تصور "جون لوك" عن العدد وأثره على "جورج بيركلي"
مقال في فلسفة الحساب

أحمد عصام الدين عبد الجواد(*)
Ahmed.Abdelgawad@arts.suezuni.edu.eg

ملخص

يعد العدد من منظور "جون لوك" سمة أساسية في الأشياء المُدركة؛ فأي شئ يحمل العدد واحد بوصفه سمة رئيسية فيه. ومن ثم، أسس كل أفكاره عن العدد على الخبرة الحسية، وذلك خلال الوحدة العددية أو العدد واحد الذي عده فكرة بسيطة عن الخبرة الحسية. وبينما وضع "جون لوك" الوحدة العددية أو الواحد الصحيح ضمن فئة الأفكار الحسية البسيطة. نجد إنه وضع العدد (٢) ضمن الأفكار المركبة؛ وقد تكون نتيجة تكرار الواحد الصحيح واضافته إلى بعضه البعض.

أثرت أفكار "جون لوك" عن الأعداد على عديد مفكري العصر الحديث، وبصفة خاصة "جورج بيركلي" الذي أشار إلى أن فكرة "جون لوك" عن الوحدة العددية تعد فكرة مجردة غير مقبولة. ومن ثم، فالأعداد من منظور "جورج بيركلي" غير مشتقة من الخبرة الحسية وإنما من صنع العقل بشكل تام. وقد ميز "جورج بيركلي" بين الأسماء والكلمات؛ معتبرًا أن الأعداد أسماء وليست كلمات. ومن ثم، اهتم "جورج بيركلي" فقط بالعلامات أو الأسماء وليس مجموعة الموضوعات التي يُفترض أن تشير إليها هذه العلامات.

كلمات مفتاحية: جون لوك، جورج بيركلي، الوحدة العددية، الاعداد.

(*) مدرس المنطق وفلسفة العلوم – كلية الآداب – جامعة السويس.

مقدمة

لعل أشهر التعريفات التي كانت تُعرف بها الرياضيات التقليدية هو أنها العلم الذي يهتم بدراسة الكم بأنواعه المختلفة، المحدد منها كالعدد، وغير المحدد كالرموز الجبرية، المتصل منه كما في الهندسة والميكانيكا، والمنفصل منه كما في الحساب والجبر، أو بأنها العلم الذي يهتم بدراسة المقدار (١).

وقد عاصر هذا الإدراك لدى الإنسان حاجته الى تكوين مجتمعات وحاجته بالتالى إلى أسلوب للتفاهم ونعني به اللغة. وفي مرحلة تالية بدأت فكرة مقابلة الأشياء ببعضها تفرض ذاتها بما تتضمنه من مقدرة استدلالية؛ فأصابع اليد اليمنى مثلًا تقابل أصابع القدم (واحد – لواحد) (٢).

ويعد المقدار العددي أهم أنواع المقادير التي تبحثها الرياضيات إن لم يكن هو الأساس الذي قامت عليه فكرة الكم في الرياضيات. فضلًا عن أن المقدار العددي (أو العدد) هو في حقيقته الموضوع الرئيس في علم الحساب (٣).

وقد مر العدد مفهومًا ورمزًا بعدة مراحل تاريخية: كان الانسان القديم – في المرحلة الأولى – ينظر للطبيعة بما تحويه من أشياء على أنها وحدة متكاملة وأنه جزء من هذه الوحدة. وفي مرحلة ثانية بدأ يدرك تميزه وتفرده، وكرس هذا الإدراك خلال التملك والسيطرة وتصنيف الأشياء معتمدًا على أوصافها، ثم تعرف الإنسان دون أن يشعر على العدد (١)، وبدأ يعد الأشياء بتكرار الواحد (هذا واحد، وهذا واحد...)، ولم يكن يعد: واحد اثنان... إلخ (٤).

وفي مرحلة متأخرة نسبيًا أدرك الإنسان معنى التساوي وبدأ يبحث عما يشير به إلى مجموعات متساوية بمفهوم واحد – لواحد، فاستخدم الترميز (أي ترميز الصفات للمجموعات المتساوية)، وتطورت هذه الرموز التي تمثل الأعداد عبر العصور حتى أصبحت أكثر يسرًا في الكتابة ودلالة لما نشير إليه. ومن هنا يمكن تعريف العدد بصفة مبدئية وبشكل عام على أنه "الصفة المشتركة بين مجموعات متساوية وفق مبدأ التساوي واحد – لواحد" (٥).

يتضح مما سبق أن دراسة المجموعات وفكرة التساوي – وهما من الأساليب التي تعرف بها الإنسان عبر تطوره على العدد – يشكلان أساس الرياضيات(٦). ونقطة البداية الواضحة في الرياضيات، عند من كان على قسط من المعرفة الرياضية، هي متسلسلة الأعداد الآتية:

٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ..... ، ن ، ن + ١ ، .....

وهذه هي المتسلسلة التي نعنيها عندما نتكلم عن "متسلسلة الأعداد الطبيعية(٧). ومع أن الأعداد الطبيعية مألوفة، إلا أنها غير مفهومة، فقليل منا من يستطيع أن يعرف المقصود بـ "العدد" أو "الواحد" ... وليست هذه الأمور سهلة بحال من الأحوال، فقد كان المعتقد إلى وقت قريب أن هذه المفاهيم في الحساب أو بعضها على الأقل يجب أن يُقبل على أنه أولي(٨).

وقد جاء هذا البحث بعنوان: "**تصور جون لوك عن الأعداد وأثره على جورج بيركلي**"، ورغم أهمية هذا الموضوع فإنه لم يحظ بعناية البحث من قبل الباحثين العرب – بقدر ما أتيح لنا من معارف – فلا نجد كتابًا أو أطروحة عالجت هذا الموضوع. اللهم إلا كتابًا وحيدًا في هذا الإطار للعالم المصري الأستاذ الدكتور/ عزمي إسلام "رحمه الله" (١٩٣١ – ١٩٨٧) ، تناول موضوعه – من بين ما تناوله – "الأفكار المركبة عن العدد عند جون لوك" بصورة عامة وموجزة، تتفق وأهدافه(٩).

وتجدر الإشارة إلى أن البحث الحالي يناقش فرضًا أساسيًا يعني بتحليل **الأفكار البسيطة والمركبة عن الوحدة العددية والعدد لدى "جون لوك" في ضوء مذهبه التجريبي وموقف "جورج بيركلي" منها في ضوء مذهبه الاسمي**، وكان على الباحث عند التحقق من هذا الفرض أن يناقش مجموعة من الفروض الفرعية التي تندرج تحته وتأخذ شكل التساؤلات التالية:-

- **ما تصور "جون لوك" للعدد في ضوء مذهبه التجريبي؟**

- **ما موقف "جورج بيركلي" النقدي من تصور "جون لوك"؟**
- **ما تصور "جورج بيركلي" عن العدد في ضوء مذهبه الاسمي؟**

وفي سبيل التحقق من الفرض الرئيس للبحث، والإجابة عما ارتبط به من تساؤلات، اعتمد الباحث كثيراً – وحسب ما يتطلب سياق البحث – على أعمال "جون لوك" و "جورج بيركلي" بوصفها المصادر الرئيسة للبحث، بالإضافة إلى بعض المراجع الأخرى عن الموضوع.

وفي السياق نفسه، انتهج الباحث منهجاً تحليلياً مقارناً بالدرجة الأولى اقتضته طبيعة البحث لبسط وتحليل القضايا، وتقديم تفسيرٍ لها، ومقارنتها بغيرها.

تصور "جون لوك" عن الاعداد

تناول "جون لوك" .Locke, J (١٦٣٢ – ١٧٠٤)[١٠] – في العمل الذي حمل عنوان "مقال خاص بالفهم البشري" – الأعداد الصحيحة الموجبة فقط، ورغم إشارة بعض الدراسات الغربية إلى أن أفكار "جون لوك" المتعلقة بالعدد قد تم نسيانها بالكامل[١١]. فإن الباحث يتحفظ على ذلك، حيث أن أفكار "جون لوك" كان لها أثرًا – إما ايجابيًا أو عكسيًا[١٢] – على عديد من علماء الرياضيات، لعل أبرزهم "جورج بيركلي" .Berkeley, G (١٦٨٥– ١٧٥٣)[١٣] الذي تناول أفكار "جون لوك" بالنقد منتهيًا إلى نتائج مختلفة عما ذهب إليه "جون لوك" في تصوره عن الأعداد.

يشير "جون لوك" في الفصل الثامن – من الكتاب الثاني – الذي حمل عنوان "عن الأفكار"[١٤] إلى أن العدد يعد سمة أساسية في الأشياء المُدركة، شأنه في ذلك شأن الشكل والامتداد والصلابة. ومن ثم، فإن أي شئ يحمل العدد واحد بوصفه سمة رئيسية فيه[١٥]. وبالتالي، فهذه السمات ثابتة في الشئ غير متغيرة[١٦]؛ بمعنى أنها أساسية فيه ملازمة له دائمًا مهما حدث فيه من تغييرات، وبحيث لا يمكن تصور الشئ أو وجوده دونها[١٧].

بعد ذلك تحدث "جون لوك" عن العدد – في الفصل السادس عشر من الكتاب نفسه – هادفًا خلاله إلى إظهار أن أفكارنا عن العالم الخارجي مشتقة من الخبرة

الحسية. ومن ثم، فقد أسس كل أفكاره عن العدد على الخبرة الحسية، وذلك خلال الوحدة العددية أو العدد (١) الذي عده فكرة بسيطة عن الخبرة الحسية. حيث أشار إلى إن:-

يعدد العدد أكثر الأفكار بساطة وكلية؛ ومن بين الأفكار العديدة الموجودة لدينا، والتي تم تقديمها للعقل بأكثر من طريق[١٨]، لم يكن ثمة فكرة أبسط من الوحدة العددية أو الواحد الصحيح؛ حيث لا يوجد داخلها تنوع أو تركيب: فكل موضوع ندركه بحواسنا، وكل فكرة نفهمها، وكل ما يجول في الذهن، يحمل في طياته الوحدة العددية (أو الواحد الصحيح) ... حيث ينطبق العدد على الإنسان، الملائكة، الأفعال، الأفكار، وكل شئ له وجود أو يمكن تخيله[١٩].

ومن ثم، فإن أبسط فكرة – من بين جميع أفكارنا – وأكثرها كلية هي فكرة الوحدة العددية؛ والسبب وراء ذلك أنها تُقدم للعقل بأكثر من طريق مقارنة بأي فكرة أخري، ويرجع ذلك – من منظور "جون لوك" – إلى أن الوحدة العددية عبارة عن سمة توجد في الأشياء ذاتها.

ولذا فقد ظن "جون لوك" أن فكرة العدد تعد أقرب مثال يوضح العلاقة أو الروابط بين الفكرة البسيطة، وبين أفكارنا المركبة عن الأعراض البسيطة[٢٠].

وبينما وضع "جون لوك" الوحدة العددية أو الواحد الصحيح ضمن فئة الأفكار الحسية البسيطة[٢١]. نجد أنه وضع العدد (٢) ضمن الأفكار المركبة[٢٢]؛ وقد تكون نتيجة تكرار الواحد الصحيح وإضافته الى بعضه البعض. ومن ثم، أشار إلى أن الأعداد نفسها ما هي إلا وحدات عددية بقوله:-

وعن طريق تكرار هذه الفكرة في أذهاننا، وبإضافة التكرارات إلى بعضها البعض نصل إلى الأفكار المركبة. ومن ثم، فبإضافة واحد صحيح إلى واحد صحيح آخر نحصل على الفكرة المركبة الخاصة بالازدواج Couple[٢٣].

وفي السياق نفسه يقول:-

وإذا كررنا عملية الإضافة بجمع ١٢ وحدة عددية من هذه الوحدات العددية إلى بعضها سنصل إلى الفكرة المركبة عن الدستة، وهكذا ... عن العشرين أو المليون أو أي عدد أخر(٢٤).

بحيث تختلف كل حالة من هذه الحالات وتتميز عن الأخرى – إذ أن فكرتي عن الاثنين تختلف عن فكرتي عن الثلاثة أو الاثني عشر – مع أنها جميعًا نشأت عن تكرار فكرة الواحد الصحيح(٢٥).

وحيث إن الأفكار المركبة عن الأعراض البسيطة للعدد مختلفة متميزة، فيجب أن نسمي كلًا منها بإسم يختلف عن إسم الأخرى كالإثنين والثلاثة(٢٦).

يتضح مما سبق أن "جون لوك" يرى اختلاف جوهري بين فكرة العدد (١) والعدد (٢)، فالفكرة الأولى بسيطة بينما تعد الفكرة الثانية مركبة. ويعد "جون لوك" الوحيد بين علماء المنطق والرياضيات الذي قام بالتمييز بين فكرة الوحدة العددية أو العدد (١) وفكرة العدد (٢). ويقول أيضًا في السياق نفسه إنه:-

بإضافة فكرة الوحدة العددية إلى وحدة عددية أخرى، نحصل في النهاية على فكرة مجمعة يُطلق عليها اسم جمعي هو اثنان. ويمكن الاستمرار في فعل ذلك الأمر، فبإضافة وحدة عددية إضافية إلى آخر فكرة مجمعة ثم تعطي الفكرة الجديدة اسم جمعي خاص بها يعبر عن مجموعات عديدة من الوحدات تتميز عن بعضها البعض، طالما أن ثمة سلسلة من الأسماء التي تعبر عن أعداد متتالية، وثمة ذاكرة تستوعب هذه السلسلة بأسمائها المختلفة(٢٧) (٢٨).

ويعد هذا التعريف هو نفسه التعريف الاستقرائي الرياضي للأعداد الأكبر من الوحدة العددية (أو بالأحرى الأكبر من الصفر)، ولعل مبدأ الاستقراء الرياضي لم

يتم التعبير عنه صوريًا بواسطة "جون لوك"، ولكن "جون لوك" رغم ذلك أقر جوهر هذا المبدأ [٢٩]. وتحمل الفقرة التالية للفيلسوف والرياضي الهولندي "لويتسن براور" Brouwer, L. (١٨٨١ – ١٩٦٦)[٣٠] نهج "جون لوك"، حيث يقول:-

عند الإدراك الحسي لشئ ما، فإننا ندرك فكرة الكينونة خلال عملية تجريد الشئ من الصفات الخاصة المميزة له كما ندرك أيضًا إمكانية التكرار غير المحدد لتصور الكيانات. ويكمن في هذه الأفكار مصدر تصور الأعداد الطبيعية[٣١].

ورغم أن هذه الفقرة تحمل نهج "جون لوك"، إلا أنه ليس ثمة إشارة إلى أن "لويتسن براور" قد أقر الرؤية التي قدمها "جون لوك" والتي تشير إلى أن فكرة العدد (١) تعد فكرة بسيطة بينما تعد فكرة العدد (٢) مركبة؛ حيث إن "لويتسن براور" يرى أن فكرة الأعداد الطبيعية جميعها تعد فكرة بسيطة حيث بدأ هذه الفقرة قائلًا:-

نبدأ بفكرة الأعداد الطبيعية ١، ٢، ٣ ... إلخ، فهي مألوفة جدًا لدينا بحيث يصعب رد هذه الفكرة إلى أفكار أخرى ابسط منها [٣٢].

إلا أن ثمة تشابة بين رؤية "جون لوك" لعملية توليد الأعداد ٢، ٣، ٤ ...الخ وعبارة "لويتسن براور" التي يقول فيها:-

ندرك أيضًا إمكانية التكرار غير المحدود لتصور الكيانات، ويكمن في هذه الأفكار مصدر تصور الأعداد الطبيعية[٣٣].

وعند البحث عن الطريقة التي تنشأ بها نظرية الأعداد الطبيعية، نجد أن العدد (١) يعرف أولًا بأنه "تالي" الصفر، ويعرف العدد (٢) بأنه "تالي" الواحد وهكذا، ومن الواضح أننا نستطيع السير إلى أي حد نريد بهذا التعريف، لأنه بمقتضى القضية (٢) كل عدد نصل إليه له تالي، وبمقتضى (٣) لا يمكن أن يكون هذا التالي أي عدد من الأعداد التي عرفت من قبل، لأنه لو كان كذلك فسيكون لعددين مختلفين التالي نفسه، وبمقتضي (٤) لا عدد من الأعداد التي نصل إليها في هذه

المتسلسلة يمكن أن يكون الصفر. وبذلك تعطينا متسلسلة التوالي متسلسلة لا أخر لها من أعداد جديدة باستمرار(٣٤).

بمعنى آخر، نستطيع بسهولة رؤية الكيفية التي يمكن بها التوصل إلى أي عدد بعينه، مثلا ٣٠.٠٠٠ فأولًا، نُعرف (١) بأنه تالي (٠) ثم نعرف (٢) بأنه تالي (١)، ثم نعرف (٣) بأنه تالي (٢) وهكذا، وفي حالة أي عدد بعينه مثل ٣٠.٠٠٠ فالبرهان الذي يمكننا به التوصل إليه بالسير في هذا الطريق خطوة خطوة على هذا النحو، يمكن أن يكون بالتجربة الفعلية إذا أيدنا الله بالصبر؛ إذ نمضي في عمليتنا إلى أن نصل إلى ٣٠.٠٠٠ بالفعل(٣٥).

ويشير الباحث إلى إن رؤية "جون لوك" عن العدد – والتي قدمها في الفصل السادس عشر من الكتاب الثاني – تعد تمهيدًا للنظرية التجريبية عن اللانهائية، والتي قدمها في الفصل السابع عشر من الكتاب نفسه. ومن ثم، كان تناول الأعداد الصحيحة الموجبة فقط كافيًا بالنسبة له في هذا الفصل.

حيث إن عملية تكرار أو إضافة الفكرة البسيطة الواحدة قد تكون تكرارًا للوحدة العددية، وقد تكون تكرارًا لوحدة مكانية أو زمنية، وقد لا يقف هذا التكرار للفكرة البسيطة الواحدة عند حد بعينه فنصل إلى فكرة اللانهائية(٣٦).

إلا إن "ليبنتز" أشار – في سياق حديثه عن إمكانية مناقشة العدد اللانهائي عند "جون لوك" – إلى أنه:-

> **من السهل البرهنة على عدم وجود العدد اللانهائي، ولا الخط اللانهائي ولا أي كمية لانهائية، وذلك إذا تم عدها بوصفها كليات حقيقية ... إن اللانهائي الحقيقي يوجد فقط في المطلق الذي يسبق كل تركيب، ولا يتكون نتيجة إضافة الأجزاء إلى بعضها البعض** (٣٧).

كما أشار "دانيال أوكونر" O'Conner, D. (١٩١٤ – ٢٠١٢) (٣٨) في السياق نفسه إلى أن "جون لوك" لم ينجح في تقديم تعريف دقيق للعدد اللانهائي (٣٩).

ويشير الباحث إلى أن استخدام "أوكونر" لكلمة "ينجح" يشير إلى أن "جون لوك" كان يحاول إيجاد تعريف لعبارة "العدد اللانهائي"، ويعتقد الباحث أن هذا الاشارة خاطئة، فالعدد اللانهائي غير قابل للحصر الكمي، فضلًا عن أنه لا يوجد تصور خاص باللانهائي الكامل في عصر "جون لوك". ومن ثم، فلا داعي لافتراض أنه قد فكر في تقديم تعريف له، وبالتالى فلا معنى لمسألة عدم نجاحه في ذلك.

إن النقطة الأساسية في النظر الى اللانهائية – بوصفها عملية لتوليد الأعداد – هي أنها لا تنتهي، فمن سمات الأعداد هو أنه بالنسبة لكل عدد ثمة عدد آخر أكبر منه. يقول "جون لوك" في ذلك الأمر:-

هذه الإضافة اللانهائية للأعداد – والواضحة للاذهان – تقدم لنا فكرة واضحة ومتميزة جدا عن اللانهائية(٤٠).

يذكر "جون لوك" أن أفكارنا عن اللاتناهي ليست سوى حالات أو أعراض Modes لفكرتنا عن الكم، سواء أكان هذا الكم زمانيًا أم مكانيًا أم عدديًا، وهي فكرة سالبة بالنسبة لفكرة النهاية الموجبة، ويقوم العقل بتكوينها بناء على تكبير أي كم بطريقة لا تنتهي أو تقف عند حد بعينه(٤١).

وعلى ذلك فهي لا يمكن أن تكون ايجابية بمعنى أنها لا تصدق أو تدل أو تشير إلى موجود بعينه بالذات، و"جون لوك" في هذا أقرب ما يكون إلى التمسك بالاتجاه التجريبي؛ فهو يبدأ بالكم المحدود النهائي الموجب، حتى يصل إلى اللانهاية(٤٢). وقد جعل "جون لوك" أفكاره الخاصة بالمكان والزمان تعتمد على نظريته عن الأعداد(٤٣).

وجدير بالإشارة أن أفكار "جون لوك" كانت عن الأعداد الطبيعية، أو الأعداد الصحيحة الموجبة فقط، ولهذا السبب قام "ايرون" بنقده قائلًا:-

يعد وصف "جون لوك" للعدد ناقصًا، حيث إنه وقع في خطأ غير مألوف خلال تركيزه فقط على الأعداد الصحيحة الموجبة(٤٤).

اكتسبت الأعداد الطبيعية إيجابيتها الوجودية من الخاصية الملموسة الصلبة للأشياء ذات العلاقة؛ فهي بهذا الحال أعداد موجبة، واكتسبت اكتمال الصورة من الخاصية الجمالية للمكان، الذي يعارض نقص وثلم الشكل التام؛ فهي بهذا الحال أعداد صحيحة، واكتسبت التتالي المنظم على أبسط إيقاعات التتالي بمقدار واحد فقط، مستمدة ذلك من أبسط إيقاع لا يفارق الشعور الزماني للإنسان، بالتزايد المنظم للحظات الزمن ذات الإيقاع الأحادي؛ فهي بهذا الوصف أعداد متتالية ذات الايقاع الاحادي(٤٥).

وبالتالي اصبحت الاعداد الطبيعية تعبر عن سلسلة متوالية من الأعداد الصحيحة الموجبة، التي تبدأ من العدد واحد وتتالى اطرادًا منظمًا بزيادة مقدار واحد للعدد التالي؛ إذ شكلت هذه الأعداد النواة المركزية الطبيعية التي قام عليها علم الحساب، واعتلت عرش مملكة الأعداد بحيازتها على تلك المواصفات المثالية(٤٦).

ومن ثم، فليس بدعًا أن يصفها عالم الرياضيات الألماني ليبولد كرونيكير Kronecker, L. (١٨٢٣ – ١٨٩١) بأنها من خلق الله، أما باقي الأعداد فهي من صنع الانسان(٤٧). ويشير الباحث إلى إن تركيز "جون لوك" على الأعداد الصحيحة الموجبة يعد تنبؤا منه بوصف "ليبولد كرونيكير" لها.

يشير "جون لوك" إلى أنه عند التعامل مع الأعداد، فإن أسماءها أو علاماتها تكون ذات أهمية قصوى مقارنة بأي مجموعة أخرى من الأفكار. حيث يقول:-

> **تعد الأعداد بمثابة مجموعات من الوحدات العددية، لا تنطوي على أي تنوع أو اختلاف، بل ما هي إلا أسماء أو علامات تشير إلى كل مجموعة مميزة من الوحدات العددية تبدو أكثر أهمية من أنواع الأفكار الأخرى. ودون هذه الأسماء أو العلامات، لا نستطيع استخدام الأعداد في الحساب خاصة عندما تتألف المجموعة من عدد هائل من الوحدات التي وضعت مع بعضها دون أن تعطي اسم او علامة تميزها(٤٨).**

يشير "جوتفريد ليبنتز".Leibniz, G (١٦٤٦ – ١٧١٦) إلى إن ما سبق ينطبق على الأعداد الصحيحة الموجبة؛ فالعدد بمعناه الواسع – بما يتضمنه من كسور، أعداد غير نسبية(٤٩)، وأعداد متسامية(٥٠)، وأي شئ قد يوجد بين عددين صحيحين – يشبه الخط، ولا يعترف بحد أدنى أكثر مما تقره المتوالية. ومن ثم، فهذا التعريف للعدد بأنه مجموعة من الوحدات العددية ينطبق فقط على الأعداد الصحيحة الموجبة (٥١).

مما سبق يتضح تجاهل "جون لوك" – خلال نظريته عن الأعداد – كثير من الأشياء التي ينبغي أخذها في الاعتبار؛ حيث لم يذكر شيئا عن الصفر، أو الأعداد السالبة أو الكسور. فضلًا عن عدم اهتمامه بمناقشة التساؤل عن معنى العدد بطريقة تحليلية، شأنه في ذلك شأن عديد من علماء الرياضيات والمنطق(٥٢). ولعل الاجابة عن سؤال "ما العدد؟" ظهرت لأول مرة على لدى "جوتلوب فريجه" Frege, G. (١٨٤٨ – ١٩٢٥)(٥٣). ثم قام "برتراند راسل" .Russell, B (١٨٧٢ – ١٩٧٠)(٥٤) بتطويرها.

ومن ثم، فلم يقدم هذا الفصل رؤية كاملة عن العدد، ولهذا كان ينبغي على "جون لوك" أن يطلق على عنوان الفصل السادس عشر "الأعداد الطبيعية" أو "الأعداد الصحيحة الموجبة".

ولكن ما موقف "جورج بيركلي" من تصور "جون لوك" عن الأعداد؟ كان لـ"جورج بيركلي" موقف نقدي من تصور "جون لوك" عن الأعداد وكان هذا الموقف تمهيدًا له لتقديم تصوره الاسمي الذي كان مختلفا عن تصور "جون لوك".

نقد "جورج بيركلي" لتصور "جون لوك"

أثرت أفكار "جون لوك" عن الأعداد على "جورج بيركلي"(٥٥) تأثيرًا عكسيًا. حيث أشار إلى أن فكرة "جون لوك" عن الوحدة العددية تعد فكرة مجردة غير مقبولة. ومن ثم قام بنقده في كتابة "تعليقات فلسفية" قائلًا:-

تبدو الوحدة العددية – في تجريدها وعدم قابليتها للقسمة

– وكأنها نقطة، إلا إنه يوجد شئ مادي غير قابل للقسمة بصورة لا نهائية(٥٦).

ومن ثم، انتقد "جورج بيركلي" نظرية الأفكار المجردة عند "جون لوك". ولعل سبب ذلك هو موقف "جورج بيركلي" النقدي بشكل عام من الأفكار المجردة(٥٧)، وذلك لتنقيح الفلسفة من الشوائب العالقة بها، والتي مثلت عائقًا كبيرًا حال دون إدراك الحقيقة، حيث قال في هذا السياق:–

رسخ في عقول الفلاسفة مقدرة العقل على التجريد وأن ثمة أفكار مجردة يستعين بها العقل على التفكير في المشكلات الفلسفية الشائكة التي تتناولها بعض العلوم مثل الميتافيزيقا والمنطق. هذه الأفكار المجردة مجرد أوهام رسخت في عقول الفلاسفة بوصفها حقائق، في حين أنها منبع الظلام الذي يحيط بالحقيقة، ومن واجبنا استبعاد هذه الأفكار المجردة عن طريقنا من أجل إدراك الحقيقة(٥٨).

ثم أكمل نقده لـ"جون لوك" في موضع لاحق قائلًا:–

ليس لدي فكرة أجيب بها عن الوحدة العددية (العدد واحد)، فكل الأعداد تتسق في علاقات قائمة(٥٩).

بعد ذلك قام "جورج بيركلي" بتوضيح موقفه على النحو التالي:–

ينبغي أن تكون الوحدة العددية فكرة بسيطة أو غير مركبة بحيث تترابط مع باقي الافكار داخل العقل ... كما ينبغي أن تُدرك بواسطة الطرق الحسية والتأملية (الفلسفية)(٦٠).

يشير "جورج بيركلي" إلى أن حدود العدد في اللغة (كلمات أو أرقام) لا تشير إلى أي فكرة عامة عقلية مجردة عن العدد(٦١). فعلى سبيل المثال لا يوجد أي فكرة عن فكرة الإزدواجية التي يشير إليها العدد ٢.

ويعد العدد – وفقا لرؤية "جورج بيركلي" – من صنع العقل بشكل تام؛ ويتضح لمن يتدبر أن الشئ نفسه قد يكون له مسميات عددية مختلفة، وذلك لأن العقل

ينظر إليه من جوانب متعددة. فعلى سبيل المثال، فإن الماصدق نفسه قد يكون واحد أو ثلاثة أو ستة وثلاثين، تبعًا لما إذا كان العقل يراه ياردة أو قدم أو بوصة، فالعدد نسبي بصورة واضحة(٦٢). ومن ثم، يشير "جورج بيركلي" إلى إن:-

العدد يعتمد على فهم الفرد، بحيث يبدو من المستحيل الاعتقاد بأن له وجود مطلق دون العقل. فنحن نقول كتاب واحد، صفحة واحدة، سطر واحد، كل هذه تعد وحدات عددية متساوية رغم أن بعضها قد يحتوي على عدد من البعض الأخر، ويتضح في كل حالة أن الوحدة العددية ترتبط بمجموعة بعينها من الأفكار المنفصلة قام العقل بتجميعها معًا(٦٣).

إن المغزى الذي توصل إليه "جورج بيركلي" هو أن العدد يعتمد على فهم الإنسان له، لذلك من الغريب أن يعطيه أي فرد وجود مطلق دون العقل(٦٤). ومن ثم، فالأعداد من منظور "جورج بيركلي" – وعلى عكس "جون لوك" – غير مشتقة من الخبرة الحسية وإنما هي من صنع العقل.

وبناء على ذلك، فإن الأعداد التي تُنسب الى فكرة بعينها، أو مجموعة من الأفكار، تعتمد على ادراك اختيار العقل للوحدة العددية. ويؤكد "جورج بيركلي" على ذلك بقوله إن:-

اثنان من الكرون تسمى عشرة شلنات، وهكذا تتضح لدينا طبيعة الأعداد (٦٥).

يتضح – خلال الفقرة السابقة – أن الكمية نفسها من المال تم التعبير عنها بإسمين مختلفين وذلك تبعًا للوحدة العددية التي قام العقل باختيارها. وبالإضافة إلى الأمثلة التى تم الإشارة إليها، يقول "جورج بيركلي" إننا:-

نقول شباك واحد ومدخنة واحده، وكذلك يمكن أن نقول على المنزل المكون من عدد من النوافذ والمداخن أنه منزل واحد، ونقول على المدينة المكونة من عدد من

المنازل أنها مدينة واحدة (٦٦).

يعرف "جورج بيركلي" – في الفقرة السابقة – وحداته وأعداده، ويشير الباحث إلى إن "جوتلوب فريجه"ط سار على النهج نفسه في كتابه أسس علم الحساب، بعد مرور قرن من الزمان، بقوله إنه:-

> **أستطيع التفكير في الإلياذة بوصفها قصيدة واحدة، أو بوصفها ٢٤ كتاب، أو بوصفها عدد كبير من الأبيات الشعرية**(٦٧).

وفيما يلي نذكر فقرة أخرى يعبر فيها "جوتلوب فريجه" عن وجهة النظر ذاتها، حيث يقول:-

> **لا يمكن القول بأن العدد (١) ... أو (١٠٠) أو أي عدد أخر ينتمي إلى (أ) كومة من أوراق اللعب في حد ذاتها، بل يمكن القول إنها تنتمي إلى هذه الكومة تبعًا للطريقة التى نختارها للنظر بها إلى العدد** (٦٨).

يشير الباحث إلى إتفاق "جورج بيركلي" و"جوتلوب فريجه" معًا في الإشارة إلى أن الأعداد ليست سمات توجد في الأشياء، ويمكن قول الشئ نفسه عن الوحدات العددية كما ينظر إليها "جورج بيركلي"، فكون الشئ عبارة عن وحدة عددية لا يعني أن هذا أحد سماته، ولكن الأمر يعتمد على طريقة نظرنا للشئ، وبالتالي يستنتج "جورج بيركلي" أنه لا يوجد وحدات عددية بشكل مجرد، ولا يوجد سوى الوحدات المادية الملموسة التي تتحدد وفقًا للطريقة التي يجمع بها العقل أفكاره.

وهكذا، فالعقل هو المسئول عن النظر إلى الفكرة وحدها أو إلى مجموعة من الأفكار والتي يطلق عليها اسم واحد وبالتالي يجعل منها وحدة عددية، حيث تصاغ الوحدات العددية وتتنوع وفقًا لطريقة تصنيف العقل لأفكاره، وكما هو الحال بالنسبة للوحدة العددية، فهو كذلك أيضًا بالنسبة للعدد الذي يعد بمثابة مجموعة من

الوحدات العددية [٦٩]. ومن ثم تعتمد الأعداد – من منظور "جورج بيركلي" – على الوحدات العددية، وفي السياق نفسه يقول:-

ولكن عند تعريف العدد بوصفه مجموعة من الوحدات العددية فإن هذا الأمر يجعلنا نستنتج أنه إذا كان لا وجود للوحدة العددية بشكل مجرد، فإنه لا وجود أيضًا للأفكار الخاصة بالأعداد والتي يتم التعبير عنها بواسطة أسماء وأشكال عددية[٧٠].

إن العقل هو الذي ينسب العدد للأشياء، وليس مجرد مكتشفها بوصفها سمة موجودة في الأشياء، أما ما ينسب للأفكار فهو مجرد اسم مثل "واحد"، "اثنان" ... الخ. وبالنسبة للعنصر الرئيس الذي تتركب منه العناصر الأخرى، أو تُعرف العناصر الأخرى وفقًا له وتبعا لقواعد الرياضيات – أي الوحدة العددية – فإنه يعتمد على العقل [٧١].

وقد أدت إشارة "جورج بيركلي" إلى أن الأعداد من صنع العقل إلى حالة من الاسمية الشاملة عن الحساب، وهو ما سنناقشه في الفقرات التالية.

تصور "جورج بيركلي" عن الأعداد

يميز "جورج بيركلي" بين الأسماء والكلمات – في كتابه تعليقات فلسفية – معتبرًا أن الأعداد ما هي إلا أسماء وليست كلمات[٧٢]. وجدير بالإشارة أن "جورج بيركلي" لم يقدم تفسيرًا لهذا التمييز الذي أشار إليه، ولكن الباحث يعتقد أن "جورج بيركلي" يرى أن الأعداد – بوصفها أسماء – لا ترتبط بالضرورة بموضوعات بعينها وإنما يتم تطبيقها على موضوعات متنوعة، أي أن "جورج بيركلي" يرفض أي واقعية تتعلق بالأعداد، فليس ثمة علاقة بين العدد والمعدود. ومن ثم، فإنها بذلك تكون مجرد مسميات ليس لها استخدام أكثر من كونها علامات أو أسماء للموضوعات.

ومن ثم، يهتم "جورج بيركلي" فقط بالعلامات أو الأسماء وليس مجموعة الموضوعات التي يُفترض أن تشير إليها هذه العلامات. حيث يقول:-

تصلني المعلومة بشكل سليم عندما تخبرني أن ثمة

١٠٠٠ شخص بدلاً من إظهارهم مرسومين أمامي. كما أستطيع الحكم على مدى ربح الصفقة التي حققتها عندما تخبرني بمقدار المال الذي حققته بدلًا من أن تذكر لي ذلك دون تسمية. وباختصار، فإننى لا أنظر إلى الفكرة وانما أنظر إلى الأسماء. وهكذا تظهر طبيعة الأعداد(٧٣).

يشير "جورج بيركلي" إلى إن العقل يهتم بشكل مباشر بالعلامات والتي خلالها يتم توجيه العقل للتعامل مع هذه الموضوعات، أو مع العدد بشكل مادي (كما يقول علماء المنطق) دون النظر إلى الفكرة العامة المجردة والبسيطة للعدد (٧٤). يقول "جورج بيركلي" إنه:-

يمكن – عن طريق عمليات الحساب – التعرف على العلامات الخاصة بأي جزء من العمليات الحسابية التي تشير إليها، وبالتالي فعن طريق الحساب (باستخدام العلامات) نستطيع الجمع والقسمة وتحديد نسبة الأشياء ذاتها التى نريد عدها(٧٥).

ومن ثم، يعد الحساب بالنسبة لـ"جورج بيركلي" مثالًا جيدًا للمقدرة على استخدام العلامات دون التركيز على ما تشير إليه. يقول "جورج بيركلي":-

في المسائل الحسابية لا يبحث الفرد عن أي فكرة تتعلق بالعدد، وإنما يسعى وراء التسمية فقط؛ حيث تكمن خلالها الفائدة بالنسبة لهم(٧٦).

إن ما يقوله "جورج بيركلي" في الفقرات السابقة لا يشير فقط إلى الأعداد، وإنما إلى العلامات واستخدامها في علم الحساب.

أما في كتاب المبادئ، فقد قدم "جورج بيركلي" رؤية متوسعة إلى حد ما عن فلسفته عن الحساب، كما أظهر بصورة أكثر صراحة العلاقة بين إنكاره للتجريدية وتصوره عن الحساب بوصفه علم العلامات، حيث أكد إنه إذا نظرنا إلى الحساب منذ نشأته سنرى أنه قد نشأ بوصفه نسق بسيط من عصا الحساب، والتي تشير كل

منها إلى وحدة عددية، والوحدة العددية هي شئ ما من أي نوع (الحيوان على سبيل المثال) سنحت له الفرصه بأن يُسجل ويتم إحصاؤه(٧٧).

ولقد ظهرت عبر عصور التاريخ صور عديدة للتدوين، توجت بالأعداد الهندية – العربية والتي يصفها "جورج بيركلي" بأنها:-

نسق يمكن التعبير فيه عن كل الأعداد على نحو ملائم وذلك عن طريق تكرار بعض الأشكال أو الرموز وتنويع دلالة كل شكل تبعًا للموضع الذي يشغله، ويتم التعبير عن كل الأعداد بشكل ملائم(٧٨).

ولقد تم استكمال ذلك النسق بإضافة نسق من القواعد الحسابية والذي يصفها "جورج بيركلي" بأنها:-

مناهج تستخدم العلامات الحالية للأجزاء للتوصل إلى العلامات المناسبة ودورها كي تشير إلى الكل أو العكس(٧٩).

ثمة فقرة مشابهة – في تعليقات فلسفية – قدم خلالها "جورج بيركلي" تاريخ مختصر لظهور التدوين الهندي – العربي، ويبرز أهميته في تطور الرياضيات. وبناء على ذلك أسس اسميته، يقول:-

يتضح خلال استخدام العلامات الهندية وتفوقها على الرومانية أن علم الحساب يتعلق بالعلامات وليس بالأفكار(٨٠).

إن الرموز والعلامات وقواعد استخدامها ليست بالطبع ذات أهمية كبيرة في حد ذاتها، ولكنها مفيدة بشكل كبير لأنها تسمح بإتمام عديد من الأشياء خلال الحساب الرمزي البحت. ولهذا يشير "جورج بيركلي" إلى أننا في الحساب لا ننظر إلى الأشياء أو الأفكار بل إلى العلامات، ولكننا لا ننظر إليها لذاتها، وإنما لأنها توجهنا لكيفية التصرف تجاه الأشياء أو تنظيمها بشكل مناسب(٨١).

يشير "جورج بيركلي" إلى أن الشخص الذي يستطيع فهم تدوين الأعداد، يستطيع بواسطته أن يعبر بشكل مميز وموجز عن كل أنواع ودرجات العدد، كما يستطيع القيام بعديد من العمليات الحسابية بسهولة وذلك بمساعدة القواعد العامة. وحيث أن كل العمليات المستخدمة في الحياة البشرية تتسم بالوضوح الجلي، فمن الواضح أيضًا أن القيام بها يعتمد على الملائمة في التدوين(٨٢).

وفي ضوء أن الرياضيات هي لغة، فإن علاماتها ينبغي أن تكون ذات معنى، ويشير "جورج بيركلي" إلى ما قد تشير إليه هذه العلامات في تفسيره التالي لأصول علم الحساب:-

إذا تخيلنا البشرية دون استخدام اللغة، فقد نفترض أنها ستجهل علم الحساب. غير أن استخدام الأسماء، وتكرارها بترتيب بعينه يمكن أن يساعد في التعبير عن درجات لا نهائية من الأعداد وستكون هذه أول خطوة في الطريق إلى ذلك العلم (الحساب). أما الخطوة الثانية، فهي صياغة علامات بعينها ذات طبيعة دائمة وثابتة، وتكون مرئية للعين، ولعل نوع وترتيب تلك العلامات يتم وفقا للفرد ويتم موافقته مع الأسماء. إن هذا التدوين – بقدر ما يكون ملائم ومنتظم – يعمل على تسهيل عملية اختراع وتطبيق القواعد العامة التي تساعد العقل في الاستدلال والحكم، وفي الامتداد والتسجيل، وفي توصيل المعرفة الخاصة بالأعداد(٨٣).

ويشير الباحث إلى إن تصور "جورج بيركلي" لعلم الحساب يحمل بعض أوجه الشبه مع التصور الصوري للرياضيات الذي يتعامل مع النظريات الرياضية بوصفها انساق صورية من رموز وقواعد بينما ينكر ان للمصطلحات الرياضية أي إشارة إلى موضوعات خارج نطاق النسق الصوري.

ولذا، يمكن عد "جورج بيركلي" – من منظور الباحث – صوري النزعة، بل ومؤسس التصور الصوري في الرياضيات.

الخاتمة

يشير الباحث إلى أن تعريف "جون لوك" للوحدة العددية خلال العدد واحد بقوله "لم يكن ثمة فكرة أبسط من الوحدة العددية أو الواحد الصحيح"، يعد تعريفا خاطئا؛ حيث لا يمكن الخلط بين الوحدة العددية وبين العدد واحد، فالوحدة العددية فكرة مستقلة بذاتها أشار إليها "جون لوك" بقوله إنها "لا يوجد داخلها تنوع أو تركيب".

إن الإنسان هو الذي يفترض الوحدة العددية خلال النظر لشئ ما بوصفه وحدة عددية، ومن الممكن ان تنسب الأعداد إلى الاشياء بمجرد تكوين فكرة عن الشئ بوصفه وحدة عددية يمكن تمييزها عن الوحدات العددية المشابهة لها، ومن ثم فثمة تمييز – على عكس ما يراه "جون لوك" – بين فكرة العدد وفكرة الوحدة العددية.

ولكي تبدأ عملية عد الأشياء بدءًا من الواحد، أي لكي تبدأ عملية تطبيق الأعداد على الأشياء، فلابد أولًا أن يتم تصنيف الأشياء إلى وحدات ملموسة، كالبرتقال، اليوسفي ... الخ. ولا يتم عد الوحدات العددية إلا بعد تكوينها أولًا.

بناء على ذلك، فإن فكرة الوحدة العددية – على عكس ما يراه "جون لوك" – ليست الفكرة التي نستطيع التوصل إليها بشكل مباشر خلال الخبرة الحسية، وهذا يعني عدم اتساق هذه الفكرة مع أي من السمات الموجودة في الأشياء؛ ففكرة الإنسان عن الوحدة العددية مشتقة من النظر إلى الأشياء الموجوده في العالم المادي من منظور بعينه (أي بلغة فريجة "من منظور تصور محدد")، فكل شئ يتم الكشف عنه يتم إعطاؤه وحدة عددية مستقلة خاصة به بواسطة الإنسان – وليس خلال الخبرة الحسية كما أشار "جون لوك" – وقد أشار فريجه إلى هذا المعني نفسه بعد ذلك(٨٤).

ومن ثم، يشير الباحث إلى إنه من غير الممكن التسليم بمقولة "جون لوك" – والتي سار على نهجها "جورج بيركلي" – أن الأعداد "تعد بمثابة مجموعات من الوحدات العددية"، فالعدد يرتبط بكمية محددة من الوحدات العددية يكمن عدها، ويظل العدد مرتبطًا بهذه الكمية في كل عملية عد للوحدات العددية.

وقد كان لأفكار "جون لوك" عن الأعداد أثرا عكسيًا على "جورج بيركلي" الذي تناول أفكار "جون لوك" وقام بنقدها حتى توصل إلى نتائج مختلفه؛ فرغم أن الأعداد – من منظور "جورج بيركلي" – تعد بمثابة مجموعات من الوحدات العددية، فإنه يستنتج إنه إذا كان لا وجود للوحدة العددية بشكل مجرد، فإنه لا وجود أيضًا للأفكار الخاصة بالأعداد والتي يتم التعبير عنها بواسطة أسماء وأشكال عددية

إن العقل – من منظور "جورج بيركلي" – هو الذي ينسب العدد للأشياء، وليس مجرد مكتشفها بوصفها سمة موجودة في الأشياء، أما ما ينسب للأفكار فهو مجرد اسم مثل "واحد"، "اثنان" ... إلخ. وبالنسبة للعنصر الرئيس الذي تتركب منه العناصر الأخرى، أو تُعرف العناصر الاخرى وفقًا له وتبعًا لقواعد الرياضيات – أي الوحدة العددية – فإنه يعتمد على العقل. فالأعداد من منظور "جورج بيركلي" – وعلى عكس "جون لوك" – غير مشتقه من الخبرة الحسية وإنما هي من صنع العقل.

وقد أدت إشارة "جورج بيركلي" – بأن الأعداد من صنع العقل – إلى حالة من الإسمية الشاملة عن الحساب، فالأعداد – من منظوره – ما هي إلا أسماء وليست كلمات. ومن ثم، فإنها بذلك تكون مجرد مسميات ليس لها استخدام أكثر من كونها علامات أو أسماء للموضوعات.

بناء عليه، اهتم "جورج بيركلي" فقط بالعلامات أو الأسماء وليس مجموعة الموضوعات التي يُفترض أن تشير إليها هذه العلامات. فعلم الحساب – من منظور "جورج بيركلي" – يعد دراسة اسمية بحتة، وهو أيضًا عباره عن وسيلة مساعدة تمكننا من معرفة العالم، رغم أنه في حد ذاته لا يقدم لنا أي معرفة على الإطلاق. ويشير الباحث إلى إن رؤية "جورج بيركلي" في هذا الموضوع تقترب من رؤية الفيلسوف الامريكي "هارتري فيلد" Field, H. (١٩٤٦ –) [٨٥].

الهوامش

(١) إسلام، عزمي (١٩٧٧): مقدمة لفلسفة العلوم الفيزيائية والرياضية، جامعة عين شمس: مكتبة سعيد رأفت، ط ١، ص ٢٥٧.

(٢) المرجع نفسه، ص ٤٧.

(٣) المرجع نفسه، الموضع نفسه.

(٤) قاسم، محمد محمد (١٩٩١): جوتلوب فريجه؛ نظرية الاعداد بين الابستمولوجيا والانطولوجيا، الاسكندرية: دار المعرفة الجامعية، ص ص ٤٧ – ٤٨.

(٥) المرجع نفسه، ص ٤٧.

(٦) المرجع نفسه، ص ٤٧.

(٧) راسل، برتراند: مقدمة للفلسفة الرياضية، ترجمة (١٩٨٠): أحمد، محمد مرسي & الأهواني، أحمد فؤاد، القاهره: مؤسسة سجل العرب، ص ص ٦ – ٧.

(٨) المرجع نفسه، ص ٧.

(٩) إسلام، عزمي (دون تاريخ): جون لوك، القاهرة: دار الثقافة للنشر والتوزيع، ص ص ٩١ – ٩٢.

(١٠) ولد بانجلترا ودرس الفلسفة بجامعة أكسفورد، حصل على البكالريوس عام ١٦٥٦ ثم الماجستير عام ١٦٥٨ وفي عام ١٦٦٠ عين محاضرًا في الفلسفة اليونانية وفلسفة الأخلاق في مدرسة الكنيسة بأكسفورد مع استمراره في متابعة دراسته للمنطق الأرسطي وللميتافيزيقا متزودًا بدراسة التاريخ والفلك والطبيعة وبعض اللغات. من أبرز اعماله:-

-Locke, John (1849): An Essay Concerning Human Understanding: And a Treatise on the Conduct of the Understanding, Philadelphia, Kay, II, VIII, Sec.23, P.97.

أنظر في ذلك:-

- إسلام، عزمي: جون لوك، ص ص ٧ – ٩ (بتصرف).

(11) Mackie, J. L. (1976): Problems from Locke, New York: Oxford University Press Inc., P. 121.

(١٢) أثر "جون لوك" تأثيرًا كبيرًا فيمن أتى بعده من المفكرين والفلاسفة، سواء أكان هذا التأثير إيجابيا حيث يتمثل في تناول أفكار "جون لوك" وتطويرها وصولًا إلى نتائج قد تختلف أحيانًا عما ذهب إليه "جون لوك" في فلسفته. أم كان هذا التأثير عكسيًا حيث يتمثل في تناول أفكار "جون لوك" بالنقد انتهاءً إلى عقلية متطرفة. أنظر في ذلك:-

- إسلام، عزمي: جون لوك، ص ١٨١.

(١٣) ولد بأيرلندا ودرس في معهد الثالوث في دبلن عام ١٧٠٠ وتخرج منه أستاذًا في الفنون وعين مدرسًا عام ١٧٠٧. ثم دخل سلك القساوسة، وعهد إليه بتدريس اليونانية والعبرية واللاهوت.

احتوى كتابه "بحث في مبادئ المعرفة الإنسانية" الذي قدمه عام ١٧١٠ على حميع معالم مذهبه، وفي عام ١٧٢٠ عين عميدًا لكلية دري Derry في ايرلندا. من أبرز مؤلفاته:-

- Berkeley, B: Philosophical Commentaries, in: The Works of George Berkeley, Bishop of Cloyne, Vol. 1, (1964), Edit by: Luce, A. A. & Jessop, T. E., Thomas Nelson and Sons Ltd, New York, PP. 1 – 140.
- Berkeley, B: An Essay towards a new Theory of Vision, in: The Works of George Berkeley, Bishop of Cloyne, Vol. 1, (1964), Edit by: Luce, A. A. & Jessop, T. E., Thomas Nelson and Sons Ltd, New York, PP. 141 – 240.
- Berkeley, B: A Treatise Concerning the Principles of Human Knowledge, in: The Works of George Berkeley, Bishop of Cloyne, Vol. 2, (1964), Edit by: Luce, A. A. & Jessop, T. E., Thomas Nelson and Sons Ltd, New York, PP. 1 – 114.
- Berkeley, B. (2003): Alciphron, Or, The Minute Philosopher: In Focus, Edited by David Berman, Routledge, London and New York.

أنظر في ذلك:-

– برهييه، اميل (١٩٨١): تاريخ الفلسفة؛ الجزء الخامس: القرن الثامن عشر، ترجمة (١٩٩٣): طرابيشي، جورج، بيرت: دار الطليعة للطباعة والنشر، ص ص ٣٥ – ٣٦ (بتصرف).

(١٤)جعل "جون لوك" من الأفكار Ideas محور الكتاب الثاني من "مقال خاص بالفهم البشري"، والفكرة Idea – كما يعرفها "جون لوك" – هي موضوع العقل أثناء التفكير أو هي كل ما يمكن أن يقوم في ذهن الانسان أثناء عملية التفكير؛ بمعنى أنها هي مادته؛ إذ إن العقل لا يمكنه أن يقوم بوظيفته أو عملياته الفكرية دون وجود هذه الأفكار – التي بقدر ما هي نتيجة عنه – هي أساس لقيامه بوظيفته من حيث كونها أفكارا بسيطة Simple وهي نتيجة عنه من حيث كونها أفكار مركبة Complex. لذا نرى "جون لوك" يحلل الأفكار تحليلًا دقيقًا، ويقسم الأفكار من حيث تركيبها إلى نوعين:-

(أ) أفكار بسيطة – تتكون في العقل بواسطة الإحساس أو التفكير

(ب) أفكار مركبة – وتتكون في العقل بواسطة التفكير فقط.

أنظر في ذلك:-

– إسلام، عزمي: جون لوك، ص ٥٦.

(15) Locke, John: Op. Cit, II, VIII, Sec.23, P.97.

(١٦) على الجانب الاخر ثمة سمات ثانوية في الأشياء؛ بمعنى أنها ليست أساسية في الشئ، ولا داخلة فيه أو ملازمة له، ولكنها مجرد قوى Powers تحدث فينا إحساسات مختلفة بواسطة سماتها الأولية مثل الألوان والأصوات والطعوم والروائح ... إلخ وهي ثانوية لأنها يمكن أن توجد أو لا توجد في الشئ. وليس من الضروري أن تكون ملازمة له مثل الكرة – يمكن أن تكون حمراء أو

صفراء – فاللون هنا صفة ثانوية لأنه يمكن تصور الكرة باللون الأحمر أو دونه، ولأن وجود الكرة لا يتوقف على كونها حمراء أو غير ذلك، بعكس الصفة الأساسية مثل الشكل – فالكرة يمكن أن تكون حمراء أو خضراء أو غير ذلك – ولكنها لا يمكن إلا أن تكون مستديرة. فالشكل هنا صفة أولية أساسية ملازمة للشئ بحيث لا يمكن تصوره دونها. انظر في ذلك:–

– عزمي إسلام؛ جون لوك، ص ٦٦.

(١٧) عزمي اسلام؛ جون لوك، ص ٦٦.

(١٨) العدد من الأفكار التي تكونت نتيجة للإنطباعات الحسية التي وصلت الى العقل عن طريق حاستي البصر واللمس.

(19) Locke, John: Op. Cit, II, XVI, Sec.1, P.134.

- قارن: إسلام، عزمي: جون لوك، ص ٩١.

(٢٠) اسلام، عزمي: جون لوك، ص ٩١.

(٢١) قسم "جون لوك" الأفكار البسيطة إلى أربعة أنواع فرعية:

١ – أفكار تصل إلى العقل بواسطة حاسة واحدة، وهي التي تتكون في العقل نتيجة للإنطباعات الحسية التي تصل إلى الذهن بواسطة إحدى الحواس ... مثل أفكارنا عن الضوء والألوان كالأبيض والأحمر والأصفر والازرق بجميع درجاتها وظلالها، كالأخضر والقرمزي إلى آخر تلك الألوان التي يمكن أن تدركها العين. وكذلك جميع الأصوات والنغمات التي تدركها الأذن ... وهكذا ... بالنسبة لبقية الحواس، بالإضافة إلى فكرتنا عن الصلابة والبرودة.

٢ – أفكار تصل إلى العقل بواسطة أكثر من حاسة، مثل أفكارنا عن المكان والامتداد والشكل والعدد والحركة والسكون. فهذه جميعا تكونت نتيجة للإنطباعات الحسية التي وصلت الى العقل عن طريق حاستي البصر واللمس.

٣ – أفكار تتكون في العقل بواسطة التأمل الذاتي، مثل أفكارنا عن الإرادة والإدراك.

٤ – أفكار تتكون في العقل بواسطة الإحساس مضافًا إليه التأمل الذاتي، مثل أفكارنا عن القوة والوجود واللذة والألم والوحدة العددية.

أنظر في ذلك:–

– إسلام، عزمي: جون لوك، ص ٥٩ (بتصرف).

(٢٢) قسم "جون لوك" الأفكار المركبة إلى ثلاثة أقسام رئيسة:

١ – أفكار مركبة عن الأعراض وهي قد تكون:

(أ) أعراضًا بسيطة Simple Modes أي أفكار مركبة نتجت عن قيام العقل بتكرار أو اضافة فكرة بسيطة واحدة أكثر من مرة. مثل فكرتنا عن (الدستة) أو العشرين التي نتجت عن تكرار أو إضافة فكرة الوحدة العددية ١٢ مرة أو عشرين مرة.

(ب) أو أعراضًا مركبة Compound Modes أي أفكار مركبة نتجت عن تجميع أو ربط بعض الأفكار البسيطة مختلفة الأنواع بعضها عن بعض؛ مثل فكرتنا عن الجمال التي نتجت عن إضافة أفكارنا البسيطة عن الشكل واللون والجسم والصلابة ... إلخ بعضها مع بعض حول موضوع واحد مما يسبب لي ارتياحًا في النفس.

٢ – أفكار مركبة عن الجوهر، وهي قد تكون:

(أ) جواهر مفردة Single Substances مثل فكرتنا عن إنسان ما.

(ب) أو جواهر جمعية Collective Substances مثل فكرتنا عن الجيش أو الإنسان بصفة عامة.

٣ – أفكار مركبة عن العلاقات: مثل أفكارنا عن العلية، والعلاقات الزمانية والمكانية والذاتية والغيرية ... إلخ.

أنظر في ذلك:–

– إسلام، عزمي: جون لوك، ص ص ٥٩ – ٦٠.

(23) Ibid, II, XVI, Sec.2, P.134.

قارن: إسلام، عزمي: جون لوك، ص ٩١.

(24) Ibid, II, XVI, Sec.2, P.134.

نقلًا عن: إسلام، عزمي: جون لوك، ص ٩١.

(٢٥) اسلام، عزمي: جون لوك، ص ٩١.

(٢٦) المرجع نفسه، ص ٩١.

(٢٧) يشير "جوتفريد ليبنتز" إلى أنه لا يمكن للفرد أن يستطرد كثيرًا باستخدام هذا المنهج فقط، فقد تُرهق الذاكرة إذا استمرت في حفظ أسماء جديدة لكل وحدة عددية جديدة يتم إضافتها، ولهذا فلابد من وجود نظام لهذه الأسماء – تكرارية معينة مع كل بداية جديدة يتم إضافتها للتسلسل.

في السياق نفسه أشار "جوتفريد ليبنتز" إلى أن الأعداد يجب إعطاؤها أسماء يمكن تذكرها، فإذا تم اختصار مليون المليون ليكون بليون سيكون ذلك أمرًا جيدًا، واذا تم اختصار مليون مليون المليون ليكون مليون بليون أو تريليون سيبدو الأمر سهلًا وهكذا وصولًا إلى نونيليون حيث نادرًا ما يتم التوصل لأبعد من ذلك. أنظر في ذلك:–

Leibniz, G. W. (1996): New Essays on Human Understanding, Translated & Edited by: Remnant, P. & Bennett, J., Cambridge University Press, pp. 156 – 157.

ويتحفظ الباحث على ذلك، حيث يمكننا التوصل لأبعد من نونيليون، وذلك خلال عدد غراهام Graham's number – نسبة إلى "رونالد جراهام" في نظرية "رامزي"– هو عدد كبير بشكل لا يمكن تصوره، أكبر من أي من الأعداد الكبيرة المعروفة، ولا توجد مساحة كافية في الكون كله

لكتابته. ويشكل عدد غراهام قيمة أسية كبيرة لعدد. واشتهر بين العامة في عام ١٩٧٧ عندما كتب عنه أحد الرياضيين واصفًا إياه بأنه: "أضخم رقم في العالم تم استخدامه في إثبات رياضي".

(28) Locke, John: Op. Cit, II, XVI, Sec.2, P.134.

(٢٩) يشير الباحث إلى أن أول تعبير عن مبدأ الاستقر الرياضي قبل "جون لوك" كان لدي "بليز باسكال" Pascal, B. (١٦٢٣ – ١٦٦٢)، حيث نجده في دراسة عن المثلث الحسابي الذي تم تأليفه عام ١٦٥٣.

أيضًا اشار "وليم نيل" Kneale, W. (١٩٠٦ – ١٩٩٠) إلى أن عالم الرياضيات الفرنسي "دي فيرما" Fermat de (١٦٠١ – ١٦٦٥) كان على علم بهذا المبدأ؛ ففي الأعمال التي قدمها توجد رسالة احتوى مضمونها على نظرية توليد الأعداد التي ظهرت لاحقًا عند "جون لوك". وقد رأى "جوتلوب فريجه" – كما رأى "برتراند راسل" بعده – أن مبدأ الاستقراء الرياضي – بصرف النظر عن كونه مبدأ خاصًا للاستدلال بتعلق بنظرية الأعداد الطبيعية التي ندرك صدقها بحدس رياضي – يعد جزءًا من تعريف العدد الطبيعي حيث نستطيع تعريف الأعداد الطبيعية كما نعرف الموضوعات التي يصدق عليها الاستقراء الرياضي.

ذلك أن الفئة التي تتعلق بالعدد نقطة بدء لها تسمى فئة استقرائية، تتكون من صفر، صفر + ١ ، ثم بقية الأعداد التالية وهي كل الأعداد الممكنة. وثمة صلة بين العدد الأول أو الصفر وأي عدد تالي نفترضه على أساس أن الأعداد لا نهائية. حيث نلحظ أن ما ينطبق على الأعداد المتتالية من خصائص ينطبق على الأعداد ما بين الصفر حتى هذا العدد الذي نفترضه. انظر:-

– قاسم، محمد محمد: مرجع سابق، ص ٦٥ .

- Smith, D. E. (1959): A Source Book in Mathematics, Vol. 1, New York: Dover Publication, INC., pp. 72 – 74 (Proof of Corollary 12).
- Kneale, W. (1949): Probability and Induction, Oxford : The Clarendon Press, pp. 37 – 38

(٣٠) ولد هولندا، درس الرياضيات في جامعة أمستردام من عام ١٨٩٧ إلى عام ١٩٠٤. حيث حصل في عام ١٩٠٤ على الماجستير، كان مهتما بفلسفة الرياضيات، وفي عام ١٩٠٧ حصل على الدكتوراه. قام "ارند هايتنج" Heyting, A. (١٨٩٨ – ١٩٨٠) بتحرير مؤلفاته على النحو التالي:-

- Heyting, A. (Ed.) (1975): L E J Brouwer, Collected Works 1. Philosophy and Foundations of Mathematics, Amsterdam.
- Heyting, A. (Ed.) (1076): L E J Brouwer, Collected Works 2. Geometry, Analysis, Topology and Mechanics, Amsterdam.

(31) Brouwer, L. E. J. (1949): Consciousness, Philosophy, and Mathematics, Proceedings of the Tenth International Congress of Philosophy,Vol. 2, pp. 1235-1249, p. 1237.

(32) Ibid, p. 1237.
(33) Ibid, p. 1237.

(٣٤) راسل، برتراند: مقدمة للفلسفة الرياضية، ص ١٠.

(٣٥) المرجع نفسه، ص ص ٢٥ – ٢٦.

(٣٦) إسلام، عزمي: جون لوك، ص ٨٣.

(37) Leibniz, G. W.: New Essays on Human Understanding, p. 157.

(٣٨)ولد "دانيال جون أوكونور" بواشنطن، درس في كلية بيركبيك بجامعة لندن. من أبرز مؤلفاته:-
- (1965): A critical history of western philosophy, Free Press.
- & بيسون، أ. هـ. (١٩٨٧): مقدمة في المنطق الرمزي، القاهره: الهيئة المصرية العامة للكتاب.

(39) O'Connor, J.(1967): John Locke, New York, The Dover Publications, INC., p. 55.
(40) Locke, John: Op. Cit, II, XVI, Sec.8, P.136.

(٤١) إسلام، عزمي: جون لوك، ص ٩٢.

(٤٢) المرجع نفسه، ص ٩٢.

(٤٣) من الجوانب الهامة في رؤية "جون لوك" هو أنه يشير إلى أن لانهائية عملية الإضافة تكون مستقلة عن السمات التجريبية الواقعية للعالم المكاني – الزماني، الأمر الذي يفتح المجال أمام احتمالية استخدام الاستقراء الرياضي لإنشاء عدد ليس له تطبيق تجريبي، فأفكارنا – كما يقول "جون لوك" – ليست دائمًا براهين على وجود الأشياء.

ومن ثم، افترض "جون لوك" أنه بالنسبة لكل عدد، ثمة وحدة عددية مناظرة له من الزمان والمكان، وبالتالي إذا كانت سلسلة الأعداد لانهائية (كما هي بالفعل) فإن المكان والزمان يكونوا لا نهائيين أيضًا. أنظر في ذلك:-

- Locke, John: Op. Cit, II, XVII, Sec.4, P.138.

(44) Aaron, R. I. (1937): John Locke, London: Oxford University Press, p. 160.

(٤٥) حسين، كريم موسى (ايلول، ٢٠١٩): فلسفة الرياضيات برؤية تكاملية الاتصال والانفصال، مجلة الفلسفة، الجامعة المستنصرية، العدد ٢٠، ص ص ٢١ – ٥٠، ص ص ٢٨ – ٢٩.

(٤٦) المرجع نفسه، ص ٢٩.

(٤٧) المرجع نفسه، ص ٢٩.

(48) Locke, John: Op. Cit, II, XVI, Sec.5, P.135.

(٤٩) تعني الصفة "غير نسبي" ببساطة – عندما تنطبق على العدد a – أن العدد ليس نسبيًا؛ أي إنه لا يمكن كتابته في صورة كسر. ولقد اكتُشفت الأعداد غير النسبية لأول مرة منذ فترة طويلة في عصر الإغريق. فهم "فيثاغورس" الطبيعة غير النسبية للجذر $\sqrt{2}$ ولم يفكر الإغريق من منظور المفكوك العشري، ولكنهم كانوا راضين بمعرفة الطول الموضح في هندسة المسطرة والفرجار بأنه

يمثل قيمة حقيقية. وبوجه خاص، تنص نظرية "فيثاغورس" على أن الضلع الأطول في مثلث قائم الزاوية – الذي يبلغ طول ضلعيه القصريين وحدة عددية واحدة – يساوي بالضبط الجذر التربيعي للعدد ٢.

كان "فيثاغورس" قادرًا على إثبات أن الجذر التربيعي للعدد ٢ لا يساوي أي كسر؛ ومن ثَم أوضح أن الأعداد غير النسبية موجودة حقًا. أنظر:-

هيجنز، بيتر إم (٢٠١٧): الأعداد؛ مقدمة قصرية جدا، ترجمة أحمد شكل، مراجعة إيمان عبد الغني نجم، مراجعة علمية انتصارات محمد حسن الشبكي، مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافة، القاهرة، ط١، ص ٨١.

(٥٠) تقع عائلة الأعداد المتسامية الغامضة ضمن مجموعة الأعداد غير النسبية؛ وهذه الأعداد لا تظهر خلال الحسابات العادية للعمليات الحسابية واستخراج الجذور. ومن أجل التعريف الدقيق، نقدم أولًا مجموعة الأعداد الجبرية المتممة، وهي الأعداد التي تَحل بعض المعادلات متعددة الحدود التي تتضمن معاملات صحيحة: على سبيل المثال تعد المعادلة $x^5 - 3x + 1 = 0$ مثال على هذه المعادلات. ومن ثم يُشار إلى الأعداد المتسامية بأنها مجموعة الأعداد غير الجبرية.

ليس من الواضح على الإطلاق أن مثل هذه الأعداد موجودة بالفعل. مع ذلك، فهي موجودة بالفعل وتكوَّن مجموعة سرية للغاية، لا يفشي أعضاؤها سر انتسابهم لها بسهولة على سبيل المثال، يعد العدد π مثال على العدد المتسامي، ولكن هذه ليست حقيقة تتكشف علنًا. وربما يكون العدد ... $e = 2.71828$ أشهر الأعداد المتسامية على الإطلاق، ويظهر هذا العدد باستمرار في الرياضيات المتقدمة والتفاضل والتكامل. إنه أساس ما يطلق عليه اللوغاريتم الطبيعي.

إن الأعداد المتسامية تتجاوز الأعداد التي تنشأ من هندسة إقليدس والمعادلات الجبرية العادية. يوضح لنا برهان كانتور أن الأعداد المتسامية موجودة، وإضافة لذلك، لابد أنه يوجد عدد لا نهائي منها؛ إذ إنها لو كانت تشكل مجموعة منتهية فحسب، فإنه يمكن وضعها في مقدمة قائمة الأعداد الجبرية لدينا (الأعداد غير المتسامية)؛ لذلك فإن وضع قائمة تتضمن كل الأعداد الحقيقية التي نعرفها الآن أمر مستحيل. واللافت للنظر أننا اكتشفنا وجود هذه الأعداد الغريبة دون تحديد عدد واحد منها! فقد كُشف وجودها ببساطة عن طريق مقارنة مجموعات لا نهائية بعضها ببعض. والأعداد المتسامية هي الأعداد التي تملأ الفراغ الكبير بين الأعداد الجبرية المألوفة ومجموعة كل المفكوكات العشرية، وباستخدام استعارة من علم الفلك، فإن الأعداد املتسامية هي المادة المظلمة في عالم الأعداد. أنظر في ذلك:-

- هيجنز، بيتر إم : مرجع سابق، ص ص ٨٣ – ٨٤، ٩٤.

(51) Leibniz, New Essays on Human Understanding, p. 156.

[٥٢] أشار المرحوم الاستاذ الدكتور عزمي اسلام الى عدة اسباب لعلها تكون سببًا لعدم اهتمام علماء المنطق أو الرياضيات بمناقشة التساؤل عن معنى العدد، من هذه الأسباب:-

- أن بعض الأعداد كانت قد اكتسبت نوعًا من القداسة في التفكير القديم، كما أن بعضها كان يوصف بصفات أو تسبغ عليه قيم بعينها.

وهذا ما يتمثل عند "فيثاعورث" قديمًا الذي حين سئل عما هو الصديق، أجاب: (هو من كان صورة مني، مثل العددين ٢٢٠، ٢٨٤). ويسمى "فيثاغورث" هذين العددين بأنهما من الأعداد المتحابة أو المتصاحبة، وهي الأعداد التي تكون مجموع عوامل أحدها هو نفسه العدد الثاني، وبالعكس. (فالعدد ٢٨٤ مجموع عوامله هي: ١، ٢، ٤، ٧١، ١٤٢ تساوي ٢٢٠. كما أن العدد ٢٢٠ مجموع عوامله وهي: ١، ٢، ٤، ٥، ١٠، ١١، ٢٠، ٢٢، ٤٤، ٥٥، ١١٠ تساوي ٢٨٤).

- أشار القديس "أوغسطين" إلى أن أصغر الأعداد التامة Complete هو العدد ٦ يعد عددًا تامًا باذته (والأعداد التامة هي التي تكون مساوية لمجموع عواملها مثل ٦ ومجموع عواملها هي: ١، ٢، ٣. والأعداد الزائدة هي التي تكون أكبر من مجموع عواملها مثل العدد ١٤ الذي يبلغ مجموع عوامله ١٠ وهي: ١، ٢، ٧. أما الأعداد الناقصة، فهي التي تكون أصغر من مجموع عواملها مثل العدد ١٢ الذي يبلغ عوامله ١٦ وهي: ١، ٢، ٣، ٤، ٦).

ويعبر "أوغسطين" عن تقييمه لهذا العدد (٦) بقوله: (إن العدد ستة عدد تام في نفسه، وليس لأن الله خلق الأشياء في ستة أيام. فالعكس هو الصحيح، إذ إن الله خلق جميع الأشياء في ستة أيام لأن هذا العدد تام، وهو عدد تام حتى لو لم يوجد ذلك العمل الذي تم في ستة أيام).

- إن بعض الأعداد كانت ترتبط كذلك بقيم بعينها كالجمال. فالعدد الأولي (وهو ما لا يقبل القسمة إلا على نفسه مثل العدد ٣، ٧ .. كان يرتبط بمعنى الجمال لقدرته بين الأعداد، شأنه في ذلك شأن الاشياء الجميله في ندرتها بين الأشياء).

كما أشار المرحوم الأستاذ الدكتور محمد محمد قاسم إلى إن فريجه لم يجد إجابة دقيقة عن التساؤل عن معنى العدد لدى علماء الرياضيات، وذلك لعدة أسباب منها:-

– اعتقادهم أن طرح السؤال على هذا النحو يؤدي إلى تناول موضوعات تقع – في غالب الأمر– خارج نطاق المعرفة الرياضية.

– بعض الرياضيين مثل "كرونكر" يعلق على سؤال "ما العدد؟" بأنه تساؤل غير مقبول؛ لأن العدد واضح بذاته وحدسي ولا يحتاج الى تعريف.

– ثمة من رأى في الأعداد مجرد علامات إما لإجراء عمليات حسابية كما يرى "هنكل"، أو أنها علامات لا معنى لها إطلاقا بل مجرد علامات كما يذهب الاسميون.

– أخيرا، ثمة من رأي أن الاعداد بمثابة تجريد سيكولوجي من مواقف تجريبية بحتة.

انظر في ذلك:–

– إسلام، عزمي: مقدمة لفلسفة العلوم الفيزيائية والرياضية، ص ص ٢٥٩ – ٢٦٠.

– قاسم، محمد محمد: مرجع سابق، ص ٣٠.

(٥٣) ولد عام ١٨٤٨ بألمانيا، والتحلق بجامعة "يينا" عام ١٨٦٩ حيث درس لمدة عامين، ثم التحق بجامعة "جوتنجن" لعامين آخرين تفرغ فيهما لدراسة الرياضيات والكيمياء والفلسفة. وعاد إلى "يينا" ليحصل من جامعتها على درجة الدكتوراه في الرياضيات.

قضى "جوتلوب فريجه" معظم حياته العملية في تدريس الرياضيات بجامعة "يينا" كان مدرسًا خاصًا في عام ١٨٧١، ثم منح درجة الأستاذية في عام ١٨٧٩، فأستاذ شرف في مايو ١٨٩٦ حتى عام ١٩١٧ حيث اعتزل التدريس إلى وفاته في عام ١٩٢٥. من أبرز مؤلفاته:–

- Frege, G. (1884): The Foundations of Arithmetic: A Logico-Mathematical Enquiry Into the Concept of Number. Trans by Austin (1980), Northwestern University Press, Evanston.
- Frege, G. (1965): The Basic Laws of Arithmetic, University of California.
- Frege, G. (1980): The Philosophical and Mathematical Correspondence, Basil Blackwell.

أنظر في ذلك:–

– قاسم، محمد محمد: مرجع سابق، ص 13 (بتصرف).

(٥٤) ولد في بريطانيا عام ١٨٧٢، حاز عام ١٨٩٠ على منحة دراسية إلى كلية ترينتي في كامبريدج حيث باشر دراسته هناك، ثم تخرج عام ١٨٩٣ وحاز الزمالة عام ١٨٩٥، وفي عام ١٩١٠ أصبح محاضرًا في جامعة كامبردج. وقد نشر راسل سيرته الذاتية في ثلاثة مجلدات اعوام ١٩٦٧ و١٩٦٨ و١٩٦٩. وقد توفي راسل عام ١٩٧٠ في منزله في بريطانيا. من أبرز مؤلفاته:–

- & Whitehead, A. N. (1910): Principia Mathematica, Cambridge University Press.

– مقدمة للفلسفة الرياضية، ترجمة (١٩٨٠): أحمد، محمد مرسي & الأهواني، أحمد فؤاد، القاهره: مؤسسة سجل العرب.

(55) Mackie, J. L.: Problems from Locke, P. 121.

(56) Berkeley, B: Philosophical Commentaries, Sec.75, p. 14.

(٥٧) ينتقد "جورج بيركلي" مبدأ الأفكار المجردة لدي "جون لوك"، فمعلوم أن الفكرة المجردة، بكل ما في الكلمة من معنى، من اصطناع الفهم في نظر "جون لوك"، وهذا الاصطناع صفة قاصرة

على العقل البشري، فالفهم ينزل الفكرة المجردة منزلة الماهية الواقعية وإنما المجهولة للأشياء، ليتمكن من أن يعطي ألفاظ اللغة معنى، وبالتالى ليتمكن من أن يجري استدلالاته ويوصل أفكاره؛ فكأن الفكرة المجردة بديل عن الصورة الجوهرية، وقوامها– عندما نلاحظ أن بعض الأفراد يتشابهون بعض الصفات – أن ندع جانبًا كل ما هو خاص بفرد بعينه، وألا نحتفظ إلا بما هو مشترك بين الجميع.

إن الفكرة المجردة، المفهومة على هذا النحو، هي اختراع اخترعه الفلاسفة وما هو بممكن ولا بنافع. فما هو بممكن لأنه من باب التناقض السافر أن نكوِّن فكرة عن حركة لا تعود لا إلى جسم ولا إلى آخر، ولا تكون لا سريعة ولا بطيئة، لا مستقيمة ولا منحنية، فالفكرة المجردة تستبعد في أن معًا الضدين اللذين من اللازم أن يكون أحدهما عائدًا إلى الموضوع، وما هو بنافع، فهنا يقام أكبر الوزن لبراهين الهندسي التي تصدق، على ما يقال، على المثلث بصفة عامة، لا على مثلث فردي بعينه، ولكن لب المسألة أن نعرف ما إذا كان يسعنا الكلام عن المثلث بصفة عامة، دون أن نتحصل قبل ذلك على فكرة المثلث المجردة، أي دون أن نتخيل مثلثا لا يكون لا متساوى الساقين، ولا مختلف الأضلاع، ولا متساوي الأضلاع، وهذا ممكن تمامًا فيما إذا رسمنا مثلثًا جزئيًا، يمثل جميع المثلثات الأخرى، بالطريقة التي يُستخدم بها، أي – كما يقول "جورج بيركلي" – دون أن نشغل أنفسنا بطبيعة زواياه وبالعلاقة الجزئية القائمة بين أضلاعه. وبناء عليه، لا حاجة بنا، كيما نجري البرهان، إلى فكرة مجردة، وانما فقط إلى فكرة جزئية تكون بمثابة علامة لأفكار جزئية أخرى، فكرة وضعية عظيمة الأهمية لدى "جورج بيركلي"، فالتعقل عنده لا يعني إدراك ماهية مجردة، واقعية أو اسمية، وإنما يعني الإنتقال من فكرة إلى أخرى، بفضل وظيفة العلامة التي تضطلع بها الفكرة.

يكمن مصدر ذلك الغلط، على ما يري "جورج بيركلي"، في اللغة، ونخطئ إذا اعتقدنا أن اللغة تمسي بلا دلالة اذا كانت كل لفظة لا تدل على فكرة مجردة، فهذا خطأ من عدة نواحي؛ فأولًا، إن لفظة مثل لفظة المثلث لا تدل على فكرة، وانما على تعدد لا محدود من جميع الاشكال التي هي عبارة عن سطوح مسطحة محتواة بين ثلاثة خطوط مستقيمة. وثانيًا، أن أكثر الألفاظ لا تستحضر إلى الذهن في المحادثة العادية أية فكرة على الاطلاق، إذ هي تُستعمل – كما تستعمل الحروف في الجبر – لتشير دومًا إلى مقادير جزئية لا نكون ملزمين بتعقلها كيما نحسن اجراء استدلالاتنا. وأخيرًا، إن اللغة غالبا ما يكون الغرض منها الإيحاء لا بأفكار وإنما – كما في الخطب – بانفعالات أو أحوال نفسية. والنتيجة التي تترتب على هذه الملاحظات الثلاث هي إرخاء الآصرة التي تربط اللغة بالأفكار؛ فالعلامة ليست مجرد عنوان ملصوق على شئ،

وانما هي بالأحري إيحاء ونقطة انطلاق لحركة تعقل معقدة، تحافظ على قدر من اللاتعين وعلى قدر من المرونة.

إن الفكرة المجردة مسخ منطقي، يُربط عن خطأ باستخدام اللغة، والحال أن المذهب الذي يستهدفه "جورج بيركلي" في المقام الأول، أي المذهب القائل بوجود شئ مستقل عن الذهن، هو نتيجة للإيمان بالأفكار المجردة. انظر في ذلك:-

- برهييه، اميل: مرجع سابق، ص ص ٤٣ – ٤٥.

(58) Berkeley, B: A Treatise Concerning the Principles of Human Knowledge, Sec. 6, P.27.

(59) Berkeley, B: Philosophical Commentaries, Sec.545, p. 68.

(60) Berkeley, B: A Treatise Concerning the Principles of Human Knowledge, Sec.13, P.46.

(61) Berkeley, B: Alciphron, Sec.12, p. 137.

(62) Mackie, J. L.: Problems from Locke, P. 121.

(63) Berkeley, B: Alciphron, Sec.12, p. 137.

(64) Mackie, J. L.: Problems from Locke, P. 121.

(65) Berkeley, B: Philosophical Commentaries, Sec.759, P.92.

(66) Berkeley, B: An Essay towards a new Theory of Vision, Sec. 10, p. 215.

(67) Frege, G. (1884) The Foundations of Arithmetic: A Logico-Mathematical Enquiry Into the Concept of Number. Trans by Austin (1980), Northwestern University Press, Evanston, Sec. 22, p. 28.

(68) Ibid, Sec. 22, p. 29.

(69) Berkeley, B: An Essay towards a new Theory of Vision, Sec. 30, pp. 214 – 215.

(70) Berkeley, B: A Treatise Concerning the Principles of Human Knowledge, Sec. 10, P.96.

(71) Berkeley, B: Philosophical Commentaries, Sec.104, P.17.

(72) Ibid, Sec.763, P.92.

(73) Ibid, Sec.761, P.92.

(74) Berkeley, B: Alciphron, Sec.12, pp. 137 – 138.

(75) Berkeley, B: A Treatise Concerning the Principles of Human Knowledge. Sec.121, P. 97.

(76) Berkeley, B: Philosophical Commentaries, Sec.766, P.93.

(77) Berkeley, B: A Treatise Concerning the Principles of Human Knowledge, Sec.20, P. 96.

(78) Ibid, Sec.30, P. 96.

(79) Ibid, Sec.40, pp. 96 – 97.

(80) Berkeley, B: Philosophical Commentaries, Sec.803, P.96.

(81) Berkeley, B: A Treatise Concerning the Principles of Human Knowledge. Sec. 122, P. 97.

(82) Berkeley, B: Alciphron, Sec.12, p. 137.

(83) Ibid, Sec.12, p. 137.

(٨٤) أشار "جوتلوب فريجه" إلى إن التصور فقط هو الذي يحدد ما يمكن أن يندرج تحته، ويمنع تقسيمه بشكل عشوائي إلى أجزاء، وبهذا يعد التصور وحدة تتناسب مع عدد محدد. أنظر في ذلك:-

- Frege, G.: Op. Cit, Sec. 54, p. 66.

(٨٥) حصل على درجة الدكتوراه في الفلسفة من جامعة هارفارد تحت إشراف "هيلاري بوتنام" Putnam, H. (١٩٢٦ – ٢٠١٦)، قام بالتدريس أولاً في جامعة برينستون، ثم في جامعة جنوب كاليفورنيا ومركز جامعة مدينة نيويورك للخريجين قبل الالتحاق بكلية جامعة نيويورك. ثم استاذًا للفلسفة بجامعة نيويورك. له إسهامات بارزة في فلسفة اللغة وفلسفة الرياضيات ونظرية المعرفة. من أبرز مؤلفاته:-

- (1980): Science without Numbers: The Defence of Nominalism, Princeton University Press.
- (1991): Realism, Mathematics, and Modality, Blackwell Pub.
- (2001): Truth and the absence of fact, Oxford University Press.

قائمة المصادر والمراجع

مصادر البحث

1. Locke, John (1849): An Essay Concerning Human Understanding: And a Treatise on the Conduct of the Understanding, Philadelphia, Kay, II, VIII.
2. Berkeley, B: Philosophical Commentaries, in: The Works of George Berkeley, Bishop of Cloyne, Vol. 1, (1964), Edit by: Luce, A. A. & Jessop, T. E., Thomas Nelson and Sons Ltd, New York, PP. 1 – 140.
3. Berkeley, B: An Essay towards a new Theory of Vision, in: The Works of George Berkeley, Bishop of Cloyne, Vol. 1, (1964), Edit by: Luce, A. A. & Jessop, T. E., Thomas Nelson and Sons Ltd, New York, PP. 141 – 240.
4. Berkeley, B: A Treatise Concerning the Principles of Human Knowledge, in: The Works of George Berkeley, Bishop of Cloyne, Vol. 2, (1964), Edit by: Luce, A. A. & Jessop, T. E., Thomas Nelson and Sons Ltd, New York, PP. 1 – 114.
5. Berkeley, B. (2003): Alciphron, Or, The Minute Philosopher: In Focus, Edited by David Berman, Routledge, London and New York.

مراجع البحث

مراجع عربية

٦. إسلام، عزمي (١٩٧٧): مقدمة لفلسفة العلوم الفيزيائية والرياضية، جامعة عين شمس: مكتبة سعيد رأفت، ط ١.

٧. إسلام، عزمي (بدون تاريخ): جون لوك، القاهره: دار الثقافة للطباعه والنشر.

٨. برهييه، إميل (١٩٨١): تاريخ الفلسفة؛ الجزء الخامس: القرن الثامن عشر، ترجمة (١٩٩٣): طرابيشي، جورج، بيروت: دار الطليعة للطباعة والنشر.

٩. حسين، كريم موسى (إيلول، ٢٠١٩): فلسفة الرياضيات برؤية تكاملية الاتصال والانفصال، مجلة الفلسفة، الجامعة المستنصرية، العدد ٢٠، ص ص ٢١ – ٥٠.

١٠. راسل، برتراند: مقدمة للفلسفة الرياضية، ترجمة (١٩٨٠): أحمد، محمد مرسي & الأهواني، أحمد فؤاد، القاهره: مؤسسة سجل العرب.
١١. قاسم، محمد محمد (١٩٩١): جوتلوب فريجه؛ نظرية الأعداد بين الإبستمولوجيا والأنطولوجيا، الإسكندرية: دار المعرفة الجامعية.
١٢. هيجنز، بيتر إم (٢٠١٧): الأعداد؛ مقدمة قصرية جدا، ترجمة أحمد شكل، مراجعة إيمان عبد الغني نجم، مراجعة علمية انتصارات محمد حسن الشبكي، مؤسسة هنداوي للتعليم والثقافة، القاهرة، ط١.

مراجع إنجليزية

1. Aaron, R. I. (1937): John Locke, London: Oxford University Press.
2. Brouwer, L. E. J. (1949): Consciousness, Philosophy, and Mathematics, Proceedings of the Tenth International Congress of Philosophy,Vol. 2.
3. Frege, G. (1884) The Foundations of Arithmetic: A Logico-Mathematical Enquiry Into the Concept of Number. Trans by Austin (1980), Northwestern University Press, Evanston.
4. Kneale, W. (1949): Probability and Induction, Oxford: The Clarendon Press.
5. Leibniz, G. W. (1996): New Essays on Human Understanding, Translated & Edited by: Remnant, P. & Bennett, J., Cambridge University Press.
6. Mackie, J. L. (1976): Problems from Locke, New York: Oxford University Press Inc.
7. Smith, D. E. (1959): A Source Book in Mathematics, Vol. 1, New York: Dover Publication, INC.
8. O'Connor, J. (1967): John Locke, New York, The Dover Publications, INC.

John Locke's conception of number and its influence on George Berkeley

An Article on the Philosophy of Arithmetic

Abstract

Number, according to John Locke, is an essential feature of perceptible things; Anything that contains the number (1) is considered as its main feature. Hence, he based all his ideas about number on sensory experience, through the numerical unit or number (1), which he deemed as a simple idea of sensory experience. While John Locke put the numerical unit or the integer (one) within the category of simple sensory ideas, we find that he placed the number (2) within the complex ideas; It may be the result of repeating the integer one and adding it to each other.

John Locke's perspectives about numbers had an influence on many modern thinkers, particularly George Berkeley, who pointed out that John Locke's perspective of numerical unity was an unacceptable abstract notion. Therefore, numbers according to "George Berkeley" are not derived from sensory experience, but rather are entirely made up of the mind. George Berkeley distinguished between names and words; Considering that numbers are nouns, not words. Accordingly, George Berkeley was interested only in signs or names and not the set of subjects they were supposed to refer to.

Keywords: John Locke, George Berkeley, numerical unit, numbers