إِطْلَالَةٌ تَرْبَوِيَةٌ على رِيَاضِيَّاتِ عَصْرِ مَا بَعْدَ الْحَدَاثَةِ

Mathematics in the Post-modernism Era:
An Educational Overview

إعداد

أ.د/ وائل عبد الله محمد علي

أستاذ المناهج وتعليم الرياضيات

كلية الدراسات العليا للتربية – جامعة القاهرة

drwaelabdallah@gmail.com

ملخص:
يدور المحور الأساسي للورقة الحاضرة حول توضيح فكرة أن رياضيات عصر ما بعد الحداثة هي الرياضيات اللاخطية، فهذه الورقة دعوة للمناقشة حول مجموعة من المفاهيم والنظريات، مثل: مفهوم نظرية التعقد، والعلاقة بين التعقد ورياضيات عصر ما بعد الحداثة، والنمذجة الرياضية ومراحلها، وخطواتها، وعلاقتها برياضيات ما بعد الحداثة، ونظرية القرار، ونظرية الطابور أو الأرتال، وأخيرا مفهوم الرياضيات الحيوية ومجالاتها العلمية.

Summary :
The focus of the present paper revolves around clarifying the idea that the mathematics of the postmodern era is nonlinear mathematics. This paper is an invitation to discuss a set of concepts and theories, such as: the concept of complexity theory, the relationship between complexity and postmodern mathematics, mathematical modeling and its stages and steps, and its relationship to postmodern mathematics, decision theory, queuing theory, and finally, the concept of biomathematics and its scientific fields.

الكلمات الدلالية:
رياضيات ما بعد الحداثة، نظرية التعقد، النمذجة الرياضية، نظرية القرار، نظرية الطابور أو الأرتال، الرياضيات الحيوية.

Key words:
Postmodern Mathematics، Complexity Theory, Mathematical Modeling, Decision Theory, Queuing Theory, Biomathematics.

مقدمة:

الرياضيات كائن ديناميكي يتفاعل مع العلوم المختلفة، وهي مادة لإعمال العقل، وإثارة الفكر، وتحفيز الإبداع، وللرياضيات تطبيقاتها في المجالات العلمية المتنوعة، مثل: الكيمياء، والفيزياء، والبيولوجيا، والوراثة، والفلك، والطب، والصيدلة، والاقتصاد، والاتصالات، والزلازل، والبيئة، والعلوم الإنسانية والاجتماعية.

تعكس حقبة ما بعد الحداثة (النصف الأخير من القرن العشرين والقرن الحادي والعشرين) المنظور الفلسفي الذي يُبين أنه لا يوجد شيء مطلق أو محدد بعد الآن كما كان في عصر الحداثة، بما في ذلك العلم، إذ إن ما بعد الحداثة هو موقف فكري أو نمط من الخطاب (*) يتم تعريفه من خلال موقف التشكك تجاه ما نصفه بالروايات والأيديولوجيات الكبرى للحداثة، فضلًا عن معارضة اليقين المعرفي واستقرار المعنى.

هذا، وامتاز عصر ما بعد الحداثة بظهور عددٍ من الفروع العلميّةِ الجديدة؛ بسبب التطوّر المذهل الذي حدث للعلوم الطبيعيّة والأساسيّة الأخرى، فضلا عن التطور الهائل في علم الرياضيّات، وهذا الأمر يؤدّي إلى السعي الجاد لتقليص الفجوة الزمنيّة التي تفصل بين المعرفة النظريّة للاستكشاف العلمية والتطبيق التكنولوجي على صعيد العالم؛ ونتيجة لهذا الزخم العلمي الذي يقدم تغيرات متسارعة ومتلاحقة بصورة غير مسبوقة في العقود الماضية يجب على التربية أن تطور مناهج الرياضيات بما يواكب التغيرات والمناهج العالمية في الدول المتقدمة. إذ إن العصر الحالي يُسمى "عصر التعقد Era of Complexity" الذي يتميز بظهور نظرية التعقد، وقد أدى انعكاس هذه النظرية على علم الرياضيات وعلى علوم أخرى إلى ظهور أفرع جديدة لهذا العلم منها: نظرية القرار، ونظرية الطابور أو الأرتال، والرياضيات الحيوية.

نظرية التعقد Complexity Theory.

ازداد الاهتمام بعلوم التعقد داخل المجتمع العلمي في القرن الحادي والعشرين، وتختلف الأدبيات العربية عن الأجنبية في عرض منظور التعقد بوصفه سمة أساسية للعلوم المعاصرة، فمنها ما يذكر التعقد بوصفه منهجية، ومنها ما يذكره باعتباره

(*) الخطاب Discourse: يعرف Paul-Michel Foucault المعروف باسم ميشيل فوكو الفيلسوف الفرنسي، ومؤرخ الأفكار، والمنظر الاجتماعي لما بعد الحداثة، والناقد الأدبي، وموسيقي الراب، الخطاب بأنه: "أنظمة تتكون من الأفكار، والمواقف، وممارسات العمل، والمعتقدات، والممارسات التي تبني بانتظام الموضوعات، والعوالم التي يتحدثون عنها." (Strega,2005,199-235)

أنموذجا (Paradigm) (*)، ولكن الأدبيات الأجنبية المعاصرة يغلب عليها الحديث عن التعقد بوصفه نظرية.

ولذلك تم تعريفها بأنها "نظرية متعددة التخصصات نشأت في الستينيات، كما أنها مستمدة من البحوث في العلوم الطبيعية التي تبحث في عدم اليقين، واللاخطية، فضلا عن كونها تختص بدراسة النظم المعقدة والفوضوية، وكيف يمكن أن ينشأ منها النظام، والنمط، والبنية، كما تقترح أن الأنظمة لا يمكن التنبؤ بسلوكها، وأنها مقيدة بالشروط الأولية ".

(Grobman, 2005؛ Burnes, Bates &Maxwell 2005, 73-90)

ويذكر أحمد زويل (2011، 212) أن القرن الحادي والعشرين يشهد الثورات العلمية على نحو غير مسبوق، ويتضح ذلك من خلال انصهار علوم عدة لدراسة ما يعرف بعلم المعقدات Complexity، إذ تمثل منهجية التعقد " Praxis of Complexity " منهجية العلم المعاصر.

ويتفق فايز مينا (2000،55 -12) مع ما ذكره أحمد زويل فيقول: إن منهجية التعقد هي الأساليب التي تُتبع في التعامل مع المعرفة الإنسانية وتطبيقاتها في المجالات المختلفة ، والتي تأخذ في اعتبارها – بصورة أساسية – تلك العناصر المشتركة بين مفاهيم التعقد . أي أنها تعني انصهار علوم عدة لدراسة ما يعرف بعلم المعقدات (Complexity) .

ويوضح مصطفى فريد (2015 ،144-131) أن التعقد يقصد به منهج عابر للتخصصات في التنظير وتطوير المفاهيم في آن واحد، يتميز بتفادي الإفراط في التبسيط والتجريد، ويساعد على التعمق في فهم ما يزخر به الواقع من علاقات وتشابكات ولا يقين. والاجتهاد في التعبير عنها وإبراز ما تنطوي عليه من ديناميكيات لا خطية، قد تسفر عن طفرات أو كوارث، وذلك مع محاولة فهم هذه العلاقات والتشابكات وقياسها برغم ما قد تتخذه من سمات " الفوضى Chaos" . وبالرغم من أهمية العلوم البينية وفضلها فإنها تمثل مرحلة وسطى تمهد لأسمى صور التوحد العلمي: إخباريا ومنهجيا على المستوى "الميتا معرفي". ولا سبيل للعلم أن يجتاز عتبة التعقد إلا حين نرقى بالمعرفة الحاضرة من مستوى العلوم البينية إلى ما فوقها، إلى العلوم الميتا معرفية، التي تطفو فوق أجناس المعرفة وفروعها المتخصصة مخترقة الحواجز بينها.

(*) يقصد بالأنموذج الأساسي Paradigm:" المجموعة المتألفة من القواعد، والمسلمات، والنظريات، والخطابات Discourses ، والقيم التي تحكم إطار مجال ما وتحدده في لحظة تاريخية معينة". (فايز مينا،2006، 44)

رياضيات ما بعد الحداثة Postmodern Mathematics .

شـهد عصـر مـا بعـد الحداثـة ظهـور نظريـة التعقـد، وامتـداد مبادؤهـا، وأسسـها إلـى الجوانـب المختلفـة مـن الحيـاة البشـرية، والفكـر، والعلـم، ولـم تكـن الرياضـيات بمعزل عن نظرية التعقد ، إذ إنها تُعد وسيطًا أساسيا لمعظم العلوم المختلفة، وشريكًا أساسيًا فـي بنـاء هـذه العلـوم وتكوينهـا وتطويرهـا. الأمـر الـذي اسـتلزم التحـول مـن المنظـور الخطّـي فـي الرياضـيات إلـى المنظـور اللاخطـي، إذ إن الرياضـيات اللاخطية "Nonlinear Mathematics" هي رياضيات العصر الحاضر "عصر التعقدEra of Complexity "، فضلا عن أن العلوم الحديثة تعتمد بشكل أساسي على الرياضيات اللاخطية .

هذا، وقد ظهرت رياضيات عصرية لا خطية تتضح فيها نظرية التعقد، مما أحدث ثورة كبيرة في علم الرياضيات، والتي منها: نظرية الفوضى Chaos Theory، ونظرية الكارثة Catastrophe Theory، ونظرية الأنظمة الديناميكية غير الخطية The Theory of Nonlinear Dynamical Systems، وهندسة الفراكتال "Fractal Geometry" والرياضيات الحيوية، والشبكات العصبية Neural Networks، والديناميكا الحرارية اللامتزنة Non-equilibrium Thermodynamics، والمنطق الفازي (الغائم)Fuzzy Logic،.........؛ ومن ثمّ تحول اهتمام علماء الرياضيات من دراسة الرياضيات الخطّية إلى الرياضيات اللاخطية (محمد المفتي،2009، 24-16) .

والرياضيات اللاخطية تنتج عن العمليات الرياضياتية والمعادلات اللاخطية التي تكون درجة متغيراتها أكبرمن، أو أصغر من الواحد الصحيح، ولكنها لا تساوي الواحد الصحيح، ونذهب أبعد من هذا مع المعادلات التفاضلية اللاخطية Nonlinear (Differential Equations)، التي تكون أثارها غير متناسبة مع أسبابها، أي أنها تمثل الأنظمة الفوضوية "Chaotic Systems" .

ومما هو جدير بالذكر أن هندسة الفراكتال تعد هندسة عصر ما بعد الحداثة، فقد اتضحت فلسفة الجمال لأشكال الفراكتالات من خلال برامج الكمبيوتر، ويمكن طرح مصطلح "فن الفراكتال Fractal Art" ، الذي يعد شكلا جديدا للفن الخوارزمي الذي اجتذب عددا كبيرا من علماء الرياضيات والفنانين.

ويؤكد فايز مينا (2013 ، 19- 17) في هذا الصدد ضرورة التخلي عن المنظور الخطي، وخاصة في مقررات الرياضيات الجامعية، والإكثار من التطبيقات الحياتية في مناهج الرياضيات، وزيادة توظيف التطورات المعاصرة في علم الرياضيات.

وتأسيسا على ما سبق يمكن الـتأكيد أن رياضيات ما بعد الحداثة هي الرياضيات اللاخطية Nonlinear Mathematics.

النمذجة الرياضية Mathematical Modeling .

النموذج هو وصف لنظام من حيث عناصره الأساسية، والعلاقات فيما بينها، فيكون الوصف نفسه بشكل عام قابلا للفك، أو يمكن تفسيره.

والرياضيات الحيوية هي أحد مجالات المعرفة التي يمكن من خلالها تطبيق الرياضيات في علم البيولوجي باستخدام النمذجة الرياضية التي تعني" تطبيق الرياضيات في معالجة مشاكل واقعية في الحياة، أو مشاكل في الرياضيات نفسها، أو مشاكل في علوم أخرى؛ وذلك عن طريق تحويل المشكلة الحياتية إلى مسألة رياضيَّة، ثم التعامل مع هذه المسألة وحلّها، واختيار أفضل الحلول التي تتناسب مع طبيعة المشكلة التي نعالجها، ومن ثم التعميم والتنبؤ إن أمكن ذلك" .

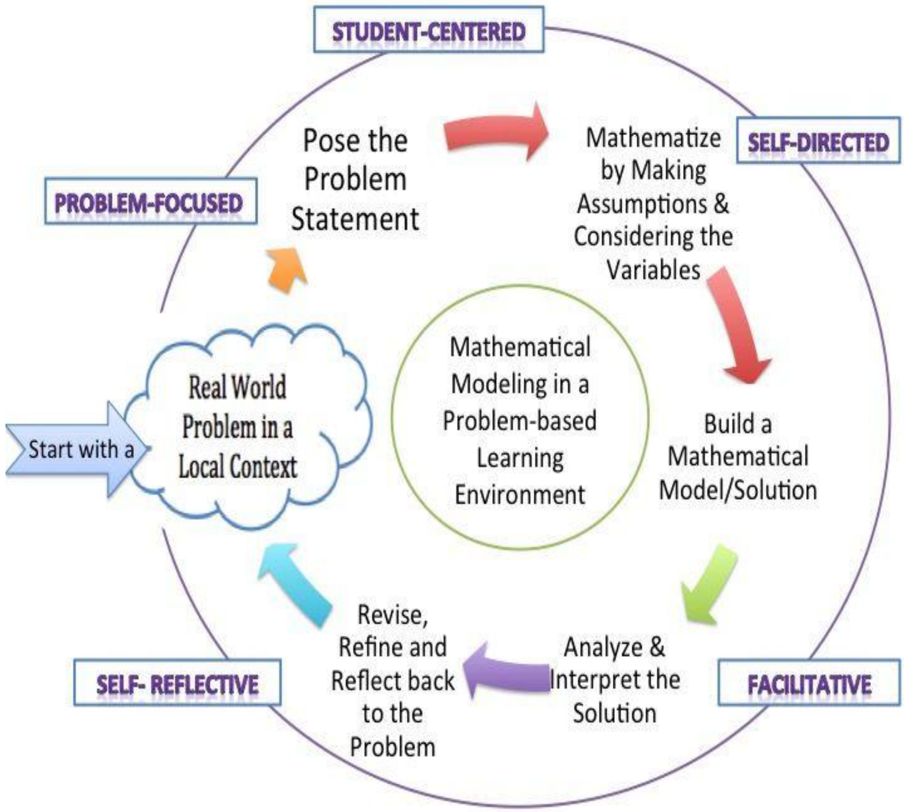
ويذكر(Erbas et al., 2014, 1622) أن النموذج الرياضي Model Mathematical يتكون من :

- الأنظمة المفاهيمية Conceptual systems: ويكون هذا النظام في أذهان المتعلمين.
- أنظمة تدوين خارجية لهذه الأنظمة The external notation systems of these systems: وهي الأفكار، والتصورات، والقواعد، والمواد.

ويعرف النموذج الرياضي Mathematical Model بأنه "هيكل تجريدي يستخدم لغة الرياضيات؛ لوصف سلوك النظام، وقد يكون النموذج في صورة معادلة أو مجموعة معادلات، أو متباينة، أو جدول، أو رسم بياني، أو صورة "

ويشير(Wang, 2012, 7) إلي أن النماذج الرياضية تستخدم على نطاق واسع في: الفيزياء، وعلوم الحياة، والهندسة Engineering، والاقتصاد، والإدارة، والعلوم الاجتماعية، وفي تخصصات أخرى عديدة، وهي تساعد في عملية الفهم الواضح لأنظمة الحياة الواقعية .

والنماذج الرياضية تعد لأهداف محددة في ضوء افتراضات واضحة؛ لأنها تكون صالحة فقط وفقا لشروط معينة .



الشكل 1

عمليات النمذجة الرياضية في بيئة تعلم قائمة على حل المشكلات

هذا، ويمكن تلخيص عملية النمذجة الرياضية في بيئة تعلم قائمة على حل المشكلات في (٦) خطوات كما يلي:-

- تعريف المشكلة، كما هي في بيئتها الحقيقية.
- دراسة الجوانب المختلفة للمشكلة، وإعادة صياغتها.
- إعداد الفروض، وتحديد المتغيرات.
- بناء النموذج الرياضي/ الحلول.
- تحليل الحلول وتفسيرها.
- مراجعة المشكلة، والتأمل الذاتي فيها، وتقويمها.

ويرى (Erbas et al.,(2014, 1622 أن النمذجة الرياضية Mathematical Modeling هي "عملية دورية يتم من خلالها ترجمة مشاكل الحياة الواقعية إلى لغة الرياضيات، وحلها في إطار النظام الرمزي، واختبار هذه الحلول في النظام الواقعي للحياة" .

كما يمكن تعريف النمذجة الرياضية بأنها "العملية التي تستخدم فيها الأنظمة والنماذج المفاهيمية الموجودة؛ لإنشاء نماذج جديدة وتطويرها في سياقات مختلفة، والنموذج هو المنتج، والنمذجة هي عملية تكوين الهيكل الرياضياتي المادي، أو الرمزي، أو الهيكل المجرد الذي يمثل الموقف الحقيقي".

أي أن النمذجة الرياضية هي العملية التي يتم فيها تمثيل مواقف الحياة الحقيقية، والتعبير عن العلاقات والمتغيرات المتضمَّنة فيها باستخدام لغة الرياضيات، هذا مع تأكيد الذهاب أبعد من الخصائص الفيزيقية للمواقف الحياتية، وللأنظمة البيئية؛ وذلك لدراسة السمات الهيكلية للنظام البيئي.

والفكرة الأساسية في علم الرياضيات الحيوية، هي أن أية منظومة رياضياتية مناسبة يمكن استخدامها بشكل مشابه، بوصفها بديلا لمنظومة حيوية، ومن ثم يمكن للعلماء معرفة الكثير عن الكائن الحي باستنباط نموذج رياضياتي مناسب.

ومن الأهمية بمكان في سياق الورقة الحالية عرض مفهوم النمذجة الرياضية الحيوية، وهو:" استخدام خطوات النمذجة؛ لبناء النماذج الرياضية التي تمثل الظواهر الحيوية، مثل: التفاعلات التي تتم داخل الخلية، أو نموذج لانتشار فيروس مثل كورونا المستجد (COVID-19)، أو نموذج لانتشار الأوبئة" .

هذا، وتعد النمذجة الرياضية من أهم دعائم بناء مناهج الرياضيات للقرن الحادي والعشرين وتطويرها، والنموذج الرياضي هو طريقة لمحاكاة الحياة الواقعية باستخدام معادلة رياضية؛ وذلك للتنبؤ المشروط وتوقع السلوك المستقبلي. والنماذج الرياضية تستخدم آليات مثل: نظرية القرار(Decision-Theory) ، ونظرية الطابور أو (الأرتال) (*) (Queuing Theory)، والبرمجة الخطية .

وفيما يلي عرض مبسط لنظرية القرار، ونظرية الطابور أو الأرتال؛ نظرا لارتباطهما بالنمذجة الرياضية، وعلم البيولوجي.

نظرية القرار (Decision-Theory).

تعرّف نظرية القرار في الإحصاء بأنها مجموعة من الأساليب الكمية للوصول إلى القرارات المثالية، ويجب أن تكون مشكلة القرار القابل للحل مصاغة بإحكام من

(*) الرَّتَلُ: حُسْن تَناسُق الشيء.

حيث الشروط والخيارات الأولية، أو مسارات العمل؛ إذ إن القضية الرئيسة في هذا الصدد هي معالجة عدم اليقين (Uncertainty)، ولذلك يتم التعبير عنها كمجموعة من النتائج الاحتمالية، ومن ثمّ يتم تعيين قيمة "فائدة" لكل نتيجة بناءً على تفضيلات صانع القرار .

القرار الأمثل- وفقا لمنطق النظرية- هو القرار الذي يزيد الفائدة المتوقعة، وبالتالي فإن المثل الأعلى لنظرية القرار هو جعل الخيارات منطقية عن طريق تقليصها إلى نوع من الحسابات الروتينية.

ترتبط نظرية القرار ارتباطًا وثيقًا بمجال نظرية الألعاب(Game Theory) ، وهو موضوع متعدد التخصصات يدرسه: الاقتصاديون، والإحصائيون، وعلماء النفس، وعلماء الأحياء، وعلماء السياسة وغيرهم من علماء الاجتماع، والفلاسفة، وعلماء الكمبيوتر. كما تجمع نظرية القرار بين علم النفس، والإحصاء، والفلسفة، والرياضيات لتحليل عملية صنع القرار. ونظرية القرار هي نهج متعدد التخصصات للتوصل إلى القرارات الأكثر فائدة في بيئة غير مؤكدة.

تعد نظرية القرار دراسة لخيارات الوكيل. ويمكن تقسيم نظرية القرار إلى فرعين: (Lazar,2017, 579-609).

- نظرية القرار المعياري: التي تحلل نتائج القرارات أو تحدد القرارات المثالية بالنظر إلى القيود والافتراضات، وتوفر توجيهات لاتخاذ القرارات في ضوء مجموعة من القيم.
- نظرية القرار الوصفي: تحلل كيف يتخذ الوكلاء بالفعل القرارات التي يتخذونها.

يحدد إطار نظرية القرار عمومًا ثلاثة أنواع من فئات القرارات:

- القرارات في ظل اليقين: وفرة المعلومات تؤدي إلى قرار واضح.
- القرارات في ظل عدم اليقين: يؤدي تحليل المتغيرات المعروفة وغير المعروفة إلى اتخاذ أفضل قرار احتمالي.
- القرارات تحت النزاع: نهج تفاعلي يتضمن توقع عواقب محتملة للقرار قبل اتخاذ القرار.

نظرية الطابور أو الأرتال (Queuing Theory).

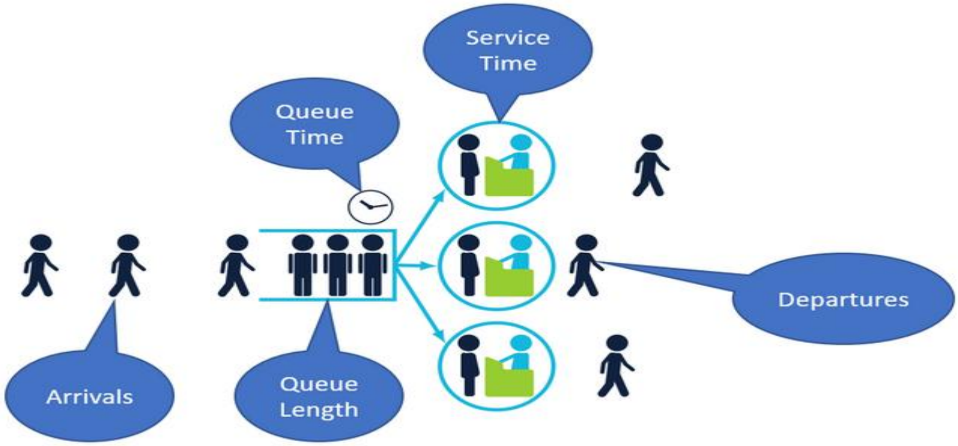
ظهرت أصول نظرية الطابورأو الأرتال على يد "Agner Krarup Erlang" وهو مهندس دنماركي يعمل في تكنولوجيا الاتصالات في كوبنهاجن، وقد قام بنشر أول ورقة عن نظرية الطابور عام (1909). ثُمّ قدّم "David George Kendall " طريقة A/B/C لترقيم الطابور في عام (1953). أما العمل الأكثر شهرة وأهمية في النظرية فقد أنجزه "Leonard Kleinrock" في أوائل الستينيات في القرن الحالي، وهو عالم كمبيوتر أمريكي له عديد من الإسهامات في نظرية الشبكات والإنترنت.

وتعد نظرية الطابور عموما فرعًا من بحوث العمليات (Operations Research) (*) ؛ لأن النتائج تستخدم غالبا عند اتخاذ القرارات التجارية بشأن الموارد اللازمة لتقديم الخدمة. وهي قابلة للتطبيق في مجموعة واسعة من الحالات التي قد تُواجَه في مجال الأعمال: المالية، والتجارية، والصناعية، والرعاية الصحية، والخدمات العامة، والهندسة.

وتطبيقات هذه النظرية تتضح في مجالات: خدمة العملاء، والنقل، والاتصالات السلكية واللاسلكية، وخاصة في الهندسة الصناعية، وتصميم المصانع، والمكاتب، والمستشفيات، وكذلك في إدارة المشاريع. (Mei&Cheng,2015,152-165).

هذا، وتتضح نظرية الطابور جليا في شبكات الهواتف العامة، إذ إنها مصممة لاستيعاب كثافة الحركة المرورية مع القليل من الخسارة، فيقاس أَدَاءُ هذا النظام (نظام الخسارة) بكمية الخدمة، مفترضا أنه إذا لم تتوافر السعة المطلوبة فإن مصير الاستدعاء هو الرفض والخسارة. وبدلا من ذلك فإن نظام الفائض يستخدم الطرق البديلة لتحويل الاستدعاءات عبر مساراتٍ مختلفة - فحتى هذه الأنظمة سيكون لها أجل محدود أو لديها طاقة استيعابية قصوى للمرور، ومع ذلك، فإن استخدام الطابور يسمح للأنظمة بصف طلبات عملائها حتى تصبح الموارد متاحة. أي أنه إذا كانت كثافة حركة المرور تتجاوز القدرة المتاحة أو الموجودة، فإن دعوة العميل لن تفقد بعد الآن؛ فبدلا من ذلك يمكن للاستدعاء الانتظار حتى يتم تنفيذ طلبه. وتستخدم هذه الطريقة في طابور العملاء حتى يقدم المُشَغِّل المتوفر الخدمة.

(*) **بحوث العمليات:** علم يتناول عملية صنع القرار المبنية على المنهج العلمي مع الاعتماد بصفة رئيسة على أساليب التحليل الكمي في حل المشكلة الإدارية بهدف الوصول إلى البديل الأمثل **Optimum** في حدود الإمكانيات المتاحة، وذلك بناء على بيانات تفصيلية، ودراسة دقيقة للمخرجات، و تقدير المخاطر لكل البدائل المتاحة، وبلغة أخرى هو علم التمثيل الرياضياتي لمشاكل عملية اتخاذ القرار، وإيجاد طرق حل لهذه النماذج الرياضية .



الشكل ٢

يوضح نظرية الطابور

الرياضيات الحيوية Biomathematics.

ظهر علم الرياضيات الحيوية Biomathematics، كما يسمى أيضا الرياضيات البيولوجية "Mathematical Biology" باعتباره أحد فروع الرياضيات التطبيقية البينية (Interdisciplinary Applied Mathematics)، ويعرف بأنه:"علم دراسة تطبيقات الرياضيات في علم البيولوجي، والطب، والبيوتكنولوجي، ويعد علم الرياضيات الحيوية أحد العلوم التي تمثل مفهوم نظرية التعقد من خلال انصهار عدة علوم وتفاعلها معا لينتج علم جديد هو الرياضيات الحيوية .

هذا، وقد تزايد الاهتمام بالرياضيات الحيوية، واستحدث مقرر الرياضيات الحيوية في قسم الرياضيات بكليات العلوم، ومنها: كلية العلوم جامعة عين شمس عام(2005)، كما استحدثت وحدة "الرياضيات الحيوية" في كلية علوم الحاسبات والرياضيات – جامعة القادسية، وتعد هذه الوحدة من ثمرات الندوة العلمية حول" دور الرياضيات في علم الأحياء" التي عقدت بجامعة القادسية في عام (2008)، كما عقدت " الورشة الدولية حول الرياضيات البيولوجية " في عام (2011) بجامعة كنتابريا الأسبانية (وائل عبد الله، مرفت كمال، 2013، 68-67) .

الفكرة الأساسية في علم الرياضيات الحيوية هي أن أي نظام رياضياتي مناسب يمكن استخدامه بشكل مشابه باعتباره بديلا لنظام حيوي؛ لذا يمكن القول: إن الرياضيات الحيوية علم يقوم بدراسة الظواهر الطبيعية بين الكائنات الحية، مثل: الأوبئة، والأمراض، وعلاقات الافتراس والتنافس في المملكة الحيوانية،....، وتحويلها إلى نماذج رياضية Mathematical Models مثل نماذج: الصياد والفريسة

Predator–Prey Models: Lotka–Volterra Systems ، والمنافسة Competition Models ، وتبادل المنافع والمصالح، ونماذج النمو المنفصلة للتفاعل بين السكان Discrete Growth Models for Interacting Populations ؛ لكي يسهل دراستها، بل التنبؤ بما يطرأ عليها مستقبلا . ومن الجدير بالذكر أن الآليات المستخدمة في تمثيل عديد من المواضيع المتخصصة في علم الرياضيات الحيوية هي آليات معقدة، وغير خطية (Nonlinear) (Rosen ،2008،9) .

ويذكر Murray (2002) أن الرياضيات الحيوية علم يبحث في تطبيقات البيولوجي، ويمكن أن يركز مجال الرياضيات الحيوية في الدراسة على الجوانب الرياضية، أو البيولوجيا النظرية، أو الجوانب البيولوجية، والرياضيات الحيوية تهدف إلى تمثيل العمليات البيولوجية ومعالجتها، ونمذجتها، وذلك باستخدام أدوات وأساليب رياضية متنوعة".

ويشير كل من: وائل عبد الله، مرفت كمال (٢٠١٣، 71) إلى الرياضيات الحيوية بأنها "علم يبحث في تطبيقات البيولوجي، والطب، والبيوتكنولوجي، ويمكن أن يركز مجال الرياضيات الحيوية في الدراسة على الجوانب الرياضية، أو البيولوجيا النظرية، أو الجوانب البيولوجية، وتهدف الرياضيات الحيوية إلى تمثيل العمليات البيولوجية ومعالجتها، ونمذجتها، وذلك باستخدام أدوات وأساليب رياضية متنوعة" .

وتذكر سحر إبراهيم (2014، 13) أن الرياضيات الحيوية هي "فرع من فروع المعرفة يعكس العلاقة بين الرياضيات، والبيولوجي، ويُعنى باستخدام المفاهيم، والتعميمات، والأساليب الرياضياتية في التحليل الكمي للظواهر البيولوجية؛ للمساعدة في تحسين فهمها" .

وترى مرفت هاني، محمد الدمرداش(2015، 97) أن الرياضيات الحيوية "علم جديد ناتج من الدمج بين علمي الرياضيات والبيولوجي، ويتجه هذا العلم نحو التمثيل الرياضي للأنظمة البيولوجية، ونمذجة الظواهر البيولوجية باستخدام الأدوات والتقنيات المختلفة للرياضيات النظرية والتطبيقية، بغرض تمثيل الأنظمة البيولوجية وفهمها، والقدرة على تفسيرها، ومن ثم التنبؤ بها والتحكم فيها".

ويرى عمرو عبد الصادق (2019 ، 22) أن الرياضيات الحيوية " علم ناتج من الدمج بين الرياضيات وعلوم البيولوجي والطب، ويعتمد على تمثيل الأنظمة البيولوجية، ونمذجة الظواهر الحيوية باستخدام الأدوات والتقنيات المختلفة للرياضيات النظرية والتطبيقية؛ بغرض فهم الأنظمة وتمثيلها، ومن ثم تسهم أثناء دراستها في تنمية قدرة المتعلمين على حل المشكلات المتضمنة داخلها؛ من خلال إدراك وظيفة الرياضيات في العلوم الحيوية، وتفسير العلاقات والعمليات المستخدمة لحل تلك المشكلات، والحكم على معقولية الحل"

مجالات الرياضيات الحيوية Biomathematics.

تشير الأدبيات إلى مجالات دراسة علم الرياضيات الحيوية كما يلي:
(Murray,2002؛ Bates&Maxwell,2005 ؛ Shonkwiler&Herod,2009؛ Monastyrsky,2007؛ Chasnov,2009 ؛ Layek,2015؛ Mondaini, 2019)

- النمذجة الرياضية الحيوية.
- قوانين مندل في علم الوراثة (قانون مندل الأول- قانون مندل الثاني).
- علم وراثة السكان.
- انتشار الأمراض، ونمذجة الأمراض المعدية.
- علم الأحياء العلاقي، أو علم الأحياء للأنظمة المعقدة Complex Systems Biologyأو اختصارًا (CSB).
- المعلوماتية الحيوية Bioinformatics: وهي تحليل المعلومات البيولوجية باستخدام الكمبيوتر والتقنيّات الإحصائيّة. وهو العلم الذي يسعى لاستخدام قواعد البيانات والخوارزميّات الحاسوبيّة وتحديثها لتطوير الأبحاث البيولوجيّة.
- النماذج الحاسوبية ومنها: استخدام الحاسوب في النمذجة الحيوية والطبية، النمذجة الرياضية لعناصر الخلية، وغيرها...
- الإحصاء الحيوي Biostatistics: وهو علم يُعنى بتطبيق الإحصاء على نطاق واسع في موضوعات البيولوجي.
- الفيزياء الحيوية الرياضياتية Mathematical Biophysics.
- الكيمياء الحيوية الرياضياتية Mathematical Biochemistry .
- النماذج الرياضياتية لحركة الأدوية Pharmacokinetics Mathematical Models .
- الميكانيكا الحيوية Biomechanics.
- البيولوجيا الجزيئية الخلوية(Molecular Biology): تزايد الاهتمام بعلم نمذجة الخلايا مع تزايد أهمية فرع البيولوجيا الجزيئية من خلال توظيف النماذج الرياضية في دراسة علمي البيولوجي، وعلم الوراثة (Genetics) .
- نظرية المجموعات الجزيئية (Molecular Set Theory: MST): تعرف نظرية المجموعات الجزيئية بأنها صياغة رياضياتية لحركة الجزيئات الحيوية .
- دراسة الروابط الجينية (Phylogenetic): وتهتم بدراسة الأشكال المختلفة الممكنة لارتباط السلالات الحيوانية المختلفة مع بعضها بعضا.
- ديناميكا السكان (Population Dynamics): يتزايد عدد السكان في العالم زيادة مطردة، الأمر الذي يستلزم أن يقابل هذا زيادة الموارد الحيوية الأساسية، مثل: المياه، والطاقة، والغذاء، والحد من الفقر، والتنمية المستدامة. هذا، وقد تم

اقتراح نماذج رياضية لدراسة التفاعل بين الموارد الطبيعية والسكان، ومن هذه النماذج نموذج Volterra and Lotka المعنون بنموذج الصياد والفريسة (Predator-Prey Model) من أجل نمذجة الإفراط في استغلال الموارد الطبيعية وعواقبها السلبية على السكان. فيقوم السكان بدور الصياد، والموارد الطبيعية هي الفريسة.

- النماذج والمعادلات الرياضية:

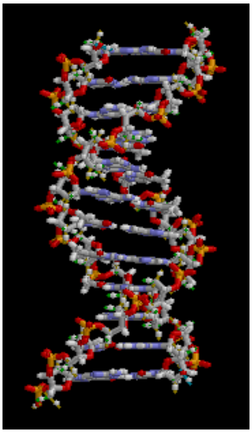
ترتبط النماذج والمعادلات الرياضية ارتباطا وثيقا بالنظام البيولوجي، ومنها: معادلة المعدل النسبي للمواليد والوفيات، والمعادلة اللوجستية للكثافة السكانية، ومعادلة مالثوس Malthus Equation، ومعادلة بيرل فيرهولست Pearl Verhulst Equation، كما يستخدم مفكوك تايلور (Taylor`s Formula) في التعبير عن بعض النماذج الرياضية .

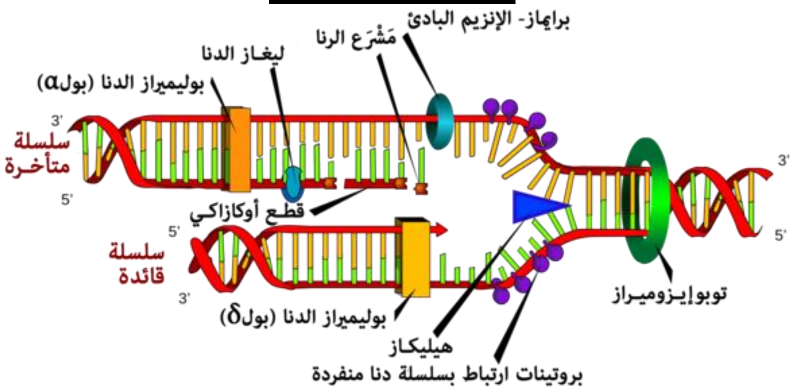
- الفيزياء الحيوية الرياضية (Mathematical Biophysics): يعرف فرع الفيزياء الحيوية الرياضية بأنه تطبيق الرياضيات في الفيزياء الحيوية، ويشمل هذا الفرع نماذج رياضية فيزيائية محددة للنظم البيولوجية ومكوناتها.
- النظام الديناميكي Dynamical System: هو مفهوم في الرياضيات يصف اعتمادية الزمن لنقطة في الفضاء الهندسي. ومن أمثلة هذه الأنظمة: النموذج الرياضي الذي يصف تأرجح بندول الساعة، وتدفق الماء في الأنابيب، ومن الجدير بالذكر أن النظام الديناميكي- في أي وقت من الأوقات- يكون في حالة معينة يتم معرفتها بمجموعة من الأعداد الحقيقية، يمكن تمثيلها بنقاط في فضاء هندسي، إذ إن التغييرات الصغيرة في حالة النظام تؤدي إلى تغييرات صغيرة في الأعداد .
- النظام الديناميكي الخطي Linear Dynamical System: هو نوع خاص من النظام الديناميكي تكون فيه المعادلة التي تحكم تطور النظام معادلة خطية. في حين أن النظم الديناميكية بشكل عام **ليس** لها نموذج حل مغلق، غير أنه يمكن حل النظم الديناميكية الخطية بشكل تام، كما أن بها مجموعة ثرية من الخصائص الرياضية.

وتكمن أهمية استخدام النظم الخطية في أنها تساعد على فهم السلوك النوعي للنظم الديناميكية اللاخطية، وذلك بحساب نقاط الاتزان للنظام وتقريبها على أنها نظام خطي حول كل نقطة من هذه النقاط.

- النظام الديناميكي اللاخطي Nonlinear Dynamical System: النظام الديناميكي اللاخطي في الرياضيات هو نظام لا تتناسب مخرجاته طرديا مع مدخلاته، وبعبارة أخرى هو نظام لا يمكن كتابة معادلاته التي بها المتغيرات في

صورة معادلات خطية، ويلاحظ أن المسائل والمشكلات غير الخطية تهم المهندسين، والفيزيائيين، وعلماء الرياضيات،... وغيرهم. ومن الأهمية بمكان أن نذكر أن معظم الأنظمة البيولوجية الرياضية هي أنظمة غير خطية، يعبر عنها بنماذج رياضية تتمثل في المعادلات التفاضلية غير الخطية (Nonlinear Differential Equations)، والتي غالبا ما تكون صعبة في حلها، أو ليس لها حل؛ ولذلك يستخدم التحليل الكيفي (الوصفي) (Qualitative Analysis) الذي يعطي صورة تقريبية للحل.





الشكل 3

الحمض النووي DNA

- **DNA: Deoxyribonucleic** Acid تم في عام (1965) في منتصف القرن الـ 20 اكتشاف الشكل الحلزوني للحمض النووي الريبوزي منقوص الأكسجينDNA ، وتبين أنه مركب من سلاسل من الأحماض النووية، وأدى ذلك إلى التعرف على كيفية تخزين المعلومات الوراثية، وحفظها، وكيفية نقلها من جيل لآخر. بجانب وظيفة

الأحماض النووية باعتبارها مخازن للمعلومات في الكائنات الحية، فهي تقوم أيضا بحمل إشارات في أعضاء الأحياء، ويمكنها تحفيز تفاعلات حيوية.

والأحماض النووية جزيئات مسؤولة عن تخزين المعلومات الوراثية في الكائنات الحية وترجمتها. ويوجد منها نوعان: الحمض النووي الرايبوزي المنقوص الأكسجين (Deoxyribonucleic acid DNA) ، والحمض النووي الرايبوزي (Ribonucleic acid: RNA) ويسمى الحمض النووي أيضا "المادة الوراثية."

يوجد الحمض النووي في نواة الخلايا الحية، حيث يأخذ شكل سلم لولبي مزدوج مكون من شريطين، مشكلا الكروموسومات التي تحمل الصفات الجسمية والخِلقية للكائنات الحية. وتضم الكروموسومات ما يسمى "الجينات" التي يحمل كل واحد منها أو كل مجموعة منها معلومات وراثية محددة. يحتوي "DNA" أيضا على عضيّة صغيرة في الخلية تسمى "الميتكوندريا"، وهي مسؤولة عن توليد الطاقة. ويؤدي حدوث تشوه في المادة الوراثية - سواء في النواة أو الميتكوندريا- إلى إصابة الشخص أو أبنائه بأمراض قد تكون خطيرة.

المناقشة:

- تعد الرياضيات اللاخطية رياضيات ما بعد الحداثة.
- عصر ما بعد الحداثة يتطلب أن يكون المتعلم: باحثًا عن المعرفة، ومفكرا ناقدا، ومبدعًا، ومنتجًا للمعرفة.
- المعرفة لم تعد يقينية، فما هو صحيح اليوم قد لا يكون صحيحا غدا.
- رفض الحقيقة المطلقة، والحقيقة الوحيدة، والحقيقة الكاملة، إذ إنه توجد حقائق متعددة، قد تكون صحيحة بنسب متفاوتة/ متغيرة.
- تعد النمذجة الرياضياتية اللاخطية من الآليات الأساسية لرياضيات ما بعد الحداثة.
- تأكيد وحدة المعرفة.
- تعد نظرية القرار وتطبيقاتها المختلفة مجالا تطبيقيا لنظرية التعقد.
- تعد نظرية الطابور أو الأرتال وتطبيقاتها المختلفة مجالا تطبيقيا لنظرية التعقد.
- تتضح التطبيقات الحياتية لنظرية الطابور في اتصال الأفراد بالخط الساخن لوزارة الصحة المخصص لمنظومة التسجيل للقاح لفيروس كورونا المستجد.
- تأكيد أهمية التطبيقات الحياتية للرياضيات، وبصفة عامة التطبيقات المباشرة، وبصفة خاصة التطبيقات غير المباشرة، والتطبيقات غير المباشرة هي تطبيقات تظهر للوهلة الأولي للقارئ أنها ليس لها علاقة بالرياضيات، ولكن بعد القراءة الغزيرة المتعمقة في مجالات مختلفة تتضح هذه الصلة،إذ إن المكتبة العربية تكاد تخلو تماما من بحوث في مجال التطبيقات غير المباشرة للرياضيات.

- تتعدد مجالات دراسة الرياضيات الحيوية وموضوعاتها؛ مما يتطلب إجراء مزيد من البحوث والدراسات التربوية في مجالاتها المختلفة.
- تعد نظريتا: القرار، والطابور أو الأرتال من المجالات البكر التي تحتاج إلى دراسات وبحوث.

المراجع.

– أحمد زويل. (2011). عصر العلم. ط 14. القاهرة: دار الشروق.
– سحر ماهر خميس إبراهيم. (2014). "برنامج عبر الإنترنت في الرياضيات الحيوية Biomathematics للطلاب المعلمين في شعبة البيولوجي بكليات التربية وأثره على بعض المتغيرات". رسالة دكتوراه. كلية التربية. جامعة الإسكندرية.
– عمرو أحمد عبد الستار عبد الصادق. (2019). فاعلية برنامج في الرياضيات الحيوية قائم على مناهج التميز في تنمية مهارات حل المشكلات والحس الرياضي لدى طلبة كلية التربية. رسالة دكتوراه. كلية التربية. جامعة الزقازيق.
– فايز مراد مينا. (2000). منهجية التعقد واستشراف المستقبل. كراسات مصر2020. العدد (4). أكتوبر. القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.
– فايز مراد مينا. (2013). قضايا وآراء في البحث التربوي. القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.
– فايز مراد مينا. (2006). قضايا في تعليم وتعلم الرياضيات. القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.
– محمد أمين المفتي .(2009) . " الرياضيات وما بعد الحداثة- رؤية تحليلية ". دراسات في المناهج وطرق التدريس. العدد (151). أكتوبر. 25-14.
– مرفت حامد محمد هاني، محمد السيد أحمد الدمرداش.(2015). "فاعلية وحدة مقترحة في الرياضيات البيولوجية في تنمية مهارات الفهم العميق لدى طلاب المرحلة الثانوية"، مجلة التربية العلمية، المجلد الثامن عشر، العدد السادس(١)، نوفمبر.
– مصطفي أحمد فريد محمد أبو أحمد.(2015). "بناء منهج قائم على تكامل الرياضيات مع المجالات المعرفية الأخرى في المرحلة الإعدادية ودوره في تنمية الإبداع العام والميل نحو الدراسة". رسالة دكتوراه. كلية التربية. جامعة عين شمس.
– وائل عبد الله محمد، مرفت محمد كمال.(2013). "وحدة بنائية في الرياضيات الحيوية Biomathematics قائمة على المنهج الرقمي لتنمية القوة الرياضية، والوعي البيئي لدى الطالبات المعلمات". دراسات في المناهج وطرق التدريس. العدد (196). يوليو. 112-65.
– Bates, A. D & Maxwell, A. (2005). DNA Topology. (2nd ed.). New York: Oxford University Press Inc.
– Burnes, B., Bates, A. D & Maxwell, A. (2005). "Complexity theories and organizational change". *International Journal of Management Reviews*. 7 (2): 73–90.
– Chasnov, J. R.(2009). Mathematical Biology: Lecture notes for MATH 4333. Hong Kong: The Hong Kong

University of Science and Technology.

- Erbas, A. K.; Kertil, M.; Uinma, W.; Akiroglu, E; Alacacl, C; & Bas, S.(2014). Mathematical Modeling in Mathematics Education: Basic Concepts and Approaches. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 14(4), 1621-1627.
- Grobman, G. M. (2005). "Complexity Theory: a new way to look at organizational change" . Public Administration Quarterly. 29 (3).
- Layek, G.C.(2015). An Introduction to Dynamical Systems and Chaos. India: Springer.
- Lazar, S.(2017). Deontological Decision Theory and Agent-Centered Options. Ethics 127 (April 2017): 579–609.
- Mei, S. W., Cheng, A. K.(2015). Introducing Queuing Theory Through Simulations. The Electronic Journal of Mathematics and Technology, Volume 9, Number 2. Pp(152-165).
- Monastyrsky, M. I. (Ed.) .(2007). Topology in Molecular Biology DNA and Proteins. New York: Springer.
- Murray, J.D. (2002). Mathematical Biology: I. An Introduction, (3rd ed.). New York: Springer.
- Mondaini, R. P.(Ed.).(2019). Trends in Biomathematics: Mathematical Modeling for Health, Harvesting, and Population Dynamics. Selected works presented at the BIOMAT Consortium Lectures, Morocco 2018. Nature Switzerland AG: Springer.
- Rosen, R. (2008). "Mathematical Biology and Theoretical Biophysics-An Outline: What is Life", [Online] Retrieved on August 25, 2012, Available from http://planetmath.org/?op=getobj&from= objects&id=10921
- Shonkwiler, R. W. & Herod, J. (2009). Mathematical Biology:An Introduction with Maple and Matlab. (2nd ed.). New York: Springer.
- Strega, S .(2005). The view from the poststructural margins: Epistemology and methodology reconsidered. In L. Brown, & S. Strega (Eds.), Research as resistance (pp. 199–235). Toronto: Canadian Scholars' Press.
- Wang, H. (2012). Mathematical Modeling I - Preliminary. Denmark: Bookboon.