مستويات التفكير التناسبي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط في منطقة القصيم

The levels of proportional reasoning among grade 8 students in Qassim schools

د.بدر بن محمد الضلعان
أستاذ مناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد
كلية التربية بجامعة القصيم
3532@qu.edu.sa

المستخلص:
هدفت الدراسة إلى تحديد مستوى التفكير التناسبي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط في منطقة القصيم ومعرفة ما إذا كان هناك فروق دالة إحصائياً بين الطلاب والطالبات وبين مدارس التعليم العام ومدارس تحفيظ القرآن. تكونت عينة الدراسة من ٧٨ طالباً وطالبة تم اختيارهم بطريقة طبقية عشوائية وتم استخدام اختبار لتحديد مستويات التفكير التناسبي لدى أفراد العينة وقد أظهرت النتائج أن ٤٧% من العينة كانوا في المستوى المتوسط و٣٥% في المستوى المنخفض و١٨% كانوا في المستوى المرتفع كما أظهرت النتائج أنه لا توجد فروق ذات دلالة إحصائية في التفكير التناسبي ومكوناته الفرعية لدى طلاب عينة الدراسة ترجع لاختلاف الجنس وفقاً لنوع التعليم.
الكلمات المفتاحية: التفكير التناسبي، التناسب، النسب المئوية، التناسبية، الاستدلال التناسبي.

Abstract:

The levels of proportional reasoning among grade 8 students in Qassim schools

Bader Mohammed Aldalan

Associate Professor of Mathematics Education, Department of curriculums and Teaching Methods, College of Education, Qassim University.

The study aimed to investigate the levels of proportional reasoning among grade 8 students in Qassim schools to explore whether there were statistical differences between male and female students and general and Tahfiz schools. The sample consisted of 78 students and the study's tool was a test. The results showed that 47% of students were in middle level and 35% of them were in low level and just 18% were in high level of proportional reasoning and there no effects of gender or school type on the proportional reasoning level among the students.
Keywords: Proportion, percentage, ratio, proportional reasoning.

المقدمة والخلفية النظرية للدراسة:

تعتبر مواضيع النسبة والتناسب من المواضيع الرياضية الهامة في كتب الرياضيات المدرسية في مختلف المراحل التعليمية (Kilpatrick et al., 2001) فهي تتواجد في دروس الكسور والمعادلات والهندسة كميل المستقيم والتشابه والنسب المثلثية والمسائل التناسبية وتهيئ الطالب إلى تعلم مواضيع أساسية رياضية أخرى وتطبيقاتها في العلوم المختلفة (Modestou & Gagatsis, 2007). وتعرف النسبة بأنها مقارنة (ضربيه) بين قيميتين (Thompson, 1994) وإذا كانت النسبة هي علاقة بين قيمتين فإن التناسب هو علاقة بين العلاقات (Kilpatrick et al., 2001) وهو تساوي نسبتين ويعبر عنه بـ $\frac{س}{ص} = \frac{أ}{ب}$ (ربابعة،٢٠٠٧). وبالرغم من أن النسبة والتناسب حظي بمكانه في الكتب الدراسية إلا أن العديد من الدراسات أشارت إلى صعوبات يواجها الطلاب في هذه المواضيع (Clark, 2008; Modestou & Gagatsis, 2007) والمعلمين على حد سواء (Lamon, 2007) .

كما أن أحد الكفايات الرياضية والتي يجب توفرها لدى الطلاب هي القدرة على الاستدلال (التفكير/التبرير) التناسبي حيث يعتبر جزء رياضي مهم يستخدم في الحياة اليومية ويصعب على الكثير فهمه (Lamon, 2014) .فالتفكير التناسبي يستعمل في أبسط المواقف اليومية مثل قرار الشخص لشراء صندوق مشروبات فيه عدد محتلف من المشروبات وباسعار مختلفة. ويظهر أيضاً عبر تحويل العملات ١ دولار = ٣.٧٥ ريال ومقارنة العروض والأسعار وفي العديد من العلوم الطبية والهندسية والشرعية وغيرها.

ولقد أشار المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة الأمريكية (NCTM) إلى أهمية تعلم النسبة والتناسب وإكساب مهارات الاستدلال التناسبي للطلاب (NCTM, 2000). كما تشترط معايير The Common Core State Standards for Mathematics (Center for Best Practices, 2010 National Governors Association) على طلاب الصف السادس أن يكونوا قادرين على استيعاب مفهوم النسبة (العلاقة بين قيميتين) والعلاقة بين كسرين مختلفين في التناسب، ومفهوم معدل الوحدة وحل المسائل الرياضية والحياتية باستعمال النسبة والمعدل والتعرف على المواقف التي يظهر فيها التناسبية وحل مسائل رياضية متعددة الخطوات تحتوي على النسب والتناسب. أما طالب الصف السابع فيجب أن يحسب معدل الوحدة المشتمل على نسب فيها كسور أو نسب ذات وحدات قياس مختلفة وتحديد ما إذا كانت العلاقة بين القيم تناسبية أو غير تناسبية وطالب الصف الثامن يفهم العلاقة بين التناسب والمستقيم والمعادلات الخطية.

فالتفكير التناسبي هو أحد أنواع التفكير الرياضي الذي يرتبط بالتناسب ويعنى بتحديد العلاقات بين النسب والمعدلات والكسور (عبد،٢٠٠٩) فهو طريقة التفكير المستخدمة عند حل الطلاب للمشكلات التناسبية (Ortiz, 2015) التي تحتوي على نسبتين فأكثر (Kilpatrick et al., 2001) عن طريق استيعاب العلاقات الضربية بين القيم والقيام بإيجاد القيمة المفقودة بالاعتماد على القيم المعلومة (McIntosh, 2013) ويبدأ التفكير التناسبي من المرحلة الابتدائية عن طريق بناء المفاهيم المتعلقة بالتفكير التناسبي ثم يتطور إلى الوصول إلى القدرة على بناء العلاقات التناسبية (Tabart et al., 2005). فيظهر في الصفوف الدنيا عند تعرض الطالب لمفهوم العدد وأنواع الكسور الاعتيادية والعشرية (ربابعة،٢٠٠٧) ويتطور ليشمل كثير من مواضيع رياضيات المرحلة الابتدائية كالكسور المتكافئة، والقسمة المطولة، والقيمة المنزلية، والنسبة، والتناسب والمعدل .كما يظهر في المواضيع الجبرية والهندسية كالتكافؤ والمتغيرات والتحويلات الهندسية (Johnson, 2010) وبذلك يعتبر التفكير التناسبي القاعدة الأساسية للمزيد من النجاح في المواضيع اللاحقة (Lobato & Ellis, 2010) ولتطوير الاستيعاب المفاهيمي للعديد من المفاهيم الجبرية (Cai & Sun, 2002).

ولقد أوضحت الأدبيات أن هناك ثلاث أنواع من المسائل التناسبية التي تناولتها الدراسات والتي يتجلى أثناء حلها الاستدلال التناسبي. النوع الأول هي مسائل القيمة المفقودة حيث هناك ثلاث قيم معلومة ويطلب من الطالب إيجاد القيمة الرابعة وتصاغ أحياناً كمسالة مكتوبة أو مسألة رقمية. أما النوع الثاني فهي مسائل المقارنة العددية حيث يطلب من الطالب مقارنة نسبتين معطاة وتحديد أيهما أقل أو أكبر. أم النوع الثالث فهو مسائل المقارنة الكيفية وفيها يسأل الطالب عن أثر تغير النسبة عند تغير أحد القيم فيها (Kilpatrick et al., 2001; Singh, 2000). Lamon (٢٠٠٧) اقتصرت على أول نوعين واعتبرت النوع الثالث (المقارنة الكيفية) يندرج تحت النوعين الأساسين مسائل القيمة المفقودة ومسائل المقارنة.

ويحتاج نمو الاستدلال التناسبي فترة من الزمن ويجب أن يشتمل على خبرة ومهارة ومعرفة رياضية تستعمل لحل مشكلات رياضية تتضمن علاقات تناسبية (Confrey et al., 2009). وقد أوضحت الأدبيات العديد من مرحل التطور التي يمر فيها الطالب أثناء تعلم الاستدلال التناسبي فمثلاً صنف بياجيه مستويات (مراحل) التفكير التناسبي إلى ثلاث مراحل: الأولى لا يدرك فيها المتعلم معيار النسبة ويعتمد على التخمين، والمرحلة الثانية يدرك الطالب معيار النسبة بشكل موضوعي ويفترض أن تغير نسبة بمقدار ما يتبعه تغير النسبة الأخرى بنفس القيمة. أما في المرحلة الثالثة فيكون لديه القدرة على حل المسائل التناسبية بسهولة (Vollrath, 1986).

كما صنف Baxter and Junker (٢٠٠١) مراحل تطور الاستدلال التناسبي إلى خمس مراحل: التفكير الوصفي، المحاولات الحسابية المبكرة، التعرف على العلاقة الضربية، استيعاب الثبات والتغير والتمكن من العلاقات داخل التناسب. ففي مرحلة التفكير الوصفي يمتلك الطالب بعض المعرفة عن القيم والتي تساعده على المقارنات بينها باستخدام أكبر من أو أصغر من فقط . أما في مرحلة المحاولات الحسابية المبكرة فيركز الطالب على الفرق بين القيم بدلاً من التركيز على ثبات القيم في التناسب ويظهر الطالب ميله إلى إجراء التفكير الجمعي بدلاً من التفكير الضربي. وفي المرحلة الثالثة (التعرف على العلاقات الضربية) يتعرف الطالب مبدئياً على أن هناك تناسب لكن ليس بالضرورة أن يكتبه بشكل صحيح أو يحله بشكل صحيح. وفي المرحلة الرابعة (استيعاب الثبات والتغير) يبدأ الطالب بتكوين تغيير في التفكير الضربي ويستوعب أن هناك ثبات بالنسبة وتغير في القيم فيعتمد على الطرق الضربية في الحل بالمضاعفة أو التقسيم. وأخيراً في المرحلة الاخيرة يمتلك الطالب معرفة قوية بالعلاقات داخل التناسب ويحل المسألة بأريحيه وبأكثر من طريقة.

وفي نفس السياق اقترح Karplus نموذج رباعي يصف مستويات التفكير التناسبي لدى المتعلمين حيث كانت المرحلة الأولى (غير المنطقي / غير المكتمل) وفيه لا يظهر الطالب أي شرح أو توضيح للحل ويستخدم المعلومات بشكل عشوائي ويجري عمليات حسابية بشكل غير صحيح. أما في المرحلة الثانية (الوصفي) فالطالب يبرر خطوات حله باستخدام القيم الموجودة في المسألة ويقارن بينها باستخدام أوصاف كأكبر من أو أصغر من أو يساوي. في ثالث مرحلة (الجمعية) يقوم الطالب بالإجابة بشكل صحيح باستخدام الجمع والطرح للأربع قيم الواردة في المسألة. وفي المرحلة الاخيرة (التناسبية) يظهر الطالب القدرة على التبرير التناسبي بشكل واضح (Valverde & Castro, 2012).

كما أقترح Langrall and Swafford (2000) تصنيف يحتوي على أربعة مستويات للتفكير التناسبي تتشابه مع نموذج Karplus ونموذج Baxter and Junker ففي المستوى صفر (التفكير غير التناسبي) يكون الاستدلال غير تناسبي، يعتمد على التخمين وبصورة عشوائية ولا يتوفر لدى الطالب معرفة في النسبة والتناسب ولا يستطيع القيام بحل المسائل بشكل صحيح. أما المستوى الأول (التفكير غير الرسمي/ غير الشكلي) فيعتبر الطالب النسبة كوحدة واحدة ويستعمل المحسوسات والصور ليفهم المسألة ويقارن بين الكميات باستخدام العبارات أقل من وأكبر من ويفترض أن التغير في قيمة أحد المتغيرات ينتج عنه تغير القيمة في المتغير الآخر بنفس المقدار ويكون تفكيره نوعياً على حسب سياق المسألة أكثر من تفكيره كمياً. وفي المستوى الثاني (التفكير الكمي) يستخدم الطالب الطرق الكمية في

حل المسائل فمثلاً يستخدم الجمع والطرح أو الضرب والقسمة على معامل أثناء الحل مع القدرة على التبرير لطريقة الحل كما يمكنه إجراء المقارنات كالزيادة والنقصان وتمييز وتكرار النمط ويستطيع استخراج معدل الوحدة ويستطيع استخدام الكسور المكافئة. في المستوى الثالث (التناسبي الشكلي/الرسمي) يستطيع الطالب كتابة التناسب بشكل صحيح ويصل الطالب إلى الفهم الكامل للعلاقات التناسبية ويستخدم التفكير الضربي كما يفكر بالنسبة بأنها ليست مجرد وحده واحدة فهو يدرك العلاقات بين القيم الموجودة في النسبة نفسها وبين القيم في النسبة الأخرى ولا يقتصر حله على الطرق الجمعية بل لديه القدرة على إيجاد أسهل طريقة للحل وليس محصوراً على طرق معينة تعتمد على سياق المسألة.

ولكي ينتقل الطالب تصاعدياً من مستوى إلى مستوى في مستويات التفكير التناسبي يجب أن يتوفر لديه مكونات الاستدلال التناسبي والتي تم تناولها في الأدبيات. فقد اقترحت Lamon (٢٠١٤) أن الاستدلال التناسبي يتكون من ٧ مكونات تنمو مع بعضها البعض وتشكل سوياً مكونات الاستدلال التناسبي. فالمكون الأول (التفكير العلاقي) يشتمل على القدرة على التفرقة بين التغير المطلق (الجمعي) والتغير النسبي (الضربي /العلائقي) فالتغير المطلق هو التغير في القيمة بقيمة محددة مثلاً ب ١٠ ريال أما التغير النسبي فهو التغير في القيمة بدلالة نسبة معينة من القيمة الاصلية مثل زيادة بنسبة ٥٠%. كما يشتمل التفكير العلاقي على توفر حس النسبة لدى الطالب وهي القدرة على الحكم بفائدة إيجاد النسبة وهل تساعد في الحل أم لا وبالتالي القدرة على التمييز بين المواقف التناسبية وغير التناسبية. فقبل حل المسألة يجب على الطالب معرفة هل استخدام النسبة للمقارنة هو قرار سليم وتمكن الطالب من التفكير علائقياً هو بداية القدرة على التفكير تناسبياً (Walle, et al., 2020)

والعنصر الثاني من عناصر التفكير التناسبي هو القياس ويستلزم من الطالب القدرة على إجراء القياس باستعمال أدوات قياس غير مباشرة كقياس تركيز مشروب معين (باستعمال النسبة) أو قياس الزحمة في مصعد. فالطالب يفهم معنى النسبة من خلال فهمة لسياق المشكلة، فالنسبة في المسائل التناسبية تنقسم إلى أربع أنواع هي جزء-جزء-كل، مجموعات مترابطة، مقاييس معروفة، النمو. ويشتمل القياس على المقدرة على التفريق بين مقارنة جزء-كل وجزء-جزء فيجب على الطالب أن يكون قادر على التفرقة بين النسبة والكسر. كما يجب أن تتوفر لديه القدرة على تمديد وتقليل وانعكاس وتجانس العلاقات التي توضحها النسبة. فالنسبة يمكن أن تكون تمددية (توسعيه) لكن ليس دائماً. فتقليل النسبة يساعد في فهم الموقف عن طريق استخراج معدل الوحدة. وفي النسب المتجانسة يمكن تقسيمها إلى أي عدد من الأجزاء وستظل تحتفظ بنفس المقدار (Lamon, 2014).

أما المكون الثالث فهو القيم (الكميات) والتغير ويشتمل على مقدرة الطالب على ملاحظة وتقييم التغيير في قيم النسب ومقارنتها ببعضها والتعرف على كيفية التغيير والتعامل على الكميات غير المعلومة القيمة. فعند تغير القيم يجب أن يلاحظ الطالب أن القيم تغيرت ويلاحظ كذلك النسبة والعلاقة بين تلك القيم. كما يجب أن يميز الطالب نوع التغيير ما إذا كان مطلق أو نسبي وأن يفهم العلاقة بين المتغيرات وطبيعة تأثير التغير في المتغير المستقل وأثرها على المتغير التابع. أيضاً يجب على الطالب أن يعرف اتجاه التغيير هل هو تناسب طردي أو عكسي. كما يجب استيعاب أن القيم التي تشتمل عليها النسبة هي قيم متغيرة لكن علاقتها ببعضها ثابته لا تتغير فالطلاب يميلون إلى رؤية المسائل عبر ملاحظة العلاقات بين القيم من حيث هل هي ثابتة أو متغيرة كما أن عدد كبير من النسب هو تناسبي لأن العلاقات بين القيم في كلا جانبي التناسب متساوية ويجب على الطالب أن يمتلك القدرة على انتاج الكسور المتكافئة.(Lamon, 2014).

ويعد الاستدلال التصاعدي والتنازلي المكون الرابع من مكونات التفكير التناسبي ويشمل قدرة الفرد على معرفة وتحديد الوحدة والقدرة على التعامل مع الوحدات المختلفة والمقدرة على الانتقال بسهولة من الكسر إلى الوحدة أو العكس. فبعض المسائل التناسبية لا يحدد فيها الوحدة بشكل صريح انما تكون ضمنية وفق توفير معلومات كافية تساعد الطالب على استنتاج هذه الوحدة وهذا يتطلب القيام ببعض التفكير التناسبي من الطالب لحلها عن طريق البدء في الكسر (الجزء) ثم الاستدلال تصاعدياً حتى الوصول إلى الوحدة كاملة (الكل) أو الاستدلال تنازلياً من الوحدة الكاملة إلى الكسر. يجب أيضاً تنويع المواقف التي تحتاج إلى تحديد الوحدة فلا يتم الاقتصار فقط على مثلاً قطع البيتزا الدائرية إنما يتم التنويع واستخدام مثلاً الشكل المستطيل أو الصناديق التي تحتوي على مجموعة من العلب أو مثلاً طبق فيه مجموعة من البيض وهكذا حتى يتعود الطالب على التعامل مع وحدات مختلفة .(Lamon, 2014)

أما المكون الخامس فهو التوحيد ويشتمل على القدرة على بناء وحدة متقدمة تشتمل على تجميع للوحدات لعمل مقارنات على أساس هذه الوحدة الجديدة. فعند تقديم تناسب للطالب وطلب حله فإن الحل التقليدي هو إيجاد معدل الوحدة أما إذا كان لدى الطالب القدرة على استخدام مجموعة كوحدة متقدمة فإنه سيستطيع حل التناسب بسهوله ويسر .(Lamon, 2014)

والمكون السادس وهو التقسيم والمقارنة ويشير إلى قدرة الطالب إلى تقسيم الشيء إلى عدة اجزاء متساوية وكذلك القدرة على تحديد كمية المقسوم عليه والقدرة على المقارنة بين تقسيمين ومعرفة الفرق بينهما. وعند توفر هذه المهارة لدى الطالب

فيستطيع التفكير تناسبياً بشكل أفضل فالطالب المتوفر لديه هذا المكون يستخدم استراتيجيات حل مختلفة عن الطرق التقليدية (Lamon, 2014).

أما المكون الاخير من مكونات التفكير التناسبي فهو تفسيرات الأعداد النسبية ويركز على القدرة على التفرقة بين أنواع الأعداد النسبية وأنها ليس المقصود فيها الكسور فقط فهما شيئان يختلفان. فالكسر يستخدم كتعبير لصغر القيمة أو تعبير رمزي لعدد أو علاقة جزء بكل أو عدد نسبي. أما العدد النسبي فله ٥ اشكال رئيسية فهو يعني علاقة جزء بكل، وعامل ضربي، وباقي القسمة، ومقياس، وتعني أيضاً نسبة. ومن هنا نجد أن الاعداد النسبية تظهر خلال كثير من السياقات الرياضية: النسبة المئوية، التناسبية، النسبة، المعدل، خط الأعداد، القسمة بالتساوي وغيرها لذا يجب على الطالب أن يعرف ماذا يمثل كل عدد نسبي(Lamon, 2014).

كما اقترح Langrall and Swafford (٢٠٠٠) أنه يجب أن يتوفر لدى الطالب أربع متطلبات ليستطيع الاستدلال تناسبياً تشكل في مجملها مكونات الاستدلال التناسبي. أولها: القدرة على التفرقة بين التغير المطلق (الجمعي) والتغير النسبي (الضربي /العلائقي) والمكون الثاني وهو على علاقة شديدة مع المكون الأول ويشتمل على توفر حس النسبة لدى الطالب ويناظرهما التفكير العلاقي لدى (Lamon, 2014) المكون الثالث هو استيعاب أن القيم التي تشتمل عليها النسبة هي قيم متغيرة لكن علاقتها ببعضها ثابته لا تتغير ويناظرها القيم والتغير لدى Lamon (٢٠١٤) والمكون الرابع وهو القدرة على بناء وحدة متقدمة تشتمل على تجميع للوحدات ويناظره مكون التوحيد لدى Lamon (٢٠١٤).

ولقد صنف التفكير التناسبي كنوع من أنواع التفكير التي يواجه فيها الطلاب صعوبات مثل (مقدادي والقرعان،٢٠١٧، عبد ٢٠٠٨، (Brahmia et al., 2016)) وكذلك المعلمين (Beckmann & Izsak, 2015; Byerley & Thompson, 2017; Langrall & Swafford, 2000; Orrill & Brown, (2012; Son, 2013

وبمراجعة الأدبيات يتضح أن التفكير التناسبي قد تم تناوله من عدة زوايا. فقد بحث البعض في أثر بعض المتغيرات على التفكير التناسبي مثل أثر : استخدام الطلاب لجداول النسبة كأداة مساعدة (Nutsch, 2009)، بيئة تعليمية قائمة على الالعاب الالكترونية (Ortiz, 2015)، استيعاب مفاهيم النسبة والتناسب (Singh, 2000)، الالعاب التقريبية (Ann-Kim, 2003) ، التفاعل مع الاقران (Schwarz & Linchevski, 2007) ، الحس العددي(Yang, 2010) ، الصف المقلوب (زنقور،٢٠١٧)، برنامج تدريسي قائم على وظائف نصفي الدماغ (الصبحي،٢٠١٣)، برنامج تدريبي قائم على استراتيجيات حل المسألة التناسبية

(ربابعة،٢٠٠٧)، استخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب (الرفاعي،٢٠١٧)، المدخل المفتوح القائم على حل المشكلة (العرباني،٢٠١٨)، التدريس وفق استراتيجيات حل المسألة التناسبية (الشكيلي والعابد،٢٠١٨)، تعليم استراتيجيات حل المشكلات المختلفة (Sen & Güler, 2017)، التطوير المهني المستمر للمعلمين (Hilton et al., 2016)، استراتيجية التغذية الراجعة (الضلعان،٢٠٢٠)، موقع إلكتروني للمساعدة في فهم المحتوى (McIntosh, 2013) على التفكير التناسبي لدى الطلاب.

كما ركز البعض على دراسة استراتيجيات الحل التي يستخدمها الطلاب أثناء حل المسائل التناسبية (Artut & Pelen, 2015; Avcu & Avcu, 2010; Avcu & Doğan, 2014; Pantziara & Pitta-Pantazi, 2005) وتفحص اخطاء الطلاب (Boyer et al., 2008) والبعض الآخر تناول التعرف على مكونات التفكير التناسبي ومدى توافرها في الكتب الدراسية (Holzrichter, 2016; Johnson, 2010) وقد قام البعض بتحديد طرق التدريس التي يستخدمها المعلمين في تدريس الاستدلال التناسبي (Hillen, 2005; Watson et al., 2008) كما أن دراسة العوامل المؤثرة على التفكير التناسبي حظيت باهتمام الباحثين كدراسة (السواعي،٢٠٠٤).

ومن الاتجاهات البحثية التي اهتمت فيها هذه الدراسة لتشابهها مع اهدافها: قياس مستويات التفكير التناسبي لدى الطلاب فكثير من الدراسات تناولت قياس مستوى التفكير التناسبي لدى الطلاب، المعلمين، الطلاب والمعلمين حيث بحثت الطعاني (٢٠١٨) في العلاقة بين معرفة التبرير التناسبي لدى المعلمين وطلابهم وتكونت العينة من ٣٠ معلم ومعلمة و٣٠٠ طالب وطالبة من طلبة الصفوف السابع والثامن والتاسع في الاردن. استخدمت الباحثة اختبار للمعرفة لدى المعلمين واختبار للتفكير التناسبي لدى الطلاب وكانت النتائج المتعلقة للطلاب أن لديهم ضعف في التفكير التناسبي كذلك لدى المعلمين ضعف في المعرفة اللازمة للتبرير التناسبي

وهدفت دراسة مقدادي والقرعان (٢٠١٧) إلى قياس مستويات التفكير التناسبي لدى طالبات الأول الثانوي في الاردن وقد اجريت على ٥٢٣ طالبة من طالبات الأول الثانوي العلمي والأدبي في الاردن عن طريق تطبيق اختبار وقد أظهرت الدراسة أن مستوى التفكير التناسبي لدى طالبات الصف الأول الثانوي في الأردن كان ضعيف حيث صنف ٢٥% من العينة على المستوى المتدني جداً و٦٠% من العينة على المستوى الضعيف.

وهدفت دراسة Yeong and Martinez (٢٠١٦) إلى الكشف عن مستوى الطلاب في التبرير التناسبي في المرحلة المتوسطة بالولايات المتحدة الامريكية وتكونت

العينة من 59 طالب وطالبة وقد استخدام الباحثين اختبار لقياس مستويات التبرير التناسبي وقد وجدوا أن معظم طلاب المرحلة المتوسطة لم يتمكنوا من حل مسائل تحتوي على تبرير تناسبي حيث أن ١٠% فقط هم من استطاعوا حل مسائل الاختبار بشكل صحيح.

وأيد ذلك Ayan and Boston (٢٠١٦) في دراستهم التي هدفت إلى قياس مقدرة ٩٣٥ طالب من طلاب الصفوف السادس والسابع والثامن في تركيا في حل المسائل التناسبية عبر استجابتهم لاختبار تحريري ومقابلة لعدد ١٢ طالب وقد أظهرت الدراسة ضعف لدى الطالب في قدرتهم على حل المسائل التناسبية واستخدامهم عدد محدود من استراتيجيات الحل.

كما بحث Pelen and Artut (٢٠١٦) قدرة ٣٣١ طالب من طلاب الصف السابع في تركيا على حل مسائل تناسبية وما إذا كان نوع المسائل يؤثر على مقدرة الطالب على الحل وقد أظهرت النتائج أن الطلاب يختلفون في القدرة على حل المسائل فالبعض يواجه صعوبات خاصة في المسائل غير التناسبية كما أن نوع المسألة يؤثر على المقدرة على حلها.

ولم يقتصر الضعف على مراحل التعليم المختلفة بل امتد إلى البالغين فقد هدفت دراسة Orletsky (٢٠١٥) إلى البحث عما إذا كان العاملين قادرين على حل المشكلات التناسبية التي تواجههم في مقر عملهم وكانت عينة البحث ٩ عاملين وقد وجدت الدراسة أنهم يواجهون صعوبات في حل المسائل التناسبية. وأكثر من نصف البالغين لا يستطيعون الاستدلال تناسبياً (Lamon, 2014).

وفي سياق المرحلة الثانوية قام جرادات (٢٠١٣) بقياس مستوى التفكير الاحتمالي ومستوى التفكير التناسبي والعلاقة بينهما لدى ٢٩٠ طالب من طلاب الصف الأول الثانوي بالسعودية باستخدام اختبارات وقد وجد أن مستويات التفكير الاحتمالي والتناسبي لدى الطلاب دون المستوى المقبول تربوياً.

وقامت عبد (٢٠٠٩) باستقصاء مستويات الاستدلال التناسبي لدى طلاب المرحلة الأساسية العليا التي شملت الصفوف من السابع إلى العاشر في الاردن حيث كانت العينة ١٠٤٣ طالب وطالبة واستخدمت الباحثة اختبار وقد وجدت أن غالبة الطلبة كانوا في المستوى الأول من مستويات الاستدلال التناسبي كما أن طلاب الصف العاشر كانوا اعلى مستويات من غيرهم.

أما Watson and Callingham (٢٠٠٨) فقد درسوا مستويات التفكير التناسبي لدى الطلاب ومعلميهم في الصفوف من الخامس حتى العاشر في استراليا حيث تم تحليل استجابات ١٢٠٥ طالب وطالبة على مسألتين تناسبية و استجابات ٤٤ من معلميهم على أربع نماذج من حلول الطلاب وقد أظهرت الدراسة تدني مستوى

الطلاب في التفكير التناسبي وعدم مقدرة المعلمين على تقييم حلول الطلاب بشكل صحيح

كما هدفت دراسة Dooley (٢٠٠٦) إلى الكشف عما إذا كان طلاب المرحلة الثانوية في امريكا لديهم قدرات على الاستدلال التناسبي وأثر اليدويات على التفكير وكانت العينة ١٠٧ طالب وطالبة وقد تمت مقابلة ٢١ منهم وقد وجد أن ٩٠.٥% من الطلاب ليس لديهم قدرات تفكير عالية كما أن اليدويات ساعدت الطلاب في التقدم بالحل. وهدفت دراسة Longest et al., (٢٠٠٣) إلى اختبار القدرة على التفكير التناسبي لدى طالبات جامعة كارولينا في امريكا ذوات التحصيل المرتفع في الرياضيات وقد تكونت العينة من ٢٠٠ طالبة وتم استخدام الاختبار لجمع البيانات وقد أوضحت الدراسة أن هناك ارتباط قوي بين القدرة على التفكير التناسبي وبين التحصيل.

كما تقصى Clark and Lesh (٢٠٠٣) التبرير التناسبي لدى ٢١٧ طالب وطالبة من طلبة الصف السابع في امريكا عن طريق حل مسائل تطبيقية تحتوي على سياقات من الحياة العامة وقد أظهرت الدراسة وجود اجابات تعتمد على التخمين كما أن التبرير التناسبي يتطور لدى الطلبة عبر الزمن.

ويظهر مما سبق أهمية التفكير التناسبي بالنسبة للرياضيات وغيرها من المواد الدراسية والحياة العامة ونظراً لقلة الدراسات التي تناولت التفكير التناسبي في العالم العربي وخاصة في المملكة العربية السعودية على حد علم الباحث وللضعف في مستويات التفكير التناسبي لدى الطلبة في معظم الدراسات التي تناولت هذا الموضوع، أتت فكرة هذه الدراسة لقياس مستوى التفكير التناسبي لدى طلبة الصف الثاني المتوسط في منطقة القصيم.

مشكلة الدراسة وأسئلتها:

تتمثل مشكلة الدراسة بمعرفة مستويات الاستدلال التناسبي لدى طلاب وطالبات الصف الثاني المتوسط في منطقة القصيم نظراً لأهميته في الرياضيات المدرسية وتحاول الدراسة الاجابة على الاسئلة التالية:

١- ما مستويات التفكير التناسبي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط في منطقة القصيم؟
٢- هل يختلف مستوى التفكير التناسبي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط في منطقة القصيم باختلاف الجنس واختلاف نوع التعليم؟

أهداف وأهمية الدراسة:

هدفت الدراسة إلى تحقيق الأهداف التالية:

١- التعرف على مستويات التفكير التناسبي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط في منطقة القصيم.
٢- التعرف على ما إذا كان هناك اختلاف في مستوى التفكير التناسبي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط في منطقة القصيم يعزى إلى اختلاف الجنس واختلاف نوع التعليم.

وتستمد هذه الدراسة اهميتها من أهمية التناسبية في منهج الرياضيات باعتباره أساساً لما يأتي من بعده من مواضيع رياضية متقدمة وكذلك لتطبيقاته في شتى العلوم. فعند دراسة مستويات التفكير التناسبي لدى الطلاب يعطي ذلك الفرصة للمعلمين ومؤلفي الكتب الدراسية انطباعاً عن مكامن الخلل لدى الطلاب للعمل على تلافيها وتنمية التناسبية لدى الطلاب. كما تعتبر هذه الدراسة من الدراسات القلائل على المستوى المحلي فتعتبر الدراسات في مجال التفكير التناسبي شبه نادرة في المملكة العربية السعودية وقد تكون هذه الدراسة نقطة بداية لمزيد من الابحاث في هذا المجال.

حدود الدراسة:

تقتصر هذه الدراسة على الحدود التالية:

- الحدود المكانية: طلاب وطالبات الصف الثاني المتوسط في التعليم العام وتحفيظ القرآن في محافظة الرس بمنطقة القصيم.
- الحدود الزمانية: طبقت اداة الدراسة خلال الفصل الدراسي الثاني من العام الدراسي ١٤٤٢-١٤٤٣ هـ (٢٠٢٠/٢٠٢١).
- الحدود الموضوعية: مكونات التفكير التناسبي: التفكير العلاقي، القياس، القيم (الكميات) والتغير ، الاستدلال التصاعدي والتنازلي ، التوحيد ، التقسيم والمقارنة و تفسيرات الاعداد النسبية.

مصطلحات الدراسة:

١- التفكير التناسبي Proportional Reasoning : هو قدرة الطلاب على حل المسائل التناسبية بأنواعها المختلفة والتمييز بين المواقف التناسبية وغير التناسبية وفهم العلاقات الرياضية المتضمنة في المواقف التناسبية (Hillen, 2005). ويعرف اجرائيا في هذه الدراسة بأنه أنواع التفكير الذي يقوم به الطالب عند مواجهه موقف يتضمن مسألة تحتوي على نسبة وتناسب ويقاس بالدرجة التي يتحصل عليها الطالب في الاختبار المحدد لذلك.

٢- مستويات التفكير التناسبي Levels of Proportional Reasoning: هي ثلاث مستويات هرمية تتدرج من مستوى منخفض إلى متوسط ثم مرتفع

ويصنف تفكير الطالب التناسبي في هذه الدراسة على حسب الدرجة التي تحصل عليها بالاختبار المعد لذلك.

٣- مكونات التفكير التناسبي Components of Proportional Reasoning: هي عدد من العناصر المتكاملة (التفكير العلاقي، القياس، القيم والتغير، الاستدلال التصاعدي والتنازلي، التوحيد، المشاركة والتقسيم و تفسيرات الاعداد النسبة) والتي تشكل مع بعضها عناصر التفكير التناسبي وتنمو وتتطور بشكل متوازي وليس بشكل متسلسل (Lamon, 2014).

٤- مدارس تحفيظ القران: هي مدارس حكومية تهتم بتحفيظ القران الكريم ويدرس فيها الرياضيات بواقع حصص أقل من عدد الحصص في المدارس الحكومية العامة.

منهج وإجراءات الدراسة:

منهج الدراسة:

اتبعت هذه الدراسة منهج البحث الوصفي المقارن والذي يعرف بأنه "ذلك النوع من البحوث الذي يتم بواسطة استجواب جميع مجتمع البحث أو عينة كبيرة منهم، وذلك بهدف وصف الظاهرة المدروسة من حيث طبيعتها ودرجة وجودها فقط، دون أن يتجاوز ذلك إلى دراسة العلاقة أو استنتاج الأسباب" (العساف،٢٠١٢، ١٧٩) حيث هدفت إلى قياس مستوى التفكير التناسبي لدى طلاب وطالبات الصف الثاني المتوسط في منطقة القصيم.

إجراءات الدراسة:

تمت الدراسة وفق الإجراءات التالية:

- الاطلاع على الأدبيات والدراسات ذات العلاقة بالتفكير التناسبي.
- تصميم أداة الدراسة والمتمثلة باختبار التفكير التناسبي.
- تحديد العينة وتطبيق الاختبار على العينة.
- عرض التكرارات والنسب للإجابة على أسئلة الدراسة.
- مناقشة النتائج وربطها بالدراسات السابقة.
- كتابة التوصيات والمقترحات.

مجتمع الدراسة:

يتكون مجتمع الدراسة من جميع طلاب وطالبات الصف الثاني المتوسط في المدارس الحكومية بمدينة الرس في العام الدراسي ١٤٤٢/١٤٤٣هـ (٢٠٢٠/٢٠٢١) والبالغ عددهم ١٨٣٤ طالب وطالبة.

عينة الدراسة:

تكونت عينة الدراسة من (٧٨) طالباً وطالبة من طلبة الصف الثاني المتوسط بمحافظة الرس وتم اختيارهم بالطريقة العشوائية العنقودية ويوضح جدول (١) توزيع عينة الدراسة على الصفوف الدراسية.

جدول (١): توزيع عينة الدراسة وفق الصف الدراسي

الصف الدراسي	العدد	النسبة
طالبات تعليم عام	٣٢	٤١.٠
طلاب تعليم عام	٢٧	٣٤.٦
طالبات تحفيظ قران	١٩	٢٤.٤
المجموع	٧٨	١٠٠.٠

أداة الدراسة:

لتحقيق أهداف الدراسة قام الباحث بإعداد اختبار لقياس مستوى التفكير التناسبي لدى طلاب وطالبات الصف الثاني المتوسط بعد الرجوع للعديد من الدراسات ذات العلاقة وقد تكون الاختبار من ١٣ فقرة تقيس مؤشرات لمكونات التفكير التناسبي كما يظهر الجدول (٢) وعرضت على مجموعة من المحكمين (٨ محكمين) من المتخصصين للتأكد من صدق الاختبار وقد تم اجراء التعديلات واصبح الاختبار جاهزاً للتطبيق (ملحق ١) ثم طبق الاختبار على عينة استطلاعية بلغ عددها ٢٠ طالبه من طالبات الصف الثاني المتوسط وتراوحت معاملات السهولة لفقرات الاختبار ما بين (٠.٣-٠.٧) ومعاملات التمييز ما بين (٠.٣٩-٠.٧٠) وقد استخدم الباحث طريقة التجزئة النصفية لقياس ثبات الاختبار وقد وجد ان معامل ثبات الاختبار يساوي ٠.٨١.

جدول (٢) توزيع أسئلة الاختبار على مكونات التفكير التناسبي

المكون	المؤشر	رقم السؤال
التفكير العلاقي	التمييز بين التغير المطلق (الجمعي) والتغير النسبي (الضربي)	١
	التمييز بين العلاقات التناسبية وغير التناسبية	٢
القياس	المقدرة على القياس باستعمال مقاييس غير مباشرة	٣
القيم (الكميات) والتغير	القدرة على تمييز العلاقات بين الكميات غير المعلومة القيمة	٤
	معرفة اتجاه التغيير (طردي أو عكسي)	٥
	القدرة على ملاحظة التغير والثبات	٦
	القدرة على تمييز ثبات العلاقة في التناسب	٧
الاستدلال التصاعدي والتنازلي	الانتقال من الكسر إلى الوحدة أو العكس	٨
التوحيد	القدرة على تكوين الوحدات	٩
	المرونة في التعامل مع الوحدات المختلفة	١١
التقسيم والمقارنة	القدرة على المقارنة بين كميتين ليس لهم الشكل نفسه	١٠
	المقدرة على تحديد الفرق بين تقسيمين	١٢
تفسيرات الاعداد النسبية	معرفة العدد النسبي كمعامل	١٣

تم تصحيح الاختبار لجميع أفراد العينة وذلك باعطاء درجة واحدة للإجابة الصحيحة ودرجة صفر للاجابة الخاطئة فكانت الدرجة العظمى هي ١٣ درجة ولتحديد مستوى الطلاب بشكل عام فقد تم تقسيم الدرجة العظمى (١٣) على عدد الفئات (منخفض، متوسط ومرتفع) فكان طول الفئة ٤.٣ درجة وبالتالي لتحديد مستوى التفكير التناسبي لدى الطالب فيتم تحديد درجته الكلية كالتالي: يكون الطالب في المستوى المنخفض إذا كانت الدرجة في الفئة ٠ -٤ وفي المستوى المتوسط للدرجات ٥-٨ وفي المستوى المرتفع للدرجات ٩-١٣. ولتحديد مستوى الطالب في مكونات التفكير التناسبي كل من حدة فقد تم حساب نسبة الاستجابات الصحيحة من ١٠٠% وقد تم تقسيم النسبة إلى ثلاث فئات : منخفض للنسب ٠-٣٣ و متوسط للنسب ٣٤-٦٦ و مرتفع للنسب ٦٧-١٠٠.

الأساليب الإحصائية:

استخدمت في هذه الدراسة التكرارات والنسب المئوية لتحديد مستويات الطلاب في التفكير التناسبي كما تم استخدام اختبار تحليل التباين أحادي الاتجاه One Way ANOVA في الكشف عن دلالة الفروق في التفكير التناسبي ومكوناته الفرعية والراجعة لاختلاف الجنس وفقا لنوع التعليم (ذكور تعليم عام، إناث تعليم عام، إناث تحفيظ).

نتائج الدراسة:

النتائج المتعلقة بالسؤال الأول:

ينص السؤال الأول على مايلي:" ما مستويات التفكير التناسبي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط في منطقة القصيم؟" وللإجابة على هذا السؤال تم حساب التكرارات والمتوسطات الحسابية والنسب المئوية للدرجات
ويبين الجدول (٣) هذه المستويات.

جدول (٣) مستويات التفكير التناسبي لعينة الدراسة

مستوى التفكير التناسبي	مدى الدرجات	طالبات التعليم العام		طالبات تحفيظ القرآن		طلاب التعليم العام		الكل	
		العدد	النسبة	العدد	النسبة	العدد	النسبة	العدد	النسبة
منخفض	٠-٤	١٠	%٣١.٢٥	٥	%٢٦.٣	١٢	%٤٤.٥	٢٧	%٣٥
متوسط	٥-٨	١٦	%٥٠	١٢	%٦٣.٢	٩	%٣٣	٣٧	%٤٧
مرتفع	٩-١٣	٦	١٨.٧٥%	٢	%١٠.٥	٦	٢٢.٥%	١٤	%١٨
المتوسط الحسابي للدرجات		٦.٥		٦		٥.٨			
مستوى التفكير التناسبي الكلي		متوسط		متوسط		متوسط			

يظهر من الجدول (٣) أن مستوى التفكير التناسبي لدى أفراد العينة بشكل عام كان في المستوى المتوسط حيث تركز ٤٧% من العينة في المستوى المتوسط و٣٥% في المستوى المنخفض وفقط ١٨% في المستوى المرتفع. أما على مستوى الفئات فقد بلغ المتوسط الحسابي لدرجات طالبات التعليم العام ٦.٥ درجة وقد بلغ متوسط درجات طالبات تحفيظ القرآن والطلاب ٦ و٥.٨ درجة تباعاً وجميعهم يقعون في المستوى المتوسط من مستويات التفكير التناسبي. ويظهر أن الطلاب يمثلون النسبة الأعلى ٤٤.٥% في المستوى المنخفض ويليهم طالبات التعليم العام بنسبة ٣١.٢٥% وأقلهم طالبات التحفيظ بنسبة ٢٦.٣%. كما يوضح الجدول أن أغلب طالبات التحفيظ يقعن في المستوى المتوسط بنسبة ٦٣.٢% وأن نصف طالبات التعليم العام قد حصلن على درجات متوسطة في اختبار التفكير التناسبي وقد كان الطلاب الأقل عدد بنسبة ٣٣% فقط في المستوى المتوسط. أما في مستوى التفكير التناسبي المرتفع فكان الطلاب الاعلى بنسبة ٢٢.٥% ويليهم طالبات التعليم العام بنسبة ١٨.٧٥% ثم طالبات التحفيظ بنسبة ١٠.٥% فقط.

أما فيما يخص مستويات الطلاب في كل مكون من مكونات التفكير التناسبي السبعة فقد تم قياس نسبة الاستجابات الصحيحة لكل مكون والتصنيف من خلالها حيث صنفت النسب ٠-٣٣% إلى مستوى تفكير تناسبي منخفض والنسب ٣٤-٦٦% إلى مستوى متوسط والنسب ٦٧-١٠٠% إلى مستوى مرتفع كما في الجدول (٤) ادناه.

جدول (٤) نسب الاجابات الصحيحة في مكونات التفكير التناسبي

فئات العينة		مكونات التفكير التناسبي						
		التفكير العلاقي	القياس	القيم (الكميات) والتغير	الاستدلال التصاعدي والتنازلي	التوحيد	التقسيم والمقارنة	تفسيرات الاعداد النسبية
طالبات التعليم العام	نسبة الاستجابات الصحيحة	٥٣%	٧٨%	٥١%	١٢%	٥٨%	٤٧%	٣١%
	مستوى التفكير	متوسط	مرتفع	متوسط	منخفض	متوسط	متوسط	منخفض
طلاب	نسبة الاستجابات الصحيحة	٤٨%	٥٢%	٤٦%	٢٦%	٥٧%	٣٩%	٣٧%
	مستوى التفكير	متوسط	متوسط	متوسط	منخفض	متوسط	متوسط	متوسط
طالبات تحفيظ	نسبة الاستجابات الصحيحة	٤٨%	٦٨%	٥٢%	٣٦%	٤٢%	٣٣%	٤٢%
	مستوى التفكير	متوسط	مرتفع	متوسط	متوسط	متوسط	منخفض	متوسط
النسبة العامة للكل		٤٩%	٦٧%	٤٩%	٢٣%	٥٣%	٤٠%	٣٥%
المستوى		متوسط	مرتفع	متوسط	منخفض	متوسط	متوسط	متوسط

يوضح الجدول (٤) ارتفاع في مكون القياس لدى أفراد العينة بشكل عام بنسبة ٦٧% وانخفاض عام في مكون الاستدلال التصاعدي والتنازلي بنسبة ٢٣% والمستوى المتوسط في بقية المكونات. أما بالنسبة لفئات عينة الدراسة فيلاحظ ارتفاع مستوى التفكير التناسبي لدى الطالبات في مكون القياس حيث بلغت النسبة ٧٨% في مقابل انخفاض شديد في القدرة على الاستدلال التصاعدي أو التنازلي حيث بلغت النسبة فقط ١٢% وضعف طفيف في القدرة على تفسير الاعداد النسبية بنسبة ٣١%. وجاء أداء الطلاب بشكل عام متقارب في جميع المكونات ماعدا الانخفاض في القدرة على الاستدلال التصاعدي أو التنازلي حيث بلغت النسبة ٢٦% بينما كانت درجات طالبات التحفيظ بشكل عام متوسطة في جميع المكونات ماعدا الارتفاع الملحوظ في القياس بنسبة ٦٨% ويقابله انخفاض في القدرة على التقسيم والمقارنة بنسبة ٣٣%.

النتائج المتعلقة بالسؤال الثاني:

ينص السؤال الثاني على "هل يختلف مستوى التفكير التناسبي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط في منطقة القصيم باختلاف الجنس واختلاف نوع التعليم؟ " وللإجابة على هذا السؤال ونظراً لوجود ثلاث مجموعات من أفراد عينة الدراسة وفقا لمتغير الجنس ونوع التعليم (ذكور تعليم عام، إناث تعليم عام، إناث تحفيظ)، قام الباحث باستخدام اختبار تحليل التباين أحادي الاتجاه One Way ANOVA للكشف عن دلالة الفروق بين الثلاث مجموعات، فكانت النتائج كما هي موضحة في الجداول (٥) و (٦) كالتالي:

جدول (٥): المتوسطات والانحرافات المعيارية لدرجات طلاب عينة الدراسة في اختبار التفكير التناسبي ومكوناته الفرعية والتي ترجع لاختلاف الجنس وفقا لنوع التعليم

التفكير التناسبي	الجنس وفقا لنوع التعليم					
	طلاب تعليم عام		طالبات تعليم عام		طالبات تحفيظ	
	المتوسط	الانحراف المعياري	المتوسط	الانحراف المعياري	المتوسط	الانحراف المعياري
التفكير العلاقي	٠.٩٦	٠.٨١	١.٠٦	٠.٨٠	٠.٨٩	٠.٨٨
القياس	٠.٥٢	٠.٥١	٠.٧٨	٠.٤٢	٠.٦٨	٠.٤٨
القيم (الكميات) والتغير	١.٨٥	١.٠٦	٢.٠٣	١.١٢	٢.١١	١.٢٤
الاستدلال التصاعدي والتنازلي	٠.٢٦	٠.٤٥	٠.١٣	٠.٣٤	٠.٣٧	٠.٥٠
التوحيد	١.٠٤	٠.٦٥	١.٠٠	٠.٨٠	٠.٨٩	٠.٧٤
التقسيم والمقارنة	٠.٨٩	٠.٧٥	١.٠٩	٠.٧٨	٠.٦٣	٠.٦٠
تفسيرات الاعداد النسبية	٠.٣٧	٠.٤٩	٠.٣١	٠.٤٧	٠.٤٢	٠.٥١
الدرجة الكلية	٥.٨٩	٢.٧٤	٦.٤١	٢.٨٠	٦.٠٠	٢.٦٧

جدول (٦): دلالة الفروق في التفكير التناسبي ومكوناته الفرعية لدى طلاب عينة الدراسة والتي ترجع لاختلاف الجنس وفقا لنوع التعليم

التفكير التناسبي	مصدر التباين	مجموع المربعات	درجات الحرية	متوسط المربعات	قيمة "ف"	مستوى الدلالة
التفكير العلاقي	بين المجموعات	٠.٣٦	٢	٠.١٨	٠.٢٧	٠.٧٧ غير دالة
	داخل المجموعات	٥٠.٦٣	٧٥	٠.٦٨		
	الكلي	٥٠.٩٩	٧٧			
القياس	بين المجموعات	١.٠٢	٢	٠.٥١	٢.٣٤	٠.١٠ غير دالة
	داخل المجموعات	١٦.٣١	٧٥	٠.٢٢		
	الكلي	١٧.٣٣	٧٧			
القيم (الكميات) والتغير	بين المجموعات	٠.٨٢	٢	٠.٤١	٠.٣٢	٠.٧٣ غير دالة
	داخل المجموعات	٩٦.١٧	٧٥	١.٢٨		
	الكلي	٩٦.٩٩	٧٧			
الاستدلال التصاعدي والتنازلي	بين المجموعات	٠.٧٤	٢	٠.٣٧	٢.١٢	٠.١٣ غير دالة
	داخل المجموعات	١٣.١١	٧٥	٠.١٧		
	الكلي	١٣.٨٥	٧٧			
التوحيد	بين المجموعات	٠.٢٣	٢	٠.١٢	٠.٢٢	٠.٨١ غير دالة
	داخل المجموعات	٤٠.٧٥	٧٥	٠.٥٤		
	الكلي	٤٠.٩٩	٧٧			
التقسيم والمقارنة	بين المجموعات	٢.٥٧	٢	١.٢٨	٢.٤٢	٠.٠٩ غير دالة
	داخل المجموعات	٣٩.٨١	٧٥	٠.٥٣		
	الكلي	٤٢.٣٧	٧٧			
تفسيرات الاعداد النسبية	بين المجموعات	٠.١٥	٢	٠.٠٧	٠.٣١	٠.٧٤ غير دالة
	داخل المجموعات	١٧.٨٠	٧٥	٠.٢٤		
	الكلي	١٧.٩٥	٧٧			
الدرجة الكلية	بين المجموعات	٤.٣٣	٢	٢.١٧	٠.٢٩	٠.٧٥ غير دالة
	داخل المجموعات	٥٦٦.٣٩	٧٥	٧.٥٥		
	الكلي	٥٧٠.٧٢	٧٧			

يتضح من الجدول (٦) أنه: لا توجد فروق دالة إحصائياً في التفكير التناسبي ومكوناته الفرعية لدى طلاب عينة الدراسة ترجع لاختلاف الجنس وفقا لنوع التعليم.

مناقشة النتائج:

أظهرت النتائج أن مستوى التفكير التناسبي لدى أفراد العينة بشكل عام جاء بدرجة متوسطة وقد يعزى ذلك إلى بناء المناهج وتوزيع المحتوى بين الصفوف الدراسية حيث قد يؤثر ذلك في حجم توافر معرفة الطلبة للمفاهيم والمهارات المطلوبة للتفكير التناسبي كما قد يعود ذلك إلى طرق التدريس المستخدمة والتي تركز في معظمها

على الضرب التبادلي حيث افرد له موضوع في كتاب الطالب بالرغم من أن العديد من الدراسات ترى ارجاءه حتى يتأكد المعلم من فهم الطلاب للتناسب حيث أن الطلاب يستخدمون الضرب التبادلي في جميع المسائل دون فهم لما هم يعملون عليه (Orrill & Brown, 2012). كما أن نوع المسألة وطريقة عرضها قد تؤثر في استجابة الطلبة على الاختبار (السواعي، ٢٠٠٤)، وقد يعزى هذا المستوى من التفكير التناسبي إلى تدنى مستوى المفاهيم التناسبية ومهارات حل الاسئلة. تتشابه هذه النتائج مع دراسة Ayan & Bostan (٢٠١٦) والتي أظهرت ضعف في مستوى الطلبة في التبرير التناسبي و دراسة Watson et al., (٢٠٠٨) والتي أوضحت وجود صعوبات في التفكير التناسبي ودراسة الطعاني (٢٠١٨) والتي وجدت انخفاض في مستوى القدرة على التبرير التناسبي وتختلف مع دراسة مقدادي والقرعان(٢٠١٧) والتي أظهرت أن ٨٥% من الطالبات في المستويات المتدني جدا والضعيف ودراسة عبد (٢٠٠٩) والتي أشارت إلى أن غالبية الطلبة في المستوى الأولى من مستويات التبرير التناسبي.

أما على مستوى مكونات التفكير التناسبي فقد أظهرت استجابات عينة الدراسة على الاسئلة الخاصة بمؤشرات التفكير العلاقي بشكل عام مستوى تفكير تناسبي متوسط حيث أظهر ٥٢% من المستجيبين القدرة على التمييز بين التغير المطلق والتغير النسبي باختيارهم الاجابة الصحيحة (١٢سم) للسؤال " صورة عرضها ٤ سم وطولها ٦سم فإذا تم تكبيرها بحيث أصبح عرضها ٨ سم فكم يبلغ طولها؟" نظرا لأن التغير هنا أصبح بمقدار الضعف بينما يوجد ٢١% من الاستجابات ترى أن التغير مطلق (جمعي) فاختارت الاجابة (١٠سم) لأن ٤+٤ =٨ فيكون ٦ + ٤ = ١٠ سم. في حين أن ٤٣% فقط من العينة كانوا قادرين على تمييز العلاقات التناسبية من غير التناسبية حيث كانت استجابتهم على السؤال " يستغرق طالب نصف ساعة ليكمل دورة كاملة حول المضمار. فكم يستغرق ٣ طلاب بدأوا المشي سويا لإكمال دورة كاملة حول نفس المضمار؟" بأن الاجابة هي (نصف ساعة) مما يظهر أن العلاقة ليست تناسبية في مقابل ٤٣% لم يكونوا قادرين على التمييز بين العلاقات التناسبية وغير التناسبية واختاروا (ساعة ونصف). ويمكن أن يعزى ذلك إلى أن طلاب المرحلة المتوسطة مازالوا في المرحلة الانتقالية من التفكير الجمعي الذي يتجلى استخدامه في المرحلة الابتدائية إلى التفكير الضربي والذي يكتمل في المرحلة الثانوية حيث أن التفكير الضربي يتطور ببطء اكثر من تطور التفكير الجمعي كما ذكر Fernández وآخرون (٢٠١٢) من أن الطلاب من الصف الرابع يزيد لديهم استخدام التفكير الجمعي في المسائل التناسبية ويقل في المرحلة الثانوية. ويتفق ذلك مع دراسةSiemon وآخرون (٢٠٠٦) والتي أشارت إلى أن سبب عدم مقدرة الطلاب

على التفريق بين المسائل التناسبية وغير التناسبية هي كونهم في المرحلة الانتقالية من التفكير الجمعي إلى التفكير الجمعي. كذلك مع دراسة (Pelen & Artut, 2016) حيث وجد أن الطلاب يواجهون صعوبات في التفرقة بين التناسبية وغير التناسبية Ayan & Bostan (٢٠١٦) أظهرت صعوبات في التعرف على العلاقات التناسبية والتفكير الجمعي والضربي. وتختلف مع دراسة Dolley (٢٠٠٦) والتي أظهرت أن نسبة كبيرة من الطلاب لا يتوفر لديهم المقدرة على التمييز بين التغير المطلق والنسبي. ودراسة Yeong & Martinez (٢٠١٦) والتي أشارت إلى وجود صعوبات بالتفكير الجمعي والضربي لدى الطلبة ودراسة Pelen & Artut (٢٠١٦) والتي بينت وجود صعوبات في التناسبات العكسية وانخفاض قوي في الجمعي والضربي لدى أفراد العينة.

كما أظهرت النتائج ارتفاع قدرة أفراد العينة على القياس بمقاييس غير مباشرة وذلك بتقدير حموضة نوعين من العصير من دون تذوقهما وذلك بالمقارنة بين نسبتي المركبات في كلا العصيرين حيث بلغت نسبة المستجيبين بإجابة صحيحة ٦٥% استطاعوا معرفة أن العصير المكون من ٣ اكواب ليمون مع ٢ كوب ماء أكثر حموضة من العصير المكون من ٤ اكواب ليمون مع ٤ اكواب ماء بالرغم من أن الليمون أكثر في النوع الثاني لكنهم لاحظوا أنه في المقابل هناك ماء أقل في النوع الأول. قد يعود ذلك إلى إدراك أفراد العينة إلى أن قياس الحموضة يتم عبر النظر إلى النسبة $\frac{\text{عدد اكواب العصير}}{\text{عدد اكواب الماء}}$ فكلما زادت كمية البسط وقل المقام زادت الحموضة كما أنه قد أفرد درس بعنوان القياس غير المباشر في كتاب الطالب يتدربون على حل المسائل التي تعنى بهذه المهارة.

أما فيما يخص مكون القيم والكميات والتغير فقد ظهر لدى أفراد العينة انخفاض في القدرة على التفكير النوعي باستخدام كلمات أكثر، أكبر عند المقارنة بين كميات غير معلومة حيث كانت الاغلبية بنسبة ٤٢% غير قادرة على التحديد الصحيح لأي الطاولات التي يحصل الجالس فيها على طعام أكثر حيث اجابوا بأن الطلاب يحصلون على نفس كمية الطعام بغض النظر عن زيادة عدد الطلاب بالرغم من أن كمية الطعام على الطاولتين متساوية كما بلغت نسبة الاجابة الصحيحة فقط ٤٠%. وقد يعزى ذلك لعدم تعود الطلاب على هذا النوع من الاسئلة حيث أنه من المعتاد أن تحتوي الاسئلة على أرقام تحتاج القيام بإجراء حسابات عليها في حين أن حل مثل هذه المسائل يحتاج إلى فهم مفهوم التناسب والمقارنة بين النسبتين لتحديد النسبة الاكبر والاصغر. وهذا يختلف عما وجدته Lamon (٢٠١٤) حيث افادت بأن هذا النوع من التفكير يعتبر سهل على الطلاب لاعتمادهم فيه على معلوماتهم وخبراتهم السابقة. كما

يؤكد Singh (٢٠٠٠) على أهمية فهم التناسب وعدم استخدام أي عملية حسابية ويؤكد على ضرورة تواجده في الكتب الدراسية.

كما أظهرت الدراسة تمكن ٥٥% من العينة من معرفة اتجاه التغيير سواء عكسي أو طردي وقد يعزى ذلك على تناول الكتاب المدرسي هذا النوع من المسائل في هذا الصف ويتفق ذلك مع دراسة (Hilton et al., 2016) ودراسة (Cetin & Ertekin, 2011) والتي أظهرت ارتفاع قدرة الطلاب على التعرف على التناسب العكسي. ويخالف هذه النتيجة دراسة عبد (٢٠٠٨) والتي وجدت أن مستوى قدرة طلاب المرحلة الأساسية على التناسب الطردي والعكسي كان ضعيفاً ودون المستوى المطلوب وذلك لكون مناهج الصف السادس لا تتناول التناسب الطردي والعكسي. ودراسة الطعاني (٢٠١٨) والتي وجدت أن ٥٢% من الطلبة لديهم ضعف في التمييز بين التناسب الطردي والعكسي.

أظهر أفراد العينة مستوى متوسط في القدرة على ملاحظة الثبات والتغير في السؤال الذي يحتوي مجموعة من طلاب وطالبات الصف بعد اعادة توزيعهم على طاولات أخرى فقد لاحظ ٤٠% من العينة فقط أن الذي تغير هو عدد الطاولات في حين أن نسبة قريبه من ذلك ٣٢.٥% اجابوا بأن الذي تغير هو عدد طلاب وطالبات الصف وهذه إجابة خاطئة وقد تكون نتيجة خطأ في الحسابات لدى البعض كما أن الطلاب في المرحلة المتوسطة يميلون إلى ملاحظة التغير الفيزيائي للأشياء اكثر من ملاحظة تغير القيم ذاتها (McIntosh, 2013) فالطلاب في هذه الدراسة قد يكونوا لاحظوا الاشياء المحسوسة كعدد الطلاب والطالبات اكثر من ملاحظة التناسب بين اعداد الطلاب والطالبات.

كما أظهر أفراد العينة مستوى قدرة متوسط على تمييز ثبات العلاقة في متغيرات التناسب حيث أجاب ٥٨% بشكل صحيح وادركوا بقاء التناسب بالرغم من تغيير شكل الكرات البيضاء بالنسبة للسوداء في السؤال المخصص لهذا المؤشر وقد يعود ذلك إلى وجود صورة في السؤال حيث يسهل على الطالب ملاحظة العلاقة بين الكميات كما أشارت (Lamon, 2007) بأهمية استعمال الصور أو الوسائل المساعدة في بداية العمل على مسائل التناسب قبل الانتقال إلى المسائل ذات الصعوبة الاكبر لدورها الكبير في مساعدة الطلبة على ملاحظة الثبات بين قيم التناسب.

فيما يتعلق بمكون الاستدلال التصاعدي أو التنازلي فقد تمكن فقط ٢٣% من أفراد العينة من الاجابة الصحيحة على سؤال مؤشر الانتقال من الكسر إلى الوحدة أو العكس فأفراد العينة لم يتمكنوا من معرفة أن ثلث حوض السمك يحتاج إلى ٨ لتر ماء وبالتالي فالحوض كامل (الوحدة) يحتاج إلى ٢٤ لتر ماء وهذا يشير إلى وجود ضعف شديد في مقدرة الطلاب على التعامل مع الوحدات واجزاءها وقد يعود ذلك إلى قلة

اهتمام طرق التدريس بتحديد الوحدة حيث أن تحديد الوحدة يعتبر من الخطوات المهمة لحل المسألة التناسبية وإذا لم تحدد بشكل صريح بالسؤال فإن الطالب يجب عليه تحديدها ثم العمل على حل المسألة بناء على الوحدة (Lamon, 2014). كما أن الطلاب يواجهون صعوبة في تحديد الوحدة ويقعون في الكثير من الأخطاء (McIntosh, 2013).

أما فيما يتعلق بمكون التوحيد فقد أظهرت نتائج الدراسة درجة مستوى قدرة متوسط على القدرة على تكوين الوحدات وذلك بنسبة ٥٧% من أفراد العينة استطاعوا الاجابة بشكل صحيح على عدد فئات ورقة العشر ريالات وقد يعود ذلك لتعودهم على التعامل مع الأوراق النقدية كمحسوسات كما أظهرت الدراسة مرونة في التعامل مع الوحدات المختلفة حيث تمكن ٤٩% من أفراد العينة من حساب قيمة ٢٧ كرة بمعلومية أن سعر ٣ كرات هو ٩ريالات بأكثر من طريقة منها حساب سعر الكرة الواحدة ثم ضربه ب ٢٧ أو اعتبار أن ٣ كرات هو الوحدة وبالتالي نحتاج إلى حساب سعر ٩ وحدات ليكون الجواب هو ٨١ ريال في مقابل أن ٥١% لم يستطيعوا الحل بشكل صحيح وقد يعود ذلك إلى تعود الطلاب على استخدام الحل بالقوانين دون التفكير بالمسألة بشكل عميق حيث كانت اغلب الإجابات عبارة عن ٩×٢٧=٢٤٣ وقد يعود ذلك إلى عدم دعم الكتب الدراسية للمرونة في تكوين الوحدات كما أشارت (Lamon, 2014). كما تعتبر هذه القدرة من اهم مؤشرات توفر التفكير التناسبي لدى التلاميذ ولا يمكن التفكير بمرونة إلا بتوفر هذه القدرة (Holzrichter, 2016).

بالنسبة لمكون التقسيم والمقارنة فقد توفر لدى أفراد العينة مستوى متوسط في القدرة على المقارنة بين كميتين ليس لهما الشكل نفسه حيث اجاب بشكل صحيح فقط ٤٠% من العينة ولاحظوا أن مساحة الشكل المظلل متساوية في الرسمتين في مقابل ما نسبته ٣٦% يرون أن الشكل المظلل في (ب) مساحته أكبر فالطالب يحتاج إلى توفر القدرة على التقسيم للشكل بأجزاء متساوية ثم التعرف على أن الجزء المظلل يمثل جزء من ثمان اجزاء تكون الشكل الكامل للوصول إلى الحل الصحيح. وقد تعزى هذه النتيجة لضعف في معلومات الطلاب حيث تعتمد هذه القدرة على خبرات الطالب السابقة وعلى مقدار معرفته للأعداد النسبية (Lamon, 2014).

كما أظهرت النتائج أن ٤٠% من الطلاب كان لديهم مستوى قدرة متوسط بتحديد الفرق بين تقسيمين حيث اجابوا بأن الفرق بين ما يأخذه الطفل الجالس في الطاولة الثانية (٤ أطفال لديهم ٥ حبات بيتزا) يزيد عما يأخذه الجالس في الطاولة الأولى (٣ أطفال لديهم ٣ حبات بيتزا) بربع حبة بيتزا في حين أن ٤٥% من الطلاب يرون أن الفرق كان حبة بيتزا. لحل المسألة يجب أن يتوفر لدى الطالب الفهم لمفهوم التقسيم والباقي حيث في الطاولة الأولى تم تقسيم ٣ حبات بيتزا على ٣ اطفال بالتساوي فكان

نصيب الواحد حبة بيتزا كاملة أما في الطاولة الثانية فنصيب الطفل الواحد سيكون حبة بيتزا كاملة وربع حبة بيتزا لذلك كان الفرق بين الطاولتين هو ربع حبة بيتزا. قد يمكن أن تعزى هذه النتيجة إلى وجود ضعف لدى أفراد العينة في معرفة معنى الكسور ومقارنتها وكذلك في مفهوم التقسيم لكون امتلاك مهارة التقسيم شرط أساسي للتمكن من معرفة الفرق بين تقسيمين (McIntosh, 2013). كما أن معرفة الفرق بين تقسيمين تعتبر من المهارات الصعب القيام بها (Lamon, 2014).

أما فيما يخص المكون الاخير تفسيرات الاعداد النسبية فقد وجد أن ٣٥% من الطلاب كان لديهم قدرة متوسطة على تفسير الاعداد النسبية حيث تمكنوا من الاجابة الصحيحة على مسألة النسبة المئوية. عدم تمكن اغلب الطلاب من تفسير العدد النسبي قد يعود إلى عدم مساعدة طرق التدريس المستخدمة للطلاب لاستيعاب الكسور حيث أن التركيز ينصب بشكل كبير فقط على مقارنة جزء-كل فقط مما يؤدي إلى عدم استيعاب الصور المختلفة للأعداد النسبية والتي تشكل أساس التفكير التناسبي (McIntosh, 2013). وقد يعود أيضاً إلى تأخر عرض دروس النسب المئوية في آخر المرحلة الابتدائية بعد دروس الكسور مما لا يتيح وقت اطول للطلاب على التدرب على هذا النوع من الاعداد النسبية (Lamon, 2014). ويتشابه ذلك مع دراسة الطعاني (٢٠١٨) والتي أظهرت عدم مقدرة الطلاب على تفسير مفهوم النسبة المئوية والتعامل مع المسائل التي تحتوي على نسب مئوية كذلك مقدادي والقرعان (٢٠١٧) والتي أظهرت ضعف الطالبات في النسب المئوية ودراسة جرادات (٢٠١٣) والتي أشارت إلى ضعف الطلبة في إدراك مفاهيم النسبة والتناسب.

أما فيما يخص الفروق بين فئات الدراسة كاختلاف الجنس أو الصف الدراسي فلم يظهر فروق ذات دلالة إحصائية بين أفراد العينة وقد يعود ذلك إلى تشابه المرحلة العمرية ومشاركة نفس الكتاب المدرسي وتتوافق هذه النتيجة مع دراسة عبد (٢٠٠٨) والتي وجدت أنه لا يوجد فروق بين أفراد العينة تعزى للجنس.

التوصيات والمقترحات:

وفي ضوء النتائج التي توصلت لها الدراسة تظهر الحاجة إلى الاهتمام بشكل أكبر لموضوع التفكير التناسبي من قبل المعلمين ومن قبل صناع القرار في وزارة التعليم فالضعف موجود ويستلزم معالجته بإعادة النظر في توزيع وتوظيف مواضيع النسبة والتناسب في كتب الصفوف الدراسية وعدم اقتصار المعلمين على اساليب التدريس التي تشجع تطبيق القوانين فقط دون الفهم والتنويع في انواع المسائل التي تتضمن التناسب والعمل على تشجيع الطلبة على بذل جهود أكثر في تعلم مفاهيم وعمليات النسبة والتناسب والتفكير التناسبي. كما ظهرت الحاجة إلى اجراء مزيد من الدراسات

نظراً لقلة الدراسات العربية التي تناولت موضوع التفكير التناسبي في الوطن العربي بشكل عام وفي المملكة العربية السعودية على وجه الخصوص.

المراجع العربية والأجنبية:

جرادات، هاني. (٢٠١٣). العلاقة بين التفكير الاحتمالي والتفكير التناسبي لدى طلاب المرحلة الثانوية في محافظة وادي الدواسر. *المجلة العربية لتطوير التفوق*. ٥٢-٢٩، (٦)

ربابعة، حسان (٢٠٠٧). فعالية برنامج تدريبي قائم على استراتيجيات حل المسألة التناسبية في التفكير التناسبي والتحصيل في الرياضيات لطلبة المرحلة الأساسية المتوسطة في الأردن، رسالة دكتوراه، كلية الدراسات التربوية، جامعة عمان العربية.

الرفاعي، أحمد (٢٠١٧). أثر استخدام الممارسات الداعمة لمعايير النسبة والتناسب على مستويات التفكير التناسبي والتحصيل لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، *مجلة التربويات الرياضيات*، مج٢٠، ع١، ص ص ٥٥-٦.

زنقور، ماهر (٢٠١٧). بيئة الصف المقلوب لتنمية مهارات التفكير الحدسي ومستويات الاستدلال التناسبي في الرياضيات لدى طالب المرحلة المتوسطة مختلفي السيطرة الدماغية، *دراسات في المناهج وطرق التدريس*، ع (٢٢)، القاهرة، ص ص١٦-٩٣.

السواعي، عثمان (٢٠٠٤). تأثير مجموعة من العوامل المتعلقة بسياق المسألة في الاستدلال التناسبي لطلاب المراحل التعليمية المختلفة، وإمكانية انتقال التعلم من خبرة إلى أخرى. *دراسات في المناهج وطرق التدريس*، ع (٩٤)، كلية التربية، جامعة عين شمس، ص ص ٢٣-١.

الشكيلي، سليمان (٢٠١٨). أثر التدريس وفق استراتيجيات حل المسألة التناسبية في اكتساب مفاهيم النسبة والتناسب والتفكير التناسبي لدى طلبة الصف السادس الأساسي، رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة السلطان قابوس.

الصبحي، خليل (٢٠١٣). أثر برنامج تدريسي قائم على وظائف نصفي الدماغ في التفكير التناسبي وحل المشكلات التناسبية لدى طلاب المرحلة المتوسطة، رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة طيبة.

الضلعان، معاذ (٢٠٢٠). فاعلية استراتيجية التغذية الراجعة في تنمية التفكير التناسبي لدى طلاب الصف الثاني المتوسط، رسالة ماجستير، كلية التربية، جامعة القصيم.

الطعاني، ريم (٢٠١٨). المعرفة البيداغوجية للمحتوى لدى معلمي الرياضيات والتبرير التناسبي لدى طلبتهم، رسالة دكتوراة، كلية التربية، جامعة اليرموك.

عبد، ايمان (٢٠٠٨). مهارة القدرة على الاستدلال التناسبي لدى تلاميذ المرحلة الأساسية العليا في الأردن. *مجلة دراسات العلوم التربوية*، ٣٦(١)، ١١١-١٣٣.

عبد، ايمان (٢٠٠٩). مستويات الاستدلال التناسبي لدى طلبة المرحلة الأساسية العليا في الأردن. *مجلة دراسات العلوم التربوية*، الجامعة الأردنية، (٣٦)، ٤٠ – ٢٨.

العرباني، رفيعة (٢٠١٨). أثر المدخل المفتوح على حل المشكلة في تنمية مهارات التفكير التناسبي لدى تلميذات الصف السادس الابتدائي، *المجلة الدولية للعلوم التربوية والنفسية*، (١٢)، ص ص ١٨٥ -١٣٢.

العساف، صالح (٢٠١٢). المدخل إلى البحث في العلوم السلوكية. (ط٢). الرياض: دار الزهراء.
مقدادي، ربى والقرعان، نجاح. (٢٠١٧). مستويات التفكير التناسبي لدى طالبات الأول الثانوي في الأردن. *المجلة الأردنية في العلوم التربوية*، جامعة اليرموك، ٣)١٣)،٢٧٤-٢٦٣.

Abed, E. (2008) the level of proportional reasoning among the elementary stage students in Jordan (in Arabic). Arab Journal of Education, 28(2), 111-133.

Abed, E. (2009). Levels of Proportional Reasoning for Students in the Upper Basic Stage in Jordan (in Arabic). Studies, Educational science. (6), 29-52.

Al-Ariani, R. (2018). The impact of the open approach based on solving the problem in develop the proportional thinking skills for sixth-grade schoolgirls in elementary stage (in Arabic). International Journal of Educational and Psychological Studies. (12), 132-185.

Alasaf, S. (2012). Introduction to research in the behavioral sciences (in Arabic). Issue:2, Riyadh: Dar Alzahra.

Aldhelaan, M. (2020). The Effectiveness of the Feedback Strategy for Development of Proportional Thinking for Second Grade Middle School Students (in Arabic). Unpublish Master Thesis. Qassim University.

Alswaie, O. (2004). The effects of groups of factors relate to problem context in proportional reasoning among different study levels and the possibility to transfer learning to other context (in Arabic). Studies in Curriculum and Teaching Methods. (94), 1-23.

Alshakily, S. (2018). The effect of teaching with proportional solution strategies in gaining concepts of ration and rate and proportional reasoning among grade six students (in Arabic). Unpublished Master thesis, Education collage, muscat.

Alsoubhi, K. (2013). The effect of teaching program built on the functions of brain halves in proportional reasoning and proportional problem solving among intermate students (in Arabic). Unpublished master thesis. Education collage, Taibah.

Ann-Kim, S. (2003). Estimation Games And Proportional Reasoning In Young Children. *Curriculum & Teaching Dialogue*, *5*(1), 53-60 .

Artut, P. D., & Pelen, M. S. (2015). 6th Grade Students' Solution Strategies on Proportional Reasoning Problems. *Procedia - Social and Behavioral Sciences, 197*, 113-119.

Avcu, R., & Avcu, S. (2010). 6th grade students' use of different strategies in solving ratio and proportion problems. *Procedia - Social and Behavioral Sciences, 9*, 1277-1281.

Avcu, R., & Doğan, M. (2014). What Are the Strategies Used by Seventh Grade Students While Solving Proportional Reasoning Problems? *International Journal of Educational Studies in Mathematics, 1*(2), 34-55 .

Ayan, R., & Bostan, M. I. (2016). Middle School Students' Reasoning in Nonlinear Proportional Problems in Geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education*.

Baxter, G. P., & Junker, B. (2001). A Case Study in Proportional Reasoning. Paper presented at the annual meeting of National Council of Mathematics for Measurement in Education, Seattle, Washington.

Beckmann, S., & Izsak, A. (2015). Two Perspectives on Proportional Relationships: Extending Complementary Origins of Multiplication in Terms of Quantities. *Journal for Research in Mathematics Education, 46*, 17-38.

Boyer, T. W., Levine, S. C & ،.Huttenlocher, J. (2008). Development of Proportional Reasoning: Where Young Children Go Wrong. *Developmental Psychology, 44*(5), 1478-1490 .

Brahmia, S. M., Boudreaux, A. P., & Kanim, S. E. (2016). Obstacles to Mathematization in Introductory Physics. *arXiv: Physics Education* .

Byerley, C., & Thompson, P. (2017). Secondary mathematics teachers' meanings for measure, slope, and rate of change. *The Journal of Mathematical Behavior, 48*, 168-193.

Cai, J., & Sun, W .(٢٠٠٢) .Developing student's proportional reasoning: A Chinese perspective. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making Sense of Fractions, Ratios, and Proportions.* (pp. 195-205). National Council of Teachers of Mathematics .

Cetin, H., & Ertekin, E.(2011). The Relationship between Eighth Grade Primary School Students' Proportional Reasoning Skills and

Success in Solving Equations. *International Journal of Instruction, 4* .

Clark, H. J. (2008). *Investigating Students' Proportional Reasoning Strategies* University of Nevada]. Reno , USA .

Clark, K. K., & Lesh, R. (2003). Whodunit? Exploring Proportional Reasoning Through the Footprint Problem. *School Science and Mathematics*, *103*(2), 92-98.

Confrey, J., Maloney, A., Nguyen, K., Mojica, G., & Myers, M. (2009). Equipartitioning/splitting as a foundation of rational number reasoning using learning trajectories. *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, *2*, 345-352 .

Dooley, K. B. (2006). *An Investigation Of Proportional Thinking Among High School Students.* Clemson University.

Fernández, C., Llinares, S., Van Dooren, W., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2012). The development of students' use of additive and proportional methods along primary and secondary school. *European Journal of Psychology of Education*, *27*(3), 421-438.

Hillen, A. (2005). *Examining preservice secondary mathematics teachers' ability to reason proportionally prior to and upon completion of a practice-based mathematics methods course focused on proportional reasoning* University of Pittsburgh]. Pennsylvania. U.S.A .

Hilton, A., Hilton, G., Goos, M., & Dole, S. (2016). Promoting middle school students' proportional reasoning skills through an ongoing professional development programme for teachers [Article]. *Educational Studies in Mathematics*, *92*(2), 193-219.

Holzrichter, R. (2016). *Proportional reasoning in middle level mathematics textbooks* University Of Northern Iowa .

Johnson, G. J. (2010). *Proportionality in Middle-School Mathematics Textbooks* University of South Florida.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. The National Academies Press.

Lamon, S. J. (2007). Rational Numbers and Proportional Reasoning: Toward a Theoretical Framework for Research. In J. Frank k. Lester (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 629-686). National Council of Teachers of Mathematics .

Lamon, S. J. (2014). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding: Essential content knowledge and instuctional strategies for teachers.* Psychology Press .

Langrall, C. W., & Swafford, J. O. (2000). Three Balloons for Two Dollars: Developing Proportional Reasoning. *Mathematics Teaching In The Middle School, 6*(4), 254-261 .

Lobato, J., & Ellis, A. (2010). *Developing essential understanding of ratios, proportions, and proportional reasoning for teaching mathematics in grades 6-8*. The National Council of Teachers of Mathematics .

Longest, M. P., Person, A., Berenson, S. B., Michael, J. J., & Vouk, M. A. (2003). Relationship between Proportional Reasoning and Achievement for Early Adolescent Girls. Peoceedings Of The 2003 Joint Meeting Of PME And PMENA, Honolulu, Hi.

McIntosh, M. B. (2013). *Developing Proportional Reasoning In Middle School Students.* The University of Utah. Utah .

Modestou, M., & Gagatsis, A. (2007). Students' Improper Proportional Reasoning: A result of the epistemological obstacle of "linearity". *Educational Psychology*, *27*(1), 75-92.

National Governors Association Center for Best Practices, C. o. C. S. S. O. (2010). Common Core State Standards. In. Washington D.C.: National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers.

NCTM. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics: An Overview*. National Council of Teachers of Mathematics .

Nutsch, R. M. (2009). *Using Ratio Tables To Encourage Proportional Reasoning.* California State University]. Chico .

Orletsky, D. W. (2015). *The Use of Proportional Reasoning and Rational Number Concepts by Adults in the Workplace* Arizona State University .

Orrill, C. H., & Brown, R. E. (2012). Making sense of double number lines in professional development: exploring teachers' understandings of proportional relationships. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *15*(5), 381-403. https://doi.org/10.1007/s10857-012-9218-z

Ortiz, A. M. (2015). Examining students' proportional reasoning strategy levels as evidence of the impact of an integrated LEGO robotics and mathematics learning experience. *Journal of Technology Education*, *26*, 46-69 .

Pantziara, M., & Pitta-Pantazi, D. (2005). The development of informal proportional thinking in primary school. the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Sant Feliu de Guíxols, Spain.

Pelen, M., & Artut, P. (2016). Seventh Grade Students' Problem Solving Success Rates on Proportional Reasoning Problems. *International Journal of Research in Education and Science*, *2*, 30.

Schwarz, B. B., & Linchevski, L .(٢٠٠٧) .The role of task design and argumentation in cognitive development during peer interaction: The case of proportional reasoning [Article]. *Learning and Instruction*, *17*(5), 510-531.

Sen, C., & Güler, G. (2017). Effect of Strategy Teaching for the Solution of Ratio Problems on Students' Proportional Reasoning Skills. *Malaysian Online Journal of Educational Sciences*, *5*(2), 1-15 .

Siemon, D., Breed, M., & Virgona, J. (2006). From Additive To Mulitipicative Thinking@ The Big Challenge Of The Middle Years . Proceedings of the 42nd Conference of the Mathematical Association of Victoria, Melbourne: MAV

Singh, P. (2000). Understanding the concepts of proportion and ratio constructed by two grade six students. *Educational Studies in Mathematics*, *43*(3), 271-292.

Son, J.-W. (2013). How preservice teachers interpret and respond to student errors: ratio and proportion in similar rectangles. *Educational Studies in Mathematics*, *84*(1), 49-70 .

Tabart, P., Skalicky, J., & Watson, J. (2005). Modelling Proportional Thinking with Threes and Twos. *Australian Primary Mathematics Classroom* .

Thompson, P. W. (1994). The Development of The Concept of Speed and its Relationship to Concepts of Rate. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 181-234). SUNY Press .

Valverde, G., & Castro, E. (2012). Prospective Elementary School Teachers' Proportional Reasoning. *Pna, 7*(1), 1-19 .

Vollrath, H.-J. (1986). Search Strategies as Indicators of Functional Thinking . *Educational Studies in Mathematics, 17*(4), 387 .

Walle, J. A. V. d., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2020). *Elementary and Middle School Mathematics: Teaching Developmentally* (10th ed.). Pearson Intl .

Watson, J., Callingham, R. A & ،.Donne, J. (2008). Proportional reasoning: Student knowledge and teachers' pedagogical content knowledge. Mathematics Education Research Group of Australasia, Brisbane.

Yang, D.-C. (2010). Teaching and Learning Number Sense: One Successful Process-Oriented Activity With Sixth Grade Students in Taiwan. *School Science and Mathematics, 102*, 1-6.

Yeong, J., & Martinez, R. (2016). *Middle school students' conceptions on proportional reasoning* Proceedings of the 38th annual meeting of the North American, Tucson, AZ .