جامعة مدينة السادات

كلية التجارة
قسم الرياضة والتأمين والإحصاء

تسعير وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري
باستخدام التوزيعات الاحتمالية المركبة

الأستاذ/ علاء فرج مسعود العربي
المدرس المساعد بقسم الرياضة والتأمين والإحصاء
كلية التجارة – جامعة مدينة السادات

الأستاذ الدكتور/ أسامة ربيع أمين سليمان
أستاذ ورئيس قسم الرياضة والتأمين والإحصاء
كلية التجارة – جامعة مدينة السادات

٢٠٢١

ملخص الدراسة:

هدفت الدراسة الي تسعير وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري وذلك باستخدام التوزيعات الاحتمالية المركبة. وقد اعتمدت الدراسة على استخدام توزيعات بيرسون في تقدير دالة إجمالي قيم المطالبات عن طريق العزوم المركزية والناتجة من دمج عزوم التوزيع الاحتمالي لعدد المطالبات، وعزوم التوزيع الاحتمالي لحجم التعويضات، وتم التوصل الي أن توزيع اجمالي المطالبات للأخطار الهندسية لآلات ومعدات المقاولين يتبع توزيع جاما. وقد أوصت الدراسة بضرورة استخدام التوزيعات الاحتمالية المركبة في تسعير وثيقة آلات ومعدات المقاولين، بالإضافة الي استخدام توزيعات بيرسون كوسيلة لتحديد التوزيع الاحتمالي المركب المناسب للوصول لدالة إجمالي قيم المطالبات.

Abstract:

The study aimed at pricing contractors Plant and Machinery Policy (CPM) in the Egyptian insurance market, by using compound probability distributions. The study relied on the use of Pearson distributions in estimating the function of the aggregate claims values through the central moments resulting from the combination of the moments of the probability distribution of claim frequency, and the moments of the probability distribution of the claim size, and it was concluded that the distribution of the aggregate claims for engineering risks of contractors Plant and Machinery follows gamma distribution. The study recommended the need to use compound probability distributions in pricing contractors Plant and Machinery Policy, in addition to use Pearson distributions as a mean of determining the appropriate compound probability distribution to reach the function of aggregate claims values.

مقدمة

يعد التأمين الهندسي أحد فروع التأمينات العامة الذي يغطي الخسائر المادية التي تتعرض لها الآلات والمعدات والأجهزة والتركيبات والأعمال المدنية والمهمات الخاصة بالمشروعات الهندسية ، خلال فترات التشييد أو التركيب ، أو إجراء التجارب ، وحتي بدء التشغيل الفعلي، كما يمكن شمول التغطية للمسئولية المدنية التي يتعرض لها مقاول التشييد أو مقاول التركيب خلال فترة التأمين بشرط أن تقع في موقع العمل أو بجواره وبسبب الأعمال المؤمن عليها ، كما يتضمن هذا الفرع التغطية التأمينية للخسائر المادية التي قد تتعرض لها المعدات خلال فترة التشغيل الفعلي.

تعد وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين أحد أهم وثائق التأمين الهندسي في سوق التأمين المصري حيث تهدف هذه الوثيقة إلي توفير خدمة الحماية التأمينية، لتغطية كافة أنواع المعدات والماكينات، التي يستخدمها المؤمن له(مقاولو أعمال البناء والتشييد، سواء كانوا يملكون المعدات أو الماكينات أو يستأجرونها) في أغراض البناء والتشييد مثل الأوناش ، آلات تسوية الأرض، الآلات والمعدات الزراعية، بسبب حادث فجائي، لأي سبب، بخلاف تلك الأسباب المستثناة في الوثيقة؛ وذلك أثناء وجود تلك الآلات أو المعدات المؤمن عليها، والوارد ذكرها في جدول الوثيقة ، في موقع العمل أو أثناء التشغيل أو التوقف أو أثناء فكها بغرض تنظيفها أو تشحيمها أو صيانتها أو أثناء إعادة تركيبها.

وتغطي هذه الوثيقة آلات ومعدات المقاولين البرية من الأضرار التي تلحق بها بسبب حادث عرضي مفاجئ، لأي سبب بخلاف تلك الأسباب المستثناة بالوثيقة وذلك أثناء تواجدها بالموقع. ومن أهم الأخطار التي تغطيها هذه الوثيقة ما يلي: أخطار السرقة، خيانة الأمانة، الأذى المتعمد وأخطار الحريق والانفجار.

وسوف يقوم الباحث بتسعير وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري باستخدام التوزيعات الاحتمالية المركبة، للوصول الي سياسة تسعير فعالة يمكن الاعتماد عليها لتحقيق التنمية الاقتصادية وبما يتلاءم مع الظروف المعاصرة.

أولاً: مشكلة الدراسة

تتمثل مشكلة الدراسة في أن وثائق التأمينات الهندسية - وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين- تقدم تغطية شاملة للمشروع بسعر موحد، بداية من مرحلة الإنشاء والتشييد مروراً بمرحلة التركيب والصيانة والتجارب حتى مرحلة التشغيل، وهو ما لا يتوافر في وثائق تأمينات الممتلكات، حيث يقتصر دورها على تغطية موضوع معين ضد أخطار بعينها. وبالتالي فإن وثائق التأمينات الهندسية تقدم حماية كاملة وشاملة لوحدات الخطر في جميع المراحل الإنتاجية لذلك أصبحت عملية تسعير وثائق التأمين الهندسي من أهم المشاكل التي تواجه شركات التأمين والتي تعتمد في تسعير تلك الوثائق على تعريفة شركة ميونخ لإعادة التأمين، وهذه الأسعار قد تتفق أو تختلف مع ظروف السوق المحلي، علاوة على اختلاف درجة الخطر في كل الأسواق.

ومما سبق تتضح المشكلة في عدم ملائمة الأسعار السائدة للأخطار التي تغطيها وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين ، وبالتالي كان من الضروري البحث عن الأساليب العلمية والكمية المستخدمة في التسعيرللوصول الي السعر العادل والكافي.

ثانياً: أهداف الدراسة:

يتمثل الهدف الأساسي في التوصل الي سعر تأمين عادل لوثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري بطريقة تتناسب مع درجة الخطورة وبما لا يخل بأسعار التغطيات الأخرى، وذلك بالإعتماد علي التوزيعات الاحتمالية المركبة، من خلال تسعير الأخطار التجميعية أو المركبة والتي تعتمد في حسابها على كل من معدل تكرار الخسارة ومتوسط قيمة الخسارة.

ثالثاً: أهمية الدراسة:

تنبع أهمية الدراسة من حاجة السوق المصري الي تعريفة سعرية تعكس الخبرة المحلية لتجنب المنافسة الضارة بين شركات التأمين وتحقيق أسعار عادلة لكلا من شركات التأمين والمؤمن لهم. كما ان التسعير الدقيق لوثائق التأمين الهندسي يؤدي الي زيادة حجم عمليات شركات التأمين وبالتالي زيادة حجم الأقساط المحتفظ بها، مما يؤدي الي ضمان إستمرارية السيولة النقدية في الشركة لمواجهة أية التزمات مستقبلية.

ويؤدي إتباع شركات التأمين لسياسة تسعير عادلة الي زيادة ثقة المؤمن لهم وشعورهم بالعدالة والأمان، وبالتالي ضمان شراء وثائق التأمين الهندسي مما يؤثر إيجابياً في الاقتصاد القومي ودفع عجلة التنمية الاقتصادية ، هذا بالإضافة الي حماية الثروة القومية تستثمر في البناء والتشييد.

رابعاً: حدود الدراسة:

- تقتصر الدراسة التطبيقية على الأخطار التي تغطيها وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري.
- تقتصر الحدود الزمنية على الفترة من ٢٠١٣ الي ٢٠٢٠

خامساً: الدراسات السابقة:

قامت **دراسة (المعداوي، ٢٠١٨)** باستخدام نموذج المصداقية الثاني في تقدير معامل وقسط المصداقية لشركات قناة السويس، الدلتا، آيس، آليانز، بيت التأمين المصري السعودي.، وأوصت الدراسة بأنه يمكن استخدام هذا النموذج في تسعير التأمين الهندسي، ومقارنته بالأساليب العلمية والإكتوارية المستخدمة في التسعير من أجل الوصول الي أنسب أسلوب يمكن استخدامه في التسعير وذلك تحقيقاً للعدالة في حساب القسط والحد من تسرب العملات الأجنبية للخارج. كما قامت **دراسة (غالي، ٢٠١٧)** بتقديم مشروع تغطية تأمينية مقترحة للمعدات والماكينات الخاصة بالتأمينات الهندسية، وتوصلت الدارسة إلى وجود تأثير معنوي لعمر المعدة أو الماكينة والنوع ومبلغ التأمين على الخسائر الخاصة لوثيقتي تأمين الات ومعدات المقاولين وتأمين عطل الماكينات. وقامت **دراسة (عبد الله، ٢٠١٥)** بتقييم سياسات الاكتتاب الحالية المطبقة بفرع التأمين الهندسي بسوق التأمين المصري. واعتمدت الدراسة على استخدام بعض المؤشرات الفنية التي تهتم بقياس نتائج النشاط الاكتتابي بفروع تأمينات الممتلكات والمسئولية بهدف تقييم النشاط الاكتتابي للفرع محل الدراسة. وتوصلت الدراسة لمجموعة من النتائج تشير الي وجود ضعف بالسياسات الاكتتابية لشركات التأمين العاملة في السوق المصري عند قبول الاكتتاب في الأخطار الهندسية. بينما قامت **دراسة (Dong, Chan, Peters, 2015)** باستخدام التحليل البيزي في تحديد دالة هامش الخطر واستخدامه في تطبيقات التسعير في تأمينات الممتلكات والمسؤولية. وقامت الدراسة بتصميم جدول يوضح فيه التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي والتوزيع القبلي والبعدي والحدي لعائلة التوزيعات الاحتمالية الأسية، وقاموا باستخدام التحليل البيزي المعلمي والامعلمي في تحديد دالة هامش الخطر.في حين قامت **دراسة (غالي، ٢٠٠٨)** بإيجاد التوزيع الاحتمالي لكل من معدل تحقق الخطر، وحجم الخسارة الناتجة عنه لكل خطر وذلك بالنسبة لوثيقة جميع أخطار التركيب، وأظهرت نتائج الدراسة أن تقييم وتحليل الخطر عنصراً أساسياً من عناصر تحديد قيمة القسط وذلك للوصول الي القسط المناسب للاكتتاب. كما قامت **دراسة (حسان، ٢٠٠٢)** باستخدام أسلوب تحليل الانحدار المتعدد لتقديم نموذج كمي لتسعير الأخطار الهندسية، وأظهرت نتائج الدراسة أن اتجاه شركة التأمين لاستخدام أسلوب علمي متطور في عملية التسعير، سوف يزيد من إصدارات الشركة في فرع التأمين الهندسي.

أما **دراســة (معيط، ١٩٩٢)** فقد اســتهدفت تســعير تأمين جميع أخطار المقاولين في الســوق المصــرية، ووضــع تعريفة تطبق على هذا النوع من التأمين متأثرة بواقع الخبرة المصـرية وظروف السـوق المصـرية الفعلية.وأوصـت الدراسـة بإدخال تعديل على الأسـعار الواردة في تعريفة شــركة ميونخ لإعادة التأمين طبقاً لنســبة التعديل التي تم اســتنتاجها في البحث وفقاً لخبرة السـوق المصـرية.وقامت **دراسـة (Morgan, 1983)** باسـتخدام أسـلوب التحليل البيزي في تحديد التوزيع الاحتمالي القبلي والتوزيع الاحتمالي البعدي، واسـتخدامهما في تقدير كل من التوزيع التنبؤي لعدد المطالبات والتوزيع الاحتمالي التنبؤي لقيم المطالبات ثم تقدير التوزيع الاحتمالي التنبؤي الاجمالي قيم المطالبات واستخدامه في التسعير.

تحليل وتقييم الدراسات السابقة:

من خلال استقراء الدراسات السابقة يستخلص الباحث ما يلي:

- أوضحت الدراسات السابقة أن عملية تسعير التأمينات الهندسية تخضع لتعريفة محددة دون مراعاة للظروف البيئية للمشروعات الهندسية والمتغيرات التي تختلف من موقع الي آخر ومن عملية لأخري.
- أوصت الدراسات السابقة الي ضرورة قيام شركات التأمين المصرية باستخدام الأساليب الرياضية الحديثة في تسعير التأمين الهندسي ومحاولة وضع تعريفة إرشادية للتأمينات الهندسية تتفق مع خبرة السوق المصرية بدلاً من الاعتماد على التعريفة الواردة من شركات إعادة التأمين.
- لم تتناول الدراسات السابقة تسعير وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري.

سادساً: خطة الدراسة:

لتحقيق الهدف من البحث فسوف يتم تناوله من خلال المباحث التالية:

- المبحث الأول: دراسة نظرية للتسعير باستخدام أسلوب التوزيعات الاحتمالية المركبة.
- المبحث الثاني: النموذج الكمي المقترح للتسعير باستخدام التوزيعات الاحتمالية المركبة.

المبحث الأول

دراسة نظرية للتسعير باستخدام أسلوب التوزيعات الاحتمالية المركبة

يتطلب بناء نموذج تسعير وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري تحديد كل من التوزيع الاحتمالي لكل من عدد المطالبات وقيمة المطالبة ومجموع قيم المطالبات وبالتالي سوف يتناول الباحث في هذا المبحث أهم التوزيعات الاحتمالية الأكثر استخداماً في تحديد عدد المطالبات وقيمة المطالبة.

أولاً: التوزيعات الاحتمالية المستخدمة في تحديد عدد المطالبات Claim Frequency

تستخدم التوزيعات الاحتمالية المنفصلة في تقدير عدد المطالبات المتوقعة، وذلك لأن القياس يتم على أساس متغير عشوائي منفصل، ومن أكثر التوزيعات الاحتمالية استخداماً للتعبير عن عدد المطالبات في مجال التأمينات العامة توزيع بواسون (Poisson Distribution) وتوزيع ثنائي الحدين السالب (Negative Binomial Distribution) وبالتالي سوف يتعرض الباحث لهذين التوزيعين كما يلي:

١- توزيع بواسون Poisson Distribution

فإذا كان متوسط وقوع حدث في وحدة الزمن هو λ فان المتغير العشوائي (X) الذي يصف تغيرات هذا الحدث له دالة احتمالية كما يلي: **(Cruz,M., 2015, p.88)**

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda}\ \lambda^{x}}{x!} \qquad ; \ X = 0.1,2,3 \ldots$$

حيث إن:

X = قيمة المتغير العشوائي وتمثل عدد الحوادث.

λ = معلمة التوزيع وتمثل متوسط عدد الحوادث.

e = أساس اللوغاريتم الطبيعي (2.7182818).

خصائص التوزيع:

المتــوســط $E(x) = \lambda$

التبـــايـــن $Var(x) = \lambda$

أي أن متوسط هذا التوزيع = تباين التوزيع = λ

٢- توزيع ذي الحدين السالب Negative Binomial Distribution

إذا كان المتغير العشوائي(X) المتقطع يتبع توزيع ثنائي الحدين السالب فإن دالة الاحتمال الخاصة به تأخذ الصيغة التالية: **(Vijay k., 2015, p.178)**

$$P(x) = \binom{x+r-1}{r-1} p^{r}(1-p)^{x} \qquad ; X = 0,1,2,3 \ldots.$$

حيث إن:

X = قيمة المتغير العشوائي وتمثل عدد الحوادث.

(r, p) = هما معلمتي التوزيع.

خصائص التوزيع:

التـــوقـــــــع
$$E(x) = \frac{r(1-p)}{p}$$

التبـــــايـــــن
$$Var(x) = \frac{r(1-p)}{p^2}$$

ثانياً: التوزيعات الاحتمالية المستخدمة في تحديد قيمة المطالبات Claim Size

تستخدم التوزيعات الاحتمالية المتصلة لقياس حجم التعويضات المتوقعة، لأن المتغيرات العشوائية التي تمثلها قيماً غير قابلة للعد، ومن أكثر التوزيعات الاحتمالية استخداماً للتعبير عن قيم المطالبات في مجال التأمينات العامة توزيعات (جاما – الأسي السالب – اللوغاريتمي الطبيعي - باريتو) فسوف يقوم الباحث باختبارهما لتحديد التوزيع الاحتمالي المناسب.

١- توزيع الأسي السالب Negative Exponential Distribution

يعد التوزيع الأسي السالب من التوزيعات الملتوية ناحية اليمين، حيث تناسب طبيعة هذا التوزيع طبيعة البيانات.

إذا كان المتغير العشوائي (X) يتبع التوزيع الاحتمالي الأسي السالب فإن دالة كثافة الاحتمال(PDF) تأخذ الصيغة التالية:**(Panjer,H., 2005, pp. 100-110)**

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \qquad ; X \geq 0$$

حيث إن:

X = قيمة المتغير العشوائي وتمثل حجم الخسارة.

λ = هي معلمة التوزيع.

وتأخذ دالة التوزيع الاحتمالي التراكمي (CDF)للتوزيع الأسي السالب الشكل التالي:

$$F(X) = 1 - e^{-\lambda x} \quad ; \quad X > 0$$

أما الدالة المولدة للعزوم لتوزيع الأسي السالب تأخذ الشكل التالي:

$$m_k = \frac{k!}{\lambda^k}$$

خصائص التوزيع:

$$E(x) = \frac{1}{\lambda}$$ التــوقـــــــع

$$Var(x) = \frac{1}{\lambda^2}$$ التبـــــايـــن

٢- توزيع باريتو Pareto Distribution

ويعد توزيع باريتو من أهم التوزيعات المتصلة ذات الالتواء الموجب، فإذا كان المتغير العشوائي (X) يتبع توزيع باريتو بمعلمتي (α, β) فان دالة كثافة الاحتمال(PDF) تكون كالتالي: **(Weisstein,2005)**

$$f(x) = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{\beta}{X}\right)^{\alpha+1} \quad ; X > \beta$$

حيث إن:

X = قيمة المتغير العشوائي وتمثل حجم الخسارة.

(α, β) = هما معلمتي التوزيع.

وتأخذ دالة التوزيع الاحتمالي التراكمي (CDF)لتوزيع باريتو الشكل التالي:

$$F(X) = 1 - \left(\frac{\beta}{X}\right)^{\alpha} \quad ; \quad X > 0$$

أما الدالة المولدة للعزوم لتوزيع باريتو تأخذ الشكل التالي:

$$m_k = \beta^k k! \frac{\Gamma(\alpha - k)}{\Gamma(\alpha)}$$

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty y^{\alpha-1} e^{-y}\, dy$$

خصائص التوزيع:

التــوقــــــع $E(x) = \frac{\alpha\beta}{\alpha - 1}$

التبـــــايـــن $Var(x) = \frac{\alpha\beta^2}{\alpha - 2} - \left(\frac{\alpha\beta}{\alpha - 1}\right)^2$

نلاحظ أنه للحصول على المتوسط يجب أن تكون المعلمة $\alpha > 1$ ويشترط لحساب التباين أن تكون المعلمة $\alpha > 2$

٣- توزيع للتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي Log-Normal Distribution

يعتبر التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي من التوزيعات الاحتمالية المستخدمة في تسعير تأمينات الممتلكات بصفة عامة حيث إنه من التوزيعات الاحتمالية المتصلة الملتوية ناحية اليمين. المتغير العشوائي (X) يتبع التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي إذا كان $\ln X$ يتبع التوزيع الطبيعي وتأخذ دالة كثافة الاحتمال (PDF) للتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي الشكل التالي:

(Packava,2015,p.160)

$$f(x) = \frac{1}{x\sqrt{2\pi\sigma^2}} exp \frac{-(\ln X - \mu)^2}{2\sigma^2} \qquad ; X > 0$$

حيث إن:

X = قيمة المتغير العشوائي وتمثل حجم الخسارة.

(σ, μ) = هما معلمتي التوزيع.

وتأخذ دالة التوزيع الاحتمالي التراكمي(CDF) للتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي الشكل التالي:

$$F(X) = \emptyset\left(\frac{\ln X - \mu}{\sigma}\right) \qquad ; X > 0$$

- حيث أن$\emptyset(Z)$ هي دالة التوزيع الطبيعي المعياري (بمتوسط 0 وتباين 1)

أما الدالة المولدة للعزوم لتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي تأخذ الشكل التالي:

$$m_k = \exp\left(\mu_k + \frac{\sigma^2 k^2}{2}\right)$$

خصائص التوزيع:

التــوقــــــع $E(x) = e^{(\mu+\sigma^2/2)}$

التبـــــايـــن $Var(x) = e^{(2\mu+\sigma^2)}\left(e^{\sigma^2} - 1\right)$

٤- توزيع جاما Gamma Distribution

يعتبر توزيع جاما من التوزيعات المتصلة والمستخدمة في دراسة توزيع حجم المطالبات وتحليل الأخطار غير المتجانسة، وله علاقة بالعديد من التوزيعات، وإذا كان المتغير العشوائي (X) يتبع توزيع جاما بمعالم (α, β) فإن دالة كثافة الاحتمال تأخذ الصيغة التالية: **(Burnecki, K.&,et.al, 2010,p7)**

$$f(x) = \beta(\beta X)^{\alpha-1}\frac{e^{-\beta X}}{\Gamma(\alpha)} \qquad ; \quad X > 0$$

حيث إن:

X = قيمة المتغير العشوائي وتمثل حجم المطالبات.

(α, β) = هما معلمتي التوزيع $(\alpha, \beta > 0)$.

وتأخذ دالة التوزيع الاحتمالي التراكمي الشكل التالي:

$$F(X) = \int_0^x \beta(\beta x)^{\alpha-1}\frac{e^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)} ds \quad ; \quad X > 0$$

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty y^{\alpha-1}e^{-y}\, dy$$

أما الدالة المولدة للعزوم لتوزيع باريتو تأخذ الشكل التالي:

$$m_k = \frac{\Gamma(\alpha+3)}{\Gamma(\alpha)(\beta)^k}$$

خصائص التوزيع:

التـوقــع $E(x) = \frac{\alpha}{\beta}$

التبــايــن $Var(x) = \frac{\alpha}{\beta^2}$

ثالثاً: التوزيع الاحتمالي لإجمالي قيم المطالبات Aggregate Loss

يكمن الاختلاف الأساسي بين نظرية الخطر التجميعي ونظرية الخطر الفردي في أن الأولي تنظر الي محفظة التأمين كوحدة واحدة، ولا تهتم بالمكونات الفردية للمحفظة.وبالتالي ليس من الضروري معرفة السلوك العشوائي للوحدات النعرضة للخطر علي المستوي الفردي داخل محفظة التأمين.ومن ثم يكون محل اهتمام هذه النظرية هو إجمالي المطالبات لمحفظة التأمين ككل.

وتعتمد نظرية الخطر التجميعي علي افتراضين أساسيين : أولاً: أن قيم المطالبات عبارة عن متغيرات عشوائية مستقلة ولها نفس التوزيع الاحتمالي ، ثانياً:أن هناك استقلال بين عدد المطالبات وحجم المطالبة. ويتحدد شكل دالة إجمالي قيم المطالبات وتوزيعها الاحتمالي وفقاً لنظرية الأخطار التجميعية. **(سليمان، ٢٠٠٩، ص ١٩:٢٠)**

١- حساب الأربعة عزوم المركزية لإجمالي قيم المطالبات والخاصة بإجمالي عدد وحدات الخطر

فقد قام Thomas A.Aiuppa بتعديل معادلات Hon Shiang Lau لتصبح كما يلي :

(Thomas A. Aiuppa, 1988, p.440)

$$\mu_1(S) = \mu_1{}'(X) \times \mu_1(N)$$

$$\mu_2(S) = \{[\mu_1{}'(X)]^2 \times \mu_2(N)\} + \{\mu_2(X) \times \mu_1(N)\}$$

$$\begin{aligned}\mu_3(S) = {} & \{[\mu_1{}'(X)]^3 \times \mu_3(N)\} + \{\mu_3(X) \times \mu_1(N)\} \\ & + \{3\mu_1{}'(X) \times \mu_2(X) \times \mu_2(N)\}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\mu_4(S) = {} & \{[\mu_1{}'(X)]^4 \times \mu_4(N)\} + \{\mu_4(X) \times \mu_1(N)\} \\ & + \{4\mu_1{}'(X) \times \mu_3(X) \times \mu_2(N)\} \\ & + 6[\mu_1{}'(X)]^2 \times \mu_2(X)\{\mu_1(N) \times \mu_2(N) + \mu_3(N)\} \\ & + 3[\mu_2(X)]^2 \times \{[\mu_1(N)]^2 - \mu_1(N) + \mu_2(N)\}\end{aligned}$$

حيث أن :

$\mu_k(S)$: العزم (k) لإجمالي قيم المطالبات الخاصة بإجمالي عدد وحدات الخطر.

$\mu_k(X)$: العزم (k) لقيم المطالبات.

$\mu_k(N)$: العزم (k) لعدد المطالبات الخاصة بإجمالي عدد وحدات الخطر.

$\mu_1{}'(X)$: العزم الأول حول الصفر لقيم المطالبات.

المبحث الثاني

النموذج الكمي المقترح للتسعير باستخدام التوزيعات الاحتمالية المركبة

يتطلب بناء النموذج تسعير وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري التوصل الي النموذج المحدد لدالة توزيع إجمالي قيم المطالبات وهو بدوره توزيع مركب يتكون من توزيعين احتماليين وهما توزيع عدد المطالبات وهو توزيع احتمالي متقطع وتوزيع قيم المطالبات وهو توزيع احتمالي مستمر.

أولاً: تحديد التوزيع الاحتمالي المناسب لعدد المطالبات

لتحديد التوزيع الاحتمالي المناسب لعدد المطالبات يجب تحديد عدد الوحدات المعرضة للخطر ومن ثم تحديد عدد المطالبات. لذلك قام الباحث بالتواصل مع عدد (٥) شركات تأمين، الإطار الزمني للبحث هو (٨ سنوات) من ٢٠١٣ الي عام ٢٠٢٠ وكانت البيانات المتعلقة بعدد الحوادث كما هو مبين في الجدول الاتي رقم (٢-١).

بفرض أن (N_i) متغير عشوائي يعبر عن عدد مطالبات آلات ومعدات المقاولين حيث إن $(i = 0,1,2,\ldots)$ وإن هذا المتغير له توزيع احتمالي نظري منفصل والجدول التالي يوضح توزيع عدد وثائق تأمين الات ومعدات المقاولين حسب عدد المطالبات خلال فترة الخبرة (٢٠١٣-٢٠٢٠).

جدول رقم (٢-١)

التوزيع التكراري لعدد المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين خلال فترة الخبرة (2013-2020)

عدد المطالبات	عدد الوثائق
0	9015
1	998
2	236
3	23
4	6
5	2
الإجمالي	**10280**

المصدر: من إعداد الباحث

ومن التحليل الإحصائي للبيانات نجد أن :

توقع عدد المطالبات $E(N) = 0.153016$

تباين عدد المطالبات $\mathrm{Var}(N) = 0.199835$

١- اختبار توفيق البيانات للتوزيعات المتقطعة المختلفة

١/١ اختبار تبعية عدد المطالبات لتوزيع بواسون

أ- تقدير معلمة توزيع بواسون (λ)

نستخدم طريقة العزوم في الحصول على قيم معالم التوزيع حيث تعتمد هذه الطريقة على حساب العزمين الأول والثاني من البيانات الفعلية ومساواتها بالعزمين الأول والثاني النظريين ومن خلال حل المعادلات الخاصة بالعزوم يتم الحصول على قيم معالم التوزيع النظري.

حيث إن:

توقع وتباين عدد المطالبات للتوزيع الفعلي = توقع وتباين توزيع بواسون

$$E(N) = Var(N) = \lambda = 0.153016$$

ب- حساب الاحتمالات والتكرارات النظرية المقابلة لعدد المطالبات لتوزيع بواسون

نقوم بإيجاد الاحتمالات النظرية المقابلة لعدد المطالبات من خلال تطبيق دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع بواسون كما يلي:

- يحسب الاحتمال النظري بالعلاقة التالية:

$$P(N) = \frac{e^{-\lambda}\ \lambda^{n}}{n!} \qquad ; \ n = 0.1,2,3 \ldots$$

- وبالتالي يمكن حساب التكرارات النظرية من خلال ضرب هذه الاحتمالات التي حصلنا عليها بعدد الوثائق البالغ 10280 وثيقة.

جدول رقم (٢-٢)

التوزيع النظري لعدد المطالبات باستخدام توزيع بواسون

عدد المطالبات N_i	الاحتمالات النظرية $P'_{(n_!)}$	التكرارات النظرية $F'(x_!)$
0	0.858116	8822
1	0.131305	1350
2	0.010046	103
3	0.000512	5
4	0.000020	0
5	0.000001	0
Sum	**1.000000**	**10280**

المصدر: من إعداد الباحث، اعتمادا على التحليل الإحصائي للبيانات

ج- اختبار جودة توفيق البيانات مع توزيع بواسون

يعتمد هذا الاختبار على المقارنة بين التوزيع الفعلي والتوزيع النظري، ونظراً لأنه توجد تكرارات فعلية ومتوقعة اقل من 5 فانه يتم استخدام اختبار كولمجروف- سيمرنوف Kolmogorov- Simnrov test لاختبار ذلك الفرض القائل بأن عدد المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين يتبع توزيع بواسون، لأن اختبار كا٢ يشترط أن يكون التكرار في أي خلية لا يقل عن 5.

جدول رقم (٢-٣)

اختبار (K – S) لجودة التوفيق لتوزيع بواسون لعدد المطالبات

في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين

عدد المطالبات N_i	الاحتمالات التراكمية الفعلية $P(n_i)\uparrow$	والاحتمالات التراكمية النظرية $P'(n_i)\uparrow$	الفرق المطلق $P(n_i)\uparrow - P'(n_i)\uparrow$
0	0.876946	0.858116	0.018829
1	0.974027	0.989422	0.015394
2	0.996984	0.999467	0.002483
3	0.999222	0.999980	0.000758
4	0.999805	0.999999	0.000194
5	1.000000	1.000000	0.000000

المصدر: من إعداد الباحث، اعتمادا على التحليل الإحصائي للبيانات

من خلال الجدول السابق رقم (٢-٣) نلاحظ أن أكبر قيمة للفرق بين الاحتمالين التراكمي الفعلي والتراكمي النظري هي (0.018829)، وحيث أن القيمة الجدولية عند مستوي معنوية 5 % وحجم عينة ($n = 10280$) هي $\frac{1.36}{\sqrt{10280}} = 0.013414$. بالمقارنة نجد أن القيمة الفعلية لاختبار سميرنوف أكبر من القيمة الجدولية أي يوجد فرق معنوي بين التوزيعين الفعلي والنظري، وبالتالي نرفض الفرض العدمي القائل بأن عدد المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين يتبع توزيع بواسون.

٢/١ اختبار تبعية عدد المطالبات لتوزيع ذي الحدين السالب

بعد أن أثبتنا عدم خضوع عدد المطالبات لتوزيع بواسون، نختبر خضوعها لتوزيع ذي الحدين السالب.

أ- تقدير معالم توزيع ثنائي الحدين السالب $(\mathbf{r}, \mathbf{p})$

باستخدام طريقة العزوم (Method of Moments) يمكن الحصول على قيم معالم توزيع ذي الحدين السالب.

توقع وتباين عدد المطالبات للتوزيع الفعلي = توقع وتباين توزيع ثنائي الحدين السالب

$$\frac{r(1-p)}{p} = 0.153016 \quad (1) \;, \qquad \frac{r(1-p)}{p^2} = \quad 0.199835 \quad (2)$$

بحل المعادلتين (١) ، (٢) نجد أن قيم معالم توزيع ثنائي الحدين السالب هي:

$$\mathrm{p} = \ 0.765708518 \quad , \ r = \ 0.500083572$$

ب-حساب الاحتمالات والتكرارات النظرية المقابلة لعدد المطالبات لتوزيع ذي الحدين السالب

يتم إيجاد الاحتمال النظري عند ($N = 0$) من خلال العلاقة التالية:

$$P(\mathrm{N}=0) = \ \mathrm{p}^{\mathrm{r}} = 0.875028202$$

ويمكن إيجاد باقي الاحتمالات لقيم N من خلال العلاقة التالية:

$$P(N=n) = \frac{P(n-1)\,(n+r-1)\,(1-p)}{n}$$

وبالتالي يمكن حساب التكرارات النظرية من خلال ضرب هذه الاحتمالات التي حصلنا عليها بعدد الوحدات البالغ 10280 وثيقة.

جدول رقم (٢-٤)

التوزيع النظري لعدد المطالبات باستخدام توزيع ذي الحدين السالب

عدد المطالبات N_i	الاحتمالات النظرية $P'_{(n_i)}$	التكرارات النظرية $F'(x_i)$
0	0.875028	8995
1	0.102523	1054
2	0.018016	185
3	0.003518	36
4	0.000721	8
5	0.000152	2
Sum	**1.000000**	**10280**

المصدر: من إعداد الباحث، اعتمادا على التحليل الإحصائي للبيانات

ج- اختبار جودة توفيق البيانات مع توزيع ذي الحدين السالب

لاختبار صحة الفرض القائل بأن البيانات الخاصة بعدد المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين تتبع توزيع ذي الحدين السالب من عدمه نجري اختبار كولمجروف-سيمرنوف كما يلي:

جدول رقم (٢-٥)

اختبار (K – S) لجودة التوفيق لتوزيع ذي الحدين السالب لعدد المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين

عدد المطالبات N_i	الاحتمالات التراكمية الفعلية $P(n_i)\uparrow$	والاحتمالات التراكمية النظرية $P'(n_i)\uparrow$	الفرق المطلق $P(n_i)\uparrow - P'(n_i)\uparrow$
0	0.876946	0.875028	0.001917
1	0.974027	0.977551	0.003524
2	0.996984	0.995567	0.001417
3	0.999222	0.999085	0.000137
4	0.999805	0.999806	0.000001
5	1.000000	1.000000	0.000000

المصدر: من إعداد الباحث، اعتمادا على التحليل الإحصائي للبيانات

من خلال الجدول السابق رقم (٢-٥) نلاحظ أن أكبر قيمة للفرق بين الاحتمالين التراكمي الفعلي والتراكمي النظري هي (0.003524)، وحيث أن القيمة الجدولية عند مستوي معنوية 5 % وحجم عينة ($n = 10280$) هي $\frac{1.36}{\sqrt{10280}} = 0.013414$. بالمقارنة نجد أن القيمة الفعلية لاختبار سميرنوف أصغر من القيمة الجدولية أي لا يوجد فرق معنوي بين التوزيعين الفعلي والنظري، وبالتالي لا يمكننا رفض الفرض العدمي القائل بأن عدد المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين يتبع توزيع ذي الحدين السالب.

٢- تقدير العزوم الأربعة حول الصفر وحول المتوسط لتوزيع ذي الحدين السالب لبيانات عدد المطالبات

١/٢ حساب العزوم الأربعة حول الصفر لتوزيع ذي الحدين السالب

دالة التوزيع الاحتمالي لعدد المطالبات هي دالة توزيع ثنائي الحدين السالب بمعالم($r = 0.5000835721$, $p = 0.765708518$).

تم حساب العزوم الأربعة حول الصفر وفقاً لدالة توليد العزوم لتوزيع ذي الحدين السالب باستخدام برنامج (Mathcad Prime 6) كما يلي: **(Weisstein,2005)**

$$\mu_1{}'(N) = \frac{rq}{p} = 0.153015564$$

$$\mu_2{}'(N) = \frac{rq(1 + rq\ )}{p^2} = 0.223249027$$

$$\mu_3{}'(N) = \frac{q[rp^2 + 3pq(r^2 + r) + q^2(r^3 + 3r^2 + r)]}{p^3}$$

$$= 0.417442834$$

$$\mu_4{}'(N) =$$

$$= \frac{q[rp^3 + 7p^2q(r^2 + r) + 6pq^2(r^3 + 3r^2 + r) + q^3(r^4 + 6r^3 + 11r^{2+} + 6r)]}{p^4}$$

$$= 1.024550191$$

٢/٢ حساب العزوم الأربعة حول المتوسط لتوزيع ذي الحدين السالب للوثيقة الواحدة

- باستخدام العلاقة بين العزوم حول المتوسط والعزوم حول الصفر أمكن حساب العزوم الأربعة الأولي حول المتوسط لتوزيع ذي الحدين السالب باستخدام برنامج (Mathcad Prime 6) كما يلي:

$$\mu_1(N) = zero$$

$$\mu_2(N) = \mu_2{}'(N) - [\mu_1{}'(N)]^2$$
$$= 0.199835264$$

$$\mu_3(N) = \mu_3{}'(N) - 3\mu_2{}'(N)\mu_1{}'(N) + 2[\mu_1{}'(N)]^3$$
$$= 0.322126447$$

$$\mu_4(N) = \mu_4{}'(N) - 4\mu_3{}'(N)\mu_1{}'(N) + 6\mu_2{}'(N)[\mu_1{}'(N)]^2 + 3[\mu_1{}'(N)]^4$$
$$= 0.798767174$$

٣/٢ حساب العزوم الأربعة الأولي لإجمالي الوثائق

باستخدام المعادلات التي توصل اليها(Thomas A. Aiuppa) أمكن حساب العزوم الأربعة لإجمالي عدد الوثائق ($m = 10280$) باستخدام برنامج (Mathcad Prime 6) كما يلي: **(Thomas A. Aiuppa, 1988, p.430)**

$$\mu_1(N) = m\,\mu$$
$$= 10280 \times 0.153015564 = 1573$$

$$\mu_2(N) = m\,\mu_2$$
$$= 2054$$

$$\mu_3(N) = m\,\mu_3$$
$$= 3311$$

$$\mu_3(N) = m\,(\mu_3 - 3\,\mu_2{}^2) + 3m^2\,\mu_2{}^2$$
$$= 12667506$$

ثانياً: تحديد التوزيع الاحتمالي المناسب لقيم المطالبات

بفرض أن (X_i) متغير عشوائي يعبر عن قيم المطالبات حيث إن ($i=0,1,2,\ldots$)، وأن هذا المتغير له توزيع احتمالي نظري متصل. والجدول التالي يوضح توزيع عدد مطالبات وثائق تأمين آلات ومعدات المقاولين حسب فئات قيم المطالبات خلال فترة الخبرة الأساسية (٢٠١٣-٢٠٢٠).

جدول رقم (٢-٦)

التوزيع التكراري لقيم المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين

خلال إجمالي فترة الخبرة (2013-2020)

فئات الخسارة	عدد المطالبات
0-50000	980
100000-50000	350
150000-100000	115
200000-150000	59
250000-200000	29
300000-250000	16
350000-300000	8
400000-350000	4
450000-400000	8
500000-450000	2
1000000-500000	2
sum	**1573**

المصدر: من إعداد الباحث

ومن التحليل الإحصائي للبيانات نجد أن :

توقع عدد المطالبات $E(X) = 61236.4908$

تباين عدد المطالبات $Var(X) = 4700108090$

١- اختبار توفيق البيانات للتوزيعات المتصلة المختلفة

١/١ اختبار تبعية قيم المطالبات لتوزيع الأسي السالب:

أ- تقدير معلمة التوزيع الأسي السالب (λ)

بمساواة توقع توزيع قيمة المطالبة الفعلي بتوقع التوزيع الأسي ينتج:

$$\frac{1}{\lambda} = 61236.4908$$

$$\lambda = 0.00001633$$

ب- حساب الاحتمالات والتكرارات النظرية المقابلة لقيم المطالبات للتوزيع الأسي السالب

نحصل على الاحتمالات النظرية التراكمية من خلال التعويض عن(X) بالحد الأعلى لفئات الخسارة في دالة التوزيع الاحتمالي التراكمي لتوزيع الأسي السالب.

- يحسب الاحتمال النظري التراكمي بالعلاقة التالية:

$$F(X) = 1 - e^{-\lambda x} \ ; \quad \mathrm{X} > 0$$

- وبالتالي يمكن حساب التكرارات النظرية التراكمية من خلال ضرب هذه الاحتمالات التراكمية التي حصلنا عليها في مجموع الخسائر(1573).

جدول رقم (٢-٧)

التوزيع النظري لقيم المطالبات باستخدام التوزيع الأسي السالب

الحد الأعلى لفئات المطالبات X_i	والاحتمالات التراكمية النظرية $P'(x_i)\uparrow$	التكرارات التراكمية النظرية $F'(x_i)\uparrow$	الاحتمالات النظرية $P'(n_i)$	التكرارات النظرية $F'(x_i)$
50000	0.558027	878	0.558027	872
100000	0.804660	1266	0.246633	394
150000	0.913665	1437	0.109005	171
200000	0.961842	1513	0.048177	76
250000	0.983135	1546	0.021293	33
300000	0.992546	1561	0.009411	15
350000	0.996706	1568	0.004159	7
400000	0.998544	1571	0.001838	3
450000	0.999356	1572	0.000812	1
500000	0.999716	1573	0.000359	1
1000000	1.000000	1573	0.000284	0
sum			**1.000000**	**1573**

المصدر: من إعداد الباحث، اعتمادا على التحليل الإحصائي للبيانات

ج- اختبار جودة توفيق البيانات مع توزيع الأسي السالب:

لاختبار صحة الفرض القائل بأن البيانات الخاصة بقيم المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين تتبع التوزيع الأسي السالب من عدمه نجري اختبار كولمجروف- سيمرنوف كما يلي:

جدول رقم (٢-٨)

اختبار $(\mathbf{K-S})$ لجودة التوفيق لتوزيع الأسي السالب لقيم المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين

الفرق المطلق $P(n_i)\uparrow - P'(n_i)\uparrow$	والاحتمالات التراكمية النظرية $P'(n_i)\uparrow$	الاحتمالات التراكمية الفعلية $P(n_i)\uparrow$	الحد الأعلى لفئات المطالبات X_i
0.064986	0.558027	0.623013	50000
0.040858	0.804660	0.845518	100000
0.004962	0.913665	0.918627	150000
0.005707	0.961842	0.956135	200000
0.008564	0.983135	0.974571	250000
0.007804	0.992546	0.984743	300000
0.006877	0.996706	0.989828	350000
0.006173	0.998544	0.992371	400000
0.001899	0.999356	0.997457	450000
0.000987	0.999716	0.998729	500000
0.000000	1.000000	1.000000	1000000

المصدر: من إعداد الباحث، اعتمادا على التحليل الإحصائي للبيانات

من خلال الجدول السابق رقم (٢-٨) نلاحظ أن أكبر قيمة للفرق بين الاحتمالين التراكمي الفعلي والتراكمي النظري هي (0.064986)، وحيث أن القيمة الجدولية عند مستوي معنوية 5 % وحجم عينة $(n = 1573)$ هي $\frac{1.36}{\sqrt{1573}} = 0.034291$، بالمقارنة نجد أن القيمة الفعلية لاختبار سميرنوف أكبر من القيمة الجدولية أي يوجد فرق معنوي بين التوزيعين الفعلي والنظري، وبالتالي نرفض الفرض العدمي القائل بأن قيم المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين تتبع التوزيع الأسي السالب.

٢/١ اختبار تبعية قيم المطالبات لتوزيع باريتو

أ- تقدير معلمات توزيع باريتو (α, β)

بمساواة توقع وتباين توزيع قيمة المطالبة الفعلي بتوقع وتباين توزيع باريتو ينتج:

$$\frac{\alpha\beta}{\alpha-1} = 61236.4908 \quad , \qquad \frac{\alpha\beta^2}{\alpha-2} - \left(\frac{\alpha\beta}{\alpha-1}\right)^2 = 4700108090$$

وبقسمة معادلة التباين على مربع معادلة التوقع ينتج أن:

$$1.253392973\ \alpha^2 - 2.506785946\ \alpha - 1 = 0$$

$$\alpha = 2.34083346$$

$$\beta = 35076.36799$$

ب- حساب الاحتمالات والتكرارات النظرية المقابلة لقيم المطالبات لتوزيع باريتو

نحصل على الاحتمالات النظرية التراكمية من خلال التعويض عن (X) بالحد الأعلى لفئات الخسارة في دالة التوزيع الاحتمالي التراكمي لتوزيع باريتو.

- يحسب الاحتمال النظري التراكمي بالعلاقة التالية:

$$F(X) = 1 - \left(\frac{\beta}{X}\right)^{\alpha} \quad ; \quad X > 0$$

- وبالتالي يمكن حساب التكرارات النظرية التراكمية من خلال ضرب هذه الاحتمالات التراكمية التي حصلنا عليها في مجموع الخسائر(1573).

جدول رقم (٢-٩)

التوزيع النظري لقيم المطالبات باستخدام توزيع باريتو

الحد الأعلى لفئات المطالبات X_i	والاحتمالات التراكمية النظرية $P'(x_i)\uparrow$	التكرارات التراكمية النظرية $F'(x_i)\uparrow$	الاحتمالات النظرية $P'(n_i)$	التكرارات النظرية $F'(x_i)$
50000	0.563870	887	0.563870	887
100000	0.913910	1438	0.350040	551
150000	0.966676	1521	0.052767	83
200000	0.983006	1546	0.016330	25
250000	0.989920	1557	0.006914	11
300000	0.993422	1563	0.003502	6
350000	0.995415	1566	0.001993	3
400000	0.996645	1568	0.001231	2
450000	0.997454	1569	0.000808	1
500000	0.998010	1570	0.000557	1
1000000	1.000000	1573	0.001990	3
sum			**1.000000**	**1573**

المصدر: من إعداد الباحث، اعتمادا على التحليل الإحصائي للبيانات

ج- اختبار جودة توفيق البيانات مع توزيع باريتو:

لاختبار صحة الفرض القائل بأن البيانات الخاصة بقيم المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين تتبع توزيع باريتو من عدمه نجري اختبار كولمجروف- سيمرنوف كما يلي:

جدول رقم (٢-١٠)
اختبار (K – S) لجودة التوفيق لتوزيع باريتو لقيم المطالبات
في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين

الحد الأعلى لفئات المطالبات X_j	الاحتمالات التراكمية الفعلية $P(n_j)\uparrow$	والاحتمالات التراكمية النظرية $P'(n_j)\uparrow$	الفرق المطلق $P(n_j)\uparrow - P'(n_j)\uparrow$
50000	0.623013	0.563870	0.059143
100000	0.845518	0.913910	0.068391
150000	0.918627	0.966676	0.048049
200000	0.956135	0.983006	0.026871
250000	0.974571	0.989920	0.015350
300000	0.984743	0.993422	0.008679
350000	0.989828	0.995415	0.005586
400000	0.992371	0.996645	0.004274
450000	0.997457	0.997454	0.000003
500000	0.998729	0.998010	0.000718
1000000	1.000000	1.000000	0.000000

المصدر: من إعداد الباحث، اعتمادا على التحليل الإحصائي للبيانات

من خلال الجدول السابق رقم (٢-١٠) نلاحظ أن أكبر قيمة للفرق بين الاحتماليين التراكمي الفعلي والتراكمي النظري هي (0.068391)، وحيث أن القيمة الجدولية عند مستوي معنوية 5 % وحجم عينة ($n = 1573$)هي $\frac{1.36}{\sqrt{1573}} = 0.034291$، بالمقارنة نجد أن القيمة الفعلية لاختبار سميرنوف أكبر من القيمة الجدولية أي يوجد فرق معنوي بين التوزيعين الفعلي والنظري، وبالتالي نرفض الفرض العدمي القائل بأن قيم المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين تتبع توزيع باريتو.

٣/١ اختبار تبعية قيم المطالبات للتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي:

أ- تقدير معلمات التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي (σ, μ)

بمساواة توقع وتباين توزيع قيمة المطالبة الفعلي بتوقع وتباين التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي ينتج:

$$e^{\left(\mu+\frac{\sigma^2}{2}\right)} = 61236.4908 \quad , e^{2\mu+\sigma^2}\left(e^{\sigma^2}-1\right) = 4700108090$$

وبقسمة معادلة التباين على مربع معادلة التوقع ينتج أن:

$$\sigma = 0.90135290998 \quad , \mu = 10.61628001125$$

ب- حساب الاحتمالات والتكرارات النظرية المقابلة لقيم المطالبات للتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي.

- المتحول المعياري (z) يحسب وفق العلاقة التالية:

$$z = \left(\frac{\ln x_i - \mu}{\sigma}\right)$$

- يحسب الاحتمال النظري التراكمي بالعلاقة التالية:

$$\emptyset(z) = \emptyset\left(\frac{\ln x_i - \mu}{\sigma}\right)$$

- وبالتالي يمكن حساب التكرارات النظرية التراكمية من خلال ضرب هذه الاحتمالات النظرية التراكمية التي حصلنا عليها في مجموع الخسائر(1573).

جدول رقم (٢-١١)

التوزيع النظري لقيم المطالبات باستخدام التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي

الحد الأعلى للفئة المطالبات X_i	لوغاريتم الحد الأعلى للفئة $\ln x_i$	الدرجة المعيارية z	الاحتمال النظري التراكمي $\emptyset(z)$	التكرار النظري التراكمي $F'(x_i)\uparrow$	التكرار النظري $F(x_i)$
50000	10.819778	0.23	0.5910	930	930
100000	11.512925	0.99	0.8389	1320	390
150000	11.918391	1.44	0.9251	1455	135
200000	12.206073	1.76	0.9608	1511	56
250000	12.429216	2.01	0.9778	1538	27
300000	12.611538	2.21	0.9865	1552	14
350000	12.765688	2.38	0.9913	1559	7
400000	12.899220	2.53	0.9943	1564	5
450000	13.017003	2.66	0.9961	1567	3
500000	13.122363	2.78	0.9973	1569	2
1000000	13.815511	3.55	0.9998	1573	4
sum					**1573**

المصدر: من إعداد الباحث، اعتمادا على التحليل الإحصائي للبيانات

ج- اختبار جودة توفيق البيانات مع التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي:

لاختبار صحة الفرض القائل بأن البيانات الخاصة بقيم المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين تتبع التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي من عدمه نجري اختبار كولمجروف- سيمرنوف كما يلي:

جدول رقم (٢-١٢)

اختبار (K – S) لجودة التوفيق للتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي لقيم المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين

الحد الأعلى لفئات المطالبات X_i	الاحتمالات التراكمية الفعلية $P(n_i)\uparrow$	والاحتمالات التراكمية النظرية $P'(n_i)\uparrow$	الفرق المطلق $P(n_i)\uparrow - P'(n_i)\uparrow$
50000	0.6230	0.5910	0.0320
100000	0.8455	0.8389	0.0066
150000	0.9186	0.9251	0.0065
200000	0.9561	0.9608	0.0047
250000	0.9746	0.9778	0.0032
300000	0.9847	0.9865	0.0018
350000	0.9898	0.9913	0.0015
400000	0.9924	0.9943	0.0019
450000	0.9975	0.9961	0.0014
500000	0.9987	0.9973	0.0014
1000000	1.0000	1.0000	0.0002

المصدر: من إعداد الباحث، اعتمادا على التحليل الإحصائي للبيانات

من خلال الجدول السابق رقم (٢-١٢) نلاحظ أن أكبر قيمة للفرق بين الاحتماليين التراكمي الفعلي والتراكمي النظري هي (0.0320)، وحيث أن القيمة الجدولية عند مستوي معنوية 5 % وحجم عينة $(n = 1573)$هي $\frac{1.36}{\sqrt{1573}} = 0.034291$. بالمقارنة نجد أن القيمة الفعلية لاختبار سميرنوف أصغر من القيمة الجدولية أي لا يوجد فرق معنوي بين التوزيعين الفعلي والنظري، وبالتالي لا يمكننا رفض الفرض العدمي القائل بأن قيم المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين يتبع التوزيع اللوغاريتمي الطبيعي.

٤/١ اختبار تبعية قيم المطالبات لتوزيع جاما

أ- تقدير معلمات التوزيع جاما $(\boldsymbol{\sigma}, \boldsymbol{\beta})$

بمساواة توقع وتباين توزيع قيمة المطالبة الفعلي بتوقع وتباين توزيع جاما ينتج:

$$\frac{\alpha}{\beta} = 61236.4908$$

$$\frac{\alpha}{\beta^2} = 4700108090$$

وبقسمة معادلة التوقع على معادلة التباين ينتج أن:

$$\beta = 0.0000130287 \quad , \qquad \alpha = 0.797834376$$

ب- حساب الاحتمالات والتكرارات النظرية المقابلة لقيم المطالبات للتوزيع جاما

- نحصل على الاحتمالات النظرية التراكمية من خلال التعويض عن (X) بالحد الأعلى لفئات الخسارة في دالة التوزيع الاحتمالي التراكمي لتوزيع جاما.

$$F(S) = \int_0^S \frac{\beta}{\Gamma(\alpha)} e^{-\beta S} (\beta S)^{\alpha-1} \; ds$$

- وبالتالي يمكن حساب التكرارات النظرية التراكمية من خلال ضرب هذه الاحتمالات التراكمية التي حصلنا عليها في مجموع الخسائر(1573).

جدول رقم (٢-١٣)

التوزيع النظري لقيم المطالبات باستخدام توزيع جاما

الحد الأعلى لفئات المطالبات X_i	والاحتمالات التراكمية النظرية $P'(x_i)\uparrow$	التكرارات التراكمية النظرية $F'(x_i)\uparrow$	الاحتمالات النظرية $P'(n_i)$	التكرارات النظرية $F'(x_i)$
50000	0.582216	916	0.582216	916
100000	0.799746	1258	0.217530	342
150000	0.901393	1418	0.101647	160
200000	0.950794	1496	0.049401	78
250000	0.975245	1534	0.024451	38
300000	0.987478	1553	0.012233	19
350000	0.993640	1563	0.006162	10
400000	0.996760	1568	0.003120	5
450000	0.998345	1570	0.001585	2
500000	0.999153	1572	0.000808	2
1000000	1.000000	1573	0.000847	1
sum			**1.000000**	**1573**

المصدر: من إعداد الباحث، اعتمادا على التحليل الإحصائي للبيانات

ج- اختبار جودة توفيق البيانات مع توزيع جاما:

لاختبار صحة الفرض القائل بأن البيانات الخاصة بقيم المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين تتبع توزيع جاما من عدمه نجري اختبار كولمجروف- سيمرنوف كما يلي:

جدول رقم (٢-١٤)

اختبار $(K - S)$ لجودة التوفيق لتوزيع جاما لقيم المطالبات

في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين

الحد الأعلى لفئات المطالبات X_i	الاحتمالات التراكمية الفعلية $P(n_i)\uparrow$	والاحتمالات التراكمية النظرية $P'(n_i)\uparrow$	الفرق المطلق $P(n_i)\uparrow - P'(n_i)\uparrow$
50000	0.623013	0.582216	0.040797
100000	0.845518	0.799746	0.045772
150000	0.918627	0.901393	0.017234
200000	0.956135	0.950794	0.005341
250000	0.974571	0.975245	0.000674
300000	0.984743	0.987478	0.002735
350000	0.989828	0.993640	0.003812
400000	0.992371	0.996760	0.004389
450000	0.997457	0.998345	0.000888
500000	0.998729	0.999153	0.000424
1000000	1.000000	1.000000	0.000000

المصدر: من إعداد الباحث، اعتمادا على التحليل الإحصائي للبيانات

من خلال الجدول السابق رقم (٢-١٤) نلاحظ أن أكبر قيمة للفرق بين الاحتماليين التراكمي الفعلي والتراكمي النظري هي (0.045772)، وحيث أن القيمة الجدولية عند مستوي معنوية 5 % وحجم عينة $(n = 1573)$ هي $0.034291 = \frac{1.36}{\sqrt{1573}}$. بالمقارنة نجد أن القيمة الفعلية لاختبار سميرنوف أكبر من القيمة الجدولية أي يوجد فرق معنوي بين التوزيعين الفعلي والنظري، وبالتالي نرفض الفرض العدمي القائل بأن قيم المطالبات في وثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين تتبع توزيع جاما.

٢- تقدير العزوم الأربعة حول الصفر وحول المتوسط لتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي لقيم المطالبات

١/٢ حساب العزوم الأربعة حول الصفر لتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي

دالــة التوزيع الاحتمــالي لقيم المطــالبــات هي دالــة توزيع اللــوغــاريتمي الطبيعي بمعالم($\mu = 10.61628001125\ ,\quad \sigma = 0.90135290998$).

- تم حساب العزوم المركزية الأربعة حول الصفر وفقاً لدالة توليد العزوم لتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي باستخدام برنامج(Mathcad Prime 6) كما يلي:

(Johnson, Norman L., 1970, p.115)

$$\mu_1{}'(X) = \mu = e^{\mu+\frac{\sigma^2}{2}} = 61236.49078$$

$$\mu_2{}'(X) = e^{2(\mu+\sigma^2)} = 8450015893$$

$$\mu_3{}'(X) = e^{3\mu+9\frac{\sigma^2}{2}} = 2.62749 \times 10^{15}$$

$$\mu_4{}'(X) = e^{4\,\mu+8\,\sigma^2} = 1.84104 \times 10^{21}$$

٢/٢ حساب العزوم الأربعة حول المتوسط لتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي

- باســتخدام العلاقة بين العزوم حول المتوســط والعزوم حول الصــفر أمكن تقدير العزوم المركزية الأربعة لتوزيع اللوغاريتمي الطبيعي باســتخدام برنامج (Mathcad Prime 6) كما يلي:

$$\mu_1(\mathrm{X}) = zero$$

$$\mu_2(\mathrm{X}) = \mu_2{}'(X) - [\mu_1{}'(X)]^2 = 4700108090$$

$$\mu_3(\mathrm{X}) = \mu_3{}'(X) - 3\mu_2{}'(X)\mu_1{}'(X) + 2[\mu_1{}'(X)]^3$$
$$= 1.53441 \times 10^{15}$$

$$\mu_4(\mathrm{X}) = \mu_4{}'(X) - 4\mu_3{}'(X)\,\mu_1{}'(X)$$
$$+ 6\mu_2{}'(X)[\mu_1{}'(X)]^{\mathbf{2}} \; - 3[\mu_1{}'(X)]^{\mathbf{4}}$$
$$= 1.34538 \times 10^{21}$$

٣/٣ تحديد التوزيع الاحتمالي المركب لإجمالي قيم المطالبات

١/٣/٣العزوم الأربعة للدالة المركبة من توزيعي ذو الحدين السالب واللوغاريتمي الطبيعي

- أمكن تقدير العزوم الأربعة المركبة لدالة مجموع قيم المطالبات من خلال دمج كلاً من عزوم التوزيع المتقطع (ثنائي الحدين السالب) والتوزيع المستمر (اللوغاريتمي الطبيعي) باستخدام برنامج (Mathcad Prime 6) وكانت النتائج كما يلي:

(Hong Shiang Lau, 1984, p.20:30)

$$\mu_1(S) = \mu_1{}'(X) \times \mu_1(N)$$
$$= 96325000$$

$$\mu_2(S) = \{[\mu_1{}'(X)]^2 \times \mu_2(N)\} + \{\mu_2(X) \times \mu_1(N)\}$$
$$= 1.50967 \times 10^{13}$$

$$\mu_3(S) = \{[\mu_1{}'(X)]^3 \times \mu_3(N)\} + \{\mu_3(X) \times \mu_1(N)\} + \{3\mu_1{}'(X) \times \mu_2(X) \times \mu_2(N)\}$$
$$= 4.94784 \times 10^{18}$$

$$\begin{aligned}\mu_3(S) = {} & \{[\mu_1{}'(X)]^4 \times \mu_4(N)\} + \{\mu_4(X) \times \mu_1(N)\} \\ & + \{4\mu_1{}'(x) \times \mu_3(X) \times \mu_2(N)\} \\ & + 6[\mu_1{}'(X)]^2 \times \mu_2(X)\{\mu_1(N) \times \mu_2(N) + \mu_3(N)\} \\ & + 3[\mu_2(X)]^2 \times \{[\mu_1(N)]^2 - \mu_1(N) + \mu_2(N)\}\end{aligned}$$

$$= 6.87102 \times 10^{26}$$

ثالثاً:تحديد شكل التوزيع المناسب لدالة إجمالي قيم المطالبات وفقاً لقيمة معامل بيرسون

يتم استخدام العزوم الأربعة الأولي المركبة لحساب معامل الالتواء(β_1) ومعامل التفرطح(β_2) لاستخدامها في تحديد قيمة المعادلة التفاضلية لبيرسون، وبالتالي لتحديد التوزيع الاحتمالي الإجمالي لقيم المطالبات وذلك من خلال تطبيق العلاقات التالية كما يلي:

- وباستخدام برنامج (Mathcad Prime 6) نحصل علي النتائج التالية:

(Lahcene, Bachioua, 2013, p.108:109)

- معامل الالتواء β_1

$$\beta_1 = \frac{[M_3(S)]^2}{[M_2(S)]^3} = 0.007115122$$

- معامل التفرطح β_2

$$\beta_2 = \frac{M_4(S)}{[M_2(S)]^2} = 3.014780397$$

- معامل بيرسون K

$$K = \frac{\beta_1(\beta_2 + 3)^2}{4(2\beta_2 - 3\beta_1 - 6)(4\beta_2 - 3\beta_1)} = 0.650706954$$

حسب مجموعة منحنيات بيرسون إذا كانت قيمة معامل بيرسون تقع بين الصفر والواحد الصحيح اي ($0 < k < 1$) فإن التوزيع الاحتمالي المركب لمجموع قيم المطالبات في هذه الحالة يتبع توزيع جاما. **(إسماعيل،٢٠٠٥، ص١٣١) (البرقاوي،٢٠١٩، ص.١٠٠)**

وتأخذ دالة التوزيع التراكمية لتوزيع جاما الشكل التالي:

$$F(S) = \int_0^S \frac{\beta}{\Gamma(\alpha)} e^{-\beta S} (\beta S)^{\alpha - 1} \; ds$$

يتم الحصول على معلمات توزيع الدالة المركبة الذي وجد أنه توزيع أنه توزيع جاما عن طريق مساواة العزم الأول لتوزيع جاما الجديد بعزم الدالة المركبة الأول $M_1(S)$ ومساواة العزم الثاني لتوزيع جاما الجديد بعزم الدالة المركبة الثاني $M_2(S)$:

(Lahcene, Bachioua, 2013, p.108:109)

$$\mu_1(S) = \frac{\alpha}{\beta} = 96325000 \qquad (1)$$

$$\mu_2(S) = \frac{\alpha}{\beta^2} = 1.50967 \times 10^{13} \qquad (2)$$

وبقسمة المعادلة الأولي على المعادلة الثانية نحصل على معلمات توزيع إجمالي قيم المطالبات:

$$\beta = 6.38052 \times 10^{-6}$$

$$\alpha = 614.60367$$

النموذج الرياضي المركب المقترح الذي يحكم حوادث آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري هو:

$$F(S) = \int_0^S \frac{6.38052 \times 10^{-6}}{\Gamma(614.60367)} e^{-(6.38052\times10^{-6})S} (6.38052 \times 10^{-6} \times S)^{613.60367}$$

رابعاً: حساب سعر التأمين الصافي والتجاري

بعد الحصول علي النموذج الرياضي المركب الذي يحكم حوادث آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري ، يمكننا الأن الوصول للقسط النهائي والذي يمثل القسط الصافي الخام مضافاً اليه مخصص الإنحرافات لقيم المطالبات (الفرق بين المطالبات الفعلية والمطالبات المتوقعة)، وتتوقف قيمة هذا المخصص علي قيمة الإحتمال المختار، فإذا قررت شركة التأمين تحديد القسط والذي تقع في حدوده 99 % من مجموع قيم المطالبات فإنه يمكن الحصول علي قيمة المطالبات الإجمالية كما يلي :

دالة الكثافة الإحتمالية لدالة إجمالي قيم المطالبات:

$$F(S) = \frac{6.38052 \times 10^{-6}}{\Gamma(614.60367)} e^{-(6.38052\times10^{-6})S} (6.38052 \times 10^{-6} \times S)^{613.60367}$$

للحصول علي قيمة $(s = aggregate\ claims)$ نستخدم دالة التوزيع التراكمية التالية:

$$F(S) = \int_0^S \frac{6.38052 \times 10^{-6}}{\Gamma(614.60367)} e^{-(6.38052\times10^{-6})S} (6.38052 \times 10^{-6} \times S)^{613.60367}$$

باستخدام برنامج (R) للحزم الإحصائية عند إحتمال قدره 99 % فإن S = 105593730

إجمالي قيم المطالبات $(aggregate\ claims)$ = 105593730

∴ مخصص الإنحرافات في قيم المطالبات الفعلية عن المطالبات المتوقعة =

$105593730 - 96325000 = 9268730$ جنيها

قسط التأمين الصافي = قسط الخطر + مخصص الانحرافات

١- قسط التأمين الصافي = $96325000 + 9268730 = 105593730$

– سعر التأمين الصافي = $\frac{\text{إجمالي قيم المطالبات}}{\text{إجمالي مبالغ التأمين}}$

– السعر التجاري

= $\frac{\text{السعر الصافي النهائي}}{1 - (\text{نسبة المصاريف العمومية والإدارية والعمولات} + \text{نسبة هامش الربح})}$

2 – سعر التأمين الصافي = $\frac{105593730}{224058391557} = 4.7128 \times 10^{-4}$

3 – السعر التجاري = $\frac{4.7128 \times 10^{-4}}{(0.05 + 0.229) - 1} = 6.5364 \times 10^{-4}$

أولاً: النتائج:

يمكن عرض نتائج الدراسة كما يلي:

١- عدد حوادث آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري تتبع توزيع ذو الحدين السالب بمعلمات

$$p = 0.7657085 \text{ ، } r = 0.50008357$$

٢- حجم خسائر حوادث آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري تتبع توزيع اللوغاريتمي الطبيعي بمعلمات

$$\sigma = 0.90135290998 \text{ ، } \mu = 10.61628001125$$

٣- تم استخدام توزيعات بيرسون في تحديد دالة قيم المطالبات الإجمالية والتي تعتمد على العزوم المركزية المركبة والناتجة من دمج عزوم توزيع تكرار الحوادث، وعزوم توزيع حجم الخسائر.

٤- دالة قيم المطالبات الإجمالية لأخطار آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري تتبع توزيع جاما بمعلمات

$$\alpha = 614.60367 \text{ ، } \beta = 6.38052 \times 10^{-6}$$

٥- دالة الكثافة الاحتمالية لدالة قيم المطالبات الإجمالية لأخطار آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري كانت على الشكل التالي:

$$F(S) = \int_0^S \frac{6.38052 \times 10^{-6}}{\Gamma(614.60367)} e^{-(6.38052\times10^{-6})S} (6.38052 \times 10^{-6} \times S)^{613.60367}$$

٦- سعر التأمين الصافي لتغطية وثيقة آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري هو 4.7128×10^{-4}، بينما سعر التأمين التجاري هو 6.5364×10^{-4} ، في حين أن السعر المطبق حالياً في السوق جوالي 0.001

٧- بمقارنة السعر المطبق حالياً بالسعر الذي تم توصل اليه، يتضح أن السعر المطبق حالياً أكبر من السعر العادل ،أي أن هناك مبالغة في السعر الحالي لوثيقة تأمين آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري.

ثانياً: التوصيات:

١- ضرورة استخدام التوزيعات الاحتمالية المركبة في تسعير الأخطار التجميعية أو المركبة.

٢- ضرورة استخدام توزيع ذو الحدين السالب بدلاً من توزيع بواسون في حالة تبين أن بيانات عدد الحوادث تتبع توزيع بواسون وتوزيع ذو الحدين السالب.

٣- يوصي الباحث باستخدام الدالة المولدة للعزوم لتوزيع مركب من: دالة احتمال لتوزيع متقطع (يصف عدد الحوادث)، مع دالة الكثافة الاحتمالية لتوزيع مستمر (يصف حجم الخسائر)

٤- يوصي البحث باستخدام منحنيات بيرسون كوسيلة إحصائية مهمة، لتحديد التوزيع الاحتمالي المركب المناسب للوصول لدالة قيم المطالبات الإجمالية.

٥- أهمية استخدام نظرية الأخطار التجميعية أو المركبة في تسعير وثيقة آلات ومعدات المقاولين في سوق التأمين المصري

مراجع البحث:

١) إسماعيل، عماد عبد الجليل علي، **" تسعير وثيقة التأمين الشاملة للفنادق والقري السياحية"**، رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية التجارة، جامعة القاهرة، ٢٠٠٥.

٢) البرقاوي، محمد أحمد فؤاد عبده، **" نموذج مقترح لنمذجة الأخطار كأسلوب لتسعير الأخطار المركبة بالتطبيق على الهيئة القومية لسكك حديد مصر"**، رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية التجارة، جامعة المنصورة، ٢٠١٩.

٣) الخولي، حسني أحمد، " التحليل الإحصائي والتأميني لتذبذب معدل الخسارة بفرع التأمين الهندسي، دراسة تطبيقية على سوق التأمين "، **مجلة الرائد العربي**، العدد المئة وثلاثة، ٢٠٠٩.

٤) العنبكي، شهاب أحمد جاسم، **"التأمين** الهندسي **تأمين كافة أخطار المقاولين "**، بدون ناشر، صنعاء، ٢٠٠٧.

٥) المعداوي، جيهان مسعد، " استخدام نموذج المصداقية في تسعير التأمين الهندسي"، **مجلة الدراسات التجارية المعاصرة**، جامعة كفر الشيخ، العدد الرابع، ٢٠١٨.

٦) حسان، محمد فؤاد محمد، " الأخطار الهندسية ونموذج كمي مقترح لتسعير جميع الأخطار "، **مجلة آفاق جديدة للدراسات التجارية**، جامعة المنوفية، العدد الأول والثاني، ٢٠٠٢.

٧) سليمان، أسامة ربيع أمين، **" تسعير تأمينات الممتلكات والمسئوليات باستخدام النماذج المالية في الفكر الإكتواري الحديث"**، رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية التجارة، جامعة المنوفية، ٢٠٠٩.

٨) عبد الله، جابر سلام سالم، **" تقييم سياسات الاكتتاب في التأمين الهندسي دراسة تحليلية بالتطبيق على سوق التأمين المصري "**، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التجارة، جامعة بني سويف، ٢٠١٥.

٩) عبد الكريم، لبني محمد فريد، **" تقدير الحجم الاقتصادي لحد الاحتفاظ في اتفاقيات تجاوز الخسارة دراسة تطبيقية مقارنة على فرع التأمينات الهندسية في السوق المصري"**، رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية التجارة، جامعة القاهرة، ٢٠٠٥.

١٠) غالي، أكرم مراد نمر، **" دراسة تحليلية لمفهوم تحليل الخطر مع التطبيق على وثيقة تأمين جميع أخطار التركيب "**، رسالة ماجستير، كلية التجارة، جامعة القاهرة، ٢٠٠٨.

١١) ________، **"تسعير التأمين الهندسي للآلات والمعدات وفقاً للعوامل المؤثرة في درجة الخطر "**، رسالة دكتوراه غير منشورة، كلية التجارة، جامعة القاهرة، ٢٠١٧.

١٢) معيط، محمد أحمد محمد، **" تسعير تأمين جميع أخطار المقاولين في جمهورية مصر العربية**، رسالة ماجستير غير منشورة، كلية التجارة، جامعة القاهرة، ١٩٩٢.

١٣) وثيقة تأمين الات ومعدات المقاولين

14) Aiuppa, Thomas A., (1988) " Evaluation of Pearson curves A an Approximation of the Maximum probable Annual Aggregate Loss", **The Journal of Risk an insurance.**

15) Burnecki, K., Misiorek, A. & Weron, R., (2010), " **Loss Distributions**", MPRA Paper, University Library of Munich, Germany.

16) Cruz, M., Peters, G., & Shevchenko, P., (2015**),** " **Operational Risk and Insurance Analytics**", John Wiley& Sons, Inc, United States of America.

17) Dong, Alice & Chan, Jennifer & Peters, Gareth. (2014). "Risk Margin Quantile Function Via Parametric and Non-Parametric Bayesian Quantile Regression. " **SSRN Electronic Journal**. 45.

18) Hon Shiang Lau, (1984) "An Effective Approach for Estimating the Aggregate Loss of An Insurance Portfolio ", **The Journal of Risk and Insurance.**

19) Johnson, Norman L., (1970), "**Continuous Univariate Distribution**", A Wiley Publication, USA.

20) Lahcene, Bachioua, (2013) "On Pearson families of distributions and its applications", **African Journal of Mathematics**.

21) Morgan, Ibrahim Mhamed, (1983) **"Credibility Theory Under The Collective Risk Model**", PhD dissertation, University of Wisconson, U.S.A.

22) Packava, V.& Brebera, D., (2015), "Loss Distribution and simulations in General and Reinsurance", **International Journal of Mathematics and Computers, Vol.9.**

23) Panger, H., (2005**), " Insurance risk models**", John Wiley& Sons, Inc, United States of America.

24) Panger, H., (2006**),** "**Operational Risk Modeling Analytics**"**,** John Wiley& Sons, Inc, United States of America.

25) Rohatgi, V.& Saleh, A., (2015**),** "**An Introduction to Probability and Statistics**" Third edition, John Wiley& Sons, Inc, United States of America.

26) Weinstein, EW, (2005**),** "**Pareto Distribution-from Wolfram Math World**", math world.worfram.com.