قياس التغير في توقع البقاء على قيد الحياه

"دراسة تطبيقية على المجتمع المصري"

د. جمال عبد الباقي واصف

مدرس الرياضيات والتأمين

كلية التجارة – جامعة المنصورة

المقدمة وطبيعة المشكلة :-

يُعـرّف توقع البقاء على قيد الحياة لشخص ما عند تمام العمر (س) بأنه متوسط عدد السـنوات التي يُتوقع أن يعيشها بعد هذا العمر [١ ، ص ١٤٨] ، ويُعتبر توقع الحياة عند الميلاد من الأدوات الهامة التي تساهم في رسم خطط التنمية الإقتصادية بصفة عامة وفي رسم خطط السياسات السكانية على وجه الخصوص [٢ ، ص ١٧]. وتدل الدراسات والإحصائيات السكانية على مدى التحسن المستمر والمتزايد في المستوى الصحي والعلاجي في ج.م.ع. ، الأمـر الذي يترتب عليه مزيد من التحسن في معدلات الوفاة وبالتالي التحسن في توقع الحياة للسـكان [٣ ، ص ٥٧] . ومـن هـنا يتضـح أهمية معرفة الإتجاه العام لتوقع الحياة في المجـتمع المصـري ، وبالتالـي أخذ ذلك في الحسبان عند وضع الخطط السكانية فيما يتعلق بالمتغـيرات السـكانية مثل الخصوبة والوفيات والهجرة والتوزيع الجغرافي للسكان وغير ذلك من الشئون السكانية .

وينصـب الإهـتمام في هذا البحث على دراسة مدى التطور في توقع البقاء على قيد الحياة لسكان جمهورية مصر العربية على مدى السنوات الماضية ، وفي سبيل ذلك تم استخدام الـدوال الإكـتوارية لجـدول الوفاة ، وكذلك الدوال الرياضية التي من خلالها يمكن تحليل أثر التغير في معدلات الوفاة على توقع الحياة ، وعلى ذلك يتناول البحث النقاط التالية :

(١) الدوال الإكتوارية اللازمة لتقدير توقع البقاء على قيد الحياة .

(٢) منهجية تقدير توقع البقاء على قيد الحياة .

(٣) دراسة تطبيقية حول تقدير التطور في توقع الحياة بجمهورية مصر العربية.

(٤) خلاصة البحث.

(١) الدوال الإكتواريه اللازمة لتقدير توقع الحياه

يـتم تعريف الدوال ل س ، و س ، ف س ، ب س بجدول الوفاه المُستخدم في مجال التأميـن كـدوال متقطعة ، حيث يتم تعريف هذه الدوال على أساس قيم (س) الصحيحة فقط ، وفي الحياة العملية غالباً ما تتوافر الإحصاءات السكانية عن عدد السكان حسب فئات العمر بين تمـام السن (س) وتمام السن (س+ت) ، وبالتالي يحتاج الأمر لمعرفة ماهية الدوال الإكتواريه السابقة كدوال متصله .

وبفـرض أن الدالـة ل س داله متصله (مستمره) ، فإنه يمكن اشتقاق دوال إكتوارية أخـرى يمكـن من خلالها تقدير توقع البقاء على قيد الحياة ، ونتناول فيما يلي التعريف بتلك الدوال وكيفية اشتقاقها رياضياً :

(١) $\bar{ل}_{س}$: وتمـثل عـدد السـكان الذين تتراوح أعمارهم بين تمام السن (س) وتمام السن (س+١) فـي أي لحظـة مـن الزمن [١ ، ص ١١٤] ، وبمعنى آخر يمثل متوسط قيمة الدالـة ل س+ ت ، حيث : (صفر ≤ ت ≤ ١) ، ويمكن التعبير عن هذه الدالة على أنها تمثل متوسط عدد السنوات التي يعيشها في المستقبل أشخاص عددهم ل س في تمام السن (س) باحتساب المدة التي يعيشونها حتى آخر لحظة في حياتهم خلال سنه ، حيث :

$$\bar{ل}_{س} = \int_{صفر}^{١} ل_{س+ت} \cdot ٥ر٠ \, ت$$

(٢) مجـ $\bar{ل}_{س}$: ويمـثل مجمـوع أعداد السكان في أي لحظة من الزمن والذين هم في تمام السـن (س) أو أعلى من السن (س) ، وبمعنى آخر يمثل متوسط قيمة الدالة ل س+ ت ، حيـث : (صفر ≤ ت ≤ ∞) ، ويمكـن التعبير عن هذه الدالة على أنها تمثل متوسط عدد السـنوات التي يعيشها في المستقبل أشخاص عددهم ل س في تمام السن (س) باحتساب المدة التي يعيشونها حتى آخر لحظة في حياتهم ، حيث :

$$مجـ \bar{ل}_{س} = \int_{صفر} (ل_{س+ت}) \cdot ٥ر٠ \, ت$$

(٣) $\overset{\circ}{ت}_{س}$: ويمـثل توقع البقاء على قيد الحياة التام ، أي الفترة الزمنية المستقبلية المتصلة التي يُتوقع أن يعيشها شخص عمره (س) .

ولـتقدير هـذه الدالـة نجد أن من بين $ل_{س}$ من الأشخاص في تمام السن (س) يعـيش $ل_{س+\frac{١}{م}}$ لمـدة قدرها $\frac{١}{م}$ من السنه ، ويعيش $ل_{س+\frac{٢}{م}}$ لمدة قدرها $\frac{٢}{م}$ من السـنه ، وهكذا ، وباستخدام الدالة $ل_{س}$ كداله متصله ، وكذلك باستخدام الدوال والرموز السابقة يكون :

$$\text{توقع الحياة التام} = \overset{\circ}{ت}_{س} = \frac{\text{مجـ}\bar{ل}_{س}}{ل_{س}} = \frac{\int_{\text{صفر}}^{\infty} (ل_{س+ت}) . د ت}{ل_{س}}$$

(٤) $\mu_{س}$: وتمثل مُعدّل الوفاه اللّحظى ، ويُعرّف مُعدّل الوفاه اللّحظى ، بأنّه : " *النسبه بين معدل تغير الدالة* $ل_{س}$ *تبعاً لتغير السن ، مقسوماً على عدد الأشخاص عند هذا السن*" ، فمعدل الوفاه اللحظي عند السن (س) هو المعدل الإسمي السنوي للوفاة على أساس أن شدة الوفاة خلال الفترة من السن (س) إلى السن (س+١) تظل ثابتة ومساوية لشدتها عند اللحظة التي تلي السن (س) مباشرةً [٤ ، ص ٣] .

وفي الحالة العادية (التي يتم التعبير فيها عن الدوال الإكتوارية في جدول الوفاة كدوال متقطعة) ، نجد أن معدل الوفاة السنوي $ف_{س}$ يتم تقديره وفقاً للعلاقة التالية [٥ ، ص ٢٨٩] :

$$ف_{س} = \frac{و_{س}}{ل_{س}} = \frac{ل_{س} - ل_{س+١}}{ل_{س}}$$

ووفقاً لهذه العلاقة نجد أن $ف_{س}$ يقيس معدل التغير في منحنى الدالة $ل_{س}$ خلال فترة زمنية مقدارها سنة (تبعاً لتغير السن من (س) إلى (س+١))، وبذالتالي يكون :

$$و_{س} = ل_{س} \times ف_{س} \times ١ = ل_{س} - ل_{س+١}$$

وبتقسيم الفترة بين السن (س) والسن (س+١) إلى فترات صغيرة ومتساوية وطول كل منها $\frac{١}{م}$ من السنة ، أي بافتراض التوزيع المنتظم للوفيات على مدار السنة ، يكون عدد الوفيات خلال الفترة التي تلي السن (س) مباشرةً ، هو : $ل_{س} - ل_{س+\frac{١}{م}}$

وبصفة عامة عند قياس معدل التغير في منحنى الدالة $ل_{س}$ خلال فترة زمنية قصيرة مقدارها (Δ ت) من الزمن (ت) ، يكون :

- عدد الأحياء عند تمام السن (س + Δ ت) $= ل_{س+\Delta ت} = ل_{س} \times \Delta ت$
- عدد الوفيات بين السن (س) والسن (س + Δ ت) $= ف_{س} \times ل_{س} \times \Delta ت$

$= ل_{س} - ل_{س+\Delta ت}$

∴ المعدل السنوي الإسمي للوفاه (Nominal annual Rate) بفرض أن شدة الوفاة منتظمة ومتساوية خلال جميع فترات السنة وتعادل شدتها خلال الفترة الأولى ويُرمز له بالرمز $\bar{\mu}_{س}$ ، يمكن تقديره كما يلي :

$$\bar{\mu}_{س} = \frac{ل_{س} - ل_{س+\Delta ت}}{ل_{س} \times \Delta ت}$$

وبزيادة عدد الفترات الزمنية خلال السنة إلى ما لا نهاية ، أصبحت الفترة الزمنية غاية في الصغر وأصبحت قيمة $\bar{\mu}_{س}$ تعادل معدل الوفاة اللحظي $\mu_{س}$ ، وعلى ذلك ، فإنه بأخذ نهاية الدالة $\bar{\mu}_{س}$ السابقة عندما تؤول قيمة $\Delta ت$ إلى الصفر نحصل على معدل الوفاة اللحظي $\mu_{س}$ ، حيث :

مُعدّل الوفاة اللّحظي = $\mu_{س}$ $= \text{نهـــــا}_{\Delta ت \leftarrow \text{صفر}} (\bar{\mu}_{س})$

$$= \text{نهـــــا}_{\Delta ت \leftarrow \text{صفر}} \left(\frac{ل_{س} - ل_{س+\Delta ت}}{ل_{س} \times \Delta ت} \right)$$

$$= -\frac{١}{ل_{س}} \times \frac{د}{د س} (ل_{س}) = -\frac{د}{د س} \text{لوهـ} (ل_{س})$$

(٢) منهجية تقدير توقع الحياه

تُعتـبر العلاقـة بين توقع الحياة ومعدل الوفاة اللحظي علاقة عكسية ، بمعنى أن أي تحسن في معدل الوفاة اللحظي في فترة عمريه صغيرة (بين السن (س) والسن (س+ Δ س) يترتب عليه زيادة في توقع الحياة بين أفراد المجتمع .

ويظهـر التحسن في توقع الحياة بوضوح عند المقارنة بين توقع الحياة في فترتين ، وهذا التحسن يترتب عليه تحسن في معدل الوفاة اللحظي مقداره ρ) ، ويهدف هذا البحث إلى تقدير قيمة ρ) ، وفي سبيل ذلك تتمثل منهجية البحث في مجموعة من المراحل كما يتضح على النحو التالي.

(٢-١) الحصول على بيانات فعلية تبين إحصاءات بعدد السكان ما بين تمام السن (س) وتمام السـن (س+١) ، وكذلـك إحصاءات تبين عدد الوفيات التي تحدث لتلك الفئات العمريه. وفي هـذا الشـأن تم الحصول على الإحصاءات الخاصة بتعداد سكان مصر في السنوات ١٩٦٠م ، ١٩٧٦م ، ١٩٨٦م ، ١٩٩٦م ، وذلـك فيما يتعلق بمتوسط عدد السكان وعدد الوفيات حسب الفئات العمرية والجنس [٦] ، [٧] .

(٢-٢) من خلال الإحصاءات السكانية يتم تقدير معدل الوفاة المركزي ، حيث أن معدل الوفاة المركـزي عـند السن (س) يمثل خارج قسمة عدد الوفيات بين تمام السن (س) وتمام السن (س+١) علـى مجمـوع السكان بين تمام السن (س) وتمام السن (س+١) ، ويُرمز له بالرمز م س ، حيث [١ ، ص ١٢٨] :

$$م_{س} = \frac{\bar{ق}_{س}}{\bar{ل}_{س}}$$

حيث :

$\bar{ق}_{س}$: تمثل عدد الوفيات المحصى بين تمام السن (س) وتمام السن (س+١)

$\bar{ل}_{س}$: تمثل عدد السكان بين تمام السن (س) وتمام السن (س+١)

(٢-٣) يـتم تهذيـب معـدل الوفاة المركزي م س من خلال مجموعة من الأدوات الرياضية وبالتالـي يمكـن تقديـر معدل الوفاة السنوي ف س ، حيث أنه عند تقدير احتمالات الوفاة اعـتمادا على بيانات التعداد يفضل أن يتم تقسيم تلك البيانات من حيث التعامل معها إلى ثلاثة أقسام (مجموعات عمرية) حسب فئات العمر ؛ وهذه الأقسام هي :

١- مجموعة الأعمار الصغيرة (وتشمل فئة الأعمار أقل من خمس سنوات)٠

٢- فئة الأعمار من ٥ إلى ٨٤ سنة ٠

٣- فئة الأعمار ٨٥ سنة فأكثر ٠

ويكـون لكل مجموعة مشاكلها الخاصة بها ، ولذلك يُفضّل أن تتم معالجة كل منها رياضيا على حده ، وذلك على النحو التالي [٨ ، ص ص ٦١ - ٨٠] :

(٢-٣-١) بالنسبة لفئة الأعمار أقل من خمس سنوات :

يـتم تقديـر احـتمالات الوفاة للأعمار أقل من خمس سنوات بعدة طرق ، وأكثر تلك الطـرق دقـة واسـتخداما هما طريقتي تتبع أفواج المواليد Tracing Birth Cohorts ، ومعدلات الوفاة المركزية Central Death Rates

وعـند استخدام طريقة تتبع أفواج المواليد يُشترط توافر بيانات تفصيلية عن فوج من المواليد منذ ولادتهم حتى بلوغهم الخامسة من العمر ، وتسجيل الوفيات من بينهم ، وتصنيفها حسـب تـاريخ الوفـاة ، وهـي بـيانات يصعب الحصول عليها من بيانات التعداد وسجلات الإحصـاءات الحـيوية ، ولذلك تستخدم طريقة معدلات الوفاة المركزية في معظم الأحوال نظرا لإمكانـية تطبـيقها باستخدام البيانات المتاحة عن السكان والوفيات والمنشورة في مطبوعات الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء والمراكز الديموجرافية.

وتتمثل الخطوة الأولى لتقدير احتمالات الوفاة في حساب معدل الوفاة المركزي لكل فئة عمريه ، حيث :

$$م_{س} = \frac{ق_{س}}{ل_{س}}$$

ويمكن تحسين المعدل المحسوب في المعادلة السابقة إذا استخدم متوسط عدد الأحياء في ثلاثة أعمار متجاورة ، حيث يكون :

$$م_{س} = \frac{٣ \bar{ق}_{س}}{\bar{ل}_{س-١} + \bar{ل}_{س} + \bar{ل}_{س+١}}$$

وبعد حساب المعدل المركزي يتم حساب معدل الوفاة السنوي وفقاً للعلاقة بينهما على النحو التالي :

$$ف_{س} = \frac{٢ م_{س}}{٢ + م_{س}}$$

ويـتم ذلـك بافـتراض توزيع الوفيات بانتظام على مدار السنة ، وبالتالي يُفترض أن الوفيات تحدث في المتوسط بين تمام العمر (س) ، وتمام العمر (س+١) ، أي تحدث في المتوسط عند العمر (س+٠,٥)٠

(٢-٣-٢) بالنسبة للأعمار من ٥ إلى ٨٤ سنة :

عند تقدير احتمالات الوفاة في هذه الفترة يمكن استخدام أكثر من طريقة أهمها طريقة معدلات الوفاة المحورية ، وطريقة معدلات الوفاة المركزية ٠ ووفقا للطريقة الأولى يتم حساب معـدلات وفـاة محوريـة لكل فئة من فئات العمر والتي تكون ـ في الغالب ـ فئات خمسية. ولحسـاب معـدل الوفـاة المحوري يتم أولا حساب قيم محورية للسكان والوفيات في كل فئة باستخدام العلاقات التالية :

$$\overset{\circ}{ل}_{س+٢} = -٠,٠٠٨ ل_{س-٥} + ٠,٢١٦ ل_{س} - ٠,٠٠٨ ل_{س+٥}$$

$$\overset{\circ}{و}_{س+٢} = -٠,٠٠٨ و_{س-٥} + ٠,٢١٦ و_{س} - ٠,٠٠٨ و_{س+٥}$$

حيث :

$\overset{\circ}{ل}_{س+٢}$: تمثل القيمة المحورية للسكان (لمنتصف الفترة) ٠

$\overset{\circ}{و}_{س+٢}$: تمثل القيمة المحورية للوفيات (لمنتصف الفترة) ٠

ومن ثم يتم حساب معدل الوفاة المحوري في كل فئة وفقاً للعلاقة التالية :

$$ف_{س+٢} = \frac{٢ و_{س}^{٥}}{٢ن \times ل_{س+٢}^{٥} + و_{س+٢}^{٥}}$$

حيث :

ن : تشير إلى فترة الملاحظة .

أما في حالة استخدام طريقة معدلات الوفاة المركزية ، فإن احتمالات الوفاة يمكن حسابها بأكثر من طريقة ، ومن أهم تلك الطرق [٩ ، ص ص ٣٢ - ٥٠] :

- طريقة ريد- مريل The Reed Merrell Method
- طريقة جريفل Grevill's Method
- طريقة الرجوع إلى جدول معياري Reference to a Standard Table Method

وتعتبر طريقة ريد- مريل هي أكثر هذه الطرق دقة ، وتُحسب احتمالات الوفاة وفقا لهذه الطريقة على النحو التالي :

$$ن ف_{س} = ١ - هـ^{(-ن(ن م_{س}) - ٠,٠٠٨ ن^{٢}(ن م_{س})^{٢})}$$

حيث :

ن : تمثل طول الفئة العمرية .

ونلاحظ أنه قد يوجد فئات مجمعة بالنسبة لبيانات التعداد من حيث عدد السكان ، ويحتاج الأمر إلى تجزئة تلك الفئات ، فعلى سبيل المثال نجد أن بيانات تعداديْ ١٩٦٠ ، ١٩٧٦ ، يوجد بيانات عن عدد السكان للفئة (أقل من سنة) ، في حين أنه في تعداديْ ١٩٨٦ ، ١٩٩٦ يوجد بينات عن الفئة (٥ سنوات فأقل) ، ويجب أن يكون هناك توافق في البيانات حتى يمكن إجراء الدراسات السكانية عليها .

ولقد تم استخدام أسلوب الإسقاطات السكانية في تقدير عدد السكان في الفئة (أقل من سنة) في تعداديْ ١٩٨٦ ، ١٩٩٦ ، وذلك باستخدام العلاقة التالية [١٠ ، ص ٤٤٣] :

$$ل_{ت} = ل_{.} \times هـ^{ع}$$

حيث :

$ل_{.}$: يمثل عدد السكان في الفترة الأولى (فترة الأساس)

$ل_{ت}$: يمثل عدد السكان في الفترة المستقبلة (بعد ت من الزمن)

ع : يمثل معدل النمو في السكان من خلال الفترة الماضية ، حيث :

$$ع = \frac{١}{ت} \text{ لوهـ} \left(\frac{ل_{ت}}{ل_{.}} \right)$$

(٢-٤) يتم افتراض أساس RADIX عند الميلاد ($ل_{صفر}$) ، وبالتالي يمكن تقدير بقية الدوال الإكتوارية .

(٢-٥) قياس التغير في توقع الحياة ، وفي سبيل ذلك نجد أن [١١ ، ص ١٠] :

$$\because \mu_{س} = -\frac{د_{س}}{د_{س}} \text{ لوهـ} (ل_{س})$$

وبإيجاد التكامل المحدود لطرفيْ هذه العلاقة بالنسبة للمتغير (ك) بين النقطتين (صفر ، ت) :

$$\therefore \int_{صفر}^{ت} (\mu_{س+ك}) . د_{ك} = [- \text{ لوهـ } ل_{س+ك}]_{صفر}^{ت}$$

$$= -[\text{ لوهـ } (ل_{س+ت}) - \text{ لوهـ } (ل_{س})] = - \text{ لوهـ } \left(\frac{ل_{س+ت}}{ل_{س}} \right)$$

$$= - \text{ لوهـ } (ت ب_{س})$$

$$\therefore ت ب_{س} = هـ^{\left(- \int_{صفر}^{ت} \mu_{س+ك} . د_{ك} \right)}$$

وحيث أن $ت_{س}^{\circ}$ تمثل توقع الحياة الكامل لشخص عمره (س) ، والعنصر (ت) متغير عشوائي متصل يمثل فترة البقاء على قيد الحياة المستقبلية ، نجد أن :

$$\text{توقع الحياة التام} = ت_{س}^{\circ} = \int_{\text{صفر}}^{\infty} ت \left[ت ب_{س} \mu_{س+ت} \right] . د ت \qquad (١)$$

وحيث أن $\frac{\partial}{\partial ت} (ت ب_{س}) = - ت ب_{س} . \mu_{س+ت}$ ، وبإيجاد التكامل بالتجزيء للعلاقة (١) ، فإن :

$$ت_{س}^{\circ} = \text{صفر} + \int_{\text{صفر}}^{\infty} (ت ب_{س}) . د ت = \frac{\text{مجـ}_{س}}{ل_{س}}$$

وعلى ذلك يمكن قياس التغير في توقع البقاء على قيد الحياة بين فترتين (الفترة الأولى (١) ، والفترة الثانية (٢)) وفقاً للعلاقة التالية :

$$ت_{س_{٢}}^{\circ} - ت_{س_{١}}^{\circ} = \int_{\text{صفر}}^{\infty} (ت ب_{س_{٢}}) . د ت - \int_{\text{صفر}}^{\infty} (ت ب_{س_{١}}) . د ت$$

$$= \int_{\text{صفر}}^{\infty} ت (ت ب_{س_{٢}} \mu_{س_{٢}+ت}) . د ت - \int_{\text{صفر}}^{\infty} ت (ت ب_{س_{١}} \mu_{س_{١}+ت}) . د ت$$

وعلى فرض ثبات معدلات الوفاة للأعمار المختلفة ، يكون الفرق بين توقع الحياة عند الميلاد في فترتين مختلفتين هو :

$$ت_{٠}^{\circ}{}_{٢} - ت_{٠}^{\circ}{}_{١} \cong \int_{\text{صفر}}^{\infty} [(\mu_{س_{٢}} - \mu_{س_{١}}) \times س ب_{٠} \times ت_{س_{١}}^{\circ}] . د س \qquad (٢)$$

وتُعتبر العلاقة (٢) دقيقة إلى حد مقبول في التقدير ، وخاصة إذا كان التغير في الوفيات وبالتالي في معدل الوفاة اللحظي طفيف modest ، وهذا هو السبب في إعتبار هذا النموذج تقريبي ، ومن خلاله يمكن الحصول على تقدير للتغير في توقعات الحياة ، وهذا التقدير يكون أقل من التغير الفعلي .

النموذج الكمي المستخدم :

يمكـن اشـتقاق نموذج كمي يصلح لقياس التغير في توقع البقاء على قيد الحياة عند وجـود تغير (تحسن) في معدلات الوفاة بين أفراد المجتمع لمختلف الأعمار ، وذلك باستخدام الدوال والعلاقات الإكتوارية السابقة على النحو التالي :

$$\because \int_{صفر}^{ت} (\mu_{س+ك}) \cdot د ك = - لوهـ (ت ب_س)$$

وعلى ذلك يمكن افتراض دالة أخرى ولنرمز لها بالرمز (ق_س) بحيث أن :

$$ق_س = \int_{صفر}^{س} (\mu_{ت}) \cdot د ت = - لوهـ (ت ب_س)$$

$$\therefore ت ب_س = هـ^{-ق_س}$$

وبالـتعويض فـي العلاقة (٢) ، وبإجراء التكامل بالتعويض يكون الفرق بين توقع الحياة عند الميلاد في فترتين مختلفتين هو :

$$ت_{٠}^{٢} - ت_{٠}^{١} = \int_{صفر}^{\infty} [(\mu_{س_١}^{٢} - \mu_{س_١}^{١}) \times هـ^{-(ق_{س_١}^{٢} - ق_{س_١}^{١})} \times س ب_{٠}^{١} \times ت_{٠}^{١}] \cdot د س \quad (٣)$$

ويمكـن اسـتخدام العلاقـة (٣) في حساب التغير في توقع البقاء على قيد الحياة عند الميلاد للمجـتمع ككل مباشرةً ، ولكن لقياس التغير في توقع البقاء على قيد الحياة لكل فرد في الفئة العمريه ، فإنه يمكن عمل بعض التعديلات في العلاقة (٣) ، وذلك باستخدام دالة أخرى ولنرمز لها بالرمز (ى_س) ، حيث :

$$ى_س = \frac{١}{٢} \left[(س ب_{٠}^{٢} \times ت_{س}^{٠}) + (س ب_{٠}^{١} \times ت_{س}^{٢}) \right]$$

وبالتعويض عن هذه الدالة في العلاقة (٣) السابقة ، فإن هذه العلاقة تأخذ الشكل التالي :

$$ت_{٠}^{٢} - ت_{٠}^{١} = \int_{صفر}^{\infty} (\mu_{س}^{١} - \mu_{س}^{٢}) \, ى_{س} \, د س \qquad (٤)$$

ولكـــي يكون النموذج السابق (العلاقة (٤) صالح للتطبيق من الناحية العملية يمكن تحليل هذه العلاقة بحيث تأخذ الشكل التالي :

$$ت_{٠}^{٢} - ت_{٠}^{١} \cong \frac{ى_{١}}{٢} (ق_{٠}^{١} - ق_{٠}^{٢}) + ى_{٣} (٤ ق_{١}^{١} - ٤ ق_{١}^{٢})$$

$$+ \frac{ى_{١٥}}{٢} (٥ ق_{٥}^{١} - ٥ ق_{٥}^{٢}) + \frac{ى_{٢٥}}{٢} (٥ ق_{١٠}^{١} - ٥ ق_{١٠}^{٢}) + ... \qquad (٤)$$

وذلك حيث :

$$\square \; ن ق_{س} = \int_{صفر}^{ن} (\mu_{س+ت}) \, د ت = - لوهـ (ن ب_{س})$$

□ باستخدام مفكوك الدالة التقريبية هـ$^{(ق_{س}^{١} - ق_{س}^{٢})}$ في العلاقة (٣) ، فإنه يمكن اعتبار الحد الأول من المفكوك على أنه يمثل الفرق بين توقع الحياة عند الميلاد في فترتين ، حيث يكون الحد الأول من ذلك المفكوك :

$$= \int_{صفر}^{\infty} \{(\mu_{س}^{١} - \mu_{س}^{٢}) (ق_{س}^{١} - ق_{س}^{٢}) \times ب_{س}^{١} \times ت_{٠}^{١}\} \, د س$$

وبصفة عامة يكون الحد الذي ترتيبه (ر) من ذلك المفكوك :

$$= \frac{١}{ر!} \int_{صفر}^{\infty} \{(\mu_{س}^{١} - \mu_{س}^{٢}) (ق_{س}^{١} - ق_{س}^{٢})^{ر} \, ب_{س}^{١} \, ت_{٠}^{١}\} \, د س$$

(٣) دراسة تطبيقية حول تقدير التطور في توقع الحياة بجمهورية مصر العربية

يمكـن قياس التطور في توقع البقاء على قيد الحياة للشعب المصري من خلال تطبيق الدوال الإكتوارية والعلاقات السابقة على مجموعة البيانات الفعلية التي أمكن للباحث الحصول عليها ، وفي سبيل ذلك يمكن إجراء الدراسة التطبيقية من خلال مجموعة المراحل التالية :

(٣-١) أمكـن للباحـث الحصـول على بيانات فعلية عن تعداد سكان جمهورية مصر العربية حسـب السـن والـنوع للسنوات ١٩٦٠م ، ١٩٧٦م ، ١٩٨٦م ، ١٩٩٦م [٦] ، كما أمكن الحصـول علـى إحصاءات الوفيات لسنوات التعداد الأربع السابقة حسب فئات السن والنوع ، وذلـك مـن واقـع سجلات الإحصاءات الحيوية عن المواليد والوفيات [٧] ، ومن خلال هذه الإحصـاءات تـم حسـاب معدل الوفاة المركزي $م_{س}$ لسنوات التعداد المختلفة وفقاً للجنس ، فكانت النتائج كما يوضحها الجدول (٣-١) على النحو التالي :

فئة السن	معدل الوفاة المركزى							
	تعداد ١٩٦٠		تعداد ١٩٧٦		تعداد ١٩٨٦		تعداد ١٩٩٦	
	ذكور	إناث	ذكور	إناث	ذكور	إناث	ذكور	إناث
٠-	٠,١٨٦٦٤	٠,١٩٠٤٩	٠,١٧٢٤٧	٠,١٧٣٢٣	٠,١٤١٠٥	٠,١٢٩١	٠,٠٧٦٨٨	٠,٠٧٣٢
١-	٠,٠٢٩١	٠,٠٣٣٦٢	٠,٠١٤٥٢	٠,٠١٩١٤	٠,٠٠٦٦١	٠,٠٠٦٧٤	٠,٠٠٢٦٥	٠,٠٠٢٨٥
٥-	٠,٠٠٢١٢	٠,٠٠١٧٩	٠,٠٠٢١١	٠,٠٠١٧٢	٠,٠٠١٦٨	٠,٠٠١٤٧	٠,٠٠٠٩٤	٠,٠٠٠٧٧
١٠-	٠,٠٠٢٠٨	٠,٠٠١٥٣	٠,٠٠١٨٥	٠,٠٠١٣	٠,٠٠١٢٥	٠,٠٠١٠٥	٠,٠٠٠٧٨	٠,٠٠٠٦١
١٥-	٠,٠٠٢٤٢	٠,٠٠١٨٤	٠,٠٠١٩٨	٠,٠٠١٤٦	٠,٠٠١٤٧	٠,٠٠١٢١	٠,٠٠١١١	٠,٠٠٠٨
٢٠-	٠,٠٠٢٨٣	٠,٠٠١٧٣	٠,٠٠٢٧	٠,٠٠١٥٤	٠,٠٠١٨٥	٠,٠٠١٤٢	٠,٠٠١٣١	٠,٠٠٠٩١
٢٥-	٠,٠٠٣٥١	٠,٠٠١٩٨	٠,٠٠٣١٩	٠,٠٠٢٠٥	٠,٠٠٢٤	٠,٠٠١٦٩	٠,٠٠١٦١	٠,٠٠١٠٨
٣٠-	٠,٠٠٤٢٦	٠,٠٠٢٨٨	٠,٠٠٣٢	٠,٠٠٢١	٠,٠٠٢٦٥	٠,٠٠١٩٨	٠,٠٠٢١	٠,٠٠١٣
٣٥-	٠,٠٠٤٦٦	٠,٠٠٣١٤	٠,٠٠٤٥٦	٠,٠٠٢٨٣	٠,٠٠٣٣٥	٠,٠٠٢٦٧	٠,٠٠٢٦٣	٠,٠٠١٧١
٤٠-	٠,٠٠٦٥٦	٠,٠٠٣٨٣	٠,٠٠٥٧٨	٠,٠٠٢٧٦	٠,٠٠٤٧٧	٠,٠٠٣٢١	٠,٠٠٤٣٧	٠,٠٠٢٤١
٤٥-	٠,٠٠٨٩١	٠,٠٠٤٣٤	٠,٠٠٩٨٢	٠,٠٠٥٠٧	٠,٠٠٨٢١	٠,٠٠٥٣	٠,٠٠٦٧٨	٠,٠٠٤٢٣
٥٠-	٠,٠١٥٣٦	٠,٠٠٨١٩	٠,٠١٤٩٤	٠,٠٠٧٢٨	٠,٠١٥٣٣	٠,٠٠٩٨٥	٠,٠١١٣٧	٠,٠٠٧٣١
٥٥-	٠,٠٢٠٨١	٠,٠٠٨٥٨	٠,٠٢٣٠٧	٠,٠١١٧١	٠,٠٢٥٣٩	٠,٠١٧١٩	٠,٠١٨٦٥	٠,٠١٢٩٨
٦٠-	٠,٠٣٠٥٣	٠,٠١٦٢٦	٠,٠٢٩٧١	٠,٠١٥٧٢	٠,٠٣٤٥٦	٠,٠٢٢٩٨	٠,٠٢٦٩	٠,٠٢٠٥٩
٦٥-	٠,٠٥١٨٢	٠,٠٣١٩٦	٠,٠٤٢٤٩	٠,٠٣٨٨	٠,٠٦٢٦٨	٠,٠٥١٤٩	٠,٠٤٣٢٣	٠,٠٤٠٣٦
٧٠-	٠,٠٦٥٤٧	٠,٠٥٠٣٨	٠,٠٧٣٧٥	٠,٠٤٩٥٣	٠,٠٦٨٧٨	٠,٠٨٠١٩	٠,٠٧٠٩١	٠,٠٦٧٥٢
٧٥-	٠,٢١٣٨٦	٠,٢٤٣٣٨	٠,١٦٥٠١	٠,٢٢٦٩٧	٠,١٩٥٣٧	٠,٢٦٢٠٨	٠,١٦١١١	٠,٢١٣٧٨

(٣-٢) تـم استخدام معدل الوفاة المركزي م س في تقدير معدل الوفاة السنوي ف س وفقاً للجـنس ، وبالتالـي إنشـاء واسـتكمال دوال جـدول الوفـاة ، وذلـك باسـتخدام برنامج MORTPAK ، وهـو مـن السبرامج الجاهـزة للحاسب الآلي والتي تستخدمها هيئة الأمم المتحدة في مختلف الدراسات السكانية .

ومـن خلال برنامج الحاسب الآلي Microsoft Excel ، وباستخدام الدوال والعلاقات الإكتوارية السابقة تم تقدير توقع الحياة التام ت° س ، ومعدل الوفاة السنوي ف س ، وذلك لكل مـن الذكـور والإنـاث في المجتمع المصري وفي كل سنة من سنوات التعداد محل الدراسة ، وتتمثل النتائج في الجدولين (٣-٢) ، (٣-١) على النحو التالي :

جدول (٣-٢) توقع الحياة ومعدل الوفاة السنوي للذكور

فئات العمر	ت° س				ف س			
	١٩٦٠	١٩٧٦	١٩٨٦	١٩٩٦	١٩٦٠	١٩٧٦	١٩٨٦	١٩٩٦
٠-	٤٧,٨١٦	٥١,٧٨٢	٥٥,٣٦٥	٦٢,٢٧٠	٠,١٦٥٩	٠,١٥٤٦	٠,١٢٨٩	٠,٠٧٢٧
١-	٥٦,٢٦١	٦٠,١٩١	٦٢,٥٠٧	٦٦,١٣٢	٠,١٠٨١	٠,٠٥٥٩	٠,٠٢٤	٠,٠١٠٥
٥-	٥٨,٩٤١	٥٩,٦٧٧	٦٠,٠١١	٦٢,٨٢٠	٠,٠١٠٥	٠,٠١٠٥	٠,٠٠٨٤	٠,٠٠٤٧
١٠-	٥٤,٥١٥	٥٥,٢٨٤	٥٥,٤٩٧	٥٨,١٠٤	٠,٠١٠٤	٠,٠٠٩٢	٠,٠٠٦٢	٠,٠٠٣٩
١٥-	٥٠,٠٥٩	٥٠,٧٧٤	٥٠,٨٢٩	٥٣,٣٢١	٠,٠١٢	٠,٠٠٩٩	٠,٠٠٧٣	٠,٠٠٥٥
٢٠-	٤٥,٦٣٧	٤٦,٢٥٤	٤٦,١٨٥	٤٨,٦٠٤	٠,٠١٤١	٠,٠١٣٤	٠,٠٠٩٢	٠,٠٠٦٥
٢٥-	٤١,٢٥١	٤١,٨٤٧	٤١,٥٩٠	٤٣,٩٠٦	٠,٠١٧٤	٠,٠١٥٨	٠,٠١٢	٠,٠٠٨
٣٠-	٣٦,٩٣٦	٣٧,٤٨٠	٣٧,٠٦٣	٣٩,٢٤٠	٠,٠٢١١	٠,٠١٥٩	٠,٠١٣٢	٠,٠١٠٥
٣٥-	٣٢,٦٧٦	٣٣,٠٤٣	٣٢,٥٢٣	٣٤,٦٢٧	٠,٠٢٣	٠,٠٢٢٦	٠,٠١٦٦	٠,٠١٣١
٤٠-	٢٨,٣٨٦	٢٨,٧٤٥	٢٨,٠٢٩	٣٠,٠٥١	٠,٠٣٢٣	٠,٠٢٨٥	٠,٠٢٣٦	٠,٠٢١٦
٤٥-	٢٤,٢٤٦	٢٤,٥١١	٢٣,٦٤١	٢٥,٦٥٥	٠,٠٤٩٦	٠,٠٤٨	٠,٠٤٠٣	٠,٠٣٣٤
٥٠-	٢٠,٢٣١	٢٠,٦١٢	١٩,٥١٩	٢١,٤٤٩	٠,٠٧٧١	٠,٠٧٥٢	٠,٠٧٤	٠,٠٥٥٤
٥٥-	١٦,٦٣٩	١٧,٠٠٩	١٥,٨٦٤	١٧,٥٤٩	٠,١٢١١	٠,١٢	٠,١١٩٧	٠,٠٨٩٣
٦٠-	١٣,١٨٣	١٣,٧٧٨	١٢,٦٦٦	١٤,٠١١	٠,١٧٢٣	٠,١٦٨٥	٠,١٥٩٧	٠,١٢٦٤
٦٥-	٩,٩٣٠	١٠,٥٨١	٩,٥٧٥	١٠,٦٥٩	٠,٢٨٩٩	٠,٢٧٢٨	٠,٢٧١١	٠,١٩٥٩
٧٠-	٨,١	٧,٤٨٦	٧,٢٠٢	٧,٦٢٠	٠,٣٨٣٩	٠,٣١٣٩	٠,٣١٥١	٠,٣٠٣٥
٧٥-	٣,٩١٦	٤,٧٠٨	٤,١٣٠	٤,٧٩٦	٠,٦٩١٧	٠,٦٧٢٢	٠,٦٥٣٦	٠,٥٧٣١
٨٠-	٢,٢١١	٢,٨٢٤	٢,٢٦٦	٢,٩٠٢	٠,٩٣٨٩٧	٠,٩٢٨٦١	٠,٩٢٧٠٧	٠,٨٤٣٠٩

جدول (٣-٣) توقع الحياة ومعدل الوفاة السنوي للإناث

فئات العمر	$\overset{\circ}{ت}_{س}$				$ف_{س}$			
	١٩٦٠	١٩٧٦	١٩٨٦	١٩٩٦	١٩٦٠	١٩٧٦	١٩٨٦	١٩٩٦
٠-	٥٠,٣١٤	٥٤,١٧١	٥٧,٨٩٤	٦٤,٣٢٥	٠,١٦٩٥	٠,١٥٥٧	٠,١١٩١	٠,٠٦٩٤
١-	٥٩,٥١٢	٦٣,٠٩٦	٦٤,٦٧٤	٦٨,١٠٥	٠,١٢٣٥	٠,٠٧٢٩	٠,٠٢٦٥	٠,٠١١٣
٥-	٦٣,٧٠٧	٦٣,٩٤٩	٦٢,٣٩٧	٦٤,٨٦٨	٠,٠٠٨٩	٠,٠٠٨٦	٠,٠٠٧٣	٠,٠٠٣٨
١٠-	٥٩,٢٥٧	٥٩,٤٧٩	٥٧,٨٣٩	٦٠,١٠٨	٠,٠٠٧٦	٠,٠٠٦٥	٠,٠٠٥٢	٠,٠٠٣١
١٥-	٥٤,٦٩٣	٥٤,٨٥١	٥٣,١٣٠	٥٥,٢٨٤	٠,٠٠٩٢	٠,٠٠٧٣	٠,٠٠٦	٠,٠٠٤
٢٠-	٥٠,١٧٦	٥٠,٢٣٤	٤٨,٤٣٧	٥٠,٤٩٦	٠,٠٠٨٦	٠,٠٠٧٧	٠,٠٠٧١	٠,٠٠٤٥
٢٥-	٤٥,٥٩٠	٤٥,٦٠٣	٤٣,٧٦٤	٤٥,٧١٤	٠,٠١١٥	٠,٠١٠٢	٠,٠٠٨٤	٠,٠٠٥٤
٣٠-	٤١,٠١٧	٤١,٠٤٦	٣٩,١١٤	٤٠,٩٤٨	٠,٠١٤٣	٠,٠١٠٥	٠,٠٠٩٩	٠,٠٠٦٥
٣٥-	٣٦,٥٧٥	٣٦,٤٥٣	٣٤,٤٧٧	٣٦,١٩٨	٠,٠١٥٦	٠,٠١٤١	٠,٠١٣٣	٠,٠٠٨٥
٤٠-	٣٢,١١٣	٣١,٩٣٦	٢٩,٩٠٦	٣١,٤٨٦	٠,٠١٩	٠,٠١٧٧	٠,٠١٥٩	٠,٠١٢
٤٥-	٢٧,٦٨٥	٢٧,٣٤٣	٢٥,٣٤٧	٢٦,٨٣٦	٠,٠٢٨٥	٠,٠٢٧١	٠,٠٢٦٢	٠,٠٢١
٥٠-	٢٣,٢٣٥	٢٢,٩٧٧	٢٠,٩٥٦	٢٢,٣٥٢	٠,٠٥٠٢	٠,٠٤٨٨	٠,٠٤٨٢	٠,٠٣٦
٥٥-	١٩,٠٩٧	١٨,٧٣١	١٦,٨٧٨	١٨,٠٨٤	٠,٠٨٧	٠,٠٨٥	٠,٠٨٢٦	٠,٠٦٣
٦٠-	١٤,٨٢٠	١٤,٧٠٣	١٣,١٦٠	١٤,١١٩	٠,١٢٨٤	٠,١١٠٩	٠,١٠٩١	٠,٠٩٨٣
٦٥-	١٠,٨٤٨	١٠,٦٨٨	٩,٤٤٣	١٠,٣٦٤	٠,٢٣٢٧	٠,٢٢٩٩	٠,٢٢٩٧	٠,١٨٤٤
٧٠-	٧,٢٧٧	٧,٤٢٤	٦,٤٦٨	٧,١٠٦	٠,٣٦٧	٠,٣٥٢٩٧	٠,٣٣٧٩	٠,٢٩٢٣٣
٧٥-	٣,٥٨٦	٣,٧٦١	٣,٤٠٦	٣,٩٢٣	٠,٧٩٣١	٠,٧٨٣٧	٠,٧٧٠٤	٠,٦٩٠٦
٨٠-	١,٩٩	٢,٠٧٣	٢,٠٣	٢,٢٣٩	٠,٩٨٦١٩	٠,٩٧٤٨٣	٠,٩٥٨٢٢	٠,٩٣٢٨٣

(٣-٣) فـي سبيل قياس التغير في توقع البقاء على قيد الحياة على مدى التعدادات السكانية الأربـع المتاحة ، فلقد تم أخذ كل تعدادين متتاليين في كل مرة ، بحيث أن التعداد السابق يمثل الفترة الأولى (١) ، والتعداد اللاحق يمثل الفترة الثانية (٢) .

وباسـتخدام معـدل الوفاة السنوي $ف_{س}$ وفقاً للجنس ، تم تطبيق الدوال والعلاقات الإكتوارية المختلفة باستخدام برنامج الحاسب الآلي Microsoft Excel ، وبالتالي تم حساب قيم الدوال المختلفة التي من خلالها يمكن قياس التغير في توقع البقاء على قيد الحياة ، وذلك لكل من الذكور والإناث في المجتمع المصري ولكل تعدادين متتاليين من التعدادات الأربع محل الدراسة .

وفي سبيل سهولة دراسة ومقارنة التطور في توقع البقاء على قيد الحياة ، تم حساب التطور في توقع البقاء على قيد الحياة $ت^{٢}_{٥} - ت^{١}_{٥}$ لكل من الذكور والإناث على النحو التالي :

أولاً : قياس التغير في توقع البقاء على قيد الحياة بالنسبة للذكور :

لقد تم حساب التغير في توقع البقاء على قيد الحياة $ت^{٢}_{٥} - ت^{١}_{٥}$ للذكور ولكل تعدادين متتاليين فكانت النتائج كما توضحها الجداول (٣-٤) ، (٣-٥) ، (٣-٦) على النحو التالي :

جدول (٣-٤)

التغير في توقع البقاء على قيد الحياة خلال الفترة (٦٠-١٩٧٦) للذكور

فئات العمر	$س ب_{١} ت^{٢}_{س}$	$س ب_{٢} ت^{١}_{س}$	ى س	$ق_{س}^{١} - ق_{س}^{٢}$	$ت^{٢}_{٥} - ت^{١}_{٥}$	$(ت^{٢}_{٥} - ت^{١}_{٥})$٪
-٠	٤٣,١٩	٤٠,٤٢	٤١,٨١	٠,٠١١٣	٠,٤٧٢٤	١١,٩٠٥٣
-١	٤٤,٧٨	٥٣,١١	٤٨,٩٥	٠,٠٥٢١	٢,٥٥٢١	٦٤,٣١٣٩
-٥	٤٣,٩٣	٥٨,٣٢	٥١,١٣	٠,٠٠٠١	٠,٠٠٢٦	٠,٠٦٤٤٢
-١٠	٤٠,٢٧	٥٤,٠١	٤٧,١٤	٠,٠٠١١	٠,٠٥٣٧	١,٣٥٤٣٧
-١٥	٣٦,٥٤	٤٩,٥٧	٤٣,٠٥	٠,٠٠٢٢	٠,٠٩٣٩	٢,٣٦٥٣
-٢٠	٣٢,٨٢	٤٥,٠٣	٣٨,٩٢	٠,٠٠٠٦	٠,٠٢٤٩	٠,٦٢٧٧٨
-٢٥	٢٩,١٨	٤٠,٦	٣٤,٨٩	٠,٠٠١٦	٠,٠٥٤٨	١,٣٨٠٣٥
-٣٠	٢٥,٥٨	٣٦,٣٥	٣٠,٩٧	٠,٠٠٥٢	٠,١٦١٠	٤,٠٥٧٨٩
-٣٥	٢٢,٠٣	٣١,٩٤	٢٦,٩٩	٠,٠٠٠٥	٠,٠١٣٢	٠,٣٣٣٢٤
-٤٠	١٨,٥٥	٢٧,٥٨	٢٣,٠٦	٠,٠٠٣٨	٠,٠٨٧٤	٢,٢٠٢٧٥
-٤٥	١٥,٠٣	٢٣,٠٨	١٩,٠٦	٠,٠٠١٦	٠,٠٣١١	٠,٧٨٢٨
-٥٠	١١,٦٧	١٨,٧١	١٥,١٩	٠,٠٠٢٠	٠,٠٢٩٨	٠,٧٥٠١٩
-٥٥	٨,٤٦١	١٤,٦٢	١١,٥٤	٠,٠٠١١	٠,٠١٢٨	٠,٣٢٢٨٧
-٦٠	٥,٦٧٣	١٠,٩٦	٨,٣١٧	٠,٠٠٣٨	٠,٠٣١٧	٠,٧٩٨٥٤
-٦٥	٣,٠٩٣	٧,٢٢٥	٥,١٥٩	٠,٠١٧١	٠,٠٨٨٣	٢,٢٢٥٧٧
-٧٠	١,٣٤٨	٥,٥٨٥	٣,٤٦٧	٠,٠٧٠٠	٠,٢٤٢٦	٦,١١٣٧٦
-٧٥	٦١	١,٢٨٤	٠,٧٧٣	٠,٠١٩٥	٠,٠١٥٠	٠,٣٧٨٨٥
-٨٠	٠,٠١	٠,١٥٨	٠,٠٨٤	٠,٠١٠٤	٠,٠٠٠٩	٠,٠٢١٨٥
					٣,٩٦٨١٨٣	

ومـــن مخـــرجات الجدول (٣-٤) يتضح وجود تحسن في توقع البقاء على قيد الحياة بالنسبة لذكـــور جمهوريـــة مصـــر العربـــية في الفترة (٦٠-١٩٧٦) مقداره ٣,٩٧ تقريباً ، ونلاحظ التحسن خلال جميع فئات السن وأن الأعمار الصغيرة تساهم بنسبة أكبر في ذلك التحسن .

جدول (٣-٥)

التغير في توقع البقاء على قيد الحياة خلال الفترة (٧٦-١٩٨٦) للذكور

فئات العمر	$س ب_{.}^{١} ت_{س}^{٢}$	$س ب_{.}^{٢} ت_{س}^{١}$	$ى_{س}$	$ق_{س}^{١} - ق_{س}^{٢}$	$ت_{.}^{٢} - ت_{.}^{١}$	$(ت_{.}^{٢} - ت_{.}^{١}) \%$
-٠	٤٦,٨١	٤٥,١١	٤٥,٩٦	٠,٠٢٥٧	١,١٨٢٤٧٩	٢٧,٤١٧٢
-١	٤٩,٨٩	٥٨,٧٥	٥٤,٣٢	٠,٠٣١٩	١,٧٣٣٧٩٤	٤٠,٢٠٠١
-٥	٤٧,٣٩	٥٩,١٨	٥٣,٢٩	٠,٠٠٢١	٠,١١٣٤٩٩	٢,٦٣١٦
-١٠	٤٣,٤٢	٥٤,٩٤	٤٩,١٨	٠,٠٠٣٠	٠,١٤٦٥٦٣	٣,٣٩٨٢٣
-١٥	٣٩,٣٨	٥٠,٤	٤٤,٨٩	٠,٠٠٢٥	٠,١١٣٥٧٥	٢,٦٣٣٣٨
-٢٠	٣٥,٣	٤٥,٨٣	٤٠,٥٧	٠,٠٠٤٢	٠,١٧٠٣٧٤	٣,٩٥٠٣٣
-٢٥	٣١,٢٩	٤١,٣٥	٣٦,٣٢	٠,٠٠٣٩	٠,١٣٩٨١٨	٣,٢٤١٨٥
-٣٠	٢٧,٤٤	٣٦,٩٩	٣٢,٢١	٠,٠٠٢٧	٠,٠٨٧٦١٩	٢,٠٣١٥٤
-٣٥	٢٣,٥٣	٣٢,٤٩	٢٨,٠١	٠,٠٠٥٩	٠,١٦٦١٢٥	٣,٨٥١٨
-٤٠	١٩,٧	٢٨,٠٧	٢٣,٨٩	٠,٠٠٤٩	٠,١١٧٥١٨	٢,٧٢٤٧٨
-٤٥	١٥,٨٢	٢٣,٥٢	١٩,٦٧	٠,٠٠٧٧	٠,١٥١٦٧٥	٣,٥١٦٧٦
-٥٠	١٢,٠٨	١٩,٠٩	١٥,٥٨	٠,٠٠١١	٠,٠١٧٤٥٤	٠,٤٠٤٦٨
-٥٥	٨,٦٤١	١٤,٩٧	١١,٨١	٠,٠٠٠٣	٠,٠٠٣٣٠٦	٠,٠٧٦٦٥
-٦٠	٥,٧٣٦	١١,٥٨	٨,٦٥٧	٠,٠٠٨٩	٠,٠٧٦٨٧٧	١,٧٨٢٤٨
-٦٥	٣,١٥٣	٧,٧١٢	٥,٤٣٣	٠,٠٠١٧	٠,٠٠٩٠٧٣	٠,٢١٠٣٦
-٧٠	١,٦٢٧	٥,٢٧٧	٣,٤٥٢	٠,٠١٨٨	٠,٠٦٤٩٣٨	١,٥٠٥٦٦
-٧٥	٠,٣٠٦	١,٦٣١	٠,٩٦٨	٠,٠١٨٧	٠,٠١٨٠٦٢	٠,٤١٨٧٨
-٨٠	٠,٠١٢	٠,٢٠٦	٠,١٠٩	٠,٠٠١٥	٠,٠٠٠١٦٨	٠,٠٠٣٨٩
					٤,٣١٢٩١٤٤	

ومـــن مخـــرجات الجدول (٣-٥) يتضح وجود تحسن في توقع البقاء على قيد الحياة بالنسبة لذكـــور جمهوريـــة مصر العربية في الفترة (٧٦-١٩٨٦) مقداره ٤,٣١ تقريباً ، ونلاحظ أن فـــئات السن الصغير تساهم بنسبة أكبر في هذا التحسن ، بينما تساهم فئات مرحلة الشيخوخة بنسبة أقل ، وهذا يدل على التحسن في معدل الوفاة بين الأطفال في مصر .

جدول (٣-٦)

التغير في توقع البقاء على قيد الحياة خلال الفترة (٨٦-١٩٩٦) للذكور

فئات العمر	$س ب_{.}^{١} ت_{س}^{٢}$	$س ب_{.}^{٢} ت_{س}^{١}$	ى س	$ق_{س}^{١} - ق_{س}^{٢}$	$ت_{.}^{٢} - ت_{.}^{١}$	$(ت_{.}^{٢} - ت_{.}^{١})$ ٪
-٠	٥٤,٢٤٥	٥١,٣٤	٥٢,٧٩	٠,٠٥٦	٢,٩٦٥	٤٦,٢٨١٧
-١	٥٦,٢٢٦	٦١,٨٤٩	٥٩,٠٤	٠,٠١٣	٠,٧٩٦	١٢,٤٢٠٨
-٥	٥٢,٩٦٤	٥٩,٧٣	٥٦,٣٥	٠,٠٠٤	٠,٢٠٧	٣,٢٢٧٥
-١٠	٤٨,٦٨٣	٥٥,٢٨١	٥١,٩٨	٠,٠٠٢	٠,١٢٢	١,٨٩٨٤٥
-١٥	٤٤,٣٤٨	٥٠,٥٤٧	٤٧,٤٥	٠,٠٠٢	٠,٠٨٤	١,٣١٨١٦
-٢٠	٤٠,٠٥٣	٤٥,٨٨٣	٤٢,٩٧	٠,٠٠٣	٠,١١٥	١,٧٩٧٢٦
-٢٥	٣٥,٧٤٨	٤١,٢٥٦	٣٨,٥	٠,٠٠٤	٠,١٥٢	٢,٣٧٩٦٤
-٣٠	٣١,٥٢٨	٣٦,٦٧٦	٣٤,١	٠,٠٠٣	٠,٠٩٢	١,٤٤٢٣٨
-٣٥	٢٧,٣٥٩	٣٢,٠٩٨	٢٩,٧٣	٠,٠٠٤	٠,١٠٦	١,٦٤٧١٦
-٤٠	٢٣,١٨٤	٢٧,٤٢٣	٢٥,٣	٠,٠٠٢	٠,٠٥	٠,٧٧٤٠٤
-٤٥	١٨,٩٩٥	٢٢,٨٥٢	٢٠,٩٢	٠,٠٠٧	٠,١٤٥	٢,٢٥٩٧٩
-٥٠	١٤,٧٠٥	١٨,٤٣٨	١٦,٥٧	٠,٠١٩	٠,٣٠٩	٤,٨٢٣٥٦
-٥٥	١٠,٥٩١	١٤,٤٤٧	١٢,٥٢	٠,٠٣	٠,٣٨	٥,٩٣٧٨٦
-٦٠	٧,١٠٥٧	١١,٠٦٥	٩,٠٨٥	٠,٠٣٣	٠,٣٠٢	٤,٧١٤٨٣
-٦٥	٣,٩٤٠١	٧,٦٩٩١	٥,٨٢	٠,٠٧٥	٠,٤٣٨	٦,٨٣١٢٢
-٧٠	١,٩٢٩٣	٥,٠١٦٤	٣,٤٧٣	٠,٠١٢	٠,٠٤	٠,٦٢٨٢
-٧٥	٠,٤٢٠٧	١,٧٦٣٢	١,٠٩٢	٠,٠٨١	٠,٠٨٨	١,٣٧١٩٢
-٨٠	٠,٠١٨٦	٠,٣٥٥٦	٠,١٨٧	٠,٠٨٤	٠,٠١٦	٠,٢٤٥١٨
					٦,٤٠٧٢	

ومن مخرجات الجدول (٣-٦) يتضح وجود تحسن في توقع البقاء على قيد الحياة بالنسبة لذكور جمهورية مصر العربية خلال الفترة (١٩٨٦-١٩٩٦) مقداره ٦,٤ تقريباً ، ونلاحظ وجود هذا التحسن خلال جميع فئات السن نظرً لأن معدلات الوفاة في عام ١٩٨٦ أكبر من مثيلتها في عام ١٩٩٠ بالنسبة لجميع فئات السن ، الأمر الذي أدى إلى التحسن في توقع الحياة بصفة عامة خلال الفترة (١٩٨٦-١٩٩٦) .

ثانياً : قياس التغير في توقع البقاء على قيد الحياة بالنسبة للإناث :

لقد تم حساب التغير في توقع البقاء على قيد الحياة $ت_{٠}^{٢} - ت_{٠}^{١}$ للإناث ولكل تعداديـن متتاليين فكانت النتائج كما توضحها الجداول (٣-٧) ، (٣-٨) ، (٣-٩) على النحو التالي :

جدول (٣-٧)

التغير في توقع البقاء على قيد الحياة خلال الفترة (٦٠-١٩٧٦) للإناث

فئات العمر	$س ب_{س}^{١} ت_{س}^{٢}$	$س ب_{س}^{٢} ت_{س}^{١}$	ى س	$ق_{س}^{١} - ق_{س}^{٢}$	$ت_{٠}^{٢} - ت_{٠}^{١}$	$(ت_{٠}^{٢} - ت_{٠}^{١}) \%$
-٠	٤٤,٩٩	٤٢,٤٨	٤٣,٧٣	٠,٠١٣٨	٠,٦٠٣٥٤	١٥,٢٣٦٧
-١	٤٥,٩٣	٥٥,١٧	٥٠,٥٥	٠,٠٥٠٦٤	٢,٥٥٩٩٤	٦٤,٦٢٧٤
-٥	٤٦,١٣	٦٣,١٦	٥٤,٦٥	٠,٠٠٠٣٥	٠,٠١٩١٣	٠,٤٨٢٨٧
-١٠	٤٢,٥٨	٥٨,٨٧	٥٠,٧٣	٠,٠٠١١٤	٠,٠٥٧٨٣	١,٤٥٩٩٦
-١٥	٣٨,٩١	٥٤,٣	٤٦,٦	٠,٠٠١٨٩	٠,٠٨٨٠٨	٢,٢٢٣٦١
-٢٠	٣٥,٣٣	٤٩,٧٩	٤٢,٥٦	٠,٠٠٠٩٤	٠,٠٤٠٠١	١,٠٠٩٩٨
-٢٥	٣١,٧	٤٥,١٢	٣٨,٤١	٠,٠٠١٣	٠,٠٤٩٩٤	١,٢٦٠٧١
-٣٠	٢٨,١٣	٤٠,٥٩	٣٤,٣٦	٠,٠٠٣٨٥	٠,١٣٢٢٨	٣,٣٣٩٣٩
-٣٥	٢٤,٥٩	٣٦,٠٦	٣٠,٣٣	٠,٠٠١٥٣	٠,٠٤٦٤	١,١٧١٣٥
-٤٠	٢١,١٣	٣١,٥٤	٢٦,٣٤	٠,٠٠١٢٦	٠,٠٣٣١٩	٠,٨٣٧٨٤
-٤٥	١٧,٥٨	٢٦,٩٤	٢٢,٢٦	٠,٠٠١٤٢	٠,٠٣١٦١	٠,٧٩٧٩١
-٥٠	١٤,٠٣	٢٢,١	١٨,٠٧	٠,٠٠١٣٨	٠,٠٢٤٩٣	٠,٦٢٩٤١
-٥٥	١٠,٤٤	١٧,٤٧	١٣,٩٦	٠,٠٠٢٠٧	٠,٠٢٨٨٩	٠,٧٢٩٤٥
-٦٠	٧,١٤٤	١٣,١٨	١٠,١٦	٠,٠١٧٥٤	٠,١٧٨٢٢	٤,٤٩٩٢
-٦٥	٣,٩٨٥	٨,٣٥٤	٦,١٦٩	٠,٠٠٢٧٨	٠,٠١٧١٥	٠,٤٣٢٩٧
-٧٠	١,٧٥٢	٤,٧٠٨	٣,٢٣	٠,٠١٣٩٨	٠,٠٤٥١٦	١,١٤٠١
-٧٥	٠,١٨٤	٠,٧٧٦	٠,٤٨	٠,٠٠٩٤	٠,٠٠٤٥١	٠,١١٣٨١
-٨٠	٠,٠٠١	٠,٠٥	٠,٠٢٦	٠,٠١١٣٦	٠,٠٠٠٢٩	٠,٠٠٧٣٨
					٣,٩٦١٠٧٥	

ومـن مخـرجات الجدول (٣-٧) يتضح وجود تحسن في توقع البقاء على قيد الحياة بالنسبة لإناث جمهورية مصر العربية في الفترة (٦٠-١٩٧٦) مقداره ٣,٩٦ تقريباً ، ونلاحظ التحسن خلال جميع فئات السن ، ويكون بنسبة أكبر عند صغار السن ٠

جدول (٣-٨)

التغير في توقع البقاء على قيد الحياة خلال الفترة (٧٦-١٩٨٦) للإناث

فئات العمر	$س ب_{.}^{١} ت_{س}^{٢}$	$س ب_{.}^{٢} ت_{س}^{١}$	$ى_{س}$	$ق_{س}^{١} - ق_{س}^{٢}$	$ت_{.}^{٢} - ت_{.}^{١}$	$\left(ت_{.}^{٢} - ت_{.}^{١}\right)٪$
-٠	٤٨,٨٨	٤٧,٧٢	٤٨,٣	٠,٠٣٦٥٩	١,٧٦٧٢٧١	٣٦,١٦٢
-١	٥٠,٦٢	٦١,٤٢	٥٦,٠٢	٠,٠٤٦٣٩	٢,٥٩٨٩٨٣	٥٣,١٨٠٦
-٥	٤٨,٤٢	٦٣,٤٨	٥٥,٩٥	٠,٠٠١٢٤	٠,٠٦٩٣٨١	١,٤١٩٦٨
-١٠	٤٤,٦	٥٩,١٧	٥١,٨٨	٠,٠٠١٢٤	٠,٠٦٤٣٣٣	١,٣١٦٣٩
-١٥	٤٠,٦٧	٥٤,٥٢	٤٧,٥٩	٠,٠٠١٢٤	٠,٠٥٩٠١٦	١,٢٠٧٦
-٢٠	٣٦,٧٩	٤٩,٨٨	٤٣,٣٣	٠,٠٠٠٥٩	٠,٠٢٥٥٦٧	٠,٥٢٣١٦
-٢٥	٣٢,٩	٤٥,٢٢	٣٩,٠٦	٠,٠٠١٧٨	٠,٠٦٩٥٢٨	١,٤٢٢٦٩
-٣٠	٢٩,١	٤٠,٦٤	٣٤,٨٧	٠,٠٠٠٦	٠,٠٢٠٩٢٢	٠,٤٢٨١١
-٣٥	٢٥,٢٩	٣٥,٩٧	٣٠,٦٣	٠,٠٠٠٧٩	٠,٠٢٤١٩٧	٠,٤٩٥١٢
-٤٠	٢١,٥٥	٣١,٤٣	٢٦,٤٩	٠,٠٠١٧٨	٠,٠٤٧١٤٨	٠,٩٦٤٧٤
-٤٥	١٧,٧٧	٢٦,٦٣	٢٢,٢	٠,٠٠٠٨٨	٠,٠١٩٥٣٤	٠,٣٩٩٧١
-٥٠	١٣,٩٧	٢١,٨٧	١٧,٩٢	٠,٠٠٠٦٢	٠,٠١١١١٢	٠,٢٢٧٣٧
-٥٥	١٠,٣	١٧,١٨	١٣,٧٤	٠,٠٠٢٣٧	٠,٠٣٢٥٦٦	٠,٦٦٦٣٧
-٦٠	٧,١٣٩	١٣,١	١٠,١٢	٠,٠٠١٧٩	٠,٠١٨١١٣	٠,٣٧٠٦٤
-٦٥	٣,٩٤٥	٨,٢٣٣	٦,٠٨٩	٠,٠٠٠٢١	٠,٠٠١٢٧٩	٠,٠٢٦١٦
-٧٠	١,٧٤٨	٤,٩١٦	٣,٣٣٢	٠,٠١٥١	٠,٠٥٠٣١٣	١,٠٢٩٥١
-٧٥	٠,١٩٩	٠,٨٦٣	٠,٥٣١	٠,٠١٣٣٣	٠,٠٠٧٠٨٢	٠,١٤٤٩٢
-٨٠	٠,٠٠٣	٠,٠٨٧	٠,٠٤٥	٠,٠١٦٦١	٠,٠٠٠٧٤٤	٠,٠١٥٢٣
					٤,٨٨٧٠٩١٢	

ومن مخرجات الجدول (٣-٨) يتضح وجود تحسن في توقع البقاء على قيد الحياة بالنسبة لإناث جمهورية مصر العربية مقداره ٤,٨٩ تقريباً بصفة عامة في الفترة (٧٦-١٩٨٦) ، ونلاحظ التحسن خلال فئات السن الصغير بنسبة أكبر مما هو الحال في فئات العمر ١٠ سنوات فأ ، وبالتالي يمكن القول بأن هناك إنخفاض في معدلات الوفاة لمن هم دون العاشرة من العمر ، أي أنه يوجد تحسن في المستوى الصحي والعلاجي لسكان هذه الفئة العمرية .

جدول (٣-٩)

التغير في توقع البقاء على قيد الحياة خلال الفترة (٨٦-١٩٩٦) للإناث

فئات العمر	$س ب_{.}^{1} ت_{س}^{2}$	$س ب_{.}^{2} ت_{س}^{1}$	ى س	$ق_{س}^{1} - ق_{س}^{2}$	$ت_{.}^{2} - ت_{.}^{1}$	$(ت_{.}^{2} - ت_{.}^{1})$ ٪
-٠	٥٦,٦٦٣	٥٣,٨٧٤	٥٥,٢٧	٠,٠٥	٢,٧٤٦	٤٦,٢٣٧٣
-١	٥٨,٤٠٤	٦٣,٩٤٢	٦١,١٧	٠,٠١٥	٠,٩٢٨	١٥,٦٢٧
-٥	٥٥,٢٢١	٦٢,١٥٧	٥٨,٦٩	٠,٠٠٣	٠,٢٠٤	٣,٤٣٩٢٧
-١٠	٥٠,٩	٥٧,٦٦٣	٥٤,٢٨	٠,٠٠٢	٠,١١٩	٢,٠٠١٨٣
-١٥	٤٦,٥٣٣	٥٢,٩١٨	٤٩,٧٣	٠,٠٠٢	٠,١٠١	١,٧٠٨٢١
-٢٠	٤٢,٢٠٢	٤٨,٢١٧	٤٥,٢١	٠,٠٠٣	٠,١١٥	١,٩٣٣٧٣
-٢٥	٣٧,٨٨٤	٤٣,٥٢٨	٤٠,٧١	٠,٠٠٣	٠,١٢٣	٢,٠٧٦٩٨
-٣٠	٣٣,٦	٣٨,٨٦١	٣٦,٢٣	٠,٠٠٣	٠,١٢٢	٢,٠٥٦٠٤
-٣٥	٢٩,٣٠٨	٣٤,١٨٣	٣١,٧٥	٠,٠٠٥	٠,١٥	٢,٥٣٣٩٤
-٤٠	٢٥,٠٨٧	٢٩,٥٤٨	٢٧,٣٢	٠,٠٠٤	٠,١٠٨	١,٨١٧٠٥
-٤٥	٢٠,٨٢٢	٢٤,٨١٦	٢٢,٨٢	٠,٠٠٥	٠,١١٩	٢,٠٠٩٧١
-٥٠	١٦,٥٠٨	٢٠,٢٠٣	١٨,٣٦	٠,٠١٢	٠,٢٢٤	٣,٧٧٧١٢
-٥٥	١٢,٢٥٣	١٥,٨١٥	١٤,٠٣	٠,٠٢	٠,٢٧٥	٤,٦٢٩٤٨
-٦٠	٨,٥٢٢٥	١١,٨٦٧	١٠,١٩	٠,٠١١	٠,١١	١,٨٥٥٧٨
-٦٥	٤,٨١٨٨	٧,٧٠١٦	٦,٢٦	٠,٠٤٥	٠,٢٨٤	٤,٧٧٧٥٨
-٧٠	٢,١٨٧٦	٤,٥٧٧٢	٣,٣٨٢	٠,٠٤٦	٠,١٥٤	٢,٥٩٣٨٩
-٧٥	٠,٢٧٧٣	١,٠٥٣٩	٠,٦٦٦	٠,٠٨	٠,٠٥٣	٠,٨٩٤٨٨
-٨٠	٠,٠٠٦٦	٠,١٣٦٤	٠,٠٧١	٠,٠٢٥	٠,٠٠٢	٠,٠٣٠٥٦
					٥,٩٣٨٤	

ومن مخرجات الجدول (٣-٩) يتضح وجود تحسن في توقع البقاء على قيد الحياة بالنسبة لإناث جمهورية مصر العربية مقداره ٥,٩٤ تقريباً ، ونلاحظ وجود هذا التحسن خلال جميع فئات السن نظرً لأن معدلات الوفاة في عام ١٩٨٦ أكبر من مثيلتها في عام ١٩٩٦ بالنسبة لجميع فئات السن ، الأمر الذي أدى إلى التحسن في توقع الحياة بصفة عامة خلال الفترة (١٩٨٦-١٩٩٦) .

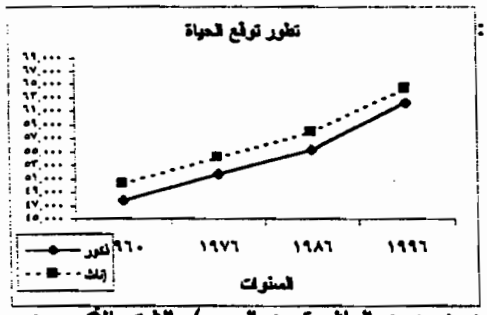
(٤) خلاصة البحث

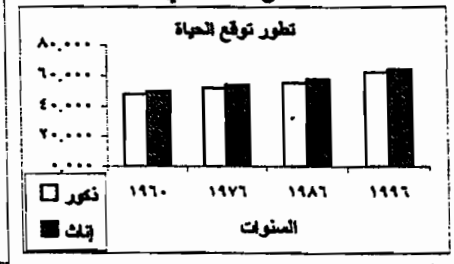
يمكن قياس التطور في توقع البقاء على قيد الحياة بأسلوب كمي بالتطبيق على البيانات الفعلية لتعداد السكان وإحصاءات الوفيات ، وفي هذا البحث تم قياس التغير في توقع الحياة للشعب المصري خلال الفترة (١٩٦٠-١٩٩٦) ، وذلك من خلال تطبيق مجموعة من الدوال الإكتوارية والأساليب الكمية ، وتتمثل خلاصة هذه الدراسة في النقاط التالية :

(٤-١) يمكن تلخيص نتائج التغير في توقع البقاء على قيد الحياة على مدى فترات التعدادات موضع الدراسة على النحو التالي :

الفترة الزمنية	التحسن في توقع البقاء على قيد الحياة	
	للذكور	للإناث
١٩٦٠ - ١٩٧٦	٣,٩٦٨١٨٣	٣,٩٦١٠٧٥
١٩٧٦ - ١٩٨٦	٤,٣١٢٩١٤٤	٤,٨٨٧٠٩١٢
١٩٨٦ - ١٩٩٦	٦,٤٠٧٢	٥,٩٣٨٤

(٤-٢) يوجد تحسن مستمر ومتزايد لتوقع البقاء على قيد الحياة عند الميلاد على مدى الفترات الزمنية موضع الدراسة ، وذلك سواء كان الأمر يتعلق بالذكور أو بالإناث ، ويمكن وصف تحسن توقع الحياة في الأشكال التالية :





(٤-٣) يساهم صغار السن (وخاصة من هم دون العاشرة من العمر) بالشق الأكبر من التحسن في توقع الحياة ، ويمكن تلخيص نسبة مساهمة صغار السن حسب الجنس في تحسن توقع الحياة على مدى فترات الدراسة من خلال الجداول السابقة ، وذلك على النحو التالي :

الفترة الزمنية	نسبة مساهمة من هم دون العاشرة في تحسن توقع الحياة	
	الذكور	الإناث
١٩٦٠ - ١٩٧٦	٧٠ ٪	٨٠,٣ ٪
١٩٧٦ - ١٩٨٦	٧٠,٢ ٪	٩٠,٨ ٪
١٩٨٦ - ١٩٩٦	٦١,٩ ٪	٦٥,٣ ٪

مراجع البحث :

(١) أحمد جاد عبد الرحمن ، التأمين – الجزء الثاني ، القاهرة : دار النهضة العربية ، بدون سنة نشر .

(2) El-Bolkiny , M. T. & El-Adl , Y. M. , "Improvements in life Expectation For The Egyptian Population (1986-96)" , The Journal of The Egyptian Statistical Society , VOL. 15 , NO. 1 , 1999

(٣) أحمد على اسماعيل ، دراسات في سكان مصر ، القاهرة : دار الهنا للطباعة ، ١٩٨٠

(٤) محمـــود عبد الحميد حسن ، مذكرات في الإحصاء الإكتواري ، الرياض : جامعة الملك سعود ، مكتبة كلية العلوم الإدارية ، ١٩٩٤ .

(٥) إبراهيم محمد مهدي ، جمال عبد الباقي واصف ، مبادئ الخطر والتأمين ، المنصورة : مكتبة الجلاء الجديدة ، ٢٠٠٢م .

(٦) الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء ، الكتاب الإحصائي السنوي ، سنوات التعداد موضع البحث .

(٧) الجهاز المركزي للتعبئة العامة والإحصاء ، إدارة المواليد والوفيات ، إحصاءات المواليد والوفيات ، سنوات التعداد موضع البحث .

(8) Robert L. Brown , Introduction To The Mathematics of Demography , ACTES Publications , Winsted and Avon , Connecticut , USA , 1991 .

(٩) محمد توفيق البلقيني ، جداول الحياة ، المنصورة : مكتبة الجلاء ، ١٩٩٧ .

(10) H. Shryack & J. Seigel , The Methods and materials of Demography , 4th Printing (rev.) US. Department of commerce , Bureau of Census , USA , 1980 .

(١١) جمال عبد الباقي واصف . " الدوال المالية الإكتوارية اللازمة لفحص المركز المالي لمشروعات التأمين الإجتماعي " . رسالة دكتوراه غير منشورة ، كلية التجا : ، جامعة المنصورة ، ١٩٩٨م .