نحو مدخل مبسط للبرمجة العددية في مجال تخصيص الموارد وتخطيط الأرباح .

دكتور/ السيد عبد المقصود دبيان
كلية التجارة - جامعة الاسكندرية

تعتبر الحاجة الى تحديد تشكيلة الانتاج المثلى واحدة من أهم أوجه القصور التي تشوب نموذج تحليل علاقة التكلفة والربح والحجم في صورته التقليدية . وقد قدمت الكتابات المحاسبية في هذا الصدد العديد من الدراسات التي حاولت بصورة أو بأخرى التغلب على تلك المشكلة . ومن أهم الدراسات التي ظهرت في هذا المجال دراسة Jaedicke التي قدم بها لنموذج البرمجة الخطية كأسلوب لحل تلك المشكلة [Jaedicke, R.K, 1961] ، هذا علاوة على الدراسة الخاصة بكل من Charnes, Cooper & Ijiri والتي تتناول أسلوب برمجة الأهداف لتحقيق ذات الغرض [Charnes, A.W. Cooper and Y. Ijiri, 1963] ، وبالرغم من فعالية هاتين الدراستين وغيرهما في حل تلك المشكلة ، الا أنه تبقى افتراضان آخران في النموذج التقليدي لعلاقة التكلفة بالربح بالحجم يحدان من فعاليته التطبيقية في مجالات تحقيق الحلول المثلى لمشاكل تخطيط الأرباح وتخصيص الموارد . ويتمثل هذان الافتراضان في :

١ - افتراض خطية العلاقة بين التكلفة والربح والحجم ومن ثم خطية دالة الربح .

٢ - افتراض ثبات التكلفة الثابتة ووجود مقدار منها لايمكن تفاديه أو التخلص منه .

وقد ترتب على وجود هذين الفرضين وضع قيود على فعالية التطبيق العملي لنموذج التحليل بصورة التقليدية هذه .

وقد قدمت بعض الكتابات المحاسبية نماذج مقترحة للتخلص من هذين الافتراضين ، لعل من أهمها النموذج الذى اقترحه كل من الشعشاعى وهاروود وهيرمانسن وذلك باستخدام البرمجة العددية للتخلص من هذين الافتراضين المقيدين[R.H. Hermanson, 1977 and Sheshai, K.M. EL., G.B. Harwood,] • وقد افترض النموذج المقترح الذى قدموه عدم خطية دوال الربح ، وأن التكاليف المرتبطة بكل منتج على حده تأخذ صورة التكاليف شبه الثابتة فى صورتها الوثابة • وقد استخدم النموذج أسلوب التجزئة الخطى عن طريق اجراء تقريب خطى لقطاعات دالة الربح • وعلى ذلك حدد النموذج أهداف ربح متفاوتة ومنفصلة لكل مستوى من مستويات التكاليف الثابتة • كذلك استخدم النموذج أسلوبا للفصل بين مستويات التكاليف الثابتة والربح يعتمد على قيود خطية تعبر عن متغيرات ثنائية (مرتبطة بالواحد والصفر) وذلك لتحديد التوالى المنتظم لحوافز الربح المتتالية على مدى مستويات التكاليف الثابتة• واعتمد النموذج أيضا على نفس الفكرة (فكرة المتغيرات الثنائية) فى صورة مجموعة اضافية من المتغيرات فى صورة قيود منفصلة ولكن متماثلة ، وذلك لتأكيد التوالى المنتظم على مدى مستويات التكاليف الثابتة المتتابعة وكذلك لتحميل التكاليف الثابتة الاضافية على دالة الربح •

ويعتبر نموذج الشعشاعى وزميليه فى صورته تلك معقدا بصورة

غير ضرورية وذلك بالنسبة للغرض الذى يهدف له . ويرجع ذلك الى أن الزمن اللازم لحل نماذج البرمجة العددية يعتمد بصفة أساسية على أسلوب صياغة وبناء النموذج . فبعض نماذج البرمجة العددية (٣٠ قيدا ، ٦٠ متغيرا مثلا) تعتبر صعبة الحل كما يشير الى ذلك شراج [Schrage, Linus, 1981] . وعلى ذلك فان هدفنا فى هذا البحث هو محاولة التركيز على أهمية تأكيد العلاقة الدالية بين المتغيرات والتى نهدف الى ابرازها ، بحيث تتم صياغة النموذج فى صورة صحيحة ومبسطة فى آن واحد . ونستند فى ذلك الى قول شراج فى هذا الصدد :

(بأنه بالنسبة للكثير من المشاكل فان الفرق بين الصياغة الجيدة والصياغة الرديئة يمكن أن يكون هو الفرق بين ماذا كانت المشكلة قابلة للحل أم لا) [Schrage, op. cite, p. 186]

ومع ذلك فان الوصول الى صياغة وبناء جيد للبرمجة العددية يحتاج الى قدر كبير من المهارة ، فى حين أنه من السهل جدا اعداد صياغات وأبنية رديئة بالنسبة للمشاكل البسيطة .

هدف البحث ومنهجه :

مما سبق يتضح أن الهدف من هذا البحث هو اعادة فحص ودراسة الأنماط الأساسية للدوال غير الخطية المعبرة عن علاقة الربح بالحجم (دوال الربح) فى صورتها المستمرة ، وكذلك الدوال غير الخطية المعبرة عن علاقة التكلفة بالحجم (دوال التكلفة الثابتة) فى صورتها

المتقطعة والوثابة ، وذلك حتى يمكننا اعادة صياغة بنـــاء تلـــك العلاقات في صورة نموذج برمجة عددية مبسط يخدم في مجال تخطيط الأرباح وتخصيص الموارد . ومن الضروري بداية أن نـؤكـد علـى نقطتين هامتين في مجال بحثنا هذا وهمـا :

أولا : ليس من الضروري بالنسبة لنماذج الحلول المثلى أن نربـــط بين المستويات المتتابعة للربح أو التكاليف وبعضها البعض .

ثانيا : يمكننا من خلال بناء النموذج صياغة القيود العدديـــة لأى مستوى من المستويات السابقة في صورة أكثر بســاطة كلـما تقدمنا من مستوى لآخر .

ولعل ذلك يؤدى الى بناء نموذج أمثلية أكثر بساطة مـــن النمـــاذج السابقة . وسنحاول في سياق هذ ا البحث أن نتقدم لأسس صياغـــة النموذج موضع الدراسة مع بيان مدى فاعلية أسلوب البرمجـــــة العددية في مجال تخصيص التكاليف وتخطيط الأرباح بصورة أفضل. كذلك نقدم في ختام البحث ايضاحا رقميا ندعم به افتراضنـا مـــن حيث تأكيد مدى فعالية البناء المبسط الصحيح للنموذج على غيره من الصياغات التي تأخذ بأسباب التعقيد .

بناء على ذلك فان منهاج البحث يمكن أن ينقســـم الـــى نقطتين أساسيتين هما أسس بناء نموذج الأمثلية المستهدف ، ثـــم الايضاح الرقمي لكيفية تطبيق النموذج ومدى فاعليته ، علـــــى أن نختم البحث بخلاصة موجزة لما جاء به من تفصيلات .

أولا : أساسيات بناء النموذج المستهدف :

يهتم متخذو القرارات بهدف تعظيم الأرباح أكثر من اهتمامهم بمجرد تحقيق التعادل • لذلك فان تحليلنا في هذا البحث يتركز بدرجة كبيرة على مشاكل تحديد تشكيلة أو تشكيلات المنتجات التي ترتبط بهدف تحقيق أقصى الأرباح الممكنة • وحيث أن هذا الهدف يتجاوز النموذج الخطى ليشتمل على الحالات التي تتضمن دوال غير خطية للربح فضلا عن دوال وثابة للتكاليف الثابتة. لذلك فانه من الضروري أن نقدم بداية تحليلا دقيقا لنوعى الدوال تلك قبل التقدم في دراسة تفاصيل النموذج المستهدف بصورة شاملة وفي سبيل تحقيق هذا الهدف الجزئي والانتقال منه الى الهدف الأساسي لهذا البحث فاننا يجب أن نقدم ذلك من خلال النقاط التالية :

١ ـ تحديد وتوصيف الرموز المستخدمة في بناء النموذج •

٢ ـ بناء دالة الربح المستهدفة •

٣ ـ بناء دالة التكلفة الثابتة الوثابة •

٤ ـ بناء نموذج الأمثلية المستهدف •

(١) تحديد وتوصيف الرموز المستخدمة في بناء النموذج

سيتم بناء النموذج موضع الدراسة في هذا البحث من خلال الاستعانة بالرموز الرياضية التالية :

$\text{س}_{\text{رو}}$ وتشير الى حجم المنتج (ر) فى اطار المدى الانتاجى (و) · حيث (و) تعبر عن المنتجات ١ ، ٢ ، ··· ، ن، فى حين أن (و) تعبر عن المديات الانتاجية للتقريب الخطـى لدالة الربح الخاصة بالمنتج (ر) ·

$\text{م}_{\text{رو}}$ وتشير الى حدود المدى الانتاجى بحيث أن $\text{م}_{\text{رو}}$ تعبـر عـن نقطة بداية المدى الانتاجى المعين ، فى حين أن $\text{م}_{\text{ر(و + ١)}}$ تعبر عن نقطة نهاية هذا المدى ·

ويعنى ذلك أن $\text{م}_{\text{رو}} \leqslant \text{س}_{\text{ر}} \leqslant \text{م}_{\text{ر(و + ١)}}$ وذلك لكل مـن (و = ١ ، ٢ ، ··· ، ل) ، وأن $\text{م}_{\text{ر١}} \equiv$ صفر لكل (ر) ، أى أن نقطة بداية المدى الانتاجى الأول لكل منتج (ر) تطابق الصفـر ·

$\text{ح}_{\text{رو}}$ وتشير الى هامش الربح المباشر للقطاع الانتاجى $\text{س}_{\text{رو}}$ ·

$\text{ث}_{\text{رك}}$ وتشير الى مقدار التكاليف الثابتة الخاصة بالمنتـج ر ، والتى تتحقق عند حجم الانتاج $\hat{\text{م}}_{\text{رك}}$ (ك = ١ ، ٢ ، ··· ، ن) وتظل ثابتة المقدار خلال المدى الانتاجى الذى يبدأ من حجم الانتاج $\hat{\text{م}}_{\text{رك}}$ ، وينتهى عند حجم الانتاج $\hat{\text{م}}_{\text{ر(ك + ١)}}$ · أى أن $\hat{\text{م}}_{\text{رك}} \leqslant \text{س}_{\text{ر}} \leqslant \hat{\text{م}}_{\text{ر(ك + ١)}}$، وأن $\hat{\text{م}}_{\text{ر١}} \equiv$ صفـر ، مما يعنى أن نقطة بداية المدى الانتاجى الأول لكل منتـج (ر) تطابق الصفر ·

أ ع ر وتشير الى معاملات المستخدم/ المنتج المتعلقة بالموارد الانتاجية المستخدمة (ع) لخلق المنتجات (ر) .

ب ع وتشير الى حجم المورد الانتاجي (ع) المحدود الكمية والمتاح للانتاج ز

ص وتشير الى رقم كبير جدا يتم استخدامه في النموذج لتحقيق أغراض حسابية خاصة بأسلوب الحل .

ج وتشير الى هدف الربح المطلوب تحقيق أقصى قيمة ممكنة له .

(٢) بناء دالة الربح المستهدفة :

يقدم الشكل رقم (١) تصورا بيانيا للتقريب الخطى لدالة الربح ودالة التكلفة الثابتة لمنتج ما . وفيما يتعلق بدالة الربح نلاحظ أن هامش الربح المباشر لأى منتج قد يتزايد في البداية قبل أن يميل للتناقص نتيجة زيادة أحجام الانتاج . ولعل هذا التصور يرتبط الى حد كبير بظروف السوق وظروف الانتاج ، حيث أن ظروف السوق قد تفرض ثبات سعر البيع ، في حين أن ظروف الانتاج يفترض أنها تعكس دائما ظاهرة تناقص الغلة ممثلة في تزايد الانتاجية وانخفاض التكلفة في المراحل الأولى من الانتاج ثم انقلاب الوضع الى تناقص الانتاجية وتزايد التكلفة بعد ذلك . لذلك فانه من الضرورى هنا أن نعبر عن تلك العلاقات في صورة

منظمة تتضمن هذا التتابع في هامش الربح .

واذا حاولنا تبسيط العرض على الصورة الموضحة في الشكل رقم (١)، وتركيز ايضاحنا على منتج واحد مثلا ، فانه يمكننا اشتقاق التعبير الرياضي الذى يدلل على الربح الاجمالي لكل حجم انتاجي (س) عند أى مدى انتاجي يقع بين نقطة الصفر ونهاية المديات الانتاجيـــة $م_{(ل+1)}$ ، أى في اطار صفر $\leqslant$ س $\leqslant$ $م_{(ل+1)}$ ، على الصورة التاليـة :

$$\text{الربح الاجمالي لمنتج واحد (المنتج رقم ١ مثلا)} = \sum_{و=1}^{ل} ح_{و}\, س_{و} \qquad (1)$$

وذلك لكل $س_{و}$ المحكومة بالقيد :[1]

$$(م_{و+1} - م_{و})\, \delta_{و+1} \leqslant س_{و} \leqslant (م_{و+1} - م_{و})\, \delta_{و}$$

وذلك لكل و = ١ ، ٢ ، ... ، ل .

وحيث أن δ هى قيم عددية ثنائية (صفر أو واحد صحيح) ، وذلك باستثناء أن $\delta_{ل+1}$ = صفر ، وأن $م_{1}$ = صفر .

---

(١) راجع في ذلك : Stephen P. Bradley, Arnold C. Hax, & Thomas L. Magnati , "Applied Mathematical Programming", Addition-Wesley Publishing Company, California, 1977.

وتقود تلك الصياغة الى امكانية احتواء كل قيم (س) المحتملة من خلال قيود ذات صورة خطية .

وحتى يمكن تفهم العلاقات التى تربط بين تلك القيود وبعضها البعض فاننا نلاحظ وجود علاقات تتابع ضمنية بين القيم الثنائية المتتابعة على النحو الذى يفرض أن تكون $\alpha_{\text{ل}} \leq \alpha_{\text{ل}-1} \leq \cdots \leq \alpha_{1}$.

ويؤكد ذلك القيود المنطقية الواردة على مجموعة المتغيرات المتتابعة $\text{س}_{\text{و}}$ (و = ١ ، ٢ ، ... ، ل) . ولإيضاح ذلك فى صورة رقمية نفرض فيما يلى مثالا مبسطا حيث تتواجد فيه ثلاثة معدلات ربح خطية تغطى أحجام الانتاج الخاصة بالمنتج (س) فى مديات انتاجية ثلاث هى :

- المدى الأول ويقع بين حجم الانتاج صفر وحجم الانتاج ١٠٠ وحدة.
- المدى الثانى ويقع بين حجمى الانتاج ١٠٠ ، ١٥٠ وحدة .
- المدى الثالث ويقع بين حجمى الانتاج ١٥٠ ، ٢٣٠ وحدة .

فى مثل هذه الحالة نجد أن القيود العددية الثنائية تكون على الصورة التالية :

$$\left.\begin{aligned} 100\,\alpha_{2} \leq\ & \text{س}_{1} \leq 100\,\alpha_{1} \\ 50\,\alpha_{3} \leq\ & \text{س}_{2} \leq 50\,\alpha_{2} \\ & \text{س}_{3} \leq 80\,\alpha_{3} \end{aligned}\right\} \qquad (٢)$$

ويلاحظ هنا أن العلاقات التتابعية الضمنية هى α_3 ، α_2 ، α_1 ، أى أن $\alpha_3 \leq \alpha_2 \leq \alpha_1$. والدليل على هذا التتابع الضمنى والنتائج المستهدفة من المتغيرات المتتابعة س$_1$ ، س$_2$ ، س$_3$ ، يمكن ايضاحه من خلال الاستدلالات التالية :

١ - حيث أنه من غير المقبول عملا أن تكون صفر $\leq$ س$_1$ $\leq$ ١٠٠ ولكن العكس ، لذلك فانه من غير المنطقى فى صياغة النموذج أن يكون قيم (α_1 ، α_2) هى (صفرا ، واحدا) ، ذلك لأنه اذا كانت $\alpha_2 = 1$ فان ذلك يعنى أن α_1 السابقة عليها يجب أن تكون مساوية للوحدة أيضا .

٢ - بناء على ذلك فانه قبل أن تدخل س$_2$ بقيمة مافى الحلول المتتابعة كمتغير أساسى ، فانه يجب أن تكون مسبوقة بـ س$_1$ ، وأن تكون هذه الأخيرة (س$_1$) متغيرا أساسيا قيمته تمثل أقصى قيمة ممكنة له فى اطار القيود المتاحة .

٣ - يمكن الوصول الى استنباط مماثل بالنسبة للمتغيرين س$_2$ ، س$_3$ وعلى ذلك فان مثل هذا القيد الخطى يحقق التوالى المنتظم لقيم س وفقا لمتغيراتها المتتابعة س$_1$ ، س$_2$ ، س$_3$.

(٣) بناء دالة التكلفة الثابتة الوثابة :

بالتوصل الى التعبير عن حواف الربح الاجمالية فى صورة دالية على النحو السابق ، فان الخطوة التالية هى محاولة صياغة العلاقات

بين التكاليف الثابتة في صورتها الرثابة وبين مديات الانتـــــاج المرتبطة بها وذلك في اطار دالى أيضا . وفي سبيل تحقيق ذلك في صورة مبسطة ستعمد الى وضع هذه الصياغة ابتداء للتعبير عـن تلـك العلاقات لمنتج واحد أولاً ، ثم ننتقل بعد ذلك للتعميم .

واذا أشرنا الى مستويات التكاليف الثابتة (ك) بالرمز $ث_ك$ الذى يعبر عن مقدار التكاليف الثابتةالمرتبطة بالمدى الانتاجى $\hat{م}_ك$ ، حيث حجم الانتاج خلال هذا المدى يتراوح بين $\hat{م}_ك$ ، $\hat{م}_ك + ١$ على النحو المبين فى شكل رقم (١) . فان هذا التعبير يختلف عن نظيره المستخدم للدلالة على التقريب الخطى لمنحنى دالة الربح الذى يرتبط أيضا بأحجام انتاج خلال مديات انتاجية اشرنا لهـــا بالرمـز ($م_و$) . علاوة على ذلك فان التعبير عن التقريب الخطى لدالة الربح أيضا يتصف بالاستمرار ، بمعنى أن المدى يبدأ عند حجم انتاجـى معين ($م_و$) ، ثم يستمر بعد ذلك فى اضافة حافة ربح ($ح_و$) لكـل وحدة مبيعات اضافية من الانتاج المحقق خلال هذا المدى الانتاجـى والذى عبرنا عنه على الصورة :

$$م_و \leqslant س \leqslant م_و + ١$$

فى حين أن المدى الانتاجى للتكاليف الثابتة الرثابة عبرنـا عنـه بالصـورة :

$$\hat{م}_ك \leqslant س \leqslant \hat{م}_ك + ١$$

بناء على ذلك فان التعبير الدالي لعلاقة التكاليف الثابتة الوثابة بأحجام الانتاج أو بالأحرى مدياته يتصف بعدم الاستمرارية ، ومن ثم فاننا نحتاج فقط لبعض القيم الثنائية العددية (صفر ، واحد) لاستخدامها في القيود الخطية بهدف حصر أحجام الانتاج والتكاليف الثابتة المرتبطة بها خلال المديات المحددة • ويمكن أن نحقق ذلك رياضيا على النحو التالي :

اجمالي التكاليف الثابتة المرتبطة بمنتج معين

$$\text{(خلال المدى صفر} \leq \text{س} \leq \hat{\text{م}}_{\text{ن}+1}\text{)} = \sum_{\text{ك}=1}^{\text{ن}} \text{ث}_{\text{ك}}\ \beta_{\text{ك}} \qquad (٢)$$

بحيث أن كل من القيم الثنائية العددية للمتغير β تكون مقيدة بالقيد :

$$\sum_{\text{و}=1}^{\text{ل}} \text{س}_{\text{و}} - \hat{\text{م}}_{\text{ك}} \leq \text{ص}\ \beta_{\text{ك}}$$

لكل ك = ١ ، ٢ ، ••• ، ن

حيث أن :

$\hat{\text{م}}_{1}$ = صفر ، وأن (ص) تمثل رقم كبير جدا ، كأن تكون (ص) تعادل أقصى حجم انتاج يمكن تحقيقه خلال المدى الانتاجي المعين •

يعني ذلك أن عملية تحقيق الأمثلية لايمكن أن تتجاوز حجم الانتاج $\hat{\text{م}}_{\text{ك}}$ مالم تكن قيمة $\beta_{\text{ك}} = ١$ • وفي هذه الحالة فان مقدار

التكاليف الثابتة المعين ث ر سيدخل فى اطار مكونات دالـــــة التكلفـة الكليـة ٠

بناء على ذلك فانه لاضرورة الى وضع قيد صريح لتحديدالتوالى المنتظم لعملية تحقيق الأمثلية على مديات المنحنى الوثاب للتكلفـة الثابتة ٠ وهذا على عكس متطلبات القيود الصريحة لتحقيق التوالـى المرغوب فيه بالنسبة للمستويات المختلفة على مديات دالة الربـح المتصلة غير الخطية ٠

علاوة على ذلك فانه يمكن تناول الدالتين غير الخطيتيـــن الأساسيتين المشار اليهما فى النموذج موضع الدراسة بصورة مستقلة عن بعضهما البعض ٠ حيث أنه لاحاجة بنا هنا الى تعقيـد المشـكلة بربط كل مستوى من مستويات الربحية بمستوى آخر من مسـتويـات التكلفة الثابتة على النحو الذى قدمت له نماذج سابقة فـــى ذات الموضـوع ٠

(٤) بناء نموذج الأمثلية المستهدف :

بالتعرف على الفروق بين الدالتين غير الخطيتين الأساسيتين ، فانه يمكننا بعد ذلك وباستخدام التحليل السابق معبـــرا عنـــه بالمعادلتين (١) ، (٢) أن نقدم نموذجا للأمثلية فى مجال قـرارات تخطيط الأرباح وتخصيص الموارد فى حالات الانتاج المتعـــدد ٠ ويمكن أن يأخذ النموذج الشكل التالى :

عظم ج (١/٤)

في ظل الشروط التالية :

$$\sum_{و} س_{رو} = س_{ر}$$ لكل المتغيرات ر

$$م_{ر(و+1)} \geqslant س_{رو} \geqslant م_{ر(و+1)}\,\alpha_{ر(و+1)} - (م_{ر(و+1)} - م_{رو})\,\alpha_{رو}$$

حيث و = ١ ، ٢ ، ... ، ل لكل ر (٢/٤)

$$س_{ر} - \hat{م}_{رك} \geqslant س_{رك}\,\beta_{رك}$$

حيث ك = ١ ، ٢ ، .... ، ن لكل ر (٣/٤)

$$\sum ا_{عر}\, س_{ر} \geqslant ب_{ع}$$ لكل ع (٤/٤)

$$\sum_{ر}\sum_{و} ح_{رو}\, س_{رو} - \sum_{ك} ث_{رك}\,\beta_{رك} - ج = صفر$$

(٥/٤)

حيث α ، β قيم عددية ثنائية (واحد أو صفر) عدا أن

$$\alpha_{ر(ل+1)} = صفر \quad ، \quad م_{ر1} = \hat{م}_{ر1} = صفر$$

ويلاحظ من هيكل النموذج أن كل منتج مميز بالرمز (ر) قد تم اخضاعه لقيد يحدد علاقاته كمنتج $س_{ر}$ بمجموعته التي يحتويها والمشار لها بالمتغير $س_{رو}$ ، والذى يعبر عن مديات التقريب الخطى

للمنتج س ر ، وذلك وفقا لما هو موضح بالمعادلتين (١/٤) ، (٢/٤) .
وتبين المعادلة الأخيرة العلاقات التتابعية المرغوب فيها بالنسبة
للمتغيرات الخاصة بالمجموعة .

وبالنظر الى المعادلة رقم (٣/٤) نجد أنها ضرورية لأغراض تحديد وقياس المستويات المنفصلة لتحركات التكاليف الثابتة . وبالربط بين المعادلتين (٢/٤) و (٣/٤) نجد أن التعبير الخطى لهامش الربح والتكاليف الثابتة قد اشتملت عليه المعادلة (٥/٤) . وفى هذه المعادلة الأخيرة نجد أن المتغير الناتج (ج) يقيس هدف الربح النهائى الذى نسعى لتعظيمه فى دالة الهدف . وأخيرا فان المعادلة (٤/٤) تشير الى قيد أو قيود الموارد الخطية التقليدية . وحتى يمكن ايضاح كيفية تطبيق هذا النموذج نقدم فى النقطةالتالية مثالا رقميا لتحقيق هذا الغرض .

ايضاح رقمي للنموذج :

لتوضيح كيفية تطبيق النموذج السابق نقدم فيما يلى بيانا بالايرادات والتكاليف المتعلقة بمنتجين متنافسين وذلك فى الجدول رقم (١) . ويشتمل المنتج الأول على خمس مستويات لهامش الربح ومستويان للتكلفة الثابتة الوثابة . بالاضافة لذلك فانه يوجد موردا واحدا مشتركا بين المنتجين وهو العمل المباشر : حيث تحتاج الوحدة من المنتج الأول ٥ ر ساعة عمل مباشر فى حين تحتاج وحدة المنتج الثانى الى ٤٢ر ساعة عمل مباشر، علاوة على أن ساعات

العمل المباشر المتاحة خلال الفترة محدودة بـ ٠٠٠ر١٠ ساعـــة . وترغبه ادارة المشروع فى التعرف على التخصيص الأمثل لساعـــات العمل المباشر وكذلك الأرباح الناتجة من ذلك التخصيص .

ويعرض الجدول رقم (٢) نموذج البرمجة العدديـــة المختلـــط والمتعلق بحل تلك المشكلة . وفيما عدا الصفوف من (٤) الى (١٩) والتى تحتاج الى ايضاح نقدمه فيما يلى فان الجدول رقم (٢) يعتبر موضحا لمحتوياته تماما . ولتوضيح مدلول الصفوف من (٤) الى (١٩) نجد أن :

١ - تمثل الصفوف من (٤) الى (١٢) قيود الأمثلية المتعلقة بتنظيم المستويات المتتابعة لهوامش الربح بالنسبة للمنتج الأول .

٢ - تمثل الصفوف من (١٣) الى (١٥) قيود مديات الحجـم لكـــل المستويات المتتابعة لهوامش الربح للمنتج الثانى . وحيـث أن معدل هامش الربح النسبى للمنتج الثانى (٢٥ر٢ جنيه ، ـ ر ٢ جنيه ، ـ ر ١ جنيه) يتناقص من نقطة البداية حيث (س = صفر) لذلك فان التوالى المنتظم لاجراءات تحديد الحل الأمثل تكون تلقائيـة .

٣ - تمثل الصفوف من (١٦) الى (١٩) القيود الحاكمة والتى ترتبـــط بالصف رقم (٢١) لتحميل المستويات المنفصلة للتكاليف الثابتة المناسبة على الربح .

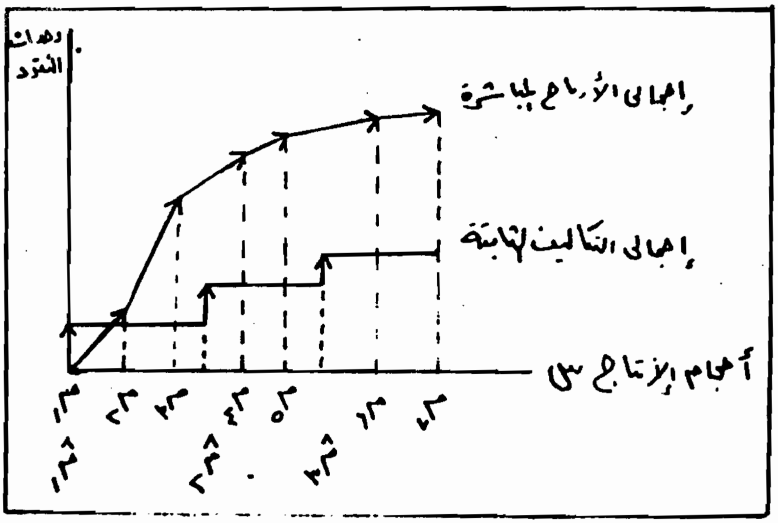
وقد تم حل المثال بطريقة شراح المعروفة باســم (Lindo) والتي تعتمد على طريقة الفرع والحد Branch-and-Bound Method لحل نماذج البرمجة العددية ، وفيما يلي بيان بالحل الناتج :

مستوى هامش الربح	١	٢	٣	٤	٥	اجمالي
المنتج الأول	١٠٠٠	٣٠٠٠	٤٠٠٠	–	–	٨٠٠٠
المنتج الثانى	٦٠٠٠	٥٠٠٠	٣٢٨٦	غير متاح	غير متاح	١٤٢٨٦

التكاليف الثابتة المنفصلة = ٥٠٠٠ (المنتج الأول) + ٩٠٠٠ (المنتج الثانى)

القيمة المستهدفــــة = ٢٩٧٣٦ جنيـــه

شكل رقم (١)



جـــدول رقـــــم (١)

بيانات الايرادات والتكاليف الخاصة بالمثـــال الرقمـــــى

المنتج (ر)	مستوى هامش الربح (و)	مدى الحجم	طول المدى ($م_{ر(و+1)} - م_{رو}$)	هامش الربح ($ح_{رو}$)
١	١	صفر – ١٠٠٠	١٠٠٠	١ر٧٥ جنيه
١	٢	١٠٠٠ – ٤٠٠٠	٣٠٠٠	٢ر٠٠ جنيه
١	٣	٤٠٠٠ – ٩٠٠٠	٥٠٠٠	٢ر٣٠ جنيه
١	٤	٩٠٠٠ – ١١٠٠٠	٢٠٠٠	١ر٨٠ جنيه
١	٥	١١٠٠٠ – ١٥٠٠٠	٤٠٠٠	٠ر٥٠ جنيه

التكاليف الثابتة المضافة والوثابة ($ث_{رك}$) = ٥٠٠٠ جنيه عند حجم انتاج صفر ، ٨٠٠٠ جنيه عند ٨٠٠٠ وحـــدة

المنتج (ر)	مستوى هامش الربح (و)	مدى الحجم	طول المدى	هامش الربح
٢	١	صفر – ٦٠٠٠	٦٠٠٠	٢ر٢٥ جنيه
٢	٢	٦٠٠٠ – ١١٠٠٠	٥٠٠٠	٢ر٠٠ جنيه
٢	٣	١١٠٠٠ – ١٨٠٠٠	٧٠٠٠	١ر٠٠ جنيه

التكاليف الثابتة المضافة والوثابة = ٤٠٠٠ جنيه عند حجم انتاج صفر ، ٥٠٠٠ جنيه عند ١٠٠٠٠ وحـــــــــــدة

جدول رقم / (١٩)

السطر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	
لسف	س١١	س٢١	س٣١	س١١	س٠١	γ١١	γ١٠	γ٢١	γ١١	γ٠١	س١٢	س٢٢	س٢٢	س١٠	β١١	β٢١	س٢	β١٢	β٢٢	ع	
:																				١	ألسى
١	ـ	ـ	-١	-١	-١									١							- صفر
٢											-١	-١	-١				١				- صفر
٣	١					-١٠٠٠															صفر
٤							-٢٠٠٠														صفر
٥			١					-٠٠٠٠													صفر
٦				١					-٢٠٠٠												صفر
٧					١					-١٠٠٠											صفر
٨	١						-١٠٠٠														صفر
٩		١						-٣٠٠٠													صفر
١٠			١						-٥٠٠٠												صفر
١١				١						-٢٠٠٠											صفر
١٢											١										١٠٠٠
١٣												١									٥٠٠٠
١٤													١								٢٠٠٠
١٥														١٠	-ص					•	صفر
١٦														١		-ص					٨٠٠٠
١٧																	١	-ص			صفر
١٨																	١		-ص		١٠٠٠٠
١٩														٥ر			٢٢ر				١٠٠٠٠
٢٠	١ر٢٥	-٢ر	٢ر٣	١ر٨	٥ر						٢ر٢٥	-٢ر	-١ر		-٥٠٠٠	-٨٠٠٠		-١٠٠٠	-٥٠٠٠	-١	- صفر

ويشرط أن قيم المتغيرات . هي قيم عددية ثنائية أي صفر أو ١ .

وبناء على ذلك فان الحل الأمثل يقضى بالآتى :

١ - تخصيص ٤٠٠٠ ساعة عمل مباشر لانتاج ٨٠٠٠ وحدة من المنتج الأول (٨٠٠٠ وحدة × ٥ر ساعة) ·

٢ - تخصيص ٦٠٠٠ ساعة عمل مباشر لانتاج ١٤٢٨٦ وحدة من المنتج الثانى (١٤٢٨٦ وحدة × ٤٢ر ساعة) ·

٣ - أن الحل الأمثل بالنسبة للمنتج الأول يقف قبل تحقق المستوى الثانى للتكاليف الثابتة مباشرة ، فى حين أنه يقف بالنسبة للمنتج الثانى داخل المستوى الثانى لتلك التكاليف ·

٤ - أن العلاقات التتابعيةالمطلوبة فيما بين المتغيرات المتتابعة لكل منتج والقياس الملائم للتكاليف الثابتة الوثابة يعتبران صحيحان بالنسبة للحل ·

خلاصة البحث :

تثير مشاكل التطبيق العملى حول الزمن اللازم لاجراء العمليات الحسابية والتكاليف التى تتحملها المنشأة نتيجة ذلك عند استخدام نماذج البرمجة العددية ضرورة لاهتمام بايجاد صياغة بسيطة وسلسة لنماذج القرارات الادارية ·

وتعتبر صياغة نماذج البرمجة فنا أكثر منه علما ، حيث يجب أن يكون المرء قادرا على التعبير عن البيئة القرارية المعقدة فى صورة رياضية باستخدام عدد قليل من المتغيرات القرارية والقيود

المحيطة بها بقدر الامكان بالاضافة الى أقل عدد ممكن من المتغيرات العددية .

وقد حاولنا في هذا البحث أن نميز بين دالتين أساسيتين من النوع غير الخطي واللتان تعبران بصورة أكثر واقعية عن مشاكل الأمثلية التقليدية . وهاتان الدالتان هما :

١ - دالة هامش الربح غير الخطية المستمرة .

٢ - دالة التكاليف الثابتة الوثابة غير المستمرة .

وقد نتج عن تحليلنا السابق التوصل الى نموذج للأمثلية ليس صغيراً في الحجم فقط ، ولكنه أيضا يحتاج الى عدد أقل من المتغيرات الثنائية العددية (١) .

وقد اتبع النموذج أسلوب الأمثلية التقليدى الخاص بتخصيص الموارد وتخطيط الأرباح . ومع ذلك فانه يمكن تعديل هذا النموذج لأغراض تحليل التعادل في ظل ظروف الانتاج المتعدد أو لأغراض تدنية الفروق الخاصة بالأرباح المستهدفة والتي سبق تحديدها .

---

(١) يلاحظ أن نموذج الشعشاعي ورفاقه قد احتوى على ٢٤ قيدا خطيا تتضمن ٢٠ متغيرا ثنائيا .

REFERENCES

(1) A.H. Land , S. Powell, "Fortran Codes for Mathematical Programming, Linear, Quadratic, and Discrete", John Wiley & Sons, New York, 1973.

(2) Charnes, A, W. Cooper, and Y. Ijiri, "Breakeven Budgeting and Programming to Goals", Journal of Accounting Research, Spring 1963, pp. 16-41.

(3) Fredrick S. Hillier, & Gerald J. Lieberman, "Operations Research", Holden-Day, Inc. San Francisco, 1974.

(4) Ijiri, Yiji, "Management Goals and Accounting for Control", North-Holland Publishing Company, Amesterdam, 1965.

(5) Jaedicke, Robert K. "Improving Breakeven Analysis by Linear Programming Technique", N A A Bulletin, March 1961, pp 5-12.

(6) N.K. Kwak, "Mathematical Programming with Business Applications", McGraw-Hill Book Company, New York, 1973.

(7) Schrage, Linus, "Linear Programming Models with LINDO", The Scientific Press, 1981, Chapter 17, Integer Programming pp 185-203.

(8) Sheshai, K.M. El., G.B. Harwood, and R.H. Hermanson, "Cost / Volume / Profit Analysis with Integer Goal Programming, Management Accounting, October 1977, pp 43-47.

(9) Stephen P. Bradley, Arnold C. Hax, & Thomas L. Magnati , "Applied Mathematical Programming", Additon-Wesley Publishing Company, California, 1977.