تسعير أخطار نقل البضائع بالسكك الحديدية باستخدام النماذج الإحتمالية المركبة

أ. د. محمد توفيق البلقيني
أستاذ الرياضيات والإحصاء الإكتواري
كلية التجارة –جامعة المنصورة

أ. د. جمال عبد الباقي واصف
أستاذ الرياضيات والإحصاء الإكتواري
كلية التجارة –جامعة المنصورة

محمد أحمد فؤاد عبده البرقاوي
مدرس مساعد
كلية التجارة –جامعة المنصورة

ملخص

تعتبر التوزيعات الإحتمالية المركبة كأساس لتقدير قيمة التعويضات الإجمالية (*aggregate claims*) من إحدى الأدوات الأساسية التي يمكن أن يستخدمها الاكتواريون في تقدير سعر التأمين، كما يعتبر توفيق توزيع احتمالي مناسب للبيانات الفعلية مشكلة ليست هينة نظراً لطبيعة بيانات المطالبات والتي تتصف بالإلتواء الشديد ناحية اليمين.

ومن ناحية أخري تعد السكك الحديدية من أهم وسائل النقل التي يمكن الاعتماد عليها في تقديم خدمات نقل الركاب والبضائع لتحقيق أغراض التنمية الاقتصادية، وينبع ذلك من قدرة هذه الوسيلة على نقل كميات كبيرة من البضائع بتكلفة منخفضة مقارنة بوسائل النقل الأخرى، حيث تعتمد الدول ذات الكثافة السكانية العالية على السكك الحديدية كوسيلة هامة لنقل البضائع، لذلك يتناول هذا البحث تحليلاً للأخطار التي تتعرض لها البضائع المنقولة بواسطة الهيئة القومية لسكك حديد مصر ومحاولة بناء نموذج كمي يستخدم في تسعير هذه الأخطار ذات الطبيعة المركبة وفقا لنظرية الأخطار التجميعية وذلك وصولاً إلي السعر الكافي والعادل لهذه الأخطار.

Abstract

The compound probability distributions that used to estimate aggregate claims are one of the basic tools used by actuaries to estimating the insurance price, and the process of fitting probability distribution adjustment actual data is a problem due to the nature of the claims data which is heavy tailed on the right.

On the other hand, the railways is one of the most reliable means of transportation it providing passenger and cargo transport services for the purposes of economic development. The railways can transport large quantities of goods at a low cost. This study deals with an analysis of the risks of transported goods and attempts to build a quantitative model to be used in the pricing of compound risks , and attempt to price compound risk with adequate and fair price.

المقدمة:

تعتبر سكك حديد مصر من أقدم السكك الحديدية في العالم حيث بدأ إنشاؤها عام١٨٥٢، كما تعتبر أول خطوط سكك حديد تم إنشاؤها في إفريقيا والشرق الأوسط والثانية على مستوي العالم بعد المملكة المتحدة [١].

وكانت نتائج تشغيل الهيئة القومية للسكك الحديدية في مصر خلال السنوات(٢٠١٤-٢٠١٧) العديد من الإصابات والوفيات وبالتالي الخسائر والتي تتعلق بموظفي السكك الحديدية والركاب والبضائع، وتدل الأرقام المرتبطة بحوادث الهيئة القومية للسكك الحديدية ونتائجها من إصابات ووفيات على الطبيعة الخطرة لتشغيل السكك الحديدية، حيث بلغت خسائر الهيئة خلال السنوات (٢٠١٤-٢٠١٧) أكثر من ١٧.٨مليار جنيه، كما بلغت مصروفات الهيئة ٣٣ مليار جنيه خلال تلك الفترة، وذلك في مقابل إيرادات تقدر بنحو ١٥.٢ مليار جنيه[٢].

وتعتبر السكك الحديدية في مقدمة وسائل النقل التي ساهمت في نشر الحضارة والعمران فهي أقدم وسائل النقل السريع ظهوراً، وتتمتع بعدة مزايا بالمقارنة بوسائل النقل الأخرى حيث أنها [٣]:

١-أقل استهلاكا للوقود بالنسبة للوحدة المنقولة (طن-كم).
٢-أقل تكلفة للتشغيل.
٣-أكثر أماناً.
٤-أقل تأثيراً في الأضرار البيئية.

مشكله البحث

نظرا لأن أخطار السكك الحديدية تعتبر من الأخطار المركبة لأن محفظة أخطار السكك الحديدية تحتوي على مجموعة مختلفة من الأخطار مثل (خطر التصادم، انقلاب عربات السكك الحديدية، خطر تلف البضائع المنقولة، خطر الوفاة أو العجز للأشخاص المتعاملين مع السكك الحديدية أو المنقولين بواسطة الهيئة

القومية لسكك حديد مصر........ الخ) ونظراً لأن هناك بعضاً من هذه الأخطار لا تتوافر عنها بيانات كافية مثل تصادم الجرارات وحريق العربات فقد تم الاقتصار على أخطار نقل البضائع، ولتسعير هذه الأخطار لابد من التوصل إلى النموذج الإحصائي الذي يمكن من خلاله تقدير قيمة مطالبات الاجمالية من خلال اعتبار أن كلاً من تكرار الخسارة وقيمة الخسارة عن الحادث الواحد هما متغيران عشوائيان؛ حيث يتم دراسة هذه المتغيرات العشوائية من خلال نظرية الخطر Risk Theory وخصوصاً نظرية الأخطار التجميعية أو المركبة Collective Risk Models.

والمشكلة الرئيسية للبحث هي القصور في الأسلوب العلمي المستخدم في تقدير القسط اللازم لتسعير أخطار نقل البضائع حيث تقوم شركة مصر للتأمين بتغطيتها بأسعار تتراوح بين ٠.٠٠٢ إلي ٠.٠٠٣[٤].

الهدف من البحث

يهدف البحث إلى الوصول إلي نموذج كمي لتسعير الأخطار التجميعية أو المركبة Collective Risks والتي تعتمد في حسابها على كل من معدل تكرار الخسارة (Claim Frequency) ومتوسط قيمة الخسارة (Claim Size) وذلك عن طريق دراسة وتحليل النماذج الإحتمالية المركبة التي يمكن أن تستخدم في تحليل ونمذجة وتسعير هذه الأخطار المركبة بالتطبيق علي أخطار نقل البضائع بالهيئة القومية لسكك حديد مصر .

أهمية البحث

تتمثل أهمية البحث في محاولة التوصل إلي نموذج رياضي لتسعير الأخطار ذات الطبيعة المركبة وفقا لنظرية الأخطار التجميعية والذى بدوره سوف ينعكس بالإيجاب على أي جهة تتسم أخطارها بالطبيعة المركبة، والتأكد من كفاية الأسعار المحددة من قبل شركة التأمين التي تقوم بتغطية تلك الأخطار.

حدود البحث:

١. تقتصر الدراسة التطبيقية علي أخطار البضائع المنقولة بواسطة الهيئة القومية لسكك حديد مصر.

٢. تقتصر الحدود الزمنية على الفترة من ٢٠١٢ إلي ٢٠١٦ م.

خطة البحث:

في سبيل تحقيق الهدف المنشود من البحث، يدور البحث حول:

١. المبحث الأول: أخطار نقل البضائع عبر السكك الحديدية.

٢. المبحث الثاني: أسس تسعير التأمينات العامة.

٣. المبحث الثالث: تحديد التوزيع الإحتمالي المركب.

٤. المبحث الرابع: الدراسة التطبيقية.

المبحث الأول

أخطار نقل البضائع عبر السكك الحديدية

يمكن تصنيف أخطار نقل البضائع عبر السكك الحديدية الي:

أولاً: **الأخطار التي تتعرض لها البضائع المشحونة** [٥].

يتم نقل البضائع بالسكك الحديدية بموجب عقد نقل بين الشاحنين كل على حدة والهيئة، ويسمي هذا العقد بوليصة التأمين وتدون عليها البيانات التالية:

١- رقم وتاريخ سند الشحن.

٢- اسم الشاحن.

٣- عدد العبوات والوزن الإجمالي.

٤- تاريخ قيام الرحلة.

٥- تاريخ الوصول.

٦- محطة الشحن.

٧- محطة الوصول.

٨- أجرة الشحن.

٩- مبلغ التأمين وقسط التأمين إن وجد.

وتبدأ مسئولية الهيئة من لحظة اصدار سند الشحن (بوليصة التأمين)، وتتمثل مسئولية الهيئة في نقل البضائع من مكان إلي آخر في الوقت المحدد وبحالتها عند استلامها وأن الهيئة مسئولة عن الأضرار التي تصيب البضاعة، وعلى ذلك فإن الهيئة تعد مسئولة عن هلاك البضاعة أو تلفها أو تأخير وصولها سواء كان هذا التأخير نتيجة حادث أو نتيجة لإهمال أثناء تأدية عملهم، وللناقل الحق في مطابقة البضاعة للبيانات والأوصاف التي يتضمنها سند النقل وهو ما يعرف بحق الفحص.

حالات اعفاء الناقل من المسئولية:

١- **القوة القاهرة:**

إذا استطاع الناقل اثبات أن سبب التلف قوة قاهرة يستحيل معها تنفيذ الإلتزام يعفي من المسئولية بشرط كون هذه الأسباب طبيعية وخارجة عن إرادة ونشاط الناقل مثل البراكين والفياضات والزلازل. أما إذا كانت غير خارجة عن نشاط الناقل مثل خروج قطار البضائع عن القضبان أو تصادم قطار بضائع بقطار آخر فلا تعد من القوة القاهرة.

٢- **العيب الذاتي في البضاعة المنقولة:**

من الأسباب التي من الممكن أن تعفي الناقل من المسئولية العيب الذاتي في البضاعة المنقولة مثل سوائل من الممكن أن تتبخر أو تتخمر بمرور الوقت أو نقل حيوانات مريضة فإنه من الممكن أن تنفق هذه الحيوانات أثناء النقل وبالتالي فإن بعض الخسائر لا يرجع إلي عملية الشحن ذاتها بل إلي طبيعة السلعة المنقولة.

٣- **خطأ صاحب الشحنة أو المرسل**

إذا كان خطأ صاحب الشحنة هو السبب الرئيسي في حدوث ضرر للشحنة مثل اخفاء نوعية البضاعة المشحونة عن الناقل أو سوء التعبئة.

أنواع الأخطار التي تتعرض لها البضائع المشحونة:

تتمثل الأخطار التي تتعرض لها البضائع المشحونة في:

١- خطر الفقد الكلي أو الجزئي:

الفقد هو عدم وصول البضاعة إلي محطة الوصول وذلك بسبب ضياعها أو اختفائها في مكان مجهول أو عدم وجود معلومات تفيد في الوصول اليها، وقد يكون هذا الفقد كلياً أو جزئياً وينشأ هذا الخطر نتيجة لأحد الأسباب التالية:

- ✓ إذا تم الشحن عن طريق صاحب البضاعة أو من ينوب عنه فإنه في حالة وصول قطار النقل والعربات تحمل أختام سليمة إلي المحطة المتفق عليها، ويعد الفرق بين الوزن المقيد في بوليصة التأمين والوزن الفعلي للبضاعة المشحونة بمثابة إشارة إلي خطأ متعمد من صاحب البضاعة.
- ✓ خطأ من القائمين بعملية العد والوزن.
- ✓ تكدس البضائع على أرصفة محطات الوصول ولمدد طويلة مما يصعب معه ملاحظة العجز الذي قد ينشأ عن السطو أو السرقة.

٢- خطر سقوط الشحنات:

وقد ينشأ هذا الخطر من سوء عملية الشحن أو تعرض عربات القطار لهزة عنيفة بسبب عدم الانتظام بالسرعة أو السير بسرعة أكبر من السرعة المحددة.

٣- خطر حريق الشحنات:

وقد ينشأ هذا الخطر نتيجة لواحد أو أكثر من الأسباب التالية:

- ✓ الإشتعال الذاتي في بعض البضائع.
- ✓ بطء تعامل العاملين مع النيران عند بداية الإشتعال.

- ✓ الاستخدام غير المناسب لأدوات إطفاء الحريق سواء من حيث كيفية الاستخدام أو توقيت الاستخدام.

ثانياً: **التغطية التأمينية لأخطار نقل البضائع**[٦]:

يتم نقل البضائع من مكان إلى مكان آخر إما عن طريق النقل البحري، النقل الجوي أو النقل البري (وذلك بواسطة الشاحنات أو السكك الحديدية)، والمخاطر المصاحبة لوسائل النقل هذه مختلفة، ومن أهمها مخاطر تلف البضاعة، مخاطر فقدانها والمسؤولية القانونية الناتجة عن عملية نقلها.
وحيث أن مجمعة التأمين من أخطار حوادث قطارات السكك الحديدية ووحدات مترو الأنفاق والطرق السريعة توقفت عن التأمين على البضائع المنقولة عبر السكك الحديدية، نتيجة ارتفاع فاتورة تعويضاتها لذلك لجأت السكك الحديدية إلى شركات التأمين للتأمين علي أخطار نقل البضائع.

وثيقة التأمين على جميع البضائع المنقولة

ووفقا لتلك الوثيقة، تلتزم شركة التأمين بسداد قيمة البضاعة طبقا لفاتورة الشحن لصالح العميل «مالك البضاعة» وتسدد الشركة قيمة النولون «مصاريف الشحن» لصالح الهيئة العامة لسكك حديد مصر.

الأخطار المغطاة وفقاً لهذه الوثيقة:

تضمن شركة التأمين تعويض الخسائر المادية التي قد تصيب البضائع المنقولة بواسطة عربات الهيئة القومية لسكك حديد مصر والمؤمن عليها بسبب واحد أو أكثر مما يلي:

١. الحريق.
٢. النقص ، الاستبدال، التلف أو السرقة
٣. أي سبب أخر مصدره الهيئة أو أحد موظفيها ولو كان راجعا إلي خطأ.

وتلتزم أيضاً الشركة بتعويض الأضرار في حالة الحريق حتى لو كان بسبب عيب في البضاعة المؤمن عليها.

الأخطار غير المغطاة وفقاً لهذه الوثيقة:

١. نقص الرسائل التي قد تشحن بمعرفة أربابها إذا كان أختام العربات التي تحتوي هذا النقص سليمة بمحطة الوصول.
٢. هلاك أو تلف البضائع الذي ينتج عن عيب ذاتي في البضائع.
٣. الحروب الأهلية والثورات والعصيان أو المنازعات الأهلية.
٤. الخسارة أو الضرر الناتج عن اضراب العمال أو الشغب.

المبحث الثاني

أسس تسعير التأمينات العامة

أولاً: نماذج الأخطار التجميعية Collective Risk Model[٧]:

تختلف نماذج الخطر الفردية عن نماذج الخطر التجميعية أو المركبة حيث أنه في ظل نموذج الاخطار التجميعية تتعامل مع المحفظة التأمينية ككل على انها وحدة واحده، ولا ينظر للأخطار الفردية المكونة لهذه المحفظة، وبالتالي ليس من المهم معرفة الخصائص العشوائية للأخطار الفردية داخل المحفظة التأمينية ككل، حيث يكون الاهتمام بإجمالي التعويضات للمحفظة التأمينية.

وبالتالي يتمثل المتغير العشوائي هنا في إجمالي قيم المطالبات للمحفظة التأمينية ككل، والذي يتكون من متغيرين عشوائيين:

١ - عدد المطالبات loss frequacy.
٢ - قيم المطالبات loss sevirty.

وفي نماذج الأخطار التجميعية، نفترض أن المحفظة التأمينية مفتوحة open portfolio أي يمكن دخول أو خروج أي وثيقة علي عكس نماذج الأخطار الفردية التي تقوم على أساس أن المحفظة مغلقة.

وتكون دالة قيمة المطالبات الإجمالية (aggregate claims) على الصورة التالية:

$$S = \sum_{i=1}^{N} X_i$$

$$S = X_1 + X_2 + \dots\dots\dots + X_N$$

$$\text{and} \quad S = 0 \quad \text{if} \quad N = 0$$

حيث:

S: قيمة المطالبات الإجمالية (aggregate claims) في مدة زمنية محددة.

X_i : قيمة المطالبة للوحدة المعرضة للخطر أو للوثيقة.

N : عدد المطالبات.

ونلاحظ هنا أن عدد المطالبات (N)في المحفظة التأمينية خلال الفترة يكون متغير عشوائي، ولكن في نظرية الأخطار الفردية فإن(N) كانت تمثل عدد الوحدات المعرضة للخطر والتي تمثل عدد الوثائق حيث أن هذا العدد يكون معروفاً ومحدداً.

بعض الافتراضات الخاصة بنظرية الأخطار التجميعية:

١- قيمة المطالبة للوحدة المعرضة للخطر أو للوثيقة (X_i) تعامل على أنها متغيرات عشوائية مستقلة ويكون لها نفس التوزيع الاحتمالي.

٢- يوجد استقلال بين عدد المطالبات(N) وقيمة المطالبة(X_i).

يمكن أن نستنتج الدالة$G(x)$ والتي تمثل دالة التوزيع لـ S باعتبار $(S < \mathrm{X})$ كما يلي[٨]:

$$\begin{array}{ll} (\mathrm{S} \leq \mathrm{X} \text{ and } \mathrm{N} = 0) & (\text{i.e no claims}) \\ or \ (\mathrm{S} \leq \mathrm{X} \text{ and } \mathrm{N} = 1) & (\text{i.e one claim of amount} \leq \mathrm{X}) \\ or \ (\mathrm{S} \leq \mathrm{X} \text{ and } \mathrm{N} = 2) & (\text{i.e two claims which total} \leq \mathrm{X}) \\ or \ (\mathrm{S} \leq \mathrm{X} \text{ and } \mathrm{N} = \mathrm{r}) & (\text{i.e r claims which total} \leq \mathrm{X}) \end{array}$$

وهكذا حتى يتم التوصل للمعادلة التالية:

$$(S \leq \mathrm{X}) = \bigcup_{\mathrm{n}=0}^{\infty} (S \leq \mathrm{X} \, and \, N = n)$$

وبالتالي:

$$p(S \leq \mathrm{X}) = \sum_{n=0}^{\infty} p(S \leq \mathrm{X} \, and \, N = n)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} p(N = n) \, p(S \leq \mathrm{X} | N = n)$$

ويلاحظ أن $(N=n)$، بينما (S) عبارة عن مجموع (n) الثابتة، من المتغيرات العشوائية $(X_i)_{i=1}^{\infty}$ وبالتالي:

$$p(S \le \mathrm{X} | N=n) = F^{n*}(x)$$

$$G(x) = \sum_{n=0}^{\infty} p(N=n) F^{n*}(x)$$

المعادلة السابقة تعبر عن دالة التوزيع لـدالة قيم المطالبات الإجمالية (S) ونحن لم نحدد التوزيع الإحتمالي الخاص بعدد المطالبات (N) أو التوزيع الإحتمالي الخاص بقيمة المطالبات (X)، مع ملاحظة أن توزيع (X) يحتوي على الأعداد الموجبة لذلك يسهل حساب $p(S=\mathrm{X})$ حيث $x = 1,2,3,\ldots\ldots$

$$p(S=\mathrm{X}) = G(x) - G(\mathrm{X}-1)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} p(N=n)(F^{n*}(x) - F^{n*}(\mathrm{X}-1))$$

$$P(S=\mathrm{X}) = \sum_{n=1}^{\infty} p(N=n)(F_{\mathrm{X}}{}^{n*})$$

الوسط الحسابي لدالة قيم المطالبات الإجمالية (S) (aggregate claims):

$$E(S) = E(E(S|N))$$

$$Now\, E(E(S|N)) = \sum_{i=1}^{n} E(X_i) = nm_1. \quad Hence\, E(S|N) = Nm_1$$

$$E(S) = E(Nm_1) = E(N)m_1$$

تباين دالة قيم المطالبات الإجمالية:

$$V(S) = E(V(S|N)) + V(E(S|N))$$

وحيث أن حجم المطالبة الفردية مستقلة فإن:

$$V(S|N=n)=V(\sum_{i=1}^{n}X_i)=\sum_{i=1}^{n}V(X_i)=n(m_2-m_1^2)$$

$$\text{and so}\quad V(S|N)=N(m_2-m_1^2).\quad \text{hence}$$

$$V(S)=E(N(m_2-m_1^2))+V(Nm_1)$$

$$V(S)=E(N)(m_2-m_1^2)+V((N)m_1^2)$$

ثانياً: نظرية الأخطار الفردية Individual Risk Theory [٩]:

إن نظرية الأخطار الفردية تعتبر من إحدى النظريات المهمة التي تهتم بموضوع تجميع الأخطار وذلك بهدف التأمين عليها خلال فترة محددة– غالبًا ما تكون سنة، وتفترض نظرية الأخطار الفردية أن إجمالي المطالبات في محفظة التأمين تساوى مجموع المطالبات الخاصة بوحدات الخطر التي تتضمنها هذه المحفظة.

وفي ضوء افتراضات نظرية الأخطار الفردية نلاحظ أن المتغير العشوائي الذي يتم تحليله إحصائياً هو المبلغ النقدي للمطالبات والتي تنشأ من عملية تجميع الأخطار خلال فترة زمنية محددة حيث تفترض هذه النظرية أن وثيقة التأمين تغطى خطر واحد فقط.

وبالتالي فإن المطالبة الخاصة بالوثيقة متغير عشوائي، ومن ثم فإن مجموع هذه المطالبات ما هو إلا مجموع عدد من المتغيرات العشوائية يكون مساويًا لعدد الوحدات أو الوثائق التي تتضمنها محفظة التأمين ويتم التعبير عن هذه العلاقة في الصورة الرياضية التالية:

$$S_N=\sum_{i=1}^{N}x_i$$

حيث:

S_N : اجمالي التعويضات في مدة زمنية محددة.

x_i : المطالبات للوحدة المعرضة للخطر أو للوثيقة.

N : عدد الوحدات المعرضة للخطر والتي تمثل عدد الوثائق.

بعض الإفتراضات الخاصة بنظرية الأخطار الفردية:

١- عدد الوثائق التي تكون محفظة شركة التأمين، تكون ثابتة ومحددة من البداية، أي أن المحفظة التأمينية تمثل نموذج مغلق closed-model .

٢- ليس من الضروري أن تكون المطالبات للوحدة المعرضة للخطر أو للوثيقة(x_i) مستقلة عن بعضها، ولكن الشرط الأساسي هو أن يكون(x_i) لها نفس التوزيع الإحتمالي.

العزم الأول: $E(\mathrm{S_N}) = \mu_N = N\mu$

العزم الثاني في حالة وجود ارتباط بين الوثائق:

$$\mathrm{V}(\mathrm{S_N}) = \sigma^2{}_N = \mathrm{N}\sigma^2 + 2\sum_{j=2}^{N}\sum_{i=1}^{j-1}\sigma_{ij}$$

حيث:

N : عدد الوثائق بالمحفظة.

μ : متوسط الخسائر للوثيقة الواحدة.

μ_N : متوسط الخسائر للمحفظة ككل.

σ^2 : تباين الخسائر للوثيقة الواحدة.

$\sigma^2{}_\mathrm{N}$: تباين الخسائر للمحفظة ككل.

σ_{ij} : التغاير بين كل وثيقتين في المحفظة.

التباين إذا كان هناك عدم وجود ارتباط بين الوثائق:

$$\mathrm{V}(\mathrm{S_N}) = \sigma^2{}_N = \mathrm{N}\sigma^2$$

في نظرية الأخطار الفردية يكون الهدف هو الوصول إلي التوزيع الإحتمالي الذي يمثل عدد المطالبات فقط.

المبحث الثالث

تحديد التوزيع الإحتمالي المركب

توجد معلمة واحدة أو أكثر لكل توزيع من التوزيعات الإحتمالية، ولكي نستطيع أن نستخدم أي توزيع من التوزيعات الإحتمالية في اتخاذ أي قرارات تتعلق بمحفظة شركة التأمين لابد من تقدير معالم هذا التوزيع، ولتقدير هذه المعالم نستخدم البيانات الفعلية المتعلقة بمحفظة شركة التأمين وبالتالي لابد من تحديد الطريقة التي سوف نقوم باستخدامها في التقدير والجدير بالذكر أن التقدير في هذه الحالة يكون تقديراً بنقطة وبالتالي يتم تحديد معلمة أو معلمات المجتمع المجهولة للتوزيع النظري من البيانات الفعلية الخاصة بالمحفظة التأمينية.

والجدير بالذكر أن أكثر الطرق استخداماً هي طريقة العزوم ويليها طريقة دالة الإمكان الأعظم، وبالتالي سوف يكون الإهتمام في هذا البحث بطريقة العزوم نظراً لأنها تعطي نتائج قريبة جداً من النتائج الفعلية بل وقد تعطي نفس النتائج بالمقارنة بطريقة دالة الإمكان الأعظم كما تمتاز طريقة العزوم بالسهولة في التطبيق.

وتوجد العديد من الطرق التي تستخدم في تحديد دالة قيم المطالبات الإجمالية، ومعظم الطرق كانت تفترض أن التوزيع الخاص بدالة قيم المطالبات الإجمالية يخضع لتوزيع معين دون الإعتماد علي أساس نظري دقيق، وأن معظم هذه الطرق قد يعطي نتائج غير دقيقة، لذلك فإنه من الأفضل تحديد التوزيع الإحتمالي الخاص بقيم المطالبات الإجمالية من خلال الإعتماد علي أساليب تأخذ في اعتبارها المتوسط والتباين والإلتواء والتفرطح الخاصة بالتوزيع[١٠].

وحتي نستطيع تحديد عزوم التوزيع الأربعة (المتوسط ، التباين ، الإلتواء ، التفرطح) للتوزيع الاحتمالي لدالة قيم المطالبات الإجمالية(التوزيع المركب) فإنه لابد من تحديد الدالة المولدة للعزوم (moments generating function) وحيث أن الدالة المولدة للعزوم هي دالة وحيدة حيث لا يوجد توزيعين إحتماليين لهما نفس الدالة المولدة للعزوم، كما لا يوجد دالتين مولدتين للعزوم لتوزيع واحد لذلك سوف يتم

الإعتماد علي الدالة المولدة للعزوم في تحديد العزوم الأربعة (المتوسط ، التباين ، الإلتواء ، التفرطح).

الدالة المولدة للعزوم Moments Generating Function [١١]:

الدالة المولدة للعزوم تستخدم في حساب العزوم الأربعة الخاصة بأي توزيع سواء كانت توزيعات متقطعة أو متصلة وتأخذ الدالة المولدة للعزوم الشكل التالي:

$$M_x(t) = E\left(e^{tx}\right)$$

وبالتالي في حالة المتغير العشوائي المتقطع تأخذ الصورة التالية:

$$M_x(t) = \sum_{x=-\infty}^{\infty} \left(e^{tx}\right) \cdot f(x)$$

وفي حالة المتغير العشوائي المتصل تأخذ الصورة التالية:

$$M_x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(e^{tx}\right) \cdot f(x)dx$$

ومن مميزات الدالة المولدة للعزوم سهولة الحساب كما أنها أيضاً موجودة لمعظم التوزيعات، إلا أنه في بعض الحالات النادرة تكون غير موجودة.

وبعد الحصول علي الدالة المولدة للعزوم فإنه يتم ايجاد المشتقة الأولي للدالة $M_X(t)$ ثم يتم التعويض عن $(t=0)$ فنحصل علي العزم الأول حول الصفر وايجاد المشتقة الثانية للدالة $M_X(t)$ ثم التعويض عن $(t=0)$ فنحصل علي العزم الثاني حول الصفر، وهكذا بالنسبة لباقي العزوم الأربعة.

الدالة المولدة للعزوم لقيم المطالبات الإجمالية يمكن الحصول عليها كما يلي:

$$M_x(t) = E\left(e^{tx}\right)$$

وبوضع (S) بدلاً من (X) في المعادلة السابقة نحصل علي:

$$M_S(t) = E\left(e^{ts}\right)$$

حيث أن:

$$\mathrm{S} = \mathrm{X}_1 + \mathrm{X}_2 + \mathrm{X}_3 + \ldots\ldots. + \mathrm{X}_\mathrm{N}$$

وحيث أن كلاً من (X, N) متغيرات عشوائية فيمكن حساب التوقع الشرطي كما يلي:

$$M_S(t)=E\left(E\left(e^{ts|N}\right)\right)$$
$$=E\left(E\left(e^{tx_1+tx_2+tx_3+..........+tx_N}\right)\right)$$
$$=E\left(E\left(e^{tx_1}\right)\times E\left(e^{tx_2}\right)\times E\left(e^{tx_3}\right)\times...............\times E\left(e^{tx_N}\right)\right)$$
$$=E\left(M_{X_1}(t)\times M_{X_2}(t)\times M_{X_3}(t)\times...............\times M_{X_N}(t)\right)$$
$$M_S(t)=E\left(\prod_{i=1}^{N}M_{X_i}(t)\right)$$

وحيث أن قيم المتغير العشوائي (X) مستقلة عن قيم المطالبات الأخرى، وأيضاً كل قيمة من قيم المتغير العشوائي (X) لها نفس التوزيع وبالتالي فإن كل قيمة من قيم المتغير العشوائي (X) لها نفس الدالة المولدة للعزوم $M_S(t)$، وبالتالي فإن الدالة المولدة للعزوم لدالة قيم المطالبات الإجمالية تصبح علي الشكل التالي:

$$M_S(t)=E\left((M_X(t))^N\right)$$
$$=E\left(e^{\ln(M_x(t))^N}\right)$$
$$=E\left(e^{N\ln(M_x(t))}\right)$$
$$M_S(t)=M_N(\ln(M_X(t)))$$

ولحساب العزم الأول حول الصفر فإننا نقوم بتفاضل الدالة $M_S(t)=M_N(\ln(M_X(t)))$ بالنسبة إلي (X) ونعوض عن $(t=0)$ ثم نقوم بحساب المشتقة الثانية ونعوض عن $(t=0)$ فنحصل علي العزم الثاني حول الصفر وهكذا بالنسبة لباقي العزوم.

بعد اجراء عمليات التفاضل نحصل علي العزوم الأربعة الأولي حول الصفر لدالة قيم المطالبات الإجمالية ونستطيع منها الحصول علي العزوم المركزية لدالة قيم المطالبات الإجمالية من خلال المعادلة التالية:

$$M_i(S)=E(S-M'(S))^i$$
$$M_1(S)=M_1(X)\times M_1(N)$$
$$M_2(S)=\left((M_1(X))^2\times M_2(N)\right)+(M_2(X)\times M_1(N))$$
$$M_3(S)=\left((M_1(X))^3\times M_3(N)\right)+(M_3(X)\times M_1(N))+(2M_1(X))$$

$$M_4(S)=\left((M_1(X))^4\times M_4(N)\right)+\left(M_4(X)\times M_1(N)\right)+\left(4M_1(X)\times M_3(X)\times M_2(N)\right)$$
$$+6\left((M_1(X))^2\right)\times M_2(X)\times\left(M_1(N)\times M_2(N)\times M_3(N)\right)$$
$$+3\left((M_2(X))^2\right)\left((M_1(N))^2-M_1(N)+M_2(N)\right)$$

المعادلة التفاضلية لكارل بيرسون لإيجاد التوزيع المركب المناسب

بعد التوصل إلي العزوم الأربعة المركبة فإننا نستطيع عن طريقها تحديد التوزيع الإحتمالي النظري الذي تتبعه بيانات المتغير العشوائي، وبالتالي يتم حساب الإحتمالات المختلفة التي تساوي أو تزيد عن أي قيمة من قيم المتغير العشوائي ومن الممكن الوصول إلي هذا التوزيع النظري عن طريق المعادلة التفاضلية لبيرسون.

فقد أعد كارل بيرسون مجموعة من المنحنيات، وأطلق عليها مجموعة منحنيات بيرسون أو عائلة بيرسون، وتعتمد هذه المنحنيات على معامل الإلتواء والتفرطح، ويمكن باستخدام طريقة بيرسون إيجاد التوزيع الإحتمالي المناسب من خلال معادلات العزوم الأربعة المركبة لإيجاد التوزيع المركب (المتقطع مع المستمر) حيث يرمز للتوزيع الإحتمالي المتقطع بالرمز (N) والتوزيع الإحتمالي المستمر بالرمز (X) ومعادلات العزوم الأربعة المركبة يمكن توضيحها كما يلي:

$$M_1(S)=\mu'_{1(X)}\cdot\mu'_{1(N)}$$

$$M_2(S)=\left(\left(\mu'_{1(X)}\right)^2\cdot\mu_{2(N)}\right)+\left(\mu_{2(X)}\cdot\mu'_{1(N)}\right)$$

$$M_3(S)=\left(\left(\mu'_{1(X)}\right)^3\cdot\mu_{3(N)}\right)+\left(\mu_{3(X)}\cdot\mu'_{1(N)}\right)+\left(2\mu'_{1(X)}\right)$$

$$M_4(S)=\left(\left(\mu'_{1(X)}\right)^4\cdot\mu_{4(N)}\right)+\left(\mu_{4(X)}\cdot\mu'_{1(N)}\right)+\left(4\mu'_{1(X)}\cdot\mu_{3(X)}\cdot\mu_{2(N)}\right)$$
$$+6\left(\left(\mu'_{1(X)}\right)^2\right)\cdot\mu_{2(X)}\cdot\left(\mu'_{1(N)}\cdot\mu_{2(N)}\cdot\mu_{3(N)}\right)$$
$$+3\left(\left(\mu_{2(X)}\right)^2\right)\left(\left(\mu'_{1(N)}\right)^2-\mu'_{1(N)}+\mu_{2(N)}\right)$$

ويتم استخدام العزوم المركبة الأربعة السابقة لحساب معامل الإلتواء ومعامل التفرطح وذلك لتحديد قيمة معامل بيرسون، من أجل تحديد التوزيع المركب الناتج من دمج

التوزيعين المتقطع مع المستمر، وذلك باستخدام المعادلة التفاضلية لكارل بيرسون وهي[١٢]:

$$K = \frac{\beta_1(\beta_2 + 3)^2}{4[(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)(4\beta_2 - 3\beta_1)]}$$

حيث:

β_1 : تمثل معامل الإلتواء:

$$\beta_1 = \sqrt{\frac{(M_3(S))^2}{(M_2(S))^3}}$$

β_2 : تمثل معامل التفرطح:

$$\beta_2 = \frac{M_4(S)}{(M_2(S))^2}$$

ويأخذ معامل بيرسون (K) عدة قيم تستخدم في تحديد نوع التوزيع وهى :

١. إذا كانت قيمة معامل بيرسون سالبة أي $(K < 0)$ فإن البيانات في هذه الحالة تتبع توزيع بيتا.

٢. إذا كانت قيمة معامل بيرسون أقل من الواحد الصحيح أي $(K < 1)$ فإن البيانات في هذه الحالة تتبع توزيع مقلوب جاما.

٣. إذا كانت قيمة معامل بيرسون تقع بين الصفر والواحد الصحيح أي $(0 < K < 1)$فإن البيانات في هذه الحالة تتبع توزيع جاما.

المبحث الرابع

النموذج المركب المقترح لتقدير قيم المطالبات الإجمالية

بالاعتماد علي العزوم ومنحنيات بيرسون يمكن بناء النموذج المركب كما يلي:

- تحديد التوزيع الإحتمالي المتقطع لعدد حالات خسائر البضائع

جدول رقم(١)

عدد المطالبات خلال الفترة من ٢٠١٢إلى٢٠١٦

السنة	عدد المطالبات
٢٠١٢	٢٥
٢٠١٣	٢٤
٢٠١٤	٢١
٢٠١٥	٣٧
٢٠١٦	٣١

المصدر : سجلات شركة مصر للتأمين سنوات مختلفة.

عند ادخال البيانات الخاصة بعدد المطالبات في برنامج (Easy Fit Professional) تبين أن أفضل توزيع لعدد المطالبات هو توزيع ذو الحدين السالب حيث كانت نتائج جودة المطابقة كما يلي:

فرض العدم: عدد الوفيات يتبع توزيع ذو الحدين السالب.

الفرض البديل: عدد الوفيات لا يتبع توزيع ذو الحدين السالب.

وحيث أن قيمة P−Value = 0.90424 أكبر من $\alpha = 0.05$.

فإننا نقبل فرض العدم بأن أعداد الوفيات تتبع توزيع ذو الحدين السالب.

- تقدير معالم توزيع ذو الحدين السالب

يقال أن المتغير (x) يتبع توزيع ذو الحدين السالب بمعلمتين (p,r) إذا كانت دالة كثافة الإحتمال للمتغير (x) تأخذ الشكل التالي[١٣]:

$$f(x)=\binom{x-1}{r-1}p^{r}(q)^{n-r}$$

وقد أمكن تقدير المعلمتين (p,r) باستخدام برنامج (Easy Fit Professional) فكانت:

$$(p=0.84559) \quad ، \quad (r=151)$$

العزوم الأربعة الأولي حول الصفر لتوزيع ذو الحدين السالب

تم حساب العزوم الأربعة الأولي حول الصفر لتوزيع ذو الحدين السالب باستخدام برنامج (Mathcad) كما يلي:

$$\mu'_{1(N)}=27.574$$

$$\mu'_{2(N)}=792.909$$

$$\mu'_{3(N)}=43.598$$

$$\mu'_{4(N)}=68.504$$

العزوم الأربعة المركزية لتوزيع ذو الحدين السالب

باستخدام العلاقة بين العزوم المركزية والعزوم الخام السابق توضيحها أمكن تقدير العزوم المركزية باستخدام برنامج (Mathcad) كما يلي:

$$\mu_{2(N)}=\mu'_{2(X)}-\left(\mu'_{1(X)}\right)^{2}=32.609$$

$$\mu_{3(N)}=\mu'_{3(X)}-3\mu'_{2(X)}\mu'_{1(X)}+2\left(\mu'_{1(X)}\right)^{3}=-2.362\times10^{4}$$

$$\mu_{4(N)}=\mu'_{4(X)}-4\mu'_{3(X)}\mu'_{1(X)}+6\mu'_{2(X)}\left(\mu'_{1(X)}\right)^{2}-3\left(\mu'_{1(X)}\right)^{4}=5.347\times10^{6}$$

- تحديد التوزيع الإحتمالي المتصل لقيم خسائر البضائع

جدول رقم(٢)

اجمالي التعويضات خلال الفترة من ٢٠١٢إلى٢٠١٦

السنة	إجمالي التعويضات المسددة
٢٠١٢	٢٩٦٢٥٤
٢٠١٣	٨٠٠٥١٩
٢٠١٤	١٤٠٩٤٩٤
٢٠١٥	٢٠٢٧٣٨٢
٢٠١٦	٦٩٥٩٩٣

المصدر : سجلات شركة مصر للتأمين سنوات مختلفة.

عند ادخال البيانات الخاصة بقيمة تعويضات في برنامج (Easy Fit Professional) تبين أن أفضل توزيع لقيمة التعويضات هو توزيع جاما حيث كانت نتائج جودة المطابقة كما يلي:

فرض العدم: قيم التعويضات تتبع توزيع جاما.

الفرض البديل: قيم التعويضات لا تتبع توزيع جاما.

وحيث أن قيمة P–Value = 0.56328 ومستوى المعنوية $\alpha = 0.05$.

وحيث أن قيمة P–Value = 0.56328 أكبر من α .

فإننا نقبل فرض العدم بأن قيمة تعويضات تتبع توزيع جاما.

تقدير معالم توزيع جاما

يقال أن المتغير x يتبع توزيع جاما بمعلمتين (β,α) إذا كانت دالة كثافة الإحتمال للمتغير x تأخذ الشكل التالي[١٤]:

$$f(x)=\frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)}e^{-\beta x}x^{\alpha-1}$$

وقد أمكن تقدير المعلمتين (β,α) باستخدام برنامج (Easy Fit Professional)
فكانت:

$$\beta = 4.3983E+5 \qquad ، \qquad \alpha = 2.378$$

العزوم الأربعة الأولي حول
الصفر لتوزيع جاما

تم حساب العزوم الأربعة الأولي حول الصفر لتوزيع جاما باستخدام برنامج (Mathcad)
كما يلي:

$$\mu'_1(X) = \frac{(\beta)^1}{\Gamma(\alpha)}\Gamma(\alpha+1) = 1.046\times10^6$$

$$\mu'_2(X) = \frac{(\beta)^2}{\Gamma(\alpha)}\Gamma(\alpha+2) = 1.554\times10^{12}$$

$$\mu'_3(X) = \frac{(\beta)^3}{\Gamma(\alpha)}\Gamma(\alpha+3) = 2.992\times10^{18}$$

$$\mu'_4(X) = \frac{(\beta)^4}{\Gamma(\alpha)}\Gamma(\alpha+4) = 7.087\times10^{24}$$

العزوم الأربعة المركزية لتوزيع جاما

باستخدام العلاقة بين العزوم المركزية والعزوم الخام السابق توضيحها أمكن تقدير العزوم المركزية باستخدام برنامج (Mathcad) كما يلي:

$$\mu_2(X) = \mu'_2(X) - (\mu'_1(X))^2 = 4.6\times10^{11}$$

$$\mu_3(X) = \mu'_3(X) - 3\mu'_2(X)\mu'_1(X) + 2(\mu'_1(X)) = 4.047\times10^{17}$$

$$\mu_4(X) = \mu'_4(X) - 4\mu'_3(X)\mu'_1(X) + 6\mu'_2(X)(\mu'_1(X))^2 - 3(\mu'_1(X)) = 8.349\times10^{24}$$

العزوم الأربعة المركبة لتوزيعي ذو الحدين السالب و جاما

من عزوم التوزيع المتقطع (ذو الحدين السالب) والتوزيع المستمر(جاما) تم حساب العزوم المركبة لدالة قيم المطالبات الإجمالية باستخدام برنامج (Mathcad) كما يلي:

$$M_1(S) = \mu'_1(X) \times \mu'_1(N) = 2.884\times10^7$$

$$M_2(S)=\left(\left(\mu'_{1(X)}\right)^2\times\mu_{2(N)}\right)\ +\left(\mu_{2(X)}\times\mu'_{1(N)}\right)=9.104\times10^{14}$$

$$M_3(S)=\left(\left(\mu'_{1(X)}\right)^3\times\mu_{3(N)}\right)+\left(\mu_{3(X)}\times\mu'_{1(N)}\right)+\left(2\mu'_{1(X)}\right)=1.324\times10^{20}$$

$$\begin{aligned}M_4(S)=&\left(\left(\mu'_{1(X)}\right)^4\times\mu_{4(N)}\right)+\left(\mu_{4(X)}\times\mu'_{1(N)}\right)+\left(4\mu'_{1(X)}\times\mu_{3(X)}\times\mu_{2(N)}\right)\\&+6\left(\left(\mu'_{1(X)}\right)^2\right)\times\mu_{2(X)}\times\left(\mu'_{1(N)}\times\mu_{2(N)}\times\mu_{3(N)}\right)\\&+3\left(\left(\mu_{2(X)}\right)^2\right)\left(\left(\mu'_{1(N)}\right)^2-\mu'_{1(N)}+\mu_{2(N)}\right)=9.745\times10^{30}\end{aligned}$$

حساب السعر الصافي

يتمثل السعر الصافي في العزم الأول لدالة قيم المطالبات الإجمالية $M_1(S)$ وذلك قبل الأخذ في الحسبان انحرافات قيم المطالبات الفعلية عن المتوقعة ويحسب كما يلي:

$$M_1(S)=2.8842404\times10^7\ =\mathbf{28842404}$$

السعر الصافي

$$0.000491=\frac{28842404}{20169513286}=\frac{\text{مجموع قيم المطالبات}}{\text{مجموع مبالغ التأمين}}$$

ولتحديد شكل التوزيع الخاص بدالة قيم المطالبات الإجمالية يتم حساب ما يلي:

١- تحديد معامل الإلتواء (β_1) والتفرطح β_2 لدالة قيم المطالبات الإجمالية باستخدام برنامج (Mathcad) كما يلي:

$$\beta_1=\sqrt{\frac{(M_3(S))^2}{(M_2(S))^3}}=\sqrt{\frac{\left(2.323\times10^{20}\right)^2}{\left(9.104\times10^{14}\right)^3}}=2.323\times10^{-5}$$

$$\beta_2=\frac{M_4(S)}{(M_2(S))^2}=\frac{9.745\times10^{30}}{\left(9.104\times10^{14}\right)^2}=11.759$$

٢- تحديد شكل التوزيع المناسب لدالة مجموع قيم المطالبات الثابت K حيث:

$$K = \frac{\beta_1(\beta_2+3)^2}{4[(2\beta_2-3\beta_1-6)(4\beta_2-3\beta_1)]} = 0.00000153$$

ووفقاً لمجموعة منحنيات بيرسون إذا كانت قيمة معامل بيرسون تقع بين الصفر والواحد الصحيح أي $(0 < K < 1)$فإن البيانات في هذه الحالة تتبع توزيع جاما.

وتأخذ دالة التوزيع التراكمية لتوزيع جاما الشكل التالي:

$$F(S) = \int_0^S \frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)} e^{-\beta s} (\beta s)^{\alpha-1} .ds$$

الحصول علي معالم توزيع جاما عن طريق مساواة العزم الأول لتوزيع جاما بالعزم المركزي الأول $M_1(S)$ والعزم الثاني لتوزيع جاما بالعزم المركزي الثاني كما يلي:

$$M_1(S) = \frac{\alpha}{\beta} = 2.884 \times 10^7 \quad (1) \quad M_2(S) = \frac{\alpha}{\beta^2} = 9.104 \times 10^{14} \quad (2)$$

وحيث أن:

$$M_2(S) = 9.104 \times 10^{14} \quad \text{و} \quad M_1(S) = 2.884 \times 10^7$$

وبقسمة المعادلة رقم(١) علي المعادلة رقم(٢) نحصل على:

$$\frac{2.884 \times 10^7}{9.104 \times 10^{14}} = \frac{\alpha}{\beta} \times \frac{\beta^2}{\alpha}$$

$$\beta = 3.168 \times 10^{-8}$$

وبالتعويض عن قيمة $\left(\beta = 8.063 \times 10^{-8}\right)$ في أي معادلة نحصل على:

$$\frac{\alpha}{3.168 \times 10^{-8}} = 2.884 \times 10^7$$

$$\alpha = 0.023$$

ويكون النموذج الرياضي المركب المقترح الذى يحكم خسائر البضائع هو :

$$f_{(S)} = \frac{3.168 \times 10^{-8}}{\Gamma(0.023)} e^{-(3.168 \times 10^{-8})S} \cdot \left(3.168 \times 10^{-8} \times S\right)^{-0.977}$$

السعر الصافي النهائي

بعد الحصول علي النموذج الرياضي المركب الذى يحكم أخطار نقل البضائع كما سبق توضيحه ، يمكننا الآن الوصول للقسط النهائي والذي يمثل القسط الصافي (الذي سبق الحصول عليه) مضافاً إليه مخصص الإنحرافات لقيم المطالبات(الفرق بين المطالبات الفعلية والمطالبات المتوقعة)، وتتوقف قيمة هذا المخصص على قيمة الإحتمال المختار، فإذا قررت شركة التأمين تحديد القسط والذي تقع في حدوده 90% من مجموع قيم المطالبات فإنه يمكن الحصول علي قيمة المطالبات الإجمالية كما يلي:

مما سبق توصلنا إلى الدالة التالية:

$$f(S) = \frac{3.168\times10^{-8}}{\Gamma(0.023)} e^{-(3.168\times10^{-8})S} \cdot \left(3.168\times10^{-8}\times S\right)^{-0.977}$$

$$f(S) = \int_{0}^{S} \frac{3.168\times10^{-8}}{\Gamma(0.023)} e^{-(3.168\times10^{-8})S} \cdot \left(3.168\times10^{-8}\times S\right)^{-0.977} .dS$$

عند إحتمال قدره 90 % فان : $S = 3.19764\times10^{7} = 31976413$:

قيمة المطالبات الإجمالية (aggregate claims)= 31976413

∴السعر الصافي النهائي

$$= \frac{31976413}{58742167006} = 0.00054$$

السعر التجاري:

يتم تحديد القسط التجاري بإضافة أعباء القسط إلي القسط الصافي والتي تتمثل في العمولات والمصاريف الإدارية بالإضافة إلي هامش الربح وتحدد هذه الأعباء كنسبة من القسط التجاري وذلك من خلال الخبرة الفعلية لشركة التأمين.

ولحساب القسط التجاري يتم إضافة المصروفات العمومية والإدارية والتي تقدر بنسبة 30%. وعلي ذلك يمكن حساب القسط التجاري علي النحو التالي:

القسط التجاري= القسط الصافي + (نسبة العمولات × القسط الصافي)

القسط التجاري= 0.00054+(0.3×0.00054)=0.000702

أولا : النتائج :

يمكن عرض نتائج الدراسة فيما يلى من نقاط :

١. تتبع عدد حوادث نقل البضائع بالهيئة القومية لسكك حديد مصر توزيع ذو الحدين السالب بمعلمات $r = 151$ ، $p = 0.84559$.

٢. تتبع قيمة خسائر نقل البضائع بالهيئة القومية لسكك حديد مصر توزيع جاما بمعلمات $\alpha = 2.378$ ، $\beta = 4.3983E + 5$.

٣. دالة قيم المطالبات الإجمالية لأخطار نقل البضائع بالهيئة القومية لسكك حديد مصر المركبة من توزيعي ذو الحدين السالب وجاما هي دالة التوزيع الإحتمالي جاما بمعلمات $\beta = 3.168 \times 10^{-8}$ ، $\alpha = 0.023$.

٤. دالة الكثافة الإحتمالية لدالة قيم المطالبات الإجمالية لأخطار نقل البضائع بالهيئة القومية لسكك حديد مصر كانت علي الشكل التالي:

$$f(S) = \int_0^s \frac{3.168 \times 10^{-8}}{\Gamma(0.023)} e^{-(3.168 \times 10^{-8})s} \cdot \left(3.168 \times 10^{-8} \times s\right)^{-0.977} .ds$$

٥. السعر الصافي لتغطية أخطار نقل البضائع بالهيئة القومية لسكك حديد مصر هو 0.000491

٦. السعر التجاري الصافي لتغطية أخطار نقل البضائع بالهيئة القومية لسكك حديد مصر هو0.000702

٧. بمقارنة السعر المطبق حاليا وهو 0.003 بالسعر الذى تم التوصل اليه وهو 0.000702 يتضح أن السعر المطبق حاليا أقل من السعر العادل لهذه الأخطار مما يفسر عزوف الكثرين عن استخدام القطارات كوسيلة لنقل البضائع.

☒ ثانيا : التوصيات :

في ضوء ما توصلنا إليه من نتائج يمكن الخروج بالتوصيات التالية :

١. استخدام التوزيعات الإحتمالية وخاصة التوزيعات الإحتمالية المركبة في تسعير الأخطار.

٢. استخدام توزيعات بيرسون كوسيلة لتحديد التوزيع الإحتمالي المركب للوصول لدالة قيم المطالبات الإجمالية.

٣. أهمية استخدام نظرية الأخطار التجميعية في تسعير أخطار نقل البضائع بالهيئة القومية لسكك حديد مصر.

مراجع البحث:

[١] ياسر محمد عياد، " إدارة أخطار النقل في هيئة سكك حديد مصر"، رسالة دكتوراه، كلية التجارة، جامعة بنى سويف، ٢٠٠٨،ص أ.

[٢] الجهاز المركزي للتعبئة العامة والاحصاء، سنوات مختلفة.

[٣] مي محمد منير موسى، "اقتصاديات النقل المتعدد بواسطة السكك الحديدية وآثارها على التنمية الاقتصادية في مصر"، رسالة دكتوراه، كلية التجارة، جامعة عين شمس،٢٠١٤، ص١.

[٤] سجلات شركة مصر للتأمين.

[٥] محمد عبد الفتاح فودة، "تسعير تأمين أخطار النقل الداخلي في مصر بالتطبيق على الهيئة القومية للسكك الحديدية"، رسالة دكتوراه، كلية التجارة، جامعة أسيوط، ١٩٩٠، ص ص:٨-٢٠.

[6] https://www.arabfinance.com/2015/pages/news/newsdetails.aspx?Id=361093&lang=ar.

[7] Cummins, J. David, (1991)," Statistical and Financial Models of Insurance Pricing and the Insurance Firm", Journal of Risk and Insurance, Vol. LVIII, No.2, pp. 274-280.

[٨] محاضرات القاها الأستاذ الدكتور محمد توفيق البلقيني لطلبة تأهيلي دكتوراه، سنة ٢٠١٦.

[9] Cummins, J. David, (1991)," Statistical and Financial Models of Insurance Pricing and the Insurance Firm", Journal of Risk and Insurance, Vol. LVIII, No.2, pp. 26١-264.

[10] Hon-Shiang Lau, "An Effective Approach for Estimating the Aggregate Loss of an Insurance Portfolio", The Journal of Risk and Insurance, Vol. 51, No. 1, 1984, pp19-32.

[11] Michel Denuit et. al. "Actuarial Modeling of Claim Counts", John Wiley & sons ,Ltd , 2007 , pp-28-34.

[12] Bachioua Lahcene, " On Pearson Families of Distributions and its applications", African Journal of Mathematics ,vol.6, 2013 , pp. 108-112.

[13] Adil Rashid, "Compound Probability Distributions and their applications", Faculty of Physical & Material Sciences, 2013.pp:13-16.

[14] Evelien Brisard," Pricing of Car Insurance with Generalized Linear Models", master thesis, Vrije Universiteit Brussel,2014, pp:12-13.