التفكير الجبري:
مهاراته وتنميته بمراحل التعليم العام

إعداد
أ.د. رضا مسعد السعيد عصر
كلية التربية - جامعة دمياط
rmasar@hotmail.com

مستخلص البحث:
هدف البحث الى تحديد مهارات التفكير الجبري وبرامج تنميتها لدى تلاميذ الصف الثاني الاعدادي، وتكونت عينة البحث من (٤٠) تلميذاً تم تقسيمهم الى مجموعتين : مجموعة تجريبية عددها (٢١) تلميذاً درسوا وحدتي الجبر الاعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين باستخدام برنامج اثرائي قائم علي المنطق الرياضي ومجموعة اخرى ضابطة عددها (١٩) تلميذاً درسوا وحدتي الجبر بالطريقة المعتادة، وتم تطبيق اختبار مهارات التفكير الجبري قبليا وبعديا على المجموعتين، واظهرت النتائج فعالية برنامج قائم علي المنطق الرياضي في تنمية تلك المهارات، وفي ضوء ما اسفرت عنه نتائج البحث، تم تقديم مجموعة من التوصيات كان من ابرزها الاهتمام بتقديم بعض موضوعات المنطق الرياضي في منهج الرياضيات للمرحلة الاعدادية .
الكلمات الدالة: المنطق الرياضي -التفكير الجبري

Abstract:
The research aimed to identify algebraic thinking skills and verify the effectiveness of mathematical logic in developing it among second-grade preparatory school pupils. The research sample consisted of (40) pupils divided into two groups. An experimental group (21) pupils studied the two algebra units (real numbers and the relationship between two variables) using mathematical logic, and a control group (19) pupils studied the two units of algebra in the usual method. The results showed that mathematical logic is effective in developing these skills. Considering these results, the research presented a set of recommendations, the most prominent of which was the interest in presenting some topics of mathematical logic in the mathematics curriculum for the preparatory school.
Key words: Mathematical Logic - Algebraic Thinking.

مقدمة البحث:

يعد الجبر أكثر فروع الرياضيات صعوبة، وذلك بسبب طبيعته التجريدية المتمثلة في استخدام الترميز كعملية رياضية لصياغة المواقف الحياتية المختلفة وذلك في صورة معادلات أو متباينات أو دوال وغيرها من البنى، والتراكيب الجبرية المختلفة، والتي تمثل في مجملها حجر الزاوية في بناء المعرفة الرياضية.

ويشير سميث وطومسون (Smith &Thompson, 2007, 8) إلى أن دراسة الجبر ترتبط بتعرف التلميذ على الرموز الرياضية، وقراءة وكتابة التعبيرات والمقادير الجبرية، واستخدام العلاقات الرياضية في وصف وتفسير المواقف الحياتية، مع دراسة الدوال التي تمثل علاقات رياضية ذات خصائص محددة يتم استخدامها في وصف المواقف والتنبؤ بها، ويرتبط ذلك بالعديد من الخوارزميات التي يجب إتقانها من قبل التلاميذ.

ويوضح شحاتة أمين (٢٠١٢، ١٩٧) بانه رغم أهمية الجبر وتنمية التفكير الجبري، الا أن تدريس الجبر يتم عادة عن طريق سرد القاعدة الجبرية، ثم التدريب على حل بعض التمارين عليها بصورة آلية دون فهم، وبذلك تؤدي هذه الطرق التقليدية في التدريس إلى ضعف تنمية التفكير بأنواعه وخاصة التفكير الجبري الأكثر ارتباطًا بعلم الجبر.

ويرى احمد رجائي (٢٠٠٩، ٥) أن دراسة الجبر تمكن المتعلمين من:

١- التزود بطرق التحرك من الحالات الخاصة إلى الحالات العامة باستخدام الأنماط.
٢- تزويد المتعلمين بأدوات لفهم العالم من حولنا باستخدام مواقف واقعية.
٣- امكانية التعامل مع بيانات كثيرة بمعرفة تراكيبها والتعبير عنها بالمتغيرات.
٤- التحكم في الكميات المتغيرة بوصف العلاقات بينها، وممارسة عمليات الاستدلال فيها.

وأشار سوريس وآخرون (Soares et.al, 2006, 228) إلى أهمية تضمين مهارات التفكير الجبري في المناهج الدراسية المختلفة، وأكد أن التفكير الجبري يعد هدف عام لدراسة الجبر، وأن تنميته لدى التلاميذ تمثل ضرورة لاستمرارية تعلمهم للرياضيات في مراحل متقدمة، كما تتضح أهمية تنمية بعض مهارات التفكير الجبري كأهداف مباشرة خلال مناهج الرياضيات للمرحلة الابتدائية، ووجود أنشطة تحفز المعلمين والتلاميذ؛ لتنميتها وقياسها عند تخطيط وتنفيذ التدريس في مجال الجبر.

> "يلعب التفكير الجبري دورًا حيويًا في الربط بين ما يدرسه التلميذ في المرحلة الابتدائية من مبادئ الحساب، وبين ما يدرسه في المرحلة الإعدادية حول العلاقات، والدوال، واستخدام المتغيرات،

فضلًا عن امتداد ذلك الربط إلى ما يتعلمه التلميذ من حساب التفاضل والتكامل في المرحلة الثانوية؛ فالتفكير الجبري يزودنا بأساس قوي من اجل بناء الفهم حول التفكير الرياضي المجرد" (Kaput &Blanton,2005,99)

وقد اشارت العديد من الدراسات إلى تدني مستوى مهارات التفكير الجبري لدى التلاميذ منها دراسة لونجهام وآخرون (Langham et. al, 2006)، ودراسة ناصر عبيدة (٢٠١٦) ، و دراسة شحاتة أمين (٢٠١٢) و دراسة اكرامي مرسال (٢٠١٦)، ودراسة هربرت وبراون (Herbert&Broun,2000)

ويبرز المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (NCTM)[٢] أهمية تعليم قواعد المنطق الرياضي؛ بتقديمه لنماذج لألعاب رياضية منطقية ممتعة ومثيرة للتلاميذ، وتستهدف التدريب على مهارات منطقية رياضية محددة، مؤكدا على وجود علاقة ارتباطية موجبة بين توفير فرص مناسبة للتلاميذ لاستخدام العاب رياضية تتضمن مبادئ وأفكار منطقية وبين تحسين المستويات الأكاديمية للتلاميذ في الرياضيات عامة وفي الاستدلال المنطقي خاصة (McFeetors, P ,2009, 4).

كما أشار خالد الخطيب (٢٠٠١، ٩٧) في دراسته التي استهدفت معرفة أثر تدريس بعض قواعد المنطق الرياضي في قدرة تلاميذ المرحلة الأساسية العليا في حل المسالة الرياضية، ان دراسة المنطق تساعد التلاميذ في حل المسائل الرياضية، وأن التلاميذ الذين درسوا المنطق أصبحوا أكثر قدرة على فهم المسالة الرياضية وزادت قدرتهم على تحديد المعطيات والمطلوب.

ويؤكد ويكفيلد (Wakefield,2001,8) ان قدرة التلاميذ على توضيح الأفكار، والعلاقات المنطقية التي يوظفونها أثناء حل المشكلات الرياضية تعد عاملا أساسيا في تحسين قدرتهم على تمييز عناصر المشكلة، وفهم العلاقات بينها، ووضع استراتيجية مناسبة لحل المشكلة، وكذلك في التمكن من التعبير عن أفكارهم باستخدام رموز منطقية رياضية. وبناء على ما سبق يسعى البحث إلى دراسة أثر تدريس بعض قواعد المنطق الرياضي كمدخل لتنمية مهارات التفكير الجبري، لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية.

الإحساس بالمشكلة:

أشارت نتائج بعض الدراسات السابقة إلى أهمية تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية مثل دراسة الحنيني (٢٠٠٨)، ودراسة قنديل (٢٠١٨)، ودراسة خالد المعثم (٢٠١٧)، ودراسة احمد رجائي (٢٠٠٩)، ودراسة ناصر عبيدة (٢٠١٦)، دراسة شحاتة أمين (٢٠١٢)، وأشار عدد من الباحثين إلى الصعوبة التي

يوجهها التلاميذ في تعلم المفاهيم الجبرية منهم (Britt and Irwin,2008)، و (Lim,2006)، و (Green,2009).

ويأتي هذا البحث اتساقًا مع الأهداف العامة للدليل الارشادي لتنمية مهارات التفكير بالمرحلة الإعدادية (٢٠١٥، ٦) الصادر من وزارة التربية والتعليم بجمهورية مصر العربية، حيث أكد الدليل ان تنمية مهارات التفكير ضرورة ملحة وحاجة أساسية من حاجات كل فرد فهي تساعده على التفكير المستقل واستقبال اراء الاخرين وفهمها وتقبلها ومناقشتها مناقشة علمية ومنطقية وتيسر له تطبيق ما يتعلمه في مواقف حياتية مختلفة.

ومن مبررات أهمية هذا البحث حصول مصر على مراكز متأخرة خلال مشاركاتها في بعض المسابقات الدولية في تحصيل الرياضيات منها مسابقة (TIMSS)، وكان ترتيب مصر في مستوى الصف الثامن من مرحلة التعليم الاساسي (الثاني الإعدادي) للعام ٢٠١٩ هو الترتيب الربع والثلاثون من بين تسع وثلاثون دولة مشاركة في الدراسة.

مشكلة البحث:

تمثلت مشكلة البحث في ضعف مهارات التفكير الجبري لدي تلاميذ المرحلة الاعدادية وأمكن تحديد مشكلة البحث في السؤال الرئيس التالي: **"ما مهارات التفكير الجبري وكيف يمكن تنميتها لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي؟"**. ويسعى البحث للإجابة عن السؤال الرئيس من خلال الاجابة على التساؤلات الفرعية التالية:

١- ما مهارات التفكير الجبري التي يجب توافرها لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي؟

٢- ما فاعلية برنامج قائم علي المنطق الرياضي في تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي؟

مصطلحات البحث:

التفكير الجبري Algebraic Thinking:

ترى ستيل (Steele,2005,142) ان التفكير الجبري هو القدرة على التحليل، والتعرف على الأنماط؛ لتمثيل العلاقات الكمية بين الأنماط، وتعميم هذه العلاقات الكمية. بينما يرى ويندسور (windsor,2010,2) ان التفكير الجبري هو أحد أنماط التفكير أو الاستدلال الرياضي الذي يرتبط بعمليات عقلية يقوم بها التلميذ لاستيعاب، ووصف الأنماط والعلاقات الرياضية، واستنتاج علاقات رياضية جديدة حول الأعداد والعمليات عليها. ويرى شحاتة أمين (٢٠١٢، ٢٠١) ان التفكير الجبري هو نوع من أنواع التفكير الرياضي ضمن إطار جبري أو نشاط عقلي يقوم به كل من المعلم

والتلميذ من خلال ممارسة ثلاث أدوات للتفكير هي: مهارات حل المشكلات، ومهارات التمثيل، ومهارات التفكير.

ويؤكد ناصر عبيدة (٢٠١٦، ١٤١) ان التفكير الجبري يرتبط بتنمية مجموعة من المهارات لدى التلاميذ منها: الاستدلال حول الأنماط الرياضية في (الرسوم البيانية، والأشكال الهندسية، والأعداد والعمليات الحسابية)، واستنتاج التعميمات الرياضية وتوظيفها، وتنمية الأداء العقلي فيما يرتبط بالعمليات على المقادير الجبرية، واستخدام التمثيلات الرياضية في وصف العلاقات الرياضية. ويرى محمد الخطيب (٢٠١٧، ٤١٨) أن التفكير الجبري يتعلق بقدرة التلاميذ على استخدام الرموز والعلاقات الجبرية، واستخدام التمثيل المتعدد، واستخدام الأنماط والتعميمات.

ويعرف الباحث التفكير الجبري إجرائيًا في البحث الحالي بأنه: أحد أنماط التفكير الرياضي الذي يساعد التلاميذ في التعرف على الانماط الجبرية و تمثيل العلاقات الجبرية و بناء التعميمات الجبرية و تحليل طرق تغير الأشياء واستخدام الرموز الجبرية بكفاءة وتطبيق الجبر في حل المشكلات.

أهداف البحث:

١. وصف مهارات التفكير الجبري التي يمكن تنميتها لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.
٢. تفسير أسباب ضعف مستوى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي في مهارات التفكير الجبري.
٣. التنبؤ بمدى فاعلية برنامج إثرائي قائم على المنطق الرياضي في تنمية مهارات التفكير الجبري لتلاميذ الصف الثاني الإعدادي.
٤. التحكم في استخدام التلاميذ لقواعد المنطق الرياضي بهدف تنمية مهارات التفكير الجبري

أهمية البحث:

١. يقدم هذا البحث لمعلمي الرياضيات بالمرحلة الإعدادية قائمة بمهارات التفكير الجبري الواجب توافرها عند تلاميذ المرحلة الإعدادية.
٢. يسهم هذا البحث في لفت نظر المسئولين والمعنيين في تطوير مناهج الرياضيات بالمرحلة الإعدادية إلى أهمية ادراج موضوعات المنطق الرياضي في مناهج المرحلة الإعدادية.
٣. يقدم البحث نموذجًا لمهارات التفكير الجبري اللازم تنميتها عند تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.

٤. يقدم هذا البحث نموذجًا لتقديم وحدات دراسية إثرائية؛ لتنمية مهارات التفكير الجبري لدى التلاميذ باستخدام متغير مستقل آخر.

عينة البحث:

تم اختيار عينة البحث من تلميذًات الصف الثاني الإعدادي بمدرسة كفر سعد الإعدادية بنات بإدارة كفر سعد التعليمية بمحافظة دمياط، وتم اختيار فصلين عشوائيين من فصول المدرسة وتقسيمهم إلى مجموعتين الأولى تجريبية عددها ٢٧ تلميذة تدرس البرنامج الإثرائي القائم على المنطق الرياضي، والثانية ضابطة عددها ٢٧ تلميذة، وتدرس بالطريقة المعتادة مع مراعاة التكافؤ بين المجموعتين في المستوى التحصيلي، وايضًا من حيث الجنس، والمستوى الاقتصادي، والاجتماعي قبل بدء التجربة.

حدود البحث:

١- **الحدود البشرية:** تلاميذ الصف الثاني الإعدادي بمدرسة كفر سعد الإعدادية بنات التابعة لإدارة كفر سعد التعليمية بمحافظة دمياط.
٢- **الحدود المكانية:** مدرسة كفر سعد الإعدادية بنات بإدارة كفر سعد التعليمية بمحافظة دمياط.
٣- **الحدود الزمانية:** الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ٢٠٢٠ – ٢٠٢١م.
٤- **الحدود الموضوعية:** تم اختيار على وحدتي الأعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين في مقرر مادة الجبر للفصل الدراسي الأول للصف الثاني الإعدادي.

أدوات البحث ومواده التعليمية:

١- قائمة بمهارات التفكير الجبري الواجب توافرها لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.
٢- دليل المعلم، ويحتوي شرح طريقة تدريس البرنامج الإثرائي القائم على المنطق الرياضي
٣- كتيب التلميذ، ويحتوي على الأنشطة والتدريبات للبرنامج الإثرائي أثناء تدريس وحدتي الجبر للصف الثاني الإعدادي.
٤- اداة القياس في البحث وهي اختبار مهارات التفكير الجبري لتلاميذ الصف الثاني الإعدادي.

منهج البحث:

استخدم البحث الحالي المنهج المختلط الذي يدمج بين البيانات النوعية والكمية وذلك من خلال تصميم البحث الاستكشافي المتتالي (نوعي – كمي – نوعي) وفيما يلي

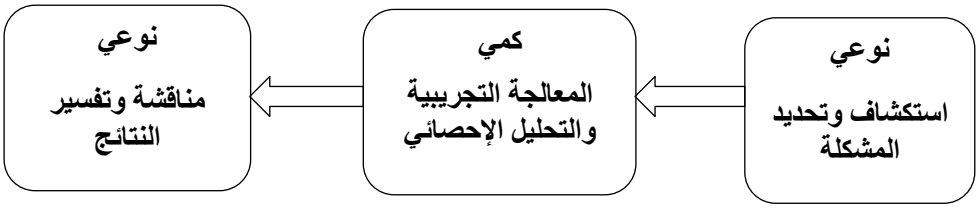
مراحل المنهج المختلط كما أوردها كريسويل وآخرون (Creswell,J.et. al,2011,22)

١- **الدراسة النوعية الاستكشافية**: وتمت في بداية البحث من أجل توفير الأدلة والشواهد الكافية على وجود المشكلة فعليا في الميدان، واعتمدت على أدوات جمع البيانات المتمثلة تحليل أداء عينة استكشافية من تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.

٢- **الدراسة الكمية التجريبية:** وتمت من خلال تطبيق المنهج التجريبي القائم على التصميم شبه التجريبي (القبلي - البعدي)، للمعالجة التجريبية على مجموعتين تجريبية وضابطة من التلاميذ وتم استخدام أدوات جمع البيانات متمثلة في اختبار مهارات التفكير الجبري

٣- **الدراسة النوعية التالية:** وتمت في نهاية البحث لشرح وتفسير النتائج الكمية التي توصل إليها الباحث من خلال تحليل إجابات التلاميذ بشكل فردي على الاختبار، ويوضح الشكل التالي المنهج المختلط المستخدم في البحث الحالي:

٤-



شكل (١) منهج البحث المختلط في البحث الحالي

متغيرات البحث:

١- **المتغير المستقل:** وله مستويان هما برنامج إثرائي قائم على المنطق الرياضي للمجموعة التجريبية. والتدريس بالطريقة المعتادة للمجموعة الضابطة.

٢- **المتغير التابع**: وهو مهارات التفكير الجبري وتقاس باختبار مهارات التفكير الجبري الذي أعده الباحث.

فروض البحث:

١. يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى الدلالة () بين متوسطي درجات تلاميذ مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية.

٢. يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى الدلالة () بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري لصالح درجات التلاميذ في التطبيق البعدي.

٣. يحقق البرنامج الإثرائي القائم على المنطق الرياضي أثرًا ايجابيًا في تنمية مهارات التفكير الجبري لدي تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.

التصميم شبه التجريبي للبحث:

جدول (١) التصميم شبه التجريبي للبحث الحالي

المجموعة	الاختبار القبلي	المعالجة التجريبية	الاختبار البعدي
التجريبية	- اختبار التفكير الجبري	تدريس البرنامج الإثرائي	-اختبار التفكير الجبري
الضابطة	-اختبار التفكير الجبري	التدريس بالطريقة المعتادة	-اختبار التفكير الجبري

إجراءات البحث:

للإجابة على التساؤل الأول الذي ينص على: "ما مهارات التفكير الجبري التي يجب توافرها لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي؟" تم اتباع الإجراءات التالية:

١- الاطلاع على الأدبيات والدراسات والبحوث السابقة التي تناولت التفكير الجبري خلال الفترة من ٢٠٠٠-٢٠٢٠ م.

٢- الاطلاع على تحليل مقرر منهج الجبر للصف الثاني الإعدادي المعد من قبل الباحث.

٣- تحديد قائمة أولية لمهارات التفكير الجبري المطلوب توافرها لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.

٤- عرض القائمة على عدد (١٢) من المحكمين والخبراء في مناهج وطرق تدريس الرياضيات.

٥- إجراء التعديلات بناء على آراء المحكمين.

٦- وضع قائمة مهارات التفكير الجبري المطلوبة في صورتها النهائية.

للإجابة على السؤال الثاني الذي ينص على: ‘‘ما فاعلية البرنامج الإثرائي المقترح القائم على المنطق الرياضي في تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي؟" تم اتباع الإجراءات التالية:

- **مرحلة التجريب للبرنامج الإثرائي وتشمل:**

أ-اجراءات ما قبل التجربة:

- اختيار المجتمع الاصلي وعينتي البحث.
- اخذ الموافقات اللازمة لتنفيذ التجربة.
- الصدق الداخلي والخارجي لأدوات البحث.
- تجهيز الفصول للتجربة.

- التصميم شبه التجريبي للبحث.

ب-التجريب على مجموعتي البحث:

- التجريب على المجموعة التجريبية باستخدام البرنامج المقترح.
- التجريب على المجموعة الضابطة باستخدام الطريقة التقليدية.

ج-اجراءات ما بعد التجريب:

➢ **مرحلة التقويم البرنامج وتشمل:**

- اعداد اختباري مهارات التفكير الجبري.
- التطبيق القبلي للاختبارين على المجموعة التجريبية والضابطة.
- تقويم الأداء النهائي لتلاميذ المجموعة التجريبية على البرنامج المقترح.
- التطبيق البعدي للاختبارين على المجموعة التجريبية والضابطة.
- تصحيح اختباري التفكير الجبري.
- تحليل بيانات التغذية الراجعة.
- إعادة الفصول إلى ما كانت عليه قبل التجربة.
- رصد النتائج ومعالجتها إحصائيًا.

الإطار النظري والدراسات السابقة للبحث:

يواجه التلاميذ كثير من الصعوبات في مرحلة الانتقال من الحساب إلى الجبر، وهذا ما أكدته دراسة كاي وماير (Cai&Moyr ,2008 ,4) حيث قام بوصف التحديات التي تواجه المعلمين أثناء تحولهم من تدريس العمليات الحسابية إلى تدريس العمليات الجبرية ، وطرحت الدراسة بعض الطرق والتعديلات المقترحة للمساعدة في تمكن التلاميذ من تعلم الأفكار الحسابية والجبرية جنبًا إلى جنب، و اشارCai & Moyr في دراسته إلى أن المناهج الدراسية في الصين وسنغافورة أكثر فعالية في الربط بين الحساب والجبر، ويرى أنه يمكن استخدام بعض التعديلات في الطرق و الأساليب لتسهيل ذلك الانتقال بسهولة ويسر.

وأشار كيران (Kieran ,2004,142) إلى أن الانتقال الناجح من الحساب إلى الجبر يتطلب خمسة إجراءات:

١- التركيز على العلاقات بدلًا من حساب الأجوبة العددية فقط.
٢- التركيز على العمليات بالإضافة إلى العمليات العكسية عليها.
٣- التركيز على حل المشكلة وتمثيلها وليس مجرد حلها فقط.
٤- التركيز على كل من الأعداد والرموز بدلًا من التركيز على الأعداد فقط.
٥- التركيز على معنى إشارة التساوي.

ويؤكد ذلك ما أشار اليه بيرج (Berg ,2009 ,62) بأن التفكير الجبري تطور معتمدًا على التفكير الحسابي فالتفكير الجبري يقوم على تعميم ما لدى الفرد من افكار حسابية، وهو يتصف بالعمل الحر في مجال الحساب ، ففي الجبر يمكن أن تجمع العبارات وفقًا للقوانين العامة للعمليات الحسابية، فأنت لا تحسب الناتج فقط ، فالعمليات الجبرية مستقلة في العبارات الحسابية، ففي التفكير الحسابي ٢+٣ = ٥ أما في التفكير الجبري، فإن " ٣ + ٢" هي حالة خاصة من س + ص حيث س ، ص عددان حقيقيان فبالنسبة لتلميذ المرحلة الإعدادية تكون العمليات الحسابية حالات خاصة من مفاهيم جبرية أكثر عمومية.

وقد ركزت وثيقة "النقاط المحورية للمنهج "الصادرة عن NCTM (المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات على ربط التلميذ بالجبر مبكرًا ما أمكن، وتعزيز التفكير الجيري من رياض الأطفال حتى الصف الثامن على يبدأ التفكير الجيري قبل دخول الطفل المدرسة، فالأطفال الصغار يفهمون الأنماط: "من الذي يواجهك؟ أمام، خلف"، ويلاحظون العلاقات "من الذي لديه كعكة أكبر؟"، وهم يمثلون العلاقات من خلال النمذجة أو يرسمون صور كما يحللون التغير، وهذا يمثل بداية الانتقال إلى التفكير الجيري. (NCTM,2006,12)

وأشارت وثيقة مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية الصادرة عن NCTM (المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (٢٠٠٠) أن الجبر يتناول فهم الأنماط والعلاقات والدوال وتمثيل وتحليل المواقف الرياضية والِبنَى الجبرية باستخدام الرموز الجبرية واستخدام النماذج الرياضية والتمثيل وفهم العلاقات الكمية، وتحليل التغير في بنيات مختلفة.

أما كابوت (Kaput ,2008 , 14) فقد عرض تصورًا يتضمن ثلاث مكونات مترابطة للجبر والتي تحدث خلالها عملية تعميم الرموز ومعالجتها بطرق مألوفة، وهي:

١- تعميم الحساب والاستدلال الكمي، مع التركيز بصفة خاصة على الرموز والعبارات والمعادلات.
٢- دراسة الدوال والعلاقات والتباين المترابط مع استخدام التمثيل على نطاق واسع، وتضمين المعادلات والجداول والرسوم البيانية.
٣- استخدام النمذجة لتعميم الأنماط والتعبير عنها عبر مواقف داخل وخارج الرياضيات أو للتحرك من أمثلة خاصة إلى صيغ أكثر عمومية تسلط الضوء على العلاقات.

ويرى ليو ((Lew,2004,93 ان الجبر ينطوي على ٦ مكونات رئيسية:

- **التعميم:** هو عملية العثور على نمط أو نموذج، فالجبر يبدأ بتحديد النمط في مجموعة من العناصر المحددة. على سبيل المثال العلاقة ص=٢س هي تعميم

لنمط العلاقة في نموذج المجموعة {(١، ٢)، (٢، ٤)، (٣، ٦)، ...} والتي توضح لكل زوج أن يكون الرقم الثاني هو ضِعف الحد الأول.

- **التجريد:** على عكس الحساب فالجبر يتعامل مع الرمز الذي يمثل كائن تجريدي بدون سياق ملموس، والتجريد في الجبر يختلف عن الهندسة، فشكل المستطيل ككائن يمكن فهمه من عدة أشكال مستطيلة مختلفة، أما في الجبر فالرمز س لا يستحضر مثل هذه الصورة، وهذه الخاصية هي عقبة كبيرة أمام التلاميذ الذين لم تصل قدراتهم إلى المستوى الأمثل في الجبر.
- **التفكير التحليلي:** وهو النشاط الأكثر أهمية في الجبر هو عملية حل المعادلة، أي إيجاد بعض القيمة المجهولة المطلوبة في المتساوية المعطاة، وتعد استراتيجية الإثبات العكسي مثالاً للتفكير التحليلي بمعنى أنها عملية لتطبيق العمليات العكسية للعمليات المطبقة من أجل العثور على النتيجة النهائية.
- **التفكير الديناميكي:** المتغير هو المفهوم الأكثر أهمية في الجبر، وهو ضروري للفهم الرياضي ويمكن تطوير التفكير الديناميكي عن طريق فرض الفروض واستراتيجية التجربة والخطأ لرصد وملاحظة باقي المتغيرات.
- **النمذجة:** هي عملية تمثيل الموقف المعقد باستخدام التعبيرات الرياضية، والتحقق من الموقف باستخدام نموذج، والتوصل منها إلى استنتاجات، هذا هو جوهر الجبر، فعندما نقوم بتدريس موقف من المهم للتلاميذ تمثيله في معادلة وحل المعادلة للحصول على حل الموقف الأصلي.
- **التنظيم:** أحد اهم أهداف تعلم الجبر هو تطوير أداة لتمثيل المواقف المعقدة باستخدام جدول أو مخطط، خلال فرز البيانات وتنظيمها عن طريق وضع جدول أو رسوم بيانية تمكن التلميذ من فهم صورة كاملة عن المشكلة.

وفي هذا الشأن قام انوموتو (Enomoto ,2014)بدراسة هدفت إلى تقييم مستوى تلاميذ الصف التاسع بالمدارس اليابانية في مهارات التفكير الجبري، وتكونت عينة الدراسة من (١٥٤) تلميذًا وتلميذة، وأشارت نتائج الدراسة إلى وجود تدني في مستوي التلاميذ في بعض مهارات التفكير الجبري خاصة في موضوعات:(المعادلة الخطية، والعلاقة، والدالة الخطية)، و تزداد مشكلات التلاميذ في حل معادلة خطية في مجهولين، وتظهر المشكلات واضحة في المسائل اللفظية وكيفية تحويلها من صيغة لفظية إلى صيغة رمزية بكتابة معادلة أو علاقة رياضية محددة، والتمييز بين المجاهيل غير المعلومة، وتحويلها إلى متغيرات جبرية يمكن تحديد قيمها بفترات على خط الأعداد، كما لوحظ صعوبة دراسة المعادلة الخطية من خلال مجموعة من الإحداثيات الكارتيزية المعطاة.

وفي السياق نفسه يوصي جونز (Jones ,2012,342) بإدخال التفكير الجبري مبكرًا، وأنه عندما يتعلم الأطفال تحديد النمط ووضع التنبؤات، فإنهم يصيحون جاهزين لتعلم مفاهيم الجبر لاحقًا في حياتهم. وأشار بيفرلي (Beverly,2004,133) أن تدريس الجبر يهدف إلى تنمية مهارات التلاميذ في التحليل والتفسير وبناء التعميم الرياضية، بالإضافة إلى بناء واكتشاف الأنماط العددية والهندسية والعلاقات الرياضية، كما يرتبط تدريسه بصفة عامة بتنمية المهارات الجبرية باعتبارها جزءًا رئيسيًا من مهارات التفكير الرياضي.

مفهوم التفكير الجبري:

يعد التفكير الجبري أحد أنواع التفكير الرياضي المرتبطة بمادة الجبر ويعرف بأنه " نمط من أنماط التفكير أو النشاط العقلي الذي يقوم به التلميذ من خلال توظيف كل من مهارات حل المشكلة، ومهارات الاستدلال، ومهارات التمثيل الرياضي في محتوى الجبر" (احمد رجائي ،٢٠٠٩، ٢١). ويرى هربرت وبراون (Herbert & Brown ,2000,123) بان التفكير الجبري يتضمن:

أولًا: استعمال الرموز والأدوات لتحليل أوضاع حسابية مختلفة بواسطة استخلاص المعلومات منها.

ثانيًا: تمثيل هذه المعلومات المستخلصة بواسطة الكلمات، والجداول، والرسوم البيانية، والمعادلات.

ثالثًا: تفسير هذه المعلومات بإيجاد الحل بالنسبة للمجاهيل، وفحص الفرضيات المختلفة.

وقد تناولت معايير المجلس القومي للرياضيات المدرسية بالولايات المتحدة NCTM (2000) طبيعة التفكير الجبري، وأكدت أن روح التفكير الجبري قائمة في أكثر مجالات الحياة، وأننا نتوقع من التلاميذ في المرحلة الابتدائية أن يفكروا جبريًا لدعم الانتقال السلس بين الحساب والجبر.

ويرى سيوي (Swee ,2004, 40) بأن التفكير الجبري هو مجموعة الأنشطة، والعمليات العقلية المرتبطة بالأنماط، والعلاقات الرياضية، ودراسة الدوال وسلوكها، ويتضمن تنمية مجموعة من المهارات تتمثل في: التصنيف، والمقارنة، والتتابع، وتحديد الجزء والكل، ووصف الأنماط الرياضية، وبناء أنماط جديدة، وتحديد ووصف العلاقات الرياضية بصورة لفظية ورمزية، وتنمية الاستدلال الجبري، مع توظيف الأنشطة والعمليات والمهارات الرياضية المرتبطة بالمحتوى العلمي.

وأشار مانلي وجنسبيرج (Manly & Ginsburg ,2010,5) ان التفكير الجبري يشمل ما يلي:

١- البحث عن بنية، والبحث عن الأنماط لفهم المواقف وإدراك معانيها.

٢- تعميم ما وراء المحدد (المخصص) باستخدام الرموز للكميات المتغيرة.
٣- تمثيل العلاقات بطريقة منتظمة بجداول ورسوم بيانية ومعادلات.
٤- الاستدلال المنطقي لمعالجة أو حل المشكلات.

مكونات التفكير الجيري:

يرى لورنس وهنيسي (Lawrence& Hennessy ,2002,xi) أن التفكير الجبري في أوسع معانيه يشمل مجموعة مهارات نتمكن من خلالها من ترجمة المعلومات أو الأحداث من حولنا إلى لغة الرياضيات من أجل تفسير الظواهر والتنبؤ بها وتطبيق هذه المعلومات بفعالية يتطلب عددا من المكونات من أهمها:

١- استخدام أو إنشاء نموذج رياضي إذا لزم الأمر.
٢- جمع وتسجيل البيانات إذا لزم الأمر.
٣- تنظيم البيانات والبحث عن أنماطه.
٤- وصف وتوسيع تلك الأنماط.
٥- تعميم النتائج إلى قاعدة في كثير من الأحيان.
٦- استخدام النتائج لعمل تنبؤات.

وقد حدد ماجيرا وآخرون (Magiera et.al ,2013,95) مكونات التفكير الجيري بما يلي:

١- تنظيم المعلومات: وتعني القدرة على ترتيب المعلومات بطريقة مفيدة من أجل اكتشاف الأنماط والعلاقات والقواعد.
٢- التنبؤ بالأنماط: وتعني القدرة على اكتشاف وفهم الانتظامية في موقف معطى.
٣- تحليل المعلومات: وتعني القدرة على البحث عن أجزاء مكررة تكشف كيف يعمل النمط.
٤- إجراء التمثيلات المختلفة: وتعنى التفكير في تمثيلات مختلفة للمسألة والقيام بها بغرض كشف المعلومات المختلفة فيها.
٥- وصف قاعدة: وتعنى القدرة على وصف خطوات إجراء معين بشكل متكرر دون مدخلات محددة.
٦- وصف التغير: ويقصد به القدرة على وصف التغير في عملية أو علاقة.
٧- تبرير قاعدة: ويقصد به القدرة على تبرير كيف تعمل القاعدة مع أي عدد.

بينما يري كريجلر(Kriegler,2008,2)) ان التفكير الجبري له مكونين رئيسيين هما:

أولًا: **تطوير أدوات التفكير الرياضي** وتشمل:

- مهارات حل المشكلات: وهي تتطلب وجود أدوات رياضية مثل استراتيجية خمن وتحقق، وكتابة قائمة، والعمل للخلف، واستخدام النمذجة، وحل مشكلة مشابهة، وهذه الاستراتيجيات تجعل التلاميذ أكثر قدرة على حل المشكلة الرياضية وتكشف لهم مداخل متعددة للحل.
- مهارات التمثيل: التي تساعد على فهم واستيعاب المشكلات اللفظية من خلال ترجمتها إلى رموز ومعادلات يسهل حطها، وتتضمن مهارات التمثيل عرض العلاقات بصريًا ورمزيًا، وعدديًا، ولفظيًا والتنقل بين التمثيلات المختلفة، وتفسير المعلومات داخل هذه التمثيلات.
- مهارات الاستدلال الكمي: وتشمل تحليل المشكلات لاستخراج وتحديد سماتها الأساسية، بالإضافة إلى التفكير الاستقرائي والاستنتاجي.

ثانيًا: دراسة الأفكار الجبرية الأساسية: وتشمل:

- الجبر كتعميم للحساب: وتشمل الاستراتيجيات الحسابية القائمة على المفاهيم.
- استخدام خصائص نظام الأعداد، وقراءة، وكتابة الأعداد، والرموز.
- الجبر كأداة لدراسة الدوال والنمذجة الرياضية: ويشمل البحث والتعبير عن الأنماط وتعميمها في سياقات واقعية، وتمثيل الأفكار الرياضية باستخدام المعادلات والجداول والرسوم، وتطوير مهارات الرسم البياني.

مهارات التفكير الجبري:

اهتمت العديد من الدراسات السابقة بمهارات التفكير الجبري الواجب توافرها في التلميذ في كل المراحل التعليمية المختلفة فقد أشار التون (Alton, 2003,51) إلى إمكانية تنمية مهارات التفكير الجبري في الصفوف الأولى (بالمرحلة الابتدائية) بالتكامل بين مجال الأعداد والعمليات الحسابية وبين مجال الجبر والعلاقات خلال تركيز عمليات التدريس على مجموعة من الأنشطة ذكرها كالتالي:

١. تمثيل الأعداد ودراسة العلاقة بينها باستخدام خط الأعداد.
٢. تمثيل نتائج العمليات الحسابية على خط الأعداد.
٣. تمثيل العمليات الحسابية باستخدام الرموز والأشكال والصور أو اليدويات.
٤. دراسة خصائص العمليات الحسابية الأربعة (+، -، ×، ÷)، وتوضيح العلاقات بينها باستخدام التمثيلات الرياضية.
٥. تدرج استخدام الرموز لتوضيح خصائص العمليات، ثم الانتقال لدراسة المقادير الجبرية، والعلاقات، ثم المعادلات والمتباينات.
٦. تمييز مجموعات جزئية داخل النظام العددي في مجموعات متدرجة (الأعداد الطبيعية والصحيحة، والأعداد النسبية، والأعداد الحقيقية)

٧. توصيف وبناء أنماط عددية جديدة، وتوصيف العلاقات بين حدود النمط الرياضي.
٨. تكامل مجالات الهندسة والقياس الأعداد والعمليات عليها والجبر من خلال تمثيل العمليات الحسابية باستخدام الأشكال الهندسية، وتوصيف العلاقات الرياضية خلال عمليات حساب المحيط والمساحة والقياسات المختلفة.

وفي هذا السياق استهدفت دراسة القحطاني وعبد الحميد (Alghtani,2010& Abdelhamid) التعرف على أثر التمثيل الهندسي في تنمية مهارات التفكير الجبري، وقام الباحثان باستخدام مهارات التفكير الجبري التالية:

- فهم الأنماط.
- استخدام الرموز الجبرية.
- استخدام النماذج الرياضية الهندسية.
- استيعاب المتغيرات والمعادلات والعلاقات.
- حل المسائل اللفظية جيريا.

وفي السياق نفسه استهدفت دراسة شحاتة أمين (٢٠١٢) الكشف عن فاعلية نموذج التعلم البنائي في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي، وأشارت نتائج الدراسة إلى فاعلية هذا المدخل في تنمية مهارات التفكير الجبري، وتعديل التصورات البديلة للمفاهيم الجبرية، وتحسين مستوى تحصيل التلاميذ عينة البحث.

وأشار خالد المعثم وسعيد المنوفي (٢٠١٧، ١٤٩) إلى أن مهارات التفكير الجبري تشمل:

- إدراك الأنماط.
- تمثيل العلاقات والدوال الجبرية.
- فهم واستخدام المتغيرات والبنى الجبرية.
- الاستدلال المنطقي لحل المشكلات الجبرية.

وكما قام ناصر عبيدة (٢٠١٦) بدراسة استهدفت تقصى أثر استخدام التمثيلات الرياضية على تنمية مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية واشارت الدراسة إلى إمكانية تنمية مهارات التفكير الجبري، التي تم تحديدها كالتالي:

- استيعاب الأنماط الرياضية.
- استخدام الرموز الجبرية.
- استخدام التمثيلات الرياضية.
- وصف العلاقات الرياضية.

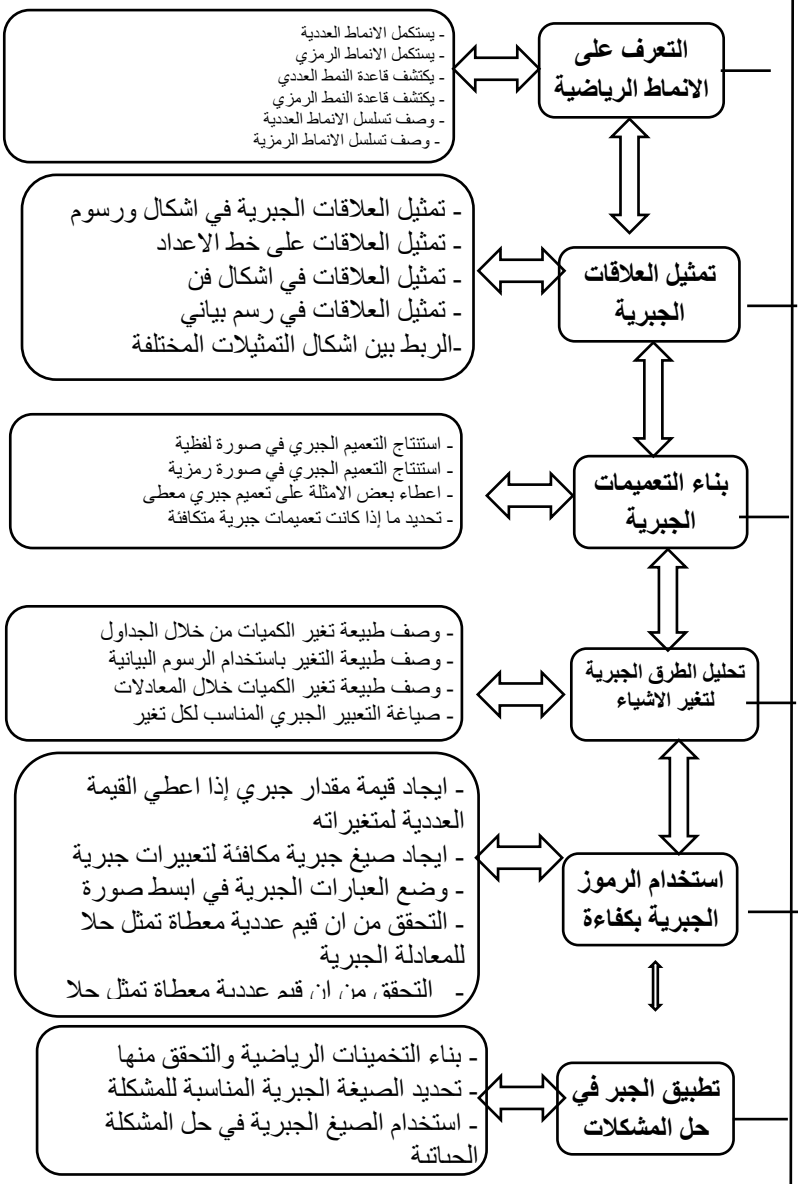
التفكير الجبري في البحث الحالي:

بعد الاطلاع على الكتب والدراسات والبحوث التي تناولت مهارات التفكير الجبري تبنى الباحث مهارات التفكير الجبري الواردة في مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية NCTM (المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات، ٢٠٠٠) وهي كالتالي:

١- التعرف على الانماط الرياضية
٢- تمثيل العلاقات الجبرية
٣- بناء التعميمات الجبرية
٤- تحليل طرق تغير الاشياء
٥- استخدام الرموز الجبرية بكفاءة
٦- تطبيق الجبر في حل المشكلات

مهارات التفكير الجبري ومؤشراتها الفرعية:

مهارات التفكير الجبري:



شكل (٢) مهارات التفكير الجبري ومؤشراتها الفرعية في البحث الحالي

تنمية التفكير الجبري:

يرى هربرت وبراون (Herbert&Broun,2000,123) أن تنمية التفكير الجبري تعتمد على استراتيجيات التدريس التي تدعم التلميذ في تمثيل المواقف الحياتية بصورة رياضية جبرية بالإضافة إلى استثارة التلاميذ لاكتشاف العلاقات الرياضية وتوصيفها بصورة دقيقة، كما تعتمد ايضًا على تصميم المشكلات الرياضية التي تدعم توظيف المفاهيم واستخدام الرموز والمقادير الجبرية في حل هذه المشكلات الرياضية، وأكد أن تنمية التفكير الجبري تنطلق من تنمية مهاراته بصورة أساسية مما يستدعي البحث عن استراتيجيات وطرق تدريس حديثة تناسب موضوعات الجبر، وتساعد في تنمية التفكير الجبري لدى التلميذ، ومعالجة ضعف تحصيله الجبري.

واشار كيران (Kieran,2004, 49) إلى أن تنمية التفكير الجبري في السنوات الأولى تتطلب تنمية طرق تفكير خاصة تنتج عن تحليل العلاقات بين الكميات وملاحظة البنية، ودراسة التغير، والعمل على حل المشكلات باستخدام النمذجة، والتبرير، والإثبات، والتنبؤ. بينما يرى Cai ((2004,127 إلى أن النظام العددي في مراحل مبكرة يتضمن العديد من المفاهيم الجبرية، وأن التركيز عليها يدعم التلاميذ في تنمية مهارات التفكير الجبري.

واهتمت العديد من الدراسات بتنمية مهارات التفكير الجبري لدي التلاميذ باستخدام مداخل متعددة ؛ فقد استهدفت دراسة لونجهام وآخرون (Langham et.al, 2006) تنمية التفكير الجبري من خلال نموذج مقترح تم تدريب معلمي الرياضيات وفقًا له ، حيث تم توجيه المعلمين إلى تخطيط وتنفيذ خطط لبعض الدروس في الرياضيات ومتابعتها ومناقشة المعلمين حول الأنشطة والإجراءات الصفية لتعديلها وتطويرها، مع ضرورة متابعة تنفيذها، وقياس أثرها على تنمية التفكير الجبري لدى التلاميذ، وتوصلت الدراسة إلى اعتبار التفكير الجبري مدخل أكاديمي في التنمية المهنية لتطوير الأداء التدريسي لمعلمي الرياضيات .

وفي نفس السياق تناولت دراسة أحمد رجائي(٢٠٠٩) تأثير أنشطة تدور حول المتغيرات والأنماط في تنمية التفكير الجبري وتعديل معتقدات الطلاب المعلمين نحو طبيعة تدريس الجبر، أشارت النتائج إلى وجود تأثيرات دالة إحصائيًا للأنشطة المستخدمة حول المتغيرات والأنماط في التحصيل وتنمية التفكير الجبري وتعديل المعتقدات نحو طبيعة تدريس الجبر، وايضًا وُجدت علاقة ارتباطية موجبة دالة إحصائيًا بين كل من التفكير الجبري والمعتقدات، وفي هذه الدراسة قدم رجائي العديد من المداخل والأنشطة التعليمية التي يمكن أن تساعد في تنمية التفكير الجبري وهي:

١- مداخل حل المشكلة: وتؤكد على تحليل المشكلات الجبرية باستخدام المعادلات والمتغيرات.

٢- المداخل الدالية: ويهدف استخدام هذا المدخل إلى رؤية الرموز الجبرية كمعاني لوصف الدول الممثلة بواسطة الرسوم البيانية، واستخدام الدوال والمتغيرات لمعالجة المواقف وتقديم تفسيرات متعددة لها واستكشاف القاعدة الجبرية.
٣- مداخل التعميمات: وفيه تستخدم التعبيرات الجبرية لتمثيل الأنماط العددية، وتحديد العلاقات التي تحكمها، حيث تُقدم للمتعلمين مشكلات تتطلب منهم وصف وتحليل وابتكار أنماط وعلاقات متنوعة وزيادة قدرتهم على استخدام الرسوم البيانية، والجداول، والرموز، والمعادلات.
٤- المداخل القائمة على اللغة: توظف مهارات اللغة من كتابة وقراءة وتحدث واستماع في مواقف وأنشطة ذات معنى تمثل فيها الأفكار والمفاهيم والعلاقات الجبرية.

وقام إكرامي مرسال (٢٠١٦) بوضع استراتيجية تدريسية مقترحة في ضوء تصويب الأخطاء المفاهيمية ؛ بهدف تنمية مهارات التفكير الجبري لدى التلاميذ المتأخرين دراسيًا بالصف الثاني الإعدادي ، وطبقت الدراسة على عينتين تجريبية (٣٨) تلميذ وضابطة و(٣٧) تلميذ لتحديد اثر المتغير المستقل (وحدة تدريسية) على المتغير التابع (التفكير الجبري)، و قد أشارت نتائج البحث إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي في اختبار التفكير الجبري لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية.

ويتميز التفكير الجبري بكونه يقدم حُجّة رياضية من خلال لغة الرموز، فيجعلها أكثر صرامة ودقة ومنطقية وعمومية، باستخدام المتغيرات الجبرية والعمليات عليها، ويتجنب التفكير الجبري الغموض في تبرير الحجة الرياضية، وهو بذلك يبرز أحد أهم سمات الرياضيات، وهي الميل إلى التجريد والتعميم.

ويرى الباحث ان عملية التحول من دراسة الحساب إلى الجبر تبدأ من المرحلة الابتدائية بإدخال مفاهيم جبرية بسيطة، وتنسحب تدريجيًا إلى المرحلة الإعدادية حيث يصبح الجبر والتفكير الجبري هو المكون الرئيس في الرياضيات المدرسية.

البرنامج المقترح بالبحث:

دليل المعلم :

تشتمل مقدمة الدليل على أهداف دليل المعلم، وأسس إعداد دليل المعلم، وأبعاد مهارات التفكير الجبري والإثبات الرياضي ومؤشراتها، والخطة الزمنية لتدريس الوحدة، والأهداف العامة للوحدة، والمواد والوسائل، وضبط وتحكيم البرنامج، والأنشطة التعليمية بالوحدة، وأساليب التهيئة، واستراتيجيات التعليم والتعلم، وأساليب وأدوات تصميم البرنامج وأدوات التقويم. ويوضح للمعلم في هذا الجزء خطوات

السير في دروس وحدتي الجبر (الأعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) ويتضمن كل درس النقاط الآتية:

١. ارشادات الإجراءات الاحترازية لمواجهة جائحة كورونا.
٢. نظرة عامة على الدرس وما سيتعلمه التلاميذ.
٣. أهداف التعلم للدرس.
٤. المفردات الأساسية في الدرس.
٥. المواد ومصادر التعلم المستخدمة في الدرس.
٦. والاستراتيجيات المستخدمة في التدريس.
٧. ومهارات التفكير الجبري والإثبات الرياضي المستهدف تنميتها في الدرس.
٨. محتوى الدرس (الأنشطة المنهجية والأنشطة الإثرائية) الخاصة بالدرس.
٩. تقويم الدرس.
١٠. أنشطة التدريس غير المباشر للدرس (الروابط الالكترونية لمواقع التدريس غير المباشر).

واعتمد الباحث على ٣ خطوات رئيسية في عرض أنشطة كل درس من دروس وحدتي الجبر (الأعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) بعد الاطلاع على دليل معلم الرياضيات الذي اصدرته وزارة التربية والتعليم بجمهورية مصر العربية، والمتاح على منصة بنك المعرفة المصري (ديسكفري) وهذه الخطوات هي:

جدول (٢) خطوات عرض أنشطة دروس الوحدة في دليل المعلم

النشاط	وصف النشاط	مدة النشاط
اربط	خلال هذا النشاط، ويُكوّن التلاميذ روابط بين ما تعلموه مُسبقًا وما سيتعلمونه في جزئية "تعلم" ويناقشون المفاهيم الرياضية. وقد يتعرف التلاميذ مسائل رياضية ممتعة من العالم الواقعي تحفزهم لتعلم مهارة أو مفهوم جديد.	١٠ـ ١٥ دقيقة
تعلم	خلال هذا النشاط، يتعلم التلاميذ ويطبقون مهارات ومفاهيم الرياضيات المختلفة .يشارك التلاميذ في الاستكشاف والتجريب وحل المسائل والمناقشة لاستيعاب وتطبيق المهارات والمفاهيم الجديدة والربط بما تعلموه سابقًا .يتعلم التلاميذ التفكير والحل مثل" عالِم الرياضيات "والمثابرة في تطوير الفهم التأسيسي للمهارات والمفاهيم الصعبة	٣٠ـ ٤٠ دقيقة
تأمل	خلال هذا النشاط، يطوّر التلاميذ قدرتهم على التعبير عن أفكار الرياضيات بالتحدث عما اكتشفوه في الدرس، وذلك باستخدام مفردات الرياضيات، وطرح الأسئلة لفهم أنشطة التعلم، وتوضيح المفاهيم الخطأ، وتعلم رؤية الأشياء من منظور التلاميذ.	٥ ـ ١٠ دقيقة

وبعد الانتهاء من إعداد دليل المعلم لتدريس وحدتي الجبر (الأعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) تم ضبط الدليل عن طريق عرضه على مجموعة من السادة المحكمين من اساتذة مناهج وطرق تدريس الرياضيات بلغ عددهم (١٢) محكما للاسترشاد بآرائهم حول الدليل وقد أثني معظم السادة المحكمين بالجهد المبذول في الدليل خاصة

من حيث توافقه مع دليل المعلم (ديسكفري) الذي اقرته وزارة التربية والتعليم بجمهورية مصر العربية .

كتيب التلميذ:

تم إعداد كتيب التلميذ في وحدتي الجبر (الأعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) المقررة على تلاميذ الصف الثاني بالفصل الدراسي الأول عام ٢٠٢١-٢٠٢٠م، حيث تم إعادة صياغة وحدتي الجبر بإضافة الأنشطة الإثرائية للبرنامج داخل كل درس. وتضمن كتيب التلميذ عدد (١٣) درس وتضمنت خطة كل درس الإجراءات لمواجهة جائحة كورونا الاحترازية وموضوع الدرس ونواتج التعلم المستهدفة والمصطلحات الأساسية وقواعد المنطق الرياضي الخاصة بكل درس وعرض الدرس ويتضمن (التمهيد للدرس-امثلة وتدريبات وأنشطة الدرس-التقويم النهائي الدرس-الواجب المنزلي-روابط المواقع الالكترونية للتدريس غير المباشر) وبعد الانتهاء من إعداد الصورة الأولية لكتيب التلميذ في وحدتي الجبر (الأعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) وبعد القيام بدمج الأنشطة الإثرائية للبرنامج في محتوى الوحدتين تم عرضها في صورتها الأولية على عدد (١٢) من السادة المحكمين في مجال المناهج وطرق التدريس الرياضيات

أدوات البحث:

اختبار مهارات التفكير الجبري:

مرت عملية اعداد الاختبار بالخطوات الآتية:

أ- **هدف الاختبار:** هدِف كل من اختبار مهارات التفكير الجبري أن يكون التلميذ قادرًا على أداء مهارات التفكير الجبري من خلال تنفيذ مؤشرات قياس كل منهما في منهج وحدتي الجبر (الأعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين).

ب- **مهارات التفكير الجبري:** تم تحديد أبعاد اختبار مهارات التفكير الجبري في ضوء مهارات التفكير الجبري وفي ضوء قائمة مؤشرات قياس الأداء لكل مهارة، التي سبق تحديدها من قبل الباحث ويتكون اختبار مهارات التفكير الجبري من ستة مهارات، وهي:

جدول (٣) اختبار مهارات التفكير الجبري

مهارات التفكير الجبري	عدد لمؤشرات	الوزن النسبي
التعرف على الانماط الرياضية	٦	٢٠,٧٪
تمثيل العلاقات الجبرية	٥	١٧,٢٪
بناء التعميمات الجبرية	٤	١٣,٨٪
تحليل طرق تغير الاشياء	٤	١٣,٨٪
استخدام الرموز الجبرية بكفاءة	٧	٢٤,١٪
تطبيق الجبر في حل المشكلات	٣	١٠,٣٪
المجموع	٢٩	١٠٠٪

ج- جدول مواصفات الاختبار: تم إعداد جدول المواصفات لاختبار مهارات التفكير الجبري بعد حساب الوزن النسبي للموضوعات، ودرجة الأهمية لمهارات التفكير الجبري، تم حساب عدد الأسئلة على كل درس من دروس الوحدة باستخدام المعادلة التالية: عدد الأسئلة = الوزن النسبي لأهمية الموضوع × الوزن النسبي للبعد × العدد الكلي لأسئلة الاختبار. وتم تجميع بيانات جدول المواصفات لاختبار مهارات التفكير الجبري كما بالجدول التالي:

جدول (٤) جدول مواصفات اختبار مهارات التفكير الجبري في صورته النهائية

م	دروس الوحدة	مهارات التفكير الجبري										المجموع	
		التعرف على الانماط الرياضية		وصف وتمثيل العلاقات الجبرية		بناء التعميمات الجبرية		تحليل الطرق الجبرية لتغير الاشياء		استخدام الرموز الجبرية بكفاءة		تطبيق الجبر في حل المشكلات			
		ع	و	ع	و	ع	و	ع	و	ع	و	ع	و	ع	و
(١-١)	الجذر التكعيبي للعدد النسبي	١	٣,٤٪	-	-	١	٣,٤ %	-	-	-	-	-	-	٢	٦,٩٪
(١-٢)	مجموعة الاعداد غير النسبية	-	-	-	-	١	٣,٤ %	-	-	١	٣,٤٪	-	-	٢	٦,٩٪
(١-٣)	ايجاد قيمة تقريبية للعدد غير النسبي	-	-	١	٣,٤٪	-	-	١	٣,٤٪	-	-	-	-	٢	٦,٩٪
(١-٤)	الأعداد الحقيقية ح	-	-	١	٣,٤٪	-	-	-	-	١	٣,٤٪	-	-	٢	٦,٩٪
(١-٥)	علاقة الترتيب في ح	-	-	-	-	١	٣,٤ %	-	-	١	٣,٤٪	-	-	٢	٦,٩٪
(١-٦)	الفترات الحقيقية	١	٣,٤٪	١	٣,٤٪	-	-	-	-	-	-	١	٣,٤٪	٣	١٠,٢٪
(١-٧)	العمليات على الأعداد الحقيقية	١	٣,٤٪	-	-	-	-	-	-	١	٣,٤٪	١	٣,٤٪	٣	١٠,٢٪
(١-٨)	العمليات على الجذور التربيعية	١	٣,٤٪	١	٣,٤٪	-	-	-	-	-	-	١	٣,٤٪	٣	١٠,٢٪
(١-٩)	العمليات على الجذور التكعيبية	-	-	-	-	-	-	١	٣,٤٪	١	٣,٤٪	-	-	٢	٦,٩٪
(١-١٠)	تطبيقات على الأعداد الحقيقية	١	٣,٤٪	-	-	-	-	١	٣,٤٪	-	-	-	-	٢	٦,٩٪
(١-١١)	حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الأولى في ح	-	-	-	-	١	٣,٤ %	-	-	١	٣,٤٪	-	-	٢	٦,٩٪
(٢-١)	العلاقة بين متغيرين	-	-	١	٣,٤٪	-	-	١	٣,٤٪	-	-	-	-	٢	٦,٩٪
(٢-٢)	ميل المستقيم وتطبيقات حياتية	١	٣,٤٪	-	-	-	-	-	-	-	-	١	٣,٤٪	٢	٦,٩٪
	المجموع	٦	٢١٪	٥	١٧,٢٪	٤	١٣,٨ ٪	٤	١٣,٨ %	٧	٢٤,١ %	٣	١٠,٣٪	٢٩	١٠٠٪

(ع) تشير إلى العدد، (و) تشير إلى الوزن النسبي

ويتضح من الجدول السابق أن اجمالي عدد أسئلة اختبار مهارات التفكير الجبري (٢٩) سؤال، موزعة على دروس الوحدتين طبقا لدرجة الأهمية لكل موضوع، والوزن النسبي لكل مهارة من مهارات التفكير الجبري ويلاحظ من الجدول أن أكبر عدد أسئلة كانت للدروس (٦-١)، (٧-١)، (٨-١) بـ ٣ أسئلة لكل درس بينما كان عدد أسئلة باقي الدروس ٢ سؤال لكل درس، ويتضح من الجدول ايضًا أن عدد أسئلة كل مهارة رئيسية يتناسب مع عدد مؤشرات أداءها.

تحديد نوع أسئلة الاختبار:

تم اختيار أسئلة اختبار مهارات التفكير الجبري من نوع الاختيار من متعدد نظرًا لمزاياه المتعددة؛ فهو من الأسئلة الموضوعية التي يمكن الثقة بنتائجها لأنها تقرر درجة التلميذ بموضوعية كاملة دون تدخل من ذاتية المصحح لذلك هي أكثر صدقاً وثباتاً، ويمكن تحليل نتائجها بسهولة بالإضافة إلى انها تدفع التلميذ إلى التفكير بروية قبل تحديد الإجابة.

تحديد طريقة تصحيح الاختبار:

تم تحديد طريقة التصحيح بإعطاء درجة واحدة لكل إجابة صحيحة ، والدرجة العظمى لاختبار مهارات التفكير الجبري هي (٢٩) درجة.

صدق الاختبار:

تم عرض اختبار مهارات التفكير الجبري في صورته الأولية على عدد (١٢) من السادة المحكمين في مجال المناهج وطرق تدريس الرياضيات، بهدف التأكد من صدق الاختبار كأداة لقياس مهارات التفكير الجبري في وحدتي الجبر (الأعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) بالصف الثاني الإعدادي، وذلك لإبداء الراي حول مفردات الاختبار من حيث دقة صياغة السؤال ومدى صحة بدائل السؤال ومناسبة السؤال لمؤشر المهارة المحدد.

حساب ثبات الاختبار:

تم حساب ثبات اختبار مهارات التفكير الجبري باستخدام طريقة (الفا كرونباخ) ، باستخدام حزمة البرامج الإحصائية (SPSS- 25) وقد وُجد أن معاملات الثبات لمهارات التفكير الجبري، كما بالجدول التالي:

جدول (٥) حساب ثبات اختبار مهارات التفكير الجبري

المهارة	الانماط الرياضية	تمثيل العلاقات الجبرية	بناء التعميمات الجبرية	تحليل طرق تغير الاشياء	استخدام الرموز الجبرية	تطبيق الجبر في حل المشكلات	الدرجة الكلية للاختبار
عدد الأسئلة	٦	٥	٤	٤	٧	٣	٢٩
معامل الثبات	٠,٦١	٠,٧٧	٠,٨٢	٠,٨٧	٠,٧٥	٠,٧٩	٠,٨٤

حساب معاملات السهولة والصعوبة:

يمثل معامل صعوبة المفردة نسبة عدد الإجابات الخاطئة إلى مجموع عدد الإجابات الصائبة، والخاطئة لكل مفردة، وتم حساب معامل السهولة من المعادلة التالية:] معامل السهولة = ١- (معامل الصعوبة)]واتضح أن معاملات السهولة والصعوبة لمفردات الاختبار تقع في الفترة [٠,٣٠، ٠,٦٦]، وبذلك تصبح جميع مفردات اختبار مهارات التفكير الجبري مناسبة من حيث السهولة والصعوبة.

حساب معاملات التمييز:

يعبر معامل التمييز عن درجة تمييز المفردة بين التلميذ القوي والتلميذ الضعيف، وتم حساب معاملات التمييز لمفردات اختبار مهارات التفكير الجبري واتضح أن معاملات التمييز وقعت في الفترة [٠,٢٥، ٠,٧٥]، وبذلك تصبح جميع مفردات اختبار مهارات التفكير الجبري مناسبة من حيث التمييز.

تحديد زمن الاختبار:

تم حساب الزمن اللازم لأداء اختبار التفكير الجبري بعد تطبيق الاختبار على العينة الاستطلاعية المكونة من (٣٠) تلميذ من تلاميذ الصف الثاني الإعدادي وقد وُجد أن الزمن المناسب للإجابة على الاختبار هو (٤٥) دقيقة وبإضافة ٥ دقائق للتعليمات فأصبح الزمن النهائي للاختبار هو ٥٠ دقيقة.

تحديد فترة التجريب:

تم تجريب البرنامج الإثرائي المقترح، بحيث تكون فترة البرنامج مكونة من ٩ أسابيع، ومقسمة إلى عدد (١٣) حصة بواقع حصتين أسبوعيًا في الأسبوع من الأول حتى الرابع، وحصة واحدة أسبوعيًا من الأسبوع الثامن حتى التاسع وزمن الحصة الواحدة مدتها (٤٥) دقيقة

تحديد استراتيجيات التدريس:

اعتمد الباحث على استراتيجيات متعددة في تدريس وحدتي الجبر (الأعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين)، وقام باستبعاد استراتيجيات التعلم التي تتعارض مع الإجراءات الاحترازية من حيث التقارب بين التلاميذ مثل استراتيجية التعليم التعاوني بأنواعها المختلفة واستراتيجية التعلم الثنائي (الاقران). واستخدم الباحث استراتيجيات التدريس المباشر (داخل الفصل) مثل استراتيجية الحوار والمناقشة، واستراتيجيات العصف الذهني، واستراتيجية التعلم بالاكتشاف، واستراتيجية حل المشكلات بالإضافة إلى استراتيجيات التدريس غير المباشر عبر المواقع الالكترونية والمنصات التعليمية التي اقرتها وزارة التربية والتعليم نتيجة للإجراءات الاستثنائية لمواجهة جائحة كورونا.

تحديد مكان التجري :

تم تنفيذ البرنامج المقترح القائم على المنطق الرياضي داخل الفصل الدراسي بمدرسة كفر سعد الإعدادية بنات الإعدادي التابعة لإدارة كفر سعد التعليمية بمحافظة دمياط، وتم تنفيذ بعض الحصص داخل حجرة مناهل المعرفة بالمدرسة، حيث يتوفر بها السبورة الذكية والتي ساعدت الباحث لعرض المحتوى التعليمي والإثرائي وانشطته التدريسية بشكل أفضل، وتم تحميل أنشطة البرنامج الإثرائي على منصة ادمودو التعليمية التي أقرتها وزارة التربية والتعليم للتواصل بين المعلم والتلميذ.

التكافؤ بين مجموعتي البحث:

تم اختيار مجموعتي البحث بعد التأكد من أن أعمار التلاميذ متقاربة وتم الحصول على العمر الزمني لكل تلميذ من واقع السجلات الرسمية بمدرسة كفر سعد الإعدادية بنات، وتم استخدام اختبار مان ويتني" (Mann - Whitney) اللابارامتري للمقارنة بين مجموعتين مستقلتين، لحساب الدلالة الإحصائية للفرق بين متوسطي أعمار تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة، بدلًا من اختبار "ت" (t - test) لصغر حجم العينتين، وذلك بعد تحويل الأعمار السنوية إلى مقابلاتها الشهرية صلاح مراد (٢٠٠٠، ٢٧٣)، ويبين الجدول التالي نتائج ذلك:

جدول (٦) نتائج اختبار مان ويتني (Mann -Whitney Test)
دلالة الفرق بين متوسطي رتب اعمار تلاميذ مجموعتي البحث

المتغير	المجموعة	العدد	متوسط الرتب	مجموع الرتب	قيمة (U)	قيمة (W)	قيمة (Z)	مستوى الدلالة
العمر بالشهور	التجريبية	٢٧	٢٧,٤٨	٧٤٢	٣٦٤	٧٤٢	-٠,٠٠٩	غير دالة
	الضابطة	٢٧	٢٧,٥٢	٧٤٣				

يتضح من الجدول السابق أن قيمة (Z) الجدولية عند مستوى (٠,٠٥) أكبر من قيمة (z) المحسوبة على أنها غير دالة إحصائيًا مما يشير إلى عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي أعمار تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة، مما يشير إلى تكافؤ المجموعتين من حيث العمر الزمن.

التجريب على مجموعتي البحث:

قبل البدء في التدريس المجموعة التجريبية، قام الباحث بإعداد دليل المعلم على النحو المذكور سابقًا وطباعته، وقام بإعداد وتجهيز وطباعة كتاب التلميذ عدد (٢٧) نسخة والذي يمثل وحدتي الجبر (الأعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) بعد إعادة صياغتها بدمج محتوى البرنامج الإثرائي بها. وتم توزيع النسخ على تلاميذ المجموعة التجريبية، وتم تجهيز حجرة الدراسة وترتيب التلاميذ، وسار الباحث في

التدريس وفقًا لدليل المعلم، وبدأ التدريس للمجموعة التجريبية كما هو موضح بالخطة الزمنية التي سبق الاشارة اليها.

وتم التنسيق مع المسئول عن حجرة مناهل المعرفة والتي تحتوي على السبورة الذكية وذلك لاستخدامها في بعض الحصص، للاستعانة بشبكة الانترنت من خلالها في عرض بعض بعض المواقع التعليمية .

وبالنسبة للمجموعة الضابطة قام الباحث بشرح وحدتي الجبر (الأعداد الحقيقية والعلاقة بين متغيرين) كما هي بالكتاب المدرسي المقرر من وزارة التربية والتعليم المصرية دون تعديل وبالطريقة المعتادة في المدارس وبدأ تدريس الوحدتين في نفس الوقت الذي بدأ فيه التدريس للمجموعة التجريبية، واعتمد المعلم على الأدوات المتاحة مثل السبورة والكتاب المدرسي، واستغرق نفس عدد الحصص التي استغرقته المجموعة التجريبية.

تطبيق الاختبار:

تم تطبيق أداة قياس مهارات التفكير الجبري قبليًا على مجموعتي البحث التجريبية، الضابطة) يوم ٢٠٢٠/١١/١ م للتأكد من تكافؤ مجموعتي البحث (التجريبية، الضابطة) في مهارات التفكير الجبري، وعند التطبيق تم مراعاة أن يتم قراءة تعليمات الاختبار على التلاميذ وتوضيح كيفية الاجابة على الاختبار، وتم تصحيح الاختبار ورصد الدرجات، وتم اعتبار الدرجات التي حصل عليها التلاميذ مقياسًا لمستوى تمكن التلاميذ في مهارات التفكير الجبري وذلك تمهيدًا للمعالجة الاحصائية لنتائج البحث. وبعد الانتهاء من التدريس لمجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) تم تطبيق أداة قياس البحث المتمثلة في اختباري مهارات التفكير الجبري بعديًا على تلاميذ مجموعتي البحث يوم ٢٠٢٠/١٢/٢٧م، وتم رصد النتائج (ملحق ١٤)، وذلك بهدف التعرف على فاعلية البرنامج المقترح القائم المنطق الرياضي في تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي ومقارنة نتائج المجموعة التجريبية بنتائج المجموعة الضابطة.

نتائج البحث

الإجابة عن السؤال الأول للبحث:

نص التساؤل الاول للبحث على: "ما مهارات التفكير الجبري التي يجب توافرها لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي؟ " وتمت الإجابة عن هذا التساؤل من خلال إعداد قائمة بمهارات التفكير الجبري التي يمكن تنميتها لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي، وقد اشتملت القائمة النهائية لمهارات التفكير الجبري على ستة مهارات رئيسية، وتحت كل مهارة مجموعة من المهارات الفرعية وصل عددها (٢٩) مهارة، ويوضح الجدول التالي التكرارات والنسب المئوية لمهارات التفكير الجبري.

جدول (٧) التكرارات والنسب المئوية لقائمة مهارات التفكير الجبري ومؤشرات أداءها

م	المهارة الرئيسية	عدد المؤشرات	النسبة المئوية
١	التعرف على الانماط الرياضية	٦	٢٠,٧٪
٢	تمثيل العلاقات الجبرية	٥	١٧,٢٪
٣	بناء التعميمات الجبرية	٤	١٣,٨٪
٤	تحليل الطرق الجبرية لتغير الاشياء	٤	١٣,٨٪
٥	استخدام الرموز الجبرية بكفاءة	٧	٢٤,١٪
٦	تطبيق الجبر في حل المشكلات الحياتية	٣	١٠,٣٪
	المجموع	٢٩	١٠٠٪

ويتضح من الجدول والشكل السابق ان عدد مهارات التفكير الجبري في البحث الحالي هو ٦ مهارات رئيسية يتفرع منها ٢٩ مهارة فرعية، وأن مهارة (استخدام الرموز الجبرية) تحتل النسبة الأكبر لمؤشرات الأداء (٢٤,١٪)، يليها مهارة التعرف على الانماط الرياضية بنسبة (٢٠,٧٪)، ثم مهارة تمثيل العلاقات الجبرية بنسبة (١٧,٢٪)، ثم كل من مهارة بناء التعميمات الجبرية ومهارة تحليل طرق تغير الاشياء بنسبتين متساويتين (١٣,٨٪)، واخيرا مهارة تطبيق الجبر في حل المشكلات الحياتية بنسبة (١٠,٣٪).

الإجابة عن السؤال الثاني للبحث:

نص السؤال الثاني للبحث علي: ما فاعلية برنامج قائم علي المنطق الرياضي في تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي؟ ونصت الفرضية الاولي للبحث على " يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى الدلالة () بين متوسطي درجات تلاميذ مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) في التطبيق البعدي في اختبار مهارات التفكير الجبري لصالح المجموعة التجريبية" ولاختبار صحة هذه الفرضية استخدم الباحث اختبار مان-ويتني (Mann – Whitney Test) لمجموعتين مستقلتين بهدف قياس دلالة الفروق بين متوسطي رتب درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لمهارات التفكير الجبري وجاءت النتائج كما في الجدول التالي:

جدول (٨) نتائج اختبار مان ويتني (Mann – Whitney Test) لدلالة الفروق بين متوسطي رتب درجات المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري

المتغير	المجموعة	العدد	متوسط الرتب	مجموع الرتب	قيمة (U)	قيمة (W)	قيمة (Z)	مستوى الدلالة
اختبار التفكير الجبري(بعدي)	التجريبية	٢١	٢٥,٤٨	٥٣٥,٠	٩٥,٠	٢٨٥,٠	٢,٨٤٥-	دالة
	الضابطة	١٩	١٥,٠٠	٢٨٥,٠				

ويتضح من الجدول السابق وجود فرق دال إحصائيًا عنـــد مستوى الدلالة ($\alpha <$ 0.05) بين متوسطي درجات تلاميذ مجموعتي البحث (التجريبية والضابطة) في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري لصالح المجموعة التجريبية" حيث كان متوسط رتب المجموعة التجريبية أكبر من متوسط رتب المجموعة الضابطة

اختبار الفرضية الثانية للبحث:

نصت الفرضية الثانية للبحث على " يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى الدلالة (α 0.05 >) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري لصالح التطبيق البعدي" ولاختبار صحة هذه الفرضية استخدم الباحث اختبار ويلكوكسون (Wilcoxon) لدلالة الفروق بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار التفكير الجبري وتم حسابها باستخدام برنامج التحليل الإحصائي (spss ,25) ، وجاءت النتائج كما في الجدول التالي:

جدول(٩) نتيجة اختبار ويلكوكسون (Wilcoxon) لدلالة فروق اختبار مهارات التفكير الجبري القبلي والبعدي للمجموعة التجريبية

المتغير	نوع الرتب	عدد الرتب	مجموع الرتب	متوسط الرتب	قيمة (z) المحسوبة	الدلالة الاحصائية
اختبار مهارات التفكير الجبري	السالبة	٠	٠	٠	٤,٠٢١-	دالة
	الموجبة	٢١	٢٣١	١٢,٥		
	المتساوية	٠	٠	٠		

السالبة: التفكير الجبري (بعدي)< التفكير الجبري(قبلي)

الموجبة: التفكير الجبري (بعدي)> التفكير الجبري(قبلي)

المتساوية: التفكير الجبري (بعدي)= التفكير الجبري(قبلي)

وتشير نتيجة الجدول السابق ان قيمة (Z) بلغت قيمة دالة على الفرق بين القياس القبلي والبعدي للمجموعة التجريبية في اختبار مهارات التفكير الجبري ويشير ذلك إلى وجود فروق دالة إحصائيًا عند مستوى الدلالة () بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لاختبار التفكير الجبري وجاء هذا الفرق لصالح التطبيق البعدي.ويوضح المخطط البياني التالي الفروق الاحصائية بين القياسين القبلي والبعدي للمجموعة التجريبية في اختبار مهارات التفكير الجبري:

شكل (٣) رسم بياني يوضح نتائج اختبار ويلكوكسون لدلالة فروق اختبار مهارات التفكير الجبري القبلي والبعدي للمجموعة التجريبية

اختبار الفرضية الثالثة للبحث:

نصت الفرضية الثالثة للبحث على " يحقق البرنامج الإثرائي القائم على المنطق الرياضي أثرًا ايجابيًا في تنمية القدرة على التفكير الجبري لتلاميذ الصف الثاني الإعدادي "ولاختبار صحة هذه الفرضية استخدم الباحث معادلة "بليك" (Blake) لحساب نسبة الكسب المعدل وتم حسابها باستخدام برنامج التحليل الإحصائي (spss 25,)، وجاءت النتائج كما في الجدول التالي:

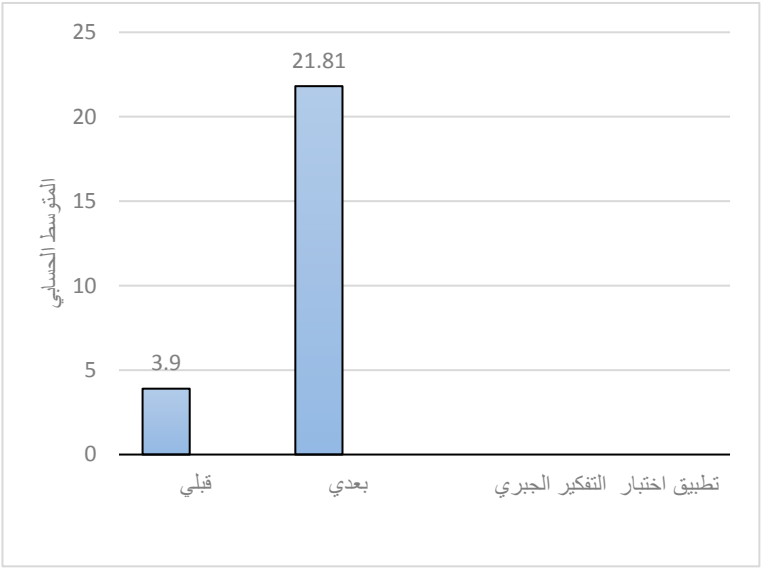
جدول (١٠) نسبة الكسب المعدل لبيليك لقياس فاعلية البرنامج الإثرائي القائم على المنطق الرياضي في تنمية مهارات التفكير الجبري

المتغير	التطبيق	المتوسط الحسابي	النهاية العظمى للاختبار	نسبة الكسب	التأثير
اختبار التفكير الجبري	قبلي	٣,٩٠	٢٩	١,٣٣	دالة
	بعدي	٢١,٨١	٢٩		

ويتضح من الجدول السابق ان متوسط نسبة الكسب المعدل لاختبار التفكير الرياضي تساوي ١,٣٣ وهي أكبر من (١,٢) التي اقترحها بيليك للحكم على الفعالية مما يدل على أن البرنامج المقترح فعّال في تنمية مهارات التفكير الجبري لتلاميذ المجموعة التجريبية للصف الثاني الإعدادي.

ويوضح الرسم البياني التالي المتوسط الحسابي للقياسين القبلي والبعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري:

الجبري



شكل (٤) رسم بياني يوضح المتوسط الحسابي للقياسين القبلي والبعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري

تفسير نتائج البحث:

اتضح من نتائج البحث ان تدريس بعض قواعد المنطق الرياضي خلال منهج الجبر للصف الثاني الإعدادي ادى إلى تنمية مهارات التفكير الجبري لدى التلاميذ. تدريس بعض قواعد المنطق الرياضي خلال منهج الجبر للصف الثاني الإعدادي ادى إلى تنمية مهارات الإثبات الجبري لدى التلاميذ. وبذلك تم التحقق من صحة الفروض التربوية للبحث. ويمكن تفسير تلك النتائج من خلال ان دراسة المنطق تساعد التلاميذ على اساليب وطرق اكتشاف العلاقات الجبرية وفهم طرق التغير الاشياء والمتغيرات الرياضية. دراسة المنطق تسهم في على تنوع في طرق التفكير للتلاميذ واستخدامها في حل المشكلات الرياضية التطبيقية وتشجعهم على استخدام الطرق الجبرية في حل مشكلات رياضية من واقع الحياة. دراسة المنطق تساعد التلاميذ على كتابة الاثبات الجبري ذو العمودين وتسهم في ترتيب وتنظيم أفكار التلاميذ اثناء كتابة الإثبات الرياضي وذلك بترتيب خطوات الإثبات وفق تسلسل منطقي سليم ت الجبري ذو العمودين

توصيات البحث:

١- وضع معايير لانتقاء موضوعات علم المنطق الرياضي لكل مرحلة دراسية على أن تراعي طبيعة وخصائص النمو العقلي لتلاميذ كل مرحلة دراسية.
٢- اعداد برامج تدريبية لمعلمي الرياضيات على استخدام قواعد المنطق الرياضي أثناء تدريس موضوعات الجبر بالمرحلة الإعدادية.
٣- حث معلمي الرياضيات ونشر الوعي بينهم على أهمية الاشارة إلى بعض قواعد المنطق الرياضي أثناء تدريسهم لموضوعات الجبر للمرحلة الإعدادية.
٤- تضمين بعض التدريبات الرياضية وتصميم الأنشطة الرياضية في مقررات الرياضيات بما يحفز مزيد من فرص تنمية مستوى التفكير المنطقي الرياضي لدى التلاميذ.
٥- استخدام طريقة العمودين عند كتابة أو عرض البرهان الرياضي عامة والإثبات الجبري خاصة، وذلك في سبيل تمكين التلاميذ على كتابة البرهان الرياضي والاثبات الجبري بصورة استدلالية متسلسلة.

المراجع العربية:

ابراهيم عقيلان (٢٠٠٠). **مناهج الرياضيات واساليب تدريسها**، دار المسيرة، عمان، الاردن.
احلام مجدي الشبلي (٢٠١٥). **المنطق وعلاقته بالمواد الأخرى**، مجلة الكلية الإسلامية الجامعة، الجامعة الاسلامية ،٩(٣٣) ،٤٩٠-٤٧٥.
أحمد حسين اللقاني وعلى الجمل (٢٠٠٣). معجم **المصطلحات التربوية المعرفة في المناهج وطرق التدريس، القاهرة**، دار الكتب، ط٢.

أحمد محمد رجائي (٢٠٠٩). **تأثيرات دراسة الطلاب معلمي الرياضيات والأنشطة حول "المتغيرات والأنماط" في تنمية التفكير الجبري وتعديل معتقداتهم نحو طبيعة تدريس الجبر**، مجلة تربويات الرياضيات، (١٢)، مارس، ٢٤٣ – ٣٠٣.

أسعد نادر الجنابي (٢٠٠٧). **منطق الرمزي المعاصر نظري وتمارين محلولة**، الطبعة الأولى، دار الشروق، عمان.

إكرامي محمد مرسال (٢٠١٦). **استراتيجية تدريسية مقترحة في ضوء تصويب الأخطاء المفاهيمية لتنمية التفكير الجبري لدى التلاميذ المتأخرين دراسياً بالصف الثاني الإعدادي**، مجلة دراسات في المناهج وطرق التدريس، كلية التربية، جامعة عين شمس، (٢١٧)، ٢٠٩-١٦٨.

المعجم الوجيز (١٩٩٠). مجمع اللغة العربية، المعجم الوجيز، طبعة خاصة بوزارة التربية والتعليم دار الكتب، ١٩٩٠م

أمل خصاونة وفاروق مقدادي، وفاضل شطناوي (٢٠٠٠). **دليل تدريس الرياضيات في التعليم العام لدول الخليج العربي**، المركز العربي للبحوث التربوية لدول الخليج العربي، الكويت.

اميرة منصور قنديل (٢٠١٨). **فعالية استخدام نموذج التفكير السابر في تدريس الرياضيات على التحصيل وتنمية التفكير الجبري لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي**، المؤتمر العلمي السنوي السادس عشر، تطوير تعليم وتعلم الرياضيات لتحقيق ثقافة الجودة، ٤٦٧-٤٧٣.

إيمان عبدو فريد أبو زينة (٢٠١٢). **تطور القدرة على التفكير الرياضي لدى الطلبة الاردنيين عبر الصفوف الثامن حتى العاشر وعلاقة ذلك بنمط تعلمهم**، مجلة جامعة النجاح للأبحاث (العلوم الانسانية)، ٢٦ (٨) ،١٨٢٢-١٧٩٧.

حجاج غانم (٢٠٠٨). **الاحصاء التربوي يدويا وباستخدام برنامج (SPSS)**، القاهرة، عالم الكتب.

حسن شحاتة، زينب النجار (٢٠٠٤). **معجم المصطلحات التربوية والنفسية**، القاهرة، الدار المصرية اللبنانية.

خالد المعثم وسعيد جابر المنوفي (٢٠١٧). **فاعلية استراتيجيات ما وراء المعرفة في تنمية التحصيل الرياضي ومهارات التفكير الجبري لدى طلاب الصف الثالث متوسط، مجلة العلوم التربوية**، جامعة الامير سلطان، ٢(١)، ١٦٦-١٣٩.

خالد محمد الخطيب (٢٠٠١). **تأثير تدريس بعض قواعد المنطق الرياضي على تنمية القدرة على حل المسألة الرياضية لدى طلبة المرحلة الأساسية العليا في محافظة اربد**، رسالة ماجستير، عمادة البحث العلمي والدراسات العليا، الجامعة الهاشمية.

رشيد محمد صالح (٢٠٠٥). **علاقة المنطق بالرياضيات عند رسل "نموذج حساب الفئات "**، مجلة جامعة تشرين للبحوث والدراسات العلمية، جامعة تشرين، ٢٧(١)، -١٣٩ ١٥٤.

رضا مسعد السعيد (٢٠٢٠). **التحليل الكيفي للبيانات: حل لمشكلة البحوث التربوية في زمن توقف الدراسة، مجلة** تربويات الرياضيات، كلية التربية، جامعة بنها، ٧-٢٧.

سعود الحنيني (٢٠٠٨). **مستويات التفكير الجبري لدى طلبة الصف الثامن الأساسي وعلاقتها بتحصيلهم الجبري**، رسالة ماجستير (غير منشورة)، جامعة السلطان قابوس، كلية التربية، عمان.

سلطان علي السعدي (٢٠٠٠). **أثر تدريس قواعد المنطق الرياضي لطلاب الصف التاسع في تنمية قدرتهم على البرهان الهندسي**، رسالة ماجستير، كلية العلوم التربوية، الجامعة الهاشمية.

سهيل رزق دياب (٢٠٠٤). **إعداد وحدة دراسية مقترحة لتعليم المنطق لطلبة الصف الخامس الابتدائي وقياس أثرها على تحصيلهم في الرياضيات**، جامعة القدس المفتوحة ومجلة الجامعة الإسلامية، سلسلة الدراسات الإنسانية المجلد الثاني عشر - العدد الثاني، يونيو، غزة، فلسطين، ٢٣-٢٦٧.

شحاتة عبد الله أمين (٢٠١٢). **فاعلية استخدام نموذج التعلم البنائي في تدريس الرياضيات على تنمية التفكير الجبري وتعديل التصورات البديلة لبعض المفاهيم الجبرية لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي**، مجلة كلية التربية ببنها، جامعة بنها، ٩٣ (٩١)

صلاح عبد الحفيظ عبد الدايم (٢٠٠٣). **القدرة على التفكير ا لمنطقي (القائم على قواعد المنطق الرياضي) وعلاقتها بالبرهان وحل المشكلات الرياضية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية "دراسة تحليلية"**، مجلة تربويات الرياضيات، المجلد السادس، العدد الأول، يوليو.

عبد الرحمن الفويزاني (٢٠١٢). **المنطق وطرق الإثبات**، الدار العربية للنشر، الطبعة الثانية.

عبد الله البنا جبر (٢٠٠٨). **أثر تعلم المنطق بمفاهيمه الثلاثة (الصوري والرمزي والضبابي) في تنمية القدرة على البرهان الاستدلالي في الرياضيات**، رسالة دكتوراه غير منشورة، جامعة البلقاء التطبيقية عمان، الأردن.

عبد الله صالح حامد (٢٠١٠). **الرياضيات الاساسية: المنطق الرياضي ونظرية المجموعات**، المكتبة الوطنية، دار السداد، الخرطوم.

عزو عفانة (٢٠٠١). **التدريس الاستراتيجي للرياضيات الحديثة**، دار حنين، عمّان، الأردن .

علاء الدين سعد متولي (٢٠٠٦). **فعالية استخدام مداخل البرهنة غير المباشرة في تنمية مهارات البرهان الرياضي واختزال قلق البرهان وتحسين مهارات التواصل الرياضي لدى الطلاب معلمي الرياضيات**، مجلة تربويات الرياضيات، المجلد التاسع، نوفمبر، ١٦٩ – ٢٥٠.

علاء المرسي أبو الرايات (٢٠١٨). **فعالية استخدام الخرائط الذهنية الالكترونية في تنمية مهارات الاستدلال الجبري وخفض العبء المعرفي لدى طلاب المرحلة الإعدادية**، مجلة كلية التربية، (٢٢) ٤ اكتوبر، جامعة طنطا، ٣٦٤-٣٠٨.

فريدريك، هـ، بل (١٩٨٧). **طرق تدريس الرياضيات**، ترجمة محمد المفتي وممدوح محمد سليمان، الجزء الأول، الطبعة الثالثة، القاهرة، الدار العربية للنشر.

مجدي عزيز ابراهيم (٢٠٠٢). **المنطق والبرهان في تدريس الرياضيات**، القاهرة، دار نهضة الشرق.

محمد أحمد الخطيب (٢٠١٧). **أثر برنامج تعليمي قائم على القوة الرياضية في تنمية التفكير الجبري وحل المشكلات الجبرية لدي طلاب الصف الثاني المتوسط في المدينة**

المنورة، مجلة العلوم التربوية والنفسية، جامعة البحرين ،١٨(٢) ،-٤٠٧ ٤٣٨.

محمد السيد أمين (٢٠١١). **فاعلية إستراتيجية الدعائم التعليمية في تنمية مهارات البرهان الرياضي لدى التلاميذ ذوي صعوبات تعلم الرياضيات بالمرحلة الإعدادية**، مجلة كلية التربية بالإسماعيلية، (٢)

محمد ثابت الفندي (١٩٧٢). **أصول المنطق الرياضي**، دار النهضة العربية للطباعة والنشر، الطبعة الأولى.

محمد حسن خليل (٢٠٠٩). **فعالية وحدة مقترحة في المنطق الرياضي وأثرها على البرهان الرياضي والاستدلال المنطقي لتلاميذ الصف الثاني الإعدادي**، مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، كلية التربية ببنها، المجلد الثاني عشر، يناير، (١٤- ٥١).

محمد عزيز سالم (٢٠٠٢). **المنطق الصوري والرياضي دراسة تحليلية لنظرية القياس وفلسفة اللغة**، المكتب العربي الحديث، الاسكندرية.

محمود غندور البشيش (٢٠٠٧). **فعالية برنامج تدريبي مستند إلى معيار التبرير الرياضي في القدرة على البرهان الرياضي وحل المشكلات لدى طلبة المرحلة الثانوية في الاردن**، رسالة دكتوراه، جامعة عمان العربية، الاردن.

مرفت محمد آدم (٢٠١٣). **فاعلية وحدة مقترحة في مبادئ المنطق الرياضي في تنمية التحصيل والتفكير المنطقي الرياضي والاحتفاظ بالتعلم لدى طلاب المرحلة الإعدادية مختلفي المستويات التحصيلية**، دراسات عربية في التربية وعلم النفس، رابطة التربويين العرب،٤(٣٦) ،٩٨-٧١.

منى جمعة الراسبي (٢٠٠٤). **القدرة على البرهان الرياضي لدى الطلبة وعلاقتها بتفكيرهم المنطقي**، رسالة ماجستير، جامعة السلطان قابوس، عمان.

ناصر السيد عبيدة (٢٠١٦). **أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية**، دراسات عربية في التربية وعلم النفس، رابطة التربويين العرب، (٧٥) ،١١٧- ١٧٠.

وليد محمد الشدوح (٢٠٠٦). **إثر تدريب معلمي الرياضيات على قواعد المنطق الرياضي واستراتيجيات حل المشكلات في تحصيل طلبة المرحلة الاساسية العليا وقدرتهم على حل المشكلات**، رسالة دكتوراة، جامعة عمان العربية، الاردن.

وليم عبيد ومحمد المفتي وسمير ايليا (٢٠٠٠). **تربويات الرياضيات** (طبعة منقحة)، القاهرة، مكتبة الأنجلو المصرية.

وليم عبيد وعزو عفانة (٢٠٠٤). **التفكير والمنهاج المدرسي**، مكتبة الفلاح للنشر والتوزيع، القاهرة، مصر.

ثانيًا: المراجع الأجنبية:

Aaylon, M., & Even, R. (2013). *Students' opportunities to engage in transformational algebraic activity in different beginning algebra topics and classes, International Journal of Science and*

Mathematics Education, 11(6), 1–23. Doi: 10.1007/s10763-013-9498-5.

Alghtani, O., & Abdelhamid N. (2010). *The Effectiveness of Geometric Representative Approach in Developing Algebraic Thinking of Fourth Grade Students, International Conference on Mathematics Education Research*, Procedia Social and Behavioral Sciences. V (8), 256-263.

Berg, C, V. (2009). *Developing algebraic thinking in a community of inquiry. Collaboration between three teachers and a didactician*, Doctoral dissertation, University of Agder.

Britt, S., & Irwin, K. (2008). *Algebraic thinking with and without algebraic representation. a three-year longitudinal study*. *ZDM*, 40(1), 39-53

Cai, J. (2000). *Mathematical Thinking Involved in.U.S. and Chinese Students' Solving of process-constrained and Process-Open Problems. Mathematical Thinking and learning*, Vol. (2) Issue 4, 309-332.

Cai, J. (2004). *Developing Algebraic Thinking in the Earlier Grades: A Case, Study of the Chinese Elementary School Curriculum*, The Mathematics, Educator, V.8(1), 107-130.

Cai, J., & Moyer, J. (2008). *Developing algebraic thinking in earlier grades: Some insights from international comparative studies. Algebra and algebraic thinking in school mathematics*, 70, 169-182.

Chimoni, M., & Pitta-Pantazi, D. (2015, February). *Connections between algebraic thinking and reasoning processes. In CERME 9-Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*, 398-404.

Enomoto, S. (2014) The characteristic of student's algebraic thinking: *Focus on The Linear Equation with two unknowns and the linear function*, Short oral communications, 64.

Green, J. (2009). *Characterizing the development of a schema for representing and solving algebra word problems by pre-algebraic students engaged in a structured diagrammatic environment*. Unpublished doctoral dissertation, The Pennsylvania State University.

Hemmi, K. (2010). *Three styles characterizing mathematicians' pedagogical perspectives on proof*. Educational studies in mathematics, 75(3), 271-291.

Herbert, K & Brown, R. (2000). *Patterns as Tools for Algebraic Reasoning*, in B. Moses (ED), *Algebraic Thinking*. Grades K-12, 123-128, Reston, NCTM.

Kaput, J., & Blanton, M. (2005). *Algebraizing the elementary mathematics experience in a teacher-centered, systemic way*. Understanding mathematics and science matters, 99-125.

Kaput, J. J. (2008). What is algebra? *What is algebraic reasoning*. Algebra in the early grades, 5-17.

Kieran, C. (2004). *Algebraic thinking in the middle grades: What is it? The Mathematics Educator*, V.8(1), pp: 139–151.

Knuth, E.J. (2002). *"Teachers' conceptions of proof in the context of secondary school mathematics*". *Journal of Mathematics Teacher Education*. 5. 61-88.

Kriegler, S. (2008). *Just what is algebraic thinking*. *Retrieved September 10*, 2008.

Langham B, Sundberg S & Goodman T (2006). *Developing Algebraic Thinking: An Academy Model for Professional Development*, *Mathematics Teaching in the Middle School*, vol.11(7), 318-323

Lawrence, A. & Hennessy, C. (2002). *Lessons for Algebraic Thinking: Grade 6–8*. Math Solutions Publications, Sausalito.

Lew, H. C. (2004). *Developing algebraic thinking in early grades: Case study of Korean elementary school mathematics. The Mathematics Educator*, *8*(1), 88-106.

Lim, K. (2006). *Students' mental acts of anticipating in solving problems involving algebraic inequalities and equations*, Unpublished doctoral dissertation, San Diego State University.

Magiera, M. T., Van den Kieboom, L. A., & Moyer, J. C. (2013). *An exploratory study of pre-service middle school teachers' knowledge of algebraic thinking. Educational Studies in Mathematics*, *84*(1), 93-113.

Manly, M & Ginsburg, L (2010). *Algebraic Thinking in Adult Education*, National Institute for Literacy.

Martinez, V. A., & Pedemonte, B. (2014). *Relationship between inductive arithmetic argumentation and deductive algebraic proof. Educational Studies in Mathematics, 86*(1), 125–149.

Masalova, S. (2012). Cognitive Rationality and Its Logic-Mathematical Language. Online Submission, 2(12), 744-751.

McFeetors, P. J., & Mason, R. T. (2009). *Learning deductive reasoning through games of logic. The Mathematics Teacher*, 103(4), 284-290.

Munakata, M. (2005). *Constructing cooperative logic problems. The Mathematics Teacher*, 98(6), 386-389.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*, Reston, VA: Author, 4-5

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2006). *Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence*. National Council of Teachers of Mathematics.

Nunes, T., Bryant, P., Evans, D., Bell, D., Gardner, S., Gardner, A., & Carraher, J. (2007). *The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school. British Journal of Developmental Psychology, 25*(1), 147-166.

Ozturk, M., & Kaplan, A. (2019). *Cognitive Analysis of Constructing Algebraic Proof Processes*: A Mixed Method Research. Egitim ve Bilim, 44(197).

Smith, J., & Thompson, P. W. (2007). *Quantitative reasoning and the development of algebraic reasoning*. Algebra in the early grades, 95-132.

Soares, J & Blanton, M& Kaput, J (2006). *Thinking Algebraically across the Elementary School Curriculum*. *Teaching Children Mathematics*, 12 (5), 228.

Steele, D. (2005). *Using writing to access students' schemata knowledge of algebraic thinking, School Science and Mathematics, 105*(3), 142–154.

Swee, F. (2004). *Developing algebraic thinking in early grades, case study of the Singapore primary mathematics curriculum*. *The Mathematics Educator*, 8(1), 39-59.

Varghese, T. (2009). "*Concept Maps to Assess Student Teachers' Understanding of Mathematical Proof*". *The Mathematics Educator*. 12(1). 49-68.

Wakefield, A. P. (2001). *Teaching Young Children to Think about Math. Principal*, 80(5), 26-29.

Weber, K. (2005). *Problem-solving, proving, and learning: The relationship between problem-solving processes and learning opportunities in the activity of proof construction. The Journal of Mathematical Behavior*, 24(3-4), 351-360

Windsor, W. (2010). *Algebraic thinking: a problem-solving approach*, *Mathematics Education Research Group of Australasia*, Paper presented at the Annual Meeting of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Western Australia, Jul 3-7.

ثالثًا: المواقع الإلكترونية:

- الدليل الارشادي للمعلم في تنمية مهارات التفكير، وزارة التربية والتعليم , ١-٤٥ https://elearning1.moe.gov.eg
- المكتبة الالكتروني (ديسكفري) في موقع بنك المعرفة المصري:https://study.ekb.eg
- منصة البث المباشر للحصص الافتراضية التابعة لوزارة التربية والتعليم، https://stream.moe.gov.eg
- منصة ادمودو التعليمية: https://go.edmodo.com
- موقع وزارة التربية والتعليم، التعليم الالكتروني، الصف الثاني الإعدادي، مواصفات الورقة الامتحانية، https://elearning1.moe.gov.eg/