كلية التجارة

قسم الرياضة والتأمين والإحصاء

تسعير وثيقة التأمين البحري أجسام سفن " اللنشات" باستخدام التوزيعات الاحتمالية المركبة في سوق التأمين المصري – دراسة كمية

أحمد حمدي عبد المنعم النحاس

المدرس المساعد بكلية التجارة

جامعة مدينة السادات

قسم الرياضة والتأمين والإحصاء

الأستاذ الدكتور/ أسامة ربيع أمين سليمان

أستاذ التأمين ورئيس قسم

الرياضة والتأمين والإحصاء

بكلية التجارة – جامعة مدينة السادات

2021

ملخص الدراسة:

تهدف هذه الدراسة إلى وضع نموذج تسعير وثيقة التأمين البحري أجسام سفن " اللنشات" باعتبارها أحد أنواع السفن التي تتواجد بكثرة في سوق التأمين المصري بالاعتماد على البيانات الفعلية للسوق المصري باستخدام التوزيعات الاحتمالية المركبة.

حيث تم توفيق توزيع احتمالي متقطع لبيانات عدد الحوادث من بين أهم التوزيعات المستخدمة في هذا الشأن: توزيع بواسون وتوزيع ثنائي الحدين السالب، وأيضا توفيق توزيع احتمالي متصل لبيانات حجم المطالبات من بين التوزيعات الملتوية ناحية اليمين: توزيع جاما، والتوزيع الأسي السالب، والتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي، وتوزيع باريتو. وتم استخدام طريقة العزوم لإيجاد التوزيع المركب لإجمالي قيم المطالبات.

وقد توصلت الدراسة إلى أن التوزيع الاحتمالي المركب الذي يصف البيانات محل الدراسة، والذي يمكن من خلاله حساب سعر التأمين الصافي هو النوع الأول لمنحنيات بيرسون. وكان سعر التأمين الصافي لهذه الوثيقة 0.012.

الكلمات الدالة: التوزيع الاحتمالي المركب، والعزوم، ومنحني بيرسون النوع الأول.

Abstract:

This study aims to develop a marine insurance policy pricing model for the hull of "launches" as it is one of the types of ships that are abundant in the Egyptian insurance market based on the actual data of the Egyptian market using compound probability distributions.

That we fitted a probability discrete distribution for the number of accidents among the most important distributions used in this regard: Poisson distribution and negative binomial distribution and fitted a continuous probability distribution for value of claims data from among one of the distributions that skewed to the right: gamma distribution, negative exponential distribution, log-normal distribution and Pareto distribution.

The study concluded that the compound probability distribution that describes the data, and can be used to calculate the net insurance, is the first type of Pearson curves. And the net insurance price for this policy was 0.012.

Key Words: Compound probability distribution, moments, Pearson curve type I.

(1) مقدمة:

يعد التأمين أحد المحاور الرئيسية التي يقوم عليها الاقتصاد القومي بغرض الحفاظ على الثروات وللتأمين ستة وظائف رئيسية هي الإنتاج والاكتتاب والتسعير والاستثمار وتسوية الخسارة وإعادة التأمين. وتعتبر وظيفة التسعير أحد أهم الوظائف لهذه الصناعة والمنوطة بتقدير قسط التأمين، والذي هو مقابل الحماية التأمينية التي يحصل عليها المؤمن له. كما أن الأقساط تعتبر المصدر الأساسي لدخل شركة التأمين بالإضافة الى الدخل من الاستثمارات. وعليه فهو عنصر ذا أهمية بالغة لكلا الطرفين.

وبصفة عامة يجب أن تتوافر مجموعة من الخصائص في سعر التأمين الذي تحدده شركة التأمين سالم (2015):

1- الكفاية: أي يكون كاف لتغطية التعويضات المحتملة عن الحوادث المتوقع حدوثها والمصروفات اللازمة.
2- العدالة: وتعنى الا يكون أكبر من اللازم بحيث لا يتحمله طالب التأمين وبالتالي هروب العملاء، وأيضاً الا يكون أقل من اللازم فيؤدى الى خسائر للشركة.
3- ارتباط السعر بدرجة الخطر: حيث أن كل وحدة من الوحدات لها درجة خطر معينة فكلما زادت درجة الخطورة يجب أن يقابله زيادة في السعر.
4- ارتباط السعر بمعدل العائد على استثمار أموال حملة وثائق التأمين: يجب أن تنعكس عملية الاستثمار للاحتياطيات والعائد منها على سعر التأمين.
5- الربحية: لا بد وأن يتضمن قسط التأمين هامش ربح مناسب لدرجة الخطورة لحملة الأسهم لضمان استمرار رأس المال في قطاع التأمين وعدم هروبه للقطاعات الاقتصادية الأخرى..

هذا ويعد الوصول الى قرار التسعير من جانب متخذ القرار من الصعوبة بمكان حيث يواجه مجموعة من القيود المتعارضة والتي منها سليمان (2009):

1- القيود التسويقية: والتي تعتمد على طبيعة سوق التأمين وهو سوق احتكار قلة وبالتالي فإن تحديد السعر لن يكون بمعزل عن باقي المنافسين في السوق.

2- قيد المحافظة على رأس المال: والمعنى هنا هو عدم هروب رؤوس الأموال إلى صناعات أخرى من خلال ضمان عائد على الاستثمار يساوى أو يزيد عن معدلات العائد في الصناعات الأخرى لنفس درجة الخطورة.
3- قيود رقابية: متعلقة بضرورة الالتزام بقرارات هيئة الاشراف والرقابة على التأمين.
4- قيود تمويلية: متعلقة بمتانة المركز المالي لشركة التأمين والتي تتعارض مع رغبة تحقيق ربح مرتفع من خلال استثمار الاحتياطي.

ويعد التأمين البحري بشقيه تأمين البضائع Cargo Insurance وتأمين أجسام السفن Hull Insurance من أقدم التغطيات التأمينية، ولقد قدرت أقساط التأمين البحري بصفة عامة عام 2019 وفقاً لتقرير الاتحاد الدولي للتأمين البحري بنحو 28.7 مليار دولار أمريكي وكانت الأقساط المتعلقة بأجسام السفن 6.9 مليار دولار وهو ما يمثل زيادة بنسبة 0.2% عن عام 2018.

وبعد الغاء اللجنة المركزية لتسعير الوحدات بالاتحاد المصري للتأمين، وقيام الشركات بتحديد السعر في ظل سوق يتميز بالمنافسة الشديدة، أدى ذلك إلى تدهور أسعار التأمين بالنسبة لتأمين أجسام السفن، حيث يتم الاعتماد على الخبرة الشخصية دون الاعتماد على الأسس الإحصائية والرياضية التي تعطى مؤشر للسعر المناسب والقابل للتطبيق بحيث يلبى رغبات المؤمنين في الوفاء بالالتزامات وأيضاً رغبات المؤمن لهم في توفير الحماية بسعر مناسب (عثمان، 2017).

(2) الدراسات السابقة:

وتم تقسيمها إلي:

أ) دراسات استخدمت التوزيعات الاحتمالية في تسعير التأمين:

دراسة أحمد (1990) تناولت الدراسة استخدام التوزيعات الاحتمالية في تسعير التأمين مع التطبيق على تأمين السطو حيث استهدفت الوصول الى التوزيع الاحتمالي المناسب للمتغير العشوائي مجموع قيم المطالبات وبالتالي تحديد قسط الخطر والمتمثل في العزم الأول حول الصفر لدالة مجموع قيم المطالبات، وأيضاً تحديد المخصص اللازم لمواجهة الانحرافات في المطالبات الفعلية عن المتوقعة بالإضافة إلى حساب احتمال الدمار.

دراسة إسماعيل (2005) قامت هذه الدراسة باستخدام التحليل البيزي للبيانات في تقدير كلاً من عدد المطالبات المتوقع على مستوى محفظة التأمين، وكذلك قيمة التعويضات المتوقعة، وذلك من خلال التوزيع الاحتمالي لعدد المطالبات والتوزيع الاحتمالي لقيم المطالبات، وذلك في ظل استخدام نماذج الخطر التجميعية Collective Risk Theory والتي تنظر لمحفظة التأمين على أنها مفتوحة تسمح بدخول وخروج أي وثيقة بعكس نماذج الخطر الفردية.

دراسة Olga (2009) استهدفت هذه الدراسة التوصل الى نموذج كمي لتكرار الخسائر في تأمينات السيارات بهدف توفير معلومات موثوقة تساعد متخذ القرار. وقد اختبرت الدراسة تبعية البيانات لتوزيع بواسون وثنائي الحدين السالب وتبين أن البيانات يمكن توفيقها لكلا التوزيعين إلا أن توزيع ذي الحدين السالب أكثر ملائمة للبيانات من نموذج بواسون.

دراسة مشعال (2015) كان الهدف من هذه الدراسة تقديم نموذج كمي مركب يعتمد على التوزيعات الاحتمالية المركبة في تقدير سعر التأمين لوثيقة تأمين جميع الأخطار المستقلة الصناعية بالتطبيق على الصناعات المعدنية بطريقة تتناسب مع درجة الخطورة، وبما لا يخل بأسعار التغطيات الأخرى. وقد توصلت الدراسة إلى أن أهم الأخطار التي يتعرض لها قطاع الصناعات المعدنية هي أخطار الحريق والسيارات والحوادث الشخصية وأن سعر التأمين التجاري للأخطار الثنائية أقل من مجموع سعري التأمين لكل خطر على حدة وبالمثل للأخطار الثلاثية.

واستهدفت دراسة عبد الظاهر (2017) التوصل الى نموذج كمي باستخدام التوزيعات الاحتمالية لتقدير سعر عادل لوثيقة التأمين المركبة. وتوصلت إلى أن بيانات حجم الخسارة لخطر الحريق يتبع التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي، بينما عدد الخسائر يتبع توزيع بواسون في حين أنه في تأمين السيارات كانت بيانات حجم الخسارة تتبع توزيع جاما، وعدد الخسائر يتبع توزيع ذي الحدين السالب ثم بعد ذلك تم حساب العزوم المركزية الأربعة حول المتوسط، كذلك العزوم المركبة والناتجة من دمج المتغيرات المتقطعة مع المتغيرات المستمرة. وكان سعر التأمين التجاري لأخطار الحريق مع السيارات (0.0012) وهو أقل من مجموع سعرى التأمين التجاري لكل خطر على حدة حيث الحريق (0.001) والسيارات (0.002).

وقد قدمت دراسة البلقينى وآخرون (2018) نموذج كمي لتسعير الأخطار التجميعية أو المركبة والتي تعتمد في حسابها على كل من معدل تكرار الخسارة ومتوسط قيمة الخسارة وذلك عن طريق دراسة وتحليل النماذج الاحتمالية المركبة التي يمكن أن تستخدم في تحليل ونمذجة وتسعير هذه الأخطار المركبة بالتطبيق على أخطار نقل البضائع بالهيئة القومية لسكك حديد مصر.

ب) دراسات تناولت التأمين البحري:

دراسة الديب (1986) استهدفت الدراسة دراسة العوامل المؤثرة في ارتفاع معدل الخسارة في تأمين أجسام السفن عن العمليات المباشرة في السوق المصري واقتراح بعض الوسائل للحد منها وتقليلها. وتشير نتائج الدراسة إلى أن متوسط عدد الحوادث خلال فترة الدراسة حوالي 293 حادث وتمثل حوادث التصادم النسبة الأكبر منها بنسبة 58.48%، يليها التلفيات ثم عطل أو تلف أو كسر الماكينات ثم حوادث الغرق. وتشير النتائج أيضاً إلى عدم خلو أي سنة من سنوات الدراسة من مخصص التعويضات تحت التسوية وهذا يدل على طول الفترة التي تستغرقها تسوية خسائر أجسام السفن

دراسة حافظ (2015) استهدفت الدراسة ترشيد سياسات الاكتتاب والتسعير في التأمين البحري بضائع باستخدام الأساليب الكمية. والمقارنة بين الأسعار المقترحة والسعر الفعلي المطبق في سوق التأمين. وقد توصلت الدراسة إلى أن عمليات إعادة التأمين الواردة محلياً ومن الخارج قد أدت الي زيادة معدلات الخسارة الإجمالية لفرع التأمين البحري بضائع بمتوسط بلغ 12.6% سنوياً خلال فترة الدراسة.

دراسة عثمان (2017) استهدفت التوصل الى نموذج كمي يمكن أن يستخدم في تسعير تأمين الفنادق والمطاعم النيلية العائمة في مصر بناء على بيانات فعلية للخسائر في هذا النوع من التأمين وكذلك تسعير اتفاقيات إعادة التأمين اللانسبية حيث تم توفيق توزيع احتمالي لعدد المطالبات وتوفيق توزيع احتمالي لقيمة المطالبة وباستخدام العزوم تم توفيق توزيع احتمالي لمجموع قيم المطالبات ومن ثم حساب سعر التأمين واحتمال الدمار.

ومن استطلاع الدراسات السابقة نجد أن هناك ندرة في الدراسات التي تناولت التأمين البحري بصفة عامة، والأساليب المستخدمة في التسعير للوحدات بصفة خاصة في السوق

المصري. وبالتالي فإن هناك فجوة بحثية تطبيقية تتمثل في عدم وجود سعر تأمين يعتمد على الخبرة المحلية لسوق التأمين المصري لخطر الوحدات البحرية " اللنشات".

(3) مشكلة الدراسة:

من خلال الدراسة الاستطلاعية التي تم القيام بها بشأن طريقة تسعير وثائق التأمين البحري بصفة عامة، واللنشات على وجه الخصوص، لوحظ أن سوق التأمين المصري إما أنه يعتمد على سعر معيد التأمين الخارجي أو على الخبرة الشخصية دون وجود أساس علمي نظري واضح لعملية التسعير. وبالتالي نكون في حاجة الي وضع سعر لهذه التغطية التأمينية وفقاً لخبرة سوق التأمين المصري وبما يتناسب مع درجة الخطورة الخاصة بها.

(4) أهداف الدراسة:

يستهدف البحث بصفة أساسية الوصول إلى سعر التأمين الذي تتوافر فيه العدالة والكفاية، بوضع نموذج تسعير مناسب في ضوء خبرة سوق التأمين المصري، من خلاله يتم تقدير عدد الحوادث وحجم المطالبات في فرع تأمين أجسام السفن " اللنشات" من خلال الأهداف الفرعية الآتية:

1- تحديد التوزيع الاحتمالي النظري المناسب لعدد الحوادث.

2- تحديد التوزيع الاحتمالي النظري المناسب لحجم المطالبات.

3- استخدام طريقة العزوم للوصول الى توزيع اجمالي مركب لقيم المطالبات.

(5) أهمية الدراسة:

1) من الناحية الأكاديمية:

سد الفجوة البحثية المتعلقة بصياغة نموذج تسعير لوحدات أجسام السفن في السوق المصري " اللنشات".

2) من الناحية التطبيقية:

أ- بالنسبة للمومن لهم: تحديد سعر تأميني مناسب يوفر الحماية والطمأنينة لأصحاب الوحدات البحرية ويساعدهم في أداء عملهم دون خوف من التعرض للمسألة عن الأضرار المادية أو المعنوية. هذا بالإضافة إلى تحقيق نوع من العدالة بين المؤمن لهم حسب وحداتهم ودرجات خطورتها.

ب-بالنسبة لشركات التأمين: توفر الدراسة لمكتتبي التأمين البحري فرع أجسام السفن أساس علمي يعتمد عليه عند الاكتتاب والتسعير، وينعكس التقدير الدقيق لسعر التأمين على نتائج فرع أجسام السفن بما يساعد على الاحتفاظ برأس المال وعدم هروبه إلى صناعات أخرى لها نفس مستويات الخطورة.

(6) حدود الدراسة:

سوف تشمل الدراسة فرع أجسام السفن بالسوق المصري بالتطبيق على اللنشات لشركتين تأمين تعملان في السوق المصري وذلك خلال الفترة من عام 2013 إلى عام 2020.

(7) البيانات ومصادر الحصول عليها:

سعياً نحو تحقيق أهداف الدراسة تم الاعتماد على البيانات التالية:

أولاً: البيانات الثانوية:

تتمثل أهم مصادر البيانات الثانوية في:

أ- إحصاءات الهيئة العامة للرقابة المالية.

ب-إحصاءات الاتحاد الدولي للتأمين البحري.

ثانياً: البيانات الأولية:

البيانات المستمدة من سجلات وملفات الإصدار والتعويضات مثل الأقساط ومبالغ التأمين وعدد المطالبات وقيم المطالبات ونوع الحادث ونوع السفينة.

(8) منهجية الدراسة:

تم استخدام التوزيعات الاحتمالية المركبة من خلال دمج التوزيع الاحتمالي المنفصل لعدد المطالبات والتوزيع الاحتمالي المتصل لقيم المطالبات وسيتم اختبار التوزيعات المنفصلة: بواسون، وثنائي الحدين السالب وأيضاً التوزيعات المتصلة: جاما والأسى السالب واللوغاريتمي الطبيعي وباريتو. واستخدام العزوم المركبة للتوزيعين المتقطع والمستمر للوصول إلى دالة قيم المطالبات الإجمالية.

(9) متغيرات الدراسة:

يتمثل المتغير العشوائي محل الدراسة في إجمالي قيم المطالبات والذي يتكون من متغيرين عشوائيين هما:

1- عدد المطالبات Loss Frequency.

2- قيم المطالبات Loss Severity.

(10) التأمين البحري أجسام سفن في مصر:

يمثل النقل البحري أحد أهم العناصر التي أدت إلى زيادة التبادل التجاري بين الدول مقارنة ببعض وسائل النقل الأخرى (الجوي – البري) وهو ما أدى إلى تطور صناعة السفن والصناعات المصاحبة لها، بحيث أصبحت أكثر قدرة على نقل الكميات المتداولة حالياً من البضائع بالإضافة إلى العنصر البشرى، ويمكن تقسيم الوحدات البحرية حسب نطاق عملها إلى الديب (1986):

أ- وحدات تعمل في أعالي البحار ومنها:

1- سفن نقل البضائع

2- سفن نقل الركاب

3- سفن الصيد

4- سفن الإنقاذ

ب-وحدات تعمل في المياه الساحلية والداخلية ومنها:

1- اللنشات

2- مراكب صيد السمك

3- العبارات

4- اليخوت

5- الفنادق والمطاعم العائمة

ج- وحدات تعمل في الموانئ ومنها:

1- القاطرات

2- سفن الإمداد والتموين.

وهذه الوحدات تتعرض للأخطار الديب (1986):

أ- التي تحدث بسبب البحر ومنها (الغرق – الجنوح – التصادم).

ب-عوامل أخرى لها علاقة بالملاحة البحرية (القرصنة – الحريق – خيانة الربان)

هذا بالإضافة إلى أنه نتيجة لاختلاف طبيعة عمل الوحدات البحرية فهناك العديد من الأخطار التي قد تصاحب كل نوع من هذه الوحدات.

ويترتب على تحقق الأخطار البحرية خسائر تختلف باختلاف الظروف والعوامل المحيطة بالخطر، ومع التطور في صناعة السفن وارتفاع القيمة المالية لها تزداد حجم التعويضات المسددة نتيجة تحقق الخسارة في تأمين أجسام السفن، وهو ما يؤثر على الاحتياطيات والتي يجب أن تكون في مستوى مناسب لمجابهة الخسائر المتوقعة. وفيما يلي جدول يوضح نسبة التعويضات إلى الأقساط في فرع تأمين أجسام السفن في السوق المصري.

جدول رقم (1)

معدل التعويض في فرع أجسام السفن خلال الفترة من 2007/2008 حتى 2019/2020

القيمة بالألف جنيه

معدل التعويض %	التعويضات	الأقساط	السنة
63.58	22928	36059	2007/2008
58.59	22991	39241	2008/2009
39.15	15597	39843	2009/2010
63.83	19353	30318	2010/2011
36.38	11588	31854	2011/2012
34.31	11188	32608	2012/2013
52.94	20308	38358	2013/2014
25.05	18591	74203	2014/2015
20.24	22589	111620	2015/2016
31.88	49590	155555	2016/2017
40.82	68335	167421	2017/2018
31.14	62496	200713	2018/2019
34.85	61238	175700	2019/2020

المصدر: إعداد الباحث بالاعتماد على الكتاب الإحصائي السنوي لسوق التأمين أعداد مختلفة.

ومن الجدول يتضح أنه خلال عامي 2007/2008 ، 2010/2011 زادت النسبة عن 60% في حين وصلت إلى 20% عام 2016/2015 وهو ما يوضح مدى التذبذب في نسبة التعويضات إلى الأقساط والتي يرجعها الباحث إلى عدم وجود أساس علمي لعملية التسعير لأنها أسعار تنافسية ما بين الشركات ، فبعد تعديل قانون رقم 10 لسنة 1981 وصدور قانون رقم 91 لسنة 1995 انخفضت هذه الأسعار إلى أن وصلت إلى 0,15% بعد أن كان الحد الأدنى 1%(عثمان، 2017) .وذلك نتيجة لتحرير أسعار التأمين وقيام شركات التأمين بالتسعير وفقاً لخبرتها ، وهو ما يؤثر بصورة مباشرة على عمليات التأمين في السوق المصري ، الأمر الذى أدى إلى انسحاب بعض الشركات وإيقاف نشاط الاكتتاب في هذا الفرع نتيجة للخسائر المتحققة.

(11) الدراسة التطبيقية:

لتحديد سعر التأمين يجب أولاً تحديد تكلفة الخطر والتي تمثل متوسط الخسارة لوحدة الخطر والمعطاة بالمعادلة سليمان (2016):

$$\text{تكلفة الخطر} = \frac{\text{إجمالى قيمة الخسائر}}{\text{عدد وحدات الخطر الكلية}}$$

$$= \frac{\text{عدد الحوادث}}{\text{عدد وحدات الخطر الكلية}} \times \frac{\text{إجمالى قيمة الخسائر}}{\text{عدد الحوادث}}$$

= توقع عدد الحوادث لوحدة الخطر × توقع الخسارة للحادث الواحد

وتستهدف الدراسة الحالية استخدام طريقة العزوم للوصول الى التوزيع الإجمالي لمجموع المطالبات وهو توزيع احتمالي مركب يدمج ما بين التوزيع الاحتمالي المنفصل لعدد المطالبات والتوزيع الاحتمالي المتصل لقيم المطالبات من خلال إيجاد العزوم الأربعة الأولى لكلا التوزيعين ودمجهم للوصول للتوزيع الإجمالي لمجموع المطالبات.

(1/11) تحديد التوزيع الاحتمالي الأمثل لعدد الحوادث

تعتمد هذه الدراسة على البيانات التي تم جمعها من شركتين تأمين تعملان في السوق المصري حيث تم الحصول على البيانات المتعلقة بعدد الوحدات وعدد الحوادث وحجم

المطالبات ومبالغ التأمين عن الفترة ما بين عام 2013 الى عام 2020، والجدول التالي يوضح عدد الحوادث لكل وحدة من الوحدات محل الدراسة:

جدول رقم (2)

التوزيع التكراري لعدد الوحدات وفقاً لعدد الحوادث لفرع أجسام السفن "اللنشات" خلال الفترة 2013: 2020

عدد الوحدات	عدد الحوادث
3108	**0**
63	**1**
4	**2**
5	**3**
1	**4**
3181	**الإجمالي**

المصدر: اعداد الباحث بالاعتماد على بيانات الشركتين محل الدراسة خلال فترة الدراسة 2013 : 2020.

وبحساب معالم التوزيع الفعلي للبيانات السابقة نجد أن توقع عدد الحوادث هو 0.0282929896259038 وتباينه هو 0.0432108239338789 .

جودة التوفيق للتوزيع الاحتمالي لعدد الحوادث.

ولتحديد التوزيع الاحتمالي المناسب سوف نقوم باختبار مدى ملائمة البيانات السابقة في الجدول لأشهر التوزيعات الاحتمالية المتقطعة المستخدمة في هذا الشأن وهما توزيع بواسون وتوزيع ثنائي الحدين السالب (سالم، 2015):

أولاً: توزيع بواسون The Poisson Distribution

يعد توزيع بواسون من أهم التوزيعات الاحتمالية المنفصلة الشائع استخدامه في مجال التأمين حيث إن قيم المتغير العشوائي البواسونى تمثل أرقام صحيحة غير سالبة، لذا فعدد الحوادث أو عدد المطالبات والتي تمثل ظاهرة عشوائية يمكن التعبير عنها من خلال توزيع بواسون. وهذا التوزيع له العديد من الاستخدامات كما في الحالات نادرة الوقوع حيث تكون فرصة نجاح الحدث صغيرة وحجم العينة كبير كما في مجال ضبط الجودة للوحدات المعيبة في الإنتاج ويستخدم في الأحداث التي تقع وفقاً لمعدلات زمنية، والمتغير العشوائي المتقطع

له توزيع بواسونى $x \sim P(\boldsymbol{\lambda})$ أي أن دالة الاحتمال Probability mass function معطاه بالعلاقة:

$$P(x) = P(\,x\,;\,\lambda) = \frac{e^{-\lambda}\ \lambda^{x}}{x!} \qquad ; \quad \lambda > 0\ , \qquad x = 0,1,2,\ldots$$

وتساوى الصفر بخلاف ذلك.

حيث:

$\boldsymbol{\lambda}$ = متوسط التوزيع

$\boldsymbol{x}$ = متغير عشوائي يأخذ القيم الصحيحة من صفر فيما أكبر

ومن المعروف أن أهم خصائص توزيع بواسون تتمثل في (Johnson et al.,2005):

- التوقع الرياضي (متوسط التوزيع) يعطى من العلاقة:

$$Mean = \mu = \mathrm{E(x)} = \boldsymbol{\lambda}$$

- التباين يعطى من العلاقة:

$$Variance = \sigma^2 = V(x) = \ \lambda$$

- الالتواء يعطى من العلاقة

$$\text{Coefficient of } Skewness = \beta_1 = \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$$

- التفرطح يعطى من العلاقة

$$\text{Coefficient of } Kurtosis = \beta_2 = \frac{1}{\lambda} + 3$$

- الدالة المولدة للعزوم تعطى من العلاقة:

$$\mu_x(t) = \boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{1}-\boldsymbol{e}^{\boldsymbol{t}})}$$

- الدالة المولدة للاحتمالات تعطى من العلاقة:

$$G(t) = \boldsymbol{e}^{-\boldsymbol{\lambda}(\mathbf{1}-\boldsymbol{t})}$$

حساب الاحتمالات النظرية لعدد الحوادث:

لحساب الاحتمالات النظرية لعدد الحوادث للتأمين البحري أجسام سفن " اللنشات" يجب أولاً الحصول على معالم التوزيع. وهذا التوزيع بمعلمة واحدة λ، ويتم الحصول عليها من خلال مساواة λ مع متوسط التوزيع الفعلي كما يلي:

$$Mean = \mu = \sigma^2 = \lambda = 0.02829299$$

ويمكن إيجاد الاحتمالات بالتعويض في معادلة التوزيع

$$P(x=0) = \frac{e^{-0.02829299} \times 0.02829299^0}{0!} = 0.972103509$$

$$P(x=1) = \frac{e^{-0.02829299} \times 0.02829299^1}{1!} = 0.027503714$$

$$P(x=2) = \frac{e^{-0.02829299} \times 0.02829299^2}{2!} = 0.000389081$$

$$P(x=3) = \frac{e^{-0.02829299} \times 0.02829299^3}{3!} = 3.66942\text{E}-06$$

$$P(x=4) = \frac{e^{-0.02829299} \times 0.02829299^4}{4!} = 2.59547\text{E}-08$$

ويلي ذلك اختبار الفروض الإحصائية لجودة التوفيق Goodness of fit من خلال مقارنة التوزيع الفعلي بالتوزيع النظري باستخدام اختبار كولومجروف سميرنوف حيث يتم إيجاد أكبر فرق مطلق بين الاحتمال الفعلي المتجمع والاحتمال النظري المتجمع ثم مقارنته بقيمة كولومجروف الجدولية:

الفرض العدمي: بيانات عدد المطالبات في التأمين البحري (أجسام سفن – اللنشات) في مصر تتبع توزيع بواسون.

الفرض البديل: بيانات عدد المطالبات في التأمين البحري (أجسام سفن – اللنشات) في مصر لا تتبع توزيع بواسون.

ومما هو جدير بالذكر أن الفرض العدمي يعنى أن دالة الاحتمال التجميعي للتوزيع المشاهد لعدد مطالبات أجسام السفن " اللنشات" تتفق مع دالة الاحتمال التجميعي للتوزيع النظري" بواسون" لعدد مطالبات أجسام السفن " اللنشات.

جدول رقم (3)

اختبار (K–S) لجودة التوفيق لتوزيع بواسون لعدد المطالبات في فرع أجسام السفن"اللنشات"

الفرق المطلق	الاحتمال النظري المتجمع	الاحتمال الفعلي المتجمع	x_i
0.004947733	**0.972103509**	**0.977051242**	**0**
0.002750889	**0.999607223**	**0.996856334**	**1**
0.001882504	**0.999996304**	**0.998113801**	**2**
0.00031434	**0.999999974**	**0.999685633**	**3**
1.47563E−10	**1**	**1**	**4**

المصدر : اعداد الباحث

من خلال الجدول السابق يتضح أن أكبر فرق مطلق بين الاحتمال النظري المتجمع والاحتمال الفعلي المتجمع هو 0.004947733 وهي تمثل القيمة المحسوبة لاختبار كولومجروف سميرنوف والتي يتم مقارنتها بقيمة كولومجروف الجدولية حيث α=0.05 و n=3181. و القيمة الجدولية هي:

$$\frac{1.36}{\sqrt{3181}} = 0.02411332357$$

وحيث أن قيمة كولومجروف الجدولية *0.02411* أكبر من القيمة المحسوبة *0.00494* فلا نستطيع رفض الفرض العدمي أي أن التوزيع السابق يتبع توزيع بواسون.

ثانياً: توزيع ثنائي الحدين السالب Negative Binomial Distribution:

ويسمى أيضاً بتوزيع باسكال ويتم استخدامه إذا كانت نتائج التجربة اما نجاح باحتمال p أو فشل باحتمال q=1−p حيث اجراء التجربة عدد x من المرات حتى يتم الحصول على عدد معين من مرات النجاح، ويمثل هذا التوزيع أحد التوزيعات المتقطعة التي تستخدم بكثرة في قطاع التأمين لتوفيق بيانات عدد المطالبات وخاصة عندما تكون الأخطار غير متجانسة (Hossack et al., 1999)، والمتغير العشوائي المتقطع له توزيع ثنائي الحدين السالب $x\sim nb(\boldsymbol{r},\boldsymbol{p})$ إذا كانت دالة الاحتمال Probability mass function معطاه بالعلاقة غيطان (2004 ب):

$$\boldsymbol{f(x) = P(X = x)) = \binom{x+r-1}{r} p^r (q)^x} \qquad ; \quad \boldsymbol{x = 0, 1, 2, \ldots}$$

وتساوى الصفر بخلاف ذلك.

حيث: $p\,,q$ = هما معلمتا التوزيع و q = 1−p

$\boldsymbol{x}$ = متغير عشوائي يعبر عن رقم المحاولة التي يتم فيها حدوث النجاح رقم r

حيث أن r عدد صحيح موجب .

ومن المعروف أن أهم خصائص توزيع ثنائي الحدين السالب تتمثل في Johnson et al., (2005) :

- التوقع الرياضي (متوسط التوزيع) يعطى من العلاقة:

$$Mean = \mu = E(x) = \frac{rq}{p} = \frac{r(1-p)}{p}$$

- التباين يعطى من العلاقة:

$$Variance = \sigma^2 = V(x) = \frac{rq}{p^2} = \frac{r(1-p)}{p^2}$$

- الالتواء يعطى من العلاقة

$$\text{Coefficient of } Skewness = \beta_1 = \frac{2-p}{\sqrt{rq}} = \frac{2-p}{\sqrt{r(1-p)}}$$

- التفرطح يعطى من العلاقة

$$\text{Coefficient of } Kurtosis = \beta_2 = 3 + \frac{6}{r} + \frac{p^2}{r(1-p)}$$

- الدالة المولدة للعزوم تعطى من العلاقة:

$$\mu_x(t) = \frac{p^r}{(1 - e^t\, q)^r}$$

- الدالة المولدة للاحتمالات تعطى من العلاقة:

$$G(t) = \frac{p^r}{(1 - t\, q)^r}$$

حساب الاحتمالات النظرية لعدد الحوادث

ولحساب الاحتمالات النظرية لعدد الحوادث يتم أولاً إيجاد معالم توزيع ثنائي الحدين السالب من خلال معادلة متوسط وتباين التوزيع الفعلي مع متوسط وتباين توزيع ثنائي الحدين

السالب حيث أن توزيع ثنائي الحدين السالب بمعلمتين $\boldsymbol{r,p}$ وعليه فإن معالم التوزيع تكون على الشكل الآتي:

$$Mean = \mu = \frac{rq}{p} = 0.0282929896259038 \qquad \dots (1)$$

$$variance = \sigma^2 = \frac{rq}{p^2} = 0.0432108239338789 \qquad \dots (2)$$

وبقسمة المعادلة رقم (1) على المعادلة رقم (2):

$$\frac{rq}{p} \times \frac{p^2}{rq} = \frac{Mean}{variance} = \frac{0.0282929896259038}{0.0432108239338789}$$

$$p = 0.654766261092306$$

$$\because q = 1 - p \quad \therefore\ q = 1 - 0.654766261 = 0.3452337389$$

وبالتعويض في المعادلة رقم (1)

$$Mean = \frac{r \times 0.3452337389}{0.654766261092306}$$

$$\therefore\ r = 0.0536601523683337$$

وبالنظر الى قيمة r نجد أنها لا تمثل عدد صحيح موجب وبالتالي لا يمكن توفيق البيانات إلى توزيع ثنائي الحدين السالب، وبالتالي فإن توزيع بواسون هو الأقرب إلى البيانات الفعلية.

(11/ 2) حساب العزوم الخاصة بتوزيع بواسون

ويمكن الحصول على المتوسط والتباين والعزم الثالث المركزي والعزم الرابع المركزي وفقاً للمعادلات عثمان (2017).

$$\mu = \lambda = 0.0282929896259038$$
$$\mu_2 = \lambda = 0.0282929896259038$$
$$\mu_3 = \lambda = 0.0282929896259038$$
$$\mu_4 = \lambda + 3\lambda^2 = 0.0306944694118183$$

والعزوم السابقة خاصة بوثيقة واحدة ولإيجاد العزوم الخاصة بجميع الوثائق نستخدم المعادلات الآتية أحمد (1990)، Aiuppa (1988).

$$N = \sum_{i=1}^{m} N_i$$

$$\mu_N = m\mu$$

$$\mu_2(N) = m\mu_2$$

$$\mu_3(N) = m\mu_3$$

$$\mu_4(N) = m(\mu_4 - 3{\mu_2}^2) + 3m^2{\mu_2}^2$$

وحيث أن m تمثل عدد الوحدات

$$\mu(N) = 3181 \times 0.0283 = 90$$

$$\mu_2(N) = 3181 \times 0.0283 = 90$$

$$\mu_3(N) = 3181 \times 0.0283 = 90$$

$$\mu_4(N) = 3181 \times (0.03069446941 - 3 \times (0.02829298962)^2) + 3 \times (3181)^2 \times (0.02829298962)^2 = 24390$$

(3/11) تحديد التوزيع الاحتمالي الأمثل لقيم المطالبات:

من أجل تحديد التوزيع المناسب سيتم اختبار مجموعة من التوزيعات المتصلة للمتغير العشوائي المتصل قيمة المطالبات والتوزيعات الأكثر تمثيلا لبيانات المطالبات بقطاع التأمين والتي تكون ملتوية جهة اليمين هي سالم (2015):

1- توزيع جاما
2- التوزيع الأسى السالب
3- التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي
4- توزيع باريتو

حيث سيتم استخدام البيانات التي تم الحصول عليها من شركتين تأمين تعملان في السوق المصري لتقدير معالم التوزيع الفعلي ومقارنتها بمعالم هذه التوزيعات النظرية لمعرفة أي منها أكثر ملائمة لبيانات أجسام السفن.

جدول رقم (4)

التوزيع التكراري لعدد المطالبات وفقا لفئات الخسارة في فرع أجسام السفن "اللنشات" خلال الفترة 2013: 2020

القيمة بالألف جنيه

عدد المطالبات	فئات الخسارة
54	**1- 100**
9	**100- 200**
5	**200- 300**
5	**300- 500**
2	**500- 1000**
10	**1000- 4000**
5	**13000- 20000**
90	**الإجمالي**

المصدر : سجلات التعويضات بشركات التأمين محل الدراسة

وبحساب معالم التوزيع الفعلي للبيانات السابقة نجد أن التوقع يساوي 1292.222222 والتباين يساوي 14178217.2839506

جودة التوفيق للتوزيع الاحتمالي لحجم المطالبات.

ولتحديد التوزيع الاحتمالي المناسب سوف نقوم باختبار مدى ملائمة البيانات السابقة في الجدول لأحد التوزيعات المتصلة الأتية:

أولاً: توزيع جاما Gamma Distribution

يعد توزيع جاما من أهم التوزيعات الاحتمالية الشائع استخدمها في القطاع التأميني، والمتغير العشوائي المتصل له توزيع جاما $x \sim \Gamma(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta})$ إذا كانت دالة الاحتمال Probability density function معطاه بالعلاقة:

$$f(x) = P(\, x\,;\, \alpha, \beta) = \frac{\beta^{\alpha}}{\Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1}\, e^{-\beta x} \quad ; \quad \alpha > 0\,, \quad x > 0$$

وتساوى الصفر بخلاف ذلك.

حيث: $(\alpha \text{ ، } \beta)$: تمثل معلمات توزيع جاما وهي قيم موجبة.

ومن المعروف أن خصائص توزيع جاما تتمثل في غيطان (2004 ب):

- التوقع الرياضي (متوسط التوزيع) يعطى من العلاقة:

$$Mean = \mu = E(x) = \frac{\alpha}{\beta}$$

- التباين يعطى من العلاقة:

$$Variance = \sigma^2 = V(x) = \frac{\alpha}{\beta^2}$$

- الالتواء يعطى من العلاقة

$$\text{Coefficient of } Skewness = \beta_1 = \frac{2}{\sqrt{\alpha}}$$

- التفرطح يعطى من العلاقة

$$\text{Coefficient of } Kurtosis = \beta_2 = 3 + \frac{6}{\alpha}$$

- الدالة المولدة للعزوم تعطى من العلاقة:

$$M(t) = \left(1 - \frac{t}{\beta}\right)^{-\alpha} \qquad ; \quad \beta > t$$

حساب التكرارات النظرية لقيم المطالبات:

لحساب التكرارات النظرية لقيم المطالبات للتأمين البحري أجسام السفن " اللنشات" يتم أولاً إيجاد معالم توزيع جاما من خلال معادلة متوسط وتباين التوزيع الفعلي مع متوسط وتباين توزيع جاما

$$Mean = \mu = \frac{\alpha}{\beta} = 1292.222222$$

$$Variance = \sigma^2 = V(x) = \frac{\alpha}{\beta^2} = 14178217.2839506$$

وبقسمة المعادلة الأولى على المعادلة الثانية

$$\frac{\alpha}{\beta} \div \frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{1292.222222}{14178217.2839506}$$

$$\beta = \frac{1292.222222}{14178217.2839506} = 9.11414E - 05$$

$$\alpha = \beta \times 1292.222222 = 0.11777491$$

ويمكن إيجاد الاحتمالات بالتعويض في معادلة التوزيع أو باستخدام برنامج SPSS من المعادلة الآتية:

```
COMPUTE y=CDF.GAMMA(x,0.117774910495634,0.0000911413752760712).
EXECUTE
```

$P(X \leq 100) = 0.60830636725005$
$P(X \leq 200) = 0.65941904088081$
$P(X \leq 300) = 0.69101511463993$
$P(X \leq 500) = 0.73247763643839$
$P(X \leq 1000) = 0.79108290290075$
$P(X \leq 4000) = 0.90729276417341$
$P(X \leq 20000) = 0.99129842920674 \cong 1$

ويلي ذلك اختبار الفروض الإحصائية لجودة التوفيق Goodness of fit من خلال مقارنة التوزيع الفعلي المتجمع بالتوزيع النظري المتجمع باستخدام اختبار كولومجروف سميرنوف حيث يتم إيجاد أكبر فرق مطلق بين الاحتمالين ثم مقارنته بقيمة كولومجروف الجدولية:

الفرض العدمي: بيانات قيم المطالبات في التأمين البحري (أجسام سفن – اللنشات) في مصر تتبع توزيع جاما.

الفرض البديل: بيانات قيم المطالبات في التأمين البحري (أجسام سفن – اللنشات) في مصر لا تتبع توزيع جاما.

ومما هو جدير بالذكر أن الفرض العدمي يعنى أن دالة الاحتمال التجميعي للتوزيع المشاهد لقيم مطالبات أجسام السفن " اللنشات" تتفق مع دالة الاحتمال التجميعي للتوزيع النظري" جاما" لقيم مطالبات أجسام السفن " اللنشات".

جدول (5)

اختبار (K-S) لجودة التوفيق لتوزيع جاما لقيم المطالبات في فرع أجسام السفن"اللنشات"

الفئات	الاحتمال النظري التجميعي	الاحتمال الفعلي التجميعي	الفرق المطلق
1- 100	0.608306367	0.6	0.008306
100- 200	0.659419041	0.7	0.040581
200- 300	0.691015115	0.755555556	0.06454
300- 500	0.732477636	0.811111111	0.078633
500- 1000	0.791082903	0.833333333	0.04225
1000- 4000	0.907292764	0.944444444	0.037152
13000- 20000	1	1	0

المصدر: اعداد الباحث

من خلال الجدول السابق يتضح أن أكبر فرق مطلق بين الاحتمال النظري المتجمع والاحتمال الفعلي المتجمع هو 0.078633475 وهي تمثل القيمة المحسوبة لاختبار كولومجروف سميرنوف والتي يتم مقارنتها بقيمة كولومجروف الجدولية حيث $\alpha=0.05$ و $n=90$

فتصبح القيمة الجدولية:

$$\frac{1.36}{\sqrt{90}} = 0.143356587$$

وحيث أن قيمة كولومجروف الجدولية0.143356587 أكبر من القيمة المحسوبة 0.078633475 فلا نستطيع رفض الفرض العدمي والذي مفاده أن البيانات تتبع توزيع جاما.

ثانياً: توزيع الأسى السالب The Negative Exponential Distribution

يعد التوزيع الأسى السالب حالة خاصة لتوزيع جاما عندما $(\boldsymbol{\alpha} = 1)$، والمتغير العشوائي المتصل له توزيع أسى سالب $x \sim EXP(\boldsymbol{\lambda})$ إذا كانت دالة الاحتمال Probability density function معطاه بالعلاقة:

$$\boldsymbol{f(x) = P(\,x\,;\,\lambda) = \lambda e^{-\lambda x}} \qquad ; \quad \boldsymbol{\lambda > 0}\,, \qquad \boldsymbol{x > 0}$$

وتساوى الصفر بخلاف ذلك.

حيث: $\boldsymbol{\lambda}$= تمثل معلمه التوزيع

ومن المعروف أن خصائص توزيع الأسى السالب تتمثل في Krishnamoorthy (2016):

- التوقع الرياضي (متوسط التوزيع) يعطى من العلاقة:

$$Mean = \mu = \mathrm{E(x)} = \frac{1}{\lambda}$$

- التباين يعطى من العلاقة:

$$Variance = \sigma^2 = V(x) = \frac{1}{\lambda^2}$$

- الالتواء يعطى من العلاقة

$$\text{Coefficient of} Skewness = \beta_1 = 2$$

- التفرطح يعطى من العلاقة

$$\text{Coefficient of } Kurtosis = \beta_2 = 9$$

- الدالة المولدة للعزوم تعطى من العلاقة:

$$M(t) = \frac{\lambda}{\lambda - t} \qquad ; \quad \lambda > t$$

- دالة الاحتمال التراكمي (الدالة التوزيعية) تعطى من العلاقة:

$$F(X) = 1 - \boldsymbol{e}^{-\lambda x} \quad ; \quad \lambda > 0 \ , \ x > 0$$

حساب التكرارات النظرية لقيم المطالبات:

لحساب التكرارات النظرية لقيم المطالبات للتأمين البحري أجسام السفن " اللنشات" يتم أولاً إيجاد معالم التوزيع الأسى السالب من خلال معادلة متوسط التوزيع الفعلي مع متوسط التوزيع الأسى السالب $\frac{1}{\lambda}$ حيث أن التوزيع الاسى السالب بمعلمة واحدة λ وعليه فإن معلمة التوزيع تكون على الشكل الآتي:

$$Mean = \mu = \frac{1}{\lambda}$$

$$\lambda = \frac{1}{1292.22222222222} = 0.000773860705073088$$

ويمكن إيجاد الاحتمالات بالتعويض في معادلة التوزيع

$$P(X \le 100) = 1 - e^{-0.0007738607 \times 100} = 0.074467536$$
$$P(X \le 200) = 1 - e^{-0.0007738607 \times 200} = 0.143389658$$
$$P(X \le 300) = 1 - e^{-0.0007738607 \times 300} = 0.20717932$$
$$P(X \le 500) = 1 - e^{-0.0007738607 \times 500} = 0.320861606$$
$$P(X \le 1000) = 1 - e^{-0.0007738607 \times 1000} = 0.538771042$$
$$P(X \le 4000) = 1 - e^{-0.0007738607 \times 4000} = 0.954745032$$
$$P(X \le 20000) = 1 - e^{-0.0007738607 \times 20000} = 0.99999981 \cong 1$$

ويلي ذلك اختبار الفروض الإحصائية لجودة التوفيق Goodness of fit من خلال مقارنة التوزيع الفعلي المتجمع بالتوزيع النظري المتجمع باستخدام اختبار كولومجروف سميرنوف حيث يتم إيجاد أكبر فرق مطلق بين الاحتمالين ثم مقارنته بقيمة كولومجروف الجدولية:

الفرض العدمي: بيانات قيم المطالبات في التأمين البحري (أجسام سفن – اللنشات) في مصر تتبع التوزيع الأسي السالب.

الفرض البديل: بيانات قيم المطالبات في التأمين البحري (أجسام سفن – اللنشات) في مصر لا تتبع التوزيع الأسي السالب.

ومما هو جدير بالذكر أن الفرض العدمي يعنى أن دالة الاحتمال التجميعي للتوزيع المشاهد لقيم مطالبات أجسام السفن " اللنشات" تتفق مع دالة الاحتمال التجميعي للتوزيع النظري" الأسي السالب " لقيم مطالبات أجسام السفن " اللنشات".

جدول (6)

اختبار (K-S) لجودة التوفيق للتوزيع الأسى السالب لقيم المطالبات في فرع أجسام السفن "اللنشات"

الفرق المطلق	الاحتمال الفعلي التجميعي	الاحتمال النظري التجميعي	الفئات
0.525532464	**0.6**	**0.074467536**	**1- 100**
0.556610342	**0.7**	**0.143389658**	**100- 200**
0.548376236	**0.755555556**	**0.20717932**	**200- 300**
0.490249505	**0.811111111**	**0.320861606**	**300- 500**
0.294562291	**0.833333333**	**0.538771042**	**500- 1000**
0.010300587	**0.944444444**	**0.954745032**	**1000- 4000**
0	**1**	**1**	**13000- 20000**

المصدر: اعداد الباحث

من خلال الجدول السابق يتضح أن أكبر فرق مطلق بين الاحتمال النظري المتجمع والاحتمال الفعلي المتجمع هو 0.556610342 وهي تمثل القيمة المحسوبة لاختبار كولومجروف سميرنوف والتي يتم مقارنتها بقيمة كولومجروف الجدولية حيث α=0.05 و n=90.

فتصبح القيمة الجدولية:

$$\frac{1.36}{\sqrt{90}} = 0.143356587$$

وحيث أن قيمة كولومجروف الجدولية0.143356587 أصغر من القيمة المحسوبة 0.556610342 فإنه يمكنا أن نرفض الفرض العدمي والذي مفاده أن البيانات تتبع التوزيع الأسى السالب.

ثالثاً: التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي The lognormal Distribution

يعد التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي من أهم التوزيعات الاحتمالية، والمتغير العشوائي المتصل له توزيع لوغاريتمي طبيعي $x \sim \text{logN.}\,(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\sigma^2})$ إذا كانت دالة الاحتمال Probability density function معطاه بالعلاقة:

$$f(x) = P(\,x\,;\ \mu, \sigma^2) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} exp \frac{-(ln\,x - \mu)^2}{2\sigma^2} \ \ ;\ \sigma > 0 \quad x > 0$$

وتساوى الصفر بخلاف ذلك.

حيث: μ ,σ^2= معلمات التوزيع

و خصائص التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي تتمثل في Krishnamoorthy (2016):

- التوقع الرياضي للتوزيع (متوسط التوزيع) يعطى من العلاقة:

$$Mean = \mu = E(x) = \boldsymbol{e^{\mu+\sigma^2/2}}$$

- التباين للتوزيع يعطى من العلاقة:

$$Variance = \sigma^2 = V(x) = e^{2\mu+\sigma^2}\left(e^{\sigma^2}-1\right)$$

- الالتواء للتوزيع يعطى من العلاقة

$$\text{Coefficient of } Skewness = \beta_1 = \left(e^{\sigma^2}+2\right) \times \sqrt{\left(e^{\sigma^2}-1\right)}$$

- التفرطح للتوزيع يعطى من العلاقة

$$\text{Coefficient of } Kurtosis = \beta_2 = e^{4\sigma^2} + 2e^{3\sigma^2} + 3e^{2\sigma^2} - 3$$

- العزوم حول الصفر تعطى من العلاقة:

$$\mu'_r = \boldsymbol{e}^{[\boldsymbol{r\mu+r^r\sigma^2}/2]}$$

حساب التكرارات النظرية لقيم المطالبات:

لحساب التكرارات النظرية لقيم المطالبات للتأمين البحري أجسام السفن " اللنشات" يتم أولاً إيجاد معالم التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي من خلال معادلة متوسط وتباين التوزيع الفعلي مع متوسط وتباين التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي

$$Mean = \mu = \boldsymbol{e^{\mu+\sigma^2/2}} = 1292.222222$$

$$Variance = \sigma^2 = V(x) = \boldsymbol{e^{2\mu+\sigma^2}\left(e^{\sigma^2}-1\right)} = 14178217.28$$

وبقسمة المعادلة الثانية على مربع المعادلة الأولى

$$\boldsymbol{e^{2\mu+\sigma^2}\left(e^{\sigma^2}-1\right)} \div \left(\boldsymbol{e^{\mu+\sigma^2/2}}\right)^{\boldsymbol{2}} = \frac{14178217.28}{1292.222222^{\,2}}$$

$$\boldsymbol{e^{2\mu+\sigma^2}\left(e^{\sigma^2}-1\right)} \div \boldsymbol{e^{2\mu+\sigma^2}} = \frac{14178217.28}{1292.222222^{\,2}}$$

$$\left(\boldsymbol{e^{\sigma^2}-1}\right) = \frac{14178217.28}{1292.222222^{\,2}}$$

$$\left(\boldsymbol{e^{\sigma^2}}\right) = \frac{14178217.28}{1292.222222^{\,2}} + 1$$

$$\therefore\ \sigma = 1.50010667504885 \quad \& \quad \mu = 6.03895864991344$$

ويمكن إيجاد الاحتمالات بالتعويض في معادلة التوزيع

$$P(X \leq 100) = 0.16853$$

$P(X \le 200) = 0.31207$
$P(X \le 300) = 0.41294$
$P(X \le 500) = 0.54776$
$P(X \le 1000) = 0.71904$
$P(X \le 4000) = 0.93319$
$P(X \le 20000) = 0.99506 \cong 1$

ويلي ذلك اختبار الفروض الإحصائية لجودة التوفيق Goodness of fit من خلال مقارنة التوزيع الفعلي المتجمع بالتوزيع النظري المتجمع باستخدام اختبار كولومجروف سميرنوف حيث يتم إيجاد أكبر فرق مطلق بين الاحتمالين ثم مقارنته بقيمة كولومجروف الجدولية:

الفرض العدمي: بيانات قيم المطالبات في التأمين البحري (أجسام سفن – اللنشات) في مصر تتبع التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي.

الفرض البديل: بيانات قيم المطالبات في التأمين البحري (أجسام سفن – اللنشات) في مصر لا تتبع التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي.

ومما هو جدير بالذكر أن الفرض العدمي يعنى أن دالة الاحتمال التجميعي للتوزيع المشاهد لقيم مطالبات أجسام السفن " اللنشات" تتفق مع دالة الاحتمال التجميعي للتوزيع النظري" اللوغاريتمي الطبيعي " لقيم مطالبات أجسام السفن " اللنشات".

جدول (7)

اختبار (K-S) لجودة التوفيق للتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي لقيم المطالبات في فرع أجسام السفن "اللنشات"

الفئات	لوغاريتم الحد الأعلى للفئة	الدرجة المعيارية	الاحتمال النظري التجميعي	الاحتمال الفعلي التجميعي	الفرق المطلق
1- 100	4.605170186	-0.96	0.16853	0.6	0.43147
100- 200	5.298317367	-0.49	0.31207	0.7	0.38793
200- 300	5.703782475	-0.22	0.41294	0.755555556	0.342615556
300- 500	6.214608098	0.12	0.54776	0.811111111	0.263351111
500- 1000	6.907755279	0.58	0.71904	0.833333333	0.114293333
1000- 4000	8.29404964	1.50	0.93319	0.944444444	0.011254444
13000- 20000	9.903487553	2.58	0.99506	1	0.00494

المصدر: اعداد الباحث

من خلال الجدول السابق يتضح أن أكبر فرق مطلق بين الاحتمال النظري المتجمع والاحتمال الفعلي المتجمع هو 0.43147 وهي تمثل القيمة المحسوبة لاختبار كولومجروف سميرنوف والتي يتم مقارنتها بقيمة كولومجروف الجدولية حيث α=0.05 و n=90.

فتصبح القيمة الجدولية:

$$\frac{1.36}{\sqrt{90}} = 0.143356587$$

وحيث أن قيمة كولومجروف الجدولية0.143356587 أصغر من القيمة المحسوبة 0.43147 فإنه يمكنا أن نرفض الفرض العدمي والذي مفاده أن البيانات تتبع التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي.

رابعاً: توزيع باريتو Pareto Distribution

يتم استخدام توزيع باريتو بصفة أساسية في مجال التأمينات العامة حيث يعتبر أداة أساسية في تقدير أقساط إعادة التأمين وتقدير حدود الاحتفاظ بالخطر(سالم،2015)، والمتغير العشوائي المتصل له توزيع باريتو $x \sim \mathrm{P}(\alpha,\beta)$ إذا كانت دالة الاحتمال Probability density function معطاه بالعلاقة:

$$f(x) = P(\,x\,;\;\alpha,\beta) = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\beta}{x}\right)^{\alpha+1} \qquad ; \quad x \geq \beta \quad ,\alpha > 0$$

وتساوى الصفر بخلاف ذلك.

حيث: α,β = معلمات التوزيع

وخصائص توزيع باريتو تتمثل في غيطان(2004ب):

- التوقع الرياضي (متوسط التوزيع) يعطى من العلاقة:

$$Mean = \mu = \mathrm{E(x)} = \frac{\alpha\beta}{\alpha-1} \quad ,\alpha > 1$$

- التباين يعطى من العلاقة:

$$Variance = \sigma^2 = V(x) = \frac{\alpha\beta^2}{\alpha-2} - \left(\frac{\alpha\beta}{\alpha-1}\right)^2 \quad , \quad \alpha > 2$$

- الالتواء يعطى من العلاقة

$$\text{Coefficient of } Skewness = \beta_1 = \frac{2(\alpha+1)}{\alpha-3}\sqrt{\frac{\alpha-2}{\alpha}} \quad , \quad \alpha > 3$$

- التفرطح يعطى من العلاقة

$$\text{Coefficient of } Kurtosis = \beta_2 = \frac{3(\alpha-2)(3\alpha^2+\alpha+2)}{\alpha(\alpha-3)(\alpha-4)} \, , \quad \alpha > 4$$

- الدالة المولدة للعزوم تعطى من العلاقة:

$$\mu_r' = \frac{\alpha\sigma^r}{\alpha-r} \qquad ; \quad \alpha > r$$

- دالة الاحتمال التراكمي (الدالة التوزيعية) تعطى من العلاقة:

$F(X) = 1 - (\frac{\alpha}{x})^{\alpha} \qquad ; \qquad \boldsymbol{x} \geq \beta$

حساب التكرارات النظرية لقيم المطالبات:

لحساب التكرارات النظرية لقيم المطالبات للتأمين البحري أجسام السفن " اللنشات" يتم أولاً إيجاد معالم توزيع باريتو من خلال معادلة متوسط وتباين التوزيع الفعلي مع متوسط وتباين توزيع باريتو

$$Mean = \mu = \frac{\alpha\beta}{\alpha - 1} = 1292.22222222222$$

$$Variance = \sigma^2 = V(x) = \frac{\alpha\beta^2}{\alpha - 2} - (\frac{\alpha\beta}{\alpha - 1})^2 = 14178217.28$$

وبقسمة المعادلة الثانية على مربع المعادلة الأولى:

$$\left[\frac{\alpha\beta^2}{\alpha - 2} - (\frac{\alpha\beta}{\alpha - 1})^2\right] \div (\frac{\alpha\beta}{\alpha - 1})^2 = \frac{14178217.28}{1292.222222^2}$$

$$\left[\frac{\alpha\beta^2}{\alpha - 2} \div (\frac{\alpha\beta}{\alpha - 1})^2\right] - 1 = 8.490772744$$

$$\left[\frac{\alpha\beta^2}{\alpha - 2} \times \frac{(\alpha - 1)^2}{\alpha^2\beta^2}\right] - 1 = 8.490772744$$

$$\left[\frac{(\alpha - 1)^2}{\alpha(\alpha - 2\ )}\right] - 1 = 8.490772744$$

$$\left[\frac{(\alpha - 1)^2 - (\alpha^2 - 2\alpha)}{\alpha^2 - 2\alpha}\right] = 8.490772744$$

$$\left[\frac{1}{\alpha^2 - 2\alpha}\right] = 8.490772744$$

$$8.490772744\alpha^2 - 16.98154549\alpha - 1 = 0$$

وباستخدام القانون العام لحل المعادلات التربيعية:

$$\alpha = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\therefore\ \alpha = 2.05724874603$$

ولإيجاد قيمة $\boldsymbol{\beta}$ يتم التعويض عن قيمة $\boldsymbol{\alpha}$ في المعادلة الأولى الخاصة بالمتوسط:

$$\beta = \frac{(\alpha - 1) \times 1292.222222}{\alpha}$$

$$\beta = \frac{1.057248746 \times\ 1292.222222}{2.057248746}$$

$\therefore\ \beta = 664.0909743$

وحيث أن قيمة بيتا أكبر من 100 وهو الحد الأعلى للفئة الأولى وهو ما لا يتوافق مش شرط توزيع باريتو بأن يكون $\boldsymbol{x > \beta}$ وبالتالي فإن هذا التوزيع لا يناسب البيانات الفعلية

وبالنظر الى نتائج جودة المطابقة لحجم المطالبات مع أحد التوزيعات المتصلة نجد أن توزيع جاما هو أكثر التوزيعات النظرية مطابقة للبيانات الدراسة وفيما يلي استخدام طريقة العزوم لحساب المعلمات الخاصة بالتوزيع.

(4/11) حساب العزوم الخاصة بتوزيع جاما

أولاً: حساب العزوم الأربعة حول الصفر باستخدام برنامج Mathcad

$$M(t) = \left(1 - \frac{t}{\beta}\right)^{-\alpha}$$

$$M'(t) = \frac{\alpha \times \left(-\frac{t}{\beta} + 1\right)^{-\alpha-1}}{\beta}$$

$$M''(t) = \frac{(\alpha^2 + \alpha) \times \left(-\frac{t}{\beta} + 1\right)^{-\alpha-2}}{\beta^2}$$

$$M'''(t) = \frac{(\alpha^3 + 3\alpha^2 + 2\alpha) \times \left(-\frac{t}{\beta} + 1\right)^{-\alpha-3}}{\beta^3}$$

$$M''''(t) = \frac{(\alpha^4 + 6\alpha^3 + 11\alpha^2 + 6\alpha) \times \left(-\frac{t}{\beta} + 1\right)^{-\alpha-4}}{\beta^4}$$

وبالتعويض عن قيمة t=0 نحصل على المعادلات الآتية:

$$\mu_1'(x) = \frac{\alpha}{\beta}$$

$$\mu_2'(x) = \frac{\alpha(\alpha+1)}{\beta^2}$$

$$\mu_3'(x) = \frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)}{\beta^3}$$

$$\mu_4'(x) = \frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)(\alpha+3)}{\beta^4}$$

وبالتعويض عن قيمة α و β نحصل على العزوم الآتية حول الصفر:

$$\mu_1'(x) = 1292.222222$$
$$\mu_2'(x) = 15848055.56$$
$$\mu_3'(x) = 3.68248E + 11$$
$$\mu_4'(x) = 1.25971E + 16$$

ثانياً العزوم المركزية من الرتبة (r)وهي العزوم حول المتوسط ونحصل عليها من العلاقة

$$\mu_r = E(x - m)^r$$

وباستخدام العلاقة بين العزوم المركزية " حول المتوسط" والعزوم حول الصفر البلقيني وآخرون، (2018)؛(2005),.Johnson et al :

$$\mu_1(x) = zero$$
$$\mu_2(x) = \mu_2' - (\mu_1')^2$$
$$\mu_3(x) = \mu_3' - 3\mu_2'\mu_1' + 2(\mu_1')^3$$
$$\mu_4(x) = \mu_4' - 4\mu_3'\mu_1' + 6\mu_2'(\mu_1')^2 - 3(\mu_1')^4$$

وبالتعويض عن قيمة (r) و(p) و(q) نحصل على العزوم الآتية حول المتوسط:

$$\mu_1(x) = zero$$
$$\mu_2(x) = 14178217.28$$
$$\mu_3(x) = 3.11126E + 11$$
$$\mu_4(x) = 1.08441E + 16$$

(5/11) العزوم المركبة للتوزيعين المتقطع والمستمر

باستخدام عزوم توزيع ثنائي الحدين السالب وتوزيع جاما يمكن التعويض في المعادلات الآتية للوصول إلى دالة قيم المطالبات الإجمالية عثمان (2017):

$$M_1(S) = \mu(x) \times \mu(N)$$
$$M_2(S) = \left((\mu(x))^2 \times \mu_2(N)\right) + \left((\mu_2(x)) \times \mu(N)\right)$$
$$M_3(S) = \left((\mu(x))^3 \times \mu_3(N)\right) + \left((\mu_3(x)) \times \mu(N)\right) + 3\big(\mu(x)\big) \times \mu_2(N)\mu_2(x)$$
$$M_4(S) = \left((\mu(x))^4 \times \mu_4(N)\right) + \left((\mu_4(x)) \times \mu(N)\right) + \big(4\mu(x) \times \mu_3(x) \times \mu_2(N)\big) + 6((\mu(x))^2) \times \big(\mu_2(x)\big) \times \left[\big(\mu(N) \times \mu_2(N) + \mu_3(N)\big)\right] + 3\left(\big(\mu_2(x)\big)^2\right) \times [(\mu(N))^2 - \mu(N) + \mu_2(N)]$$

وبالتالي فإن قيم العزوم الإجمالية هي" القيم بالألف جنيه":

$$M_1(S) = 116299.9999$$
$$M_2(S) = 1426324999.999997 = 1.426 \times 10^9$$
$$M_3(S) = 33142305457461.51 = 3.314 \times 10^{13}$$
$$M_4(S) = 7236944909253874275.8981 = 7.237 \times 10^{18}$$

(6/11) حساب السعر الصافي

يتمثل السعر الصافي في العزم الأول لدالة اجمالي قيم المطالبات الإجمالية $M_1(S)$ على مجموع مبالغ التأمين وذلك قبل الأخذ في الحسبان انحرافات قيم المطالبات الفعلية عن المتوقعة وهو يساوى:

السعر الصافي الخام = $\frac{116299999}{15272312552} = 0.00761508767$

ويتم تحديد شكل التوزيع الخاص بدالة قيم المطالبات الإجمالية من خلال

1- حساب معاملي الالتواء والتفرطح

$$\beta_1 = \frac{(M_3(S))^2}{(M_2(S))^3} = \frac{1.09841E+27}{2.90172E+27} = 0.378538405284466$$
$$\beta_2 = \frac{M_4(S)}{(M_2(S))^2} = \frac{7.23694E+18}{2.0344E+18} = 3.55728186069538$$

2- حساب معامل بيرسون بالتعويض في المعادلة التفاضلية لكارل بيرسون

$$K = \frac{\beta_1(\beta_2+3)^2}{4[(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)(4\beta_2 - 3\beta_1)]}$$
$$K = \ -14.7624544457638$$

وحيث أن قيمة معامل بيرسون أقل من الصفر فإن البيانات في هذه الحالة قد تم توفيقها مع توزيع بيرسون من النوع الأول، ودالة كثافة الاحتمال pdf له تكون على الشكل الآتي:

$$y = F(x) = y_0\left(1+\frac{x}{a_1}\right)^{m_1}\left(1-\frac{x}{a_2}\right)^{m_2} \qquad ; -a_1 < x < a_2$$

وتكون نقطة الأصل عند المنوال.

ويتم حساب دالة كثافة الاحتمال كما يلي:

$$r = \frac{6(\beta_2 - \beta_1 - 1)}{3\beta_1 - 2\beta_2 + 6} = 620.9754$$

$$\varepsilon = \frac{r^2}{4 + \frac{1}{4}\beta_1 \frac{(r+2)^2}{r+1}} = 6115.965$$

$$b^2 = \frac{M_2(r+1)r^2}{\varepsilon} = 5.593E + 13 \qquad \therefore\ b = 7478900.89054$$

$$m_1' + m_2' = r = 620.9754$$

$$m_1' m_2' = \varepsilon = 6115.965$$

$$\therefore m_1' = 10.01033462624 \qquad \& \qquad m_2' = 610.96509092512$$

$$m_1 = m_1' - 1 = 9.01033462624$$

$$m_2 = m_2' - 1 = 609.96509092512$$

$$\frac{m_1}{a_1} = \frac{m_2}{a_2} \rightarrow\gg \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_1}{m_2}$$

$$\frac{a_1}{a_2} = 0.0147718857$$

$$a_1 + a_2 = b = 7478900.89054$$

$$\therefore a_1 = 108869.2650 \qquad \& \qquad a_2 = 7370031.625$$

ويتم حساب قيمة y_0 من المعادلة عثمان (2017):

$$y_0 = \frac{1}{a_1 + a_2} \times \frac{{m_1}^{m_1} \times {m_2}^{m_2}}{(m_1 + m_2)^{m_1 + m_2}} \times \frac{\Gamma(m_1 + m_2 + 2)}{\Gamma(m_1 + 1)\Gamma(m_2 + 1)}$$

$$y_0 = 0.000010996251472 = 1.1 \times 10^{-5}$$

وحيث أن نقطة الأصل عند منوال التوزيع

$$mode = \mu - 0.5 \times \frac{\mu_3(r+2)}{\mu_2(r-2)}$$

$$mode = 116299.99 - 0.5 \times (2.065E + 16/8.829E + 11) = 104606.844$$

وبالتالي فإن دالة كثافة الاحتمال الخاصة بتوزيع مجموع الخسائر السنوية:

$$y = 1.1 \times 10^{-5} \left(1 + \frac{x - 104606.844}{108869.2650}\right)^{9.010334} \left(1 - \frac{x - 104606.844}{7370031.625}\right)^{609.9411948}$$

ويمكنا هذا النموذج من الوصول الى القسط الصافي النهائي والسعر الصافي النهائي حيث يمثل القسط الصافي مضافاً اليه مخصص الانحرافات لقيم المطالبات، فعند مستوى معنوية 5% يمكن حساب القسط الذي تقع في حدوده 95% من مجموع قيم المطالبات كما يلي:

$$F(x) = \int_0^x 1.1 \times 10^{-5} \left(1 + \frac{x - 104606.844}{108869.2650}\right)^{9.010334} \left(1 - \frac{x - 104606.844}{7370031.625}\right)^{609.9411948} dx$$

وبحل المعادلة تكون قيمة المطالبات الاجمالية = 184400 ألف جنيه

$$\text{السعر الصافي النهائي} = \frac{\text{اجمالى المطالبات المتوقعة}}{\text{اجمالي مبالغ التأمين}} = \frac{184400000}{15272312552} = 0.01207413739$$

(7/11) حساب سعر التأمين بناء على البيانات الفعلية:

$$\text{السعر الصافي} = \frac{\text{اجمالى المطالبات الفعلية}}{\text{اجمالي مبالغ التأمين}} = \frac{108570222.9}{15272312552} = 0.0071089576336$$

ونود الإشارة هنا إلى أنه بمقارنة السعر التأميني الصافي في التأمين البحري أجسام سفن الفعلي الذي تستخدمه شركات التأمين والذي يبلغ 0.007 أقل من سعر التأمين الذي تم حسابه باستخدام التوزيعات الاحتمالية المركبة والذي يبلغ 0.012، يرى الباحثان أنه ليس هناك مشكلة حيث أن السعر الأخير تم تحديده بناء على أسس علمية ونظرية وليس بناء على الخبرة الشخصية كما انه تم تحديده من واقع نتائج هذه الوثيقة لأكثر من شركة تأمين مما يجعله هو السعر العام والأكثر مصداقية أو اعتمادية، أضف الى ذلك أن فترة الدراسة هي" 2013 – 2020" ثمان سنوات ولا بد من الأخذ في الاعتبار ظاهرة الدورات الإكتتابية والتي تعني الصعود والهبوط في نتائج الاكتتاب في أسواق التأمين بشكل دوري وهذا يرجع الي أحد وجهتي نظر، وجهة النظر الأولي: متعلقة بنظرية الاقتصاد الكلي *Macroeconomic Theory* والتي تري أن الدورة الإكتتابية ترجع الي أسباب عامة خارجية تتحدد خارج سوق التأمين، وبالتالي فهي خارج سيطرة شركات التأمين. ومن أمثلة هذه الأسباب: عدد حملة الوثائق، ومعدلات الفائدة، والدورات الاقتصادية العامة. ووجهة النظر الثانية: تعتمد في تحديد أسباب الدورات الإكتتابية على نظرية الاقتصاد الجزئي *Microeconomic Theory* حيث ترجع الدورات الإكتتابية إلى أسباب داخلية، مثل ظروف المنافسة السائدة في سوق التأمين، وطرق وأساليب التسعير، والمحددات الخاصة بالطاقة الاستيعابية. ومن الممكن أن تكون فترة الدراسة فترة رواج يحقق من خلالها سوق التأمين أرباح كبيرة وبالتالي يؤثر على سعر التأمين حيث تقوم شركات التأمين بتخفيض الشروط والقيود الإكتتابية في قبول الأخطار ومنها تخفيض الأسعار (سليمان، 2014).

(8/11) السعر التجاري

يتحدد القسط التجاري بإضافة العمولات والمصاريف الإدارية وهامش الربح الى القسط الصافي.

$$\text{السعر التجاري} = \frac{\text{سعر التأمين الصافى}}{1-\left(\text{نسبة المصروفات العمومية و الادارية و العمولات+نسبة هامش الربح}\right)}$$

$$\text{السعر التجاري} = \frac{0.01207413739}{1-\left(0.05 + 0.231875\right)} = 0.0168134202123586$$

(12) النتائج:

1- ان بيانات عدد المطالبات والتي تم الحصول عليها من سجلات ودفاتر شركات التأمين محل الدراسة تتبع توزيع بواسون بمعلمة:

$$\lambda = 0.02829299$$

2- ان بيانات حجم الخسائر تتبع توزيع جاما بمعالم:

$$\boldsymbol{\beta} = 9.11414E - 05$$

$$\boldsymbol{\alpha} = 0.11777491$$

3- بإيجاد العزوم المركزية الخاصة بالتوزيع المنفصل لعدد المطالبات والتوزيع المتصل لقيم المطالبات تم الوصول الى العزوم المركزية الأربعة حول المتوسط لمجموع قيم المطالبات وهي:

$$M_1(S) = 116299.9999$$
$$M_2(S) = 1.426 \times 10^9$$
$$M_3(S) = 3.314 \times 10^{13}$$
$$M_4(S) = 7.237 \times 10^{18}$$

4- إن قيمة معامل بيرسون تساوى -14.7624544457638 وهي أقل من الصفر وبالتالي فإن التوزيع المركب يكون من النوع الأول لمنحنيات بيرسون وتم التوصل الى شكل النموذج الذي يمكن من خلاله التنبؤ بأجمالي قيم المطالبات وهو على الشكل التالي:

$$F(x) = \int_0^x 1.1 \times 10^{-5} \left(1 + \frac{x - 104606.844}{108869.2650}\right)^{9.010334} \left(1 - \frac{x - 104606.844}{7370031.625}\right)^{609.9411948} dx$$

5- سعر التأمين الصافي يساوى 0.0120741373

6- سعر التأمين التجاري يساوى 0.0168134202123586

7- ان سعر تأمين أجسام السفن " اللنشات " المطبق في السوق المصري أقل من السعر العادل.

(13) التوصيات:

1. على شركات التأمين استخدام النماذج الكمية كالتوزيعات الاحتمالية المركبة في التسعير حيث إنها توفر سعر تأمين عادل.
2. على شركات التأمين العاملة في سوق التأمين المصري أن تقوم بتعديل سعر تأمين أجسام السفن " اللنشات" ليصبح *0.016813420212358* بدلاً من الأسعار السائدة في السوق حالياً والتي تتراوح ما بين *0.0077* و *0.0112*
3. ضرورة اجراء المزيد من الأبحاث التي يمكن ان تساعد متخذ القرار في مجال التنبؤ بأجمالي المطالبات في التأمين البحري بصفة عامة وتأمين أجسام السفن بصفة خاصة.

(14) المراجع:

1. أحمد، ممدوح حمزة. (1990). استخدام التوزيعات الاحتمالية في تسعير التأمين مع التطبيق على تأمين السطو/ محلات تجارية [رسالة دكتوراه غير منشورة]. جامعة القاهرة.
2. اسماعيل، عماد عبد الجليل. (2005). تسعير وثيقة التأمين الشاملة للفنادق والمطاعم العائمة [رسالة دكتوراه غير منشورة]. جامعة القاهرة.
3. البلقينى، محمد توفيق إسماعيل، واصف، جمال عبد الباقي، البرقاوي، محمد أحمد فؤاد عبده. (2018). تسعير أخطار نقل البضائع بالسكك الحديدية باستخدام النماذج الاحتمالية المركبة. المجلة المصرية للدراسات التجارية، 42(3)، 174 - 201.
4. الخولي، حسني أحمد. (2015). ترشيد سياسات الاكتتاب والتسعير في التأمين البحري بضائع باستخدام الأساليب الكمية. مجلة إدارة الأعمال- مصر،151 ،67 -72.
5. الديب، علي السيد. (1986). دراسة تحليلية لعوامل ارتفاع معدل الخسارة في تأمين أجسام السفن عن العمليات المباشرة في السوق المصري [رسالة ماجستير غير منشورة]. جامعة القاهرة.
6. الزكي، مها محمود ابراهيم. (2018). تقدير إجمالي قيمة مطالبات التأمين التكميلي للسيارات في ضوء التقلبات في معدل الخسارة [رسالة ماجستير غير منشورة]. جامعة المنصورة.
7. سالم، محمود سيد أحمد. (2015). رياضيات التأمينات العامة النماذج الرياضية والإحصائية وتطبيقاتها (ط. الأولى).

8. سليمان، أسامة ربيع أمين. (2009). تسعير تأمين الممتلكات والمسئوليات باستخدام النماذج المالية في الفكر الاكتواري الحديث[رسالة دكتوراه غير منشورة]. جامعة المنوفية.
9. سليمان، أسامة ربيع أمين. (2014). الدورات الإكتتابية في سوق تأمين الممتلكات والمسؤولية في مصر: دراسة كمية مقارنة. مجلة الباحث، (14)، 12– 24.
10. سليمان، أسامة ربيع أمين. (2015). نظرية الخطر وإدارة الخسائر. دار الخولي للطباعة.
11. سيف، طارق جمعة. (2008). تأمين النقل الدولي البحري – الجوي – البري – النهري (ط. الأولى). دار الفكر الجامعي الإسكندرية.
12. عاشور، سمير، سالم، سامية. (2011) مقدمة في الإحصاء التحليلي (ط. الرابعة).
13. عبد الحميد، عبد الحميد مصطفى، محمد، أحمد محمد فرحان، (2020). نموذج كمي لتقدير القسط الصافي لتأمين السيارات بالتطبيق على الشركة التعاونية للتامين التعاوني بالمملكة العربية السعودية. المجلة العلمية للبحوث التجارية، 7(1)، 107 – 149.
14. عبد الظاهر، اشرف سيد. (2017).تسعير وثائق التأمين المركبة بالتطبيق على تأمينات الممتلكات في سوق التأمين المصري. مجلة الدراسات المالية والتجارية، (3)، 67-99.
15. عثمان، شريف محمد محسن. (2006). تسعير تأمين السيارات التكميلي بالتطبيق على سيارات الميكروباص [رسالة ماجستير غير منشورة]. جامعة المنوفية.
16. عثمان، شريف محمد محسن. (2017). تسعير تأمين أجسام السفن في مصر "دراسة تطبيقية على الفنادق والمطاعم العائمة [رسالة دكتوراه غير منشورة]. جامعة المنوفية.
17. عثمان، محمد عبدالمولى، الخواجة، حامد عبد القوي محمد، علي، محمد المهدي محمد، سالم، محمود سيد أحمد. (2008). تسعير أخطار الشركات الصناعية دراسة تطبيقية. مجلة التجارة والتمويل، (1)، 113 – 162.
18. غيطان، عبد الحميد ربيع. (2004أ). نظرية الاحتمالات والتوزيعات الاحتمالية الجزء الأول (ط. الأولى). دار الكتب الأكاديمية.
19. غيطان، عبد الحميد ربيع. (2004ب). نظرية الاحتمالات والتوزيعات الاحتمالية الجزء الثاني (ط. الأولى). دار الكتب الأكاديمية.

20. مشعال، محمود عبدالعال محمد. (2015). استخدام التوزيعات الاحتمالية المركبة فى تسعير وثيقة تأمين جميع الاخطار المستقلة الصناعية. مجلة التجارة والتمويل، (3)، 286 - 355.

21. مشعال، محمود عبدالعال محمد، الخواجة، حامد عبد القوي محمد، البرقاوي. (2017). استخدام التوزيعات الاحتمالية ذات المعالم المتغيرة في تقديرات توزيعات الخسارة لتأمين الوحدات البحرية: دراسة تطبيقية. مجلة البحوث المالية والتجارية، (2)، 316 - 346.

22. Ahmad, Z., Mahmoudi, E., & Hamedani, G. G. (2019). A family of loss distributions with an application to the vehicle insurance loss data. *Pakistan Journal of Statistics and Operation Research*.

23. Aiuppa, T. A. (1988). Evaluation of Pearson curves as an approximation of the maximum probable annual aggregate loss. *Journal of Risk and Insurance*, 425-441.

24. Elderton, W. P., & Johnson, N. L. (1969). Systems of frequency curves.

25. Hossack, I. B., Pollard, J. H., & Zehnwirth, B. (1999). *Introductory statistics with applications in general insurance*. Cambridge University Press.

26. Johnson, N. L., Kemp, A. W., & Kotz, S. (2005). *Univariate discrete distributions* (Vol. 444). John Wiley & Sons.

27. Krishnamoorthy, K. (2016). *Handbook of statistical distributions with applications*. CRC Press

28. Lau, H. S. (1984). An effective approach for estimating the aggregate loss of an insurance portfolio. *Journal of Risk and Insurance*, 20-30.