

المنطق الغائم وعلاقته بالذكاء الاصطناعي

Fuzzy Logic and its relationship to Artificial Intelligence

د. السيد عبد الفتاح جاب الله*

sayed_fuzzylogic@yahoo.com

مستخلص

يعد الدافع الأساسي لظهور المنطق الغائم Fuzzy Logic هو الحاجة إلى إطار مفهومي يمكن أن ينطبق على موضوعات اللاتيقين وعدم الدقة، طالما أن التفكير الاستدلالي البشري يمكن أن يستخدم المفاهيم والمعرفة التي ليس لها حدود صارمة محددة تمامًا (أي؛ المفاهيم الغائمة). ومن ثم يمكن القول إن المنطق الغائم هو المنطق الذي يتناول أنماط التفكير الاستدلالي التي تكون تقريبية أكثر منها دقيقة بمعنى إن المنطق الغائم هو منطق اللغات الطبيعية أو منطق الحياة اليومية المتسمة بالغموض وعدم الدقة واللاتيقين، في حين أن المنطق الكلاسيكي هو منطق اللغات المثالية (الرمزية) المتسمة بالدقة التامة، وهي لغات لا يمكن التحدث بها. فالمنطق الغائم إذن هو وسيلة لنمذجة لاتيقين اللغات الطبيعية.

ولقد كان الميلاد الفعلي للمنطق الغائم علي يد العالم الأمريكي الجنسية (الإيراني الأصل) لطفي زاده عندما نشر عام 1965 بحثاً بعنوان "الفئات الغائمة". وقد توالى الكتابات عن الغيامة بشكل سريع خلال السبعينيات من

* مدرس المنطق وفلسفة العلم، كلية الآداب جامعة بورسعيد.

القرن العشرين حتى أصبح المنطق بمعناه الغائم صناعة مكتملة بذاتها لها أعلامها الذين ينطق بلسانهم منذ عام 1978 مجلة خاصة تحمل اسم "المجلة الدولية للفئات والنظم الغائمة".

فالمنطق الغائم - إذن- هو منطق التكنولوجيا المتقدمة، إنه منطق من أجل التطبيق العملي، فهو يهدف لجعل الآلة أكثر تفاعلية مع الإنسان وعندما يطبق المنطق الغائم على الحواسيب فإنه يسمح لها بأن تحاكي عملية التفكير الاستدلالي الإنساني، فتكمم المعلومات غير الدقيقة، وتتخذ قرارات قائمة على بيانات غامضة وغير كاملة.

وقد تناولنا في هذا البحث الأسباب الرئيسة التي أدت إلى زعزعة العلم والرياضيات واهتزاز الثقة في المنطق الكلاسيكي ثنائي القيم عامة وقانون الثالث المرفوع خاصة، وكيف أدت تلك الأسباب إلي محاولة تجاوز قانون الثالث المرفوع والخروج من ثنائية "الصدق - الكذب" الكلاسيكية والبحث عن أنساق منطقية بديلة تسمح بمزيد من القيم المتوسطة بين الصدق والكذب. ثم بينا أن تلك الأنساق المنطقية البديلة، متعددة القيم، لم تستطع حل الإشكاليات التي واجهت المنطق الثنائي، الأمر الذي أدى بدوره إلى ظهور المنطق الغائم، الذي استطاع التغلب على تلك الإشكاليات. وأخيراً عرضنا ماهية المنطق الغائم المتفردة التي تميزه عن الأنساق المنطقية التقليدية، وأهم الانتقادات التي وجهت إليه، وأهم تطبيقاته في مجال الذكاء الاصطناعي.

الكلمات الدالة: المنطق الغائم، اللايقين، المفارقات المنطقية، الذكاء

الاصطناعي

Abstract

The primary motivation for the development of fuzzy logic is the need for a conceptual framework can be applied to issues of uncertainty and imprecision, as long as that human reasoning can be used concepts and knowledge that do not have well-defined, sharp boundaries. And then we can say that Fuzzy logic is the logic underlying modes of reasoning Then shown the role of Fuzzy logic in the field of the most important which are approximate rather than exact, in the sense that the Fuzzy logic is the logic of natural languages characterized by vagueness, while classical logic is the logic of ideal languages characterized by perfectly precision, a language can't speak it. Fuzzy logic, then, is a means of modeling the uncertainty of natural languages.

We discussed in this paper the main reasons that led to the destabilization of science, mathematics, and shaken the confidence in classical two-valued logic in general and the law of excluded middle in special, and how have led those reasons to try to override the law of excluded middle and out of the classical "truth - falsehood" duality and search for alternative logical systems that allows more values between truth and falsehood. Then shown that the alternative logical systems, can't solve the problems which faced the binary logic, which in turn led to the emergence of fuzzy logic. Finally, we shown the unique nature of fuzzy logic, most important criticisms made against him, and its most important applications in the field of artificial intelligence.

1- تمهيد

ظل المنطق الأرسطي مهيمناً على الفكر الإنساني طوال ما يزيد على عشرين قرناً من الزمان باعتباره الأنموذج الأعظم لليقين أو الآلة التي تعصم مراعاتها الفكر من الخطأ. وقد وضع أرسطو ثلاثة قوانين تحكم التفكير الصحيح أسماها بـ "قوانين الفكر" Laws of thought. أحد أبرز هذه القوانين وأكثرها إثارة للجدل - لاسيما في العقود الأولى من القرن العشرين، هو "قانون الثالث المرفوع" Law Of Excluded Middle، ومفاده "الشيء إما أن يكون أ أو ليس أ ولا ثالث بينهما"، وهذا يعنى أن كون الشيء أ يستبعد كونه ليس أ، والعكس صحيح. على سبيل المثال: الوردية إما أن تكون حمراء أو ليست حمراء، فلا يمكن أن تكون حمراء وليست حمراء في الوقت نفسه. فكل قضية إما أن تكون صادقة أو كاذبة، إما أن تأخذ قيمة الصدق 1 أو 0 ولا ثالث لهذين الاحتمالين. وبذلك يصبح المنطق الأرسطي منطقاً ثنائي القيمة، لا يسمح إلا بقيمتي الصدق: صادق [1] وكاذب [0] فقط. أى أن:

$$\text{قيم صدق المنطق الأرسطي} = \{0,1\}$$

حيث تشير القيمة [1] إلى صدق القضية المفترضة صدقاً خالصاً لا ريبه فيه، وتشير القيمة [0] إلى كذبها كذباً بيناً لا شك فيه.

وهكذا يختزل المنطق الأرسطي، وما انبنى عليه من نظم منطقية، ثراء ألوان الواقع المعيش والملموس إلى لونين فقط هما: الأبيض والأسود رافضاً

الاعتراف حتى بوجود الرماديات⁽¹⁾. (أى المنطقة الوسط بين الأبيض والأسود، الصدق والكذب، أو 1 و 0).

ومن ثم برزت الحاجة بقوة إلى تجاوز قانون الثالث المرفوع والخروج من الثنائية وتطوير المنطق الرمزي الكلاسيكي إلى ما يعرف منذ ذلك الحين بـ "المنطق متعدد القيم" Many – Valued Logic؛ أعنى ذلك الذى لا يقتصر فيه الحكم المنطقى على استخدام قيمتى الصدق المعروفتين (صديق، كاذب) لتصبح القضية فقط صادقة أو كاذبة، وإنما تتعدد قيم الصدق بينهما بما يسمح باستخدام قيمة الصدق الثالثة، أو الرابعة، ...، وصولاً إلى النسق المنطقي ذي العدد اللامتناهى من القيم⁽²⁾. فما هي إذن الأسباب الرئيسة التى أدت إلى الخروج من الثنائية الكلاسيكية؟

2- الخروج من ثنائية "الصدق - الكذب" الكلاسيكية

ثمة ثلاثة أسباب رئيسة مترابطة أدت إلى زعزعة العلم والرياضيات واهتزاز الثقة فى المنطق الكلاسيكي ثنائي القيم عامة وقانون الثالث المرفوع خاصة، مما دفع العلماء والمناطقة إلى إعادة التفكير فى العلم والرياضيات ومحاولة تجاوز قانون الثالث المرفوع والخروج من ثنائية "الصدق - الكذب" الكلاسيكية استجابة لمتغيرات العصر وطبيعة العلم النامية المتطورة، هذه الأسباب هى: رمادية الواقع، المفارقات المنطقية، ومبدأ اللابيقين Uncertainty. وسوف نتناول هذه الأسباب الثلاثة بشيء من التفصيل فيما يلي:

1-2 رمادية الواقع

إن المتأمل في الطبيعة يجد أنها تفصح عن تغييرات متصلة في حوادثها تحول دون ثبات قيمة الصدق المقررة لهذه القضية أو تلك، فالتغيير يعنى إمكانية التحول من الصدق إلى الكذب أو العكس، ويعنى أيضاً أن هناك مراحل انتقالية تزداد فيها - أو تنقص - درجة صدق القضية من لحظة إلى أخرى، فعلى سبيل المثال، يمر الإنسان بمراحل تدريجية متصلة من الطفولة إلى النضج، مروراً بمرحلة المراهقة، وهى مراحل تفتقر إدراكياً إلى التحديد الزمني الدقيق لها. فنحن لا نعرف مثلاً متى أصبح (س) من الناس مراهقاً، أو متى أصبح ناضجاً، الأمر الذى يعكس عدم فعالية مبدأ الثالث المرفوع فى التعامل مع القضايا المناظرة لهذه الوقائع⁽³⁾. وهذا يعنى أن العالم يصطبغ بالرمادية .Grayness

ولتوضيح مفهوم الرمادية Grayness تأمل مثال كوسكو Kosko, B التالي: امسك فى يدك تفاحة، هل هى تفاح؟ نعم. والآن خذ قضمة، امضغها، ابتلعها، ودع جهازك الهضمى يفصل جزئيات التفاحة بعضها عن بعض. هل الشيء الذى فى يدك ما يزال تفاحة؟ نعم أم لا؟ خذ قضمة أخرى. هل الشيء الجديد ما يزال تفاحة؟ خذ قضمة أخرى واستمر فى ذلك حتى تفرغ.

فالتفاحة تتحول من الشيء thing إلى غير الشيء nonthing إلى اللاشيء nothing. ولكن أين تعبر الحاجز من كونها تفاحة إلى كونها لا تفاحة؟ إنك عندما تمسك بنصف تفاحة فى يدك فسوف تكون التفاحة موجودة بنفس قدر كونها غير موجودة، فنصف تفاحة هو تفاحة غائمة، أو هو اللون

الرمادى بين الأبيض والأسود. فالغيامة Fuzziness هى الرمادية Grayness⁽⁴⁾.

كذلك انظر إلى فيلسوف القرن السابع عشر "رينيه ديكارت" الذى تأمل بعمق سداة شمع العسل ذات ليلة أمام موقده. فوضع إصبعه الإبهام فى الشمع وسمع صوته الممل وتشمم عبير عسله وتحسس سطحه الأملس ودرجة حرارته الرطبة، وحاول النظر عبر نسيجه الحليبي ثم أمسك بسداة الشمع بالقرب من النار، فأصبحت السداة البيضاء الصلبة طرية، وازدادت حرارتها، فتمددت وفقدت عبيرها، ثم أصبحت صافية وتحولت إلى سائل متدفق. وقد تساقط البعض منها على الموقد وهى تطشّش ثم تطاير بعد غليانه نحو الغلاف الجوى. فأين ذهب الشمع؟ ومتى تحول من سداة شمعية إلى لا سداة شمعية؟ أين تقع هويته؟ فى السداة؟ على الموقد؟ أم فيما بينهما؟. إننا نواجه نفس الأسئلة كل يوم حينما ننظر إلى المرأة. لقد تغير الوجه والشعر والأسنان والبشرة. فهى تتغير بشكل طفيف، فى محتواها الجزيئي، أثناء النظر. فنحن نمر بسرعة من ذات إلى غير ذات جديدة لأننا نكبر فى السن خلية واحدة كل لحظة، جزئ واحد كل لحظة⁽⁵⁾.

الأشياء تتحول بشكل مرن إلى غير أشياء. فالجبل يتفتت إلى تل عاجلاً أم آجلاً يتفتت إلى سهل. ويتحول الجنين البشرى الذى ينمو إلى كائن بشري حتى ويضمحل المخ تدريجياً نحو الموت.

ويمكننا أن نضع عناوين Labels الأبيض - و- الأسود على تلك الأشياء، ولكن العناوين سوف تنتقل من عناوين مضبوطة إلى عناوين غير

مضبوطة أثناء تغير الأشياء. فاللغة تعقد خيطاً بين الكلمة وبين الشيء الذي تمثله هذه الكلمة. وعندما يتغير الشيء إلى غير الشيء، فإن الخيط يتمدد أو ينقطع أو يتعقد مع خيوط أخرى. فكلمة "منزل" تدل على منزل حتى بعد أن ينهار إلى أجزاء أو يحترق⁽⁶⁾.

وبالرغم من أن العالم ممتلئ بمثل تلك الأشياء الرمادية، إلا أن العلماء قد حولوا هذه الرماديات إما إلى أشياء بيضاء أو إلى أشياء سوداء. فهم لا يرون العالم إلا من خلال الأبيض أو الأسود فقط؛ لأنهم بذلك يجعلون العالم أكثر بساطة مما لو كان عالمًا رماديًا⁽⁷⁾. وهذا يعنى أن الثنائية تستبدل البساطة بالدقة. إذ أن المخرجات outcomes الثنائية: نعم ولا، أبيض وأسود، صادق وكاذب تقوم بتبسيط الرياضيات وبرمجة الحاسوب، فأنت تستطيع أن تعمل وفقاً للصفر والواحد بشكل أكثر بساطة من عملك وفقاً للكسور، ولكن الثنائية تتطلب أحكاماً صارمة إلى حد ما تماماً مثلما تقرر ما إذا كنت مع أو ضد، أو ما إذا كنت راضياً عن وظيفتك أم غير راضٍ عنها⁽⁸⁾.

هكذا يتضح أن الثنائية قد أنكرت ظلال الرمادى (المنطقة الوسط) بين الصدق التام والكذب التام، وهذا ما ينافى حقيقة الواقع المعيش والملموس. ومن ثم كان لابد من الخروج من ثنائية الصدق - الكذب الكلاسيكية والبحث عن أنساق منطقية بديلة تتجاوز الثنائية.

2-2 المفارقات المنطقية

لقد أدى القول بثنائية القيم في المنطق الكلاسيكي، وما يفرضه قانون الثالث المرفوع من ثنائية صارمة على أحكام الإنسان، إلى العديد من المفارقات المنطقية Logical Paradoxes. والتي أدت بدورها إلى التشكيك في يقين الرياضيات الثنائية وكذلك إلى اهتزاز الثقة في المنطق الكلاسيكي بوجه عام وقانون الثالث المرفوع على وجه الخصوص.

والمفارقة ببساطة هي "قضية تحتمل الصدق والكذب في آن واحد. أو بعبارة أخرى هي حجة استنباطية محكمة تبرهن على الحكم ونفيه في آن واحد"⁽⁹⁾. ولقد تعددت المفارقات منذ الفكر اليوناني القديم وحتى أوائل القرن العشرين تقريباً، فمنها مثلاً مفارقات زينون الإيلي التي أثبت بها استحالة الكثرة والحركة، دفاعاً عن حجة أستاذه بارمنيدس فيلسوف الثبات المطلق، والقائلة "إن الوجود ثابت"، في مواجهة اعتراضات خطيرة آتية عن طريق هيراقليطس، ونقد آخر أقل خطورة آتٍ من الحس المشترك⁽¹⁰⁾.

ومنها أيضاً مفارقات الاستدلال التراكمي⁽¹¹⁾ Sorites التي عبر عنها زينون الإيلي بمثال "الكومة" Heap كالتالي: افترض أنك بإزاء كومة رمل، هل هي كومة؟ نعم. اسحب حبة رمل واحدة، فهل تظل الكومة كومة؟ نعم. استمر في سحب حبات الرمل تدريجياً واستمر في طرح السؤال الثنائي وسوف تنتهي بالفعل بلا حبات رمل وبلا كومة⁽¹²⁾. لقد تحولت الكومة إلى لا كومة، ومن الواضح أن الاختلاف بين الكومة واللاكومة ليس في حبة رمل واحدة.

ومن ثم فإن لب المفارقة يكمن فى أن التغيرات الكمية التدريجية (التتقيص بمقدار حبة رمل واحدة) لا تؤدي إلى تغيرات كيفية⁽¹³⁾.

ومن أمثلة مفارقات الاستدلال التراكمي أيضاً "مفارقة الأصلع" Bald التى عبر عنها رسل باستخدام رأس رجل مشعر (أى ليس أصلع) وتساءل عما إذا كان الرجل أصلع أم لا، ثم نزع شعرة، ثم تساءل مرة أخرى، ثم استمر فى اقتلاع الشعيرات واحدة تلو الأخرى واستمر فى التساؤل، وفى آخر الأمر، بعد اقتلاع مائة ألف شعرة أو أكثر، تحول الرجل من ليس أصلع إلى أصلع⁽¹⁴⁾. فالاختلاف بين الأصلع وغير الأصلع، مثل الكومة واللاكومة، ليس فى شعرة واحدة.

وهكذا يبدو أن أمثلة الاستدلال التراكمي هذه تدعم الادعاء القائل بأن كل شيء يتضمن مفارقة استدلال تراكمي. انظر إلى أي شيء قديم مصنوع من أي شيء، انظر إلى صخرة أو كرسي أو كوكب أو عالم. تلك الأشياء مصنوعة من جزئيات، فالأشياء والبشر والأماكن هى مجرد فئات من الجزئيات، مجموعة من الذرات. وبعض الجزئيات تنتمى إلى الشيء والبعض الآخر لا ينتمى، أو هكذا جعلنا لغتنا الثنائية نعتقد ذلك، فالجزئيات التى تحوم حول الكرسي تتحدى التصنيف، ولكن حتى لو استطعنا رسم خط صارم بين جزئيات الكرسي وجزئيات اللا كرسي، فإن مفارقة الاستدلال التراكمي ستنشأ. قم بإلقاء 5 % من جزئيات الكرسي، هل لا يزال كرسي؟ نوعاً ما. استمر فى الإلقاء والتساؤل. فى النهاية يتحول الكرسي إلى لا كرسي. ويكون التحول مرناً لكن وصفنا لا يكون

كذلك. وهذا هو مكنم الصراع القديم بين العالم الرمادى ولغة الأبيض - و- الأسود⁽¹⁵⁾.

كذلك هناك مفارقات "الإشارة الذاتية" Self-Reference والتي تقوم بتأكيد ونفى ذاتها فى الوقت نفسه. وهذه المفارقات لها الصورة المنطقية للتناقض، أ و ليس أ⁽¹⁶⁾. ومن أمثلتها حلاق رسل الذى يضع لافتة تقول: "إننى أخلق لكل هؤلاء الرجال، فقط، الذين لا يحلقون لأنفسهم". إذن فمن الذى يحلق للحلاق؟ إذا كان يحلق لنفسه، فمن اللافتة التى وضعها لا يحلق لنفسه، ولكنه إذا كان لا يحلق لنفسه، فمن اللافتة التى وضعها - فإنه يحلق لنفسه. وهكذا يبدو أنه يحلق ولا يحلق لنفسه معاً فى الوقت نفسه. أو خذ مثلاً اللافتة الملصقة على سيارات كاليفورنيا والتي تقول: "ثق بي". فقد نثق بالسائق أو لا نثق به بدرجة ما، ولكن فلنفترض أننا صادفنا سيارة كُتب عليها لافتة تقول: "لا تثق بي". فهل نثق بالسائق؟ إذا وثقنا به، فوفقاً للوصية لا نثق به، وإذا لم نثق به، فمرة أخرى نكون وفقاً للوصية قد وثقنا به. وننتهى من ذلك إلى أننا نثق ولا نثق بالسائق فى الوقت نفسه⁽¹⁷⁾. وهذا ليس حال الأشياء الأرسطية.

أما عن أشهر مفارقات الإشارة الذاتية فهي "مفارقة الكذاب" Lair والتي تروى قصة الرجل الإقريطي الذى قال عن أهل بلده أنهم جميعاً كاذبون، ولكن القائل نفسه من أهل بلده، إذاً فهو كاذب، وقوله هذا كاذب، إذاً فنقيضه صادق، وهو أن أهل بلده صادقون، والقائل واحد منهم، إذاً فهو صادق. إذاً فقوله الأول بأن أهل بلده كاذبون قول صادق، وبذلك نكون قد وصفنا القول نفسه بالصدق والكذب، وهذا تناقض⁽¹⁸⁾.

ويمكنك أن ترسم مفارقة الكذاب على بطاقة ذات وجهين. فتكتب على الوجه الأول "الجملة على الوجه الآخر صادقة"، وعلى الوجه الآخر تكتب "الجملة على الوجه الآخر كاذبة" كالتالي: (19)

الجملة على الوجه الآخر صادقة

الجملة على الوجه الآخر كاذبة

الشكل 1-1

وهكذا تنتهي مفارقات الإشارة الذاتية، بكل أمثلتها، إلى اقتران أ وليس أ، ويصبح التمييز بينهما أمراً غير ممكن. وهذا ما يتعارض مع قانون الثالث المرفوع الذي لا يسمح باقتران أ وليس أ في الوقت نفسه.

أما المفارقة التي نجم عنها الكثير من المشكلات والتي أدت بدورها إلى زعزعة أسس المنطق وأنهت اليقين في الرياضيات فهي المفارقة التي كشف عنها رسل عام 1901 عند تأسيس الرياضيات الحديثة، مفارقة فئة كل الفئات التي ليست أعضاء في نواتها.

وكمثال على الفئات التي ليست أعضاء في ذاتها فئة "الزهور"، فهي ليست عضواً في ذاتها لأن أعضاءها تكون زهوراً. ونفس الشيء كذلك بالنسبة لفئات الأشياء مثل البشر أو النجوم أو الكتب، لأن أعضاءها تكون بشراً أو نجوماً أو كتباً وليست فئات. ولكن ماذا عن "فئة كل الفئات"؟ هل تكون عضواً في ذاتها؟ نعم، ففئة كل الفئات هي نفسها فئة ومن ثم تكون عضواً في ذاتها لأن أعضاءها فئات. ولكن هل فئة كل الفئات التي لا تنتمي لذاتها، مثل فئة الزهور، تنتمي لذاتها؟ إذا قلنا أنها لا تنتمي لذاتها ففي هذا تناقض لأن أعضاءها فئات وهي فئة وبذلك تستوفي معيار العضوية، وإذا قلنا أنها تنتمي لذاتها ففي هذا تناقض لأنها بالتعريف فئة الفئات التي لا تنتمي لذاتها، وهكذا فإن كلا الفرضين - سواء أنها تنتمي أو لا تنتمي لذاتها، يستلزم نقيضه، وهذا تناقض⁽²⁰⁾. وهكذا وضع رسل الرياضيات في أزمتها الأولى.

لقد تعددت استجابات علماء الرياضيات والمناطقة إزاء مثل تلك المفارقات. وكانت الاستجابة الأولى هي الرفض والإنكار؛ إذ نجد أن كثير من علماء الرياضيات قد رفضوا المفارقات باعتبارها تلاعباً بالألفاظ، ولم يروا أي مشاكل في فروع الرياضيات الخاصة بهم. إذ بدت المفارقات كنتاج اصطناعي لكيفية قيام المناطقة بوضع أسس المنطق ونظرية الفئة. وبالرغم من ذلك، فقد انتاب القلق بعض علماء الرياضيات من مفارقات رسل على اعتبار أن المفارقات تؤثر على كل فرع من فروع الرياضيات لأن كل فرع يبنى على أساس نظرية الفئة. فالفئة Set أو المجموعة Collection أو الصنف Class هي

البنية الأساسية في الرياضيات. ففي البداية لم يكن هناك أشياء، بل كان هناك فئات من الأشياء. حتى اللاشيء فهو فئة؛ الفئة الفارغة Empty Set⁽²¹⁾.

أما الاستجابة الثانية فقد كانت تعريف المفارقات خارج الوجود. إذ أن المفارقات كانت تناقضات. وبناء عليه يمكنك عن طريق استراتيجية برهان الخلف Proof Of Reductio Ad Absurdum أن تقوم بعمل فرض وتبين أن الفرض يؤدي إلى تناقض أو سخف Absurdity ومن ثم تعود وتنكر الفرض. وقد جادل سقراط السوفسطائيين بهذا الأسلوب. ويستخدمه رجال السياسة لمهاجمة المعارضين، وكلنا نستخدمه لمهاجمة ما لا نحب، فلن تضطر أن تجادل ضد فكرة أو عادة، بل عليك فقط أن تبين أنها تؤدي إلى نتائج سيئة. فالإلحاد يؤدي إلى إنعدام الأخلاق، فقدان الحكومة يؤدي إلى الفوضى، كما تؤدي الخلاعة إلى الاغتصاب. في تلك الحالات نستخدم أسلوب الرد/الاختزال Reductio ببراهين بسيطة ذات خطوة واحدة. فإذا كانت A تستلزم C ، وإذا كانت C تتحول إلى كاذبة أو تؤدي إلى وضع خاطئ، فإننا نرفض A . فنضع مسئولية فشل أو خطأ النتيجة على السبب⁽²²⁾.

ومن الواضح أن مفارقات رسل لم تكن بسيطة، فكل الرياضيات تؤدي إليها، تماماً كما يؤدي إليها المنطق. وهذا قد يكون مثل كل الصور الفوتوغرافية التي تسبب الاغتصاب أو كل الطعام الذي يسبب إدمان الهيروين. فلا أحد يعرف الفرض الرياضي الذي يجب إسقاطه لمنع المفارقات، فالحجة لها أكثر من خطوة واحدة، والنتيجة لها عدة أسباب منطقية مترابطة، فإذا كان A ، B

يستلزمان C ، وإذا ثبت في النهاية أن C كاذبة، فإما أن تكون A كاذبة أو كل من A ، B كاذبين، ونحن لا نعرف أيهما، والرياضيات تعتمد على عدة مسلمات وعدة بديهيات، فأى منها سبب المشكلة؟

لقد بدأ البحث عن فئة واضحة من البديهيات التي تتجنب المفارقات وتصون الرياضيات على حد سواء. فقام العديد من المناطق باقتراح بديهيات مختلفة لنظرية الفئة والمنطق، وها هو رسل يقدم "نظرية الأنماط" Theory Of Types عام 1903 للتغلب على مثل تلك المفارقات.

وتفترض هذه النظرية ترتيباً متسلسلاً على نحو هرمي لأنماط الأشياء، فهناك أولاً نمط الأفراد ويمثله (المستوى الصفري)، ثم نمط صفات الأفراد ويمثله (المستوى الأول)، ثم نمط صفات الصفات ويمثله (المستوى الثاني) وهكذا. وتُستند صفات المستوى الأول للأفراد فقط ولا يمكن تطبيقها على صفات من نفس نمطها (أي من المستوى الأول)، أو على صفات من مستوى أعلى على الإطلاق. وأيضاً صفات المستوى الثاني يمكن إسنادها لصفات المستوى الأول فقط، ولا يمكن إسنادها إلى مستويات أعلى منها وهكذا⁽²³⁾. فأنت فقط، تستطيع أن تقول "التفاح أحمر" لأن الإحمرار هو خاصية للتفاح ولأشياء أخرى، وهو يتدلى فوقهم بتسلسل هرمي منطقي، ويمكنك كذلك أن تقول "الاحمرار لون" لنفس السبب، ولكن لا يمكنك أن تقول "التفاح لون" لأنك بذلك تكون قد تخطيت مستوى. وقد أكد رسل على ضرورة عدم تخطي مستوى، وذلك لأنه اعتقد أن ذلك سوف يمنع المفارقات⁽²⁴⁾.

ولقد اعتبر رسل أن تمييز المستويات على هذا النحو سوف يحل مفارقة الكذاب. فبالنسبة للكذاب فإن أقواله ستكون متميزة طبقاً لمستوياتها، وبالتالي يكون حكم ما يقع في المستوى الأعلى غير حكم الذي يقع في المستوى الأدنى. بحيث لا يجوز أن نعد القضية التي تشير إلى قضايا من نفس المستوى الخاص بالقضية التي تشير إلى وقائع. وعلى ذلك فإنه لو جمعنا أقوال الإقريطيين في قائمة واحدة ثم قلنا عنها جميعاً أنها أقوال كاذبة، لما كان هذا القول الأخير واحد من تلك الأقوال الكاذبة، وذلك لأنه من نمط أعلى من نمطها، وبالتالي فإن ما نتحدث به عن نمط أدنى لا يجوز أن نتحدث به هو نفسه عن نمط أعلى. لذا فإن قول الإقريطي قول عام، ولا يكون عضواً من أعضاء نفسه، أي أنه لا يكون هو نفسه أحد الأقوال التي ينطبق عليها حكمه ذاك⁽²⁵⁾.

ورغم نجاح رسل في حل العديد من المفارقات من خلال نظريته في الأنماط إلا أن هذه النظرية لم تسلم من النقد. وقد جاء أول اعتراض من جانب كواين W Quine (1908 – 2000)، حيث رأى أنها تتضمن نتائج غير طبيعية وغير تقليدية. وقد اقترح منهاجاً لتجنب التناقضات دون قبول نظرية الأنماط أو النتائج غير المقبولة التي تلزم عنها⁽²⁶⁾. بل أن رسل نفسه لم يكن مقتنعاً تماماً بهذه النظرية إذ نجده في كتاباته المتأخرة يقول: "إنني ما اقتنعت على الإطلاق بأن نظرية الأنماط - كما قدمتها - نظرية نهائية، إنني على اقتناع بأن هناك ضرورة لترتيب هرمي ما، إلا أنني على أمل أن تتطور في يوم من الأيام نظرية ما، وتكون بسيطة وملائمة، وتكون في ذات الوقت مقنعة من زاوية ما يمكن أن نطلق عليه الحس المنطقي المشترك"⁽²⁷⁾.

أما الاستجابة الثالثة فكانت الاستجابة الغائمة التي يبدو أن رسل، على حد قول كوسكو، هو أول من اقترحها بقوله "لماذا لا نسقط من حسابنا قانون الثالث المرفوع؟ إلى الجحيم مع أرسطو، من الذى يقول أن أ أو ليس أ يجب أن تنطبق بالنسبة لكل عبارة أ؟ إن ذلك يبدو متطرفاً للغاية"⁽²⁸⁾.

أما الرؤية الغائمة فتتناول مفارقات الإشارة الذاتية باعتبارها أنصاف حقائق Half – Truth يتحقق فيها أ وليس أ، ولكن تكون أ صادقة بنسبة 50% فقط وتكون ليس أ صادقة بنسبة 50% فقط. فالمفارقات تكون نصف صادقة ونصف كاذبة، وتكمن المفارقات عند نقاط المنتصف، أي عند مسافة متساوية من أركان الأبيض والأسود⁽²⁹⁾.

وإذا كانت المفارقات تمثل الاستثناء لمنطق أرسطو، فإن التحليل الغائم يوضح العكس. فالمفارقات فى المنطق الغائم هي القاعدة وليست الاستثناء، لأن ظلال الرمادي تتحقق بين الأبيض والأسود، وظلال الرمادي تعنى أن أ وليس أ محققة بدرجة ما⁽³⁰⁾. على نحو ما سنرى.

وهكذا أنهت المفارقات المنطقية آلاف السنين من الإيمان الأعمى بيقين الرياضيات، الرياضيات الثنائية، تلك الرياضيات القائمة على المنطق الكلاسيكي ثنائي القيم، والذي يتشبه بقانون الثالث المرفوع الذى يقرر أ أو ليس أ. وما أن تنبه المناطق إلى ذلك مع بداية القرن العشرين حتى بدأت محاولاتهم للبحث عن أنساق منطقية بديلة لحل هذه المفارقات، أنساق تتجاوز ثنائية القيمة وتسمح بمزيد من القيم المتوسطة بين الصدق والكذب أو بين الواحد والصفر، فكان المنطق متعدد القيم.

2-3- مبدأ اللايقين

شهد القرن العشرون العديد من التغيرات الجذرية فى العلم والرياضيات، وأحد هذه التغيرات هو التغير الذى يتعلق بمفهوم اللايقين Uncertainty. ولقد اتضح هذا التغير، فى العلم، من خلال التحول التدريجي من وجهة النظر التقليدية، التى تصر على أن اللايقين مفهوم غير مرغوب فيه داخل العلم ويجب تجنبه بكل السبل الممكنة إلى وجهة النظر الحديثة، التى تتسامح مع مفهوم اللايقين وتُصر على أن العلم لا يمكن أن يتجنبه. فوفقاً لوجهة النظر التقليدية، يجب أن يناضل العلم من أجل اليقين Certainty بكل مظاهره (الدقة، التحديد، الصرامة، الاتساق،... الخ)، ومن ثم فاللايقين (عدم الدقة، اللاتحديد، الغموض، عدم الاتساق،... الخ)، ينظر إليه على أنه مفهوم غير علمي. أما وفقاً لوجهة النظر الحديثة فإن مفهوم اللايقين يعتبر مفهوماً أساسياً للعلم، فهو ليس فقط مصدر إزعاج لا يمكن تجنبه، بل أن له، فى الواقع، فائدة عظيمة⁽³¹⁾.

ولقد أذهل فيرنر هيزنبرج W. Heisenberg (1901-1976) -عالم الفيزياء الألماني، العالم العلمي فى أواخر العشرينيات من القرن العشرين بمبدئه عن اللايقين Uncertainty فى ميكانيكا الكوانتم، إذ يبين أنه يمكنك أن تبدو أقرب وترى أقل. وإذا كان رسل قد بين أن المنطق غير يقيني فى أذهاننا، فإن هيزنبرج يبين الآن أن الذرات فى عقولنا غير يقينية، وحتى مع المعرفة الكاملة فإنك لا تستطيع أن تقول بعض الأشياء بيقين 100%⁽³²⁾.

فقد بين هيزنبرج لعلماء الفيزياء أنه ليست كل العبارات العلمية تكون إما صادقة أو كاذبة، بل أن كثير منها، إن لم يكن معظمها، تكون غير محددة، غير يقينية، رمادية - أي غائمة⁽³³⁾. بمعنى أن صدق العبارة يكون مسألة درجة. ومن ثم فقد جعل هيزنبرج البشر يرتابون في المنطق الثنائي، إذ أنهم اتخذوه كأمر مسلم به لقرون طويلة تماماً كما اتخذه أرسطو كأمر مسلم به. إذ اعتقد أرسطو والعلماء والرياضيون أن كل عبارة "مصاغة جيداً" إما أن تكون صادقة أو كاذبة. ونحن قد لا نستطيع تحديد صدق العبارات التي تكون عن الأجزاء الداخلية للشموس أو الذرات أو الأجانب في أبعد أطراف العالم، لكنها أمور يمكننا معرفتها. وقد أثبت هيزنبرج أنه في ميكانيكا الكوانتم هناك بعض الأشياء لا نستطيع معرفتها أبداً، فهي أشياء لا يمكن معرفتها من حيث المبدأ⁽³⁴⁾. ولذلك يرى كواين أن عدم قدرة النظرية الفيزيائية عند هيزنبرج على تحديد المقادير الفيزيائية يمثل تحدياً لقانون الثالث المرفوع⁽³⁵⁾.

ولتحديد هذا الفرق بين الفيزياء الكلاسيكية وفيزياء الكوانتم يقول هيزنبرج أنه إذا أردنا في الفيزياء الكلاسيكية دراسة مسار كوكب فإننا نحدد موقعه وسرعته ثم نترجم ذلك إلى صور رياضية يمكننا من أن نقيم إحداثيات الكوكب وكمية حركته وما ستكون عليه هذه القيم في وقت لاحق، ولكن الأمر مختلف مع فيزياء الكوانتم فإذا أردنا أن نتنبأ بحركة إلكترون خلال غرفة سحابية فلا بد أن نحدد موقعه للإبتدائي وسرعته، ولكن هذا التحديد لن يكون دقيقاً⁽³⁶⁾. وبين هيزنبرج سبب عدم دقة هذا التحديد بقوله إنه لتحديد موضع إلكترون فإننا نستخدم ميكروسكوب إلكتروني -يستخدم أشعة جاما- ولكن كم ضوءاً واحداً

على الإلكترون سوف يسبب انحرافه⁽³⁷⁾. وهكذا يبين هيزنبرج أن هناك قدراً محدداً من اللاتيقين فيما يتعلق بالتنبؤ بمسار الجسيم، وهي نتيجة صاغها مبدئه الشهير (مبدأ اللاتيقين)⁽³⁸⁾.

ومن ثم يتضح أن هيزنبرج قد قال بمبدأ اللاتيقين كنتيجة لمعرفته بعدم إمكانية أو استحالة التعيين الدقيق لموضع الإلكترون وسرعته في آن واحد، لأننا إذا أردنا أن نحدد سرعته فلا بد من إثارة الاضطراب في موضعه، ومن ثم فإن دقة أحد الجانبين ستكون على حساب دقة الجانب الآخر، ولا سبيل إلى تفادي هذا⁽³⁹⁾. فكلما أصبحنا أكثر قدرة على تحديد السرعة كلما أصبحنا أقل قدرة على تحديد الموضع، والعكس بالعكس⁽⁴⁰⁾. وهذا ما أدى إلى القول بنظرية الاحتمال التي حولت اليقين في الحقيقة الثنائية إلى احتمال وبدا العالم كأنه لا شيء سوى الاحتمال.

وإذا كان الاحتمال هو اللاتيقين الوحيد الذي تعاملت معه الرياضيات، إلا أنه يمكن القول أن هناك نوعين من اللاتيقينات. يتعلق النوع الأول بالأنسقة الفيزيائية، وينشأ النوع الثاني عن التفكير والمعرفة والإدراك الإنساني⁽⁴¹⁾.

يتناول النمط الأول من اللاتيقين العمليات والظواهر التي تنشأ عن السلوك العشوائي Random Behavior للأنساق الفيزيائية. ويمكن مشاهدة شيوع هذا النمط للاتيقين في الاهتزازات العشوائية لآلة ما، والتردد العشوائي للإلكترونات في المجال المغناطيسي، وانتشار الغازات في المجال الحراري. ولقد كان هذا النمط من اللاتيقين موضع اهتمام من قبل الباحثين لمئات السنين⁽⁴²⁾.

أما النمط الثاني وهو الذى يتناول ظواهر تنشأ عن التفكير وعمليات الإدراك الإنسانى أو المعلومات المعرفية بصفة عامة فلم يلق إلا اهتماماً هامشياً. فمعرفة وإدراك البيئة الفيزيائية المحيطة بنا من خلال الجهاز العصبى للحواس وإدراك الألم والحوادث البيولوجية المماثلة من خلال الجهاز العصبى والشبكات العصبية جدير أن يلقيا اهتماماً خاصاً نظراً لاتسامهما باللايقين. فنحن نعبر عن إدراكنا لغوياً بعبارات مثل "هذه الوردة جميلة وذات رائحة عطرة" فالكلمات "جميلة" و"رائحة عطرة" تصف كلاً من الإدراك المرئى وإدراك الشم⁽⁴³⁾. ويشتمل هذا النمط الثانى للايقين على أنشطة الشبكات العصبية، ولقد كان الجهل بهذه المفاهيم وعدم إمكانية تطبيقها تقنياً فى أنظمة صنع الذكاء وعدم الألفة بها هو الذى أدى بالعلماء إلى البحث فى هذا النمط الثانى من اللايقين والاهتمام به وهو مجال البحث الذى أدى إلى ظهور المنطق الغائم⁽⁴⁴⁾. وهنا يمكننا القول أن النوع الأول من اللايقين يرتبط باحتمال حدوث الظاهرة. فعلى سبيل المثال، "سوف تمطر غداً"، "أدر النرد تحصل على الرقم 3" هى عبارات يرتبط اللايقين فيها بحدوث الظاهرة، ويمكن أن يسمى هذا النوع من اللايقين "بالعشوائية" Randomness. أما النوع الثانى من اللايقين فيرتبط بالغموض الذى يمكن أن نجده فى تعريف مفهوم أو معنى كلمة ما. فعلى سبيل المثال، نجد أن اللايقين الموجود فى تعبيرات مثل "رجل عجوز"، "درجة حرارة عالية" أو "عدد صغير" ناشئ عن الغموض فى معنى الكلمات، ويمكن أن يسمى هذا النوع من اللايقين "بالغيامة" Fuzziness⁽⁴⁵⁾. ولم تستطع نظرية الاحتمالات التعامل مع هذا النوع من اللايقين.

وهكذا فإن العشوائية والغيامة مختلفان بطبيعتهما، أي أنهما وجهان مختلفان للايقين. على سبيل المثال، نجد أن سبب اللايقين الموجود في عبارة "سوف تمطر غداً" هو أن التنبؤ قد صدر قبل وصول الغد، وأن هذا التنبؤ سوف يتضح بمرور الوقت ووصول الغد. كما أن اللايقين الموجود في عبارة "أدر النرد تحصل على الرقم 3" ناتج أيضاً عن التخمين قبل إدارة النرد، ولو أننا أدرنا النرد فعلاً واختبرناه، فإن التخمين يصبح يقيناً. ومن الناحية الأخرى، فإن اللايقين الموجود في عبارة "رجل عجوز" أو "درجة حرارة عالية" لا يتضح بمرور الوقت أو الاختبار. فالغموض يكمن في معنى الكلمات⁽⁴⁶⁾.

وهذا يعني أن النوع الأول للايقين يهتم بما إذا كانت ظاهرة معينة تحدث أم لا، في حين يهتم النوع الثاني للايقين بكيفية وصف الظاهرة نفسها، دون النظر إلى ما إذا كان يجب أن تحدث أم لا⁽⁴⁷⁾. ومع ذلك، فإن هناك أيضاً مواقف كثيرة تتضمن كلا نوعي اللايقين. ومثال ذلك، قد يخبرنا خبير الأرصاد الجوية بأنه "من المحتمل بشكل كبير أن الجوسيكون غداً سحابي". ففي هذا المثال، لا يكون "سحابي" هو المفهوم الغائم فقط، بل أن "من المحتمل بشكل كبير" هو أيضاً مفهوماً يتضمن كلاً من العشوائية والغيامة⁽⁴⁸⁾. ومعنى ذلك أن نظرية الاحتمال والنظرية الغائمة مفيدان على حد سواء لوصف الأنواع المختلفة للايقين. ولذلك فبدلاً من أن يعارض أحدهما الآخر، يجب أن يكمل بعضهما البعض.

وفي الوقت الذي نجد فيه تاريخاً بعيد المدى لنظرية الاحتمال (التي تتعلق بالنوع الأول من اللايقينات)، نجد أن النظرية الغائمة (التي تتعلق بالنوع

الثاني من اللايقينات) قد ظهرت منذ حوالي أربعين عامًا فقط، ولم يكن استخدامها بعد واسع الانتشار. فالغيامة تعبر عن العديد من أوجه اللايقين اليومي أكثر من الاحتمال، هذا لأن الغيامة تعبر عن اللايقين الذي هو جزء من معنى الكلمات، والكلمات جزء لا يتجزأ من التفكير الإنساني⁽⁴⁹⁾.

وهكذا أنهى مبدأ اللايقين في ميكانيكا الكوانتم إيماننا الأعمى بيقينية العلم والحقائق الواقعية، واقترب العلم من تقديم حقائق جزئية فقط، حقائق غير يقينية، حقائق غائمة، ومن ثم لم يعد المنطق الكلاسيكي ثنائي القيم بقوانينه قادراً على أن يفي باحتياجات العلم وتطوراته، خصوصاً بعد وضع هيزنبرج مبدأ اللايقين⁽⁵⁰⁾. وعليه كان لابد من البحث عن أنساق منطقية بديلة تلائم عالم اللايقين فتسمح بمزيد من القيم المتوسطة بين الصدق والكذب، فكان المنطق متعدد القيم، ثم المنطق الغائم كما سنرى.

من خلال استعراضنا للأسباب الثلاثة التي أدت إلى زعزعة العلم والرياضيات واهتزاز الثقة في المنطق الكلاسيكي ثنائي القيم عامة وقانون الثالث المرفوع خاصة، رأينا كيف أنها كانت تصب في اتجاه واحد، ألا وهو المناداة بمحاولة تجاوز قانون الثالث المرفوع والخروج من ثنائية "الصدق - الكذب" الكلاسيكية، والبحث عن أنساق منطقية بديلة تسمح بمزيد من القيم المتوسطة بين الصدق والكذب أو بين الواحد والآخر، فكان المنطق متعدد القيم. فهل استطاع المنطق متعدد القيم حل تلك الإشكاليات التي واجهت المنطق ثنائي القيم، وخاصة المفارقات المنطقية؟.

3- المنطق متعدد القيم Multivalued Logic

كما أشرنا من قبل، فإن كل القضايا في المنطق الكلاسيكي إما أن تكون صادقة تماماً أو كاذبة تماماً، لذا فإن استدلالاتنا تكون مقيدة بوعي وجود اضطرار للاعتراف فقط ببديلي قيمة الصدق هذه. وقد كانت هناك محاولات، عبر تاريخ المنطق الغربي، لمدّ الإطار الصارم للمنطق ثنائي القيم والسماح للاستدلالات بأن تتضمن قضايا قيم صدقها قد تكون صادقة جزئياً (إلى حد ما) وكاذبة جزئياً (إلى حد ما). على سبيل المثال، فقد حاول أرسطو، في عمله "في التفسير" On Interpretation، البرهنة على أن القضايا المتعلقة بالأحداث المستقبلية لا تكون صادقة ولا كاذبة، إذ أن الأحداث تتطابق مع قضايا لم تحدث حتى الآن، وحتى الآن لم تتوافر قيمة صدق لهذه القضايا: فالقضايا عن المستقبل تكون صادقة بشكل احتمالي Potential True أو كاذبة بشكل احتمالي Potential False. وبالتالي تكون قيم صدقها غير محددة قبل الحدث. وبالطبع -عاجلاً أم آجلاً- يصبح المستقبل حاضراً، وبعد ذلك فإن القضايا المتعلقة بحدث الحاضر الحالي ستكتسب قيم صدق، لكن العديد من القضايا ذات القيم غير المحددة لن تقرّر قيم صدقها بسهولة⁽⁵¹⁾.

ومن المتفق عليه الآن أن القضايا المتعلقة بأحداث المستقبل ليست هي فقط كل القضايا التي لها حالة صدق إشكالية Problematic Truth Status. فقيم صدق بعض القضايا، خاصة في مجالات مثل ميكانيكا الكوانتم، تكون أيضاً غير محددة أصلاً بسبب حالات القصور الأساسية لمقياس الظواهر دون

الذرية. وهذا ما أشار إليه مبدأ هيزنبرج الشهير عن اللايقين⁽⁵²⁾. ووفقاً لذلك، ومن أجل التعامل مع مثل هذه القضايا، يجب علينا أن نأخذ في الاعتبار بناء الأطر المنطقية التي تأخذ في الحسبان لايقين قيم الصدق، هذه الأنواع البديلة للمنطق تسمى المنطق متعدد القيم Multivalued Logic. وسنحاول فيما يلي إلقاء الضوء على المعالم الرئيسية لتلك الأنساق البديلة للمنطق.

3-1 المنطق ثلاثي القيم Three – Valued Logic

تبدأ كل أنواع المنطق متعدد القيم بتخفيف التفرع الثنائي صادق/كاذب للمنطق الكلاسيكي ثنائي القيم عن طريق السماح بوحدة أو أكثر من قيم الصدق الإضافية بين هذين الطرفين: هذه القيم تسمى غير محددة Indeterminate. ففي حالة المنطق ثلاثي القيم، توجد قيمة صدق غير محددة واحدة فقط. وقد تأسست عدة أنساق للمنطق ثلاثي القيم بين الحين والآخر. كل تبعاً لأساسه المنطقي الخاص، وتشير أنساق المنطق ثلاثي القيم عموماً إلى الصدق، الكذب، واللاتحديد بـ 1، 0، و $\frac{1}{2}$ على التوالي⁽⁵³⁾.

ولقد خطا المنطق ثلاثي القيم أولى خطواته على يد رائد من رواد الفكر الفلسفي والمنطقي، إنه الفيلسوف والمنطقي الأمريكي "تشارلز بيرس" C. S. Peirce (1839-1914)، حيث قام بيرس بجهود منفردة ومستقلة عن أعلام المنطق الحديث - أمثال فريجه G. Frege (1848-1925) وبرتراند رسل Russell, B (1872-1970) وهوايتهد A. N. Whitehead (1861-194)، لتطوير الجهاز الرمزي المنطقي وسد ثغرات المنطق القديم، فساهم مثلاً في

إقامة أولى نظريات المنطق الرمزي وهي نظرية حساب القضايا Calculus of Propositions ووضع بعض قوانينها. وإليه يرجع الفضل في إقامة نظرية حساب العلاقات Calculus of Relations، بادئاً من تلك الإشارات والتوجيهات التي قدمها "دي مورجان" De Morgan (1806 – 1871). وفضلاً عن ذلك استخدم "بيرس" قوائم الصدق ثنائية القيمة، وقد قادته هذه القوائم إلى تصور إمكانية بناء قوائم أخرى تتسع لقيمة صدق ثلاثة، هادفاً بذلك إلى تعميم المنطق ثنائي القيم بمجاله المحدود ليصبح أكثر فعالية إزاء قضايا لا نستطيع الحكم عليها بالصدق والكذب. إلا أن بيرس لم يعتمد إلى استكمال هذا البناء المنطقي الجديد، بل ولم يكن يتوقع لهذا البناء أن يصبح في يوم من الأيام حقيقة واقعة لها كل هذا الذبوع التكنولوجي⁽⁵⁴⁾.

أما الخطوة التالية للمنطق ثلاثي القيم فقد جاءت من قبل الرياضي والمنطقي البولندي لوكاشفيتش J. Lukasiewicz (1878–1956). فقد حاول عام 1910 في كتابه عن "مبدأ التناقض عند أرسطو" البرهنة على أن مبدأ التناقض لم يكن واضحاً بذاته، وحاول وضع منطق لأرسطي، ولكنه فشل في هذه الفترة. إلا أنه نجح في عام 1918 في التوصل إلى ذلك، بفضل النقائض التي برهنت على وجود فجوة في المنطق الأرسطي، وكان لا بد من ملء هذه الفجوة وقد قاده هذا الأمر إلى تغيير المبادئ التقليدية للمنطق، حيث توصل إلى أنه بالإضافة إلى القضايا الصادقة والكاذبة يوجد القضايا الممكنة كقيمة ثلاثة. وكان هذا باعثاً على نسق ثلاثي القيم، وكان ذلك النسق متسقاً ذاتياً مثل المنطق الأرسطي، وأكثر ثراءً بكثير من المنطق الأرسطي في القوانين والصيغ.

وحطم ذلك المنطق الجديد بتقديم مفهوم الإمكان المفهوم السابق للعلم القائم على الضرورة⁽⁵⁵⁾.

وفى عام 1920 قدم لوكاشفتش محاضرتين عن المنطق ثلاثي القيم، وبرهن فيهما على أن هذا النسق أقيم بناء على رفض مبدأ التكافؤ، فعلى سبيل المثال، أن وجودي في وارسو في لحظة محددة من العام القادم وليكن ظهر 21 ديسمبر "لا صادقة ولا كاذبة" في اللحظة الراهنة السابقة على هذا التاريخ، ومن ثم يكون "من الممكن وليس من الضروري" أنني سأكون موجوداً في وارسو في وقت محدد بناء على هذه الافتراض. وتكون القضية "سأكون في وارسو ظهر 21 ديسمبر العام القادم" في اللحظة الراهنة لا صادقة ولا كاذبة. فإذا كانت صادقة الآن، يكون وجودي في وارسو ضرورياً، ويكون ذلك مناقضاً للافتراض، ومن ناحية أخرى، إذا كانت كاذبة، يكون وجودي المستقبلي في وارسو مستحيلًا، وهذا يكون مناقضاً للافتراض أيضاً. لذا لا بد من النظر إلى هذه القضية في اللحظة الراهنة على أنها لا صادقة ولا كاذبة، ويجب أن يكون لها قيمة صدق ثلاثة مختلفة وهي "الممكن" والتي يرمز إليها بـ $(\frac{1}{2})$ بالإضافة إلى الصادق (1) والكاذب (0)⁽⁵⁶⁾.

وقد أطلق لوكاشفتش على منطق "المنطق اللاكريبسي" لأن كريبسيوس Chrysippus (281 – 205 ق.م) هو الذى دافع عن مبدأ أن كل قضية إما أن تكون صادقة أو كاذبة⁽⁵⁷⁾.

ومن الملاحظ أن إدخال قيمة الصدق المتوسطة الجديدة $(\frac{1}{2})$ يؤثر بشكل طبيعي على تعريفات قائمة الصدق للروابط الخمس المعروفة في المنطق

الكلاسيكي (النفي، الوصل، الفصل، اللزوم، التكافؤ)، ولكن حيث إن مقترحي أنساق المنطق ثلاثي القيم المختلفة يعتمدون على بديهياتهم عن معاني القضايا المعقدة التي تتضمن قيم صدق غير محددة، فإنهم لا يتفقون جميعاً على التعريفات ثلاثية القيم للروابط. والاستثناء الوحيد - كما هو موضح في الجدول 1-1، هو النفي $\neg P$ للقضية P ، والذي يعرف على أنه $1-P$. وتختلف تعريفات الروابط الأربعة الأخرى - الوصل (٨)، الفصل (٧)، اللزوم (\Rightarrow)، والتكافؤ (\Leftrightarrow) من نوع آخر من أنساق المنطق ثلاثي القيم⁽⁵⁸⁾.

P	$\neg P$
0	1
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	0

الجدول 1-1: النفي ثلاثي القيم

وأفضل خمسة أنساق معروفة للمنطق ثلاثي القيم - والتي تُعنون بأسماء المناطق الذين ابتدعوها موضحة في الجدول 1-2⁽⁵⁹⁾ التي بها تُعرف هذه الروابط المنطقية الأربعة وفقاً لقيم الصدق الثلاث.

a b	Lukasiewicz, J (1878 – 1956)	Bochvar, D (1903-)	Kleene, S (1909– 1994)	Heyting, A (1898 – 1980)	Reichenbach,H (1891 – 1953)
	\wedge \vee \Rightarrow \Leftrightarrow	\wedge \vee \Rightarrow \Leftrightarrow	\wedge \vee \Rightarrow \Leftrightarrow	\wedge \vee \Rightarrow \Leftrightarrow	\wedge \vee \Rightarrow \Leftrightarrow
0 0	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1	0 0 1 1
0 ½	0 ½ 1 ½	½ ½ ½ ½	0 ½ 1 ½	0 ½ 1 0	0 ½ 1 ½
0 1	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0	0 1 1 0
½ 0	0 ½ ½ ½	½ ½ ½ ½	0 ½ ½ ½	0 ½ 0 0	0 ½ ½ ½
½ ½	½ ½ 1 1	½ ½ ½ ½	½ ½ ½ ½	½ ½ 1 1	½ ½ 1 1
½ 1	½ 1 1 ½	½ ½ ½ ½	½ 1 1 ½	½ 1 1 ½	½ 1 1 ½
1 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 0 0
1 ½	½ 1 ½ ½	½ ½ ½ ½	½ 1 ½ ½	½ 1 ½ ½	½ 1 ½ ½
1 1	1 1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1	1 1 1 1

الجدول 1-2: روابط بعض أنساق المنطق ثلاثي القيم

ويمكن أن نرى في هذا الجدول أن التعريفات الكلاسيكية العادية للروابط الخمسة وفقاً لقيم الصدق 0 و 1 تم الإبقاء عليها، إلا أنها تختلف عن التعريفات الكلاسيكية وعن بعضها البعض فقط في معالجتهم لقيمة الصدق الجديدة ½. وهذه الحقيقة لها بعض النتائج المهمة – إحدى هذه النتائج هي أنه لا واحد من أنساق المنطق ثلاثي القيم المطروحة يحقق قانون التناقض ($P \wedge \neg P = 0$)، قانون الثالث المرفوع ($P \vee \neg P = 1$)، وبعض صيغ تحصيل الحاصل الأخرى (القضايا التي تكون صادقة دائماً) الخاصة بالمنطق ثنائي القيم. فمنطق بوشفر Bochvar ثلاثي القيم، على سبيل المثال، الموضح في الجدول 1-2 من

الواضح أنه لا يحقق أى صيغة تحصيل حاصل للمنطق ثنائي القيم، حيث أن كلاً من روابطه تنتج قيمة الصدق $\frac{1}{2}$ كلما كانت أحد القضايا الذرية (a, b) على الأقل تفترض القيمة $\frac{1}{2}$ ⁽⁶⁰⁾. ومن ثم، لا يوجد فى منطق بوشفر أى صيغة تحصيل حاصل كلاسيكية تأخذ القيمة صادق (1) أبداً فى أى صف من قائمة صدقها ⁽⁶¹⁾.

وبناء على ذلك، فمن الشائع فى المنطق ثلاثي القيم مدّ المفهوم العادى لصيغة تحصيل حاصل Tautology إلى المفهوم الأوسع لصيغة شبه تحصيل حاصل Quasi – Tautology. هذا المفهوم هو الأوسع لأنه يقبل حتى القضايا ذات قيم الصدق الأقل من (1) باعتبارها صحيحة، فنحن نقول إن أى صيغة منطقية فى المنطق ثلاثي القيم لا تفترض قيمة الصدق 0 (كاذب)، بصرف النظر عن قيم الصدق المعزوة إلى متغيراتها القضيوية التأسيسية تكون صيغة شبه تحصيل حاصل، أى العبارة التى لا تكون صادقة بالضرورة. وبالطريقة نفسها نقول إن أى صيغة منطقية لا تفترض قيمة الصدق 1 (صادق) تكون شبه تناقض Quasi – Contradiction ⁽⁶²⁾.

وللكشف عن أوجه اختلاف تأثيرات كل اثنين من أنساق المنطق ثلاثي القيم المختلفة على أى صيغة تحصيل حاصل كلاسيكية، انظر إلى الجداول 1-3، 1-4، 1-5 والتي تمثل قوائم الصدق لأحد قوانين دى مورجان، والتي تستخدم فى منطق بوشفر Bochvar, D، لوكاشفتش D , Lukasiewicz، كلين S , Kleene على التوالى.

p	q	\neg	$(p \wedge q)$	\Leftrightarrow	$(\neg p \vee \neg q)$
0	0	1	0	0	1
0	1/2	1/2	0	1/2	1
0	1	1	0	1	1
1/2	0	1/2	1/2	0	1/2
1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2
1/2	1	1/2	1/2	1	1/2
1	0	1	0	0	1
1	1/2	1/2	1	1/2	0
1	1	0	1	1	0

الجدول 1-3: تفسير بوشفر ثلاثي القيم لقانون دي مورجان

p	q	\neg	$(p \wedge q)$	\Leftrightarrow	$(\neg p \vee \neg q)$
0	0	1	0	0	1
0	1/2	1	0	1/2	1
0	1	1	0	1	1
1/2	0	1	1/2	0	1/2
1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2
1/2	1	1/2	1/2	1	1/2
1	0	1	0	0	1
1	1/2	1/2	1	1/2	0
1	1	0	1	1	0

الجدول 1-4: تفسير لوكاشفتش ثلاثي القيم لقانون دي مورجان

p	q	\neg	$(p \wedge q)$	\Leftrightarrow	$(\neg p \vee \neg q)$
0	0	1	0	0	1
0	1/2	1	0	1/2	1
0	1	1	0	1	0
1/2	0	1	1/2	0	1
1/2	1/2	1/2	1/2	1/2	1/2
1/2	1	1/2	1/2	1	0
1	0	1	1	0	1
1	1/2	1/2	1	1/2	1/2
1	1	0	1	1	0

الجدول 1-5: تفسير كلين ثلاثي القيم لقانون دي مورجان

إن الخاصية المشتركة الوحيدة لقوائم صدق بوشفر وكلين هي أن القيمة المتوسطة $1/2$ تظهر في بعض الصفوف تحت الرابط الرئيسي، التكافؤ، في كل قائمة. ولذلك، فإن قانون دي مورجان لا يعد صيغة تحصيل حاصل كلاسيكية في هذا المنطق. ومع ذلك يختلفان في الصفوف الدقيقة التي تُقيّم فيها القضية بـ $1/2$: ففي الصف 2 من قوائم الصدق بهما، يصبح من الواضح أن بوشفر تحررى أكثر من كلين في الشروط التي في ظلها قد يكون الوصل صادقاً، لكنه أكثر صرامة من كلين في شروط صدق الفصل. وبالتباين، في منطق لوكاشفتش، نجد أن كل القيم الواردة تحت رابط التكافؤ هي 1، ومن ثم فإن هذا المنطق يُقيّم قانون دي مورجان بنفس الطريقة المتبعة في المنطق ثنائي القيم. فلوكاشفتش -مثل كلين- أكثر صرامة من بوشفر في الشروط التي يريد اعتبار

الوصل في ظلها صادقاً، كما أن لوكاشفتش - مثل كلين - تحرري أكثر من بوشفر في شروط صدق الفصل. ومع ذلك، فإن لوكاشفتش ينحرف عن بوشفر وكلين بالسماح للتكافؤ بأن يكون صادقاً، حتى عندما يكون لكلا العنصرين قيمة الصدق $\frac{1}{2}$ ⁽⁶³⁾.

3-2- المنطق نوني القيم n - Valued Logic

لم يتوقف الأمر عند المنطق ثلاثي القيم، فما أن تم قبول الأنساق المختلفة له باعتبارها مفيدة وذات مغزى، حتى أصبح الاهتمام منصباً على فكرة أنه قد يكون هناك أنساق لمنطق متعدد القيم، لها تفسيرات وشروط صدق خاصة بها. وفي الواقع، فقد ظهرت عدة أمثلة للمنطق متعدد القيم كتعميمات لأنساق المنطق ثلاثي القيم مع بداية الثلاثينيات من القرن العشرين، العقد الذي أحدث فيه المنطق الرمزي الكثير من التقدم.

ويشار إلى المنطق متعدد القيم Many - Valued Logic باعتباره منطق نوني القيم n - Valued Logic حيث إن n هي عدد قيم الصدق التي يمكن أن تأخذها أي قضية في منطق ما. والفكرة وراء المنطق نوني القيم، كما يوضحها كلير Klir. G ويوان بو Yuan Bo، هي أنه إذا كنا قد سمحنا بتأمل القضية P على اعتبار أن لها قيمة الصدق $\frac{1}{2}$ - القيمة المتوسطة بين صادق تماماً وكاذب تماماً - فإنه يمكننا تأمل القضايا التي تكون صادقة إلى حد بعيد وكاذبة إلى حد ما فقط. وقد تمثل قيمة صدق القضية P هذه عن طريق العدد $\frac{3}{4}$. وبطريقة مماثلة، فإن القضية P التي تكون كاذبة بالكاد Hardly False قد يُعزى إليها قيمة الصدق $\frac{7}{8}$ ، مثلاً. وهكذا يمكن أن نرى أي منطق نوني

القيم يكون مفيداً تماماً لتمثيل المدى الواسع للقضايا الصادقة إلى حد ما والقضايا الكاذبة إلى حد ما والتي يصر المنطق الكلاسيكي على إلقاء الحمل على إحدى قيمتي الصدق المتطرفتين فقط⁽⁶⁴⁾.

وبالنسبة لأي n مفترضة، نجد أن قيم الصدق في أنساق المنطق المعممة هذه يعبر عنها عادة بالأعداد النسبية Rational Numbers في فاصل الوحدة $[0,1]$. هذه القيم يتم الحصول عليها عن طريق قسمة كل n من القيم $0, 1, n-1, \dots, n-1$ على $n-1$. وهذا يعنى أن فئة قيم الصدق لأحد أنساق المنطق نوني القيم، T_n ، تعرف كالتالي:⁽⁶⁵⁾

$$T_n = \left\{ \frac{0}{n-1}, \frac{1}{n-1}, \frac{2}{n-1}, \dots, \frac{n-2}{n-1}, \frac{n-1}{n-1} \right\}$$

$$= \left\{ 0, \frac{1}{n-1}, \frac{2}{n-1}, \dots, \frac{n-2}{n-1}, 1 \right\}$$

حيث تأول هذه الفئة إلى فئة قيم المنطق الكلاسيكي "ثنائي القيم" في حالة ما إذا ساوت n إثنين، أى أن:

$$T_2 = \{0,1\}$$

وتأول إلى فئة قيم المنطق "ثلاثي القيم" في حالة ما إذا ساوت n ثلاثة، أى أن:

$$T_3 = \{0, \frac{1}{2}, 1\}$$

وهكذا يمكن الحصول على أنساق منطقية ذات رتب أعلى مثل المنطق "رباعي القيم" إذا ما ساوت n أربعة، أى أن:

$$T_4 = \{0, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1\}$$

أو المنطق "خماسي القيم" إذا ما ساوت n خمسة، أى أن:

$$T_5 = \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 1\}$$

وهكذا بالنسبة للأنساق المنطقية الأعلى رتبة⁽⁶⁶⁾. وهذه القيم يمكن تفسيرها باعتبارها درجات صدق Degrees Of Truth⁽⁶⁷⁾. وبذلك فإن المنطق متعدد القيم قد ينظر إليه باعتباره إرهاباً للمنطق الغائم كما سنرى.

ولرؤية العلاقة، يمكننا أن نلقى نظرة على المنطق نونى القيم المقترح من قبل المنطقى البولندى الشهير لوكاشفتش بالنسبة لأى $n \geq 2$ فى بداية الثلاثينيات من القرن العشرين كتعميم لمنطقه ثلاثي القيم الذى عُرضت قائمة صدقه فى الجدول 1-2. فهو يستخدم قيم الصدق الموجودة فى T_n ويعرف الروابط المنطقية الخمس عن طريق المعادلات التالية:⁽⁶⁸⁾

$$\neg P = 1 - P$$

$$p \wedge q = \min(p, q)$$

$$p \vee q = \max(p, q)$$

EQ (1.1)

$$p \Rightarrow q = \min(1, 1 - p + q)$$

$$p \Leftrightarrow q = 1 - |p - q|$$

ومن الملاحظ أنه إذا طبقنا تلك المعادلات على الحالة التي فيها $n = 2$ ، حيث $T_n = \{0,1\}$ ، فإننا نحصل على قوائم الصدق التقليدية.

وعندما لا تُقيد قيم الصدق بالأعداد النسبية بل تتضمن كل الأعداد الحقيقية الموجودة في فاصل الوحدة $[0,1]$ ، فإننا نحصل على منطق لامتناهي القيم Infinite – Valued Logic. هذا المنطق يختلف عن المنطق لامتناه القيم المؤسس على قيم الصدق النسبية Rational Truth Values في الفئة T_n بالنسبة لـ $n \rightarrow \infty$. فإذا كانت كل القيم في المتصل $[0,1]$ مستخدمة، فمن الإيحاء تسمية مثل هذا المنطق بـ "المنطق المتصل" Continuous Logic. فعلى سبيل المثال، بالسماح لقيم صدق المتغيرات القسوية في المعادلة (1.1) بأن تكون الأعداد الحقيقية في $[0,1]$ ، فإننا نحصل على منطق لوكاشفتش المتصل. والذي يعد حالة خاصة للمنطق الغائم بمعنى أن روابطه المنطقية تعتمد على العمليات المقياسية للمكمل، التقاطع، والاتحاد الغائم، وعلى التعريفات الخاصة بالزوم والتكافؤ الواردة في المعادلة (1.1)⁽⁶⁹⁾. ومن ثم فإن المنطق الغائم، بالمعنى الضيق، يمكن أن يفهم إذن باعتباره فئة كل أنواع المنطق ذات قيم الصدق الموجودة في فاصل الوحدة $[0,1]$ ⁽⁷⁰⁾.

وعلى أية حال، فإن اللجوء إلى منطق متعدد القيم لم يؤدي إلى حل مشكلة المفارقات المنطقية، إذ أن القول بتعدد القيم يقوم على وضع حدود واضحة بين القيم، بينما تنشأ المفارقات لعدم وجود مثل هذه الحدود. ومن ثم كان المنطق الغائم الذي يسمح بالتدرج المتصل واللانهايي للقيم، وليس بتعدددها، هو الحل. فما هو إذن المنطق الغائم؟.

4- المنطق الغائم Fuzzy Logic

تناولنا في الفقرات السابقة الأسباب التي دفعت العلماء والمناطق إلى إعادة التفكير في العلم والرياضيات ومحاولة تجاوز قانون الثالث المرفوع والخروج من ثنائية "الصدق- الكذب" الكلاسيكية استجابة لمتغيرات العصر وطبيعة العلم المتطورة، الأمر الذي أدى بدوره إلى ظهور أنساق منطقية متعددة القيم. إلا أن هذه الأنساق - كما رأينا- لم تؤد إلى حل مشكلات المفارقات المنطقية، رمادية الواقع والتغيرات المتصلة في حوادثه، وأخيراً مشكلة اللاتيقين- لاسيما اللاتيقين الذي يتعلق بالغيمة الناتجة عن الغموض الكامن في معنى الكلمات، ومن ثم كان لا بد من البحث عن أنساق منطقية بديلة تسمح بالتدرج المتصل واللانهايي للدرجات الرمادية التي تقع بين الصفر والواحد الصحيح. وذلك لأن القيم المتعددة تقوم على وضع حدود واضحة بينها، بينما تنشأ المشكلات المذكورة آنفا لعدم وجود مثل تلك الحدود، ومن ثم كان المنطق الغائم.

4-1- الإرهاسات المبكرة لظهور المنطق الغائم

هناك مقولة في إكليسياستيس Ecclesiastes تنص على أنه "ليس هناك شيء جديد تحت الشمس. وهل يوجد أي شيء يمكن للمرء أن يقول إزاءه "انظر، هذا جديد" ؟ لا، إنه موجود فعلاً منذ زمن بعيد قبل عصرنا"⁽⁷¹⁾.

فكل الأفكار تأتي من أفكار أخرى، وهو ما يعنى أن المنطق الغائم لم يظهر للعيان فجأة في عالم العلم والهندسة، رغم أن الصحف والمجلات الشائعة

كتبت عنه بهذه الطريقة. فمصطلح "المنطق الغائم" هو مسمى جديد يُعنون لفكرة أو عائلة من الأفكار – ظلال الرمادي Shades of Gray، الحدود الضبابية Blurred Boundary، المنطقة الرمادية Gray Area، النقائص المتوازنة Balanced Opposites، صادق وكاذب معاً، التناقض، المعقول غير المنطقي Reasonable Not Logical، وتلك الأفكار قديمة جداً ولها العديد من الأسلاف⁽⁷²⁾.

إذ نجد أن التاريخ القديم للغيامة يرد إلى منطق الشرق والغرب، فمنذ ما يقرب من ألفين وخمسمائة عاماً مضت أجاز القادة الثقافيين العظام للشرق مفهوم الإبهام Ambiguity أو الغموض Vagueness بل قاموا حتى بتشجيعه، فنلاحظ أن بوذا لم يكن صاحب نظرية غائمة بالمعنى الرياضي، فلم يكتب مقالات عن الفئات والأنظمة الغائمة، لكن كانت لديه فكرة ظلال الرمادي، فقد أجاز أ وليس أ معاً، وتجنب بحرص شديد الثنائية الاصطناعية التي تنشأ عن مصطلح النفي "ليس" في اللغات الطبيعية⁽⁷³⁾.

وهكذا يبدو بوذا المفكر الرئيسي الأول لرفض العالم الثنائي للأبيض – و – الأسود جملةً، وهذا في حد ذاته يعد بصيرة واستقلالاً في الرأي بارعاً إلى حد بعيد في عصر بلا تحليل صوري⁽⁷⁴⁾. الأمر الذي يجعلنا نقول إن التاريخ كان يمكن أن يكون مختلفاً، كما أن عالمنا اليوم كان يمكن أن يكون مختلفاً وجذاباً إذا كان بوذا قد تعلم رياضيات ومنطق الإغريق القدامى.

أما أرسطو – الذي يجسد الثقافة الغربية، فكان يرى أن هناك بعض القضايا لا يمكن الحكم عليها بالصدق أو الكذب – لاسيما العبارات التي تتعلق

بالأحداث المستقبلية. ويعطى أرسطو مثلاً على حدث مستقبلي مبيناً انتفاء تطبيق قانون الثالث المرفوع عليه فيقول "فأما قولنا أن الحرب ستكون غداً فليس بواجب ضرورة، ولا قولنا إنها لا تكون غداً بواجب ضرورة"⁽⁷⁵⁾. وهذا يوحي ضمناً بوعي أرسطو بوجود قيم متوسطة بين صادق وكاذب.

وبالفقر إلى أوروبا في القرن الثامن عشر، نجد أن هناك ثلاثة من الفلاسفة الرواد قد قاموا بالتلاعب بالألفاظ حول فكرة الغيامة. إذ اعتقد الفيلسوف الأيرلندي والأسقف جورج باركلي Berkeley (1753-1685) G. والاسكتلندي ديفيد هيوم Hume (1776-1711) D. أن كل مفهوم له جزء مركزي معين، إليه تنجذب المفاهيم التي تتشابه معه بطريقة ما. وقد آمن هيوم بصفة خاصة بمنطق الحس المشترك -الذي يقوم بالاستدلال المؤسس على المعرفة التي يكتسبها الناس العاديون من خلال المعيشة في العالم. وفي ألمانيا اعتبر إيمانويل كانط Kant (1804-1724) I. أن الرياضيات فقط هي التي تعطى تعريفات تامة، وأن العديد من المبادئ المتناقضة لا يمكن أن تُحل فمثلاً، يمكن تقسيم المادة إلى ما لا نهاية، ولكن في الوقت نفسه لا يمكن تقسيمها إلى ما لا نهاية⁽⁷⁶⁾.

ولقد تأسست تلك المدرسة الأمريكية للفلسفة التي تدعى البراجماتية Pragmatism في السنوات الأواخر من القرن التاسع عشر من قبل تشارلز بيرس Peirce (1914-1839) C. الذي قرر أن معنى الفكرة يوجد في نتائجها. وكان بيرس أول من اتخذ "الغموض" بدلاً من صادق - كاذب، كسمة مميزة للطريقة التي يعمل وفقاً لها العالم والبشر⁽⁷⁷⁾.

أما فكرة أن المنطق المحدد Crisp قد أحدث تناقضات صعبة فقد تم التقاطها ونشرها على العامة في بداية القرن العشرين من قبل الفيلسوف والرياضي الإنجليزي المتوهج "برتراند رسل" B. Russell. وقد قام أيضاً بدراسة غموض اللغة بالإضافة إلى دقتها، منتهياً إلى أن الغموض هو مسألة درجة⁽⁷⁸⁾. وذلك حينما كتب مقالته "الغموض" Vagueness عام 1923، والتي أشار فيها إلى أن "قانون الثالث المرفوع يكون صحيحاً عندما تكون الرموز المستخدمة دقيقة، ولكنه لا يكون صحيحاً عندما تكون الرموز غامضة كما هو، في الواقع، حال كل الرموز"⁽⁷⁹⁾.

وقد ظهر أول منطق للغموض عام 1920 من قبل الفيلسوف البولندي "يان لوكاشيفتش" Lukasiewicz. J. إذ ابتكر فئات ذات عضوية ممكنة 0 ، 1/2 ، 1 والتي تم مدّها بعد ذلك عن طريق السماح بعدد غير متناه من القيم بين 0 و 1⁽⁸⁰⁾.

وجاءت الخطوة التالية في عام 1937 عندما نشر فيلسوف الكوانتم ماكس بلاك Max Black (1909-1988) مقاله بعنوان "الغموض: تمرين في التحليل المنطقي" Vagueness : An Exercise In Logical Analysis في مجلة "فلسفة العلم" Philosophy Of Science. والتي قام فيها بدراسة المدى الذي به تكون الأشياء أعضاء للفئة. حيث رأى أن كل شيء يكون أ بدرجة ما وليس أ بدرجة ما. فكل شيء يكون أحمر وليس أحمر، كبيراً وليس كبيراً، أملساً وليس أملساً⁽⁸¹⁾.

وهكذا يكون عمل هؤلاء المفكرين عبر العصور قد قدم الطحين للطحونة العقلية لمؤسس المنطق الغائم، الأمريكي الذى يدعى لطفى زاده Zadeh. L⁽⁸²⁾.

4-2- ميلاد نظرية الفئة الغائمة

كان ميلاد فكرة الفئات الغائمة فى يوليو 1964. وذلك على يد لطفى زاده أستاذ الهندسة الكهربية وعلوم الحاسب بجامعة كاليفورنيا - بيركلى. ففي الخمسينيات من القرن العشرين اعتقد الأستاذ زاده أن كل مشكلات العالم الواقعي يمكن أن تُحل بطرق فعالة، تحليلية، و/أو حاسبات آلية كهربية سريعة. وفى هذا الاتجاه وضع إسهامات هامة فى تطوير نظرية النظم وعلوم الحاسب، وفى الستينيات بدأ زاده يشعر أن التقنيات التقليدية لتحليل النظم كانت دقيقة جداً بالنسبة للعديد من مشكلات العالم الواقعي المعقد⁽⁸³⁾. وفى مقالة كتبت عام 1961، أشار زاده إلى الاحتياج لنوع مختلف من الرياضيات، إذ يقول: "إننا نحتاج إلى نوع من الرياضيات مختلف جذرياً، رياضيات للكميات الغائمة أو الغامضة Fuzzy Or Cloudy Quantities التى لم توصف على أساس التصنيفات الاحتمالية. وبالفعل، فقد أصبحت الحاجة إلى هذه الرياضيات واضحة بشكل متزايد ... لأنه فى معظم الحالات العملية نجد أن البيانات الأولية بالإضافة إلى المعيار الذى بواسطته يُحكم أداء النظم الصناعية بعيدة عن كونها محددة بشكل دقيق أو أن لها تصنيفات احتمالية معرّفة بشكل دقيق"⁽⁸⁴⁾.

وفى يوليو 1964 توصل زاده إلى فكرة درجة العضوية Membership Grade، والتي أصبحت أساس نظرية الفئات الغائمة. هذا الحدث المهم أدى إلى نشر زاده لمقالة علمية بمجلة المعلومات والتحكم Journal Of Information And Control لا يتجاوز عدد صفحاتها الخمس عشرة ورقة وذات عنوان غير مألوف هو "الفئات الغائمة" Fuzzy Sets فى عام 1965⁽⁸⁵⁾. وفى هذا العام كان زاده نائباً لرئيس تحرير المجلة، علاوة على أنه كان رئيساً لقسم الهندسة الكهربائية بجامعة كاليفورنيا مما ساعده على نشر المقالة.

وربما لم تُحدث مقالة علمية منفردة، باستثناء مقالة أينشتين الشهيرة حول "نظرية النسبية الخاصة" المنشورة عام 1905، ما أحدثته مقالة زاده من تداعيات على كافة المجالات العلمية والفكرية والتقنية. فمنذ ظهورها نشرت آلاف المقالات العلمية المعنية بجانب أو آخر من الجوانب المتعددة لهذا المفهوم الجديد⁽⁸⁶⁾. ولقد عكف الباحثون على تطوير هذا المفهوم الجديد حتى أصبح المنطق الغائم صناعة مكتملة بذاتها، لها أعلامها الذين تنطق بلسانهم منذ عام 1978 مجلة خاصة تحمل اسم "المجلة الدولية للفئات والنظم الغائمة" International Journal Of Fuzzy Sets And Systems.

ومن الجدير بالذكر أن رياضيات الفئات الغائمة لم تكن جديدة، فقد استخدمت الجبر نفسه الذى استخدمه يان لوكاشفتش منذ 1920 فى منطقته متعدد القيم، ومع ذلك فلم يطلق زاده على فئاته مصطلح "فئات متعددة القيم" الذى سبق واستخدمه لوكاشفتش؛ كما أنه لم يطلق مصطلح "الفئات الغامضة" Vague Sets الذى سبق واستخدمه رسل وماكس بلاك. ولكنه اختار مصطلح

"غائم" Fuzzy بسبب ارتباطه بالحس المشترك، كما يُقترح أنه ربما يكون هناك نزعة تسويقية في اختيار هذا الاسم⁽⁸⁷⁾.

ولعل نقطة انطلاق هذا العمل الفذ الذى قام به لطفى زاده كانت هي وعيه المرهف بالفروق الجسيمة التى تباعد بين "المنطق الرمزي" بفئاته المحددة عن "منطق الإنسان" فالإنسان فى أغلب معاملاته مع أحوال واقعه، فكراً أو عملاً، لا يستخدم "لغة الكم" بأعدادها وبرموزها وصيغها التى كثيراً ما تفتقد إلى الدقة، وغالباً ما يشوبها الغموض، فهو عندما يرغب فى التعبير عن "مقادير" لا يستخدم "أعداداً" بل يستخدم "ألفاظاً" من قبيل: كثير، قليل، بعض، العديد، ... الخ، وعندما يرغب تأكيد أمر ما أو التهوين من شأنه يستخدم ألفاظاً وعبارات من قبيل: جداً، إلى حد ما، ... الخ، كما أن تعبيرات الإنسان عما يستشعره من أحوال واقعه لا تعرف تلك الانتقالات الكمية الحادة والخشنة التى تميز المنطق الكلاسيكي، أياً كانت رتبته، فهى تتميز بـ "تدرج" و"نعومة" تفتقدها صيغ وتعبيرات هذا المنطق العتيد⁽⁸⁸⁾. فالمنطق الكلاسيكي قليل التحمل لعدم الدقة والصدق الجزئي، وهذا هو سبب أن نظريات اللغة الطبيعية القائمة على المنطق الكلاسيكي عاجزة جوهرياً عن معالجة مسألة عدم الدقة⁽⁸⁹⁾.

وبناء على ذلك لاحظ زاده أن منطق الحاسوب التقليدي أصبح عاجزاً عن معالجة البيانات التى تمثل أفكاراً إنسانية شخصية أو غامضة مثل "شخص جذاب" أو "مثير إلى حد ما". لذلك صُمم المنطق الغائم كي يسمح للحواسيب بتحديد الاختلافات بين البيانات ذات الظلال الرمادية، بصورة مماثلة لعملية التفكير الاستدلالي البشري.

مما سبق يتضح أنه كان هناك دافعان رئيسيان لتقديم زاده لأفكار الفئات الغائمة والمنطق الغائم هما: (90)

أولاً: الحد من الصعوبات التي تواجه تطوير وتحليل الأنظمة المعقدة التي تعتمد على الأدوات الرياضية التقليدية.

ثانياً: ملاحظة أن التفكير الاستدلالي البشري يمكن أن يستخدم المفاهيم والمعرفة التي ليس لها حدود صارمة محددة تماماً (أي: المفاهيم الغائمة)

ومن الواضح أن الدافع الأول للمنطق الغائم يرتبط بشكل مباشر بحل مشكلات العالم الواقعي، بينما يرتبط الدافع الثاني بالذكاء الاصطناعي - فرع المعرفة في علم الحاسوب المرتبط بتطوير أنظمة الحاسوب التي تعرض سلوكيات الذكاء المشابهة لسلوكيات ذكاء الإنسان. ويتطلب الدافع الأول منطقاً غائماً للعمل في ميادين كمية وعددية، بينما يُمكن الدافع الثاني المنطق الغائم من أن يكون له شكل وصفي وكيفي، لأن غالباً ما توصف المفاهيم الغامضة كـ (91) بواسطة الكلمات.

وهكذا فإن هذين الدافعين لا يجعلان المنطق الغائم فريداً من نوعه ومختلفاً عن أنماط التكنولوجيا المختلفة التي تركز فقط على واحد من هذين الدافعين؛ ولكنهما يمكناه لأن يكون جسراً طبيعياً بين العالم الكمي والعالم الكيفي. والآن نتساءل ما هي ماهية المنطق الغائم؟.

يمكن الإلمام بماهية المنطق الغائم من خلال تناول تعريفه وأهميته والأوجه الرئيسية له، ثم عرض أهم المبادئ الأساسية له والسمات والاختلافات التي تميزه عن الأنساق المنطقية الكلاسيكية، وأخيراً نعرض لأهم الانتقادات التي وجهت إليه والرد عليها، وأهم تطبيقاته.

4-3-1 تعريف المنطق الغائم وأهميته

يُعرّف زاده المنطق الغائم في مقالته "المنطق الغائم" بقوله "إن المنطق، وفقاً لقاموس ويبستر Webster، هو علم المبادئ الصورية المعيارية للتفكير الاستدلالي Reasoning. وبهذا المعنى، فإن المنطق الغائم يهتم بالمبادئ الصورية للتفكير الاستدلالي التقريبي Approximate Reasoning، وينظر إلى التفكير الاستدلالي الدقيق باعتباره حالة حدية Limiting Case"⁽⁹²⁾. وهذا يعنى أن المنطق الغائم هو المنطق الذى يتناول أنماط التفكير التى تتسم بالتقريب وليس بالدقة.

وبشكل أكثر وضوحاً، فإن المنطق الغائم، على عكس المنطق الكلاسيكي، يهدف إلى صياغة نماذج غير دقيقة للتفكير الاستدلالي الذى يلعب دوراً رئيساً فى القدرة البشرية اللافتة للنظر على صنع قرارات عقلانية سليمة فى بيئة اللايقين وعدم الدقة. هذه القدرة تعتمد، تبعاً، على قدرتنا على استنتاج إجابة تقريبية للسؤال القائم على مخزون المعرفة التى تكون غير دقيقة، غير كاملة، أو غير موثوق بها بشكل تام. على سبيل المثال:

- (1) عادة ما تستغرق القيادة من المنصورة إلى دمياط حوالى ساعة، ومن دمياط إلى رأس البر حوالى ربع ساعة، فما المدة التى تستغرقها القيادة من المنصورة إلى رأس البر من طريق دمياط؟.
- (2) معظم هؤلاء الذين يعيشون فى دمياط ذوو دخل عالٍ، ومن المحتمل أن لؤي يعيش فى دمياط، فماذا يمكن أن يقال عن دخل لؤي؟.

(3) الرشاقة جذابة، بسمة رشيقة، فهل بسمة جذابة؟

(4) أحمد أكثر طولاً من أصدقائه المقربين، فما هو طول أحمد؟⁽⁹³⁾.

وهناك سببان رئيسان، فيما يرى زاده، لكون الأنساق المنطقية الكلاسيكية لا تستطيع التغلب على مشكلات من هذا النوع. السبب الأول: أن تلك الأنساق الكلاسيكية لا تقدم نسقاً لتمثيل معنى القضايا المعبر عنها باللغة الطبيعية عندما يكون المعنى غير دقيق، أما السبب الثاني فهو أنه في تلك الحالات التي يمكن أن يُمثل فيها المعنى رمزياً بلغة تمثيل المعنى، مثل الشبكات الدلالية Semantic Networks، فلا يكون هناك آلية للاستدلال⁽⁹⁴⁾.

وكما سنرى في الفصول القادمة، فإن المنطق الغائم يتناول مثل تلك المشكلات بالطرق التالية:⁽⁹⁵⁾

أولاً: إن معنى القضية غير الدقيقة يعبر عنه على أنه تقييد مرن على المتغير.

ثانياً: إن الإجابة عن التساؤل تستنبط من خلاله مدّ التقييدات المرنة.

وهكذا فإن أهمية المنطق الغائم ترجع إلى أن أغلب أنماط التفكير الإنساني هي بطبيعتها تقريبية، ويقع التفكير التقريبي خارج نطاق مجال المنطق الكلاسيكي الذي يهتم بأنماط التفكير ذات الصياغات الدقيقة⁽⁹⁶⁾. فمعايير التفكير الاستدلالي الصحيح وغير الصحيح تلائم اللغات الاصطناعية الدقيقة بشكل كافٍ، ولكنها تخفق عندما تُطبق على اللغات الطبيعية الغامضة والتي

نفكر بها فعلاً فيما يتعلق بالعالم المعيش. وبالرغم من أنه من الممكن أن نقلل من غموض اللغات الطبيعية إلا أنه لا يمكننا جعلها دقيقة تماماً⁽⁹⁷⁾.

وإذا كان المنطق الكلاسيكي ينطبق على اللغات الرمزية المتمسة بالدقة التامة فإنه ينطبق على لغات لا يمكن التحدث بها، ومن ثم كانت أهمية المنطق الغائم لإمكانية تطبيقه على اللغات الطبيعية⁽⁹⁸⁾. فالمنطق الغائم يعد منطقاً دقيقاً لعدم الدقة والتفكير الاستدلالي التقريبي.

ومن الجدير بالذكر هنا الإشارة إلى أن مصطلح "المنطق الغائم" يستخدم بمعنيين مختلفين. إذ ينظر إلى المنطق الغائم، بالمعنى الضيق، باعتباره تعميماً للأنساق المنطقية متعددة القيم. وفي المقابل ينظر إليه، بالمعنى الواسع، باعتباره نسقاً من المفاهيم والمبادئ، والمناهج للتعامل مع أشكال التفكير الاستدلالي التي تكون تقريبية أكثر منها دقيقة⁽⁹⁹⁾. وسوف يكون اهتمامنا الأساسي في هذا البحث هو دراسة المنطق الغائم بمعناه الواسع، الذي هو مجال تطبيق نظرية الفئة الغائمة. حيث يستفيد من مفاهيم، مبادئ، ومناهج نظرية الفئة الغائمة من أجل صياغة الأشكال المختلفة للتفكير الاستدلالي التقريبي كما سنرى.

والمنطق الغائم، فيما يرى زاده، يعد أكثر من كونه نسقاً منطقياً، إذ أن له عدة أوجه رئيسة يمكن حصرها فيما يلي:⁽¹⁰⁰⁾

- **الوجه المنطقي:** ويمثل المنطق الغائم بمعناه الضيق. فالوجه المنطقي للمنطق الغائم قد ينظر إليه باعتباره تعميماً للمنطق متعدد القيم؛ إذ أن جدول

أعمال الوجه المنطقي للمنطق الغائم مماثل في الروح لجدول أعمال المنطق الكلاسيكي.

- **وجه الفئة الغائمة:** ويركز على الفئات الغائمة، أي، على أصناف حدودها ليست صارمة. فنظرية الفئات الغائمة مركزية بالنسبة للمنطق الغائم. ومن الناحية التاريخية، فقد سبقت نظرية الفئات الغائمة المنطق الغائم بمعناه الواسع.

- **الوجه المعرفي:** ويهتم بتمثيل المعرفة، سيما نظرياً اللغات الطبيعية، وتحليل المعلومات. ففي الوجه المعرفي للمنطق الغائم، ينظر إلى اللغة الطبيعية باعتبارها نسفاً لوصف المدركات الحسية. وتعد نظرية الإمكانية هي الفرع المهم للوجه المعرفي للمنطق الغائم. كذلك تعد النظرية الحسابية للمدركات الحسية هي الفرع المهم الآخر للوجه المعرفي للمنطق الغائم.

- **الوجه العلاقي:** ويركز على العلاقات الغائمة، وبشكل أكثر عمومية، على الاعتمادات الغائمة Fuzzy Dependencies. وتلعب مفاهيم المتغيرات اللغوية والحساب التحليلي المرتبطة بقواعد إذا كان - فإن الغائمة Fuzzy IF-THEN Rules أدواراً محورية تقريباً في كل تطبيقات المنطق الغائم.

وهكذا يعد الوجه المنطقي ووجه الفئة الغائمة، رياضياً، هما الوجهان الأساسيان للمنطق الغائم. أما الوجه الذي يلعب دوراً محورياً تقريباً في كل تطبيقات المنطق الغائم فهو الوجه العلاقي - أي الوجه الذي يركز على المتغيرات اللغوية وقواعد إذا كان - فإن الغائمة.

4-3-2- المبادئ الأساسية للمنطق الغائم

إن المنطق الغائم، كما يوحي اسمه، هو المنطق الذي يتناول أنماط التفكير الاستدلالي الأساسية والتي تكون تقريبية Approximate أكثر منها دقيقة Exact. وترجع أهمية المنطق الغائم إلى أن أغلب أنماط التفكير الاستدلالي الإنساني - وخاصة التفكير الاستدلالي القائم على الحس المشترك Commonsense Reasoning، هي بطبيعتها تقريبية. ومن الأهمية ملاحظة أن التفكير الاستدلالي التقريبي يقع خارج نطاق المنطق الكلاسيكي الذي يهتم بأنماط التفكير الاستدلالي ذات الصياغات الدقيقة⁽¹⁰¹⁾. ومن ثم، فالحقيقة القائلة إن المنطق الغائم يتعامل مع أنماط التفكير الاستدلالي التقريبي أكثر من الدقيق تتضمن، بوجه عام، أن الدقة البالغة لا تلعب دوراً مهماً في المنطق الغائم كما تفعل في الأنساق المنطقية الكلاسيكية⁽¹⁰²⁾.

وتنشأ القوة التعبيرية للمنطق الغائم من حقيقة أنه يحوى كحالات خاصة له المنطق التقليدي ثنائي القيم بالإضافة إلى المنطق متعدد القيم⁽¹⁰³⁾.

ومن أهم سمات المنطق الغائم ما يلي:⁽¹⁰⁴⁾

- ينظر إلى التفكير الاستدلالي الدقيق Exact Reasoning، في المنطق الغائم، باعتباره حالة حدية Limiting Case للتفكير الاستدلالي التقريبي Approximate Reasoning.

- يكون كل شيء، في المنطق الغائم، مسألة تدرج Matter Of Degree.

- يمكن تغيير أي نسق منطقي.

- المعرفة، في المنطق الغائم، هي مجموعة تقييدات مرنة أو غائمة Elastic Or Fuzzy Constraints قائمة على مجموعة متغيرات.

- ينظر إلى الاستدلال على أنه عملية لتوليد تقييدات مرنة.

أما عن أهم الاختلافات الرئيسية بين المنطق الغائم وغيره من الأنساق المنطقية التقليدية فقد بينها زاده كما يلي: (105)

(a) الصدق Truth

في الأنساق المنطقية ثنائية القيم تكون القضية، P ، إما صادقة أو كاذبة. وفي الأنساق متعددة القيم، قد تكون القضية صادقة أو كاذبة، أو يكون لها قيمة صدق متوسطة، والتي يمكن أن تكون عنصراً لفئة قيم الصدق T المتناهية أو اللامتناهية.

أما في المنطق الغائم، فإن قيمة صدق أي قضية قد تكون فئة فرعية غائمة لأي فئة مرتبة جزئياً، ولكن عادة ما يفترض أنها فئة فرعية غائمة لفاصل الوحدة $[0,1]$ ، أو بشكل أكثر بساطة، هي نقطة داخل هذا الفاصل. وتفسر قيم الصدق اللغوية Linguistic Truth Values (مثل: صادق، صادق جداً،

ليس صادقاً تماماً، ... ، إلخ) باعتبارها عناوين Labels فئات فرعية غائمة لفاصل الوحدة $[0,1]$. وهذا يعنى أن المنطق الغائم يسمح بالتدرج المتصل (اللانهايي) لقيمة صدق أى قضية مفترضة.

Predicates المحمولات (b)

فى الأنساق المنطقية ثنائية القيم تكون المحمولات محددة Crisp بمعنى أن دلالة المحمول يجب أن تكون فئة فرعية غير غائمة لعالم المقال، مثل "ميت" (فالشخص إما أن يكون ميتاً أو ليس ميتاً، ولا يمكن أن يكون ميتاً وليس ميتاً فى الوقت نفسه).

أما فى المنطق الغائم، فإن المحمولات تكون غائمة (مثل: "يكاد يكون طويلاً"، "مريضاً إلى حد ما"، "أكبر بكثير من"، ... الخ) . ويجب ملاحظة أن معظم المحمولات فى اللغة الطبيعية تكون غائمة أكثر منها محددة.

Predicate Modifiers مُعدّلات المحمول (c)

يُعد النفي "ليس" Not، هو مُعدّل المحمول الوحيد المستخدم فى الأنساق التقليدية. أما فى المنطق الغائم فهناك العديد من مُعدّلات المحمول والتي تعمل كأسيجة Hedges، مثل "جداً" Very، "تقريباً" More Or Less، "إلى أبعد حد" Extremely، "إلى حد ما" Slightly، "تماماً" Quite، ... إلخ. وتلعب مُعدّلات المحمول هذه دوراً رئيسياً فى توليد قيم المتغير اللغوي Linguistic Variable،

مثل "صغير جداً" Very Young، "ليس صغير جداً" Not Very Young، "صغير تقريباً" More or Less Young، ... إلخ.

(d) الأسوار Quantifiers

تسمح الأنساق المنطقية التقليدية بسورين اثنين فقط: السور الكلي Universal Quantifier (الموجب والسالب)، والسور الوجودي Existential Quantifier (الموجب والسالب).

أما المنطق الغائم فيسمح، بالإضافة إلى هذين السورين، بمجموعة متنوعة من الأسوار الغائمة، مثل: معظم Most، قليل Few، عديد Many، كثير من Many of، تقريباً كل Almost All، حوالي خمسة About Five،... إلخ. وتعد السمة المهمة للأسوار الغائمة هي أن حدوثها في الحديث الإنساني يكون، في أغلب الأحيان، ضمنياً أكثر منه صريحاً. فعلى سبيل المثال، عندما نقول إن "لاعب كرة السلة طوال جداً" فإن ما نعنيه عادة هو أن "تقريباً كل لاعبي كرة السلة طوال جداً". وبصورة مماثلة، فقد يعني الفرد بـ "الأكل الزائد يسبب البدانة" أن "معظم الذين يأكلون بزيادة بدناء"، بينما قد تفسر العبارة "التدخين المسرف يسبب سرطان الرئة" كالتالي "أن حدوث سرطان الرئة بين المدخنين أعلى بكثير من حدوثه بين غير المدخنين"⁽¹⁰⁶⁾. مثل هذه الأسوار الغائمة يمكن أن تُفسر باعتبارها أعداداً غائمة تقدم وصفاً غير دقيقاً للعدد الأصلي لفئة أو أكثر من الفئات الغائمة أو غير الغائمة.

ومثال بسيط للبرهنة على كيفية أن الأسوار الغائمة قد تعامل كأعداد غائمة، تأمل القضايا:

$$p \triangleq 80\% \text{ من الطلاب عزب}$$

$$q \triangleq 60\% \text{ من الطلاب العزب ذكور}$$

$$r \triangleq \text{ من الطلاب عزب وذكور}$$

والتي فيها r تمثل الإجابة عن السؤال "ما هي نسبة الطلاب الذكور العزب؟" الناتجة عن المقدمات المُعبر عنها بـ p ، q . ومن الواضح أن النتيجة تكون $48\% = 60\% \times 80\%$ (107).

Probabilities الاحتمالات (e)

في الأنساق المنطقية التقليدية يكون للاحتتمالات قيمة عددية أو قيمة تقع بين الفاصل $[0,1]$ أما في المنطق الغائم فإن الاحتمالات تكون لغوية أو غائمة، مثل: "من المحتمل"، "من غير المحتمل"، "محتمل جداً"، "حوالي 0.8"، ... إلخ. وتفسر هذه الاحتمالات باعتبارها أعداداً غائمة يمكن معالجتها باستخدام الحساب الغائم Fuzzy Arithmetic.

Possibilities الممكنات (f)

على عكس منطق الجهة Modal Logic التقليدي يكون مفهوم "الممكن" في المنطق الغائم مدرجاً أخرى منه ثنائياً. وعلاوة على ذلك، نجد أن الممكنات،

كما في حالة الاحتمالات، يمكن معالجتها باعتبارها متغيرات لغوية ذات قيم مثل "ممکن"، "ممکن تماماً"، "مستحيل تقريباً"، ... الخ.

Qualification التقييد (g)

في الأنساق المنطقية التقليدية قد تُقيد القضية، P ، عن طريق ربط P بقيمة صدق "صديق" أو "كاذب"، بإجراء جهة Modal Operator مثل "ممکن" أو "ضروري"، وإجراء مفهومي Intensional Operator مثل "يعرف"، "يعتقد"، ... الخ.

أما في المنطق الغائم فإن هناك ثلاثة أشكال رئيسة لتقييد القضايا هي:

*** تقييد الصدق Truth – Qualification**

ويعبر عنه كالتالي τ is P ، حيث إن τ هي قيمة صدق غائمة، فإذا قلنا:

(لؤي طويل) ليست صادقة تماماً.

فإن القضية المُقَيِّدة هي (لؤي طويل) وقيمة الصدق المُقَيِّدة هي "ليست صادقة تماماً".

**** تقييد الاحتمال Probability Qualification**

ويعبر عنه كالتالي λ is P ، حيث إن λ هي احتمال غائم، فإذا قلنا:

(لؤي طويل) ليست محتملة.

فإن الاحتمال الغائم المقيّد هو "ليست محتملة".

*** تقييد الإمكانية Possibility Qualification ***

ويعبر عنه كالتالي $P \pi$ is ، حيث إن π هي إمكانية غائمة، فإذا قلنا:

(لؤي طويل) مستحيلة تقريباً.

فإن الإمكانية الغائمة المقيّدة هي "مستحيلة تقريباً".

4-3-3- المنطق الغائم بين النقد والتطبيق

عندما نشر زاده مفاهيم المنطق الغائم أول مرة في الولايات المتحدة فإنها واجهت كثيراً من الانتقادات الحادة من قبل جماعة أكاديمية، البعض اعترض عليها بسبب الاسم دون معرفة محتواها بالتفصيل، والبعض الآخر اعترض عليها بسبب تركيزها على الغموض وعدم الدقة. وقد أورد زاده بضعة أمثلة لما قيل عن المنطق الغائم كما يلي: (108)

إن الأستاذ رودلف كالمان Rudolf Kalman (1930 -)، الصديق والعالم البارز، يعلق على شرحي لمفهوم المتغير اللغوي، بقوله "... دعني أقول بشكل صريح إنه ليس هناك مثل هذا الشيء كمفهوم غائم ... فنحن نتكلم عن أشياء غائمة لكنها ليست مفاهيم علمية. ولقد اكتشف بعض الناس في

الماضي بعض الأشياء المثيرة والتي صيغت نتائجها على نحو غير غائم، ولذا تقدمنا في العلم".

كما أن الأستاذ وليم كاهان (William Kahan) (1933-)، عالم الحاسوب البارز، الزميل والصديق المخلص، قد علق على المنطق الغائم بقوله "... أنا لا أستطيع التفكير في أي مشكلة لا يمكن أن تُحل بشكل جيد عن طريق المنطق العادي ... إن ما نريده هو تفكير أكثر منطقية، وليس أقل ... إن خطر النظرية الغائمة هو أنها ستشجع نوع التفكير غير الدقيق الذي جلب لنا كثيرًا من المشاكل".

وكذلك فإن الأستاذة سوزان هاك (Susan Haack) (1945-)، المنطقية والفيلسوفة البارزة، تعلق على الحاجة إلى المنطق الغائم في كتابها "المنطق المعدل، المنطق الغائم" Deviant Logic, Fuzzy Logic فتقول "طالما أنه لا واحدة من الحجج الرئيسة التي قدمت لصالحه مقبولة، فإنني استنتج أننا لا نحتاج إلى المنطق الغائم".

ولقد جاء رد زاده على تلك الانتقادات التي وجهت إلى المنطق الغائم كالتالي: "إن ما يمكن قوله حول مثل هذه الوجهات من النظر هو أنها تعكس تصورات المنطق الغائم التي تحيد عن الحقيقة. علاوة على ذلك، فإن النقاد لم يعرفوا الأهمية الأساسية لمفهوم المتغير اللغوي، إذ أن مفهوم المتغير اللغوي، بالاشتراك مع الحساب التحليلي لقواعد إذا كان- فإن الغائمة، له موقع المركزية تقريباً في كل تطبيقات المنطق الغائم"⁽¹⁰⁹⁾.

وبناء على الانتقادات السابقة وغيرها لم تعط الوكالات الحكومية فى الولايات المتحدة أي منح للبحوث الغائمة، والقليل من الصحف والمؤتمرات وافقت على المقالات الغائمة، كما أن الأقسام الأكاديمية لم تشجع أعضاء هيئة التدريس الذين قاموا بأبحاث عن الغيامة، وكانت الحركة الغائمة فى تلك الأيام طائفة صغيرة وكانت تعمل سراً، ثم بدأت تكبر وتتضج بدون الدعم المعتاد للعلم المدعوم، وهذا جعلها أقوى⁽¹¹⁰⁾. ويعزى تدنى قبول المنطق الغائم إلى إنحياز علماء الغرب إلى الدقة ومنطق ثنائية إما/أو⁽¹¹¹⁾.

ولقد وُجد للمنطق الغائم، منذ بدايته، العديد من التطبيقات فى مجالات تمتد من تدبير المواد المالية إلى هندسة الزلازل، وقد استخدم معمدانى Mamdani , E وأسيليان Assilian, S المنطق الغائم عام 1974 لتوجيه القاطرة البخارية Steam Engine. وفى الأعوام التالية، عندما أصبحت الفكرة الرئيسة التى يقوم عليها تحكم المنطق الغائم مفهومه تعاقبت التطبيقات المتعددة⁽¹¹²⁾.

فى اليابان، على وجه الخصوص، أصبح استخدام المنطق الغائم فى عمليات التحكم يُنبع فى العديد من مجالات التطبيق، من بينها متحكم القطار الآلي (هيتاشي Hitachi)، توجيه المركبات Vehicle Control (مختبر سيجينو Sugeno بمعهد طوكيو للتكنولوجيا)، توجيه الروبوت (مختبر هيروتا Hirota بجامعة هوزي Hosei)، التحكم فى الموازنة Stabilization Control (مختبر ياماكاوا Yamakawa بجامعة كوماموتو

(Kumamoto). وفى أعقاب عام 1985 تم الإعلان عن الحاسوب الغائم Fuzzy Computer الذى صممه ياماكاوا Yomakawa بجامعة كوماموتو Kumamoto⁽¹¹³⁾.

وفى بداية التسعينيات من القرن العشرين نشأت الغيامة كشعار تكنولوجي وثقافي للشرق الأقصى، وقادت اليابان الثورة الغائمة على مستوى المنتجات الاستهلاكية للتكنولوجيا المتقدمة. واستخدم المهندسون اليابانيون المنطق الغائم لرفع درجة ذكاء آلات تصوير الفيديو النقالة وآلات الإرسال والمكانس الكهربائية ومئات من الأجهزة والأنظمة الأخرى. وأقامت الحكومة اليابانية اثنين من أكبر المختبرات، قام كل منهما برعاية مؤتمرات غائمة فى سنوات متناوبة. وقد انتشر العديد من الكتب اليابانية عن المنطق الغائم وخصص التلفزيون الياباني برامج خاصة فى وقت الذروة عن الهندسة الغائمة وكيفية تطبيقها على التصنيع والأجهزة الإلكترونية الاستهلاكية. وقد قدرت وزارة الصناعة والتجارة الخارجية المنتجات الغائمة، 70% منها فى الأجهزة الإلكترونية الاستهلاكية، بـ 1.5 بليون دولار عام 1990 وما يزيد عن 2 بليون دولار عام 1991. والسوق العالمي لخدمات الحاسوب والبرامج والأجهزة، بحوالي 200 بليون دولار كل عام⁽¹¹⁴⁾.

وقد ترسخت الغيامة فى بلدان أخرى فى الشرق الأقصى - مثل كوريا الجنوبية، سنغافورا، ماليزيا، الهند، تايوان، الصين، حيث تعبر كل بلد عن وجهة نظرها الغائمة بطريقتها الخاصة، وقد يكون مفاجأة إلى البعض أن العدد الأكبر

فى العالم من أصحاب النظريات الغائمة موجود فى الصين بما يزيد عن 10.000 عالم⁽¹¹⁵⁾. ويمكن القول أن شعبية المنطق الغائم فى المشرق تعكس حقيقة أن المفكر الشرقى عمومًا يقبل بسهولة كبيرة مفهوم "الغيامة"، ولذلك فإن الولايات المتحدة تخلفت عن اليابان بعشرة سنوات على الأقل فى طليعة هذه التقنية الحديثة.

واليوم فإن المنطق الغائم، بعد ما يقرب من أربعة عقود من بدايته، أصبح أقل مثاراً للجدل بكثير مما كان عليه فى الماضى. ومن الواضح إلى حد بعيد أن التأثير واسع النطاق للمنطق الغائم مهملاً، والمقياس المهم لبيان تأثير المنطق الغائم هو عدد المقالات فى الكتابات الأدبية تحت عنوان "غائم" Fuzzy. إذ أن هناك أكثر من 52000 مقالة أُدرجت فى قاعدة بيانات INSPEC، وأكثر من 15000 مقالة فى قاعدة بيانات علوم الرياضيات، والمقياس المهم الآخر هو عدد براءات الاختراع المتعلقة بالمنطق الغائم، أكثر من 4800 فى اليابان، وأكثر من 1500 فى الولايات المتحدة⁽¹¹⁶⁾.

كما اكتسب المنطق الغائم العديد من الأتباع من الباحثين حول العالم وتطور إلى حقل أكاديمي رئيسي بجمعياته الخاصة (مثل جمعية النظم الغائمة الدولية International Fuzzy Systems Association)، ومجلاته (مثل International Journal Of Fuzzy المنطق الغائم والنظم الغائمة) والمجلة الدولية للتفكير الاستدلالي التقريبي Sets And Systems، والمجلة الدولية للتفكير الاستدلالي التقريبي

(International Journal Of Approximate Reasoning)، ومؤتمراته
(التي نظمت من قبل IEEE وجمعية النظم الغائمة الدولية).

وبينما لخصت مقالات زاده:

- Fuzzy Sets.
- The Concept of Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning, Part I, II, III.
- Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes.

المبادئ الأساسية للمنطق الغائم، فقد جاءت التطورات النظرية للمنطق الغائم من خلال مجموعات بحث في أوروبا (الشرقية والغربية على حد سواء). والملاحظة الخاصة هي أن مجموعات بحث المنطق الغائم كان يترأسها زميرمان Zimmermann , H . J في آتشين Aachen بألمانيا، ودوبويس Dubois, D، وبراد Prade, H في تولوس Toulouse بفرنسا. وبالاستفادة من التطورات النظرية في الولايات المتحدة الأمريكية وأوروبا، تزعمت اليابان تتجير تكنولوجيا المنطق الغائم. ولقد ايقظت نجاحات الشركات اليابانية في تطبيقات المنطق الغائم الاهتمام بالصناعة في الولايات المتحدة الأمريكية وإمكانيته التجارية. وبدأ المنطق الغائم في اكتساب القبول لدى المعنيين بالذكاء الاصطناعي.

5- خلاصة

هكذا نكون قد أوضحنا خلال هذا البحث الأسباب الرئيسية التي أدت إلى زعزعة العلم والرياضيات واهتزاز الثقة في المنطق الكلاسيكي ثنائي القيم عامة وقانون الثالث المرفوع خاصة، وكيف أدت تلك الأسباب إلى محاولة تجاوز قانون الثالث المرفوع والخروج من ثنائية "الصدق - الكذب" الكلاسيكية والبحث عن أنساق منطقية بديلة تسمح بمزيد من القيم المتوسطة بين الصدق والكذب. ثم بينا أن تلك الأنساق المنطقية البديلة، متعددة القيم، لم تستطع حل الإشكاليات التي واجهت المنطق الثنائي، الأمر الذي أدى بدوره إلى ظهور المنطق الغائم، الذي استطاع التغلب على تلك الإشكاليات. وذلك، كما رأينا، بالسماح بالترج المتصل واللانهايي للقيم، وليس بتعدها. وأخيراً عرضنا ماهية المنطق الغائم المتفرقة التي تميزه عن الأنساق المنطقية التقليدية، أهم الانتقادات التي وجهت إليه، وأهم تطبيقاته العملية.

وإجمالاً، يمكننا القول إن المنطق الغائم، كما يتضمن اسمه، هو المنطق الذي يتعامل مع النماذج الأساسية للتفكير الاستدلالي التي تكون تقريبية أكثر منها دقيقة، وإذعاناً لروح المنطق فهو يحاول أن يكون دقيقاً. ومن ثم، فالمنطق الغائم، قد يكون بشكل فيه مفارقة إلى حد ما، هو نسق دقيق للتفكير الاستدلالي غير الدقيق.

الهوامش والمراجع

- ¹- السيد نصر الدين السيد، وداعاً أرسطو، الطبعة الأولى، المكتبة الأكاديمية، القاهرة، 2007، ص 19
- ²- صلاح عثمان، المنطق متعدد القيم بين درجات الصدق وحدود المعرفة، منشأة المعارف، الإسكندرية، 2002، ص 19
- ³- المرجع السابق، ص 19
- ⁴- Kosko, B., Fuzzy Thinking: the New Science of Fuzzy Logic, HYPERION, New York, 1993, p. 4
- ⁵- Ibid, p. 4
- ⁶- Ibid, p. 5
- ⁷- سهام النويهي، المنطق الغائم: علم جديد لتقنية المستقبل، الطبعة الأولى، المكتبة الأكاديمية، القاهرة، 2001، ص 15
- ⁸- Kosko, B., Fuzzy Thinking: the New Science of Fuzzy Logic, p. 21
- ⁹- صلاح عثمان، المنطق متعدد القيم بين درجات الصدق وحدود المعرفة، ص 21
- ¹⁰- رولان أومنيش، فلسفة الكوانتم: فهم العلم المعاصر وتأويله، ترجمة أ.د. أحمد فؤاد باشا & أ.د. يمني طريف الخولي، سلسلة عالم المعرفة، الكويت، العدد 350، إبريل 2008، ص 46
- ¹¹- إن الاستدلال التراكمي " Sorites " هي كلمة يونانية تعنى تسلسلاً منطقيًا لعبارات من الشكل " إذا كان A ، فإن B ؛ إذا كان B ، فإن C ؛ إذا كان C ، ... ؛ إذا كان Y ، فإن Z " حيث أن الحد الأول يستلزم الحد الأخير؛ فإذا كان A ، فإن Z .
- ¹²- Kosko, B., Fuzzy Thinking: the New Science of Fuzzy Logic., p.94
- ¹³- الكسندرا غيتمانوفا، علم المنطق، دار التقدم، موسكو، 1989، ص 298
- ¹⁴- Kosko, B., Fuzzy Thinking: the New Science of Fuzzy Logic, pp. 94 - 95
- ¹⁵- Ibid, p. 95
- ¹⁶- Ibid, p. 97
- ¹⁷- Ibid, pp. 25 - 26

- ¹⁸- زكى نجيب محمود، خرافة الميتافيزيقا، مكتبة النهضة المصرية، القاهرة، 1953، ص 149
- ¹⁹-Kosko, B., Fuzzy Thinking: the New Science of Fuzzy Logic, p. 98
- ²⁰-See: Kosko, B., Fuzzy Thinking: the New Science of Fuzzy Logic, p. 98
- ²¹- Ibid., p. 99
- ²²-Ibid , pp. 99 – 100
- ²³- Carnap, R., the Old and New Logic, In: Ayer, J (ed)., Logical Positivism, the Free Press, Glencoe, Illinois, 1959, p. 140
- ²⁴-Kosko, B., Fuzzy Thinking: the New Science of Fuzzy Logic, p. 100
- ²⁵- زكى نجيب محمود، نحو فلسفة علمية، الطبعة الثانية، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، 1980، ص 239
- ²⁶- Quine, W. V. , From A Logical Point of View, Second Edition, Harper & Row Publishers, New York & Evanston, 1963, pp. 91 – 92
- ²⁷-Russell, B., " Reply To Criticisms", In: Schilpp, P. A (ed)., the Philosophy of Bertrand Russell, the Library of Living Philosophers, New York, 1944, p. 692
- نقلاً عن: محمد مهران، فلسفة برتراند رسل، ص 278
- ²⁸- Kosko, B., Fuzzy Thinking: the New Science of Fuzzy Logic, p. 101
- ²⁹- Ibid, p. 101
- ³⁰- سهام النويهي، المنطق الغائم: علم جديد لتقنية المستقبل، ص 17
- ³¹- Klir, G. J. & Yuan Bo., Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications, Prentice – Hall, New Jersey, 1995, p. 1
- ³²- Kosko, B., Fuzzy Thinking: the New Science of Fuzzy Logic, p. 103
- ³³- Ibid, p. 7
- ³⁴-Ibid, p. 103
- ³⁵- Quine, W. V., Philosophy of Logic, Second Edition, Prentice – Hall, New York , 1970, p. 86
- ³⁶- هيزنبرج، الفيزياء والفلسفة، ترجمة/ أحمد مستجير، المكتبة الأكاديمية، القاهرة، 1993، ص 31
- ³⁷- المرجع السابق، ص 31
- ³⁸- يمنى طريف الخولى، فلسفة العلم من الحتمية إلى اللاحتمية، دار قباء، القاهرة، 2001، ص 357

- 39- المرجع السابق، ص 358
- 40- Kosko, B., Fuzzy Thinking: the New Science of Fuzzy Logic, 1993, pp. 104 – 105
- 41- Terano, T et al., Fuzzy Systems Theory and its Applications, Academic Press, INC, New York, 1992, p. 8
- 42- سهام النويهي، المنطق الغائم: علم جديد لتقنية المستقبل، ص 14
- 43- المرجع السابق، ص ص 14، 15
- 44- المرجع السابق، ص 15
- 45- Terano, T et al., Fuzzy Systems Theory and its Applications, p. 8
- 46- Ibid, p. 8
- 47- Novàk, V., Are Fuzzy Sets a Reasonable Tool for Modeling Vague Phenomena?, Fuzzy Sets & Systems, 156, 2005, pp. 343 – 344
- 48- Klir, G. J et al., Fuzzy Set Theory: Foundations and Applications, Prentice – Hall, New York, 1997, p. 11
- 49- Terano, T et al., Fuzzy Systems Theory and its Applications, p. 8
- 50- Quine, W. V., Philosophy of Logic, p. 85
- 51- Klir, G. J et al., Fuzzy Set Theory: Foundations and Applications, p. 190
- 52- Klir, G. J. & Yuan Bo., Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications, p. 217
- 53- Klir, G. J et al., Fuzzy Set Theory: Foundations and Applications, p. 191
- 54- صلاح عثمان، المنطق متعدد القيم بين درجات الصدق وحدود المعرفة، ص ص 45 – 46
- 55- عبير عبد الغفار حامد، المدرسة البولندية وتطور المنطق المعاصر، رسالة دكتوراه غير منشورة، إشراف أ.د. محمد مهران، جامعة القاهرة، كلية الآداب، 2005، ص 98
- 56- المرجع السابق، ص ص 98، 99
- 57- المرجع السابق، ص 111
- 58- Klir, G. J et al., Fuzzy Set Theory: Foundations and Application, p.191
- 59- هذا الجدول مقتبس من:
– Klir, G. J et al., Fuzzy Set Theory: Foundations and Applications, p.192

- ⁶⁰- Ibid, pp. 191 – 192 and also: Klir, G. J & Yuan Bo., Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications, pp. 217 – 218
- ⁶¹- Klir, G. J, et al., Fuzzy Set Theory: Foundations and Applications, p.192
- ⁶²- Ibid, p. 192
- ⁶³- Klir, G. J el al., Fuzzy Set Theory: Foundations and Applications, pp. 192 – 193
- ⁶⁴- Klir, G. J. & Yuan Bo., Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications, p. 218
- ⁶⁵- Ibid, p. 218
- ⁶⁶- السيد نصر الدين السيد، وداعاً أرسطو، ص 21
- ⁶⁷- Klir, G. J, et al., Fuzzy Set Theory: Foundations and Applications, p. 196
- ⁶⁸- Ibid, p. 196
- وأيضاً:
- Klir, G. J. & Yuan Bo., Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications, p. 218
- ⁶⁹- Klir, G. J, et al., Fuzzy Set Theory: Foundations and Applications, pp. 196 – 197
- ⁷⁰- Ibid, p. 197
- ⁷¹- Kosko, B., Fuzzy Thinking: the New Science of Fuzzy Logic, p. 67
- ⁷²- Ibid, p. 67
- ⁷³- Ibid, p. 77
- ⁷⁴- Ibid, p. 77
- ⁷⁵- أرسطو، منطق أرسطو، كتاب العبارة، ترجمة إسحاق بن حنين، تحقيق وتقديم د. عبد الرحمن بدوي، الجزء الأول، دار الكتب المصرية، القاهرة، 1948، ص 75
- ⁷⁶- McNeill, F. M & Thro, E., Fuzzy Logic: A Practical Approach, Foreword by Yager, R, Academic Press, INC, New York, 1994, p. 9
- ⁷⁷- Ibid, p. 9
- ⁷⁸- Ibid, pp. 9 – 10
- ⁷⁹- Russell, B (1923), Vagueness, In: Keefe, R & Smith, P (eds), Vagueness: A reader, MTT Press, Cambridge, 1999, p. 63
- ⁸⁰- McNeil, F. M & Thro, E., Fuzzy Logic: A Practical Approach, p.10
- ⁸¹- Kosko, B., Fuzzy Thinking: the New Science of Fuzzy Logic, pp. 135 -136

⁸²- ولد لطفى زاده فى 4 فبراير عام 1921 فى باكو Baku عاصمة أذربيجان Azerbaijan السوفيتية آنذاك. وكان زاده مواطناً إيرانياً ولكن لغته الأولى كانت الروسية. وكان أبوه رجل أعمال ومراسلاً لصحيفة إيرانية، ولقد عاش زاده فى إيران منذ سن العاشرة من عمره وحتى بلغ الثالثة والعشرين، وفى عام 1942 حصل على البكالوريوس فى الهندسة الكهربائية من جامعة طهران وفى عام 1944 رحل زاده إلى الولايات المتحدة وحصل على الماجستير فى الهندسة الكهربائية عام 1946، وعلى الدكتوراه فى التخصص نفسه عام 1951 من جامعة كولومبيا، وأصبح عضواً فى هيئة التدريس بجامعة كولومبيا. وظل بها حتى انتقل إلى جامعة كاليفورنيا - بيركلي عام 1959، وفى عام 1963 أصبح رئيساً لقسم الهندسة الكهربائية بجامعة كاليفورنيا بيركلي.

⁸³- Yen, J & Langari, R., Fuzzy Logic: Intelligence, Control, and Information, Prentice – Hall, Inc, New York, 1999, p. 4

⁸⁴- Ibid, p.4

⁸⁵- Zadeh, L. A (1965), Fuzzy Sets, In: Yager, R et al (eds), Fuzzy Sets and Applications: Selected Papers by L. A. Zadeh, John Wiley & Sons, Inc, New York, 1987, pp. 29 – 44

⁸⁶- السيد نصر الدين، وداعاً أرسطو، ص 15

87- Kosko, B., Fuzzy Thinking : the New Science of Fuzzy Logic, pp.147-148

88- السيد نصر الدين، وداعاً أرسطو، ص ص 25-26

89- Zadeh, L. A., Is There A Need for Fuzzy Logic?, Information Sciences, 178, 2008, p. 2771

90- Freksa, C., Fuzzy Logic: An Interface between Logic and Human Reasoning, IEEE Expert, 9, 1994, p. 20

وأيضاً:

- Yen, J & Langari, R., Fuzzy Logic: Intelligence, Control, and Information, p. 10

91- Ibid, p. 10

92- Zadeh, L. A (1988), Fuzzy Logic, In: Sanchez – Sinencio, E & Lau, C (eds), Artificial Neural Networks: Paradigms, Applications. and Hardware Implementations, IEEE Press, Inc., New York, 1992, p.17

93- Ibid, p.177

94- Ibid, p.177

95- Ibid, p. 177

- 96- سهام النويهي، المنطق الغائم: علم جديد لتقنية المستقبل، ص 18
- 97- Williamson, T., Vagueness, Rutledge, London & N. Y, 1994, p.1
- 98- سهام النويهي، المنطق الغائم: علم جديد لتقنية المستقبل، ص 18
- 99- Klir, G. J et al. , Fuzzy Set Theory: Foundations and Applications, p.187
- 100- Zadeh, L. A., Is There A Need For Fuzzy Logic?, p. 2754
- 101- Zadeh, L. A (1989), Knowledge Representation in Fuzzy Logic, In: Yager, R & Zadeh, L (eds), An Introduction to Fuzzy Logic Application In Intelligent Systems, Kluwer Academic Publishers, New York , 1992 , p. 2
- 102- Zadeh, L. A., Fuzzy Logic, p. 178
- 103- Zadeh, L. A (1983), the Role of Fuzzy Logic in the Management of Uncertainty in Expert Systems, Fuzzy Sets and Systems , 11, 1983 , p. 204
- 104- Zadeh, L. A., Knowledge Representation in Fuzzy Logic, p. 2
- 105- انظر:
- Zadeh, L. A., Fuzzy Logic, pp. 178 - 179
- Zadeh, L. A., Knowledge Representation in Fuzzy Logic, pp. 2 - 3
- Zadeh, L. A., the Role of Fuzzy Logic in The Management of Uncertainty in Expert Systems, pp. 204 – 20
- 106- Zadeh, L. A (1983), A Computational Approach to Fuzzy Quantifiers in Natural Language, In: Yager, R et al (eds). , Fuzzy Sets and Applications : Selected Papers by L. A. Zadeh, p. 570
- 107- Ibid, p. 571
- 108- Zadeh, L. A., Is There A Need for Fuzzy Logic, pp. 2752 – 2753
- 109- Ibid, p. 2753
- 110- Kosko, B., Fuzzy Thinking: the New Science of Fuzzy Logic, p.20
- 111- ليندا جين شيفرد، أنثوية العلم؛ العلم من منظور الفلسفة النسوية، ترجمة أ.د. يمني طريف الخولي، سلسلة عالم المعرفة، الكويت، العدد 306، أغسطس 2004، ص 168
- 112- Zadeh, L. A., Fuzzy Logic, p. 177
- 113- Ibid, pp. 177 – 178
- 114- Kosko, B., Fuzzy Thinking: the New Science of Fuzzy Logic, pp. 70 – 71
- 115- Ibid, p. 71
- 116- Zadeh, L. A., Is There A Need for Fuzzy Logic, p. 2753

ثبت المراجع

أولاً: المراجع الأجنبية

- Carnap, R., the Old and New Logic, In: Ayer, J (ed)., Logical Positivism, the Free Press, Glencoe, Illinois, 1959
- Freksa, C., Fuzzy Logic: an Interface between Logic and Human Reasoning, IEEE Expert, 9, 1994, pp. 20 – 21.
- Klir, G. J et al., Fuzzy Set Theory: Foundations and Applications, Prentice – Hall , New York, 1997
- Klir, G. J. & Yuan Bo, Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications, Prentice – Hall, New Jersey, 1995
- Kosko, B., Fuzzy Thinking: the New Science of Fuzzy Logic, HYPERION, New York, 1993
- McNeill, F. M & Thro, E., Fuzzy Logic: A Practical Approach, Foreword by Yager, R, Academic Press, INC, New York, 1994
- Novàk, V., Are Fuzzy Sets a Reasonable Tool for Modeling Vague Phenomena?, Fuzzy Sets & Systems, 156, 2005, pp.341 – 348.
- Quine, W. V., From A Logical Point of View, Second Edition, Harper & Row Publishers, New York & Evanston, 1963
- Quine, W. V., Philosophy of Logic, Second Edition, Prentice – Hall, New York, 1970
- Russell, B (1923), Vagueness, In: Keefe, R & Smith, P (eds), Vagueness: A reader, MTT Press, Cambridge, 1999, pp. 61 – 68.
- Russell, B., "Reply to Criticisms", In: Schilpp, P. A (ed), the Philosophy of Bertrand Russell, the Library of Living Philosophers, New York, 1944, pp. 681 – 741.
- Terano, T et al., Fuzzy Systems Theory and its Applications, Academic Press, INC, New York, 1992
- Williamson, T., Vagueness, Rutledge, London & N. Y, 1994
- Yen, J & Langari, R., Fuzzy Logic: Intelligence, Control, and Information, Prentice – Hall, Inc, New York, 1999

- Zadeh, L. A (1965), Fuzzy Sets, In: Yager, R et al (eds), Fuzzy Sets and Applications: Selected Papers by L. A. Zadeh, John Wiley & Sons, Inc, New York, 1987, pp. 29 – 44
- Zadeh, L. A (1983), a Computational Approach to Fuzzy Quantifiers in Natural Language, In: Yager, R et al (eds), Fuzzy Sets and Applications: Selected Papers by L. A. Zadeh, pp.569 – 613.
- Zadeh, L. A (1983), the Role of Fuzzy Logic in the Management of Uncertainty in Expert Systems, Fuzzy Sets and Systems, 11, pp. 199 – 227.
- Zadeh, L. A (1988), Fuzzy Logic, In: Sanchez – Sinencio, E & Lau. C (eds), Artificial Neural Networks: Paradigms, Applications. And Hardware Implementations, IEEE Press, Inc., New York, 1992, pp. 177 – 186.
- Zadeh, L. A (1989), Knowledge Representation in Fuzzy Logic, In: Yager, R & Zadeh, L.A (eds), An Introduction to Fuzzy Logic Application in Intelligent Systems, pp. 1 – 25.
- Zadeh, L. A., Is There a Need for Fuzzy Logic?, Information Sciences, 178, 2008, pp. 2751– 2779.

ثانياً: المراجع العربية

- أرسطو، منطق أرسطو، كتاب العبارة، ترجمة إسحاق بن حنين، تحقيق وتقديم د . عبد الرحمن بدوى، الجزء الأول، دار الكتب المصرية، القاهرة، 1948
- السيد نصر الدين السيد، وداعاً أرسطو، الطبعة الأولى، المكتبة الأكاديمية، القاهرة، 2007
- الكسندرا غيتمانوفا، علم المنطق، دار التقدم، موسكو، 1989
- رولان أومنيس، فلسفة الكوانتم: فهم العلم المعاصر وتأويله، ترجمة أ.د. أحمد فؤاد باشا & أ.د. يمنى طريف الخولى، سلسلة عالم المعرفة، الكويت، العدد 350، إبريل 2008
- زكى نجيب محمود، نحو فلسفة علمية، الطبعة الثانية، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، 1980

- سهام النويهى، المنطق الغائم: علم جديد لتقنية المستقبل، الطبعة الأولى، المكتبة الأكاديمية، القاهرة، 2001
- صلاح عثمان، المنطق متعدد القيم بين درجات الصدق وحدود المعرفة، منشأة المعارف، الإسكندرية، 2002
- عبير عبد الغفار حامد، المدرسة البولندية وتطور المنطق المعاصر، رسالة دكتوراه غير منشورة، إشراف أ.د. محمد مهران، جامعة القاهرة، كلية الآداب، 2005
- ليندا جين شيفرد، أنثوية العلم؛ العلم من منظور الفلسفة النسوية، ترجمة أ.د. يمنى طريف الخولى، سلسلة عالم المعرفة، الكويت، العدد 306، أغسطس 2004
- هيزنبرج، الفيزياء والفلسفة، ترجمة/ أحمد مستجير، المكتبة الأكاديمية، القاهرة، 1993
- يمنى طريف الخولى، فلسفة العلم من الحتمية إلى اللاحتمية، دار قباء، القاهرة، 2001