب لها، من شأنها توجيه الباحثين نحو ابتكار أنساق واشتقاق مبادئ منطقية جديدة لمعالجة تلك المشكلات.

ومن ثم، يعد الاتجاه التطبيقي لعلم المنطق – بمستوييه – مثالًا على تطبيق المعرفة العلمية في مجالات عملية محددة، وتأكيدًا لأهمية تضييق الهوة الشاسعة بين البحوث النظرية والتطبيقية[19]. والذي أدى عدم الجمع بينهما إلى وجود أزمة علمية وتقنية عانت منها المجتمعات الإسلامية والعربية كثيرًا. لذا دعت الحاجة الملحة إلى ضرورة التوفيق بين المجالين.

وفي سبيل ذلك، يمكن رصد تطور علوم الكمبيوتر خلال جهود علماء المنطق والرياضيات – المتمثلة في أفكارهم ونظرياتهم – والتي شكلت أسلوب ا لعمل علوم الكمبيوتر ووضع برامجها وإطارا لطبيعة ما يجرى بها من استدلالات؛ لعل أبرزها وأهمها جهود "جورج بول". إلا أنه توطئة لها نعرض للفكرة المحورية لبناء الكمبيوتر والمتمثلة في "نظام العد الثنائي" Binary Numeral System.

1: 2: 2 نظام العد الثنائي:

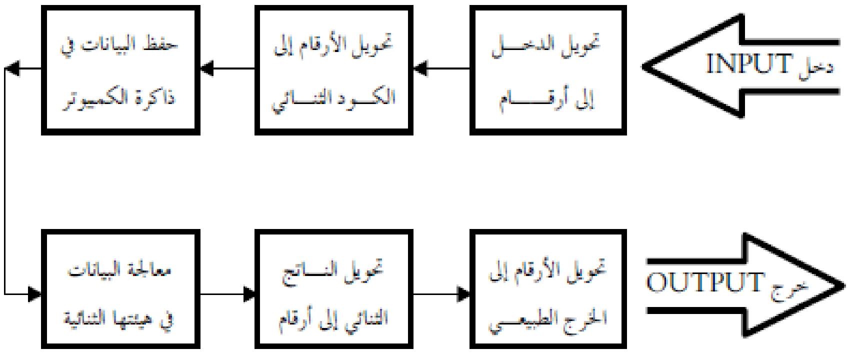
بدأ تطور الكمبيوتر من صنع الآلات الحاسبة حتى وصل إلى الكمبيوتر الرقمي، ولكونه رقمي ا فقد كان لزاما تحويل كل ما يُغذى له إلى أرقام. وتعد الرقمنة إحدى سمات حضارة اليوم؛ فلغة الكمبيوتر التي يُخاطب بها – عند

استقباله للبيانات ومعالجتها وبيان النتيجة – ليست كاللغات البشرية لأنها إن كانت كذلك لاستطعنا أن نتحدث للكمبيوتر بشكل مباشر، وإنما لغته رقمية مكونة من رقمين هما الواحد والصفر[20]. وهو ما يعرف بنظام العد الثنائي الذي ابتكره الرياضي والمنطقي "جوتفريد ليبتز" لتمثيل الفكر المنطقي – بالاستناد إلى (الصدق والكذب)، (الوجود واللاوجود)، (الواحد والصفر) – والذي يعد ركن ا أساسيًا من أركان الكمبيوتر[21]. والذي يُعد في الوقت نفسه أبسط تعبير عن وجهين للحقيقة.

والبساطة شأن يجمع بين المنطق والرياضيات، وعندما نشأ الكمبيوتر جاء تلبية لحاجات منطقية ورياضية معًا، بالإضافة إلى الحاجات الإجراء، وتطور الكمبيوتر لغة وأداء عبر أجياله المتعاقبة، لكن ظلت الفكرة الأساسية لبنائه الذهني– والتي ينطوي تحتها البناء التقني– تمثيل المعرفة في إطار قواعد الاستدلال المنطقي عبر مجموعة من الصيغ تساوي (1) في حالة اكتمال عناصر الاستدلال وسلامته، وتساوي (0) في الحالات المقابلة[22].

إن ما يفصل بين الإنسان والكمبيوتر هو مسار متصل من طبقات تنقلنا – ونحن نتحرك من الإنسان للكمبيوتر – من الواقع الخارجي إلى التفاصيل الداخلية لنظام المعلومات الذي يتعامل معها، ودوما إلى ما هو أكثر تجريدا حتى تصل بنا إلى المآل الأخير لكل البرامج، وهو ثنائية "الصفر والواحد"[23]. ويوضح الشكل (1:1) مسار تسلسل عمليات الرقمنة والتحويل إلى النظام الثنائي من وحدات الدخل بالكمبيوتر إلى وحدات الخرج، لقد استحالت جميع

الأشياء إلى ثنائية الشيء وضده، تلك الثنائية القاهرة التي تعكس ترنداتها على جميع مظاهر الوجود والعدم، السالب والموجب، الصواب والخطأ، وهي أيضا الإسمية والفعلية، التحليل والتركيب، القبول والرفض، وهلم جرا[24].



شكل (1: 1)

فثنائية "الصفر والواحد" تُعد بمثابة ذروة التجريد الحسابي والمنطقي، فهي اللغة التي نتعامل بها مع الكمبيوتر، ونصوغ بها البدائل المقترحة، ونترك له إجراءات إنجاز الاختيار الملائم في إطار نوعين من القواعد: القواعد التي تنطوي عليها الثوابت والإجراءات المنطقية المحددة، والقواعد التي نغذى بها قوائم الكمبيوتر بالقبول أو الرفض لموقف بعينه[25]. وقد استخدم "جورج بول" –نظام العد الثنائي للتعبير عن حالات المتغير المنطقي خلال نظريته في "جبر المنطق" والتي أسهمت – فيما بعد – في بناء الكمبيوتر وكانت بمثابة خطوة هامة ومرحلة فارقه في تاريخ تطوره.

1: 2: 3 البوابات والدوائر المنطقية:

بمرور الوقت يسيطر الكمبيوتر أكثر فأكثر على ثقافتنا، وقد كانت الأفكار التي اقترحها "جورج بول" – خلال أهم كتاباته: "التحليل الرياضي للمنطق" و"بحث في قوانين الفكر" – منظومة فكرية تم تصورها بوصفها منهج ا لتمثيل المنطق بالرموز، ورغم أنه لم يقدم أي تلميح ولم تكن لديه ولو معرفة طفيفة بأي تطبيق عملي لإسهاماته، فإن "كلود شانون"[(26)] أوضح عام 1938م. أن منطق "جورج بول" يمثل دور ا حيوي ا في هاردوير الكمبيوتر؛ فأهم جزء فيه والذي يسمى المعالج Processor يعتمد في عمله على منطق "جورج بول"، ويسمى علميا بـ"وحدة الحساب والمنطق"[(27)]، حيث يقوم هذا المعالج بالتعامل مع كافة الحسابات الرياضية والمنطقية في الكمبيوتر.

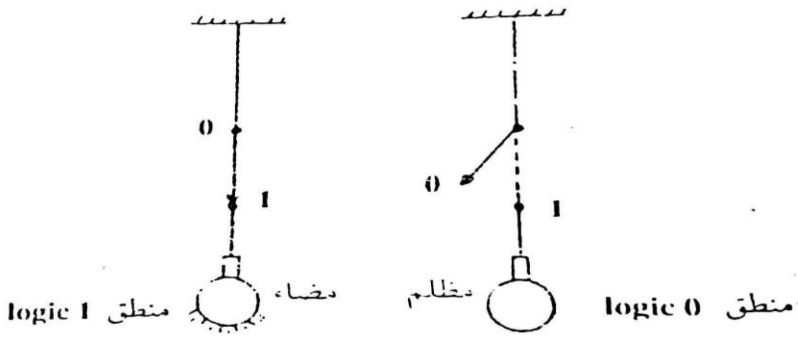
ويشترك في بناء وحدة الحساب والمنطق بالكمبيوتر عديد من البوابات المنطقية المتراصة بجوار بعضها لأداء الإجراءات المنطقية والحسابية، والبوابة المنطقية تُعد بمثابة وحدة بناء الكمبيوتر، أو– بمعنى آخر– النواة الأساسية لأي جهاز إلكتروني. وقد تمكن علماء الكمبيوتر بمقتضاها من بناء هاردوير الكمبيوتر، وتستخدم تلك البوابات قيمتين فقط، هما (1) للتعبير عن حالة الصواب، و(0) للتعبير عن حالة الخطأ[(28)].

والبوابة المنطقية عبارة عن جهاز إلكتروني بسيط، يسير بنظام منطقي محدد، وهو يتميز– كما هو موضح بالشكل رقم (1/ 2) – بأن له متغيرات دخل Input متعددة، يمكن أن نفترض كل منها إما بالقيمة (0) أو القيمة (1) (رموز

نظام العد الثنائي)، ومتغير خرج Output واحد، والذي يعتبر دالة لمدخلاته، والذي يكون أيضا إما (0)أو (1)، وينطبق المصطلح منطقي على هذه البوابات لأن من أهم مميزات كلٍ من متغيرات مدخلاتها ومخرجاتها أنها تمثيل للإجراءات المنطقية(29). وهي تؤدى تلك الإجراءات، ويتكرر تنفيذها كثيرا وبسرعة كبيرة جدا، ولذلك تسمى تلك البوابات بالبوابات المنطقية.

(شكل 1 / 2) البوابة المنطقية

ويمكن توضيح أسلوب عمل البوابة المنطقية باستخدام مصباح الإضاءة الكهربية (أو الدائرة الكهربية)، كما هو موضح بالشكل رقم (3/1) ففي حالة القطع (Cut – Off) فإن اللمبة الكهربية لا يمر بها تيار كهربي، وبذلك لا تضيء وتمثل بـ(0)، وفى حالة التوصيل (Conduction–On) فإن اللمبة الكهربية يمر بها تيار كهربي، وبذلك تصبح في حالة إضاءة وتمثل بـ(1)(30).



(شكل 1 / 3) طريقة عمل مصباح الإضاءة الكهربي

ويُستخدم نظام العد الثنائي للتعبير عن حالة البوابة المنطقية، حيث يُطلق على حالة State عمل البوابات المنطقية (ON) اسم حالة الصواب True (أي تسمح للتيار الكهربي بالمرور)، ويعبر عنها عدديا بالقيمة الثنائية (1)، بينما يطلق على حالة التوقف (OFF) اسم حالة الخطأ False (أي لا يسمح للتيار الكهربي بالمرور)، ويعبر عنها عدديا بالقيمة الثنائية (0). وفيما يلي سرد للبوابات المنطقية المُستخدمة في بناء الكمبيوتر[31]:

1. بوابة AND: وهي تمثل إجراء and المنطقية (الضرب المنطقي) ولها قائمة تحققها نفسها[32].
2. بوابة OR: وهي إجراء or المنطقية (الجمع المنطقي بمعناه الشمولي) ولها قائمة تحققها نفسها.
3. بوابة NOT: تمثل بوابة NOT إجراء not المنطقية ولها قائمة تحققها نفسها.

4. بوابة NAND: وتمثل تركيبا لبوابة AND متبوعة ببوابة NOT.

5. بوابة NOR: وتمثل تركيبا لبوابة OR متبوعة ببوابة NOT.

6. بوابة XOR: تمثل بوابة XOR إجراء xor المنطقية (الجمع المنطقي بمعناه الاستبعادي) ولها قائمة تحققها نفسها. فهي تعطي هذه البوابة القيمة (0) عندما يطبق على مدخليها قيمتان متساويتان، والقيمة (1) في الحالة المعاكسة.

7. بوابة NOR: وتمثل تركيبا لبوابة XOR متبوعة ببوابة NOT.

ويشكل جبر المنطق كما قدمه "جورج بول"، وكما يظهر في إطار المنطق الرياضي دورا ملائما في تأسيس نوعين فقط من البوابات المنطقية بالكمبيوتر: ذات التسلسل المتلاحق (بوابة AND)، والتي تستند إلى الموازاة (بوابة OR)، لكنه لا يمثل دورا واضحا في بقية البوابات[33]. أي أن منطق "جورج بول" يُستخدم في بناء هاتين البوابتين بالكمبيوتر حيث يُشكل السلوك المنطقي لهما، ومنهما تتكون بقية بوابات الكمبيوتر. كما أنه يعد أيضا أداة فعالة لتبسيط عدد البوابات المنطقية داخل الدوائر المنطقية.

فالبوابات المنطقية تمثل حجر الأساس لبناء أي دائرة منطقية، فالدائرة المنطقية عبارة عن هياكل مصممة من عدد من البوابات المنطقية المتصلة ببعضها البعض، كل واحدة من هذه الدوائر يمكن النظر إليها كجهاز له متغير دخل أو أكثر من متغير للإدخال – كل منها بمثابة متغير دخل لبوابات مختلفة داخل الدائرة – ومتغير خرج واحد فقط، أي أن الدائرة المنطقية تتكون من

مجموعة من البوابات المنطقية التي تعمل كل واحدة منها وفق قواعد منطقية محددة، بحيث تحقق جميعها مجتمعة شرطا منطقيًا محددا يمثل علاقة ما بين متغيرات الدخل والخرج[34].

ولذا، يشير "منطق الكمبيوتر" Computer Logic إلى إجراءات صنع القرار التي تتم – داخل الكمبيوتر – بواسطة البوابات والدوائر المنطقية، والتي تعمل تبعا لمبادئ جبر "جورج بول" المنطقي، وتُستخدم في عملها النظام الثنائي: (1) و(0))[35] للتعبير عن حالة المتغير المنطقي لها[36].

لقد وهب "جورج بول" الكمبيوتر ملكة العقل في صورة عدد محدود من البوابات التي تنفذ الإجراءات الحسابية والمنطقية الأساسية، وكما اتسم النظام الثنائي لتمثيل الأعداد بالبساطة، تميز أيض ا جبر "جورج بول" بالبساطة، إنها رحلة العودة إلى الأصل البسيط نزوعا إلى أقصى مستويات التجريد، حيث تلتقي ثنائية (الصفر والواحد) مع المنطق الثنائي (الصادق والكاذب)[37]. ولذا يُعد "جورج بول" – في نظر كثير من علماء الكمبيوتر – "مؤسس الكمبيوتر" رغم أنه لم يره في حياته قط، وذلك نظرا لإسهاماته الهامة في بنية الكمبيوتر[38]. وفي الفقرات التالية محاولة للتحقق من إسهام "جورج بول"؛ من خلال مناقشة أفكاره الأساسية حول التعبير عن المنطق بصورة جبرية.

1: 3 المصطلح الرمزي لمنطق "جورج بول"

يعد "جورج بول" في نظر كثير من المؤرخين هو الواضع الحقيقي لأساس المنطق الرياضي؛ فقد كان النجاح الذي حققه علم الجبر – في امتصاص كل فروع الرياضيات وتحسيبها – دافع ا له إلى تطبيق قوانين الجبر على المنطق. ومن ثم، إقامة المنطق على نموذج الجبر، حتى أصبح المنطق بصورته الجبرية فرع من فروع الرياضيات وامتدادا تطبيقي ا لنظرياتها وقوانينها، وهذا هو أساس مذهب "جبر المنطق" الذي عبر عنه في كتاباته المتعددة.

وقد كان "جورج بول" على يقين بأنه يمكن تطبيق الجبر الرياضي بما يتضمنه من قوانين على المنطق، حيث إن ثمة تماثل بين الإجراءات المنطقية ونظيرتها في علم الجبر، كما تتماثل القوانين التي تترتب على الإجراءات في كلا الطرفين. وفي ذلك يقول في مقدمة كتابه "بحث في قوانين الفكر" أنه:

> **يتناول علم المنطق بوصفه نسقا من الإجراءات التى يتم تنفيذها على الأصناف(39)، كما يتناول القوانين المترتبة على تلك الإجراءات باعتبارها متماثلة في صيغتها مع قوانين علم الجبر(40).**

وقد حاول "جورج بول" أن يستفيد من دراسته للرياضيات، التي اشتغل بها وقتا طويلا؛ فأعمل فكره الرياضي في المنطق، ومن ثم فقد وقف على حقيقة مفادها أنه يمكن للمنطق أن يتطور تطورًا جذريًا إذا ما كانت لغته دقيقة،

ومصاغة صياغة غاية في الإحكام والترابط بحيث تسمح للفكر أن يتحرك في إطارات وأبعاد المنطق مسلحًا بوسيلة فنية قوية تعصمه من الخطأ، ولهذا فقد حاول ابتكار لغة رمزية تصلح للتعبير بدقة عما أسماه قوانين الفكر[41].

أي أن غرضه الرئيس هو التوصل إلى قوانين الفكر والتعبير عنها بلغة رمزية دقيقة حتى يتسنى التوصل إلى منهج المنطق الذي يتسم بكونه:

منهجا يعتمد على استخدام الرموز التي تكون قوانين تركيبها عامة ومعروفة، وتسمح نتائجها بتفسير متسق[42].

فالرموز تلعب دورا هاما في المنطق والرياضيات[43]، لأنها تعبر عن درجة عليا من درجات التجريد الفكري، فيمكن عن طريقها تحويل الصورة اللغوية للقضية المنطقية إلى صورة رياضية بحتة يسهل استخدامها. أضف إلى هذا أن من أدق خصائص الرموز قابليتها للتداول العالمي بما يقضي على صعوبات التفاهم بين اللغات المختلفة، إلى جانب ما تتسم به الرموز من الدقة والإيجاز والنسقية[44].

وبناء على تلك الرؤية أسس "جورج بول" حسابه التحليلي المنطقي الذي يتسم بكونه منهجا يعتمد على استخدام الرموز.

وقد قام "جورج بول" بصياغة أفكاره في قالب رمزي يصطلح عليه المناطقة بالمصطلح الرمزي Notation؛ أي كتابة علم المنطق بلغة رمزية خالصة، قوامها حروف الهجاء رموزا للمتغيرات، ورسوم معينة أخرى رموزا للثوابت

المنطقية، بحيث نكتب في صورة رمزية غير لغوية كل القضايا والقوانين المنطقية وكل الخطوات الاستدلالية في أي برهان[45]. وقد صاغ "جورج بول" حسابه المنطقي، بشكل رمزي في كتابه "بحث في قوانين الفكر"، فيقول بأن:

جميع إجراءات اللغة بوصفها أداة للاستدلال، يمكن إجراؤها باستخدام نسق من العلامات مكون من العناصر التالية:

أولًا: الرموز الأبجدية، مثل x, y إلخ. التي تمثل الأشياء بوصفها موضوعات تنصب عليها تصوراتنا.

ثانيًا: علامات الإجراءات، مثل (+)، (−)، (×). التي ترمز إلى الإجراءات الفكرية، ويتم عن طريقها الاتصال أو الانفصال بين التصورات وتكوين تصورات جديدة تتضمن العناصر نفسها.

ثالثًا: علامة الهوية (=)[46].

وتخضع تلك الرموز في استخدامها لقوانين محددة تتفق وتختلف إلى حد ما عن قوانين الرموز التي تناظرها في علم الجبر[47].

والمصطلح الرمزي يتألف من نوعين أساسيين من الرموز: المتغيرات Variables، والثوابت Constants. وهما يشكلان ما يسمى بـ "المصطلح الرمزي".

1: 3: 1 المتغيرات:

المتغير رمز يمثل أي مجموعة من الأعداد أو الأشياء، يستخدم في الصيغ الرياضية والمنطقية للإشارة إلى أي صنف من الأشياء[48].

ويعد استخدام المتغيرات من أدق خصائص الرياضيات، حيث استخدمها "أرسطو" Aristotle (384 ق.م. – 322 ق.م.) قديما في المنطق. لكن قدر لاستخدام المتغيرات أن ينتشر في الرياضيات بصورة شاملة وعامة[49]، بحيث يصبح من المتعذر أن نتحدث عن رياضيات بدون المتغيرات[50].

ومن ثم، فقد تنبه المنطق الرياضي إلى هذه الميزة الكبرى التي استفادها بصورة أساسية من الرياضيات، على اعتبار أن المتغيرات تحدد بدقة الصورة المنطقية لما نريد الحديث عنه، حيث تقوم مقام اللغة التي كثيرا ما تتعرض للغموض والإبهام وسوء الفهم، فضل ا عن كونها مصطلحات عالمية يمكن لقارئها أن يفهمها[51].

والمتغيرات في العلوم الرياضية ليس لها معنى بذاتها، على عكس الثوابت، فبينما نعلم للثوابت معنى محددا يصاحبها أينما وردت، ترانا لا نجعل للمتغيرات معنى معلوما محددا يصاحبها أينما وردت، فنحن نعلم – مثلا – عن العدد (2) أنه زوجي، وأنه عدد صحيح، وأنه هو الذي يتلو العدد (1) في سلسلة الأعداد، لكننا لا نعلم معنى الرمز (x) لأن معناه يتغير حسب ما نختاره له، فلو سألنا: هل العدد (x) زوجي أو فردي؟ أجبنا بأنه لا سبيل إلى معرفة ذلك إلا إذا عرفنا المدلول الذي جاءت (x) معبرة عنه في هذا الموضع أو ذاك، فقد يكون هذا

الرمز المتغير دالا على عدد موجب، وقد يكون دالا على عدد سالب، وقد يكون دالا على صفر، ولما كانت الأعداد ليس فيها ما يجوز أن يكون أي شيء على هذا النحو، كان المتغير غير ذي معنى، ويظل كذلك حتى نضع مدلوله مكانه[52].

وقد استخدم "جورج بول" – للدلالة على المتغيرات التي يرمز بها للأصناف – الأحرف الثلاثة الأخيرة من هجاء اللغة الإنجليزية وهي،(x) ، (y) (z) وجاءت رموز الأصناف عند "جورج بول" بديلة للحدود في المنطق التقليدي[53]، منطق بدأ بـ "أرسطو"، مبنى على ثنائية الصواب والخطأ.

<u>1: 3: 2 الثوابت:</u>

نقصد بكلمة "ثابت" في المنطق، ما نقصده بها في العلوم الرياضية كالحساب، فالرمز "الثابت" في الرياضة – على عكس المتغير – هو الذي لا يتغير معناه رغم اختلاف مواضعه، فالأعداد 1، 2، 3... كلها ثوابت؛ لأن كل عدد منها له المعنى نفسه أينما ورد، و"الصفر" ثابت لأن معناه كذلك لا يتغير، والرموز (+)، (–)، (×)، (÷)، (=)، كلها كذلك ثوابت لأنها دائما ذات دلالة واحدة لا تتغير بتغير سياقها ووضعها[54].

ويستخدم الرياضي في إجراءاته المنطقية مجموعة من العلامات مثل: (+)، (–)، (×)، (÷) ... إلخ، لينتقل من صيغة إلى أخرى، أو ليحدد علاقة بين متغيرين أو أكثر. ويُطلق على هذه العلامات "الثوابت الرياضية" Mathematical Constants، حيث نجد لكل منها معنى معينا يطبق على

الإجراء أو الصيغة الرياضية التي أمامنا[55]. وقد تبين للمنطق الرياضي إمكانية استعارة فكرة الثوابت من الرياضيات، ولكن بصورة تلائم إجراءاته، وتجعل مفاهيمه واضحة، خلال وضع مجموعة من الثوابت التي إذا ما طبقت على الصيغ أمكن الانتقال من صيغة لأخرى انتقالا صحيحا[56].

ولكل درجة من درجات الحساب المنطقي بعض الثوابت الخاصة به إلى جانب ثوابت الدرجة أو الدرجات السابقة عليه. وبذلك يكون هناك ثوابت عامة يعتمد عليه النسق المنطقي كله، لظهورها في أساسه وفي درجات بنائه إلى جانب الثوابت الخاصة التي تظهر بالتدريج، كلما زاد التعقيد الذي يحتاج إلى وضع ثابت جديد[57].

والثوابت الأساسية الموجودة في منطق جورج بول، هي الثوابت الرياضية التي ذكرها في مؤلفاته، كعلامات الجمع (+)، الضرب (×)، والهوية (=)، وهي علامات الإجراءات التي يجريها على الأصناف؛ ومن هنا يتضح لنا أن "جورج بول" كان متجهًا إلى الجبر أكثر من اتجاهه للمنطق، فكانت رموزه التي تشير إلى ثوابت رياضية جبرية أكثر من إشارتها إلى ثوابت منطقية التي لم يلتفت إليها إلا المذهب اللوجستيكي فيما بعد[58].

1: 3: 3 الصنف الكلي والصنف الفارغ :

يُعد "جورج بول" أول من حاول صياغة نظرية حساب الأصناف[59]، وان عبرت محاولته عن رغبة في إقامة علم المنطق على أسس رياضية، بحيث ينتمي المنطق إلى علم الجبر على وجه الخصوص[60]. ومن خلال مؤلفاته،

يرمز "جورج بول" للأصناف بالحروف الهجائية الآتية: (x)،(y) و (z). وقد أشار إلى ذلك بقوله:

> **دعونا إذن نتفق على أن نمثل صنف الأفراد التي ينطبق عليها أسم أو وصف ما بالحرف المفرد مثل (x))[61].**

أما بالنسبة لأعضاء الأصناف فيمثل لها، أيضًا، بالحروف الهجائية ((x، (y)، z)) وذلك بقوله:

> **دعونا نستخدم الحروف ((x،z)، (y)) لكي تشير إلى أعضاء الأصناف، حيث تنطبق (x) على كل الأعضاء في الصنف الذي يحمل اسم (x)، وتنطبق(y) على كل الأعضاء في الصنف الذي يحمل اسم (y)، وهكذا تبعًا للغة المستخدمة في دراسات المنطق[62].**

ونلاحظ مما سبق أن "جورج بول" لا يفرق بين استخدام الرموز الخاصة بالأصناف وتلك الخاصة بعضوية الفرد في الصنف على نحوٍ دقيق، بل يستخدم الرمز الواحد تارة للتعبير عن العضو في الصنف، وتارة آخرى للتعبير عن الصنف نفسه[63]. وقد ميز "جورج بول" بين نوعين من الأصناف هما الصنف الكلى The Universal Class، والصنف الفارغ The Null Class، ويستخدم لهذين الصنفين نوعين من الرموز هما (1) و(0).

1: 3: 3: 1 الصنف الكلي:

يرمز "جورج بول" للصنف الكلي بالرمز (1) ويعني به صنف كل الأشياء المتصورة باستقلال تام عما إذا كانت هذه الأشياء موجودة في الواقع أم لا[64]. وقد عبر "جورج بول" عن هذا المعنى بقوله:

> **دعونا نستخدم الرمز (1) لكي يمثل الكل، ودعونا نفهمه على أنه يشتمل على جميع الأصناف المتصورة من الأشياء سواء أكانت موجودة في الواقع أم لا، ودعونا نفترض وجود العضو نفسه في أكثر من صنف نظرًا لأنه يشتمل على أكثر من صفة مشتركة مع أعضاء آخرين[65].**

وفيما يتعلق بالصنف الكلي، فقد استخدم "جورج بول" الرمز (1) لكي يعني به ما أسماه دي مورجان بـ "عالم المقال" Universe Of Discourse، وهو نوع من المقولة المحددة للأشياء موضوع الحديث، فإذا كان حديثنا عن صنف "القطط"، وصنف كل حيوان ليس بـ "قط"، فإن عالم المقال هنا يكون صنف "الحيوانات" الذي يحتوي على جميع أعضاء الصنفين معًا)[66]. أو بعبارة أخرى هو عالم المقال الخاص بالحيوانات؛ ويشتمل الصنف الكلي عند جورج بول على الصنف وسلبه (متممه) وهما معًا يكونان الكل الذي نرمز له بالرمز (1)،

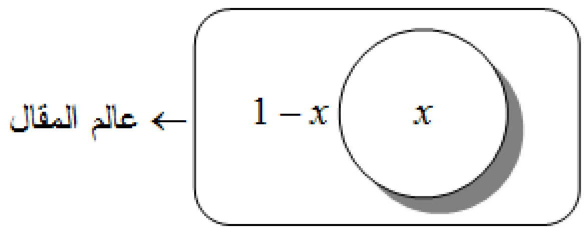
وفى ذلك يقول:

إن الصنف (x)، والصنف (ليسx) معًا يشكلان الكل، ولكن الكل هو (1) والصنف (x) نعبر عنه بالرمز(x)، وبالتالي فإن الصنف (ليسx) سوف نرمز إليه بالرمز ($1 - x$)[67].

ويوضح "جورج بول" هذا التصور بقوله:

لنفرض أن (x) يمثل صنف البشر، ووفقًا لتعبيرنا عن الكل بأنه (1) فإذا حذفنا من الكل، الذي يتكون من صنف البشر وصنف غير البشر، صنف البشر فإن الذي سيبقى هو صنف غير البشر وهو الصنف السالب، ولذا فإن الصنف (غير البشر) نعبر عنه بـ($1 - x$)[68].

ولا يعنى هذا أن "جورج بول" يُقدم تعريفا للصنف – المتمم – (ليس– x)، ولكنه يحاول إثبات أن الرمز الذي يشير للصنف) ليس – x) هو ($1 - x$)، وبالتالي يمكن تعريف الصنف الكلي بالصيغة الرمزية $[x + (1 - x) = 1]$؛ ويعبر الرسم التالي عن العلاقة بين الصنف ومتممه:



حيث يمثل الصنف الكلي بالمستطيل، والصنف (x) ومتممه ($1 - x$) فيمثلون بما في داخل المستطيل، ويوضح الرسم السابق أن الصنف ($1 - x$) هو الصنف المتمم للصنف (x)، من حيث إنه يحتوي على أي شيء في عالم المقال لا يكون هو (x). وبطريقة تبادلية؛ فإن الصنف (x) يعد أيضا صنف متمم للصنف ($1 - x$) (على أساس أن (x) هو الذي ينفي ($1 - x$) لأنه يساوي "لالا(x)" ونفي النفي إثبات) من حيث إنه يشتمل كل ما لا يندرج تحت الصنف($1-x$))[69]، ويسمي الرسم الذي يكون مماثلًا للرسم السابق باسم شكل فن Venn's diagram)[70]. وإذا كان الصنف الكلي صنف كل شيء، ومعنى أن القضية الصادقة تعبر عن قول ذي معنى، فالصنف الكلي يمثل في منطق القضايا القضية الصادقة، بمعنى أن التصور الذي قامت عليه فكرة القضية الصادقة بأنها تكون ذات معنى صادق هو التصور نفسه الذي قامت عليه فكرة الصنف الكلي (1) بأنه يحتوي كل شيء ذي معنى[71].

1: 3: 3: 2 الصنف الفارغ:

بما أننا نفترض لكل صنف، وجود صنف متمم له بالنسبة لعالم مقال معين، فإن الصنف الكلى Universe class (أي عالم المقال)، بحكم ما هو صنف، ليس مستثنى من هذه القاعدة. وعادة ما يسمى الصنف المتمم للصنف الكلي، بالصنف الفارغ The null class)[72]؛ وهو الذي لا يحتوي على أي عنصر، ويرمز له "جورج بول" بـ(0)، ويرى أنه يمثل لا شيء، وبالتالي فإن تفسير الرمزين (1) و(0) على الترتيب هو الكل (الصنف الكلي)، ولا شيء (الصنف

الفارغ)[73]. وإذا كان الصنف الفارغ هو صنف اللا شيء، فهذا الصنف لا يصدق على أشياء لها معنى، وإذا كان الأساس الذي قامت عليه فكرة القضية الكاذبة بأنها تقوم على قول ليس له معنى أو غير صادق، لذا فإن تصور الصنف الفارغ هو تصور القضية الكاذبة نفسه، وبالتالي يمثل الصنف الفارغ في منطق القضايا القضية الكاذبة[74].

والواقع أن تصور الصنف الفارغ، تصور يصعب تفسيره بدقة، لكن من الممكن وصف هذا الصنف أو التعبير عنه بأنه "صنف جميع الأصناف الذي لا أعضاء له"، وهكذا يمكننا تعريف الصنف الفارغ بالصيغة التالية: ($1 - x = 0$)؛ والتي تعني أنه يتطابق ذاتيًا مع الصنف المتمم للصنف الكلي، أو يكون في حالة هوية معه. وبما أن الصنف الكلي يحتوي على جميع الأصناف ذات الأعضاء، فإن الصنف الفارغ إذن يكون في حالة هوية مع "لا شيء" أو "الصفر"، ويمكننا التعبير عن كون صنف ما، مثل (x)، بأنه صنف فارغ أو مساوي للصفر بالصيغة الرمزية: ($x = 0$))[75].

والواقع أن استخدام "جورج بول" لفكرتي "الصنف الكلي" و"الصنف الفارغ" فيه طرافة وجدة. فأرسطو مثل ا، كان يجعل اهتمامه منصرفًا إلى الحدود الكلية، التي ليست هي بالصنف الكلي بالمعنى الذي تنطبق فيه على كل شيء، ولا بالصنف الفارغ بالمعنى الذي لا ينطبق فيه على أي شيء. ولذا فقد جاءت فكرة "جورج بول" في هذا الصدد بمثابة إضافة كبيرة إلى الاستخدام العادي لكلمة "صنف"، مما أدى إلى توسيع مجال هذا الاستخدام[76]. ويقوم حساب الأصناف

على معرفة العلاقة بين الأصناف حين يُتخذ حيالها عدة إجراءات، هي أشبه ما تكون بالإجراءات التي يجريها الرياضيون في الجبر والحساب. وفيما يلي عرض لتلك الإجراءات المنطقية وعلاقتها بالكمبيوتر.

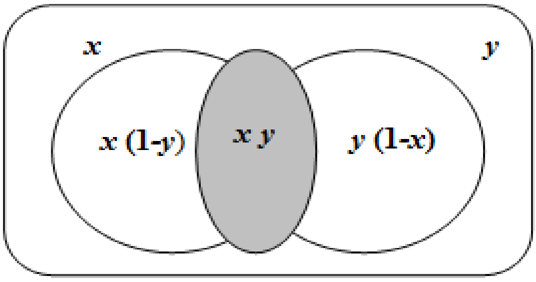
1: 4 السلوك المنطقي للبوابات والدوائر المنطقية:

أجرى "جورج بول" على الأصناف عدد من الإجراءات الأساسية التي شكلت– بالإضافة إلى ما ترتب عليها من قوانين – أساسًا منطقيًا تسير عليه سلوك البوابات والدوائر المنطقية بالكمبيوتر.

1: 4: 1 السلوك المنطقي لبوابة AND :

تسير بوابة AND في سلوكها المنطقي وفقًا لإجراء الضرب المنطقي Logical Product وقوانينها. وفيما يتعلق بإجراء الضرب المنطقي؛ فإذا افترضنا أن الصنف (x) هو صنف الأغنياء من الناس، وأن الصنف (y) هو صنف السعداء من الناس، وإذا نظرنا إلى الصنفين معًا كان أمامنا أربعة أصناف فرعية هي: صنف الأغنياء السعداء، وصنف الأغنياء، ولكنهم ليسوا سعداء، وصنف من هم ليسوا بأغنياء، ولكنهم سعداء، وصنف من هم ليسوا بسعداء ولا بأغنياء[77].

وتشكل الأصناف الأربعة هنا عالم المقال المكون من صنفين، أي أننا سنكون أمام الأصناف التالية: $x\,y,\ x(1-y),\ y(1-x),\ (1-x)(1-y)$. وإذ شئنا أن نعبر عن ذلك باستخدام أشكال فن، لكان لدينا الشكل التالي:



ويطلق على الصنف الذي ينتمي أعضاؤه إلى كل من الصنفين(x)،(y) اسم "حاصل الضرب المنطقي" للصنفين (x)،(y) . وهو الصنف (xy)الموضح بالشكل السابق، وأحيانا يسمى بـ "الصنف المشترك" (Common Class)[78]، لأن أعضاءه ينتمون إلى الصنف (x) والصنف (y) معًا؛ وسميت هذه الإجراء بالضرب المنطقي؛ لأننا هنا نقوم بإجراء شبيهة بإجراء الضرب المألوف في الرياضيات. فنحن في مثالنا السابق قمنا بفرز الأغنياء من مجموع الناس (الصنف x)، ثم فرزنا السعداء من بين هؤلاء الأغنياء (الصنف y)، وتكرار إجراء الفرز على هذا النحو شبيهة بإجراء الضرب في الرياضيات[79].

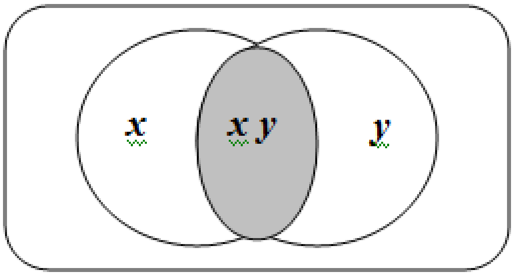
ولذلك يجوز لنا أن نستعير لها نفس العلامة المستعملة لإجراء الضرب في الرياضيات، فنرمز لحاصل ضرب الصنفين (x)،(y) بالصيغة($x \times y$) أو قد نستغني عن علامة الضرب – كما نفعل في الرياضة أيضا – ونكتب الصيغة على هذا النحو ($x\ y$) [80].

وقد استخدم "جورج بول" علامة الضرب (×) للإشارة إلى الضرب المنطقي بين صنفين، فالصنفان المضروبان يؤلفان صنفًا واحدًا جديدًا، يضم الأشياء التي تنتمي إلى كلا الصنفين معًا. فإذا كان (x) هو صنف العلماء، و(y) هو صنف

المتواضعين، فإن التعبير الرياضي ($X\times Y$) أو (XY) يدل على صنف العلماء المتواضعين، بحيث نستبعد من الصنف الجديد أولئك العلماء غير المتواضعين وأولئك المتواضعين الذين ليسوا علماء(81). وبالتالي يمكن القول بأن وجود ضرب منطقي بين صنفين يتوقف على وجود أعضاء مشتركة بينهما، فيوجد ضرب منطقي بين الصنف (X) والصنف (Y) إذا وجد أعضاء مشتركة بينهما(82).

ونلاحظ وجود تشابه واضح بين رمزية "جورج بول" في التعبير عن تقاطع الأصناف، وبين نظيرتها الخاصة بضرب الأعداد، ولهذا فقد أصبح من المألوف إذن أن نصف التقاطع بين صنفين بأنه حاصل ضربهما، إلا أن هناك بعض الاختلافات بين تقاطع الأصناف (أو ضربهما المنطقي) وبين الضرب العددي(83)؛ بمعنى أن علامة إجراء الضرب المنطقي (×) تشبه علامة الضرب العددي إلا أن هذا التشابه في الشكل فقط وليس في المضمون، فإذا كان لدينا صنفان يحتوى الأول على عضوين والثاني يحتوى على ثلاثة أعضاء ويوجد عضو مشترك، بالنسبة لإجراء الضرب المنطقي يكون الناتج عضوا ولكن بالنسبة للضرب العددي يكون الناتج ستة(84).

ويعبر الباحث عن حاصل الضرب المنطقي- بين صنفين- عند "جورج بول" بأشكال فن، حيث يمثل الصنف الكلى بالمربع، والصنفين (X)، (Y) بدوائر داخل المربع، ويكون حاصل ضربهما المنطقي المنطقة المظللة، كما هو موضح بالرسم التالي:



من الرسم السابق يتبين أن "جورج بول" يعالج حاصل الضرب المنطقي على أنه تمثيل للتقاطع، تقاطع صنفين في صنف واحد مشترك بينهم يضم كل الأفراد المشتركة بين الصنفين؛ وقد عبر "جورج بول" عن ذلك بقوله:

> **إن حاصل ضرب الصنفين (*xy*)، سوف يمثل على الترتيب اختيار الصنف(*y*) ثم الاختيار من الصنف(*y*) الأفراد التي تنتمي للصنف (*x*)، وتحتوي عليها(*y*)، ليكون الناتج النهائي هو الصنف الذي تكون عناصره كلا من الصنفين (*x*) و(*y*)[85].**

وجدير بالإشارة أن عدد أعضاء الصنف (*xy*) أقل بوجه من عدد أعضاء أي من الصنفين ((*x*،*y*)) ولكنهم قد يكونون في بعض الحالات الاستثنائية مساوين لأحدها، إلا أنها لن تكون من حيث أعضائها أكثر من أي منهما. هذا بالطبع إذا أخذنا الصنف من زاوية الماصدق وليس من زاوية المفهوم، لأننا لو نظرنا إلى الأصناف من هذه الزاوية الأخيرة كان عكس ما قلناه صحيحا، إذ أن الصنف (*xy*) هو بوجه عام أكبر في مفهومه من أي من الصنفين ((*x*،*y*))

اللهم إلا في حالات نادرة – إن وجدت – فقد تكون مساوية لأحدهما، ولكنها لن تكون أصغر من أي منهما. وعلى سبيل المثال، لو كان (x) هو صنف الزهور، و(y) هو صنف الأشياء الحمراء، وكان (xy) هو صنف الزهور الحمراء، فإن أعضاء هذا الصنف الأخير أقل من أعضاء أي من الصنفين ((x،y)) لأنه لا يضم جميع الزهور ولا جميع الأشياء الحمراء، إلا أن هذا الصنف – من حيث المفهوم – أكبر من أي من الصنفين ((x،y)). ذلك لأن مفهومه هو نفس مفهوم الزهور مضافا إليه مفهوم الأشياء الحمراء[86].

وبالتالي يمكن القول إن إجراء الضرب المنطقي ما هي إلا إجراء فكرية نستطيع من خلالها تحديد الأعضاء المشتركة بين الأصناف التي نجري عليهم هذه الإجراء، هذه الأعضاء تعبر عن الصنف الناتج عن إجراء هذه الإجراء على الأصناف المشتركة في تكوينها، فالتقاطع بين صنفين (x) و(y) الذي يقوم على الأعضاء المشتركة بين الصنف (x) والصنف (y) يمثل الضرب المنطقي، فلو أخذنا جميع الأفراد التي تكون أعضاء في كل من الصنف (x) والصنف (y)، هذه الأعضاء تمثل صنفا يطلق عليه صنف الضرب المنطقي[87]. ونعبر عنه بدالة صدق منطقية نسميها دالة الوصل Function Conjunctive، والمقصود بدالة الصدق بصفة عامة الصورة الرمزية لإحدى القضايا المركبة، والذي يتحدد الصدق فيها كلها في ضوء ما يقوم به الثابت المنطقي الذي تحتويه هذه الدالة. وأبسط صورة لدالة الوصل هي (x. y) حيث تشير (x) إلى متغير أول، وتشير (y) إلى متغير ثانٍ، بينما يشير ثابت الوصل ورمزه (.) إلى

الضرب المنطقي[88]، وإذن تربط دالة الوصل بين عنصري قضية مركبة بواو العطف.

وتصدق الدالة إذا صدق عنصراها وتكذب إذا كانت إحدى القضيتين على الأقل كاذبة، ولما كان الجمع بين قضيتين برباط الوصل ينشأ عنه أربعه احتمالات للصدق والكذب، فإنه يمكن أن نصوغ قائمة صدق تعبر عن هذه الاحتمالات[89]:

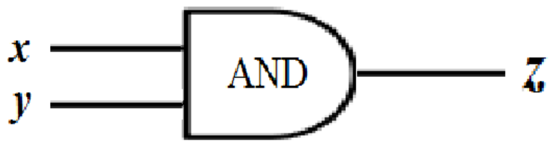
x	*Y*	*x. y*
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

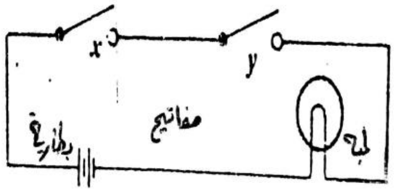
وتسمى دالة الوصل أيضا بدالة الضرب المنطقي، والمقصود بالضرب هنا علاقة الوصل بين عنصري الدالة قلا أم كثرا، ويتضح مغزى الضرب المنطقي بصورة تقترب من هدفنا إن أعدنا صياغة قائمة الصدق السابقة بحيث يحل (1) محل صادق، والصفر (0) محل كاذب، حيث لا يكون للضرب نتيجة عددية إلا عندما يجرى بين عددين ليس من بينهما الصفر)[90]:

x	*Y*	*x* × *y*
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

وتشكل تلك القائمة أساسًا منطقيًا تسير وفقًا له سلوك بوابة AND بالكمبيوتر، فلتلك البوابة مدخلان أو أكثر وخرج واحد، ونظرًا للعلاقة الوثيقة بين البوابات المنطقية ودوائر المفاتيح الكهربية، فإنه يمكن تمثيل بوابة AND– والتي تتخذ في الكمبيوتر (شكل 1/1/3أ) – بعدد من المفاتيح الموصلة على التوالي في دائرة كهربية – كما هو موضح بـ(شكل 1/1/3ب) – والمفتاح هو جهاز ثنائي الحالة أي أنه إما مغلق (0) أو مفتوح (1))[91]. وذلك كما هو موضح بـ(شكل 1/1/3ب)، مع ملاحظة أن كل دائرة تحتوي على بطارية كهربية ومصباح ومفتاحين.

(أ) بوابة AND المنطقية





(ب) دائرة كهربائية على التوالي

(شكل 3 / 1)

ويقال لمفتاحي (x) و(y) إنهما موصلان على التوالي عندما يمر التيار الكهربي في الدائرة وكلا المفتاحين (x) و(y) في وضع التوصيل، ولا يمر التيار

الكهربي بالدائرة في أي حالة أخرى[92]. كما هو موضح بالشكل (3/ 1/ ب). أي أن متغير الخرج يعمل بمنطق (1) ويمر التيار الكهربي بالدائرة إذا تم – فقط – توصيل مفتاحي التشغيل (y) AND (x). أي أن ($x = 1$ AND y =1).

ويمكن تلخيص سلوك الدائرة الكهربية في هذه الحالة بالقائمة التالية:

سلوك الدائرة $z = x. y$	y	x
1	1	1
0	0	1
0	1	0
0	0	0

حيث يعني الرمز (1) أن المفتاح الكهربائي في حالة تشغيل (ON)؛ أي أن التيار الكهربي يمر بالدائرة. بينما يعني الرمز (0) أن المفتاح الكهربائي في حالة عدم تشغيل (OFF)؛ أي أن التيار الكهربي لا يمر بالدائرة[93].

وبملاحظة سلوك الدائرة الكهربائية الموضح بالقائمة السابقة يتبين أنها تؤدي – في حالة توصيل المفتاحين (x) و(y)على التوالي – إجراء الضرب المنطقي، ولذا يُرمز للتوصيل على التوالي بالتعبير الرمزي:($x.\ \ y$)، ويقرأ: "(x) على التوالي مع (y)"[94].

ويمكن تفسير سلوك الدائرة الكهربية – وذلك من أجل فهم طريقة عمل بوابة AND المنطقية الوارد بالقائمة السابقة – على النحو التالي[95]:

- عندما يتم توصيل كلا من متغيري الدخل (x)، (y) معًا ، عندئذ فإن اللمبة الكهربية تُضيء، ويعمل متغير الخرج (z) في منطق (1).
- عندما يتم توصيل المفتاح (x) ليعمل بمنطق (1) ويظل المفتاح (y) كما هو مفتوح ا، أي يظل على موضعه بمنطق (0)، فإن اللمبة الكهربية لا تضيء، مما يعنى أن المتغير(z) لم يغير حالته وظل بمنطق (0).
- عندما يتم توصيل المفتاح (y) ليعمل بمنطق (1) ويظل المفتاح (x) كما هو مفتوحًا، أي يظل على موضعه بمنطق (0)، فإن اللمبة الكهربية لا تضيء، مما يعنى أن المتغير (z) لم يغير حالته وظل بمنطق (0).
- عندما يكون المفتاحان (x)، (y) كل منهما مفتوحًا، أي يمثل كل منهما منطق (0)، فإن اللمبة الكهربية لا تضيء، وهذا يعنى أن المتغير (z) يظل كما هو على منطق (0).

ونجمل ما سبق ذكره في القائمة التالية التي تمثل شرحا لجدول تحقق بوابة AND:

طرف المتغير	الخرج z	الدخل y	الدخل X	الشرح Discussion
الحالة State	1	1	1	المفتاحان (x)، (y) يعملان في آن واحد، ولذلك فإن طرف الخرج (z) يعمل.
	0	0	1	المفتاح (x) يعمل والمفتاح (y) لا يعمل، ولذلك فإن طرف الخرج (z) لا يعمل.
	0	1	0	المفتاح (x)لا يعمل والمفتاح (y) يعمل، ولذلك فإن طرف الخرج (z) لا يعمل.
	0	0	0	المفتاحان (x)، (y)لا يعملان بالدخل، ولذلك فإن طرف الخرج (z) لا يعمل.

وتلك القائمة توضح لنا علاقة حالات متغيري الدخل (x) و(y) بحالات متغير الخرج (z) لبوابة AND المنطقية، والتي يمكن التعبير عنها– كعلاقة جبر منطقي – بال معادلة التالية: ($z = x. y$)[96]. وتُقرأ هذه ال معادلة على النحو التالي: متغير الخرج (z) يساوى (y) AND (x).

وقد ترتب على إجراء الضرب المنطقي مجموعة من القوانين التي شكلت أساسا منطقيًا تسير وفقا له سلوك بوابة AND المنطقية، من أبرزها:

1: 4: 1: 1 قانون التبادل:

إن ترتيب إجراءات الضرب المنطقية المتوالية لا يعتبر ذا أهمية، فالنتيجة في جميع الأحوال لن تتغير؛ حيث يقول "جورج بول" بأننا:

سواء اخترنا من صنف الحيوان، الماشية، ثم اخترنا من صنف الماشية، ذوات القرون، أو اخترنا من صنف الحيوان، ذوات القرون، ثم اخترنا من هؤلاء أفراد الماشية، فإن النتيجة واحدة لا تتغير: فسننتهي إلى صنف الماشية ذات القرون، والتعبير الرمزي عن هذا القانون هو:($x\,y = y\,x$).[97]

ويمكن التحقق من صدق هذا القانون بوضعه في قائمة صدق التالية:

X	.	Y	=	Y	.	x
1	1	1		1	1	1
1	0	0		0	0	1
0	0	1		1	0	0
0	0	0		0	0	0

وذكر "جورج بول"– بشأن هذا القانون– الملاحظات الآتية[98]:

- الاختلاف في ترتيب الصفات ما هو إلا اختلاف فقط في المفهوم، فالشيء نفسه يمكن فهمه بطرق مختلفة.

- رموز هذا القانون (z), (y), (x) تبادلية مثل رموز علم الجبر.
- يمكن تطبيق هذا القانون على الأعداد العادية، ولنأخذ لذلك المثال التالي: إذا كانت قيمة (x) هي 2، وقيمة (y) هي 4: لكان 2 × 4 = 4 × 2، إذن 8 = 8.

وتتضح علاقة قانون التبادل بالسلوك المنطقي لبوابة AND من خلال ملاحظة العلاقة المنطقية لمتغيريها، حيث نلاحظ من خلال (شكل 3 /2)، أنها علاقة تبادلية.

(شكل 3 / 2)

فلو قمنا بإبدال المتغيرين المنطقيين (x) و(y) كل منهما محل الأخر، نرى أن سلوك متغير الخرج (z) لم يتأثر بهذا التبديل. وبذلك يمكن كتابة العلاقة المنطقية لتلك البوابة بالصيغة ($z = x.\ y = y.\ x$)[99]. وتُقرأ هذه ال معادلة كالتالي: متغير الخرج (z) يساوي (y) AND (x)، في نفس الوقت الذي يساوي فيه (x) AND (y)؛ فهو – أي متغير الخرج (z)– في كلتا الحالتين لم يتغير.

1: 4: 1: 2 قانون الأس[100]:

إذا كان حاصل ضرب الصنفين ($x. y$) يعبر عن أن الصنف الناتج يحتوي على كل عناصر الأسماء أو الصفات التي تمثلها كلا من (x) و (y)، فإنه بالتالي إذا كان لكلا الصنفين (x) و(y) نفس الدلالة فإن حاصل ضربهما معًا لا يعبر عن شئ إلا عما قد يضمه كل صنف منهما على حدة. وفى مثل هذه الحالة فسيكون لدينا:($x\,y = x$). حيث (y) يكون لها نفس معنى (x) وبالتالي قد نضع مكانها (x) فيكون لدينا: ($x \times x = x$). وفي الجبر العادي نجد أن ضرب ($x \times x$) يمكن اختصاره إلى (x^2)، لذا سيكون لدينا للتعبير عن المعادلة السابقة القانون التالي: ($x^2 = x$)[101]. ويعد هذا تعبيرًا عن ثاني قانون من قوانين منطق "جورج بول"، وهو قانون الأس، وفيما يتعلق بهذا القانون يرى جورج بول أن:

> **نتيجة أي إجراء ضرب منطقي معينه قمنا بها مرتين، أو أي عدد من المرات على التوالي ستكون هي نتيجة الإجراء نفسها لو اتخذت مرة واحدة، فإذا ما اخترنا مثلًا من بين مجموعة من الموضوعات كل ما هو (x)، لحصلنا على صنف يتصف كل عضو من أعضائه بأنه (x)، فإذا كررنا الإجراء نفسها إزاء الصنف نفسه، فلن يطرأ أي تغيير في النتيجة، فعندما اخترنا من الصنف الذي كل أعضائه (x)، كل ما هو (x)، فستكون**

النتيجة هي كل أفراد الصنف (x). لذا فسيكون لدينا: ($xx = x$) أو ($x^2 = x$). وإذا فرضنا تكرار هذه الإجراء عدد «π» من المرات، فإن ال معادلة: ($x = x^n$)، ستكون هي التعبير الرياضي للقانون الموضح أعلاه[102].

ويمكن التحقق من صدق هذا القانون بوضعه في قائمة صدق للتحقق من ذلك:

x	.	x	=	x
1 0	1 0	1 0		1 0

وبشأن هذا القانون؛ نلاحظ أن ثمة اختلاف بين حاصل الضرب في علم المنطق وحاصل الضرب في علم الحساب والجبر، لأننا لو ضربنا العدد الواحد في نفسه – في الحساب – أو الرمز الواحد في نفسه – في الجبر – كان حاصل الضرب في كلتا الحالتين مختلفًا عن الرمز المضروب، مثل:

2 × 2 = 4 (في الحساب).

أ × أ = أ² (في الجبر).

أ × أ = أ (في المنطق))[103].

وتتضح علاقة قانون الأس بالسلوك المنطقي لبوابة AND من خلال ملاحظة العلاقة المنطقية لمتغيريها؛ حيث نلاحظ كما هو موضح بـ(شكل 3/ 3) أنه إذا كان متغيري الدخل يعملان بنفس المنطق، فسنجد أن متغير الخرج يتبعهما[104].

وتفسير ذلك أنه إذا تمثل متغيري دخل البوابة في متغير واحد، كانت قيمة متغير الخرج هي نفسها قيمة متغير الدخل، أي أنه إذا دخل المتغير (x) على دخلي بوابة AND المنطقية فستكون قيمة هذا المتغير هى نفسها قيمة متغير الخرج، فإذا كان المتغير ($x = 0$) فإن ($0 = 0 \times 0$)، وإذا كان المتغير ($x = 1$) فإن ($1 = 1 \times 1$)، وفى كلتا الحالتين يكون متغير الخرج لبوابة AND المنطقية (x) مساويا لقيمة متغير الدخل (x).

(شكل 3 / 3)

ومن ثم يمكن التعبير عن تلك العلاقة المنطقية لمتغيري بوابة AND المنطقية بالعلاقة التالية: ($x . x = x$)[105]. وتُقرأ هذه المعادلة كالتالي: متغير الخرج (x) يساوي (x) AND (x).

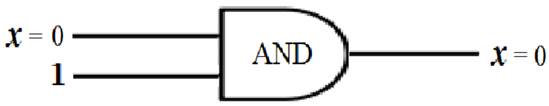
1: 4: 1: 3 قانونا الصنف الكلي، والصنف الفارغ:

استخدم جورج بول إجراء الضرب للتعبير عن التقاطع المنطقي، وقد كان ذلك أمرا طبيعيا تماما بين الأصناف، وبناء على ذلك فإن القوانين الرياضية:

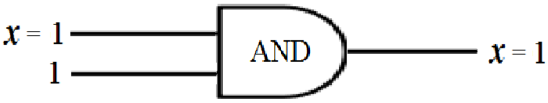
$$1 \times y = y \quad , \quad 0 \times y = 0$$

تشير حتما إلى التفسير الرياضي لـ(1) بأنه الصنف الكلي، ولـ (0) على أنه الصنف الفارغ[106]. وذلك كما سبق وأوضحنا[107].

وتتضح علاقة قانون الصنف الكلي بالسلوك المنطقي لبوابة AND المنطقية خلال ملاحظة متغيري دخلها، حيث يتبين أنه إذا كان أحد متغيري الدخل يعمل دائما بمنطق (1)، والمتغير الآخر (x) يغير من حالته فسنجد أن متغير الخرج يتبع قيمة طرف الدخل (x) دائما)[108]. وتفسير ذلك أنه إذا كان أحد متغيري الدخل لبوابة AND المنطقية دائما يساوي (1)، والطرف الآخر هو (x)، فإن متغير الخرج يساوي قيمة المتغير (x)، فإذا كانت قيمة المتغير (x) تساوي صفرا – كما هو موضح بشكل (3/ 4) – فإن متغير الخرج للبوابة يساوي صفر، وإذا كانت قيمة المتغير (x) تساوي (1) – كما هو موضح بشكل (3/ 5) – فإن متغير الخرج للبوابة يساوي (1)، لأن متغيري الدخل للبوابة قيمتهما تساوي (1)، وبناء على ذلك فإن أي متغير يدخل على بوابة AND المنطقية مع (1)، فإن متغير الخرج يساوي دائما قيمة هذا المتغير، ونعبر عن العلاقة المنطقية لتلك البوابة بال معادلة التالية: [$1 . x = x$] .

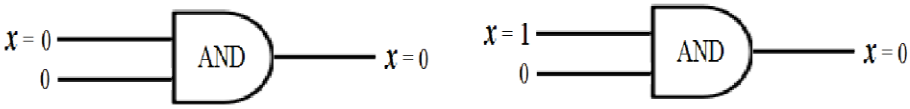


(شكل 3 / 4)



(شكل 3 / 5)

وفي السياق نفسه، تتضح علاقة قانون الصنف الفارغ بالسلوك المنطقي لبوابة AND من خلال ملاحظة متغيري دخلها، حيث يتبين أنه إذا كان أحد متغيري الدخل يعمل دائما بمنطق (0)، والمتغير الآخر (x) يغير من حالته وبذلك نجد أن متغير الخرج دائما يساوي ((0))[109]. كما هو موضح بـ(شكل 3 /6).



(شكل 3 /6)

وتفسير ذلك أنه إذا كان أحد متغيري الدخل لبوابة AND المنطقية دائما يساوي (0)، والمتغير الآخر هو (x)، فإن متغير الخرج يساوي (0) دائما بصرف النظر عن قيمة المتغير الذي يدخل على الطرف الآخر للبوابة، فإذا كانت قيمة المتغير (x) تساوي (0) فإن متغير الخرج للبوابة يساوي (0)، وإذا كانت قيمة المتغير (x) تساوي (1)، فإن متغير الخرج للبوابة يساوي (0) أيضًا.

وبناء على ذلك فإن أي متغير يدخل على بوابة AND المنطقية مع (0)، فإن متغير الخرج يساوي دائما ((0)، ونعبر عن العلاقة المنطقية لتلك البوابة بال معادلة التالية: [0 x = 0].

1: 4: 2 السلوك المنطقي لبوابة OR والدائرة المنطقية :

تسير بوابة OR وفق ا لإجراء الجمع المنطقي Logical Sum، الذي يعبر عن إضافة أعضاء صنف ما إلى أعضاء صنف آخر. لتكوين صنف جديد يكون أعضاؤه ممن ينتمون: إما إلى الصنف الأول أو إلى الصنف الثاني أو إلى الصنفين معًا إذا كانت ثمة أعضاء مشتركة بين الصنفين(110). والجمع المنطقي يأتي على معنيين: "استبعادي" exclusive، و"شمولي" inclusive. وقد أشار إليهما "جورج بول"، فالتعبير "الأشياء التي هي إما (x) أو (y)" يفيد معنيين:

(1) المعنى الاستبعادي: إذا ما قصدنا "الأشياء التي هي (x) وليست (y)، أو التي هي (y) وليست (x)"، فإن التعبير الرياضي عنها سيكون: $x(1-y) + y(1-x)$.

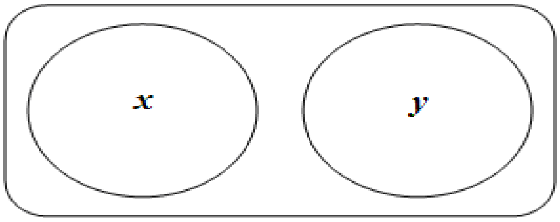
(2) المعنى الشمولي: إذا ما قصدنا "الأشياء التي هي (x) وليست (y)، أو التي هي (y) وليست (x) أو التي(x) و(y) في الوقت نفسه"، فإن التعبير الرياضي عنها سيكون:($x\,y + x(1-y) + y(1-x)$(111).

يقول "جورج بول" بشأن **المعنى الاستبعادي** للجمع المنطقي،

سنستخدم الروابط (و) (أو) وغيرها، والتي توجد في الأمثلة:(أشجار ومعادن)، (جبال قادحة أو وديان خصبة)، إن الروابط (و)، (أو) إذا تواجدت بين حدود تصف صنفين أو أكثر من الأشياء فإنها توحي أو تعني أن هذه الأصناف مختلفة عن

بعضها، حيث لا يوجد فرد في أحدهما يتواجد في الآخر، وفى هذا المنحى وفى جميع الأحوال فإن الكلمات(و) (أو) تماثلان العلامة (+) في الجبر، وكذلك فإن قوانينهما متماثلة[112].

وبالتالي؛ يتبين لنا مما سبق أن "جورج بول" – فيما يتعلق بالجمع بين الأصناف – قد استخدم العلاقة المركبة ($x + y$) للدلالة على الصنف المكون من أفراد تنتمي إلى الصنف (x) أو إلى الصنف (y))[113]. ويعبر الباحث عن إجراء الجمع المنطقي بمعناه الاستبعادي بالرسم التالي:



وقد افترض "جورج بول" أنه إذا كان الرمزين (y)، (x) يمثلان أي صنفين، فعلينا ألا نكتب ($x + y$) إلا إذا كان كل من الصنفين (y)، (x) يستبعد الآخر بطريقة متبادلة، ولكي يوضح استيفاء ذلك الشرط، نجد "جورج بول" أحيان ا يعبر عن الحاصل المنطقي بالصيغة الرياضية: [$x(1-y)$])[114]. ومن أهم نتائج الجمع المنطقي بمعناه الاستبعادي ما يلي:

أولا – استبعاد جورج بول للمعادلة ($x + x = x$) من حسابه المنطقي، حيث إن ($x + x$) تتضمن الصنف المشترك، وأعنى بها حاصل الضرب المنطقي لهما، وهو ($x \times x$) أو (x^2) أو (x^n).

ثانيا – استبعاد جورج بول لقانوني دي مورجان التاليتين:

(1) القانون الأول: $(x\ y = x + y)$ أي أن الصنف المتمم لحاصل ضرب صنفين، يكون هو الصنف الناتج عن حاصل جمع الصنفين المتممين للصنفين الأصليين.

(2) القانون الثاني: $(x + y = x\ y)$ أي أن الصنف المتمم لحاصل جمع صنفين، يكون هو الصنف الناتج عن حاصل ضرب الصنفين المتممين للصنفين الأصليين[115].

ويتم التعبير عن الجمع المنطقي بدالة صدق منطقية تسمي داله الفصل القوى، ونطلق على هذا النوع رباط البدائل Alternation، ويرمز له بثابت منطقي على شكل (∧)، ويفيد هذا النوع أن الدالة تصدق في حالة صدق عنصر واحد من عنصري الدالة، بينما تكذب، بمعنى أنه لا مجال لاختيار بين بدائل، في حالة صدق العنصرين معًا أو كذبهما معًا)[116]. ويوضح ذلك قائمة الصدق التالية:

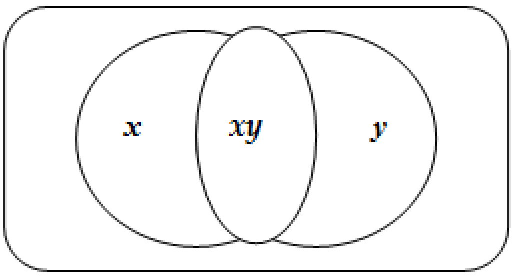
X	**Y**	**$x \wedge y$**
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

أما المعنــي الشـمولي لعلاقة الجمع المنطقي – بين صنفين – فيدل على انطواء فرد ما في أحد الصنفين أو فيهما معًا، وهنا تنشأ دالة الفصل بالمعنى الشمولي التي تخضع لقاعدة تقول: "تصدق دالة الفصل إذا صدقت إحدى القضيتين أو كلاهما، وتكذب في حالة واحدة إذا كذبت القضيتان معًا "[117].

وقد كان لاستخدام المعنى الشمولي للجمع المنطقي مزايا مفيدة من الناحية الصورية، لأنه سيسمح بتأكيد أو تقرير المعادلة ($x + x = x$)، وبالتالي يمكن العمل على إقامة حساب المنطق وفقا لمبدأ ثنائية الجمع والضرب المنطقيين، ويمكن أيضًا تقرير قانوني "دي مورجان":

$$(\overline{x\,y} = \bar{x} + \bar{y}) \qquad (\overline{x + y} = \bar{x}\,\bar{y})$$

حيث تشير ($\bar{x}$) إلى الصنف المتمم للصنف(x)، أي الصنف الذي يحتوي على كل الأشياء التي لا تنتمي للصنف (x) [118]. ويعبر الباحث عن الجمع المنطقي بمعناه الشمولي بالرسم التالي:



ودالة الفصل بالمعنى الشمولي تسمى أحيانا الفصل الضعيف، يفيد معنى الانفصال مع إمكان الاتصال (x أو y أو كلاهما)، نطلق عليه رباط الفصل Disjunction ونرمز له بثابت منطقي على هيئة إسفين) ∨))[119]. ودالة الفصل الضعيف تصدق في حالة صدق أحد عنصريها أو صدقهما معًا، بينما تكذب في حالة كذبهما معًا. ونعبر عن ذلك بقائمة الصدق التالية:

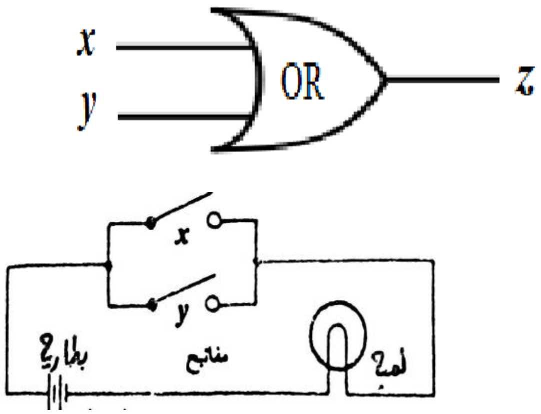
x	Y	x ∨ y
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

وقد كان "جوتفريد ليبنتز" أول من أدرك – في القرن السابع عشر– التشابه القائم بين الفصل والربط بين التصورات من ناحية، وبين الجمع والضرب للأعداد من ناحية أخرى، لكنه لم يجد الأمر سهلا لصياغة ذلك التشابه صياغة دقيقة من أجل استخدامه كأساس لحسابه المنطقي، وقد كان لـ "جورج بول" الفضل في تحقيق ذلك في كتابه "التحليل الرياضي للمنطق"[120].

وتسمى دالة الفصل أيضًا دالة الجمع المنطقي، ومن المسلم به اختلاف الجمع في المنطق عنه في الحساب والجبر، ذلك أنه مهما كررنا جمع قيمة الصدق في دالة منطقية إلى ذاتها فالنتيجة هي دون إضافة، ونعبر عن صدق الفصل الضعيف بلغة الجمع المنطقي على النحو التالي[121]:

X	y	$x + y$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

وتشكل تلك القائمة أساسا منطقيًا تسير وفقا له سلوك بوابة OR بالكمبيوتر، ونظرا للعلاقة الوثيقة بين البوابات المنطقية ودوائر المفاتيح الكهربية، فإنه يمكن تمثيل بوابة OR – والتي تتخذ في الكمبيوتر (شكل 3/ 7/ أ) – بعدد من المفاتيح الموصلة على التوازي في دائرة كهربية[122]. وذلك كما هو موضح بـ(شكل 3/ 7/ ب).



(أ) بوابة OR (ب) دائرة كهربائية على التوازي

(شكل 3 / 7)

ويقال لمفتاحي (x)، (y) إنهما موصلان على التوازي عندما يمر التيار الكهربي في الدائرة وأحد المفتاحين (x)، (y) على الأقل في وضع التوصيل[123]، ولا يمر التيار الكهربي في أي حالة أخرى (انظر: شكل 3/ 7/ ب).

أي أن متغير الخرج يعمل بمنطق (1) ويمر التيار الكهربي بالدائرة إذا تم – فقط – توصيل أحد مفتاحي التشغيل (y) OR (x) (أي أن $1 = x$ OR y =1). ويمكن تلخيص سلوك الدائرة الكهربية في هذه الحالة بالقائمة التالية:

سلوك الدائرة $z = x \vee y$	Y	x
1	1	1
1	0	1
1	1	0
0	0	0

حيث يعني الرمز (1) إن المفتاح الكهربائي في حالة تشغيل (ON)؛ أي أن التيار الكهربي يمر بالدائرة. بينما يعني الرمز (0) أن المفتاح الكهربائي في حالة عدم تشغيل (OFF)؛ أي أن التيار الكهربي لا يمر بالدائرة.

وبملاحظة سلوك الدائرة الكهربائية – الموضح بالقائمة السابقة – يتبين أنها تؤدي – في حالة توصيل المفتاحين (x) و(y) على التوازي – إجراء الجمع

المنطقي، ولذا يُرمز للتوصيل على التوازي بالتعبير الرمزي: ($X \ v \ Y$)، ويُقرأ على النحو التالي: "(X) على التوازي مع (Y)"[124].

ويمكن تفسير سلوك الدائرة الكهربية – وذلك من أجل فهم طريقة عمل بوابة OR المنطقية – والوارد بالقائمة السابقة على النحو التالي[125]:

- عندما يتم توصيل كلا المفتاحين (X)،(Y) معًا، عندئذ فإن اللمبة الكهربية تضيء، ويعمل المتغير (Z) في منطق (1).
- عندما يتم توصيل المفتاح (X) ليعمل بمنطق (1)، ويظل المفتاح (Y) كما هو مفتوحا، أي يظل على موضعه بمنطق (0)، عندئذ فإن اللمبة الكهربية تضيء، ويعمل المتغير (Z) في منطق (1).
- عندما يتم توصيل المفتاح (Y) ليعمل بمنطق (1) ويظل المفتاح (X) كما هو مفتوحا، أي يظل على موضعه بمنطق (0)، عندئذ فإن اللمبة الكهربية تضيء، ويعمل المتغير (Z) في منطق (1).
- عندما يكون المفتاحان (X)، (Y) كل منهما مفتوحًا، أي يمثل كل منهما منطق (0)، فإن اللمبة الكهربية لا تضيء، وهذا يعنى أن المتغير (Z) يظل كما هو على منطق (0).

ونجمل ما ذكرناه في القائمة التالية:

طرف المتغير	الخرج z	الدخل Y	الدخل x	الشرح Discussion
الحالة	1	1	1	المفتاحان (x)، (y)يعملان في آن واحد، ولذلك فإن الخرج (z) يعمل.
	1	0	1	المفتاح (x)يعمل والمفتاح (y)لا يعمل، ولذلك فإن الخرج (z)يعمل.
	1	1	0	المفتاح (x) لا يعمل والمفتاح (y) يعمل، ولذلك فإن الخرج (z)يعمل.
	0	0	0	المفتاحان (x)، (y) لا يعملان بالدخل، ولذلك فإن الخرج (z) لا يعمل.

فهي توضح علاقة حالات متغيري الدخل (x) و (y)بحالات متغير الخرج (z) لبوابة OR المنطقية، والتي يمكن التعبير عنها كعلاقة جبر منطقي كما يلي:

($z = x \vee y$) [126]. وتقرأ هذه ال معادلة كالتالي: متغير الخرج (z) يساوى (x) OR (y).

وقد ترتب على إجراء الجمع المنطقي مجموعة من القوانين التي شكلت أساسا يسير وفقا له سلوك بوابة OR والدائرة المنطقية، وهي كالتالي:

1: 4: 2: 1 قانون التبادل:

إن ترتيب إجراءات الجمع المنطقية لا يعتبر ذا أهمية، فالحاصل المنطقي– في جميع الأحوال – لن تتغير، حيث يقول "جور بول":

تماثل الكلمات) و)و) أو) العلامة (+) في علم الجبر وبالتالي فالقوانين التي تحكمها واحدة، فعلى سبيل المثال نلاحظ أنه يمكننا خلال التعبير (رجال ونساء) أن نعبر عن (رجال) بالرمز (x)ونعبر عن (نساء) بالرمز(y) ، وعلامة (+) تعبر عن (و) و (أو) ليكون لدينا($x + y = y + x$))[127].

وهذا يعنى أن حاصل جمع الصنفين منطقيًا لن يتغير سواء جمعنا (x) إلى (y)أو (y) إلى (x)، ففي كلتا الحالتين نحصل على الصنف الكبير الذي لو اخترنا منه أي فرد جزافًا لوجدناه إما رجالًا أو نساءً. وعلى ذلك فسيان لدينا لو بدأنا بجمع صنف الرجال إلى صنف النساء ($x + y$) أو بجمع صنف النساء إلى صنف الرجال ($y + x$)، فإن عدد ما صدقات Extension حاصل الجمع المنطقي واحدة هي[128]. والمعادلة السابقة هي صورة أخرى من قانون التبادل، ويمكن التحقق من صدق هذا القانون بوضعه في قائمة صدق للتحقق من ذلك.

x	$\vee$	Y	=	Y	$\vee$	x
1	1	1		1	1	1
1	1	0		0	1	1
0	1	1		1	1	0
0	0	0		0	0	0

وتتضـح علاقـة قـانون التبـادل بالسـلوك المنطقـي لبوابـة OR مـن خـلال ملاحظة متغيري دخلها حيث يتضح أنها علاقة تبادلية، وذلك كما هو موضح بـ(شكل 3/ 8)

(شكل 3 / 8)

فلو قمنا بإبدال المتغيرين المنطقيين (x) و(y) كل منهما محل الآخر، فلن يتأثر سلوك متغير الخرج (z) بهذا التبديل. وبذلك يمكن كتابة العلاقة المنطقية على الصورة التالية: ($z = x \vee y = y \vee x$)[129]. وتقرأ هذه ال معادلة كالتالي: متغير الخرج (z) يساوى (y) OR (x)، في نفس الوقت الذي يساوي فيه (y) OR (x)؛ فهو– أي متغير الخرج (z)– في كلتا الحالتين لم يتغير.

وإذا كـان منطـق "جـورج بـول" يشكل الأسـاس المنطقـي لبوابـات الكمبيـوتر المنطقية، فهو أيضا يعتبر أداة نافعة جدا لتبسيط عددها داخل الدائرة المنطقية

الواحدة في الكمبيوتر. ويتم ذلك بواسطة قانون الاستغراق، وفيما يلي تفسير لقانون الاستغراق وآلية اعتماد الدائرة المنطقية في سلوكها المنطقي عليه.

1: 4: 2: 2 قانون الاستغراق:

من خلال ذلك القانون ترتبط إجراء الضرب المنطقي بإجراء الجمع المنطقي، وخلاله يفترض "جورج بول" أن:

الرمز (z) يشير إلى الصفة (أوروبي)، وأن الرمز (x) يشير إلى صنف (رجال)، وأن الرمز (y) يشير إلى صنف (النساء)، فبالتالي يمكن لنا أن نقول (رجال ونساء أوربيون) أو نقول (رجال أوربيون ونساء أوربيون)، ويتم التعبير عن قانون الاستغراق رياضيًا بالمعادلة:[$z(x + y) = z x + z y$][130].

إن الأمر يستوي سواء بدأنا باختيار الصنف (x) من مجموعة من الموضوعات أو الأشياء ككل، أو بدأنا بتقسيم هذه المجموعة إلى قسمين واخترنا منهما ما هو (x) على حدة، ثم ربطنا بين النتيجتين في تصور كلى متكامل[131].

وهذا القانون من قوانين علم الجبر، وهو صالح للتطبيق بالنسبة للأعداد العادية، ولنأخذ لذلك المثال التالي: لو كانت قيمة (z) هي 5، (x) هي 2، (y) هي 4:

لكان $(4 + 2) \times 5 = 4 \times 5 + 2 \times 5$

$6 \times 5 = 20 + 10$

إذن $30 = 30$ [132].

ويمكن أن نتأكد من صدق هذا القانون باستخدام قائمة الصدق التالية:

z	.	*x*	∨	*y*	=	*Z*	.	*x*	∨	*Z*	.	*y*
1	1	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	0		1	1	1	1	1	0	0
1	1	0	1	1		1	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0		1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1		0	0	1	0	0	0	1
0	0	1	1	0		0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	1	1		0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0		0	0	0	0	0	0	0

وهذا القانون صالح للتطبيق بالنسبة للأعداد العادية، ويؤكد ذلك المثال التالي:

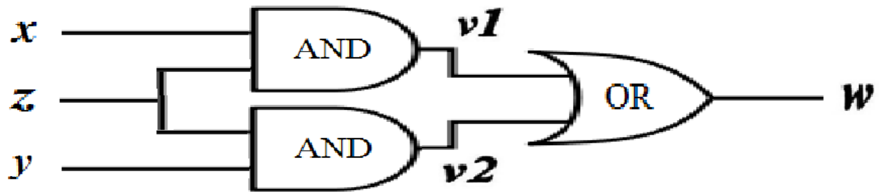
لو كانت قيمة (z) هي 5، (x) هي 4، (y) هي 2:

لكان $(2 - 4) \times 5 = 2 \times 5 - 4 \times 5$

$2 \times 5 = 10 - 20$

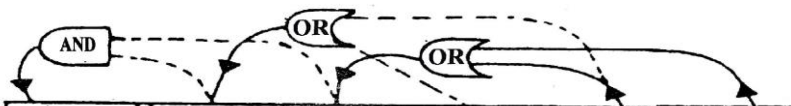
إذن $10 = 10$.

ويُعد هذا القانون أداة نافعه في تبسيط عدد البوابات المنطقيـة بالكمبيوتر؛ ولتوضيح ذلك يمكن تقديم نموذج لدائرة منطقية تحتوي على عديد من البوابات المنطقية، وذلك كما هو موضح بشكل (9/3).



(شكل 9/3)

تلك الدائرة المنطقية يمكن كتابة العلاقة المنطقية لها على النحو التالي: $w = [(x.\ z) \vee (y.\ z)]$[133]. وتُقرأ كالتالي: متغير الخرج (w) يساوي [(x) AND (z)] OR [(y) AND (z)]، والقائمة التالية توضح سلوك تلك الدائرة المنطقية:



w	v2	v1	y	z	x
1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	1
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0

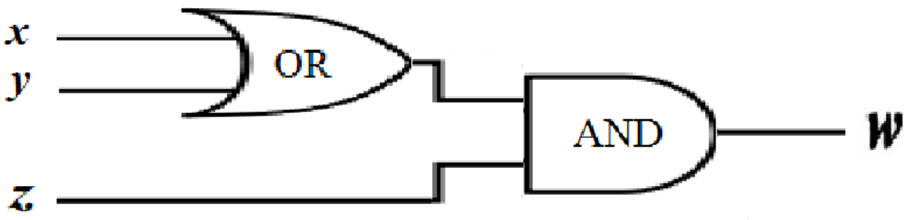
ويمكن تحليل القائمة السابقة على النحو التالي[134]:

(1) متغير الخرج ($v1$) يكون بمنطق (1) عندما يعمل متغير الدخل (z)في منطق (1) ومتغير الدخل(x) في منطق (1). وحيث إن هذين المتغيرين لا يكون لهما خرج يناظر منطق (1) إلا عندما يكون (x) و(z) كل منهما يعمل بمنطق (1)، وبالتالي يمكن ربطهما بالعلاقة المنطقية ($x.\ z$).

(2) كذلك يكون متغير الخرج ($v2$) بمنطق (1) عندما يعمل متغير الدخل (z) في منطق (1) ومتغير الدخل (y) في منطق (1). وحيث إن هذين المتغيرين لا يكون لهما خرج إلا عندما يكون كل من (z)و(y) بمنطق (1)، إذا يمكن ربطهما بالعلاقة المنطقية ($y.\ z$).

(3) متغير الخرج (w) يكون بمنطق (1) إذا تحقق إما بالخطوة (1) وإما بالخطوة (2)، وإما كليهما معًا. عندئذ تكون العلاقة التي تربط هذه الحالات هي علاقة OR، ويمكن صياغتها بعلاقة منطقية كما يلي: $w = (x.\ z)\ v$ $[\ (y\ .\ z)]$

ونلاحظ أن الدائرة السابقة تحتوي على عديد من البوابات، وبقانون الاستغراق أمكن تبسيطها داخل الدائرة، لتعطي لنا دائرة مبسطة مماثلة لها (شكل 10/3)، وتؤدى عملها نفسه، وتكون على النحو التالي:



(شكل 10/3)

ويمكن كتابة العلاقة المنطقية لها على الصورة التالية: $w = z\ (x \vee y)$.

وتُقرأ هذه ال معادلة كالتالي: متغير الخرج (w) يساوى(y) AND (x) Or (z)، ويتم التحقق من سلوك تلك الدائرة المنطقية – المبسطة – عن طريق القائمة التالية:

w	u	z	y	x
1	1	1	1	1
1	1	1	1	0
1	1	1	0	1
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
0	1	0	1	0
0	1	0	0	1
0	0	0	0	0

ونلاحظ أن تلك القائمة نجد أنها تماثل القائمة السابقة، ومن ثم يتضح أن الدائرتين متماثلاتان، وبذلك تكون العلاقة المنطقية – والتي تأخذ صورة قانون الاستغراق – على النحو التالي:

$$z.\ (x \vee y) = (x.\ z) \vee (y.\ z)$$ [135].

وتُقرأ هذه ال معادلة على النحو التالي: الدائرة المنطقية التي تكون متغيرات دخلها على النحو التالي: (*y*) And (*x*) Or (*z*)، تماثل الدائرة المنطقية التي تكون متغيرات دخلها على النحو التالي: (*z*) And (*y*) Or (*z*) And (*x*)، فالدائرتان متماثلتان، وإن كانت الأولى أبسط من الثانية، وذلك بعد اعتمادها على قانون الاستغراق في سلوكها المنطقي.

ويمثل ذلك فائدة كبيرة، حيث إن إنقاص عدد البوابات المنطقية داخل الدائرة المنطقية يعني من الناحية الإجراء توفير الوقت والجهد والأموال. وبقانون الاستغراق؛ يتم التبسيط عن طريق مفهوم البوابات المتماثلة، والذي يعني أن البوابات الأصلية – داخل الدائرة المنطقية – والبوابات المبسطة تؤديان العمل نفسه. وبالتالي تكون الدائرة الأصلية مماثلة للدائرة المبسطة[136].

مما سبق اتضح لنا أن منطق "جورج بول" يحتل مكانة بارزة في عتاد الكمبيوتر، حيث ساهم في بناء وتطوير عقله ووحدة بنائه، ألا وهي البوابات والدوائر المنطقية.

1: 5 الخاتمة:

نجح "جورج بول" من خلال ملاحظة التشابه بين الإجراءات المنطقية وعلم الجبر في إدماج المنطق في الجبر، وتم ذلك من خلال إقامة علم المنطق على نموذج علم الجبر، وتحويل القضايا المنطقية إلى معادلات جبرية، بحيث أصبح المنطق جزءًا من علم أعم هو الرياضيات، وحجته في ذلك أن قوانين الجبر بالنسبة لديه هي قوانين الفكر بعامة وتنطبق على كل مجالات الفكر البشري، ولذلك يمكن تطبيقها على كل فروع المعرفة بما فيها علم المنطق.

ولذا؛ تُعد إسهاماته علامة بارزة في تاريخ تطور الفكر المنطقي في جانبه الرياضي؛ حيث تُعد خطوة هامة نحو التمهيد للأفكار المنطقية الجديدة في أواخر القرن التاسع عشر وأوائل القرن العشرين، إلى حد الثلاثينيات منه تقريبا، فهو ظاهرة هامة كان لها دور كبير في إثراء المنطق الرياضي الجديد. ولذا؛ فقد احتلت دراسته صدارة الدراسات المنطقية والرياضية الحديثة والمعاصرة.

وقد ظهرت أهمية النظريات المنطقية الرياضية – في القرن العشرين – في كونها تمثل حجر الزاوية في التقدم العلمي والتقني، بل وتمثل بصفة عامة أساس كل العلوم، ومنها الكمبيوتر؛ فعلى سبيل المثال، أوضح "كلود شانون" أهمية منطق "جورج بول" في تأسيس ثم تطوير آليات السلوك المنطقي للبوابات والدوائر المنطقية للكمبيوتر.

فالمنطق وعلوم الكمبيوتر تفاعلا بطريقة مثمرة وجادة، وقد جاء هذا التفاعل بينهما كحافز أسهم المنطق خلاله في تطوير علوم الكمبيوتر كالهاردوير،

تصميم وبناء لغات البرمجة، الذكاء الاصطناعي، قواعد البيانات ... وما إلى ذلك. وقد كانت تلك العلاقة بداية تعاون علمي وثيق بينهما إلى وقتنا هذا

ولعل الدراسات التي نتجت عن ارتباط النظريات المنطقية بصفة عامة بعلوم الكمبيوتر، والتي تضافرت فيها جهود المناطقة وعلماء الكمبيوتر، وأسفرت عن ظهور ما يسمى بـ "منطق الكمبيوتر" لخير دليل على أن علم المنطق لم يعد حكرا على المناطقة وحدهم، حيث أسهم خلال ب عده التطبيقي في إحداث نوع من الثراء والانتعاش له.

ويُعد ذلك من وجهة نظر الباحث أمرا حيويا يفرض نفسه، حتى نستطيع مواكبة التقدم العلمي المتزايد في جميع جوانب الحياة. وبدون ذلك، فما النفع الذي يعود على المجتمع جراء البحث في قوالب صورية مجردة تأتي فيها النتائج مساوية للمقدمات، أي مجرد حجة استنباطية، وهو المعنى نفسه الذي صاغه "كارل ماركس" – نقل ا عن "إيمانويل كانط– بقوله: التطبيق من دون النظرية أعمي، والنظرية من دون التطبيق عقيمة.

1: 6 هوامش البحث:

(1 Computer: جهاز إلكتروني ذات سرعة عالية ودقة متناهية تمّت برمجته حتى يقوم بحل الملايين من العمليات الحسابية والمنطقية بشكل آلي، وفي ثوانٍ معدودة، وتمر عملية حل هذه العمليات بعدة مراحل، حيث يتم إدخال البيانات إليه، ثم يتم معالجتها حتى تتحول إلى معلومات بقيمة معينة، والتي يتم تخزينها أو استرجاعها عند الحاجة إليها. ويتم تشغيل الكمبيوتر بواسطة مجموعة من البرمجيات تسمى نظم التشغيل، تقوم بترتيب الأوامر وتنفيذها حسب الأولوية، بالإضافة إلى تنظيم عمل أجهزة الإدخال والإخراج، وغيرها من الوظائف الأخرى، ويُعد "الويندوز" windowsمن أبرز نظم التشغيل المستخدمة لتشغيل الكمبيوتر.

(2) Mathematical Logic: للمنطق الصوري Formal Logic في صورته الحديثة تعريفات عدة، كما أن له أسماء عديدة، فيطلق عليه المنطق الحديث Modern Logic، والمنطق الرياضي Mathematical Logic، والمنطق الرمزي Symbolic Logic، وجبر المنطق Algebra of Logic، واللوجستيقا Logistic، وتلك الأسماء العديدة يستخدمها المناطقة والعلماء طبقا لوجهات نظرهم.

ومن منظور الباحث، يُعد مسمى "المنطق الرياضي" هو الأدق، نظر ا لأن المنطق أضحى نظرية رياضية، وصار أشبه بالحساب التحليلي The Calculus، لدرجة إن إصطلاح "الحساب التحليلي" صار يُطلق على جميع نظرياته، فثمة الحساب التحليلي للقضايا، الحساب التحليلي للمحمول، الحساب التحليلي للعلاقات، والحساب التحليلي للأصناف...إلخ، وخلالها تُستخدم الرموز بوصفها وسيلة لفهم موضوع العلم. كما يستخدم المنطق العمليات البرهانية الموجودة في الرياضيات، والمقصود بها "المنهج الاستنباطي"، الذي يجرى فيها على أسس حسابية، يُبرهن فيها على جميع القضايا المنطقية، ليقدم لنا في نهاية المطاف براهين دقيقة تقف على قدم المساواة مع براهين الرياضيات. وعليه، يدل مصطلح "المنطق الرياضي" على لغة المنطق المعاصر وجوهر عملياته.

وأفضل تعريف للمنطق الرياضي ما اشتمل على بيان موضوعه، وموضوع هذا المنطق هو الاستدلال الاستنباطي، ويعني الانتقال من قضية أو أكثر (وتُسمى مقدمة أو

مقدمات) نسلم بصحتها إلى قضية آخرى تلزم عنها (وتسمى نتيجة)، وترتبط المقدمات برباط معين (وهو العلاقة المنطقية) بحيث إذا قبلنا المقدمات قبلنا النتيجة.

(3) Hardware: أي المكونات المادية الأساسية لجهاز الكمبيوتر؛ مثل وحدات الدخل Input Units، وحدة ال معالجة المركزية CPU، ووحدات الخرج Output Units، والهاردوير يطلق عليه مصطلح "عتاد الكمبيوتر".

(4) Artificial Intelligence: أحد التطورات العلمية التي أصبح من الممكن بموجبها محاكاة الذكاء الإنساني والقدرات الإبستمولوجية للإنسان خلال إعداد برامج يمكن لها القيام بعمليات شبيهة بهذا الذكاء وتلك القدرات ومن ثم أدائها بطريقة أفضل منه.

(5) Data Bases: مجموعة بيانات مرتبة ومترابطة بشكل منطقي وتسلسلي واضح، تترتب على شكل جداول، ويتكون كل جدول من سجلات Records، ويتكون كل سجل من حقول Fields والتي تخزن فيها البيانات وتتم معالجتها لتصبح بعد ذلك معلومات. وتُخزن هذه المعلومات على شكل منظم في جهاز الكمبيوتر، والبرامج التي يتم إنشاء قواعد بيانات من خلالها كثيرة؛ لكن أبسطها برنامج "مايكروسوفت أكسس" Microsoft Accsess.

(6) Programming languages: هي التي بواسطتها يتصل الإنسان بالكمبيوتر لتوجيهه للقيام بالأعمال التي يريدها، وهي تنقسم – حسب قربها من اللغات الإنسانية – إلى لغات عالية المستوى (قريبة من اللغة التي يفهمها البشر) مثل سي بلس بلس C++، لغة جافا Java، ولغة ليسب Lisp. ولغات منخفضة المستوى (قريبة من لغة الكمبيوتر) مثل لغة الأسيمبلي Assembly ولغة الآلة Machine Language والمكونة من سلسلة من (0,1).

(7) George Boole (1815 – 1864م): منطقي ورياضي إنجليزي، تناول خلال كتاباته نظريته في جبر المنطق والقائلة بإمكان تطبيق علم الجبر في حل المشكلات المنطقية، من أهم كتاباته: "التحليل الرياضي للمنطق، مقال في حساب البرهنة الاستنباطية". و"بحث في قوانين التفكير: بوصفها أساسا للنظريات الرياضية للمنطق والاحتمالات". ونظرًا لأهميته

بوصفه فيلسوفا وعالما للرياضيات والمنطق، ونظرا لأهمية مؤلفاته وإسهامها في تطوير تلك المجالات، فقد قامت عديد من الجامعات بتكريمه.

(8) اختلفت آراء المُفكرين العرب حول ترجمة كلمة Class، حيث يترجمها إلى "فئة" كل من: زكي نجيب محمود، عبد الحميد صبره، عزمي إسلام، محمد السرياقوسي، محمد مهران، ومحمد قاسم؛ بينما يترجمها إلى "فصل" كل من: يوسف كرم، أحمد فؤاد الأهوانى، نازلي إسماعيل حسين، محمد مرسي أحمد، علي عبد المعطي محمد، وماهر عبد القادر محمد؛ بينما يترجمها إلى "صنف" كل من: عبد الرحمن بدوي، يحيى هويدي، ومحمود فهمي زيدان. وسيعتمد الباحث في الدراسة الحالية على الترجمة الأخيرة للمصطلح.

(9) Logical Operations: التوصل إلى نتيجة بعد تطبيق قواعد معينة سلفا، منها: الوصل، الفصل، ...إلخ.

(10) Moss, L. S.: Applied Logic; A Manifesto, In: Gabbay, D. M. et al. (Eds.) (2006): Mathematical Problems from Applied Logic, I, Logics for the XXIst Century (New York: Springer-Verlag), pp. 329 – 330.

(11) Ibid, pp. 318 – 319.

(12) Ibid, p. 323.

(13) ماكوفلسكي، الكسندر (بدون تاريخ): تاريخ علم المنطق، نقله إلى العربية: علاء الدين، نديم & فتحي، إبراهيم (1987) ، الطبعة الأولى (بيروت: دار الفارابي) ، ص. 10 (بتصرف).

(14) Moss, L. S.: Op. Cit, p. 329.

(15) إبراهيم، هيثم السيد السيد (2004): منهجية منطق المحمول في علم الذكاء الاصطناعي، إشراف: محمد، ماهر عبد القادر & الخولي، يمنى طريف & محمد، ناصر هاشم (رسالة ماجستير، جامعة جنوب الوادي: كلية الآداب بقنا) ، ص. ج (بتصرف).

(16) Robot: جهاز يتفاعل تلقائي ا مع الإشارات المحيطة أو التعليمات الموجهة لاتخاذ إجراءات بعينها، مثل ما يسمى بالإنسان الآلي، أو الأجهزة التي تدير نفسها.

(17) Trzesicki, K. (2009): Temporal Logic Model Checkers as Applied in Computer Science, Studies in Logic, Grammar & Rhetoric, 17(30), p. 13.

(18) إبراهيم، هيثم السيد: مرجع سابق، ص. ح – خ (بتصرف).

(19) المرجع نفسه، ص. خ (بتصرف).

(20) Flors, I. (1960): Computer Logic; The Functional Design of Digital Computer, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, p. 1.

(21) Davis, M.: Mathematical Logic and the Origin of Modern Computer, In: Herken, R. (Ed.) (1995): The Universal Turing Machine: A Half-Century Survey, Computerkultur, 2 (New York: Springer-Verlag), p. 136.

(22) قاسم، محمد (2004): المدخل إلى المنطق الصوري (الإسكندرية: دار المعرفة الجامعية) ، ص. 388.

(23) المرجع نفسه، ص. 383.

(24) على، نبيل (1994): العرب وعصر المعلومات، سلسلة عالم المعرفة، 184 (الكويت: المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب) ، ص. 61 – 62.

(25) قاسم، محمد: المدخل إلى المنطق الصوري، ص. 383 – 384.

(26) Shanon, C. (1916م. – 2001م.): عالم رياضيات بارز، عُرف بـ"الأب الحقيقي للعصر الرقمي"، عنوان أطروحته للماجستير والحاصل عليها من معهد ماساتشوستس للتكنولوجيا MIT هو: "تحليل رمزي للإبدال ودوائر التبديل"، وهي تعد من أهم وأشهر أطروحات هذا القرن، حيث أثبت خلالها أن جبر "جورج بول" المنطق يمكن استخدامه في بناء الكمبيوتر خلال تأسيسه للبوابات المنطقية، واختزال عددها داخل الدائرة المنطقية بهاردوير الكمبيوتر. وبعد نشرها بعامين حصل على جائزة ألفرد نوبل (وهي تختلف عن جائزة نوبل الشهيرة).

(27) تمثل هذه الوحدة الجزء الحاسب في جهاز الكمبيوتر، وتقوم بالدور الفعلي ل معالجة البيانات بتنفيذ تعليمات تداول البيانات أو تحويلها من مكان لآخر أو فرز البيانات، وهي تتكون عادة من الدوائر الإلكترونية بالإضافة إلى عدد من المسجلات Registers لاستقبال البيانات الواردة من وحدة التخزين (الذاكرة) الأساسية أو التخزين المرحلي للنتائج أو لإرسال بيانات للتخزين. كما يشترك في بنائها عدد من الدوائر الإلكترونية الخاصة التي تعرف باسم العناصر المنطقية أو البوابات المنطقية Logic Gates.

ومن أبرز العمليات التي تقوم بها وحدة الحساب والمنطق هي أداء العمليات الحسابية المختلفة مثل الجمع والطرح والضرب والقسمة، على البيانات المخزنة في وحدة التخزين (الذاكرة) الأساسية حسب أوامر البرنامج المطلوب تنفيذها لحل مشكلة معينة. كذلك تقوم وحدة الحساب والمنطق بأداء العمليات المنطقية التي من شأنها مساعدة الكمبيوتر على اتخاذ قرار منطقي أثناء تنفيذ أوامر البرنامج بغرض تحديد اتجاه سير تنفيذ أوامر البرنامج بواسطة وحدة التحكم. ويتمثل ذلك في إجراء عمليات المقارنة بين قيم متغيرين بوضع أحدهما في موضع الحساب والآخر في موضع المقارنة، وتتم المقارنة بين هذين الحدين. فمثلا:

هل G أكبر من H	Is $G > H$
هل G أصغر من أو تساوى H	Is $G \leq H$
هل G أكبر من 100	Is $G > 100$
هل G لا تساوى H	Is $G \neq H$

فتكون نتيجة المقارنة الصواب أو الخطأ وتتمثل النتيجة في النهاية بالرقم (1) أو (0) ثم يتبع ذلك تنفيذ إجراء معين بناء على قرار النتيجة التي تم الوصول إليها. أنظر:

- عوض، عادل (2005): ملكة إصدار الأحكام بين الإنسان والآلة – دراسة نقدية للرؤى ال معاصرة في المنطق والحاسوب (الإسكندرية: دار الوفاء للطباعة والنشر، ط1)، ص. 39–41.

(28) إبراهيم، هيثم السيد: مرجع سابق، ص. 47.

(29) Aho, A. V. & Ullman, J. D. (1995): Foundation of Computer Science (New York: Computer Science Press), p. 701.

(30) طايل، مظهر (بدون تاريخ): البوابات المنطقية والدوائر الرقمية (بيروت: دار الراتب الجامعية) ، ص. 9.

(31) جمال الدين، علي سعيد (1991): بنية الحاسوب ومبادئ عمله (دمشق: جامعة دمشق، ط 3) ، ص. 210 – 211 (بتصرف).

(32) قائمة التحقق بلغة الكمبيوتر هي قائمة الصدق بلغة المنطق.

(33) قاسم، محمد: المدخل إلى المنطق الصوري، ص. 390.

(34) طايل، مظهر: مرجع سابق، ص. 18 – 19.

(35) يستخدم الكمبيوتر نظام العد الثنائي لأن عمله يعتمد على "المفاتيح" Switchesالتي يمكن لكل منها أن يأخذ إحدى وضعيتين: إما (On) أي مفتوح، أو (Off) أي مغلق، ويتم تمثيلهم بواسطة الرموز (1) ,(0) على الترتيب.

(36) Corporation, B. (1962): Digital Computer Principles, 2nd Ed. (New York: McGraw-Hill), p. 16.

(37) على، نبيل: مرجع سابق، ص. 63 (بتصرف).

(38) Cooksey, E. B. (1997): George Boole: The Man Behind “And / Or / Not’’ (Libraries & Culture), 32(1), p. 81.

(39) إن معنى الصنف مألوف لنا في حديثنا اليومي، فنحن كثيرا ما نستخدم تعبيرات مثل "صنف الموظفين" و"صنف العمال" و"صنف الطلبة" وهكذا، لنعني بكل صنف منه مجموعة معينة من الأفراد. إلا أننا في لغة الحديث الجاري قد لا نجد أحيانا ضرورة في استخدام لفظ "صنف". ونكتفي بألفاظ كلية مثل "موظف" و"عامل" و"طالب" وهكذا، لنعني بذلك أصنافا معينة من الأفراد. فهذه الأصناف الكلية التي تكاد تمثل معظم كلمات اللغة إنما تدل دائمًا على ما نسميه بالأصناف، فصنف "الإنسان" هو جميع الناس، وصنف "الموظف" هو جميع الموظفين، و"صنف الطالب" هو جميع الطلبة. ومثل هذا يقال في حالة جميع الكائنات الحية والجامدة، فصنف "القلم" هو جميع ما هنالك من أقلام، وصنف "القطط" هو كل القطط، وهكذا؛ فليست الأصناف كائنات

أولية، بل هي كائنات يمكن تحليلها إلى ما هو أبسط منها، ألا وهي الأعضاء التي منها تكون الصنف؛ فلو تصورنا أننا قد استطعنا من الوجهة النظرية أن نطلق اسما على كل فرد جزئي من الأفراد الموجودة في العالم، لما أصبحت هناك ضرورة تستدعي بقاء الأسماء الكلية الدالة على أصناف، مثل إنسان وشجرة، فكل اسم من هذه الأسماء يمكن تعريفه بأسماء المفردات تحته.

ويمكن معالجة موضوع الأصناف من زاويتين، إحداهما رياضية منطقية، والأخرى فلسفية. فمن الزاوية الفلسفية يمكن دراسة الأصناف من ناحية علاقتها بالواقع، وبالصور المنطقية للوقائع التي ينطوي عليها الواقع. أو بعبارة أخرى يمكن دراسة الأصناف من زاوية أنطولوجية Ontological ومعرفية، كما يمكن معالجتها من الزاوية المنطقية الرياضية؛ ونتيجة لهاتين الزاويتين من ال معالجة، نجد في تعريف الأصناف اتجاهين واضحين: أحدهما فلسفي، والآخر رياضي، يقوم أولهما على أساس المفهوم (حيث نظر الفلاسفة إلى المفهوم باعتباره الأكثر أهمية)، ويقوم ثانيهما على أساس الماصدق (حيث يرى الرياضيون أهمية الماصدق على المفهوم).

يركز التعريف المفهومي للصنف على الخاصة أو الخواص التي يشترك فيها جميع أفرد مجموعة ما، لكن بحيث لا يؤدي بنا هذا القول إلى تصور الصنف رمزا له وجوده المستقل؛ فهي رموز ناقصة ليست قائمة بذاتها، وإنما تكتسب معنى عندما يحتويها سياق أو قضية. ومن ثم فالأصناف هي بمثابة "مواضعات رمزية أو لغوية لا تتمتع بتلك الواقعة الأصلية التي يتمتع بها أعضاء الصنف نفسه حالة كونهم أفرادا ". ويعنى ذلك أن الصنف يكتسب وجوده من الأعضاء المنتمين لها، حتى ولو كان هناك عضو واحد، أما إن كان صنف بلا أعضاء على الإطلاق فهو صنف فارغ Null Class أو بالأحرى صنف لا وجود له.

أما فيما يتعلق بالتعريف الماصدقي، فالصنف يتألف من "كل الحدود التي تعوض في دالة قضية، بحيث تحدد كل دالة قضية صنف ما". ويقصد بذلك أن بكل دالة متغيرات، إن وضعنا محلها قيما صادقة جاءت الدالة صادقة، أما إن وضعنا قيما غير ملائمة فإن الدالة تصبح كاذبة. مثال ذلك إن قلنا: "أن (x) هو رئيس جمهورية في القرن العشرين"، وعوضنا عن المتغير (x) بقيم من نوع: شارل ديجول، جمال عبد الناصر، وجوزيف تيتو كانت الدالة صادقة، أما إن عوضنا بقيم أخرى مثل: نابليون، جان جاك روسو، وأفلاطون تصبح الدالة والقضية الناتجة عنها كاذبتين. وتنشأ علاقة تكافؤ صوري بين دالتين لصنفين لهما الأعضاء نفسها، كذلك فإن الدالتين المتكافئتان من الناحية الصورية، تصدق إحداهما إن صدقت الأخرى، يشيران إلى الصنف. أنظر:

- محمود، زكي نجيب (1981): المنطق الوضعي، الجزء الأول (القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية، ط6)، ص. 104.
- رشوان، محمد مهران (1978): مقدمة في المنطق الرمزي (القاهرة: دار الثقافة للطباعة والنشر)، ص. 241 – 242.
- قاسم، محمد (1991): نظريات المنطق الرمزي؛ بحث في الحساب التحليلي والمصطلح (الإسكندرية: دار المعرفة الجامعية)، ص: 300.

(40) Boole, G. (1854): An Investigation of the Laws of Thought, On Which Are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities, (New York, NY: Dover Publications, Inc.), P. 6.

(41) محمد، علي عبد المعطي & محمد، ماهر عبد القادر (1981): المنطق الرياضي؛ برنكيبيا ماتيماتيكا، الجزء الأول (الإسكندرية: دار المعرفة الجامعية) ، ص. 75.

(42) Boole, G. (1847): The Mathematical Analysis of Logic, in: Collected Logical Works. Studies in Logic and Probability, Vol. 1, Edited by: Rhees, R. (1952), (La Salle, IL: Open Court Pub.), P. 50.

(43) من أهم سمات المنطق الرياضي هو لغته الرمزية التي تتسم بمقدرتها على الوفاء بمتطلبات التعبير الدقيق عن الأفكار والمفاهيم، حيث تعجز اللغة العادية عن ذلك، مما يؤدي إلى أخطاء منطقية وفلسفية خطيرة، وبعبارة أخرى، فإن اللغة المنطقية الرمزية قوة تعبيرية في المسائل التي تحتاج إلى دقة لا يمكن التماسها في اللغات الطبيعية.

فاستخدام اللغة العادية أحيانا ما يؤدي إلى الوقوع في الخطأ، أما إذا استخدمنا لغة رمزية، فإننا نتحاشى الخلط أو اللبس الذي قد ينشأ عن استخدام الألفاظ.

والواقع أن استخدام لغة خاصة ورموز خاصة مقابل الألفاظ، هو امر ملائم من الناحية الإجراء، وإن لم يكن أمرا ضروريا ضرورة منطقية، فليس ثمة قضية في المنطق أو الرياضيات لا يمكن التعبير عنها في اللغة الجارية على الإطلاق، ولكن من المستحيل عمليا تحقيق أي تقدم في الرياضيات والمنطق دون استخدام رموز ملائمة، تماما كما لا يمكن مباشرة التجارة الحديثة دون استخدام "الشيكات" والدفاتر المصرفية.

فاللغة الرمزية لا تساعدنا على حل المشكلات فحسب، بل تساعدنا أيضا على التعبير الدقيق عن كل خطوة من خطوات الحل في المسألة، بمعنى أنها توفر الدقة المطلوبة للتفكير المنطقي الصحيح بدرجة لا يمكن توافرها في اللغة العادية كما سبقت الإشارة. فضلا عما تتيحه هذه اللغة من الاقتصاد في التفكير، ومن شأن هذا أن يجعل من الممكن عمل استدلالات معقدة.

ولاستخدام الرموز شروط معينه منها: (1) أن تكون الرموز موجزة بقدر الإمكان حتى تحقق معنى الاختصار او الايجاز، وهو هدف أساس من استخدام الرموز. (2) أن تكون مبسطة بقدر الإمكان حتى يمكن إدراكها بسهولة لاول وهلة. (3) أن يكون مما يجعل إجراء الإستدلال سهله ميسورة بأقل جهد في التفكير. (4) أن تكون مجردة لا تعبر عن تصورات بعينها، حتى يتسنى صياغتها في قوالب وإطارات صورية خالصة.

ويمكن أن نتبين ثلاث خصائص على الأقل يجب توافرها في الجهاز الرمزي المنطقي، هي: (1) الاقتضاب أو الايجاز Conciseness. (2) الدقة Precision. و(3) الاتساق والنسقية Systematization. أنظر:

- إسلام، عزمي (1970): أسس المنطق الرمزي (القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية)، ص. 18-20.
- محمود، زكي نجيب: مرجع سابق، ص. 178.
- رشوان، محمد مهران: مرجع سابق، ص. 15 – 17.

(44) محمد، ماهر عبد القادر (1985): فلسفة العلوم؛ المنطق الرياضي، ج3، (بيروت: دار النهضة العربية) ، ص. 100.

(45) زيدان، محمود فهمي (1979): المنطق الرمزي؛ نشأته وتطوره (بيروت: دار النهضة العربية) ، ص. 271.

(46) الهويـة Identity بـين الأصـناف تعنـي وجـود تطـابق ذاتـي بـين أعضـائها، فقـولي إن الصنفين (x)، (y) بينهما هويـة، إنما يعنـي أن الصنفين لهما نفس الأعضـاء، أو أنهما متطابقان. ويمكن التعبير رمزيا عن هذا المعنى على النحو الآتي:.$x = y$

والهوية بين الأصناف (=) تشبه فكرة التكافؤ (≡) في حساب القضايا، أي أن ($x = y$) ترمز إلى حقيقة أن (x) و(y) هما صنفان يحتويان على عناصر متساوية، أي أن الأفراد الذين يؤلفون الصنف (x) هم نفس الأفراد الذين يؤلفون الصنف (y).

ويلاحظ في هذه الحالة أن العلامة (=) هنا لا تعني مجرد التساوي الحسابي أو العددي، بل تعني الهوية بين الصنفين بالمعنى سالف الذكر. والفرق بين التساوي العددي وبين الهوية واضح، ويمكن التعبير عنه بالقول بأن كل هوية تستلزم التساوي العددي، في حين أن التساوي العددي لا يستلزم الهويـة بالضـرورة، فلو كـان الصنفان (x) (صنف الكتب)، (y) (صنف الأقلام)، متساويين عدديا، لما ترتب على هذا أن تكون الكتب هي الأقلام ولا الأقـلام هـي الكتـب، ومـن ثـم فالتسـاوي هنـا لا يسـتلزم الهويـة بينهمـا، أمـا لـو كـان الصنفان (x) (صنف طلبة السنة الثالثة بقسم الفلسفة)، (y) (صنف من يدرسون المنطق المعاصر) بينهما هوية، فإن هذا يستلزم التساوي العددي بينهما.

ولعلنا نلاحظ هنا أننا حينما نقول إن هناك هوية بين (x)،(y) فإننا لا نعنـي أن لكل من الصنفين خواص واحدة، بل ما نعنيه هو أن لكل منهما نفس الأعضاء.

ومعنى ذلك أن الهوية هنا ليست هوية مفهومات، بل هوية ما صدقات. ولعل السبب في ذلك يرجع إلى أن النظرية الماصدقية إنما تقدم لنا مبدأ بسيطًا لارتباط الأصناف بعضها بالبعض الآخر، وهو مبدأ "العضوية المشتركة" Common Membership. أما إذا كان اعتمادنا على المفهومات، لاتضح لنا أن معظم المفاهيم منفصلة بعضها عن البعض الآخر على وجه يتعذر معه تبين العلاقات بينها؛ وعلى سبيل المثال، فإن كلا من صنف "الكواكب" وصنف "توابع الشمس" تبدو وكأنها منفصلة عن الأخرى، إذا ما أخذنا الأمر من جهة المفهوم، فالشخص الذي يعرف معنى هذين المفهومين، ولكنه لا يعرف الأشياء التي ينطبقان عليها، لا يستطيع أن يدرك أية علاقة بينهما. ولكن لو نظرنا إلى المفهومين من جهة الماصدقات لاستطعنا أن ندرك على الفور أنهما

متطابقان. فنقول: إن صنف "الكواكب" هو نفسه صنف "توابع الشمس"، وبذلك يمكننا تقرير الهوية بين الصنفين، حيث إنهما يشتركان في نفس مجموعة الأعضاء.

ومما يجدر الإشارة إليه هو أن لعلاقة الهوية ثلاث خواص هي أولا أنها انعكاسية، لأن الشيء يساوى نفسه دائمًا، وثانيًا هي تبادلية بمعنى إذا كان (x) مساويًا لـ(y)، كان (y) مساويًا لـ(x). وهي ثالثًا متعدية بمعنى إذا كان (x) يساوى (y)، (y) يساوى (z)، لكان (x) يساوى (z). أنظر:

Lewis, C. I. (1960): A Survey of Symbolic Logic (New York: Dover Publications), p. 56.

إسلام، عزمي: أسس المنطق الرمزي، ص. 50 – 51.

رشوان، محمد مهران: مقدمة في المنطق الرمزي، ص. 265 – 267.

قاسم، محمد محمد: نظريات المنطق الرمزي، ص. 304.

(47) Boole, G.: An Investigation of the Laws of Thought, p. 27.

(48) قاسم، محمد: المدخل إلى المنطق الصوري، ص. 336.

(49) للمتغيرات أهمية كبيرة في الرياضيات، فهي تلعب دورا رئيسًا في صياغة المبرهنات الرياضية بحيث يكون من المستحيل صياغة تلك المبرهنات بدون استخدام المتغيرات. كذلك فتطور ذلك المنهج المثمر في حل مشكلات الرياضيات (والمقصود به استخدام ال معادلات) إنما يرجع الفضل فيه الى استخدام المتغيرات. وعلى ذلك، يمكن القول – بلا مبالغة – بان الكشف عن المتغيرات إنما يشكل نقطة تحول حاسمة في تاريخ الرياضيات، فلقد اكتسب الإنسان بهذه الرموز أدوات مهد طريق التطور الكبير للعلم الرياضي، كما تمهد لتثبيت دعائم هذا العلم الرياضي وأسسه المنطقية

وتستخدم المتغيرات في المنطق لأغراض مشابهة للأغراض التي تستخدم لها في الرياضيات؛ فهي – تُظهر لنا بجلاء كامل "الصورة" الخالصة للقضية أو الحجة المنطقية دون نظر إلى مادتها، وهذا من شأنه أن يصل بنا إلى عمومية كبيرة. أنظر:

- تارسكي، ألفرد (1959): مقدمة للمنطق ولمنهج البحث في العلوم الاستدلالية، ترجمة: إسلام، عزمي (1970)، مراجعة: زكريا، فؤاد (القاهرة: الهيئة المصرية العامة للتأليف والنشر)، ص. 50 – 51.
- رشوان، محمد مهران: مرجع سابق، ص. 47.

(50) محمد، ماهر عبد القادر: مرجع سابق، ص. 69.

(51) المرجع نفسه، ص. 69.

(52) محمود، زكي نجيب: مرجع سابق، ص. 75 –76.

(53) زيدان، محمود فهمي: مرجع سابق، ص. 77.

(54) محمود، زكي نجيب: مرجع سابق، ص. 75.

(55) محمد، ماهر عبد القادر: مرجع سابق، ص. 69.

(56) المرجع نفسه، ص. 69 – 70.

(57) السرياقوسي، محمد أحمد مصطفى (1978): التعريف بالمنطق الرياضي (القاهرة: دار الفكر العربي) ، ص. 169.

(58) محمد، علي عبد المعطي & محمد، ماهر عبد القادر: مرجع سابق، ص. 35 – 36.

(59) يسمى ذلك الجزء من المنطق الذي يبحث في فكرة الصنف وصفاته العامة، بنظرية الأصناف، كما تُعد هذه النظرية أحيانا مبحثا رياضيا مستقلا وتسمى بـ"نظرية الفئات" Theory of sets وهي أحد المباحث الرياضية التي ظهرت في الأنساق الرياضية الحديثة – على يد مؤسسها جورج كانتور Cantor, G (1845 – 1918م) – وتغلغلت مفاهيمها واتجاهاتها الفكرية في أغلب فروع الرياضيات وتركت فيها أثرا خصبا مثمرا إلى أبعد حد. ومنها على سبيل المثال علم الحساب. حيث دعمت نظرية الفئة نزعة الربع الثالث من القرن التاسع عشر في تشييد الرياضيات كلها على أساس علم الحساب، ذلك لأن نظرية الفئات قد تعمقت الحساب نفسه وكشفت عن نظريات جديد ومعقدة أضفت

عليه قدرة عظيمة على حل كثير من أعوص مشاكل الرياضيات العليا التي لم يكن لها حل إلى ذلك الوقت. أنظر:

تارسكي، ألفرد: مرجع سابق، ص. 104.

الفندى، محمد ثابت (1969): فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت، ص. 111.

محمد، علي عبد المعطي & محمد، ماهر عبد القادر: مرجع سابق، ص. 31.

(60) قاسم، محمد: نظريات المنطق الرمزي، ص. 299.

(61) Boole, G.: An Investigation of the Laws of Thought, p. 28.

(62) Boole, G.: The Mathematical Analysis of Logic, p. 60.

(63) إسلام، عزمي (1985): دراسات في المنطق؛ مع نصوص مختارة (الكويت: مطبوعات الجامعة) ، ص. 155.

(64) See:

- Dummett, M. (1959): Review of Logic and Probability, by: Boole, B., Edited By: Rhees, R. (the Journal of Symbolic Logic), 24(3), p. 205.
- Knead, W. (1956): Boole and the Algebra of Logic (Notes and Records of the Royal Society of London), 12(1), p. 55.

(65) Boole, G.: The Mathematical Analysis of Logic, p: 60.

(66) Knead, W. & Knead, M. (1962): The Development of Logic, 1st Ed. (Oxford: Clarendon Press), p. 408.

(67) Boole, G.: The Mathematical Analysis of Logic, p: 64.

(68) Boole, G.: An Investigation of the Laws of Thought, p. 48.

(69) إسلام، عزمي: أسس المنطق الرمزي، ص. 30 – 31.

(70) نسبة إلى عالم المنطق جون فن John Venn (1834م. – 1923م.) ؛ ولم يستخدم "جورج بول" تلك الأشكال للتعبير عن أفكاره، إلا أننا سنستخدمها لتوضيح أفكاره، على اعتبار أنها تقرب إلى ذهن القارئ المعنى المراد شرحه.

(71) رشوان، أحمد رشوان أحمد (2002): منطق الفئات وجذوره الأرسطية، رسالة ماجستير، إشراف: رشوان، محمد مهران (جامعة القاهرة: كلية الآداب) ، ص. 28.

(72) إسلام، عزمي: أسس المنطق الرمزي، ص. 31.

(73) Boole, G.: An Investigation of the Laws of Thought, pp. 47 – 48.

(74) رشوان، أحمد رشوان أحمد: مرجع سابق، ص. 34.

(75) إسلام، عزمي: أسس المنطق الرمزي، ص. 31.

(76) إسلام، عزمي: دراسات في المنطق، ص. 31.

(77) رشوان، محمد مهران: مرجع سابق، ص. 267.

(78) الصنف المشترك الناتج عن إجراء الضرب المنطقي لا يشترط أن يكون به أعضاء لأن الضرب المنطقي هو إجراء منطقية تجري على الأصناف، فإذا وجد أعضاء مشتركة بين الأصناف التي تجري عليهم إجراء الضرب كان ناتج هذه الإجراء صنفا مشتركا ، أما إذا لم توجد أعضاء مشتركة بين الأصناف التي تجري عليهم إجراء الضرب المنطقي يكون الصنف الناتج عن إجراء الضرب المنطقي صنفا فارغا ، وذلك في حالة إجراء الضرب المنطقي على أن أي صنف (x) والصنف الفارغ أي ($x \times 0 = 0$)، وكذلك عندما نجري هذه الإجراء على أي صنف (x) والصنف الفارغ ($1 - x$)، يكون حاصل إجراء الضرب المنطقي صنفا فارغا ، أي[$(x) \times (1 - x) = 0$]. ففي هذه الحالة لا توجد أعضاء مشتركة بين هذين الصنفين، وأنهما في حالة فصل كلى، فالأصناف التي تتقاطع ويكون الناتج صنفا فارغا تسمى الأصناف المنفصلة The Disjunctive Of Classes.

(79) رشوان، محمد مهران: مرجع سابق، ص. 250 – 251.

(80) محمود، زكي نجيب: مرجع سابق، ص. 183.

(81) زيدان، محمود فهمي: مرجع سابق، ص. 79.

(82) رشوان، أحمد رشوان أحمد: مرجع سابق، ص. 126.

(83) Knead, W. & Knead, M.: The Development of Logic, p. 408.

(84) رشوان، أحمد رشوان أحمد: مرجع سابق، ص. 130.

(85) Boole, G.: The Mathematical Analysis of Logic, p. 60.

(86) رشوان، محمد مهران: مرجع سابق، ص. 251 – 252.

(87) رشوان، أحمد رشوان أحمد: مرجع سابق، ص. 133.

(88) قاسم، محمد: المدخل إلى المنطق الصوري، ص. 338.

(89) المرجع نفسه، الموضع نفسه.

(90) قاسم، محمد: نظريات المنطق الرمزي، ص. 49.

(91) ليبشتز، سيمور (بدون تاريخ): الرياضيات الأساسية للحاسب، ترجمة: بيومي، بيومي إبراهيم (1982) ، مراجعة: مقار، راجي حليم (القاهرة: الدار الدولية للنشر والتوزيع) ، ص. 206.

(92) الوكيل، علي نصر السيد (2000): مبادئ رياضيات الحاسب (القاهرة: الدار الدولية للاستثمارات الثقافية) ، ص. 75.

(93) رزق الله، رأفت رياض (2001): المنطق الرياضي (القاهرة: المكتبة الأكاديمية، ط1) ، ص. 249.

(94) الوكيل، علي نصر السيد: مرجع سابق، ص. 76.

(95) طايل، مظهر: مرجع سابق، ص. 12.

(96) المرجع نفسه، ص. 12 – 13.

(97) Boole, G.: The Mathematical Analysis of Logic, p. 62.

(98) Boole, G.: An Investigation of the Laws of Thought, p. 30.

(99) طايل، مظهر: مرجع سابق، ص. 13.

(100) يترجم الأستاذ الدكتور عزمي إسلام Law of Index بـ"قانون الدليل"، إلا إن الباحث يرى أن ترجمته الدقيقة من منظور الرياضيات هو "قانون الأُس".

(101) Boole, G.: An Investigation of the Laws of Thought, p. 31.

(102) Boole, G.: The Mathematical Analysis of Logic, p. 62.

(103) إسلام، عزمي: أسس المنطق الرمزي، ص. 39.

(104) طايل، مظهر: مرجع سابق، ص. 273.

(105) المرجع نفسه، ص. 273.

(106) Boole, G.: An Investigation of The Laws of Thought, p. 47.

(107) سبق الحديث عن هذه القوانين في المبحث الثاني.

(108) طايل، مظهر: مرجع سابق، ص. 273.

(109) المرجع نفسه، ص. 273.

(110) إسلام، عزمي: أسس المنطق الرمزي، ص. 39.

(111) Boole, G.: An Investigation of the Laws of Thought, p. 56.

(112) Ibid., pp. 32 – 33.

(113) إسلام، عزمي: دراسات في المنطق، ص. 146 (بتصرف).

(114) المرجع نفسه، ص. 148.

(115) أنظر:

- إسلام، عزمي: أسس المنطق الرمزي، ص. 68.
- السرياقوسي، محمد أحمد مصطفى: التعريف بالمنطق الرياضي، ص. 169.

(116) قاسم، محمد: المدخل إلى المنطق الصوري، ص. 341.

(117) قاسم، محمد: نظريات المنطق الرمزي، ص. 50.

(118) Knead, W.: Boole And the Algebra of Logic, p. 56.

(119) قاسم، محمد: المدخل إلى المنطق الصوري، ص. 340 – 341.

(120) Knead, W. & Knead, M.: The Development of Logic, p. 404.

(121) قاسم، محمد: نظريات المنطق الرمزي، ص. 51.

(122) ليبشتز، سيمور: مرجع سابق، ص. 206.

(123) الوكيل، علي نصر السيد: مرجع سابق، ص. 76.

(124) المرجع نفسه، ص. 77.

(125) طايل، مظهر: مرجع سابق، ص. 18 – 19.

(126) المرجع نفسه، ص. 19.

(127) Boole, G.: An Investigation of The Laws of Thought, p. 33.

(128) إسلام، عزمي: أسس المنطق الرمزي، ص. 46.

(129) طايل، مظهر: مرجع سابق، ص. 20.

(130) Boole, G.: An Investigation of The Laws of Thought, p. 33.

(131) Boole, G.: The Mathematical Analysis of Logic, p. 61.

(132) إسلام، عزمي: أسس المنطق الرمزي، ص. 61.

(133) طايل، مظهر: مرجع سابق، ص. 26.

(134) المرجع نفسه، ص ص. 25 – 26.

(135) المرجع نفسه، ص. 27.

(136) رزق الله، رأفت رياض: مرجع سابق، ص. 249.

1: 7 مراجع البحث

1: 7: 1 المراجع العربية

1: 7: 1: 1 مراجع عربية مؤلفة

1. إسلام، عزمي (1970): أسس المنطق الرمزي (القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية).
2. إسلام، عزمي (1985): دراسات في المنطق؛ مع نصوص مختارة (الكويت: مطبوعات الجامعة).
3. السرياقوسي، محمد أحمد مصطفى (1978): التعريف بالمنطق الرياضي (القاهرة: دار الفكر العربي).
4. الفندى، محمد ثابت (1969): فلسفة الرياضة (بيروت: دار النهضة العربية).
5. الوكيل، علي نصر السيد (2000): مبادئ رياضيات الحاسب (القاهرة: الدار الدولية للاستثمارات الثقافية).
6. جمال الدين، علي سعيد (1991): بنية الكمبيوتر ومبادئ عمله (دمشق: جامعة دمشق، ط 3).
7. رزق الله، رأفت رياض (2001): المنطق الرياضي (القاهرة: المكتبة الأكاديمية، ط1).
8. زيدان، محمود فهمي (1979): المنطق الرمزي؛ نشأته وتطوره (الإسكندرية: مؤسسة شباب الجامعة، ط3).
9. رشوان، محمد مهران (1978): مقدمة في المنطق الرمزي (القاهرة: دار الثقافة للطباعة والنشر).
10. طايل، مظهر (بدون تاريخ): البوابات المنطقية والدوائر الرقمية (بيروت: دار الراتب الجامعية).

11. على، نبيل (1994): العرب وعصر المعلومات، سلسلة عالم المعرفة، 184 (الكويت: المجلس الوطني للثقافة والفنون والآداب).

12. عوض، عادل (2005): ملكة إصدار الأحكام بين الإنسان والآلة؛ دراسة نقدية للرؤى المعاصرة في المنطق والكمبيوتر (الإسكندرية: دار الوفاء للطباعة والنشر، ط1).

13. قاسم، محمد (1991): نظريات المنطق الرمزي؛ بحث في الحساب التحليلي والمصطلح (الإسكندرية: دار المعرفة الجامعية(.

14. قاسم، محمد (2004): المدخل إلى المنطق الصوري (الإسكندرية: دار المعرفة الجامعية).

15. محمد، علي عبد المعطي & محمد، ماهر عبد القادر (1981): المنطق الرياضي؛ برنكيبيا ماتيماتيكا، الجزء الأول (الإسكندرية: دار المعرفة الجامعية).

16. محمد، ماهر عبد القادر (1985): فلسفة العلوم؛ المنطق الرياضي، ج3 (بيروت: دار النهضة العربية).

17. محمود، زكي نجيب (1981): المنطق الوضعي، الجزء الأول (القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية، ط6.

1: 7: 1: 2 مراجع عربية مترجمة:

18. تارسكي، ألفرد (1959): مقدمة للمنطق ولمنهج البحث في العلوم الاستدلالية، ترجمة: إسلام، عزمي (1970)، مراجعة: زكريا، فؤاد (القاهرة: الهيئة المصرية العامة للتأليف والنشر).

19. ليبشتز، سيمور (بدون تاريخ): الرياضيات الأساسية للحاسب، ترجمة: بيومي، بيومي إبراهيم (1982)، مراجعة: مقار، راجي حليم (القاهرة: الدار الدولية للنشر والتوزيع).

20. ماكوفلسكي، ألكسندر (بدون تاريخ): تاريخ علم المنطق، نقله إلى العربية: علاء الدين، نديم & فتحي، إبراهيم (1987)، الطبعة الأولى (بيروت: دار الفارابي).

1: 7: 1: 3 رسائل علمية غير منشورة:

21. رشوان، أحمد رشوان أحمد (2002): منطق الفئات وجذوره الأرسطية، رسالة ماجستير، إشراف: رشوان، محمد مهران (جامعة القاهرة: كلية الآداب).
22. إبراهيم، هيثم السيد (2004): منهجية منطق المحمول في علم الذكاء الاصطناعي، رسالة ماجستير، إشراف: محمد، ماهر عبد القادر & الخولي: يمنى طريف & محمد، ناصر هاشم (جامعة جنوب الوادي: كلية الآداب بقنا).

1: 7: 2 المراجع الأجنبية:

1: 7: 2: 1 كتب

1. Aho, A. V. & Ullman, J. D. (1995): Foundation of Computer Science (New York: Computer Science Press).
2. Boole, G. (1854): An Investigation of the Laws of Thought, On Which Are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities, (New York, NY: Dover Publications, Inc.).
3. Boole, G. (1847): The Mathematical Analysis of Logic, in: Collected Logical Works. Studies in Logic and Probability, Vol. 1, Edited by: Rhees, R. (1952), (La Salle, IL: Open Court Pub.), PP. 49–124.
4. Corporation, B. (1962): Digital Computer Principles, 2nd Ed (New York: McGraw-Hill).
5. Flors, I. (1960): Computer Logic, the Functional Design of Digital Computer (New Jersey: Prentice Hall).
6. Kneal, W. & Kneal, M. (1962): The Development of Logic, 1st Ed. (Oxford: Clarendon Press).
7. Lewis, C. I. (1960): A Survey of Symbolic Logic (New York: Dover

1: 7: 2: 1 مقالات:

8. Cooksey, E. B. (1997): George Boole: The Man Behind ‘‘And / Or / Not’’ (Libraries & Culture), 32(1): pp. 81-93.
9. Davis, M.: Mathematical Logic and the Origin of Modern Computer, In: Herken, R. (Ed.) (1995): The Universal Turing Machine: A Half-Century Survey, Computerkultur, 2 (New York: Springer-Verlag), pp.
10. Dummett, M. (1959): Review of Logic and Probability, by: Boole, B., Edited by: Rhees, R. (the Journal of Symbolic Logic), 24(3), pp. 203 – 209.
11. Kneal, W. (1956): Boole and the Algebra of Logic (Notes and Records of the Royal Society of London), 12(1), pp. 53 – 63.
12. Moss, L. S.: Applied Logic: A Manifesto, In: Gabbay, D. M. et al. (Eds.) (2006): Mathematical Problems from Applied Logic, I, Logics for the XXIst Century (New York: Springer-Verlag). pp. 319 – 343.
13. Trzesicki, K. (2009): Temporal Logic Model Checkers as Applied in Computer Science, Studies in Logic (Grammar & Rhetoric), 17(30), pp. 13 – 125.

Intuitively Conception of Tarski's Logical Consequences

Dr. Ahmed Essam El-din Abdelgawad

Abstract

The current research is on logic and computers, not the other way around. The researcher set out on logic represented in one of his models, the logic of George boole, as a basic input for his analysis and discussion of his main ideas that he relies on, and then deals with its applied dimensions in the computer, through establishing the logic gates of the computer. Through this research, the researcher provided an explanation and analysis of the laws of George Boole's logic, and explained the extent of their similarity with the laws of algebra or arithmetic, then showed how some of these laws are applied in the logic gates of the computer, and finally; The researcher presented the role of some of those laws in simplifying the logic gates inside the computer logic circuits.