

**برنامج قائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس MKT
لتنمية مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى
معلمي الرياضيات قبل الخدمة**

**A program based on the Mathematical Knowledge for Teaching
(MKT) Framework to develop the professional noticing skills of
student thinking among pre- service mathematics teachers.**

إعداد

د. مريم موسى متى عبد الملاك
أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد
بكلية التربية - جامعة الوادي الجديد
mariammatta76@gmail.com

المخلص:

هدف البحث إلى دراسة أثر برنامج قائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس MKT على تنمية مهارة الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة. تكونت عينة البحث من ٣٢ طالباً وطالبة من طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية جامعة الوادي الجديد. اعتمد البحث على المنهج التجريبي ذو التصميم شبه التجريبي ذو المجموعة الواحدة ذات القياس القبلي البعدي. تم إعداد البرنامج القائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس، كما تم إعداد اختبارات مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لموضوع الأعداد النسبية. توصلت نتائج البحث إلى وجود فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠.٠١) بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي لمهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب، وهي: الانتباه لتفكير الطلاب، وتفسير فهم الطلاب، وتحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب. وفي ضوء ما أسفرت عنه النتائج يوصي البحث بضرورة تطوير مقررات طرق التدريس في برامج إعداد المعلمين بحيث تنطوي على خبرات تدعم فرص الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لإعداد معلمي المستقبل لملاحظة تفكير الطلاب، وتزويدهم بالمعرفة اللازمة للتعامل مع تفكير الطلاب قبل أن يبدأوا التدريس في فصول دراسية حقيقية، وأن تهدف برامج إعداد المعلمين قبل الخدمة إلى تطوير معرفة عميقة بالمحتوى الرياضي وبكيفية تدريسه لدى الطلاب المعلمين.

الكلمات المفتاحية: المعرفة الرياضية للتدريس، الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب

Abstract:

The aim of the research is to study the effect of a program based on the Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) Framework on developing the professional noticing skills of students' thinking among pre-service mathematics teachers. The research sample consisted of 32 preservice teachers in the Faculty of Education, New Valley University. The research used the experimental method with a quasi-experimental design with one group with a pre- and post-measurement. The program based on the Mathematical Knowledge for Teaching Framework has been prepared, and the test of the professional noticing skills of students' thinking of rational numbers has been prepared. The results found that there was a statistically significant difference at the level (0.01) between the mean scores of the experimental group students in the pre-and post-measurement of professional noticing skills of students' thinking, namely: attention to students' thinking, interpretation of students' understanding, response based on students' understanding. In light of the results, the research recommends the need to develop teaching methods courses in teacher preparation programs so that they include experiences that support opportunities for professional noticing of students' thinking to prepare future teachers to notice students' thinking and provide them with the necessary knowledge to deal with students' thinking before they start teaching in real classrooms. Pre-service teacher preparation programs should aim to develop deep knowledge of mathematical content and how to teach it to student teachers.

Keywords: Mathematical Knowledge for Teaching, Professional Noticing of Student Thinking.

مقدمة:

تعد ملاحظة المعلم المهنية لتفكير الطلاب عنصر ضروري لتدريس الرياضيات الفعال. ملاحظة المعلم المهنية لتفكير الطلاب تتضمن انتباه المعلم إلى استراتيجيات الطلاب، واستخدام هذه الاستراتيجيات كدليل لتفسير فهم الطلاب، وبناءً على الخطوات السابقة، يقرر المعلم كيفية الاستجابة للطلاب لدعم فهمهم أو سد الثغرات في فهمهم أو التخلص من المفاهيم الخاطئة لديهم (Jacobs et al., 2010). أظهرت الأبحاث أنه لتعليم الرياضيات بشكل فعال، يجب على المعلمين ملاحظة تفكير الطلاب واستخدامه لتعديل تدريسهم بطرق تدعم تعلم الطلاب (Santagata & Lee, 2021; Lee & Cross Francis, 2018). كذلك أشار المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2014) أن التدريس الفعال للرياضيات يستخدم أدلة على تفكير الطلاب لتقييم التقدم نحو الفهم الرياضي ولتعديل التدريس باستمرار بطرق تدعم التعلم وتوسع نطاقه. وذلك لأن تفكير الطالب بمثابة عدسة تفسيرية تساعد المعلمين على التفكير في الطلاب والرياضيات التي يتعلمونها، والمهام المناسبة لتعلم تلك الرياضيات، والأسئلة التي يجب طرحها لتقودهم إلى فهم أفضل (Jacobs et al., 2010). إن التدريس الذي يبنى على التفكير الرياضي للطلاب يزيد من التحصيل المعرفي للطلاب، كذلك يمكن أن يحدث تغييرًا إيجابيًا في المعتقدات التربوية للمعلمين، والمعتقدات حول التدريس والتعلم بشكل عام والقدرة على إنشاء استراتيجيات متعددة وتفاعل المهمات (Jacobs et al., 2010; Simpson & Haltiwanger, 2017). كذلك أكد Hill and Chin (2018) بأن فهم المعلم لتفكير الطلاب يرتبط ارتباطًا إيجابيًا بالتحصيل المعرفي للطلاب وأن المعلمين الذين لديهم فهم أفضل لتفكير الطلاب هم أكثر عرضة لتعديل تدريسهم بطريقة تدعم تحصيل الطلاب. عندما يهتم المعلمون بما يفكر فيه الطلاب، وكيف أن حلهم يمثل فهمهم، وكيف يتطور فهمهم الرياضي، فإنهم ينشئون بيئات غنية بالخطاب حيث يشارك الطلاب ويناقشون ويفكرون معًا حول الأفكار الرياضية (Tasdan, 2021). إذا كان التعليم يبنى على تفكير الطلاب، يجب أن يكون المعلمون قادرين على الانتباه لاستراتيجيات الطلاب، وتفسير فهمهم، واستخدام ذلك في تحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب، وهذا ما يعرف بالملاحظة المهنية للمعلم (Jacobs et al., 2010).

نظرًا لأهمية ملاحظة المعلم المهنية لتفكير الطلاب، يجب أن تكون الملاحظة المهنية جانبًا مهمًا ومبكرًا في المناهج الدراسية لإعداد المعلم (Dick, 2017; Fisher et al., 2019; Schack et al., 2013; Tasdan, 2021) وفقًا لـ Jacobs et al.

(2010) الخبرة التدريسية وحدها لا تضمن تحسين قدرة المعلمين على فهم تفكير الطلاب والاستجابة على أساس فهم الطلاب. فقد وجدوا أن المعلمين الذين يتمتعون بخبرة تدريسية تتراوح بين ١٢، ١٤ عامًا، ولكن ليس لديهم تطوير مهني مستدام، مثلهم مثل الطلاب المعلمين فيما يتعلق بالملاحظة المهنية، وخاصة فيما يتعلق بمكون كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب؛ بدلا من ذلك، يتم تطوير الملاحظة المهنية مع الممارسة المتعمدة التي تنطوي على خبرات تدعم فرص الملاحظة. وبالتالي، من أجل وضع معلمي ما قبل الخدمة على المسار الصحيح ليصبحوا معلمين ناجحين، من المهم أن تقدم برامج إعداد المعلمين تدخلات محددة تركز على تفكير الطلاب لإعداد معلمي المستقبل لملاحظة تفكير الطلاب وتكييف التدريس وفقا لذلك (Schack et al., 2013). أشار (Bondurant et al. (2020) أنه تقع على عاتق أساتذة كلية التربية مسؤولية تعزيز خبرات التعلم لمعلمي ما قبل الخدمة الذين يدخلون مهنة تدريس الرياضيات وتزويدهم بالأدوات لزيادة فهم تفكير الطلاب الذين سيديسون لهم والاستراتيجيات التي يستخدمونها لدعم تعلم الرياضيات. كذلك أكد (Simpson and Haltiwanger (2017), Tasdan (2021) أنه من الضروري أن يكتسب الطلاب المعلمون ويطورون مهارات الملاحظة المهنية من خلال تعليم صريح في برامج إعداد المعلمين وتزويدهم بالمعرفة اللازمة للتعامل مع تفكير الطلاب قبل أن يبدأوا التدريس في فصول دراسية حقيقية. وبذلك، يحتاج معلمي قبل الخدمة إلى المزيد من الفرص المستهدفة لفهم تفكير الطلاب ولتطوير كفاءات التدريس في ملاحظة الجوانب المهمة رياضياً لتفكير الطلاب واستراتيجياتهم وتقييم هذه الاستراتيجيات.

الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب تتطلب مستوى معيناً من المعرفة المتخصصة للمحتوى. أكد (Dick (2017) على ضرورة امتلاك الطلاب المعلمين لنوع خاص من معرفة المحتوى ليتمكنوا من ملاحظة تفكير الطلاب وربط ما لاحظوه بممارساتهم التدريسية وذلك؛ لأن ربط ملاحظة المعلم لتفكير الطلاب وممارسته التدريسية يتطلب مجموعة من الكفاءات أو المهارات التي تعتمد بشكل مباشر على معرفة الموضوع جنباً إلى جنب مع معرفة تفكير الطلاب. كذلك أكد (Ivars et al. (2018) أن تطوير مهارة ملاحظة التفكير الرياضي للطلاب يرتبط بمعرفة معلمي قبل الخدمة للمحتوى الرياضي. فقد وجد (Ivars et al. أنه عندما واجه معلمو قبل الخدمة صعوبات في تفسير التفكير الرياضي للطلاب، كانت هذه الصعوبات مرتبطة بضعف معرفتهم بالمحتوى الرياضي. كذلك أوضح (Jacobs et al. (2010) أنه لتفسير فهم الطلاب، يجب على المعلم ألا ينتبه فقط إلى استراتيجيات الطلاب ولكن أيضاً أن يكون لديه فهم كافٍ للمشهد الرياضي لربط كيف تعكس هذه الاستراتيجيات

فهم المفاهيم الرياضية. وصف (Ball et al., 2008) تقييم استراتيجيات الطلاب وتفسيراتهم على أنها مهمات تدريس تتطلب معرفة متخصصة للمحتوى. كما وجد (Dick, 2017) أنه مع زيادة المعرفة المتخصصة للمحتوى لدى الطلاب المعلمين، أصبحوا أكثر قدرة على الملاحظة المهنية للتفكير الرياضي لطلابهم. من ناحية أخرى، تتطلب الملاحظة المهنية أن يكون المعلم قادراً على: تحديد الجوانب ذات الصلة بموقف التدريس، استخدام المعرفة لتفسير الأحداث، وإقامة روابط بين جوانب محددة من التدريس ومواقف التعلم والمبادئ والأفكار العامة حول التدريس والتعلم (Jacobs et al., 2010)، وهي مكونات المعرفة البيداغوجية للمحتوى (كيفية تدريس المحتوى). وبذلك لتنمية الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي قبل الخدمة، لا بد أن يكون لدى الطالب المعلم معرفة عميقة للمحتوى الرياضي الذي سيقوم بتدريسه ومعرفة عميقة بكيفية تدريسه، وهو ما يعرف بالمعرفة الرياضية للتدريس (Ball et al., 2008).

المعرفة الرياضية للتدريس Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) تقدم إطاراً لأنواع المعرفة المطلوبة للتدريس الفعال للرياضيات (Thomas et al., 2017). تشير المعرفة الرياضية للتدريس إلى معرفة المعلم العميقة للمحتوى الذي سيقوم بتدريسه والطرق المناسبة للقيام بذلك، وتتكون من مجالين أساسيين: مجال معرفة المحتوى، والذي يشمل المعرفة العامة للمحتوى والمعرفة المتخصصة للمحتوى، ومجال المعرفة البيداغوجية للمحتوى (كيفية تدريس المحتوى)، والذي يشمل معرفة المحتوى والطلاب، معرفة المحتوى والتدريس (Ball et al., 2008). لتشخيص وتفسير التفكير الرياضي للطلاب، يعتمد المعلم على معرفته الرياضية للتدريس (Ball et al., 2008). وبالتالي، للانخراط في الملاحظة المهنية، يجب على المعلمين الاعتماد على معرفتهم الرياضية للتدريس (Dick, 2017). فالملاحظة المهنية الفعالة تتطلب مستوى عالٍ من المعرفة الرياضية للتدريس حيث أن تقديم تفسيرات مناسبة لتفكير الطلاب واتخاذ القرارات التعليمية التي تتبع مثل هذه التفسيرات يتطلب معرفة رياضية متخصصة (Thomas et al., 2017). أكد Hill and Chin (2018) أن القدرة على فهم تفكير الطلاب وإجراء التغييرات المناسبة في التدريس ترتبط بشكل مباشر بالمعرفة الرياضية للتدريس. كذلك وجد (Jong et al., 2021), Skultety (2019) أن هناك علاقة ارتباطية موجبة بين المعرفة الرياضية للتدريس وقدرة المعلمين على ملاحظة التفكير الرياضي للطلاب واتخاذ القرارات التعليمية المناسبة بناءً على تفكيرهم. قد نالت المعرفة الرياضية للتدريس الكثير من الاهتمام في الآونة الأخيرة لأسباب عديدة. أولاً: تداخل معرفة المحتوى مع معرفة كيفية تدريس هذا المحتوى يعد شرطاً

أساسياً للتدريس الفعال، وقد تم ربط هذه المعرفة بتحسين نتائج تعلم الطلاب (Thomas et al., 2017). يؤكد Ottmar et al. (2015) أنه ليس من المهم فقط أن يعرف المعلمون ويفهمون بعمق الرياضيات التي يدرسونها ولكن أيضاً أن يكونوا قادرين على ترجمة تلك المعرفة إلى ممارسات تعليمية فعالة والاستفادة من تلك المعرفة بمرونة في المهمات التعليمية لتعزيز تعلم الطلاب. ثانياً: المعرفة الرياضية للتدريس تساعد المعلم على تحديد العناصر الرياضية ذات الصلة بالمشكلة التي يجب على الطلاب حلها وفي الحل الذي قد ينتجوه مما يسمح للمعلم بأن يكون في وضع أفضل لتفسير تعلمهم واتخاذ القرارات التعليمية ذات الصلة (Llinares, 2013).

ثالثاً: المعلمون الذين يمكنهم دمج معرفتهم بالرياضيات بنجاح في التدريس قادرون على تعليم مفاهيم الرياضيات بعمق أكبر، وإدراك تفكير الطلاب وفهمهم للمفاهيم الرياضية، وتحليل الطرق والحلول المختلفة، واختيار التمثيلات والنماذج المناسبة للتعليم (Ottmar et al., 2015). كذلك يؤثر مستوى معرفة المعلم الرياضية للتدريس على تحصيل الطالب حيث يتفوق طلاب المعلمين ذوي المستويات الأعلى من المعرفة الرياضية للتدريس على طلاب المعلمين ذوي مستوى أقل من المعرفة الرياضية للتدريس (Mwinuka & Tarmo, 2020).

قد أجريت عدد من الدراسات الأجنبية (e.g., Aron & Luna, 2021; Flake, 2014; Hatisaru, 2014; Erbas, 2017; Jacob, Hill, & Corey, 2017; Jong et al., 2021; Mwinuka & Tarmo, 2020; Ozgun- Koca et al., 2020; Santagata, 2019) و Lee, 2021; Skultety, 2019) وقليل من الدراسات العربية (السلولي، ٢٠١٨؛ عبد العال، ٢٠١٧؛ عثمان، العابد، ٢٠١٨؛ المطرب، السلولي، سعيد، ٢٠١٧) – على حد علم الباحثة- حول المعرفة الرياضية للتدريس. أوضحت الدراسات الأثر الإيجابي للمعرفة الرياضية للتدريس على تحصيل الطلاب (e.g., Aron & Luna, 2021; Hatisaru, Erbas, 2017; Mwinuka & Tarmo, 2020) والملاحظة المهنية لتفكير الطلاب (Jong et al., 2021; Skultety, 2019) وجودة تدريس الرياضيات (Santagata & Lee, 2021) واكتساب الطلاب للمفاهيم الرياضية وحل المشكلات (عثمان، العابد، ٢٠١٨). اختلف البحث الحاضر عن الأبحاث السابقة في نواتج التعلم التي سعى إلى تنميتها وهي مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب.

وفي ضوء ما تقدم سعى البحث الحاضر إلى التعرف على أثر برنامج قائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس MKT لتنمية مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة.

مشكلة البحث:

رغم من أهمية الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب إلا أنه هناك تدني في قدرة معلمي قبل الخدمة على الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب. فقد أشارت عدد من الدراسات أن هناك ضعف في مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة مثل:

- دراسة (Coskun et al., 2021) والتي هدفت إلى فحص الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي قبل الخدمة في موضوع الكسور. أشارت نتائج الدراسة إلى أن غالبية معلمي قبل الخدمة أظهروا مستوى محدودًا في جميع مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب: الانتباه إلى استراتيجيات الطلاب، تفسير فهم الطلاب، تحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب. أوضحت الدراسة أن ضعف مستوى مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب قد يرجع إلى معرفة الطالب المعلم الرياضية؛ لأنها تؤثر على ما ينتبه إليه وكيف يستخدم معرفته لتفسير فهم الطلاب. كذلك أوضحت الدراسة أن عدم قدرة معلمي قبل الخدمة على الانتباه إلى إجابات الطلاب وتفسيرها قد يرجع إلى وجود مفاهيم خاطئة حول موضوع الكسور لدى معلمي ما قبل الخدمة أنفسهم.
- دراسة (Fernández et al., 2013) والتي هدفت إلى استكشاف الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي قبل الخدمة في موضوع التفكير التناسبي. أظهرت النتائج صعوبة معلمي ما قبل الخدمة في تحديد استراتيجيات الطلاب. وعلى الرغم من أن بعض معلمي ما قبل الخدمة كانوا قادرين على التعرف على استراتيجيات الطلاب، إلا أنهم واجهوا صعوبات في تبرير سبب كون إجابات الطلاب صحيحة أو غير صحيحة مع الأخذ في الاعتبار العناصر الرياضية للمواقف. علاوة على ذلك، واجهوا صعوبات في تفسير إجابات جميع الطلاب. استخلصت الدراسة أن صعوبات معلمي ما قبل الخدمة في فهم تفكير الطلاب يرجع إلى نقص في معرفتهم للمحتوى الرياضي.
- دراسة (Simpson & Haltiwanger, 2017) والتي هدفت إلى تحليل مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي قبل الخدمة عندما لا تكون الملاحظة المهنية جزءًا رسميًا من برنامج إعداد المعلمين. أشارت نتائج الدراسة إلى أن غالبية العظمى من معلمي قبل الخدمة تمكنوا من تحديد استراتيجيات الطلاب، ولكن أظهروا مستوى محدود في مهارتي تفسير فهم الطلاب وتحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب. أوضحت الدراسة أن عدم قدرة الطالب المعلم على تفسير فهم الطلاب وتحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب قد

يرجع إلى افتقاره إلى المعرفة بالمحتوى ونقص المعرفة عن الطالب. كذلك وجدت الدراسة أن مهارات معلمي قبل الخدمة في الملاحظة لم تتحسن بسبب الوقت أو بسبب التدريب الميداني. لذا تقترح الدراسة أن تكون الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب جزءاً رسمياً من برامج إعداد المعلمين.

• دراسة (Ulusoy & Çakiroğlu, 2021) والتي هدفت إلى استكشاف مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي قبل الخدمة لأشكال شبة المنحرف. أشارت نتائج الدراسة إلى أن الطلاب المعلمين تمكنوا من تحديد استراتيجيات الطلاب ولكنهم لم يتمكنوا من تفسير فهم الطلاب وتحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب. ولكن باستخدام المناقشة الجماعية لإجابات الطلاب تمكن الطلاب المعلمين من تحديد استراتيجيات الطلاب وتفسير فهم الطلاب وتحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب.

وقد شعرت الباحثة بتلك المشكلة من خلال:

١- ملاحظة الباحثة:

من خلال عمل الباحثة وإشرافها على طلاب التدريب الميداني شعبة الرياضيات وتدريبها لهم مادة طرق تدريس الرياضيات، لاحظت أنه عند مطالبة معلمي قبل الخدمة بملاحظة الفصل الدراسي فإنهم يركزون على أفعال وسلوكيات المعلم بدلاً من تفكير الطلاب وتعلمهم، ويميلون إلى إصدار احكام تقفقر إلى الدليل. على الرغم من قدرة معلمي قبل الخدمة على توضيح ما هو صحيح أو غير صحيح في إجابات الطلاب، إلا أنهم يعجزون عن تفسير سبب صحة أو خطأ إجابات الطلاب.

٢- الدراسة الاستكشافية:

لتدعيم الإحساس بالمشكلة، أجرت الباحثة دراسة استكشافية عن طريق تطبيق اختبار مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لموضوع الأعداد النسبية على مجموعة من طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية جامعة الوادي الجديد وعددهم ٣٠ طالباً وطالبة. توصلت النتائج إلى وجود تدن في مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب. يوضح الجدول (١) نتائج الدراسة الاستكشافية:

جدول (١): نتائج الدراسة الاستكشافية لمستوى الطلاب في اختبار

مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب

مستوى الطلاب						الأداة
مرتفع (أكبر من ٧٥٪)		متوسط (٥٠ إلى ٧٥٪)		منخفض (أقل من ٥٠٪)		
ن	٪	ن	٪	ن	٪	
-	-	٦	٢٠٪	٢٤	٨٠٪	مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب

وبذلك تتحدد مشكلة البحث الحاضر في تدني مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة.

أسئلة البحث:

حاول البحث الإجابة عن السؤال الرئيس التالي:

ما أثر برنامج قائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس MKT على تنمية مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة؟

ويتفرع من هذا السؤال الأسئلة التالية:

١- ما أسس بناء برنامج قائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس MKT لتنمية

مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة؟

٢- ما بنية برنامج قائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس MKT لتنمية مهارات

الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة؟

٣- ما أثر برنامج قائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس MKT على تنمية

مهارات: الانتباه لاستراتيجيات الطلاب، وتفسير فهم الطلاب، وتحديد كيفية

الاستجابة على أساس فهم الطلاب، لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة؟

أهداف البحث:

هدف البحث الحالي إلى:

١- تنمية مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة.

٢- تحديد أثر برنامج قائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس MKT على تنمية

مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة.

أهمية البحث:

تتمثل أهمية البحث الحاضر في أنه قد يفيد:

١- معلمي قبل الخدمة (عضو هيئة التدريس): من خلال:

• زيادة وعي أساتذة كلية التربية بأهمية تنمية الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي قبل الخدمة.

• زيادة وعي أساتذة كلية التربية بأهمية المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الرياضيات لمعلمي قبل الخدمة.

• زيادة وعي أساتذة كلية التربية بكيفية تصميم مقررات قائمة على إطار المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الرياضيات.

• تطوير الممارسات والأنشطة التعليمية التي تنمي الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي قبل الخدمة.

٢- معلمي الرياضيات قبل الخدمة: من خلال:

- مساعدة معلمي الرياضيات قبل الخدمة في تنمية مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب.
 - مساعدة معلمي الرياضيات قبل الخدمة في تحسين المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الرياضيات.
- ٣- الباحثين في تدريس الرياضيات: من خلال:
- فتح المجال أمام الباحثين لإجراء بحوث ودراسات متعلقة باستخدام إطار المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الرياضيات.
 - فتح المجال أمام الباحثين لإجراء بحوث ودراسات متعلقة بالملاحظة المهنية لتفكير الطلاب.

حدود البحث:

اقتصر البحث على الحدود الآتية:

- طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية جامعة الوادي الجديد.
- تطبيق البحث خلال الفصل الدراسي الأول للعام الدراسي ٢٠٢٢/٢٠٢١.
- مكونات المعرفة الرياضية للتدريس: معرفة المحتوى الرياضي، المعرفة البيداغوجية للمحتوى.
- الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب أثناء دراسة موضوع الأعداد النسبية.
- مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب: الانتباه لاستراتيجيات الطلاب، تفسير فهم الطلاب، تحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب.

مصطلحات البحث:

التزمت الباحثة بالتعريفات الإجرائية التالية:

المعرفة الرياضية للتدريس:

المعرفة الرياضية للتدريس هي معرفة المعلم العميقة للمحتوى الذي سيقوم بتدريسه وكيفية تدريسه، وتتكون من مجالين أساسيين: مجال معرفة المحتوى، والذي يشمل المعرفة العامة للمحتوى، والمعرفة المتخصصة للمحتوى، ومجال المعرفة البيداغوجية للمحتوى (كيفية تدريس المحتوى)، والذي يشمل معرفة المحتوى والطلاب، معرفة المحتوى والتدريس.

الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب:

الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب هي قدرة المعلم على فهم وتفسير تفكير الطلاب وتحديد كيفية الاستجابة لتفكير الطلاب. وتشمل على ثلاث مهارات فرعية: الانتباه

لاستراتيجيات الطلاب، تفسير فهم الطلاب، تحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب.

منهج البحث والتصميم التجريبي:

اعتمد البحث على المنهج التجريبي ذو التصميم شبه التجريبي ذو المجموعة الواحدة ذات القياس القبلي البعدي.

مواد وأدوات البحث:

تم إعداد واستخدام المواد التجريبية التالية:

- البرنامج القائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس.

كما تم إعداد واستخدام أداة القياس التالية:

- اختبار مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب في موضوع الأعداد النسبية. (من إعداد الباحثة)

خطوات البحث وإجراءاته:

- الاطلاع على البحوث والدراسات والأدبيات التي تناولت إطار المعرفة الرياضية للتدريس، ومهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب، والأعداد النسبية.
- إعداد البرنامج التعليمي القائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس وعرضه على مجموعة من السادة المحكمين.
- بناء وضبط أداة البحث والمتمثلة في مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب في موضوع الأعداد النسبية.
- اشتقاق العينة الاستطلاعية للبحث من طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية جامعة الوادي الجديد.
- تطبيق أداة البحث على العينة الاستطلاعية للتأكد من خصائصها السيكومترية (الصدق، الثبات).
- اشتقاق العينة الأساسية للبحث من طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية جامعة الوادي الجديد.
- تطبيق أداة البحث والمتمثلة في اختبار مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب في موضوع الأعداد النسبية تطبيقاً قبلياً.
- تطبيق البرنامج القائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس.
- تطبيق أدوات البحث والمتمثلة في اختبار مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب في موضوع الأعداد النسبية تطبيقاً بعدياً.
- التحليل الإحصائي للبيانات واستخلاص النتائج.
- تقديم التوصيات والمقترحات.

الإطار النظري:

أولاً: إطار المعرفة الرياضية للتدريس:

Mathematical Knowledge for Teaching (MKT)

على مدى الثلاثين عامًا الماضية، سعى الباحثون إلى تحديد أنواع المعرفة اللازمة لتدريس وتعلم الرياضيات. وصف (Shulman, 1986) معرفة المعلم على أنها تتألف من معرفة المحتوى ومعرفة كيفية تدريس المحتوى ومعرفة المناهج الدراسية. كشفت إسهامات Shulman حول معرفة المعلم عن أهمية معرفة المحتوى للتدريس (المعرفة البيداغوجية للمحتوى)، والتي تُعرّف على أنها مقدار وتنظيم المعرفة في حد ذاتها في ذهن المعلم (Shulman, 1986)، والمعرفة البيداغوجية، والتي تعرف على أنها شكل معين من معرفة المحتوى الذي يجسد المحتوى ويجعله قابلاً للتعلم، مما يدل على أن معرفة المحتوى تكون أكثر فاعلية في التدريس عندما يتم دمجها مع المعرفة البيداغوجية. وقد أفسح هذا المجال لدراسة وتطوير نماذج أخرى مشتقة من Shulman لمعلمي الرياضيات.

قام (Ball et al. (2008) بالبناء على عمل (Shulman, 1986) لتطوير إطار عمل شامل لوصف العناصر الأساسية للمعرفة اللازمة لتدريس الرياضيات وطور نموذج المعرفة الرياضية للتدريس MKT. عرف (Ball et al. (2008) المعرفة الرياضية للتدريس بأنها المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الرياضيات. لا تتعلق المعرفة الرياضية للتدريس بما يحتاج المعلمون إلى تعليمه للطلاب، بل تتعلق بما يجب أن يعرفه المعلمون أنفسهم وأن يكونوا قادرين على القيام به لتنفيذ هذا التدريس.

مكونات المعرفة الرياضية للتدريس:

تتكون المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس من مجالين رئيسيين: معرفة المادة الدراسية، والمعرفة البيداغوجية للمحتوى (Ball et al., 2008):

أولاً: معرفة المادة الدراسية **Subject Matter Knowledge**:

تتكون من المعرفة العامة للمحتوى، والمعرفة المتخصصة للمحتوى.

المعرفة العامة للمحتوى: **Common Content Knowledge**

المعرفة العامة للمحتوى هي المعرفة والمهارات الرياضية المستخدمة في أوضاع أخرى غير التدريس، بمعنى أنها المعرفة الرياضية التي يمتلكها أي شخص يواجه مهمة رياضية. تتضمن المعرفة العامة للمحتوى القدرة على حل المشكلات الرياضية، وتقديم تعريفات للمصطلحات الرياضية، وحساب الإجابات الصحيحة.

مثال: عند جمع الكسور مختلفة المقامات مثل $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$

المعرفة العامة للمحتوى تتمثل في إضافة الكسور بشكل صحيح للحصول على الإجابة الصحيحة.

المعرفة المتخصصة للمحتوى: Specialized Content Knowledge

المعرفة المتخصصة للمحتوى هي معرفة الرياضيات الأساسية لتدريس الرياضيات، بمعنى أنها المعرفة الخاصة بالمعلم والتي تُستخدم للمشاركة في مهمات التدريس. تتضمن المعرفة المتخصصة للمحتوى: تمثيل الأفكار الرياضية بدقة، وتقديم تفسيرات رياضية للقواعد والإجراءات العامة، وفحص طرق حل المشكلات غير المعتادة وفهمها، شرح وتبرير الأفكار الرياضية، تقييم التعريفات المبتكرة للطلاب، وتفسير الخوارزميات المطورة، وطرح الأسئلة لإثارة تفكير الطلاب، استخدام اللغة الرياضية.

مثال: في المثال السابق لجمع الكسور مختلفة المقامات، المعرفة المتخصصة للمحتوى تكون مطلوبة لتحديد المفاهيم الفرعية التي يجب فهمها لمعرفة سبب فائدة إيجاد مقام مشترك للوصول إلى الإجابة، أو للحكم على ما إذا كانت الطريقة غير التقليدية التي قد يبتكرها الطالب ستنجح دائماً في جميع الحالات.

ثانياً: المعرفة البيداغوجية للمحتوى Pedagogical Content Knowledge:

وهي معرفة كيفية تدريس المحتوى، وتتكون من معرفة المحتوى والطلاب، ومعرفة المحتوى والتدريس.

معرفة المحتوى والطلاب: Knowledge of Content and Students

معرفة المحتوى والطلاب هي معرفة المحتوى متشابكة مع معرفة كيف يفكر الطلاب حول هذا المحتوى وكيف يتعلموه. تتضمن معرفة المحتوى والطلاب القدرة على التنبؤ بالمفاهيم الخاطئة الأكثر شيوعاً لدى الطلاب، والتنبؤ بما يفكر فيه الطلاب وما سيجدونه مربكاً، وما سيجده الطلاب مثيراً للاهتمام ومحفزاً، والموضوعات التي ستكون أكثر صعوبة. كذلك تتضمن قدرة المعلم على سماع وتفسير تفكير الطلاب الناشئ وغير المكتمل كما يتم التعبير عنه في الطرق التي يستخدم بها التلاميذ اللغة. تتطلب كل مهمة من هذه المهمات تفاعلاً بين فهم رياضي محدد ومعرفة الطلاب وتفكيرهم الرياضي. يعد الإلمام بالأخطاء الشائعة وتحديد الأخطاء العديدة التي من المرجح أن يرتكبها الطلاب أمثلة على معرفة المحتوى والطلاب.

مثال: في المثال السابق لجمع الكسور مختلفة المقامات، تتمثل معرفة المحتوى والطلاب في معرفة المفاهيم الخاطئة لدى الطلاب عن جمع الكسور مختلفة المقامات.

معرفة المحتوى والتدريس: Knowledge of Content and Teaching

تجمع معرفة المحتوى والتدريس بين معرفة التدريس ومعرفة الرياضيات، أي المعرفة التي تدمج المعرفة الرياضية المحددة والجوانب التربوية والتعليمية لعمليات التدريس التي ينطوي عليها تعلم الطلاب. تتضمن معرفة المحتوى والتدريس اتخاذ الخيارات المناسبة للأمثلة أو التمثيلات، ومعرفة كيفية ترتيب الموضوع بشكل أفضل، وتوجيه المناقشات الصفية.

مثال: في المثال السابق لجمع الكسور مختلفة المقامات، تتمثل معرفة المحتوى والتدريس في تحديد كيفية مساعدة الطلاب على تصحيح المفاهيم الخاطئة عن جمع الكسور مختلفة المقامات وكيفية استخدام طرق بديلة لتدريس جمع الكسور.

أهمية المعرفة الرياضية للتدريس:

- تساعد المعرفة الرياضية للتدريس، وتحديدًا معرفة المحتوى والتدريس ومعرفة المحتوى والطلاب، المعلمين على تحديد وتصميم وتسلسل مهمات التعلم التي توفر للطلاب فرصًا للتفاعل بنشاط مع الأفكار الرياضية (Ball et al., 2008).
- قد يواجه المعلمون الذين يفتقرون إلى مستوى عالٍ من المعرفة الرياضية للتدريس، وتحديدًا في مجال معرفة المحتوى والتدريس، صعوبة في التخطيط لدروس فعالة وقد لا يكون لديهم القدرة على تعديل المناهج أو استراتيجيات التدريس لتلبية احتياجات طلابهم على أفضل وجه (Linder & Simpson, 2017).
- بدون معرفة المعلم الرياضية للتدريس، والتي تتكون من معرفة الموضوع ومعرفة كيفية تدريسه، سيواجه المعلمين صعوبة في تعليم طلابهم كيفية فهم الرياضيات وتعلمها من الناحية المفاهيمية (Flake, 2014).
- المعرفة الرياضية للتدريس تسمح للمعلمين بربط الأفكار الرياضية داخل وعبر المجالات الرياضية، وتشجع المعلمين على التواصل رياضياً بطرق يمكن للطلاب فهمها واستخدامها، وتشجع المعلمين على استخدام الممارسات المناسبة لمجال الرياضيات (Mwinuka & Tarmo, 2020).
- لا يستطيع المعلم الذي يتمتع بمعرفة رياضية قوية للتدريس تقديم المحتوى فحسب، بل يمكنه أيضاً تفسير عمل الطلاب ودعم الطلاب في الانتقال من مفاهيمهم الرياضية الحالية إلى مفاهيم جديدة (Lee et al., 2011).
- تعد المعرفة الرياضية للتدريس أمراً بالغ الأهمية لتفسير طرق حل الطلاب غير الرسمية للمهام لتحديد مدى قابليتها للتطبيق ودعم الطلاب في تطوير فهم أكثر ثراءً (Lee et al., 2011).

- تعد المعرفة الرياضية للتدريس من الأمور المهمة بالنسبة إلى تحصيل الطلاب (Lee et al., 2011). وجد (Mwinuka and Tarmo, 2020) أن الطلاب الذين تم تدريسهم من قبل معلمين بمستويات عالية في مكونات المعرفة الرياضية للتدريس كان تحصيلهم الدراسي أعلى مقارنة بالطلاب الذين تم تدريسهم من قبل المعلمين الذين لديهم مستويات منخفضة في مكونات المعرفة الرياضية للتدريس.
- يقوم المعلمون ذوو المستويات الأعلى من المعرفة الرياضية للتدريس بتزويد الطلاب بمهمات أكثر تحدياً رياضياً ويقدمون محتوى بدقة رياضية أكبر (Ottmar et al., 2015).

المعرفة الرياضية لتدريس الأعداد النسبية:

يعد فهم الأعداد النسبية أمراً مهماً ليس فقط للحياة اليومية ولكن أيضاً لمزيد من النمو الرياضي (Obersteiner et al., 2019). ومع ذلك، فقد قدمت الأبحاث على مدى العقود الماضية أدلة واسعة على أن تعلم الأعداد النسبية، وخاصة الكسور، يمثل تحدياً كبيراً للعديد من طلاب المرحلة الابتدائية والإعدادية.

يمكن تعريف الأعداد النسبية على أنها تلك الأعداد الحقيقية التي يمكن تمثيلها على أنها حاصل قسمة أ/ب لعددتين صحيحين، البسط أ والمقام ب، مع ب لا تساوي الصفر. تشترك الأعداد النسبية في العديد من الخصائص مع الأعداد الطبيعية، والتي عادة ما يكون الأطفال على دراية بها قبل أن يتعلموا عن الأعداد النسبية بوقت طويل. على سبيل المثال، يمكن ترتيب كل من الأعداد النسبية والطبيعية وفقاً لأحجامها وتمثيلها على نفس خط الأعداد. ومع ذلك، تختلف الأعداد النسبية أيضاً في نواح مهمة عن الأعداد الطبيعية، وهذه الاختلافات قد تمثل عقبات أمام المتعلمين. يذكر (Obersteiner et al., 2019), (Depaepe et al., 2018) أن السبب الرئيسي لل صعوبات التي يواجهها الطلاب فيما يتعلق بالأعداد النسبية هو التناقض بين معرفة الطلاب السابقة حول الأعداد الطبيعية وبعض سمات نظام الأعداد النسبية التي تختلف عن تلك الموجودة في نظام الأعداد الطبيعية. يطور الأطفال نظرية ضمنية شخصية حول الأعداد وكيفية التعامل معها، والتي تعتمد بشكل كبير على خبراتهم السابقة مع الأعداد الطبيعية، يعتمد الطلاب أيضاً على هذه النظرية الضمنية لإعطاء معنى للأعداد النسبية. في حين أن هذه المعرفة السابقة بالأعداد الطبيعية قد تعزز التعلم الجديد للأعداد النسبية في حالة وجود أوجه تشابه بين نظام الأعداد الطبيعية والأعداد النسبية (مثل $\frac{3}{4} < \frac{1}{2}$ لأن $3 < 4$)، إلا أنها قد تعيق أيضاً تعلم الأعداد النسبية عندما تتعارض خصائص نظام الأعداد الطبيعية مع خصائص نظام

الأعداد النسبية (مثل الافتراض الخاطئ أن $\frac{1}{3} < \frac{1}{5}$ لأن $1 < 3$) (

Depaepe et al., 2018; Obersteiner et al., 2019).

فيما يلي أربعة اختلافات مهمة بين الأعداد الطبيعية والنسبية (Obersteiner et al., 2019):

- يتعلق الاختلاف الأول بالطريقة التي يمثل بها حجم رموز الأعداد الطبيعية والأعداد النسبية. يتطلب فهم حجم عدد طبيعي معين بعض الفهم لحجم أرقامه. تعد المقارنة بين حجم عددين طبيعيين أمرًا مباشرًا؛ لأنه يمكن إجراؤه بطريقة رقم تلو الآخر. على العكس من ذلك، فإن فهم مقادير الكسور يتطلب فهماً إضافياً لعلاقة المضاعفة بين عددين طبيعيين. على سبيل المثال، يتطلب فهم حجم $\frac{11}{5}$ فهم أن 11 أكبر قليلاً من 2×5 . تكون المقارنة بين كسرين أمرًا مباشرًا فقط إذا كان لهما نفس المقام أو نفس البسط؛ لأنه في هذه الحالة، مقارنة الكسور تتطلب فقط مقارنة الأعداد الطبيعية: $\frac{7}{4}$ أكبر من $\frac{7}{2}$ لأن 4 أكبر من 2؛ $\frac{7}{4}$ أصغر من $\frac{5}{4}$ لأن 7 أكبر من 5. ومع ذلك، تكون المقارنة بين كسرين صعبًا إذا لم يكن للكسرين مكونات مشتركة. على سبيل المثال، لمقارنة الكسرين $\frac{3}{2}$ ، $\frac{7}{4}$ ، فإن التفكير في مكونات العدد الطبيعي وحده ليس كافيًا. تعد مقارنة كسرين عشريين أكثر صعوبة أيضًا من مقارنة رقمين طبيعيين لأن عدد الأرقام لا يتماشى بالضرورة مع مقادير الأرقام الإجمالية كما هو الحال مع الأعداد الطبيعية. على سبيل المثال، 1.6 أكبر من 1.452. على الرغم من أن الأخير يحتوي على أرقام أكثر.
- الاختلاف المفاهيمي الآخر بين الأعداد الطبيعية والنسبية هو الكثافة. الأعداد الطبيعية لها عدد يسبقها (بشرط أن يكون الرقم أكبر من 1) وعدد يليها، وبين أي رقمين طبيعيين، هناك عدد محدود من الأرقام الأخرى. ومع ذلك، فإن الأعداد النسبية كثيفة، مما يعني أن عددًا لا نهائيًا من الأرقام يقع بين أي رقمين نسبيين مختلفين. تشير هذه الخاصية إلى أن الأعداد النسبية ليس لها أعداد سابقة ولا تالية.
- يمكن تصنيف الاختلاف الثالث على أنه التمثيل: في حين أن الأعداد الطبيعية لها تمثيل رمزي وحيد، هناك عدد لا نهائي من التمثيلات الرمزية المختلفة لأي عدد نسبي. على سبيل المثال، الرموز $\frac{2}{1}$ ، $\frac{4}{2}$ ، $\frac{6}{3}$ ، ، ، 50٪، 0.5 تمثل جميعها نفس العدد.
- أخيرًا، تختلف الأعداد النسبية عن الأعداد الطبيعية فيما يتعلق بتأثير العمليات على هذه الأعداد. في حين أن الجمع والضرب (برقم آخر غير 1) بين الأعداد

الطبيعية يؤدي دائماً إلى زيادة الرقم الأصلي، فإن هذا لا ينطبق بشكل عام على الأعداد النسبية. الضرب في $\frac{2}{1}$ يجعل الرقم أصغر. وبالمثل، فإن الطرح والقسمة (برقم آخر غير ١) بين الأعداد الطبيعية ينقصان دائماً العدد الأصلي. مرة أخرى، هذا لا ينطبق بشكل عام على الأعداد النسبية. على سبيل المثال، القسمة على $\frac{2}{1}$ تجعل الرقم الأصلي أكبر. بالإضافة إلى الاختلافات في تأثير العمليات على الأعداد، من الصعب شرح معنى هذه العمليات بالنسبة للأعداد النسبية. على سبيل المثال، في الأعداد الطبيعية، يمكن بسهولة تفسير الضرب على أنه إضافة متكررة (على سبيل المثال، $2 \times 3 = 2 \times 2 \times 2$)، ويمكن تفسير القسمة على أنها توزيع متساوي أو تقسيم. ومع ذلك، فإن هذه التفسيرات ليست ذات معنى للأعداد النسبية. على سبيل المثال، ليس من الواضح كيف نضيف $\frac{8}{5}$ مرة إلى الرقم $\frac{4}{3}$ ، لتفسير عملية الضرب $\frac{4}{3} \times \frac{8}{5}$ ، أو كيف يمكن توزيع $\frac{2}{1}$ بالتساوي على $\frac{4}{1}$ ، لتفسير عملية القسمة $\frac{2}{1} \div \frac{4}{1}$.

عندما يتعلم الأطفال لأول مرة عن الأعداد النسبية، يكونوا قد عملوا بالفعل بشكل مكثف مع الأعداد الطبيعية وبالتالي طوروا مفهوماً لماهية الأرقام وكيف يمكن العمل مع الأرقام. نظراً لأن الأعداد النسبية تختلف عن الأعداد الطبيعية، يتعين على المتعلمين تعديل مفهومهم عن العدد. تقترح نظرية التغيير المفاهيمي أن اكتساب مفهوم جديد لا يتطلب فقط دمج معلومات جديدة في هياكل المعرفة الحالية، بل يتطلب أيضاً إعادة هيكلة المعرفة السابقة للطلاب (Obersteiner et al., 2019). تشير أدبيات التغيير المفاهيمي إلى أن إعادة الهيكلة هذه قد يتم تعزيزها من خلال (أ) معالجة أوجه التشابه والاختلاف بين التفكير في الأعداد الطبيعية والأعداد النسبية بشكل منهجي وصريح، (ب) تعزيز الوعي للمفاهيم الموجودة (الخاطئة) حول الأعداد النسبية، (ج) توفير خبرات ذات معنى تكشف عن سبب محدودية المفاهيم السابقة للعمل مع الأعداد النسبية وأن المفاهيم الجديدة أكثر وضوحاً ومعقولة (Depaepe et al., 2018). تحقيق التغيير المفاهيمي لدى الطلاب يتطلب معرفة مهنية مناسبة من المعلمين، وخاصة معرفة المعلم عن المحتوى (وفي هذه الحالة معرفة محتوى الأعداد النسبية) ومعرفة المعلم عن كيفية تعليم المحتوى (أي معرفة المفاهيم الخاطئة لدى الطلاب واستراتيجيات تدريس الأعداد النسبية والتمثيلات المتعددة لمنع ومعالجة هذه المفاهيم الخاطئة) (Depaepe et al., 2018) وهي ما أطلق عليها Ball et al. (2008) المعرفة الرياضية لتدريس الأعداد النسبية.

الدراسات السابقة التي اهتمت بإطار المعرفة الرياضية للتدريس:

دراسة (السلولي، ٢٠١٨):

هدفت الدراسة إلى التعرف على مستوى المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الموضوعات الرياضية المتضمنة في الاختبارات الدولية TIMSS وفحص أثر متغير الخبرة التدريسية ومتغير التنمية المهنية على مستوى المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس هذه الموضوعات. استخدمت الدراسة المنهج الوصفي التحليلي. تكونت عينة الدراسة من ١٦٢ معلم ومعلمة. تكونت أدوات جمع البيانات من استبيان المعرفة الرياضية للتدريس. بينت النتائج أن مستوى المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الموضوعات الرياضية جاءت بمستوى مرتفع في جميع المحاور. كما جاءت نتيجة العلاقة الارتباطية بين متغير الخبرة التدريسية ومستوى المعرفة الرياضية غير دال إحصائياً، والعلاقة بين متغير التنمية المهنية ومستوى المعرفة الرياضية دال إحصائياً ولكنه ضعيف.

دراسة (عبد العال، ٢٠١٧):

هدفت الدراسة إلى قياس مستوى المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الرياضيات والاتجاه نحو تدريسها لدى الطلاب المعلمين. تكونت عينة الدراسة من ٥٢ طالب معلم. تكونت أدوات جمع البيانات من مقياس المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الرياضيات ومقياس الاتجاه نحو الرياضيات. أظهرت النتائج انخفاض مستوى المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس، والارتفاع النسبي لمستوى الاتجاه نحو تدريس الرياضيات لدى الطلاب مجموعة البحث.

دراسة (عثمان، العابد، ٢٠١٨):

هدفت الدراسة إلى معرفة فاعلية برنامج تدريبي لتمكين معلمي الرياضيات من المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس وفق فاعليتهم الذاتية في اكتساب طلبتهم المفاهيم الرياضية وحل المشكلات. تم استخدام التصميم شبه التجريبي ذو المجموعتين الضابطة والتجريبية. تكونت عينة الدراسة من تسعة معلمين وطلابهم. تكونت أدوات جمع البيانات من اختبار المفاهيم الرياضية واختبار حل المشكلات ومقياس الفاعلية الذاتية في التدريس. أظهرت النتائج وجود فروق ذات دلالة إحصائية في اكتساب الطلبة المفاهيم الرياضية وحل المشكلات وذلك لصالح الطلبة التابعين لمعلمي المجموعة التجريبية.

دراسة (المطرب، السلولي، سعيد، ٢٠١٧):

هدفت الدراسة إلى الكشف عن مدى تمكن معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية من المعرفة الرياضية الخاصة بتدريس الأعداد والعمليات الحسابية، وتحديد العوامل المؤثرة. تكونت عينة الدراسة من ٨١ معلم رياضيات. تكونت أدوات جمع البيانات

من مقياس المعرفة الرياضية الخاصة بتدريس الأعداد والعمليات الحسابية. أظهرت النتائج عدم امتلاك عديد من المعلمين العمق المعرفي الكافي لتدريس الأعداد والعمليات الحسابية، وفهم وتقييم أخطاء الطلاب، أو الحكم على مدى صحة طرقهم البديلة في الحل. بينت النتائج أيضا عدم وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين المعلمين في معرفتهم الرياضية.

دراسة (Jacob et al., 2017):

هدفت الدراسة إلى التعرف على أثر برنامج تطوير مهني متخصص في الرياضيات على تحسين المعرفة الرياضية للتدريس لدى المعلمين وتمكينهم من استنباط المزيد من تفكير الطلاب واستدلالاتهم أثناء دروس الرياضيات. تكونت عينة الدراسة من ١٠٥ معلم تم تقسيمهم إلى مجموعة ضابطة ومجموعة تجريبية. تكونت أدوات جمع البيانات من ملاحظات لحصص الرياضيات، واستطلاعات رأي المعلمين، والملاحظات المسجلة بالفيديو لممارسات التدريس، وتقييمات الطلاب. أظهرت النتائج تأثيرات إيجابية على المعرفة الرياضية للتدريس لدى المعلمين، ولكن لا توجد تأثيرات على الممارسة التعليمية أو نتائج الطلاب.

دراسة (Jong et al., 2021):

هدفت الدراسة إلى معرفة أثر وحدة تدريسية على تحسين المعرفة الرياضية للتدريس ومهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي قبل الخدمة، وكذلك فحص العلاقة بين الملاحظة المهنية لمعلمي قبل الخدمة للتفكير الرياضي للطلاب والمعرفة الرياضية للتدريس. تكونت عينة الدراسة من ٢٩٦ معلم قبل الخدمة. تم تقسيمهم إلى مجموعتين: تجريبية وضابطة. تكونت أدوات جمع البيانات من اختبار المعرفة الرياضية للتدريس واختبار مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب. أظهر النتائج نمواً إيجابياً ملحوظاً في مهارة الانتباه لاستراتيجيات الطلاب وتفسير الفهم لدى معلمي قبل الخدمة الذين شاركوا في الوحدة التعليمية. أظهرت النتائج أيضا وجود علاقة بين المعرفة الرياضية للتدريس ومكون الاستجابة على أساس تفكير الطلاب.

دراسة (Mwinuka & Tarmo, 2020):

هدفت الدراسة إلى بحث تأثير معرفة المعلمين الرياضية للتدريس على تحصيل الطلاب للرياضيات. تكونت عينة الدراسة من ٢٧ معلم رياضيات. تكونت أدوات الدراسة من استبيان المعرفة الرياضية للتدريس واختبار للطلاب. تشير النتائج إلى تفوق الطلاب الذين تم تدريسهم من قبل المعلمين الذين يمتلكون مستوى عالي من المعرفة الرياضية للتدريس على الطلاب الذين تم تدريسهم من قبل المعلمين الذين يمتلكون مستوى منخفض من المعرفة الرياضية للتدريس. توصي الدراسة بزيادة

المعرفة الرياضية للتدريس لدى المعلمين من خلال التدريب أثناء الخدمة الذي يركز بشكل أساسي على المعرفة العامة للمحتوى والمعرفة المتخصصة للمحتوى.

دراسة (Ozgun- Koca et al., 2020):

هدف الدراسة إلى تحسين المعرفة الرياضية لتدريس الاستدلال النسبي من خلال التركيز على التحليل النقدي للمهام الرياضية وعمل الطلاب. تكونت عينة الدراسة من ٤٤ معلم رياضيات بالمدارس الإعدادية. تكونت أدوات جمع البيانات من اختبار المعرفة الرياضية للتدريس. أظهرت النتائج التأثير الإيجابي لتحليلات المعلمين للمهام وعمل الطلاب في التفكير التناسبي على معرفة المشاركين للمحتوى والتدريس ومعرفة المحتوى والطلاب، وهما مجالان للمعرفة الرياضية للتدريس.

دراسة (Santagata & Lee, 2021):

هدفت الدراسة إلى بحث العلاقة بين المعرفة الرياضية للتدريس وجودة تدريس الرياضيات. تكونت عينة البحث من عشرة معلمي السنة الأولى من المرحلة الابتدائية. تكونت أدوات جمع البيانات من استبيان المعرفة الرياضية للتدريس. أظهرت النتائج ارتباط قوي وإيجابي وذا دلالة إحصائية بين المعرفة الرياضية للتدريس وجودة تدريس الرياضيات. توصي الدراسة بتضمين المعرفة الرياضية للتدريس في برامج إعداد المعلمين.

دراسة (Skultety, 2019):

هدفت الدراسة إلى استكشاف العلاقة بين المعرفة الرياضية للتدريس لدى معلمي قبل الخدمة ومعتقداتهم حول دور تفكير الأطفال في تدريس الرياضيات وملاحظتهم لتفكير الطلاب. استخدمت الدراسة تصميم البحث المختلط. تكونت عينة الدراسة من ٩٢ طالب معلم. أظهرت النتائج أن النمو في المعرفة الرياضية للتدريس كان متنبأ للنمو في قدرة معلمي قبل الخدمة على الانتباه لاستراتيجيات الطلاب وتفسيرهم لتفكير الطلاب. أظهرت التغييرات في محادثات معلمي قبل الخدمة حول تفكير الطلاب خلال الفصل الدراسي كيف أن المجموعات التي حققت مكاسب أكبر في المعرفة الرياضية للتدريس كانت لها تغييرات ملحوظة في مناقشتهم نحو تركيز أكبر على تفكير الطلاب. كذلك تشير نتائج هذه الدراسة إلى أن المعرفة الرياضية للتدريس ساعدت معلمي قبل الخدمة في تفسيرهم لتفكير الطلاب. توصي الدراسة بضرورة تطوير المعرفة الرياضية للتدريس من أجل تمكين معلمي قبل الخدمة من تفسير تفكير الطلاب بشكل أفضل.

يتضح مما سبق أن أغلب الدراسات التي حصلت عليها الباحثة هي دراسات أجنبية مما يشير إلى قلة الدراسات العربية التي تناولت إطار المعرفة الرياضية للتدريس. تنوعت الدراسات الأجنبية بين دراسات اهتمت بدراسة العلاقة بين المعرفة

الرياضية للتدريس وبعض المتغيرات مثل تحصيل الطلاب (e.g., Mwinuka & Tarmo, 2021) والملاحظة المهنية لتفكير الطلاب (Flake, 2014; Jong et al., 2021; Skultety, 2019) (Santagata & Lee, 2021; al., 2021) وجودة تدريس الرياضيات (e.g., Jacob et al., 2021) ودراسات اهتمت بتنمية المعرفة الرياضية للتدريس (e.g., Jacob et al., 2021) (Ozgun- Koca et al., 2020; 2017). بينما أنصب اهتمام الدراسات العربية على التعرف على مستوى المعرفة الرياضية للتدريس لدى المعلم (السلولي، ٢٠١٨؛ عبد العال، ٢٠١٧؛ المطرب، السلولي، سعيد، ٢٠١٧) وتنمية المعرفة الرياضية للتدريس (عثمان، العابد، ٢٠١٨). اختلف البحث الحالي عن الأبحاث السابقة في بناء برنامج في ضوء مكونات المعرفة الرياضية للتدريس وقياس أثره في تنمية الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي قبل الخدمة.

أوجه الاستفادة من محور إطار المعرفة الرياضية للتدريس في البحث الحاضر:

- تصميم البرنامج المقترح في ضوء مكونات المعرفة الرياضية للتدريس:
 - معرفة المحتوى، والتي تشمل
 - المعرفة العامة للمحتوي: تتضمن المعرفة والمهارات الرياضية التي يمتلكها أي شخص يواجه مهمة رياضية مثل القدرة على حل المشكلات الرياضية وحساب الإجابات الصحيحة.
 - المعرفة المتخصصة للمحتوي: تتضمن المعرفة المتخصصة للمحتوى معرفة الرياضيات الأساسية لتدريس الرياضيات مثل تمثيل الأفكار الرياضية بدقة، وتقديم تفسيرات رياضية للقواعد والإجراءات العامة.
 - المعرفة البيداغوجية للمحتوى (كيفية تدريس المحتوى)، والتي تشمل:
 - معرفة المحتوى والطلاب: تتضمن القدرة على التنبؤ بالمفاهيم الخاطئة لدى الطلاب.
 - معرفة المحتوى والتدريس: تتضمن القدرة على مساعدة الطلاب على تصحيح المفاهيم الخاطئة لديهم واستخدام طرق تدريس بديلة للطرق التقليدية.
- تصميم أنشطة التعلم في البرامج المقترح بحيث يتم معالجة أوجه التشابه والاختلاف بين التفكير في الأعداد الطبيعية والأعداد النسبية بشكل منهجي وصریح، وتعزيز الوعي بالمفاهيم الموجودة (الخاطئة) حول الأعداد النسبية،

- وتوفير خبرات ذات معنى تكشف عن سبب محدودية المفاهيم السابقة للعمل مع الأعداد النسبية وأن المفاهيم الجديدة أكثر وضوحاً ومعقولة.
- من الدراسات السابقة خلصت الباحثة إلى تأكيد الدراسات السابقة على أهمية المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الرياضيات لمعلمي قبل الخدمة.
 - قلة الدراسات العربية – على حد علم الباحثة- التي تناولت إطار المعرفة الرياضية للتدريس. اختلف البحث الحاضر عن الأبحاث السابقة في بناء برنامج في ضوء مكونات المعرفة الرياضية للتدريس وقياس أثره في تنمية الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي قبل الخدمة.
- ثانياً: الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب:

Professional Noticing of Students' Thinking

المقصود بالملاحظة المهنية لتفكير الطلاب:

تعتمد مهارات الملاحظة المهنية للمعلم على القدرة على الانتباه إلى الجوانب ذات الصلة من موقف التدريس (مثل أحداث الفصل الدراسي)، وتفسير الملاحظات لإنشاء روابط بين التدريس والتعلم، واتخاذ قرارات تعليمية على أساس الملاحظات والتفسيرات (Jacobs et al., 2010). أحد جوانب الملاحظة المهنية للمعلم تتمثل في القدرة على ملاحظة التفكير الرياضي للطلاب. اعتمد البحث الحاضر على الملاحظة المهنية للتفكير الرياضي للطلاب الذي طوره (Jacobs et al., 2010)، والذي يتم تعريفها على أنها نوع خاص من الملاحظة التي تركز بشكل أساسي على مراقبة وتفسير تفكير الطلاب.

تتطلب مهارة المعلم في ملاحظة التفكير الرياضي للطلاب أكثر من مجرد توضيح ما هو صحيح أو غير صحيح في إجاباتهم، إنما تتطلب تحديد ما هي الطريقة التي تكون بها إجابات الطلاب ذات مغزى من وجهة نظر تعلم الرياضيات (Llinares, 2013). تحديد الجوانب ذات الصلة في إجابات الطلاب من أجل تفسير فهمهم الرياضي هي الأنشطة المعرفية للمعلم التي تضع الملاحظة المهنية كعنصر من عناصر كفاءته التعليمية. وهذا يعني أن التحديد والتفسير هما من الإجراءات المعرفية التي يتعين على المعلم المستقبلي القيام بها حيث يستخدم معرفته الرياضية للتدريس (Llinares, 2013).

مكونات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب:

عرف (Jacobs et al., 2010) الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب على أنها مجموعة من ثلاث مهارات مترابطة: الانتباه لاستراتيجيات الطلاب، وتفسير فهم الطلاب، وتحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب:

• **الانتباه لاستراتيجيات الطلاب: Attending to Students' Strategies**
تتطلب الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب القدرة على الانتباه إلى التفاصيل المهمة رياضياً في استراتيجيات الطلاب - التفاصيل التي يمكن أن تفيد تدريس المعلم. وصف (Jacobs et al. (2010) مهارة الانتباه لاستراتيجيات الطلاب بأنها القدرة على توضيح تفاصيل استراتيجيات الطلاب وتمييز التفاصيل الصغيرة ولكن البارزة في استراتيجيات الطلاب، واكتشاف ليس فقط الاتصالات اللفظية لعمل الطلاب، ولكن أيضاً السلوكيات والأنماط غير اللفظية التي غالباً ما تكون أكثر دقة. على سبيل المثال، يمكن أن يشمل الانتباه لاستراتيجيات الطلاب ملاحظة حركات العين أو النطق، الذي يتميز بحركات الشفاه، والسلوكيات المرتبطة مباشرة بالرياضيات، مثل العد على الأصابع، والعد في الهواء، ولمس الأشياء الحقيقية أو التخيلية. إن الانتباه لاستراتيجيات الطلاب لا يتطلب فقط القدرة على التركيز على السمات المهمة في بيئة معقدة، ولكن أيضاً معرفة ما هو مهم رياضياً، والمهارة في العثور على تلك المؤشرات المهمة رياضياً في استراتيجيات الطلاب الفوضوية وغير المكتملة في كثير من الأحيان.

• **تفسير فهم الطلاب: Interpreting Students' Understanding**
تتطلب الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب ليس فقط الانتباه لاستراتيجيات الطلاب ولكن أيضاً تفسير الفهم الرياضي المنعكس في تلك الاستراتيجيات. يتضمن تفسير فهم الطلاب فهم تفاصيل استراتيجيات الطلاب وملاحظة كيف تعكس هذه التفاصيل ما يفهمه الطلاب، والتعرف على الاستراتيجيات والفهم الذي لا يظهره الطلاب. يتضمن تفسير فهم الطلاب أيضاً تحليلاً للسلوكيات أو الألفاظ التي تمت ملاحظتها بهدف اتخاذ بعض القرارات فيما يتعلق بالفهم الرياضي للطلاب.

• **تحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب:**

Deciding How to Respond on the Basis of Students' Understanding

تتطلب الملاحظة المهنية للتفكير الرياضي للطلاب ليس فقط الانتباه لاستراتيجيات الطلاب وتفسير الفهم الذي يعكس في تلك الاستراتيجيات ولكن أيضاً الخبرة في استخدام ذلك الفهم في تحديد كيفية الاستجابة. تتطلب مهارة الاستجابة لتفكير الطلاب خبرة في الانتباه لاستراتيجيات الطلاب وتفسير مفاهيم الطلاب، كذلك تتطلب معرفة حول التطور الرياضي للطلاب لتحديد الخطوة التالية المعقولة والقدرة على تسهيل تلك الخطوة التالية. هناك طرق عدة يمكن أن يستجيب بها المعلم لفهم الطلاب. أحد هذه الطرق اختيار المشكلة التالية

بحيث تكون مبنية على الفهم الحالي للطلاب كطريقة لتوسيع نطاق فهم الطلاب بعد حل المشكلة بشكل صحيح.

قدم (2016) Jacobs and Empson إطاراً لتحركات التدريس للاستجابة على أساس فهم الطلاب كالاتي:

(أ) التأكد من أن الطالب يفهم المشكلة:

يناقش المعلم المشكلة (أو جزء معين من المشكلة) مع الطالب. غالبًا ما تتضمن المناقشة شرح سياق المشكلة أو إبراز السؤال المطروح في المشكلة.

(ب) استكشاف تفاصيل استراتيجية الطالب الحالية، ويتم ذلك من خلال:

• طرح أسئلة عامة على الطالب: يطرح المعلم سؤالاً عاماً يدعو الطالب للتحدث عن استراتيجيته.

• الحصول على شرح لأجزاء معينة من عملية حل المشكلة: يطلب المعلم من الطالب أن يشرح أو يبرر خطوات محددة من الاستراتيجية التي استخدمها وخاصة الخطوات التي لها أهمية رياضية أو الخطوات التي يظهر فيها الطالب عدم اليقين في عملية حل المشكلة.

• ربط تمثيل الطالب وسياق المشكلة: يطلب المعلم من الطالب ربط تمثيله بسياق المشكلة أو ربط سياق المشكلة بتمثيله.

• توسيع فهم الطالب للكميات المستخدمة أثناء حل المشكلة: يُشرك المعلم الطالب في محادثة حول الكميات المذكورة في المشكلة أو الكميات التي يولدها الطالب أثناء حل المشكلة. قد يطلب المعلم من الطالب مقارنة كمية بكمية مألوفة أو تقدير كمية قبل حلها.

(ج) تشجيع الطالب على التفكير في استراتيجيات أخرى:

يشجع المعلم الطالب على وضع استراتيجية (تختلف عما فعله الطالب بالفعل) أو لمقارنة استراتيجيته باستراتيجية أخرى.

(د) ربط تفكير الطالب بالتدوين الرمزي:

يكتب المعلم (أو يطلب من الطالب أن يكتب) الأرقام أو التعبيرات أو المعادلات لربط التدوين الرسمي بالمشكلة أو استراتيجية الطالب أو الأفكار التي تنشأ أثناء حل المشكلة.

أهمية الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب:

• لتعليم الرياضيات بشكل فعال وتسهيل نمو الطلاب، من المهم ملاحظة تفكير الطالب واستدلاله الرياضي والاستجابة له بشكل مناسب (Jacobs et al., 2010).

- استخدام الملاحظة المركزة كعدسة للتعلم عن التدريس له تأثير إيجابي على الممارسات التعليمية للمعلمين (Schack et al., 2013).
- تعد ملاحظة السمات المهمة رياضياً في تفكير الطلاب وتقييم حجج الطلاب واستراتيجياتهم وإدراكها من الكفاءات التدريسية المهمة وذلك لأنها تؤدي إلى تعزيز كفاءة المعلم في تقييم الاستراتيجيات التي يستخدمها الطلاب (Zambak & Magiera, 2018).
- تعد الجهود المبذولة لمساعدة المعلمين والطلاب المعلمين على تعلم الملاحظة مهمة، لأن هذه الخبرة يمكن أن تدعمهم ليس فقط التدريس بشكل أكثر فعالية، ولكن أيضاً في استخدام خبراتهم بشكل أكثر فاعلية لتوجيه أعمالهم المستقبلية (Tasdan, 2021).
- يعتمد دور المعلم في تسهيل التعلم على قدرته على ملاحظة تفكير الطالب وعلى قدرته على مساعدة الطلاب على بناء فهم مرتبط بمعرفتهم السابقة حول الموضوع قيد الدراسة (Simpson & Haltiwanger, 2017).
- الملاحظة المهنية للمعلم تؤدي دوراً مهماً في إصلاح تعليم الرياضيات وفي تعزيز التدريس المتمركز حول الطالب وتعزيز الكفاءة الرياضية (NCTM, 2014).
- أحد جوانب كفاءة التدريس هو الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب والتي تمكن المعلم من تحديد وتفسير السمات البارزة لحلول الطلاب من أجل اتخاذ قرارات مستنيرة، فتحدد المعلم للعناصر الرياضية ذات الصلة بالمشكلة التي يتعين على الطلاب حلها وفي الحل الذي قد ينتجوه، يسمح للمعلم بتفسير تعلمهم واتخاذ القرارات التعليمية ذات الصلة (Llinares, 2013).
- الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب أمراً ضرورياً لتلبية متطلبات الإصلاحات التعليمية للقرن الحادي والعشرين والتي تهدف إلى تعزيز التدريس المتمركز حول الطالب الذي يركز على تطوير فهم الطلاب واستخدام الأدلة على تفكير الطلاب (Ivars et al., 2018).

عوامل تؤثر في الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب:

أظهرت الدراسات مجموعة من العوامل التي قد تؤثر في الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب. فيما يلي بعض هذه العوامل والتي استفادت منها الباحثة في تصميم البرنامج المقترح:

- تحليل الملاحظة المهنية إلى ثلاث مهارات مترابطة والتركيز الواضح على كل مهارة بطريقة متداخلة بشكل تدريجي يؤدي إلى زيادة قدرة الطلاب المعلمين بشكل كبير على الملاحظة المهنية (Schack et al., 2013).
- الحصول على فرص متعددة في تحليل عمل الطلاب الكتابي والشفوي، وحل المشكلة بطرق متعددة لفهم كيف يفكر الطلاب، والاستماع إلى مناقشات الآخرين حول حلول الطلاب يساعد على تحسين مهارة الملاحظة المهنية للمعلم (Simpson & Haltiwanger, 2017).
- وجد (Simpson & Haltiwanger, 2017) في دراسة أجروها على معلمي قبل الخدمة أن عدم قدرة المشاركين على ملاحظة المكونات الثلاثة للملاحظة المهنية ترجع إلى افتقارهم إلى المعرفة بالمحتوى الرياضي ونقص المعرفة عن الطالب. هذا يشير إلى أهمية تركيز مقررات طرق التدريس على تزويد معلمي قبل الخدمة بالمعرفة عن المحتوى الرياضي والمعرفة عن صعوبات تعلم الطلاب والمفاهيم الخاطئة فيما يتعلق بالمحتوى الرياضي.
- مهارة الملاحظة ترتبط ارتباطاً وثيقاً بقدرة المعلمين على الاعتماد على المكونات المختلفة للمعرفة المهنية. ولذلك فإن المعلمين بحاجة إلى فهم عميق للمعرفة الرياضية بالإضافة إلى المهارات اللازمة لاتخاذ القرارات التي تدعم تعلم الطلاب (Ivars et al., 2018).
- لكي يكون معلمو قبل الخدمة قادرين على وصف استجابات الطلاب وتفسير فهمهم للرياضيات، يجب أن يكونوا قادرين على تحديد العناصر الرياضية التي تحدد المشكلة ومعرفة الطريقة التي تكون بها العناصر الرياضية التي تميز المشكلة موجودة أو غير موجودة في إجابته الطالب، أي يكون لديهم المعرفة الرياضية التي تسهل تحديد ما هو مناسب من منظور تعلم الرياضيات (Llinares, 2013). فقد وجد (Dick, 2017) أن هناك علاقة بين المعرفة المتخصصة للمحتوى الرياضي وزيادة الملاحظة المهنية.
- تصورات المعلمين لاستخدام التفكير الرياضي للطلاب له دور مهم لملاحظة المعلم المهنية. فقد أظهرت نتائج دراسة (Lee & Cross Francis, 2018) وجود علاقة إيجابية بين تصورات المعلمين حول استخدام تفكير الطلاب ومهاراتهم في الملاحظة المهنية، فكلما تعمق وعي المعلمين لاستخدام تفكير الطلاب، كلما زادت فعالية مهارات الملاحظة لديهم.

- استخدام المناقشة الجماعية لإجابات الطلاب تمكن الطلاب المعلمين من تحديد استراتيجيات الطلاب وتفسير فهم الطلاب وتحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب (Ulusoy & Çakıroğlu, 2021).
- إن توفير المزيد من الفرص لمعلمي ما قبل الخدمة لمشاهدة الطلاب وهم يحلون مشكلات الرياضيات سواء كان ذلك في الفصل الدراسي أو عبر الفيديو ومناقشة ما يرونه مع زملائهم سيساعدهم على تحسين قدرتهم على الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب (Flake, 2014).

طرق لتحسين الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب:

اعتبر الباحثون ملاحظة المعلم المهنية لتفكير الطلاب مكوناً رئيسياً في خبرة التدريس؛ لأنه يؤثر على جودة تعليم الرياضيات. لهذا السبب، بحث الباحثون استراتيجيات مختلفة لتحسين مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي قبل الخدمة. فيما يلي بعض هذه الاستراتيجيات والتي استفادت منها الباحثة في تصميم البرنامج المقترح:

- حاول عدد من الباحثين تحسين خبرة معلمي قبل الخدمة في الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب من خلال مطالبتهم بفحص عينات من حلول الطلاب المكتوبة وطرق تفكيرهم (e.g., Coskun et al., 2021; Schack et al., 2013; Simpson & Haltiwanger, 2017).
- حاول باحثون آخرون تحسين خبرة معلمي قبل الخدمة في الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب من خلال جلسات تركز على مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب والتي ربطت تدريجياً المكونات الثلاثة للملاحظة المهنية (e.g., Fisher et al., 2019; Schack et al., 2013).
- بحث (Fernández et al., 2013) أثر مشاركة معلمي قبل الخدمة في المناقشات على تحسين مهاراتهم في الملاحظة المهنية، ووجدوا أن المناقشات كانت فعالة في تحسين قدرتهم على التفسير التعاوني لتفكير الطلاب.
- استخدم (Ivars et al., 2018), Moreno et al. (2021) مسار التعلم الافتراضي كدليل لملاحظة تفكير الطلاب وذلك لتحسين الحديث المهني للمعلمين قبل الخدمة وتعزيز ملاحظة المعلمين قبل الخدمة. تشير النتائج إلى أن استخدام مسار التعلم الافتراضي كدليل ساعد المعلمين قبل الخدمة على تطوير حديث أكثر تفصيلاً عند تفسير التفكير الرياضي للطلاب، وتعزيز مهارة الملاحظة لديهم. ومع ذلك، فقد ارتبط تعزيز مهارة الملاحظة بمعرفة المحتوى الرياضي لمعلمي ما قبل الخدمة.

أوجه الاستفادة من محور الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب في البحث الحاضر:

- تصميم أنشطة التعلم في البرنامج المقترح بما يساعد على تحسين مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب من خلال:
 - تصميم عينات لحلول الطلاب ومطالبة معلمي قبل الخدمة بفحصها وتحليل طرق تفكير الطلاب.
 - استخدام المناقشة الجماعية لإجابات الطلاب لمساعدة معلمي قبل الخدمة على تحديد استراتيجيات الطلاب وتفسير فهم الطلاب وتحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب.
 - مناقشة طرق الاستجابة لتفكير الطلاب.
- تحليل الملاحظة المهنية إلى ثلاث مهارات مترابطة والتركيز الواضح على كل مهارة بطريقة متداخلة بشكل تدريجي.
- تصميم البرنامج المقترح بحيث يتم التركيز على تزويد معلمي قبل الخدمة بالمعرفة عن المحتوى الرياضي والمعرفة عن صعوبات تعلم الطلاب والمفاهيم الخاطئة فيما يتعلق بالأعداد النسبية.
- تصميم اختبار يقيس مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لموضوع الأعداد النسبية وتحديد معايير لتقييم هذه المهارات.

فروض البحث:

١. لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في اختبار مهارة الانتباه لاستراتيجيات الطلاب في التطبيقين القبلي والبعدي.
٢. لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في اختبار مهارة تفسير فهم الطلاب في التطبيقين القبلي والبعدي.
٣. لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في اختبار مهارة الاستجابة لتفكير الطلاب في التطبيقين القبلي والبعدي.

إجراءات البحث:

أولاً: بناء البرنامج المقترح القائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس:
تمثل النواتج المترتبة على هذا الإجراء الإجابة عن السؤال الأول من أسئلة البحث والذي ينص على: "ما أسس بناء برنامج قائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس MKT لتنمية مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة؟"، والإجابة عن السؤال الثاني من أسئلة البحث والذي ينص على: "ما بنية

برنامج قائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس MKT لتنمية مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة؟"، واستلزم هذا الإجراء الاستناد إلى أطر نظرية متباينة، بعضها يرتبط بإطار المعرفة الرياضية للتدريس، والمعرفة الرياضية لتدريس الأعداد النسبية، ويرتبط بعضها الآخر بالملاحظة المهنية لتفكير الطلاب. وقد تم استقراء هذه الأطر، وأجريت مجموعة من الخطوات تمثلت فيما يأتي:

١- تحديد أسس بناء البرنامج القائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس MKT:
اعتمد بناء البرنامج على مجموعة من الأسس، وهي:

- امتلاك الطالب المعلم للمعرفة الرياضية للتدريس يعد أساسا لنجاحه في تدريس الرياضيات.
- تنمية قدرة الطالب المعلم على الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب مكون أساسي من مكونات برامج إعداد معلم الرياضيات.
- ملاحظة المعلم المهنية لاستراتيجيات الطلاب، واستخدام هذه الاستراتيجيات كدليل لتفسير فهم الطلاب، واستخدام ذلك في تحديد كيفية الاستجابة للطلاب لدعم فهمهم أو سد الثغرات في فهمهم تعد عناصر ضرورية لتدريس الرياضيات الفعال.
- يتم تطوير الملاحظة المهنية مع الممارسة المتعمدة التي تنطوي على خبرات تدعم فرص الملاحظة.
- لتنمية الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي قبل الخدمة، لا بد أن يكون لدى الطالب المعلم معرفة عميقة للمحتوى الرياضي الذي سيقوم بتدريسه ومعرفة عميقة بكيفية تدريسه.
- توفير فرص متعددة للطلاب المعلم لتحليل حلول الطلاب المكتوبة لفهم كيف يفكر الطلاب، والاندماج في مناقشات جماعية حول حلول الطلاب لتحسين مهارات الملاحظة المهنية لديه.
- التركيز على تزويد معلمي قبل الخدمة بالمعرفة عن المحتوى الرياضي والمعرفة عن صعوبات تعلم الطلاب والمفاهيم الخاطئة فيما يتعلق بالمحتوى الرياضي.

٢- تحديد بنية البرنامج القائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس MKT:

أ- تحديد الأهداف العامة للبرنامج:

هدف البرنامج إلى تنمية الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لموضوع الأعداد النسبية لدى طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية جامعة الوادي الجديد.

ب- تحديد الأهداف التعليمية للبرنامج:

في نهاية البرنامج، يجب أن يكون الطالب المعلم قادرا على أن:

- يناقش العلاقة بين الكسر والعدد النسبي.
- يناقش الاختلافات والتشابهات بين الأعداد الطبيعية والأعداد النسبية.
- يحدد المفاهيم الخاطئة لدى الطلاب فيما يتعلق بمفهوم الأعداد النسبية.
- يقترح استراتيجيات لمعالجة المفاهيم الخاطئة عند الطلاب فيما يتعلق بمفهوم الأعداد النسبية.
- يناقش استراتيجيات تدريس وتمثيل الأعداد النسبية.
- يحدد المفاهيم الخاطئة لدى الطلاب فيما يتعلق بترتيب ومقارنة الأعداد النسبية.
- يقترح استراتيجيات لمعالجة المفاهيم الخاطئة عند الطلاب فيما يتعلق بترتيب ومقارنة الأعداد النسبية.
- يناقش استراتيجيات تدريس وتمثيل مقارنة وترتيب الأعداد النسبية.
- يحدد المفاهيم الخاطئة لدى الطلاب فيما يتعلق بجمع الأعداد النسبية.
- يقترح استراتيجيات لمعالجة المفاهيم الخاطئة عند الطلاب فيما يتعلق بجمع الأعداد النسبية.
- يناقش استراتيجيات تدريس وتمثيل جمع الأعداد النسبية.
- يحدد المفاهيم الخاطئة لدى الطلاب فيما يتعلق بطرح الأعداد النسبية.
- يقترح استراتيجيات لمعالجة المفاهيم الخاطئة عند الطلاب فيما يتعلق بطرح الأعداد النسبية.
- يناقش استراتيجيات تدريس وتمثيل طرح الأعداد النسبية.
- يحدد المفاهيم الخاطئة لدى الطلاب فيما يتعلق بضرب الأعداد النسبية.
- يقترح استراتيجيات لمعالجة المفاهيم الخاطئة عند الطلاب فيما يتعلق بضرب الأعداد النسبية.
- يناقش استراتيجيات تدريس وتمثيل ضرب الأعداد النسبية.
- يناقش مفهوم القسمة.
- يناقش القيود التي يفرضها تفسير القسمة كتجزئة على عملية القسمة.
- يحدد المفاهيم الخاطئة لدى الطلاب فيما يتعلق بقسمة الأعداد النسبية.
- يقترح استراتيجيات لمعالجة المفاهيم الخاطئة عند الطلاب فيما يتعلق بقسمة الأعداد النسبية.
- يناقش استراتيجيات تدريس وتمثيل قسمة الأعداد النسبية.

- يشرح طريقة الطالب في الحل بشكل محدد ومفصل إذا ما أعطي ورقة حل الطالب.
- يفسر فهم الطالب معتمدا على الأدلة إذا ما أعطي ورقة حل الطالب.
- يحدد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطالب.

ج - تحديد محتوى البرنامج:

تضمن محتوى البرنامج موضوع الأعداد النسبية: مفهوم الأعداد النسبية، وترتيب ومقارنة الأعداد النسبية، وجمع الأعداد النسبية، وطرح الأعداد النسبية، وضرب الأعداد النسبية، وقسمة الأعداد النسبية.

يرجع السبب في اختيار موضوع الأعداد النسبية أن ملاحظة المعلم المهنية لتفكير الطلاب حول الأعداد النسبية يعد عامل ضروري للتدريس الفعال للرياضيات حيث تؤدي الأعداد النسبية دوراً مهماً في الحياة اليومية ويشكل الفهم العميق للأعداد النسبية أمراً بالغ الأهمية لتعلم الرياضيات المتقدمة، مثل الجبر والاحتمالات (Depaepe et al., 2018). ومع ذلك، تظهر العديد من الدراسات (أبو الرايات، ٢٠١٤؛ بابا، العابد، ٢٠٢٠؛ البطنين، ٢٠٢٠؛ الزهراني، ٢٠١٨؛ السمالوطي، ٢٠١٣؛ الصلاحات، سليم، ٢٠٢٠) أن الطلاب يواجهون صعوبات في العديد من الجوانب في موضوع الأعداد النسبية. للتعامل بشكل مناسب مع صعوبات الطلاب فيما يتعلق بالأعداد النسبية، يجب على المعلمين ملاحظة تفكير الطلاب واستخدامه لدعم فهم الطلاب أو سد الثغرات في فهمهم أو التخلص من المفاهيم الخاطئة لديهم. لتفسير فهم الطلاب للأعداد النسبية، يجب على المعلم الاهتمام باستراتيجيات الطلاب وأيضاً يكون لديه فهم كافٍ لموضوع الأعداد النسبية لربط كيف تعكس هذه الاستراتيجيات فهم الطلاب للمفاهيم الرياضية، وهو ما يتطلب معرفة رياضية للتدريس.

تطلب تنفيذ البرنامج (٦) جلسات تعليمية بمعدل (١٢) ساعة. يوضح الجدول (٢) مخطط البرنامج.

جدول (٢) مخطط البرنامج المقترح القائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس

عدد الساعات	المعرفة البيداغوجية للمحتوى		معرفة المحتوى الرياضي		الموضوع
	المعرفة البيداغوجية للمحتوى	المعرفة البيداغوجية للمحتوى	المعرفة المتخصصة للمحتوى	المعرفة العامة للمحتوى	
ساعتان	- استراتيجيات لمعالجة صعوبات التلاميذ مع الأعداد النسبية - تمثيل العدد النسبي.	- المفاهيم الخاطئة - صعوبات التلاميذ مع الأعداد النسبية	المعرفة المتخصصة للمحتوى	المعرفة العامة للمحتوى	مفهوم الأعداد النسبية
ساعتان	- استراتيجيات لمعالجة المفاهيم الخاطئة عند التلاميذ. - استراتيجيات تدريس مقارنة وترتيب الأعداد النسبية	- المفاهيم الخاطئة فيما يتعلق بمقارنة وترتيب الأعداد النسبية	- العلاقة بين الكسر والعدد النسبي - الاختلافات والتشابهات بين الأعداد النسبية والطبيعية.	- معنى العدد النسبي - العلاقة بين التمثيلات المختلفة للأعداد النسبية (الكسور والأرقام العشرية والنسب المئوية)	مفهوم الأعداد النسبية
ساعتان	- استراتيجيات لمعالجة المفاهيم الخاطئة عند التلاميذ. - استراتيجيات تدريس مقارنة وترتيب الأعداد النسبية	- المفاهيم الخاطئة لدى الطلاب فيما يتعلق بجمع الأعداد النسبية	- الاختلافات والتشابهات بين الأعداد النسبية والطبيعية من حيث الحجم.	مقارنة وترتيب الأعداد النسبية بطريقة المضاعف المشترك الأكبر	مقارنة وترتيب الأعداد النسبية
ساعتان	- استراتيجيات لمعالجة المفاهيم الخاطئة عند التلاميذ. - طريقة بديل للطريقة التقليدية لجمع الأعداد النسبية.	- المفاهيم الخاطئة فيما يتعلق بجمع الأعداد النسبية	- الاختلافات والتشابهات بين الأعداد النسبية والطبيعية فيما يتعلق بعملية الجمع.	جمع الأعداد النسبية بالطريقة التقليدية	جمع الأعداد النسبية
ساعتان	- استراتيجيات معالجة هذه المفاهيم الخاطئة - طريقة بديل للطريقة التقليدية لطرح الأعداد النسبية.	- المفاهيم الخاطئة فيما يتعلق بطرح الأعداد النسبية	- الاختلافات والتشابهات بين الأعداد النسبية والطبيعية فيما يتعلق بعملية الطرح .	طرح الأعداد النسبية بالطريقة التقليدية	طرح الأعداد النسبية
ساعتان	- استراتيجيات معالجة هذه المفاهيم الخاطئة. - طرق بديلة للطريقة التقليدية لضرب الأعداد النسبية.	- المفاهيم الخاطئة فيما يتعلق بضرب الأعداد النسبية	- تفسير مفهوم الضرب. - الاختلافات والتشابهات بين الأعداد النسبية والطبيعية فيما يتعلق بعملية الضرب	ضرب الأعداد النسبية بالطريقة التقليدية	ضرب الأعداد النسبية
ساعتان	- استراتيجيات لمعالجة المفاهيم الخاطئة عند التلاميذ. - طرق بديلة للطريقة التقليدية لقسمة الأعداد النسبية.	- المفاهيم الخاطئة فيما يتعلق بقسمة الأعداد النسبية	- تفسير مفهوم القسمة (التجزئة، الكيل)، وما يفرضه تفسير التجزئة من قيود على عملية القسمة. - الاختلافات والتشابهات بين قسمة الأعداد الطبيعية وقسمة الأعداد النسبية.	قسمة الأعداد النسبية بالطريقة التقليدية	قسمة الأعداد النسبية

د – تحديد استراتيجيات التدريس المستخدمة في البرنامج:

مر تدريس البرنامج بالخطوات التالية:

أولاً: مناقشة أهمية الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب، ومناقشة ماهية معرفة المحتوى والمعرفة البيداغوجية للمحتوى وأهميتهما.

ثانياً: مناقشة الاختلافات بين الأعداد الطبيعية والنسبية والمفاهيم الخاطئة لدي الطلاب وصعوبات تعلمهم فيما يتعلق بالأعداد النسبية واستراتيجيات بديلة للطريقة التقليدية لتدريس العمليات على الأعداد النسبية وذلك بهدف تعزيز معرفة معلمي قبل الخدمة عن محتوى الأعداد النسبية ومعرفتهم عن كيفية تعليم المحتوى.

ثالثاً: مناقشة طرق الاستجابة لتفكير الطلاب التي قدمها Jacobs and Empson (2016).

رابعاً: تحليل عينات من حلول الطلاب لمشكلات تتضمن الأعداد النسبية:

تم تقسيم معلمي قبل الخدمة إلى مجموعات من ثلاثة إلى أربعة طلاب معلمين. تم توزيع عينات من حلول طلاب الصف الأول الإعدادي لمشكلات تتضمن الأعداد النسبية (دليل معلم معلمي قبل الخدمة ملحق ١) على مجموعات الطلاب المعلمين. تم تصميم عينات حلول الطلاب بالرجوع إلى الدراسات السابقة المهمة بالأعداد النسبية مثل (Coskun et al., 2021; Depaepe et al., 2015; Depaepe et al., 2018; Ivars et al., 2018; Obersteiner et al., 2019; Tirosh, 2000; Zambak & Magiera, 2018).

الطلب من المشاركين مناقشة حلول الطلاب ثم كتابة تقرير من خلال الرد على ثلاثة أسئلة، واحدة لكل من المهارات الثلاثة المترابطة للملاحظة المهنية مستمدة من عمل (Jacobs et al., 2010) كما يلي:

- وضح ما إذا كانت إجابة الطالب صحيحة أم لا مع توضيح السبب. ماذا فعل الطالب وما هي الطريقة التي استخدمها في حله؟ إذا كنت تعرف أسم هذه الطريقة، يرجى شرحها - إذا كنت لا تعرفها، فاشرحها بمصطلحات رياضية تعرفها.
 - يرجى توضيح سبب تقديم الطالب لمثل هذه الإجابة والمفاهيم الرياضية التي تعرف أنها مرتبطة بها (تفسير).
 - اشرح كيف تساعد الطالب على تصحيح هذا المفهوم الخاطئ وكيف تساعد الطالب الذي أجاب إجابته صحيحة على التقدم في تعلمه.
- خامساً: مناقشات جماعية للفصل ككل:
- بعد مناقشة حلول الطلاب في مجموعات، تتجمع المجموعات كفصل واحد ويتناقشون معاً تحليلاتهم لحلول الطلاب.

هـ - إعداد دليل معلم الطالب المعلم (عضو هيئة التدريس) :

بعد الاطلاع على أدبيات البحوث السابقة المرتبطة بإطار المعرفة الرياضية للتدريس والملاحظة المهنية لتفكير الطلاب وموضوع الأعداد النسبية، قامت الباحثة بإعداد دليل لمعلم الطالب المعلم، وقد تضمن الدليل ما يلي:

• مقدمة: وتم من خلالها التعريف بالهدف العام من الدليل، المقصود بإطار المعرفة الرياضية للتدريس وأهميته، والمقصود بالملاحظة المهنية لتفكير الطلاب وأهميتها.

- الأهداف العامة للبرنامج.
- الأهداف التعليمية للبرنامج.
- محتوى البرنامج والخطة الزمنية لتدريسها.
- استراتيجيات التدريس المستخدمة في البرنامج.
- تدريس محتوى البرنامج (الأهداف الإجرائية الخاصة بكل موضوع، خطوات السير في الموضوع، تقويم الموضوع).

و- ضبط البرنامج والتوصل إلى صورته النهائية:

بعد الانتهاء من الصورة الأولية للبرنامج، تم عرضه على مجموعة من أساتذة المناهج وطرق التدريس بالجامعات المصرية بهدف التأكد من صلاحيته وصدق بنائه، وإبداء ملاحظاتهم. بلغت نسبة الاتفاق الكلية من قبل السادة المحكمين (٩٥٪) وهي نسبة اتفاق مرتفعة مما يشير إلى صلاحية البرنامج للتطبيق.

ثانياً: بناء أدوات البحث:

اختبار مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب في موضوع الأعداد النسبية:

١- تحديد الهدف من الاختبار: هدف الاختبار إلى قياس مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لموضوع الأعداد النسبية لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة.

٢- صياغة مفردات الاختبار: تم صياغة مفردات الاختبار بحيث كل مفردة تتضمن حلين من حلول الطلاب (حل صحيح وحل يتضمن مفاهيم خاطئة) لمشكلات تتضمن الأعداد النسبية (مفهوم الأعداد النسبية، وترتيب ومقارنة الأعداد النسبية، وجمع الأعداد النسبية، وطرح الأعداد النسبية، وضرب الأعداد النسبية، وقسمة الأعداد النسبية). ويكون على الطالب المعلم تحليل هذه الحلول. تكونت مفردات الاختبار من ستة مفردات وبذلك كان على معلمي قبل الخدمة فحص إجمالي ١٢ إجابة للطلاب (٦ × ٢).

تم صياغة مفردات الاختبار بحيث المفردة الواحدة تقيس المهارات الثلاثة لتفكير الطلاب:

- لتقييم الانتباه لاستراتيجيات الطلاب، طلب من معلمي قبل الخدمة، " وضح ما إذا كانت إجابة الطالب صحيحة أم لا مع توضيح السبب. ماذا فعل الطالب وما هي الطريقة التي استخدمها في حله؟ إذا كنت تعرف أسم هذه الطريقة، يرجى شرحها - إذا كنت لا تعرفها، فاشرحها بمصطلحات رياضية تعرفها".
 - لتقييم تفسير فهم الطلاب، طلب من معلمي قبل الخدمة، " يرجى توضيح سبب تقديم الطالب لمثل هذه الإجابة والمفاهيم الرياضية التي تعرف أنها مرتبطة بها (تفسير)".
 - لتقييم الاستجابة على أساس فهم الطلاب، طلب من معلمي قبل الخدمة، " اشرح كيف تساعد الطالب على تصحيح هذا المفهوم الخاطئ وكيف تساعد الطالب الذي أجاب إجابته صحيحة على التقدم في تعلمه".
- ٣- طريقة تصحيح الاختبار: تم تصحيح الاختبار باستخدام معايير تقييم مهارات الملاحظة المهنية (جدول ٣)، والتي تم تصميمها بالرجوع للدراسات السابقة مثل (Dick, 2017; Jacobs et al., 2010; Simpson & Haltiwanger, 2017). تم تصحيح الاختبار كالاتي:
- الانتباه لاستراتيجيات الطلاب: تم تصحيح إجابات معلمي قبل الخدمة باستخدام مقياس من ثلاث نقاط يعكس مدى انتباه معلمي قبل الخدمة لاستراتيجيات تفكير الطلاب: دليل قوي (٢)، أدلة محدودة (١)، نقص الأدلة (صفر).
 - تفسير فهم الطلاب: تم تصحيح إجابات معلمي قبل الخدمة باستخدام مقياس من ثلاث نقاط يعكس مدى تفسير معلمي قبل الخدمة لفهم الطلاب: دليل قوي (٢)، أدلة محدودة (١)، نقص الأدلة (صفر).
 - الاستجابة على أساس فهم الطالب: تم تصحيح إجابات معلمي قبل الخدمة باستخدام مقياس من ثلاث نقاط يعكس مدى استجابة معلمي قبل الخدمة على أساس فهم الطلاب: دليل قوي (٢)، أدلة محدودة (١)، نقص الأدلة (صفر).
- بلغت النهاية العظمى لدرجات كل مهارة من مهارات الملاحظة المهنية (٢٤) درجة، النهاية العظمى للاختبار ككل (٧٢) درجة.

جدول (٣): معايير تقييم مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب

لا يوجد دليل (صفر)	أدلة محدودة (درجة واحدة)	دليل قوي (درجتين)	مهارات الملاحظة المهنية
لم يتم توضيح طريقة الطالب الرياضية بناءً على المشكلة المقدمة	-توضيح بعضاً من طريقة الطالب الرياضية بناءً على المشكلة المقدمة وتم إغفال البعض الآخر - ذكر بعض التفاصيل غير الصحيحة للرياضيات التي لاحظوها - توضيح عام للرياضيات بما في ذلك تسمية الاستراتيجية المستخدمة	توضيح طريقة الطالب الرياضية بشكل محدد ومفصل بناءً على المشكلة المقدمة	الانتباه لاستراتيجيات الطلاب
- لم يتم توضيح الفهم الرياضي أو سوء الفهم للطالب بناءً على المشكلة المقدمة. - الردود عامة غير مرتبطة بالمشكلة المقدمة - تفسير يفتقر إلى الدليل الرياضي	- يعتمد على بعض الأدلة عند تفسير ما يفهمه الطالب - تفسير غير معقول - التفسير صعب المتابعة (غامض أو غير مكتمل)	- يعتمد على الأدلة عند إعطاء تفسير معقول لما يفهمه الطالب - مناقشة محكمة لتفكير الطلاب بناءً على المشكلة المقدمة	تفسير فهم الطلاب
- لم يتم اقتراح أي خطة	- الخطة يحتمل أن تكون مفيدة، ولكنها غير مبنية على استجابات الطالب أو فهمه (لا تتصل بحل الطالب)	- اقتراح خطة مبنية على استجابات الطالب لمساعدة الطالب على فهم سوء فهمه (في حالة حل الطالب للمشكلة بشكل غير صحيح) والتقدم في تفكيره (في حالة حل الطالب للمشكلة بشكل صحيح).	تحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطالب

جدول (٤): عدد مفردات كل مهارة من مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب

الدرجة الكلية لكل مهارة	عدد مفردات كل مهارة	مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب
٢٤	٦ (مفردة تتضمن حلين من حلول الطلاب)	الانتباه لاستراتيجيات الطلاب
٢٤	٦ (مفردة تتضمن حلين من حلول الطلاب)	تفسير فهم الطلاب
٢٤	٦ (مفردة تتضمن حلين من حلول الطلاب)	تحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطالب

٤- **صدق الاختبار:** للتأكد من صدق الاختبار، تم عرضه في صورته الأولية على مجموعة من أساتذة المناهج وطرق تدريس الرياضيات، وموجهي الرياضيات، لإبداء آرائهم في أسئلة الاختبار من حيث مدى صحة السؤال من الناحية العلمية واللغوية ومدى وضوح صياغة مفردات الاختبار. بلغت نسبة الاتفاق الكلية من قبل السادة المحكمين (٩٤٪) وهي نسبة اتفاق مرتفعة. وقد تم إجراء التعديلات في ضوء آراء المحكمين وذلك بإعادة صياغة بعض الأسئلة، وأصبح الاختبار في صورته النهائية يتكون من ستة مفردات، كل مفردة تحتوي على حلين من حلول الطلاب).

٤- **التجربة الاستطلاعية للاختبار:** تم تطبيق الاختبار على ٣٠ طالباً وطالبة من طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية جامعة الوادي الجديد، وذلك بهدف:

- **التحقق من صدق الاتساق الداخلي للاختبار:** تم استخدام معامل الاتساق الداخلي من خلال حساب معامل الارتباط بين الدرجة الكلية للاختبار وبين درجات كل مهارة من

مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب. وكانت معاملات الارتباط كما يوضحها جدول (٥) التالي:

جدول (٥): معاملات الارتباط بين كل مهارة والدرجة الكلية للاختبار

مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب

مستوى الدلالة	معامل الارتباط	مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب
دال عند ٠.٠١	٠.٦٦	الانتباه لاستراتيجيات الطلاب
دال عند ٠.٠١	٠.٩٥	تفسير تفكير الطلاب
دال عند ٠.٠١	٠.٩١	الاستجابة على أساس تفكير الطلاب

يتضح من الجدول (٥) أن مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب تتمتع بمعاملات ارتباط قوية ودالة إحصائية مع الدرجة الكلية للاختبار، وهذا يدل على أن الاختبار بمهاراته يتمتع باتساق داخلي عال.

- حساب ثبات المقياس: تم حساب قيمة معامل ألفا كرونباخ لاختبار مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب ككل وبلغت (٠.٨٠) وهي قيمة مرتفعة لمعامل الثبات. كما يتضح من جدول (٦) التالي:

جدول (٦): معاملات الثبات لكل مهارة من مهارات

الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب

معامل ألفا كرونباخ	مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب
٠.٨٨	الانتباه لاستراتيجيات الطلاب
٠.٧٣	تفسير تفكير الطلاب
٠.٧٦	الاستجابة على أساس فهم الطالب
٠.٨٠	الاختبار ككل

ثالثاً: تجربة البحث:

١- اختيار مجموعة البحث:

تكونت مجموعة البحث من طلاب الفرقة الثالثة شعبة الرياضيات بكلية التربية جامعة الوادي الجديد وبلغ عددهم (٣٢) طالبا وطالبة.

٢- التطبيق القبلي لأداة البحث:

تم تطبيق اختبار مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب على الطلاب (مجموعة البحث) تطبيقاً قبلياً.

٣- تطبيق البرنامج القائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس على مجموعة البحث:

لتدريس محتوى البرنامج تم الاجتماع بالطلاب (مجموعة البحث) قبل البدء في التدريس وتم توضيح أهمية المعرفة الرياضية للتدريس وأهمية ملاحظة المعلم المهنية لتفكير الطلاب. تم تطبيق البحث أثناء الجزء العملي لمقرر طرق تدريس الرياضيات بواقع ٦ محاضرات، مدة كل محاضرة ساعتين.

٤- التطبيق البعدي لأداة البحث:

تم تطبيق اختبار مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب على الطلاب (مجموعة البحث) تطبيقاً بعدياً.

رابعاً: نتائج البحث وتفسيرها:

للإجابة على السؤال الثالث والذي نص على " ما أثر برنامج قائم على إطار المعرفة الرياضية للتدريس MKT على تنمية مهارات: الانتباه لاستراتيجيات الطلاب، وتفسير فهم الطلاب، وتحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب، لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة؟" قامت الباحثة بما يلي:

١- التحقق من صحة الفرض الأول والذي نص على: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في اختبار مهارة الانتباه لاستراتيجيات الطلاب في التطبيقين القبلي والبعدي.

بعد التطبيق البعدي لاختبار مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب على المجموعة التجريبية، تم تصحيح الاختبار ورصد الدرجات، ومعالجة هذه البيانات إحصائياً باستخدام البرنامج الإحصائي SPSS. جدول (٧) يوضح النتائج.

جدول (٧): نتائج اختبار "ت" لدلالة الفرق وقيمة حجم التأثير بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في القياسين القبلي والبعدي لمهارة الانتباه لاستراتيجيات الطلاب

المهارة	عدد الطلاب	المتوسط م	الانحراف المعياري ع	قيمة "ت"	الدلالة عند ٠.٠١	d	حجم التأثير
الانتباه لاستراتيجيات الطلاب	٣٢	١.٢٢	٢.٩٣	٢٣.٦٢	دالة	٤.٢	قوي

يتضح من الجدول (٧) وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي لمهارة الانتباه لاستراتيجيات الطلاب عند مستوى (٠.٠١). كما يتضح أيضاً من نتائج الجدول أن قيمة معامل كوهين أكبر من (٨.٠) لمهارة الانتباه لاستراتيجيات الطلاب، مما يعني أن حجم تأثير البرنامج القائم على المعرفة الرياضية للتدريس في تنمية مهارة الانتباه لاستراتيجيات الطلاب كبير. وبذلك يتم رفض الفرض الأول من فروض البحث والقول بأنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي لمهارة الانتباه لاستراتيجيات الطلاب.

تتفق هذه النتيجة مع نتائج الدراسات السابقة (Jog et al., ٢٠٢١g.; Skultety, ٢٠١٩) التي أوضحت وجود علاقة ارتباطية موجبة بين المعرفة الرياضية للتدريس ومهارة الانتباه لاستراتيجيات الطلاب، والدراسات السابقة (e.g., Dick, ٢٠١٧) التي أوضحت وجود علاقة ارتباطية موجبة بين المعرفة

المتخصصة للمحتوى - أحد مكونات المعرفة الرياضية للتدريس- ومهارة الانتباه لاستراتيجيات الطلاب.

تفسر الباحثة الأثر الإيجابي للبرنامج القائم على المعرفة الرياضية للتدريس على تنمية مهارة الانتباه إلى استراتيجيات الطلاب لدى معلمي قبل الخدمة إلى ما يلي:

- تركيز البرنامج على المعرفة الرياضية لمحتوى موضوع الأعداد النسبية ساعد معلم قبل الخدمة على تحديد العناصر الرياضية التي تحدد المشكلة ومعرفة الطريقة التي تكون بها العناصر الرياضية التي تميز المشكلة موجودة أو غير موجودة في إجابته الطالب مما مكن معلم قبل الخدمة من الانتباه إلى التفاصيل المهمة رياضياً لاستراتيجيات الطلاب وتمييز ما هو مهم رياضياً في استراتيجيات الطلاب حتى وإن كانت غير المكتملة.
- تحليل الملاحظة المهنية إلى ثلاث مهارات مترابطة والتركيز الواضح على كل مهارة بطريقة متداخلة بشكل تدريجي ساهم في زيادة قدرة معلمي قبل الخدمة بشكل كبير على الانتباه إلى استراتيجيات الطلاب.
- المناقشة الجماعية لإجابات الطلاب ساعدت معلمي قبل الخدمة على إدراك ما يجب أن ينتبهوا إليه في حلول الطلاب.

٢- التحقق من صحة الفرض الثاني والذي نص على: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في اختبار مهارة تفسير فهم الطلاب في التطبيقين القبلي والبعدي.

بعد التطبيق البعدي لاختبار مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب على المجموعة التجريبية، تم تصحيح الاختبار ورصد الدرجات، ومعالجة هذه البيانات إحصائياً باستخدام البرنامج الإحصائي SPSS. جدول (٨) يوضح النتائج.

جدول (٨): نتائج اختبار "ت" لدلالة الفرق وقيمة حجم التأثير بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في القياسين القبلي والبعدي لمهارة تفسير فهم الطلاب

المهارة	عدد الطلاب	المتوسط م	الانحراف المعياري ع	قيمة "ت"	الدلالة عند ٠.٠١ دالة	d	حجم التأثير
مهارة تفسير فهم الطلاب	٣٢	١.٤٨	٤.٧٥	١٧.٦٧	دالة	٣.١٢	قوي

يتضح من الجدول (٨) وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي لمهارة تفسير فهم الطلاب عند مستوى (٠.٠١). كما يتضح أيضاً من نتائج الجدول أن قيمة معامل كوهين أكبر من (٨.٠) لمهارة تفسير فهم الطلاب، مما يعني أن حجم تأثير البرنامج القائم على المعرفة الرياضية للتدريس في تنمية مهارة تفسير فهم الطلاب كبير. وبذلك يتم رفض الفرض الثاني من فروض البحث والقول بأنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي

درجات طلاب المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي لمهارة تفسير فهم الطلاب.

تتفق هذه النتيجة مع نتائج الدراسات السابقة (e.g., Jong et al., 2021; Skultety, 2019) التي أوضحت وجود علاقة ارتباطية موجبة بين المعرفة الرياضية للتدريس ومهارة تفسير فهم الطلاب، والدراسات (e.g., Dick, 2017) التي أوضحت وجود علاقة ارتباطية موجبة بين المعرفة المتخصصة للمحتوى –أحد مكونات المعرفة الرياضية للتدريس- ومهارة تفسير فهم الطلاب.

تفسر الباحثة الأثر الإيجابي للبرنامج القائم على المعرفة الرياضية للتدريس على تنمية مهارة تفسير فهم الطلاب لدى معلمي قبل الخدمة إلى ما يلي:

- كجزء من المعرفة الرياضية للتدريس، طور معلمي قبل الخدمة معرفة لمحتوى موضوع الأعداد النسبية متشابهة مع معرفة كيف يفكر الطلاب حول هذا المحتوى وكيف يتعلموه مما ساعدهم على فهم تفاصيل استراتيجيات الطلاب وملاحظة كيف تعكس هذه التفاصيل ما يفهمه الطلاب.
- المناقشة الجماعية لإجابات الطلاب والاستماع إلى تحليلات زملاءهم ساعد معلمي قبل الخدمة على فهم كيف يفكر الطلاب وعلى الاعتماد على الأدلة عند إعطاء تفسير معقول لما يفهمه الطالب.

- حصول معلمي قبل الخدمة على فرص متعددة لتحليل عمل الطلاب الكتابي ساعدهم على فهم وتفسير تفكير الطالب وعمل روابط صريحة بين استراتيجيات الطالب وفهم الطالب الرياضي وتقديم مبررات للتفكير المحتمل وراء أخطاء الطلاب.

- تعزيز الوعي للمفاهيم الخاطئة لدى الطلاب وصعوبات تعلمهم فيما يتعلق بالأعداد النسبية ساعد الطالب المعلم على فهم المفاهيم الخاطئة لدى الطلاب والتنبؤ بما يفكر فيه الطلاب.

- تحليل الملاحظة المهنية إلى ثلاث مهارات مترابطة والتركيز الواضح على كل مهارة بطريقة متداخلة بشكل تدريجي ساهم إلى زيادة قدرة معلمي قبل الخدمة بشكل كبير على فهم تفكير الطلاب.

٣- التحقق من صحة الفرض الثالث والذي نص على: لا يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في اختبار مهارة الاستجابة على أساس فهم الطلاب في التطبيقين القبلي والبعدي.

بعد التطبيق البعدي لاختبار مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب على المجموعة التجريبية، تم تصحيح الاختبار ورصد الدرجات، ومعالجة هذه البيانات إحصائياً باستخدام البرنامج الإحصائي SPSS. جدول (٩) يوضح النتائج.

جدول (٩): نتائج اختبار "ت" لدلالة الفرق وقيمة حجم التأثير بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في القياسين القبلي والبعدي لمهارة الاستجابة على أساس فهم الطلاب

المهارة	عدد الطلاب	المتوسط م	الانحراف المعياري ع	قيمة "ت"	الدلالة عند ٠.٠١	d	حجم التأثير
مهارة الاستجابة على أساس فهم الطلاب	٣٢	١.٤٨	٤.٤٤	١٨.٩٣	دالة	٣.٣٥	قوي

يتضح من الجدول (٩) وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي لمهارة الاستجابة على أساس فهم الطلاب عند مستوى (٠.٠١). كما يتضح أيضاً من نتائج الجدول أن قيمة معامل كوهين أكبر من (٨.٠) لمهارة الاستجابة على أساس فهم الطلاب، مما يعني أن حجم تأثير البرنامج القائم على المعرفة الرياضية للتدريس في تنمية مهارة الاستجابة على أساس فهم الطلاب كبير. وبذلك يتم رفض الفرض الثالث من فروض البحث والقول بأنه يوجد فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات طلاب المجموعة التجريبية في القياس القبلي والبعدي لمهارة الاستجابة على أساس فهم الطلاب.

تتفق هذه النتيجة مع نتائج الدراسات السابقة (e.g., Jong et al., 2021; Skultety, 2019) التي أوضحت وجود علاقة ارتباطية موجبة بين المعرفة الرياضية للتدريس ومهارة الاستجابة على أساس فهم الطلاب، والدراسات (e.g., Dick, 2017) التي أوضحت وجود علاقة ارتباطية موجبة بين المعرفة المتخصصة للمحتوى –أحد مكونات المعرفة الرياضية للتدريس- ومهارة الاستجابة على أساس فهم الطلاب.

تفسر الباحثة الأثر الإيجابي للبرنامج المقترح القائم على المعرفة الرياضية للتدريس على تنمية مهارة الاستجابة على أساس فهم الطلاب لدى الطلاب المعلمين إلى ما يلي:

- قدرة معلمي قبل الخدمة على الانتباه إلى استراتيجيات الطلاب وقدرتهم على تفسير فهم الطلاب ساعدهم على الاستجابة بشكل مناسب للطلاب واقتراح خطة مبنية على استجابات الطالب لمساعدة الطالب على فهم سوء فهمه والتقدم في تفكيره. فقام بعض معلمي قبل الخدمة بتعديل المهمة لتكون أسهل أو أصعب اعتماداً على احتياجات الطلاب، وقام آخرون باختيار المشكلة التالية بحيث تكون مبنية على الفهم الحالي للطلاب كطريقة لتوسيع نطاق فهم الطلاب بعد حل المشكلة بشكل صحيح.

- كجزء من المعرفة الرياضية للتدريس، طور معلمي قبل الخدمة معرفة لمحتوى الأعداد النسبية وكيفية تدريسها (معرفة المحتوى والتدريس) مما مكنهم من تحديد الخطوة التالية المعقولة والقدرة على تسهيل تلك الخطوة التالية.
- حصول معلمي قبل الخدمة على فرص متعددة لتحليل عمل الطلاب الكتابي والمناقشة الجماعية لإجابات الطلاب ساعد الطلاب المعلمين أن يفكروا في كيفية الرد على الطلاب عند حدوث مثل هذه الحالة.
- كجزء من البرنامج، تم مناقشة استراتيجيات لمعالجة المفاهيم الخاطئة عند الطلاب، واستراتيجيات بديلة للطريقة التقليدية لتدريس العمليات على الأعداد النسبية، وطرق للاستجابة لتفكير الطلاب وذلك بهدف تعزيز معرفة معلمي قبل الخدمة عن محتوى الأعداد النسبية ومعرفتهم عن كيفية تعليم المحتوى مما ساعد معلمي قبل الخدمة على استخدام فهمهم لتفكير الطلاب في تحديد كيفية الاستجابة على أساس فهم الطلاب.

توصيات البحث:

في ضوء النتائج، يوصي البحث بما يلي:

- تطوير مقررات طرق تدريس الرياضيات في برامج إعداد المعلمين بحيث تنطوي على خبرات تدعم فرص الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لإعداد معلمي المستقبل لملاحظة التفكير الرياضي للطلاب وتزويدهم بالمعرفة اللازمة للتعامل مع تفكير الطلاب قبل أن يبدأوا التدريس في فصول دراسية حقيقية.
- أن تهدف برامج إعداد المعلمين قبل الخدمة إلى تطوير معرفة عميقة بالمحتوى الرياضي ومعرفة عميقة بكيفية تدريس المحتوى الرياضي لدى الطلاب المعلمين.
- تشجيع أساتذة كلية التربية على استخدام أساليب ومداخل تدريسية مختلفة لتنمية الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي المستقبل.
- تضمين برامج إعداد المعلمين خاصة مقررات طرق تدريس الرياضيات أساليب مختلفة لتنمية كيفية الاستجابة لتفكير الطلاب لدى معلمي المستقبل.
- عقد دورات تدريبية لأساتذة كلية التربية لتدريبهم على كيفية تصميم الأنشطة القائمة على تنمية مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب.

البحوث المقترحة:

- في ضوء النتائج، يقترح البحث إجراء البحوث التالية:
- إجراء دراسة تهدف إلى تنمية قدرة معلمي المستقبل على الاستجابة لتفكير الطلاب.

- إجراء دراسة نوعية حول مراحل تطور مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لدى معلمي المستقبل.
- دراسة مستوى المعرفة الرياضية للتدريس لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة.
- دراسة صعوبات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب من وجهة نظر معلمي المستقبل.
- إيراد دراسة تهدف إلى بناء برنامج تدريبي قائم على مهارات الملاحظة المهنية لتفكير الطلاب لمعلمي الرياضيات وأثره في تنمية التفكير الرياضي لدى طلابهم.

المراجع:

- أبو الريات، علاء المرسي حامد (٢٠١٤). فعالية استخدام نموذج ابعاد التعلم لمارزانو في تدريس الرياضيات على تنمية الكفاءة الرياضية لدى طلاب المرحلة الإعدادية. مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ١٧(٤)، ١٠٤-٥٣.
- بابا، محمد، العابد، عدنان سليم (٢٠٢٠). أثر استخدام نموذج روجر بايبي في استيعاب العمليات الحسابية على الكسور العادية والكسور العشرية لدى طلبة الصف السادس الأساسي. دراسات العلوم التربوية، الجامعة الأردنية- عمادة البحث العلمي، ٤٧(٢)، ٢٠-١.
- البطنين، عبد الله عيسى (٢٠٢٠). أثر استخدام استراتيجية التلعيب عبر الأجهزة اللوحية في إكساب العمليات على الكسور الاعتيادية لدى طلاب المرحلة الابتدائية. مجلة القراءة والمعرفة، جامعة عين شمس، كلية التربية، الجمعية المصرية للقراءة والمعرفة، ٢٢، ١٦٣-١٩٥.
- الزهراني، عبد العزيز بن عثمان معيض (٢٠١٨). فاعلية برنامج تعليمي قائم على الوسائل المتعددة في علاج صعوبات العمليات على الكسور لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. دراسات تربوية ونفسية، جامعة الزقازيق، كلية التربية، ١٠٠، ١-٤٦.
- السلولي، مسفر بن سعود (٢٠١٨). المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس موضوعات الرياضيات التي تناولتها الاختبارات الدولية TIMSS للصف الثامن وعلاقتها بمتغيرات التطور المهني والخبرة التدريسية للمعلم. مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢١(١)، ٦-٢٤.
- السالموطي، أشرف نبيل (٢٠١٣). فاعلية استخدام موقع تعليمي تفاعلي مقترح على التحصيل وتنمية التفكير الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. دراسات عربية في التربية وعلم النفس، رابطة التربويين العرب، ٣٦(١)، ٩٩-١٢٤.
- الصلاحات، محمد موسى، سليم، صهيب (٢٠٢٠). أثر استراتيجية نموذج الرسم في حل مشكلات الكلمات في الكسور لدى الطلاب ذوي صعوبات التعلم. دراسات العلوم التربوية، الجامعة الأردنية- عمادة البحث العلمي، ٤٧(٤)، ٤٨٥-٥٠٢.

عبد العال، محمد سيد (٢٠١٧). مستوى المعرفة الرياضية اللازمة لتدريس الرياضيات والاتجاه نحو تدريسها لدى الطلاب المعلمين بكلية التربية. مجلة تربويات الرياضيات، المجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٠(٢)، ٩٩-١٤٢.

عثمان، أحمد، العابد، عدنان (٢٠١٨). فاعلية برنامج لتمكين معلمي الرياضيات من المعرفة الرياضية اللازمة للتدريس وفق فاعليتهم الذاتية في اكتساب طلبتهم المفاهيم الرياضية وحل المشكلات. دراسات العلوم التربوية، الجامعة الأردنية- عمادة البحث العلمي، ٤٥، ٦٦٥-٦٨٦.

المطرب، خالد سعد، السلولي، مسفر سعود، سعيد، ردمان محمد (٢٠١٧). المعرفة الرياضية الخاصة بتدريس الأعداد والعمليات الحسابية لدى معلمي المرحلة الابتدائية. دراسات العلوم التربوية، الجامعة الأردنية- عمادة البحث العلمي، ٤٤(٤)، ١٣٥-١٤٨.

Aron, E. B. P., Luna, C. A., & Mariquit, T. M. (2021). Do teachers' mathematical knowledge for teaching matter on Pupils' achievement?. *American Journal of Educational Research*, 9(3), 113-116.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59, 389-407. □

Bondurant, L., Poling, L., & Moss, D. (2020). An analysis of preservice elementary teachers' professional noticing skills in a mathematics education setting. *Journal of Practitioner Research*, 5(2), 1-16.

Coskun, S. D., Sitrava, R. T., & Bostan, M. I. (2021). Pre-service elementary teachers' noticing expertise of students' mathematical thinking: the case of fractions. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-18.

Depaepe, F., Torbeyns, J., Vermeersch, N., Janssens, D., Janssen, R., Kelchtermans, G., ... & Van Dooren, W. (2015). Teachers' content and pedagogical content knowledge on rational numbers: A comparison of prospective elementary and lower secondary school teachers. *Teaching and teacher education*, 47, 82-92.

Depaepe, F., Van Roy, P., Torbeyns, J., Kleickmann, T., Van Dooren, W., & Verschaffel, L. (2018). Stimulating pre-service teachers' content and pedagogical content knowledge on rational numbers. *Educational Studies in Mathematics*, 99(2), 197-216.

Dick, L. K. (2017). Investigating the relationship between professional noticing and specialized content knowledge. In *Teacher Noticing: Bridging and Broadening Perspectives, Contexts, and Frameworks* (pp. 339-358). Springer, Cham

- Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 441-467.
- Fisher, M. H., Thomas, J., Jong, C., Schack, E. O., & Dueber, D. (2019). Comparing preservice teachers' professional noticing skills in elementary mathematics classrooms. *School Science and Mathematics*, 119(3), 142-149.
- Flake, M. W. (2014). *An investigation of how preservice teachers' ability to professionally notice children's mathematical thinking relates to their own mathematical knowledge for teaching* (Doctoral dissertation, University of Kansas).
- Hataru, V., & Erbas, A. K. (2017). Mathematical knowledge for teaching the function concept and student learning outcomes. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(4), 703-722.
- Hill, H. C., & Chin, M. (2018). Connections between teachers' knowledge of students, instruction, and achievement outcomes. *American Educational Research Journal*, 55(5), 1076-1112.
- Ivars, P., Fernández, C., Llinares, S., & Choy, B. H. (2018). Enhancing noticing: Using a hypothetical learning trajectory to improve pre-service primary teachers' professional discourse. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(11), em1599.
- Jacobs, V. R., & Empson, S. B. (2016). Responding to children's mathematical thinking in the moment: An emerging framework of teaching moves. *ZDM*, 48(1-2), 185-197.
- Jacobs, V. R., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. A. (2010). Professional noticing of children's mathematical thinking. *Journal of Research in Mathematics Education*, 41(2), 169-202.
- Jacob, V. R., Hill, H., & Corey, D. (2017). The impact of a professional development program on teachers' mathematical knowledge for teaching, instruction, and student achievement. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 10(2), 379-407.
- Jong, C., Schack, E. O., Fisher, M. H., Thomas, J., & Dueber, D. (2021). What role does professional noticing play? Examining connections with affect and mathematical knowledge for teaching among preservice teachers. *ZDM—Mathematics Education*, 53(1), 151-164.
- Lee, M. Y., & Cross Francis, D. (2018). Investigating the relationship among elementary teachers' perception about the use of students' thinking, their professional noticing skills and their teaching practice. *Journal of Mathematical Behavior*, 51, 118-128.

- Lee, S. J., Brown, R. E., & Orrill, C. H. (2011). Mathematics teachers' reasoning about fractions and decimals using drawn representations. *Mathematical Thinking and Learning*, 13(3), 198-220.
- Llinares, S. (2013). Professional noticing: A component of the mathematics teacher's professional practice. *Sisyphus—Journal of Education*, 1(3), 76-93.
- Linder, S. M., & Simpson, A. (2017). Towards an understanding of early childhood mathematics education: A systematic review of the literature focusing on practicing and prospective teachers. *Contemporary Issues in Early Childhood*, 19(3), 1-23.
- Moreno, M., Sánchez-Matamoros, G., Callejo, M. L., Pérez-Tyteca, P., & Llinares, S. (2021). How prospective kindergarten teachers develop their noticing skills: the instrumentation of a learning trajectory. *ZDM—Mathematics Education*, 53(1), 57-72.
- Mwinuka, E. J., & Tarmo, A. P. (2020). Influence of teachers' mathematical knowledge for teaching on students' academic achievement in secondary mathematics in Tanzania. *Papers in Education and Development*, 38(2). 178-
- National Council of Teachers of Mathematics (2014). *Principles to actions: Ensuring mathematical success for all*. □
- Obersteiner, A., Reiss, K., Van Dooren, W., & Van Hoof, J. (2019). Understanding rational numbers—obstacles for learners with and without mathematical learning difficulties. In *International Handbook of Mathematical Learning Difficulties* (pp. 581-594). Springer, Cham.
- Ottmar, E. R., Rimm-Kaufman, S. E., Larsen, R. A., & Berry, R. Q. (2015). Mathematical knowledge for teaching, standards-based mathematics teaching practices, and student achievement in the context of the responsive classroom approach. *American Educational Research Journal*, 52(4), 787-821.
- Özgün-Koca, S. A., Lewis, J. M., & Edwards, T. (2020). Fostering middle school teachers' mathematical knowledge for teaching via analysis of tasks and student work. *Mathematics Teacher Educator*, 9(1), 50-62.
- Santagata, R., & Lee, J. (2021). Mathematical knowledge for teaching and the mathematical quality of instruction: a study of novice elementary school teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(1), 33-60.
- Schack, E. O., Fisher, M. H., Thomas, J. N., Eisenhardt, S., Tassell, J., & Yoder, M. (2013). Prospective elementary school teachers'

- professional noticing of children's early numeracy. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(5), 379-397.
- Shulman, L. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Simpson, A., & Haltiwanger, L. (2017). "This is the first time I've done this": Exploring secondary prospective mathematics teachers' noticing of students' mathematical thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(4), 335-355.
- Skultety, L. (2019). *Factors influencing preservice teachers' noticing of students' mathematical thinking* (Doctoral dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign).
- Tasdan, B. (2021). Development of prospective secondary mathematics teachers' noticing skills in school experience course. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 22(1), 44-65.
- Thomas, J., Jong, C., Fisher, M. H., & Schack, E. O. (2017). Noticing and Knowledge: Exploring Theoretical Connections between Professional Noticing and Mathematical Knowledge for Teaching. *The Mathematics Educator*, 26(2), 3-25.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.
- Ulusoy, F., & Çakiroğlu, E. (2021). Exploring prospective teachers' noticing of students' understanding through micro-case videos. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(3), 253-282.
- Zambak, V. S., & Magiera, M. T. (2018). Pre-service K-8 teachers' professional noticing and strategy evaluation skills: An exploratory study. *Eurasia Journal of Mathematics, Science, and Technology Education*. 14(11), 1-19.

تابع البحث

