برنامج مقترح قائم على المنطق الرياضي لتنمية مهارات الإثبات الجبري لدى تلاميذ المرحلة الاعدادية

A proposed program based on mathematical logic to develop the skills of algebraic proof among prep school students

إعداد

الأستاذ الدكتور

رضا مسعد السعيد عصر

أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المتفرغ

كلية التربية جامعة دمياط

rmasar@hotmail.com

الأستاذ

محمود هاشم محمد البشلاوي

معلم رياضيات بإدارة كفر سعد التعليمية

محافظة دمياط

beshlawy66@gmail.com

مستخلص البحث:
هَدِف البحث إلى تدريس برنامج قائم على المنطق الرياضي من اجل تنمية مهارات الاثبات الجبري لدى تلاميذ الصف الثاني الاعدادي، وتكونت عينة البحث من (٤٠) تلميذاً تم تقسيمهم الى مجموعتين : مجموعة تجريبية وبلغ عددهم (٢١) تلميذاً درسوا البرنامج القائم على المنطق الرياضي بالتوازي مع دراستهم لوحدتي الجبر(الاعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) المقررتين على الصف الثاني الاعدادي، ومجموعة ضابطة بلغ عددهم (١٩) تلميذاً درسوا وحدتي الجبر بالطريقة المعتادة، وتم اختبار المجموعتين قبليا وبعديا في اختبار قياس مهارات الاثبات الجبري، واظهرت النتائج فعالية البرنامج القائم على المنطق الرياضي في تنمية تلك المهارات، وفي ضوء ما اسفر عنه البحث من نتائج، قدم البحث مجموعة من التوصيات، كان من ابرزها الاهتمام بإبراز بعض موضوعات المنطق الرياضي في منهج الرياضيات للمرحلة الاعدادية.
الكلمات الدالة: المنطق الرياضي – مهارات الاثبات الجبري.

Abstract:
The aim of the research is to teach a program based on mathematical logic in order to develop the skills of algebraic proof among second-grade prep school pupils. The research sample consisted of (40) pupils divided into two groups: an experimental group consisted of (21) pupils who studied the program in parallel with their study of the two units of algebra (real numbers and the relationship between two variables), and a control group consisted of (19) pupils who studied the two units of algebra in the usual way. The two groups were tested before and after the experiment. Results showed the effectiveness of the program in developing these skills, and in light of these results, the research presented a set of recommendations, the most prominent of which was the interest in adding some issues of mathematical logic in the mathematics curriculum for the prep school.
Key words: mathematical logic- algebraic proof skills.

المقدمة:

إن التعليم الجيد هو الركيزة الأساسية لبناء الفرد، وتكوين شخصيته، وتنمية قدراته العقلية والعملية، كما أنه يمثل الأساس الفعلي لتطوير المجتمعات الإنسانية، وبناء وتطوير الدول المتقدمة الراقية التي تسعى للتنمية المستدامة وإنتاج عقول مفكرة وواعية وقادرة على إدارة وبناء مؤسسات المجتمع وركائزه الأساسية.

وفي ظل الانفجار المعرفي المتزايد احتلت الرياضيات مكانة بارزة في منظومة العلوم الإنسانية، ومع التقدم والتطور في كافة العلوم، أصبحت الرياضيات مقياس لهذا التقدم، ومن هنا أصبح تعليم وتعلم الرياضيات بالشكل المناسب أمرًا لابد منه في أي خطة تطوير للمنظومة التعليمية.

ويرى عزو عفانه (٢٠٠١,١٢٣)[١] ان الاثبات الجبري (البرهان الرياضي في الجبر) يشغل حيزاً مهما في الرياضيات، ويمثل ركنا رئيسيا من عمليات الاستدلال، وعليه فإن اكتساب الطالب القدرة على إتقان أساليب البرهنة والإثبات بات ضرورة ملحة، إذ إن الرياضيات تعتمد في عرض مادتها على أساليب البرهنة، والإثبات، والاسس المنطقية لها، وتوظيفها لدى التلاميذ في حل المشكلات الرياضية.

والإثبات الجبري يتكون من سلسلة العبارات الجبرية المبررة منطقيا، والتي تهدف الى اثبات صدق عبارة جبرية ما، وتستخدم في ذلك الخصائص الجبرية للأعداد، والعمليات عليها، وخصائص المساواة والتباين، وهذا ما اكده المجلس القومي لمعلمي الرياضيات NCTM [٢] بأهمية تنمية واكساب التلاميذ مهارات الاثبات الجبري، فقد جاء في وثيقة المبادئ والمعايير الدولية لتدريس الرياضيات NCTM(2000) أن البرامج التعليمية يجب أن تمكن جميع التلاميذ من:

- التعرف على التبرير والإثبات كجوانب أساسية للرياضيات.
- وضع التخمينات الرياضية والتحقيق فيها.
- تطوير وتقييم الحجج والبراهين الرياضية.
- اختيار واستخدام أنواع مختلفة من التفكير وطرق الإثبات.

وأشار مجدي عزيز (٢٠٠٢، ٩١) الاثبات الرياضي بصفة عامة هو " تتابع من العبارات المترابطة موجهة نحو اثبات صحة نتيجة معينة بواسطة مجموعة مقبولة ومعترف بها من التعريفات، والمسلمات، والعبارات السابق برهنتها بما في ذلك مسلمات المنطق".

---

[١] **يسير نظام التوثيق في هذا البحث وفقا لنظام الجمعية النفسية الامريكية (APA)، الاصدار السابع .**

[٢] **NCTM وهي اختصاراً (National Council of Teachers of Mathematics) وهي (تعني المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات)**

وقد أكد علاء الدين متولي (٢٠٠٦، ١٧٦) أن تدريس الاثبات الرياضي يساعد على استيعاب القوانين، ويعمق فهمها، ويزيد من تذكر الحقائق والمفاهيم والمبادئ الرياضية، ويساعد في بناء علاقات رياضية جديدة واستخدامها في إثبات صحة قضية ما.

ويعد الاستدلال الجبري هو الركيزة الأساسية في تدريس الرياضيات بصفة عامة والجبر بصفة خاصة، ويصنف رضا مسعد السعيد (٢٠٠٥، ٥) ثلاثة مجالات لدور الاستدلال الرياضي في تدريس الرياضيات وهي:

- الاستدلال الرياضي في المعرفة المفاهيمية: ويقصد به استنتاج الحقائق والتعميمات واستخدام النماذج والأنماط والحالات الخاصة لاستقراء النتائج المرتبطة بالمفاهيم الرياضية.
- الاستدلال الرياضي في المعرفة الإجرائية: ويقصد به اجراء الخوارزميات الرياضية بشكل مترابط ومتسلسل ومنطقي، مع تقدير مدى معقولية الإجراءات المستخدمة لحل مواقف رياضية
- الاستدلال الرياضي في حل المشكلات :ويقصد به بناء التوقعات، وفرض الفروض، وتحديد البيانات المرتبطة، مع تحديد طرائق الحل المناسبة، وإصدار أحكام حول النتائج.

يبحث المنطق في أساليب التفكير الصحيح وطرق الاستدلال السليم، ويدرّس في تخصصات الفلسفة والرياضيات، والمنطق الرياضي يساعد المتعلم على تقديم الاسباب والتعليلات الحجج لكل ما يقوم به من خطوات عند حل مشكلة رياضية.

ويؤكد رشيد صالح (٢٠٠٥، ٣) أن علاقة المنطق بالرياضيات علاقة وطيدة جدا، تعود إلى ان المنطق يقوم على مجموعة من الطرق والأفكار الرياضية الصورية، مثلما تقوم الرياضيات على مجموعة من الأفكار المنطقية، حيث أصبح من العسير إيجاد تمييز دقيق بين المنطق والرياضيات.

ويعرّف Johnston& McAllister (33, 2012) المنطق الرياضي بأنه "علم طرق البرهان الرياضي وأساليب التفكير، وتوظيف القدرات الذهنية والمهارات العقلية" ويرى ان هذا العلم يوفر إطارًا مفيدًا للتفكير الرياضي، مما يسمح للطلاب بالتقدم بسرعة لإثبات النتائج من جميع المجالات.

وترى مرفت آدم (٢٠١٣، ٧٣) ان علم المنطق الرياضي من العلوم الرياضية المهمة، والتي يجب الاهتمام بتدريسها في جميع المراحل التعليمية وفقا لهيكل بنائي يتضمن موضوعات علم المنطق المناسب تدريسها لطلاب كل مرحلة تعليمية وفقا لكل من: طبيعة الموضوعات المنطقية المقترحة، والخصائص العمرية المميزة للطلاب، وطبيعة المحتوى الرياضي لمناهج الرياضيات بكل مرحلة.

إشكالية البحث:

تولد لدى الباحث الإحساس بإشكالية البحث من خلال ما يلي:

أولا: الخبرة الميدانية للباحث:

يعمل الباحث معلما للرياضيات لمدة ٢٥ عاماً بالمرحلتين الإعدادية والثانوية، وقد لاحظ خلال هذه السنوات من واقع ممارسته الميدانية في تدريس مادة الجبر بصفة خاصة وجود قصور لدى التلاميذ في حل مسائل الاثبات في الجبر، وضعف قدرتهم على تقديم التعليل والتبرير المناسب في كل خطوة من خطوات الإثبات ، وقام الباحث باستطلاع رأي عدد ١٥ من معلمي الرياضيات بالمرحلة الاعدادية بادارة دمياط التعليمية حول مدى توفر مهارات الاثبات الجبري لدي تلاميذ المرحلة الاعدادية واتفق معظمهم على وجود قصور لدى تلاميذ المرحلة الاعدادية في مهارات الاثبات الجبري، وان اهتمام التلاميذ بإيجاد ناتج حل المسالة الجبرية اكثر من ميلهم لتقديم التبرير والتفسير الاثبات المناسب على صحة هذا الحل.

ثانياً: دراسة استكشافية:

قام الباحث بدراسة استكشافية على عينة مكونة من ٣٠ تلميذ وتلميذة في الصف الثاني الاعدادي من احدى مدارس ادارة كفر سعد التعليمية بمحافظة دمياط خلال الفصل الدراسي الثاني ٢٠١٨-٢٠١٩ هـ ،و تم فيها اعداد اختبار يحتوي على عدد من اسئلة الاثبات الجبري ، ثم فحص وتحليل أخطاء التلاميذ في أسئلة الاختبار ملحق(١٢)

وقد تبين من تحليل أخطاء التلاميذ أوجه القصور التالية:

جدول (١) النسب المئوية لأخطاء تلاميذ عينة استطلاعية في أحد اسئلة الاثبات الجبري

الخطأ	تكرار الخطأ	النسبة المئوية
عدم تقديم تبرير مناسب لكل خطوة	١٧	٥٧ %
عدم مراعاة التسلسل المنطقي للخطوات	١٣	٤٣%
خطأ في تطبيق قوانين الأسس على المتغير س	١٢	٤٠%
خطأ في خطوات جبرية تتعلق بالتبسيط والاختصار	١٨	٦٠%
ترك السؤال نهائيا دون أي حل	٥	١٧%

ويتضح من الجدول السابق تدني مستوى اداء التلاميذ في مهارات الاثبات الجبري فوجد ان ٥٧% من التلاميذ اجابوا السؤال بدون تقديم التبرير الصحيح لخطوات الحل بينما كان ٤٣% منهم لم يراعي ترتيب الخطوات الصحيحة في الاثبات ،٤٠ % اخطأوا في تطبيق قوانين الاسس ،٦٠% اخطأوا في التبسيط والاختصار.

ثالثاً: الدراسات والبحوث السابقة:

اهتمت معظم الدراسات العربية السابقة بالبرهان الرياضي في الهندسة أكثر من اهتمامها بالإثبات في الجبر، وأشارت نتائج العديد من الدراسات الاجنبية السابقة الى اهمية تطوير وتحسين اداء التلاميذ في مهارات التبرير والاثبات الجبري.

في دراسة Cai (2000) التي استهدفت الكشف عن استراتيجيات التفكير والتبرير التي يستخدمها التلاميذ في حل المسائل الرياضية الجبرية، اشار الى ضعف طلاب الولايات المتحدة مقارنة بطلاب الصين في بعض مفاهيم الجبر، وقد تكونت عينة الدراسة من طلاب الصف السادس ٣١٠ طلاب الصين، ٢٣٢ طالبا من الولايات المتحدة، وأظهرت النتائج تفوق طلاب الصين في تمثلت في مفاهيم: المتغير، والمعادلة، وحل المعادلة، وتمثيل المعادلة.

كما اشارت دراسة Martinez and Pedemonte (2014) التي استهدفت تقديم تحليلًا معرفيًا للعلاقة العلاقة بين الحجة الحسابية الاستقرائية والإثبات الجبري الاستنتاجي الى ان التلاميذ يواجهون مشكلتين: الاولى هي التحول من استخدام الحساب إلى استخدام الجبر اثناء حل المشكلة في الاثبات، والثانية هي التحول من الحجة الاستقرائية إلى البرهان الاستنتاجي، وقد اكدت الدراسة على اهمية الربط بين الحجة الاستقرائية في الحساب وبين الاثبات الاستنتاجي في الجبر.

وفي السياق نفسه اكدت دراسة Aaylon & Even (2013) اهمية دور الاستدلال الاستقرائي والاستدلال الاستنتاجي عندما يبحث التلاميذ عن التعبيرات الجبرية اللازمة لصياغة الاثبات الجبري.

وأكدت دراسة علاء المرسي ابوالرايات (٢٠١٨) على فاعلية استراتيجية الخرائط الذهنية الالكترونية في تنمية مهارات الاثبات الجبري وخفض العبء المعرفي لدي طالبات الصف الثاني الإعدادي ،و اظهرت نتائج الدراسة وجود فروق دالة احصائياً بين متوسطي درجات طالبات المجموعتين التجريبية والضابطة في الدرجة الكلية لاختبار مهارة الاستدلال الجبري ومقياس العبء المعرفي لصالح المجموعة التجريبية.

وفي دراسة Ozturk & Kaplan (2019,34) التي هدفت إلى بحث الجوانب المعرفية لعمليات بناء البراهين الجبرية، اظهرت النتائج أن المهارات المعرفية تبرز في خمس فئات: قراءة اقتراح البرهان ، وتقييم الصواب ، وتحديد الاستراتيجيات ، وتنفيذ الخطط واستراتيجيات التفكير المختصرة بينما تم تحديد ثماني فئات من مهارات ما وراء المعرفية هي: تسهيل العمليات، الاستجواب، الوعي ، التخطيط ، تحديد الاستراتيجية ، التحكم ، الارتباط ، والتفكير التناظري .

وقد اكدت الوثيقة التي اصدرتها وزارة التعليم في أونتاريو-كندا Ontario Ministry of Education(2014, 3) ان الاثبات الجبري يعد اساسا مهمًا في تدريس الرياضيات لأنه يدفع التلاميذ لفهم بنية الرياضيات، وليس فقط مجرد اجراء عمليات حسابية محددة او تطبيق إجرائي نمطي للعلاقات والقوانين بالإضافة الى كونه يدعم كل جوانب التفكير الرياضي ، و اشارت الوثيقة الى أهمية ادراج الاستدلال الجبري في تعليم الرياضيات في سن مبكرة جدًا ، واكدت ان كل شخص لديه القدرة على الاستدلال جبريًا فنحن نبحث عن الأنماط في كل مكان في حياتنا، ونولي الانتباه إلى الجوانب المتعددة لذلك النمط ، ومن ثم نتجه الى التعميم من المواقف المألوفة إلى غير المألوفة لذلك يعد الاستدلال احد وسائل تفاعلنا مع العالم الخارجي.

رابعا: الأهداف العامة لتنمية مهارات التفكير بالمرحلة الإعدادية:

يأتي هذا البحث اتساقاً مع الأهداف العامة للدليل الارشادي لتنمية مهارات التفكير بالمرحلة الإعدادية (٢٠١٥ ، ٦) الصادر من وزارة التربية والتعليم بجمهورية مصر العربية، حيث أكد الدليل ان تنمية مهارات التفكير ضرورة ملحة وحاجة اساسية من حاجات كل فرد فهي تساعده على التفكير المستقل واستقبال اراء الاخرين وفهمها وتقبلها ومناقشتها مناقشة علمية ومنطقية وتيسر له تطبيق ما يتعلمه في مواقف حياتية مختلفة وكان من أبرز هذه المهارات المتعلقة بالبحث الحالي وهي:

- مهارة إدراك العلاقات: والتعرف على علاقات التناظر والتمييز بين العلاقات السببية والارتباطية.
- مهارات التفسير: واستخلاص واستنتاج معاني من البيانات وتقديم اسباب لنتائج تم التوصل اليها.
- مهارات الاستقراء: وتوقع ما سيحدث في المستقبل بناء على المعلومات والبيانات السابقة.
- مهارات الاستنباط: التوصل الى نتائج غير معروفة سابقا من مبادئ وتعميمات معروفة.
- مهارات التجريب: اثبات صحة او خطأ المعلومات او المعارف او الموضوعات او الفرضيات وتقديم التعليل والتفسير المناسب.

خامساً: تراجع مصر في الترتيب الدولي لمسابقات الرياضيات:

حصلت مصر على مراكز متأخرة خلال مشاركاتها في بعض المسابقات الدولية في تحصيل الرياضيات منها مسابقة (TIMSS) وكان ترتيب مصر في مستوى الصف الثامن من مرحلة التعليم الاساسي كالتالي:

جدول (٢) ترتيب مصر بين الدول في مسابقات TIMSS

سنة المسابقة	الترتيب لتلاميذ الصف الثامن	المرجع
مسابقة٢٠٠٣ م	٣٦ من ٤٦ دولة	MULLIS ,et.al,2004
مسابقة ٢٠٠٧ م	٣٨ من ٤٩ دولة	MULLIS ,et.al,2008
مسابقة ٢٠١٥ م	٣٣ من ٣٩ دولة	MULLIS ,et.al,2016
مسابقة ٢٠١٩ م	٣٤ من ٣٩ دولة	MULLIS ,et.al,2020

مشكلة البحث وتساؤلاته:

تمثلت مشكلة البحث في ضعف اداء تلاميذ الصف الثاني الإعدادي في مهارات الاثبات الجبري وللإسهام في حل تلك المشكلة سوف تحاول الدراسة الإجابة على الأسئلة التالية:

١- ما مهارات الاثبات الجبري التي يجب توافرها لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي؟
٢- ما التصور المقترح لبرنامج قائم على المنطق الرياضي لتدريس بعض وحدات الجبر لطلاب الصف الثاني الإعدادي؟
٣- ما فاعلية البرنامج المقترح في تنمية مهارات الاثبات الجبري لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي؟

مصطلحات البحث:

١) المنطق الرياضي : Mathematical logic

يعرف اسعد الجنابي (٢٠٠٧ ، ١٦) ان المنطق هو العلم الذي يدرس الحجج، فالمنطق يبحث في التفكير الاستدلالي، وإحدى المهام المركزية للمنطق هي التمييز بين الحجج الصحيحة والحجج الخاطئة.

وترى مرفت آدم (٢٠١٣، ٧٦) أن المنطق الرياضي هو قواعد ونظريات الاستدلال، والاستنتاج، وتحليل المشكلات استنادا الى مهارات التفكير الاستدلالي اضافة الى اشتقاق العلاقات، وتقديم البراهين

ويعرف الباحث المنطق اجرائيا بأنه العلم الذي يبحث في الحجج وطرق الاستدلال الصحيح وذلك بواسطة مجموعة من قواعد ونظريات الاستدلال بهدف الحكم على صحة او خطأ قضية ما، بناء على مقدمات معطاة، ويستخدم المنطق الرياضي الرموز الرياضية بدلا من الالفاظ والعبارات للتعبير عن الاحكام والنظريات المنطقية من اجل استخدامها في التفسير والتعليل والبرهنة الرياضية بكافة انواعها.

٢) **مهارات الإثبات الجبري**: Algebraic Proof Skills

مهارات الاثبات الجبري هي " الإجراءات الاستدلالية المنطقية التي يقوم بها الطالب ليبرهن على صحة قانون رياضي ما" (إبراهيم رفعت،٢٠٠١، ٦٨)

اشار عزو عفانة (٢٠٠١، ٧) الى مهارات الاثبات الجبري بانها الإجراءات أو الخطوات التي قد يتبعها المتعلم للوصول إلى استنتاجات محددة، وهذه الإجراءات غالبا ما ترتبط بتخطيط أو بناء أو تقويم البرهان.

ويرى احمد سيد أحمد (٢٠٠٥، ٢٩) بان مهارات الاثبات الجبري تمثل إجراءات وأنشطة عقلية رياضية، يقوم بها الدارس عندما يواجه موقفا رياضيا يتطلب منه البرهنة على صحة قضية رياضية ما، وتتضمن التخطيط لصياغة وكتابة البرهان ثم التحقق من صحة البرهان.

ويعرف الباحث مهارات الاثبات الجبري اجرائيا في البحث الحالي بانها الخطوات والاجراءات التي يقوم بها التلميذ والمستندة لتبرير استدلالي منطقي سليم من اجل تفسير وتعليل صحة او خطأ عبارة رياضية جبرية ما، ثم التخطيط لبناء وصياغة وكتابة الاثبات الجبري على صحة او خطأ هذه العبارة.

أهداف البحث:

يسعى الباحث من خلال هذا البحث الى ما يلي:

١- وصف مهارات الاثبات الجبري التي يمكن تنميتها لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.
٢- تفسير أسباب ضعف مستوى طلاب الصف الثاني الإعدادي في مهارات الاثبات الجبري.
٣- وصف لإجراءات تدريس بعض وحدات الجبر باستخدام المنطق الرياضي لتلاميذ الصف الثاني الإعدادي.
٤- التنبؤ بمدى فاعلية برنامج قائم على المنطق الرياضي في تنمية مهارات الاثبات الجبري لتلاميذ الصف الثاني الإعدادي.
٥- التحكم في تزويد التلاميذ بالطرق والقواعد المنطقية التي تساعدهم في تنمية مهارات الاثبات الجبري.

أهمية البحث:

تنبع أهمية هذا البحث من كون التفكير الرياضي منطقي في طبيعته إذ تعتمد الرياضيات في جوهر بنيتها على أسلوب التفكير المنطقي، ويتوقع الباحث أن تدريس بعض قواعد المنطق الرياضي للتلاميذ سيزيد من قدرتهم ومهارتهم في الاثبات الجبري وتبرز أهمية هذه الدراسة فيما يلي:

أولاً: بالنسبة لمخططي ومطوري مناهج الرياضيات:

١- يقدم هذا البحث برنامج إثرائي قائم على المنطق الرياضي يمكن تضمينه في المنهج الدراسي للمرحلة الإعدادية.

٢- يقدم البحث تصورا لمهارات الإثبات الجبري الواجب توافرها في تلاميذ الصف الثاني الاعدادي.

٣- يقدم مادة تدريبية للمشرفين القائمين على تدريب المعلمين على فعالية استخدام المنطق الرياضي أثناء التدريس.

ثانياً: بالنسبة للتلاميذ:

١- يقدم البحث برنامج إثرائي قائم على المنطق الرياضي يستفيد منه التلاميذ الفائقين في دراستهم الأكاديمية المستقبلية حيث ان كثير من الجامعات مثل (جامعة زويل) تتضمن اختباراتها للقبول قواعد المنطق.

٢- ينمي قدرة التلاميذ على توضيح الأفكار والعلاقات المنطقية التي يوظفونها أثناء حل المشكلات الرياضية، ويزيد من تحسين قدرتهم على تمييز عناصر المشكلة، وفهم العلاقات بينها، ووضع استراتيجية مناسبة لحل المشكلة، وكذلك في التمكن من التعبير عن أفكارهم باستخدام رموز منطقية رياضية.

ثالثاً: بالنسبة للمعلم:

١- نشر الوعي بين معلمي الرياضيات عن طرائق التدريس الملائمة لتوظيفها في تدريس بعض موضوعات المنطق الرياضي وفقا لطبيعة كل موضوع.

٢- يقدم هذا البحث مدخل تدريسي يستعين به المعلم للتغلب على صعوبات تدريس الإثبات الرياضي في المرحلة الإعدادية.

٣- يقوم هذا البحث بتزويد معلمي الرياضيات بالمرحلة الإعدادية بدليل للمعلم يمثل مرشداً وموجهاً لتدريس موضوعات المنطق الرياضي لطلاب المرحلة الإعدادية.

٤- تحفيز مبادرات المعلمين ومقترحاتهم حول أساليب تنمية التفكير المنطقي الرياضي لدى التلاميذ، ووضع حلول تطبيقية واقعية للتغلب على بعض الصعوبات التي قد تعوق ذلك.

رابعاً: بالنسبة للباحثين في تعليم الرياضيات:

١- يقدم هذا البحث تأكيدا للمهتمين في البحوث التربوية حول ضرورة الاهتمام بتنمية مهارات الاثبات الجبري لتلاميذ المرحلة الإعدادية.

٢- يقدم هذا البحث معيارا لانتقاء موضوعات من علم المنطق الرياضي لكل مرحلة دراسية على أن تراعي طبيعة وخصائص النمو العقلي لطلاب كل مرحلة دراسية.

٣- يقدم هذا البحث نموذجا لتقديم وحدات دراسية إثرائية لتنمية مهارات الاثبات الجبري لدى التلاميذ باستخدام متغير مستقل آخر.

المجتمع الاصلي وعينة البحث:

١- **المجتمع الاصلي:** هو تلاميذ الصف الثاني الاعدادي في مدارس التعليم العام التابعة لإشراف وزارة التربية والتعليم في جمهورية مصر العربية.

٢- **عينة البحث:** تم اختيار فصلين من فصول الصف الثاني الاعدادي بمدرسة كفر سعد الاعدادية بنات بإدارة كفر سعد التعليمية بمحافظة دمياط، وتم تقسيمهم الى مجموعتين الاولى تجريبية تدرس وحدتي الجبر باستخدام المنطق الرياضي، والثانية ضابطة تدرس بالطريقة المعتادة مع مراعاة التكافؤ بين المجموعتين في المستوى التحصيلي، وايضا من حيث الجنس والمستوى الاقتصادي والاجتماعي قبل بدء التجربة.

حدود البحث:

اقتصر البحث الحالي على الحدود التالية:

- **الحدود المكانية**: مدرسة كفر سعد الاعدادية بنات بإدارة كفر سعد التعليمية بمحافظة دمياط.
- **الحدود البشرية**: عينة البحث المتمثلة في تلميذات فصلين من فصول المدرسة.
- **الحدود الزمانية**: الفترة الزمنية من ٢٠٢٠/١١/١ م حتى ١٢/٢٨ /٢٠٢٠ م خلال الفصل الدراسي الاول للعام الدراسي ٢٠٢٠ – ٢٠٢١ م.
- **الحدود الموضوعية:** يطبق البحث على وحدتي الأعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين في مقرر مادة الجبر للفصل الدراسي الاول للصف الثاني الإعدادي، وقام الباحث باختيار وحدتي الجبر للأسباب الآتية:

١- تحتوي وحدتي الجبر (الاعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) على العديد من التدريبات، والأنشطة، التي يتوقع الباحث أن تسهم في تنمية مهارات الاثبات الجبري للتلاميذ.

٢- تتضمن الوحدتين عدد كبير من العبارات المنطقية تم صياغتها بواسطة قواعد المنطق الرياضي مثل نفي العبارات البسيطة والمركبة ونفيها، وعبارات الوصل والوصل، والعبارات الشرطية وثنائية الشرط، بالإضافة الى العبارات المسورة جزئيا وكليا.

٣- تحتوي كلا الوحدتين العديد من الامثلة والتمارين التي يمكن صياغتها في صورة اثبات جبري ذو العمودين والتي تتيح للتلاميذ تنمية مهارات الاثبات الجبري المستهدفة.

٤- تشمل هاتين الوحدتين مجموعة كبيرة من المفاهيم الأساسية والجوهرية والضرورية لتعلم التلاميذ في المراحل الدراسية اللاحقة.
٥- ما تتمتع به هاتين الوحدتين من أهمية للتلاميذ وذلك باحتوائهما امثلة من واقع الحياة، وبالتالي إمكانية تطبيقها في حياتهم، مما يسهم في تحقيق أهداف البرنامج المقترح.

أدوات البحث ومواده التعليمية:

قام الباحث بإعداد المواد والادوات التالية:
١- قائمة بمهارات الاثبات الجبري اللازمة لتلاميذ الصف الثاني الاعدادي.
٢- محتوى الانشطة التعليمية للبرنامج المقترح القائم على المنطق الرياضي.
٣- دليل المعلم، ويحتوي على شرح طريقة تدريس البرنامج القائم على المنطق الرياضي.
٤- كتاب التلميذ، ويحتوي على الانشطة والتدريبات للبرنامج اثناء تدريس وحدتي الجبر للصف الثاني الاعدادي.
٥- ادوات القياس في البحث، وتمثلت في اختبار مهارات الإثبات الجبري (قبلي وبعدي).

متغيرات البحث:

١- **المتغير المستقل:** برنامج قائم على المنطق الرياضي للمجموعة التجريبية، والطريقة التقليدية للمجموعة الضابطة.
٢- **المتغير التابع**: مهارات الإثبات الجبري
٣- **المتغيرات الدخيلة:** وتتمثل في:
- نوع التلاميذ من حيث الجنس (ذكور-اناث) والمستوى الاجتماعي والاقتصادي.
- المستوى التعليمي السابق للتلاميذ.
- معلم مادة الرياضيات للمجموعتين التجريبية والضابطة.

وتم ضبط هذه المتغيرات من خلال الاختيار، والتوزيع العشوائي للعينة على مجموعتي البحث وحساب تكافؤ العينتين قيل التجريب وتدريس البرنامج بمعلم واحد لكلا المجموعتين.

الفرضيات[٣] التربوية والاحصائية للبحث:

يهتم البحث الحالي باختبار الفرضيات التالية:

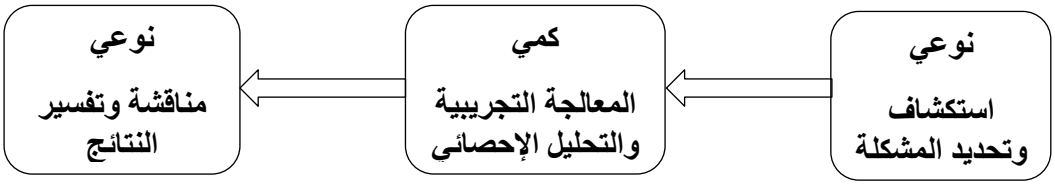
[٣] **الفرضيات : حلول مقترحة أو تخمينات عقلية يلجأ اليها الباحث لكي توجهه في عملية جمع البيانات ، وبالتالي هي تمثل حلولا محتملة للمشكلة، قابلة للصدق أو الخطأ.**

١- توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\propto < 0.05$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين (التجريبية والضابطة) في التطبيق البعدي في اختبار مهارات الإثبات الجبري لصالح المجموعة التجريبية.
٢- يحقق البرنامج المقترح القائم على المنطق الرياضي أثرا ايجابيا في تنمية القدرة على الإثبات الرياضي لتلاميذ الصف الثاني الإعدادي.
٣- توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\propto < 0.05$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي و البعدي في اختبار مهارات الإثبات الجبري.

منهج البحث:

استخدم البحث الحالي المنهج المختلط الذي يدمج بين البيانات النوعية والكمية، وذلك من خلال تصميم البحث الاستكشافي المتتالي (نوعي – كمي – نوعي) وفيما يلي مراحل المنهج المختلط كما اوردها (Creswell,J et all ,2011,22)

١- **الدراسة النوعية الاستكشافية**: وتمت في بداية البحث من أجل توفير الأدلة والشواهد الكافية على
وجود المشكلة فعليا في الميدان، واعتمدت على أدوات جمع البيانات المتمثلة في المقابلة مع مجموعة استكشافية من المدرسين والتلاميذ، وتحليل محتوى عينات من أعمال التلاميذ.
٢- **الدراسة الكمية التجريبية:** وتمت من خلال تطبيق المنهج التجريبي القائم على التصميم شبه التجريبي (القبلي - البعدي) على مجموعتين تجريبية وضابطة من التلاميذ، وتم استخدام أدوات القياس متمثلة في اختبار الاثبات الرياضي.
٣- **الدراسة النوعية التالية:** وتمت في نهاية البحث لشرح وتفسير النتائج الكمية التي توصل إليها الباحث من خلال تحليل إجابات التلاميذ بشكل فردي على الاختبار، ويوضح الشكل التالي نموذج المنهج المختلط المستخدم في البحث الحالي:



شكل (١) منهج البحث المختلط في البحث الحالي

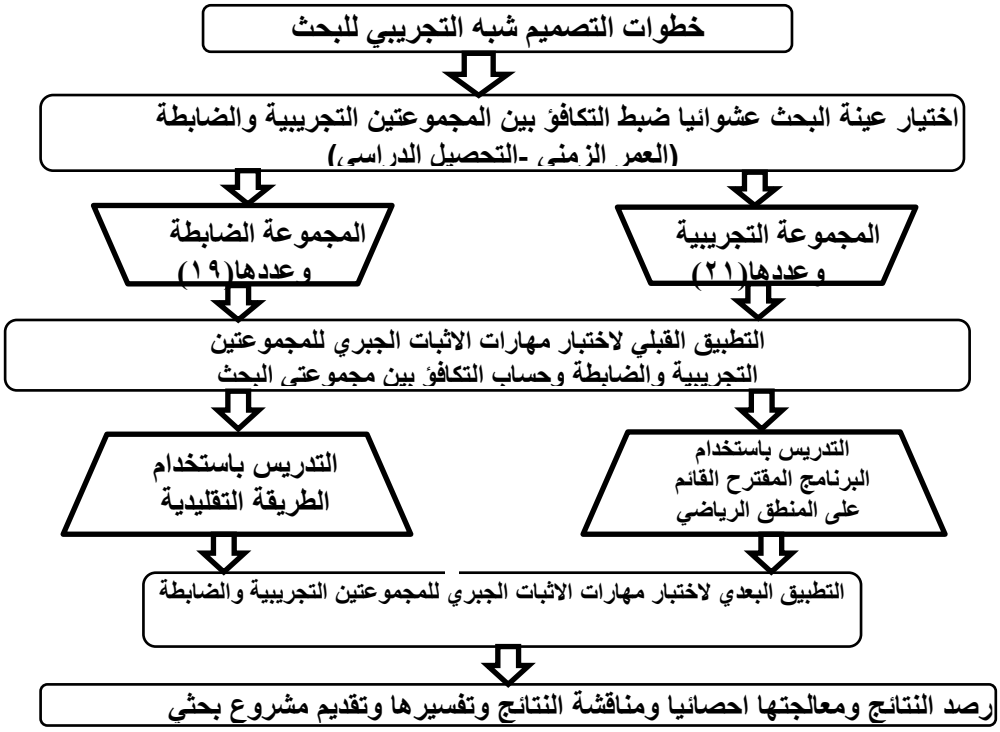
الطريقة والاجراءات:

مرت إجراءات البحث التجريبية بالخطوات التالية:

١- تحديد التصميم التجريبي للبحث: اعتمد البحث الحالي على:

أ- المنهج التجريبي: وذلك من خلال استخدام التصميم شبه التجريبي ذو المجموعتين المتكافئتين، (تجريبية- ضابطة) ذي القياسين (القبلي، البعدي)، وتم تطبيق أداة قياس تمثلت في اختبار مهارات الاثبات الجبري قبليا على مجموعتي البحث، وتم رصد النتائج ومعالجتها إحصائيا للتأكد من تكافؤ المجموعتين، وبعد ذلك تم تدريس وحدتي الجبر (الاعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) المقررة على تلاميذ الصف الثاني الإعدادي الفصل الدراسي الاول بعد إعادة صياغتها بإدراج انشطة البرنامج القائم على المنطق الرياضي للمجموعة التجريبية بينما درست المجموعة الضابطة نفس الوحدة ولكن من الكتاب المدرسي المقررعلى التلاميذ كما هو دون تعديل وبالطريقة المعتادة في المدارس، وبعد ذلك تم تطبيق أداة القياس بعديا على مجموعتي البحث ثم رصد النتائج ومعالجتها احصائيا وتحليلها وتفسيرها.

ب- المنهج الوصفي التحليلي :ويتمثل في تصميم وحدة المنطق الرياضي، ووصف الأدوات البحثية ومناقشة النتائج وتفسيرها، والشكل التالي يوضح التصميم شبه التجريبي للبحث:



شكل (٢) التصميم شبه التجريبي للبحث

٢- اختيار العينة التجريبية والضابطة:

تم اختيار مجموعتي البحث (التجريبية، الضابطة) تلاميذ فصلين من فصول الصف الثاني الإعدادي بمدرسة كفر سعد البلد الاعدادية بنات التابعة لإدارة كفر سعد التعليمية بمحافظة دمياط، مع مراعاة التكافؤ بين المجموعتين، وذلك في الفصل الدراسي الاول للعام الدراسي ٢٠٢٠ -٢٠٢١ م كما بالجدول التالي:

جدول (٣) توزيع أفراد مجموعتي البحث التجريبية والضابطة

المجموعة	الفصل	التدريس	عدد التلاميذ
التجريبية	٦/٢	تدريس البرنامج القائم على المنطق الرياضي	٢١
الضابطة	٧/٢	التدريس بالطريقة التقليدية	١٩

٣- تصميم مواد وأدوات البحث وإجراءاتها التجريبية:

أولاً: محتوى البرنامج المقترح القائم على المنطق الرياضي:

وتم ذلك من خلال:

أ- تحليل محتوى وحدتي الجبر (الاعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) (ملحق١)

ب- حصر مواضع تطبيق قواعد المنطق بوحدتي الجبر.

قام الباحث بتحليل محتوى وحدتي الجبر (الاعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) ثم تحديد مواضع تواجد واستخدام قواعد المنطق الرياضي وطرق واساليب الاثبات الجبري بها من اجل تحديد محتوى البرنامج القائم على المنطق الرياضي المناسب لتلاميذ الصف الثاني الاعدادي.

ج- تحديد الاهداف التعليمية والانشطة المصاحبة للبرنامج القائم على المنطق الرياضي.

قام الباحث بتحديد الاهداف التعليمية للبرنامج القائم على المنطق الرياضي كما بالجدول التالي:

جدول (٤) الاهداف التعليمية للبرنامج القائم على قواعد المنطق الرياضي

م	الموضوع	عدد الاهداف التعليمية
١	العبارة البسيطة	٣
٢	العبارة المركبة بأداة الوصل "و"	٢
٣	العبارة المركبة بأداة الفصل "أو"	٢
٤	العبارة الشرطية	٣
٥	العبارة الشرطية الثنائية	٢
٦	العبارات المتكافئة	٢
٧	العبارات المسورة جزئيا وكليا	٢
٨	قواعد الاستدلال المنطقي	٢
٩	التوتولوجيات والتعارضات المنطقية	١
١٠	بعض المغالطات المنطقية	١
١١	الاثبات الرياضي واسسه المنطقية	٤
	المجموع	٢٤

ثانياً: قائمة مهارات الاثبات الجبري اللازمة لتلاميذ الصف الثاني الاعدادي:

قام الباحث بإعداد قائمة بمهارات الاثبات الجبري وفقا للخطوات الآتية:

أ-تحديد الهدف من قائمة مهارات الاثبات الجبري:

هدفت القائمة إلى تحديد مهارات الاثبات الجبري المناسبة لوحدتي الجبر (الاعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) المقررة على تلاميذ الصف الثاني الإعدادي، وتحديد مهاراتها الفرعية، ومؤشرات اداءها.

ب-إعداد قائمة مبدئية مهارات الاثبات الجبري:

بعد الاطلاع على الكتب والدراسات والبحوث السابقة التي تناولت مهارات البرهان والاثبات الجبري، وفي ضوء طبيعة مادة الجبر، واختلاف مهارات الاثبات الجبري عن مهارات البرهان الهندسي، وبعد تحليل محتوي وحدتي الجبر (الاعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) بالصف الثاني الاعدادي، قام الباحث بوضع تصور مبدئي لمهارات الاثبات الجبري وعددها (٥) مهارات رئيسية، ثم قام بتحديد المؤشرات الفرعية لقياس تلك المهارات في ضوء تحليل محتوى وحدتي الجبر.

ج – ضبط قائمة مهارات الاثبات الجبري:

تم ضبط القائمة من خلال عرضها على عدد (١٢) من السادة المحكمين من الخبراء والأساتذة المتخصصين (ملحق٢)، وذلك للتأكد من سلامة الصياغة اللغوية والعلمية، وانتماء مؤشرات الاداء كل مهارة اليها، وكذلك مدى مناسبة تلك

المؤشرات لتلاميذ الصف الثاني الإعدادي، وتمثلت أهم تعديلات السادة المحكمين في حذف تعديل بعض الصياغات اللغوية لمؤشرات الاداء.

د-قائمة مهارات الاثبات الجبري في صورتها النهائية:

في ضوء توجيهات وتعديلات السادة المحكمين(ملحق٣) تم عمل التعديلات المطلوبة، وتم صياغة قائمتي مهارات الاثبات الجبري في صورتها النهائية وعددها (٥) مهارات رئيسية ينبثق منها (١٩) مؤشر لقياس أداء تلك المهارات. (ملحق٥) ويوضح بالجدول التالي قائمة مهارات الاثبات الجبري وعدد مؤشرات اداءها:

جدول (٥) القائمة النهائية لمهارات الاثبات الجبري ومؤشرات اداءها

م	المهارة الرئيسية	عدد مؤشرات الاداء
١	استخدام الخواص الجبرية في الاثبات الرياضي	٥
٢	استخدام التمثيلات الرياضية في الاثبات الجبري	٤
٣	كتابة الاثبات الجبري ذو العمودين	٣
٤	استخدام الاستراتيجية المناسبة للأثبات الجبري	٥
٥	تقويم الاثبات الجبري	٢
	المجموع	١٩

ثالثاً: إعداد دليل المعلم يحتوي شرح طريقة تدريس البرنامج القائم على المنطق الرياضي:

بعد الاطلاع على الأدبيات التربوية والدراسات المرتبطة بقواعد المنطق الرياضي والاطلاع على دليل المعلم الذي اصدرته وزارة التربية والتعليم بجمهورية مصر العربية، قام الباحث بإعداد صورة مبدئية لدليل المعلم لتدريس وحدتي الجبر (الأعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) ليسترشد به معلم الرياضيات اثناء التدريس، و قام الباحث بدمج انشطة البرنامج في محتوى دروس الوحدتين، وتم ضبط الدليل عن طريق عرضه على مجموعة من السادة المحكمين من اساتذة مناهج وطرق تدريس الرياضيات (ملحق٢) بلغ عددهم (١٢) محكما للاسترشاد بآرائهم ، ثم اصبح الدليل في صورته النهائية. (ملحق ١)

واحتوى الدليل على:

١- مقدمة دليل المعلم.
٢- إجراءات سير خطة دروس وحدتي الجبر (الاعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين).
٣- الخطة الزمنية لتقديم المحتوى التعليمي وانشطته المنهجية.
٤- طرق التقويم التكويني والختامي لدروس وحدتي الجبر.

رابعا: كتاب التلميذ يحتوي على الانشطة البرنامج القائم على المنطق الرياضي:
تم إعداد كتيب التلميذ في وحدة تحليل وحدتي الجبر (الاعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) المقررة على تلاميذ الصف الثاني الاعدادي بالفصل الدراسي الاول، حيث تم اعادة صياغة وحدتي الجبر بإضافة انشطة البرنامج ويحتوي الكتيب على عدد (١٣) درس من دروس وحدتي الجبر وتضمن كل درس المكونات الاساسية التالية: (الاجراءات لمواجهة جائحة كورونا الاحترازية -موضوع الدرس -نواتج التعلم المستهدفة -المصطلحات الأساسية -قواعد المنطق الرياضي الخاصة بكل درس)
وتم تحديد خطوات عرض كل درس كالتالي (التمهيد للدرس -امثلة وتدريبات وانشطة الدرس -التقويم النهائي الدرس -الواجب المنزلي -روابط المواقع الالكترونية للتدريس غير المباشر).(ملحق ٨)

خامساً: اختبار مهارات الإثبات الجبري:
تم إعداد اختبار مهارات الاثبات الجبري على النحو التالي:

أ- تحديد الهدف من اختبار مهارات الاثبات الجبري
يهدف هذا الاختبار أن قياس مستوى أداء التلاميذ في مهارات الاثبات الجبري من خلال تنفيذ مؤشرات قياس لمهاراتها الرئيسية.

ب- تحديد أبعاد اختبار مهارات الاثبات الجبري:
تم تحديد أبعاد اختباري مهارات الإثبات الجبري في ضوء قائمة مهارات الاثبات الجبري، ومؤشراتها الفرعية التي قام الباحث بإعدادها وعددها (٥) أبعاد.

ج-إعداد جدول مواصفات اختبار مهارات الاثبات الجبري:
تم إعداد جدول المواصفات لاختباري مهارات الاثبات الجبري، وتحديد عدد الأسئلة على النحو التالي:

- تحديد الوزن النسبي لأهمية كل درس من دروس وحدتي الجبر.
- تحديد الوزن النسبي ودرجة الأهمية لكل مهارة من مهارات الاثبات الجبري.
- إعداد جدول مواصفات اختبار مهارات الاثبات الجبري في صورته النهائية.

جدول (٦) جدول مواصفات اختبار مهارات الاثبات الجبري في صورته النهائية

م	دروس الوحدة	مهارات الاثبات الجبري										المجموع	
		استخدام الخواص الجبرية		استخدام التمثيلات الرياضية		كتابة الاثبات الجبري ذو العمودين		استخدام استراتيجية الاثبات المناسبة		تقويم الاثبات الرياضي			
		ع	و	ع	و	ع	و	ع	و	ع	و	ع	و
(١-١)	الجذر التكعيبي للعدد النسبي	١	٥,٣%	-	-	-	-	١	٥,٣%	-	-	٢	١٠.٦%
(١-٢)	مجموعة الاعداد غير النسبية	-	-	-	-	-	-	-	-	١	٥,٣%	١	٥,٣%
(١-٣)	ايجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي	-	-	-	-	-	-	١	٥,٣%	-	-	١	٥,٣%
(١-٤)	الاعداد الحقيقية ح	١	٥,٣%	-	-	-	-	-	-	-	-	١	٥,٣%
(١-٥)	علاقة الترتيب في ح	-	-	-	-	١	٥,٣%	-	-	-	-	١	٥,٣%
(١-٦)	الفترات الحقيقية	-	-	١	٥,٣%	-	-	١	٥,٣%	-	-	٢	١٠.٦%
(١-٧)	العمليات على الاعداد الحقيقية	-	-	١	٥,٣%	-	-	-	-	١	٥,٣%	٢	١٠.٦%
(١-٨)	العمليات على الجذور التربيعية	١	٥,٣%	١	٥,٣%	-	-	-	-	-	-	٢	١٠.٦%
(١-٩)	العمليات على الجذور التكعيبية	١	٥,٣%			-	-	-	-	-	-	١	٥,٣%
(١-١٠)	تطبيقات على الاعداد الحقيقية	-	-	١	٥,٣%	-	-	١	٥,٣%	-	-	٢	١٠.٦%
(١-١١)	حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الاولى في ح	-	-	-	-	١	٥,٣%	-	-	-	-	١	٥,٣%
(٢-١)	العلاقة بين متغيرين	-	-	-	-	١	٥,٣%	-	-	-	-	١	٥,٣%
(٢-٢)	ميل المستقيم وتطبيقات حياتية	١	٥,٣%					١	٥,٣%			٢	١٠.٦%
	المجموع	٥	٢٦,٥%	٤	٢١,٢%	٣	١٥,٩%	٥	٢٦,٥%	٢	١٠,٦%	١٩	١٠٠%

(ع) تشير الى العدد ، (و) تشير الى الوزن النسبي.

د-تحديد الصورة الاولية لاختبار مهارات الاثبات الجبري:

بناء على الخطوات السابقة تم اعداد فقرات اختبار مهارات الاثبات الجبري وعددها ١٩ فقرة من نوع (الاختيار من متعدد) بالتسلسل (١-٢-٣-.....-١٩) بعدد بدائل اربعة بدائل اشير لها بالرموز(أ - ب -ج - د)، وتم كتابة تعليمات الاختبار التي تضمنت (البيانات الأساسية وهي: الاسم- المدرسة -الفصل - التاريخ- الهدف من الاختبار- عدد الصفحات -عدد الاسئلة- زمن الاختبار) ثم كتابة فقرات الاختبار .

هـ-ضبط الاختبار:

صدق المحكمين (الصدق الظاهري للاختبار):

تم عرض اختبار مهارات الاثبات الجبري في صورته الأولية على عدد (١٢) من السادة المحكمين في مجال المناهج وطرق تدريس الرياضيات(ملحق٢)، بهدف التعرف على آرائهم ومقترحاتهم والتأكد من صدق الاختبار كأداة لقياس مهارات الاثبات الجبري في وحدتي الجبر (الاعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) بالصف الثاني الاعدادي، وذلك بإبداء الراي حول مفردات الاختبار من حيث دقة صياغة السؤال، ومدى صحة بدائل السؤال، ومناسبة السؤال لمؤشر المهارة المحدد، وقد أشار السادة المحكمون إلى حذف بعض الاسئلة واستبدالها بأسئلة اخرى وتعديل الصياغات اللغوية لبعض الاسئلة وقد تم إجراء التعديلات التي أشار إليها المحكمين. (ملحق١٣)

التجربة الاستطلاعية لاختبار مهارات الاثبات الجبري:

قام الباحث بتطبيق الاختبار على عينة استطلاعية مكونة من (٣٠ تلميذ) من تلاميذ الصف الثاني الاعدادي واستخدم البيانات الاحصائية لنتائج الاختبار في تحديد ما يلي:

تحديد زمن الاختبار:

بلغ متوسط الزمن المستغرق لتلاميذ العينة الاستطلاعية ٣٨ دقيقة وبناء عليه تم تحديد الزمن الكلي للاختبار ب ٤٥ دقيقة. (ملحق١١)

معاملات السهولة والصعوبة لمفردات الاختبار:

قام الباحث بحساب معاملات السهولة لمفردات الاختبـــار والتي تراوحت في الفتـــرة [٠,٣، ٠,٧] (صلاح الدين علام ، ٢٠١٥، ٢٩٣) وبذلك تصبح مفردات اختبار مهارات الاثبات الجبري مناسبة من حيث السهولة والصعوبة كما هو موضح بالجدول التالي:

جدول (٧) معاملات السهولة والصعوبة لمفردات اختبار مهارات الاثبات الجبري

م	المهارة الرئيسية	عدد الاجابات الصحيحة	معامل السهولة	عدد الاجابات الخاطئة	معامل الصعوبة
١	استخدام الخواص الجبرية في الاثبات الرياضي	٦٤	٠.٤٣	٨٦	٠.٥٧
٢	استخدام التمثيلات الرياضية في الاثبات الجبري	٤٧	٠.٣٩	٧٣	٠.٦١
٣	كتابة الاثبات الجبري ذو العمودين	٣٨	٠.٤٢	٥٢	٠.٥٨
٤	استخدام الاستراتيجية المناسبة للأثبات الجبري	٦٤	٠.٤٣	٨٦	٠.٥٧
٥	تقويم الاثبات الرياضي	٢٣	٠.٣٨	٣٧	٠.٦٢
	المجموع	٢٣٦	%٤١	٣٣٤	%٥٩

حساب معاملات التمييز لمفردات الاختبار:

قام الباحث بحساب معاملات التمييز لمفردات الاختبار وقد وقعت في الفترة [٠,٢٥، ٠,٧٥] وبذلك تصبح جميع مفردات اختبار مهارات الاثبات الجبري مقبولة تربويا من حيث التمييز (صلاح الدين علام ، ٢٠١٥، ٢٩٣)

حساب ثبات اختبار مهارات الاثبات الجبري:

تم حساب ثبات اختبار كل من اختبار مهارات الاثبات الجبري باستخدام طريقة (الفا كرونباخ) في حساب ثبات الاختبار، باستخدام البرنامج الإحصائي (SPSS-25) ، وقد وجد أن معاملات الثبات لمهارات الاثبات الجبري كالتالي :

جدول (٨) حساب ثبات اختبار كل من اختبار مهارات الإثبات الجبري

المهارة	الخواص الجبرية	التمثيلات الرياضية	الاثبات الجبري ذو العمودين	استراتيجية المناسبة	تقويم الاثبات الرياضي	الدرجة الكلية للاختبار
عدد الاسئلة	٥	٤	٣	٥	٢	١٩
معامل الثبات	٠.٧٣	٠.٨١	٠.٨١	٠.٩٢	٠.٧٣	٠.٨٥

ويتضح من الجدول السابق ان معاملات ثبات اختبار مهارات الاثبات الجبري ككل مرتفعة مما يدل على ثبات الاختبار وصلاحيته للتطبيق. (صلاح الدين علام،٢٠١٥، ٢٩٣)

صدق الاتساق الداخلي للاختبار:

تم التحقق من صدق الاتساق الداخلي للاختبار بتطبيقه على عينة استطلاعية مكونة من (٣٠) تلميذاً من تلاميذ الصف الثاني الاعدادي، ثم حساب معامل ارتباط بيرسون بين كل مفردة من مفردات اختبار

مهارات الاثبات الجبري والدرجة الكلية للمهارة التي تنتمي اليها باستخدام البرنامج الإحصائي (spss - 25) والجدول التالي يوضح ذلك:

جدول (٩) معاملات الارتباط بين مفردات اختبار مهارات الاثبات الجبري والدرجة الكلية للمهارة التي تنتمي اليها

استخدام الخواص الجبرية		استخدام التمثيلات الرياضية		كتابة الاثبات الجبري ذو العمودين		استخدام استراتيجية الاثبات المناسبة		تقويم الاثبات الجبري	
م	معامل الارتباط	م	معامل الارتباط	م	معامل الارتباط	م	معامل الارتباط	م	معامل الارتباط
١	**٠.٨٤	٦	**٠.٥٥	١٠	*٠.٣٢	١٣	**٠.٧٤	١٨	*٠.٣٨
٢	*٠.٦٤	٧	**٠.٤٧	١١	**٠.٨٣	١٤	**٠.٨١	١٩	**٠.٦٥
٣	*٠.٣٣	٨	*٠.٧٧	١٢	**٠.٥٦	١٥	*٠.٣٩		
٤	**٠.٥٤	٩	**٠.٥٨			١٦	**٠.٦١		
٥	**٠.٦٦					١٧	**٠.٩٢		

**** تشير انها دالة احصائيا عند مستوى الدلالة (٠،٠١)**

*** تشير انها دالة احصائيا عند مستوى الدلالة (٠،٠٥)**

يتضح من الجدول السابق أن معظم قيم معاملات الارتباط موجبة قوية، ودالة احصائيا بين كل مفردة من مفردات اختبار مهارات الاثبات الجبري، والدرجة الكلية للمهارة التي تنتمي اليها.

و-إعداد اختبار مهارات الاثبات الجبري في صورته النهائية:

بعد الضبط الإحصائي للاختبار، تم إعداد الاختبار في صورته النهائية (ملحق١٣) تتكون من صفحة الغلاف التي تحتوي بيانات التلميذ، اسم وتعليمات الاختبار ثم أسئلة الاختبار موزعة على النحو التالي:

جدول (١٠) عدد المفردات والنسب المئوية لاختبار مهارات الاثبات الجبري

م	المهارة	عدد المفردات	النسبة المئوية
١	استخدام الخواص الجبرية	٥	%٢٦,٣
٢	استخدام التمثيلات الرياضية	٤	%٢١,١
٣	كتابة الاثبات الجبري ذو العمودين	٣	%١٥,٨
٤	استخدام استراتيجية الاثبات المناسبة	٥	%٢٦,٣
٥	تقويم الاثبات الرياضي	٢	%١٠,٥
	المجموع	١٩	%١٠٠

يتضح من الجدول السابق اختلاف النسبة المئوية لتمثيل كل مهارة في مهارات الإثبات الجبري فكان أكبر تمثيل لمهارتي استخدام الخواص الجبرية ومهارة استخدام استراتيجية الاثبات المناسبة بنسبة ٢٦,٣% والاقل هي مهارة تقويم الاثبات الجبري بنسبة ١٠,٥%.

نتائج البحث وتفسيرها:

أ- اختبار صحة الفرض الأول:

ينص الفرض الأول للبحث على: "توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\propto > 0.05$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين (التجريبية والضابطة) في التطبيق البعدي في اختبار مهارات الإثبات الجبري لصالح المجموعة التجريبية"ولاختبار صحة هذه الفرضية استخدم الباحث اختبار مان-ويتني (Mann Whitney Test) – لمجموعتين مستقلتين بهدف قياس دلالة الفروق بين متوسطي رتب درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي مهارات الاثبات الجبري وتم حسابها باستخدام برنامج التحليل الإحصائي (spss -25)، وجاءت النتائج كما في الجدول الآتي:

جدول (١١) نتائج اختبار مان ويتني لدلالة الفروق بين متوسطي رتب درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات الاثبات الجبري

المتغير	المجموعة	العدد	متوسط الرتب	مجموع الرتب	قيمة (U)	قيمة (W)	قيمة (Z)	مستوى الدلالة
اختبار الاثبات الجبري (بعدي)	التجريبية	٢١	٢٦,١٩	٥٥٥,٠٠	٨٠,٠٠	٢٧٠	-٣,٢٥٩	دالة
	الضابطة	١٩	١٤,٢١	٢٧٠,٠٠				

ويتضح من الجدول السابق وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\propto > 0.05$) بين متوسطي درجات تلاميذ مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) في التطبيق البعدي في اختبار مهارات الإثبات الجبري لصالح المجموعة التجريبية" حيث كان متوسط رتب المجموعة التجريبية أكبر من متوسط رتب المجموعة الضابطة.

ب- اختبار صحة الفرض الثاني:

ينص الفرض الثاني للبحث على "يحقق البرنامج القائم على المنطق الرياضي أثراً إيجابياً في تنمية مهارات الإثبات الجبري لتلاميذ الصف الثاني الإعدادي "ولاختبار صحة هذا الفرض استخدم الباحث معادلة "بليك" (Blake) لحساب نسبة الكسب المعدل، وتم حسابها باستخدام برنامج التحليل الإحصائي (spss -25)، وجاءت النتائج كما في الجدول الآتي:

جدول (١٢) نسبة الكسب المعدل لبيليك لقياس فاعلية البرنامج في تنمية مهارات الاثبات الجبري

المتغير	التطبيق	المتوسط الحسابي	النهاية العظمى للاختبار	نسبة الكسب	التأثير
اختبار الاثبات الجبري	قبلي	٣,٥٦	١٩	١,٢٥٧	فعالة
	بعدي	١٤,٢٩	١٩		

ويتضح من الجدول السابق ان متوسط نسبة الكسب المعدل لاختبار الاثبات الجبري تساوي ١,٢٥٧ وهي
أكبر من (١,٢) التي اقترحها بيليك للحكم على الفعالية مما يدل على ان البرنامج المقترح فعال في تنمية
مهارات الاثبات الجبري لتلاميذ المجموعة التجريبية.

ج) اختبار الفرض الثالث:

ينص الفرض الثالث للبحث على: "توجد فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى الدلالة ($\propto > 0.05$) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين

القبلي والبعدي في اختبار مهارات الإثبات الجبري" استخدم الباحث اختبار ويلكوكسون (Wilcoxon) لدلالة الفروق بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات الاثبات الجبري وتم حسابها باستخدام برنامج التحليل الإحصائي (spss-25)، وجاءت النتائج كما في الجدول الآتي:

جدول (١٣) نتيجة اختبار ويلكوكسون لدلالة فروق اختبار مهارات الاثبات الجبري القبلي والبعدي للمجموعة التجريبية

المتغير	نوع الرتب	عدد الرتب	مجموع الرتب	متوسط الرتب	قيمة (z) المحسوبة	الدلالة الاحصائية
اختبار الاثبات الجبري	السالبة	٠	٠	٠	-٤,٠٢٣	دالة
	الموجبة	٢١	٢٣١	١١		
	المتساوية	٠	٠	٠		

وتشير نتيجة الجدول السابق الى وجود فروق دالة احصائيا عند مستوى الدلالة $(0.05 > \propto)$ بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار الاثبات الجبري.

تفسير نتائج البحث:

يرى الباحث ان تطبيق البرنامج القائم على المنطق الرياضي على تلاميذ الصف الثاني الاعدادي قد ساهم في تنمية درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في اختبار مهارات الاثبات الجبري للأسباب التالية:

- أن التلاميذ بعد دراسة بعض قواعد المنطق الرياضي أصبحوا يقومون بترتيب بخطوات الاثبات الجبري بصورة منطقية في اتجاه الوصول من المعطى الى المطلوب.
- ان التلاميذ الذين تعرفوا على بعض قواعد المنطق أصبحوا أكثر قدرة على استخدام القوانين والخواص الجبرية والتعامل مع الرموز الجبرية من اجل التوصل الى المطلوب وفقا لقواعد منطقية سليمة.
- تشجيع التلاميذ على تنوع في طرق التفكير في المشكلات الرياضية باتباع طرق متنوعة ومرنة في التفكير للوصول الى المطلوب.
- دراسة المنطق اسهمت في تمرّس التلاميذ على اسس كتابة الاثبات الجبري بصورة منطقية مستخدمين في ذلك العلاقات قوانين الاستدلال.
- دراسة المنطق تساعد على تصويب بعض الاستنتاجات الخاطئة للتلاميذ في بعض المسائل الرياضية وتصوب اتجاههم نحو الوصول الى الحل الصحيح للمسالة.

- دراسة المنطق اسهمت في تشجيع التلاميذ على المناقشات الاستدلالية، وتدريبهم على طرح أفكار جديدة في الاثبات الجبري.
- يساعد المنطق على فهم التلميذ ان الاستنتاج الصحيح يجب ان يكون مبنيا على مقدمات صحيحة ويستخدم قاعدة استدلالية صحيحة في حل المشكلات الرياضية.
- دراسة المنطق تساعد على استنتاج القوانين الجبرية، ومن ثم تقود التلميذ الى فهم القانون، ومتى وكيف يتم استخدامه في حل التمارين والمسائل.
- دراسة المنطق تساعد التلميذ استخدام الاستقراء كوسيلة للتعميم الجبري، وذلك باستخدام تتبع الانماط العددية والرمزية للوصول للتعميم الجبري.

توصيات البحث:

في ضوء ما توصل اليه البحث ممن نتائج يوصي الباحث بما يلي:

١. توجيه نظر الباحثين ومطوري مناهج الرياضيات الى اهمية بتنمية مهارات الاثبات الجبري لدى تلاميذ المرحلة الاعدادية.
٢. اهمية تضمين بعض موضوعات المنطق الرياضي مناهج المرحلة الاعدادية.
٣. وضع معايير لانتقاء موضوعات علم المنطق الرياضي لكل مرحلة دراسية على أن تراعي طبيعة وخصائص النمو العقلي لتلاميذ كل مرحلة دراسية.
٤. الاهتمام بتدريس الاسس المنطقية لجميع طرق البرهان الرياضي بصفة عامة والاثبات الجبري بصفة خاصة.
٥. الاهتمام بتدريب التلاميذ على تقديم التبرير والتفسير لكل خطوة من خطوات حل المسائل الرياضية
٦. اعداد برامج تدريبية لمعلمي الرياضيات على استخدام قواعد المنطق الرياضي اثناء تدريس موضوعات الجبر بالمرحلة الاعدادية.
٧. حث معلمي الرياضيات ونشر الوعي بينهم على اهمية الاشارة الى بعض قواعد المنطق الرياضي اثناء تدريسهم لموضوعات الجبر للمرحلة الاعدادية.
٨. تضمين بعض التدريبات الرياضية وتصميم الأنشطة الرياضية في مقررات الرياضيات بما يحفز مزيد من فرص تنمية مستوى التفكير المنطقي الرياضي لدى التلاميذ.

مقترحات البحث:

في ضوء النتائج التي توصل اليه البحث يمكن تقديم المقترحات التالية لبحوث مستقبلية كما يلي:

- تحديد أثر تدريس بعض موضوعات علم المنطق الرياضي على مهارات الاثبات الجبري لطلاب المرحلة الثانوية.

- فعالية وحدة اثرائية في علم المنطق الرياضي في تنمية القوة الرياضية لدى طلاب المرحلة الثانوية.
- أثر تدريب معلمي الرياضيات على طرائق تدريس موضوعات علم المنطق الرياضي على تنمية البراعة الرياضية لطلاب المرحلة الثانوية.
- تطوير مقترح لمقررات الرياضيات بالمرحلة الإعدادية في ضوء معايير تتضمن بعض موضوعات علم المنطق الرياضي وأثره على تنمية الذكاء المنطقي الرياضي.
- أثر توظيف أنشطة وتدريبات تتضمن علاقات منطقية رياضية في مواقف تدريس الرياضيات على تنمية التفكير المنطقي الرياضي وتحسين الدافعية للإنجاز لدى طلاب المرحلة الإعدادية.

قائمة المراجع

أولا: المراجع العربية

ابراهيم رفعت ابراهيم (٢٠٠١). **فعالية استخدام الموديل في تنمية مهارات البرهان الرياضي والتحصيل في الهندسة لتلاميذ الصف الأول الإعدادي**، رسالة ماجستير، كلية التربية بالإسماعيلية، جامعة قناة السويس.

احمد محمد سيد احمد (٢٠٠٥) . مهارات البرهان الرياضي لدى الطلاب المعلمين بشعب الرياضيات في كليات التربية ،المؤتمر العلمي الخامس ، التغيرات العالمية والتربوية وتعليم الرياضيات ، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات ،جامعة بنها ،٤٧٩-٥٠١.

اسعد نادر الجنابي (٢٠٠٧). **منطق الرمزي المعاصر نظري وتمارين محلولة**، الطبعة الاولى، دار الشروق، عمان.

رشيد محمد صالح (٢٠٠٥). **علاقة المنطق بالرياضيات عند رسل "نموذج حساب الفئات "** ، مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية ، جامعة تشرين ، ٢٧(١) ، ١٣٩-١٥٤.

رضا مسعد السعيد(٢٠٠٥). **القوة الرياضية- مدخل حديث لتطوير تقويم تعليم الرياضيات بمراحل التعليم العام**، مؤتمر مداخل معاصرة لتعليم وتعلم الرياضيات
،
http://staff.du.edu.eg/index.php?u=287&p=mdetails&c=3&d=3264

صلاح الدين محمود علام (٢٠٠٦) . **القياس والتقويم التربوي والنفسي اساسياته وتطبيقاته وتوجهاته المعاصرة** ، القاهرة، دار الفكر العربي .

عزو عفانه (٢٠٠١). **التدريس الاستراتيجي للرياضيات الحديثة**، دار حنين، عمّان، الأردن .

علاء الدين سعد متولي (٢٠٠٦). **فعالية استخدام مداخل البرهنة غير المباشرة في تنمية مهارات البرهان الرياضي واختزال قلق البرهان وتحسين مهارات التواصل الرياضي لدى الطلاب معلمي الرياضيات،** مجلة تربويات الرياضيات، المجلد التاسع، نوفمبر، ١٦٩ – ٢٥٠.

علاء المرسي ابوالرايات (٢٠١٨). **فعالية استخدام الخرائط الذهنية الالكترونية في تنمية مهارات الاستدلال الجبري وخفض العبء المعرفي لدى طلاب المرحلة الاعدادية،** مجلة كلية التربية، مج٢٢ ،ع٤ اكتوبر ، جامعة طنطا،٣٦٤-٣٠٨.

مجدي عزيز ابراهيم (٢٠٠٢). **المنطق والبرهان في تدريس الرياضيات** ، القاهرة ،دار نهضة الشرق.

مرفت محمد آدم (٢٠١٣). **فاعلية وحدة مقترحة في مبادئ المنطق الرياضي في تنمية التحصيل و التفكير المنطقي الرياضي و الاحتفاظ بالتعلم لدى طلاب المرحلة الإعدادية مختلفي المستويات التحصيلية** ، دراسات عربية في التربية وعلم النفس، رابطة التربويين العرب،٤(٣٦) ،٧١-٩٨.

ثانيا: المراجع الأجنبية:

Aaylon,M., & Even,R. (2013). Students' opportunities to engage in transformational algebraic activity in different beginning algebra topics and classes, International Journal of Science and Mathematics Education, 11(6), 1–23. doi: 10.1007/s10763-013-9498-5.

Cai , J. (2000). *Mathematical Thinking Involved in .U.S. and Chinese Students' Solving of process-constrained and Process-Open Problems .Mathematical Thinking and learning*, Vol.(2) Issue 4, 309-332.

Creswell, J. W., Klassen, A. C., Plano Clark, V. L., & Smith, K. C. (2011). Best practices for mixed methods research in the health sciences. *Bethesda (Maryland): National Institutes of Health, 2013*, 541-545.

Johnston, W., & McAllister, A. M. (2012). *A survey transition course* ,PRIMUS ،22(1) ، 30-42.

Knuth، E.J. (2002). *"Teachers' conceptions of proof in the context of secondary school mathematics*". *Journal of Mathematics Teacher Education*. 5. 61-88.

Martinez، V. A.، & Pedemonte، B. (2014). *Relationship between inductive arithmetic argumentation and deductive algebraic proof*. *Educational Studies in Mathematics, 86*(1), 125–149

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)(2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA: Author , 4-5

Ontario Ministry of Education. (2014).*Paying attention to spatial reasoning*, K–12 Support document for Paying attention to mathematics education.

Ozturk, M., & Kaplan, A. (2019). *Cognitive Analysis of Constructing Algebraic Proof Processes*: A Mixed Method Research. Egitim ve Bilim, 44(197).

ثالثا: مواقع الكترونية:

- الدليل الارشادي للمعلم في تنمية مهارات التفكير ، وزارة التربية والتعليم ، ١-٤٥
https://elearning1.moe.gov.eg
- المكتبة الالكتروني (ديسكوفري) في موقع بنك المعرفة المصري:https://study.ekb.eg
- منصة البث المباشر للحصص الافتراضية التابعة لوزارة التربية والتعليم ، https://stream.moe.gov.eg
- منصة ادمودو التعليمية: https://go.edmodo.com