استخدام الجيوجبرا في تنمية الكفاح المنتج والفهم العميق في وحدة الهندسة والقياس لطلاب الصف الأول الإعدادي بمحافظة أسيوط

Use of the Geogbra in developing productive struggle and deep understanding in the geometry and measurement unit of the first grade preparatory students in Assiut governorate

إعداد

د.هويدا محمود سيد سيد

أستاذ مساعد المناهج وطرق تدريس الرياضيات

كلية التربية – جامعة أسيوط

mdarewish@aun.edu.eg

الملخص:
هدف البحث إلى معرفة أثر استخدام الجيوجبرا في تنمية الكفاح المنتج والفهم العميق لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، واستخدم البحث المنهج التجريبي بالتصميم شبه التجريبي القائم على تصميم المجموعتين التجريبية والضابطة، حيث تكونت عينة البحث من (٩٣) تلميذاً وتلميذة من تلاميذ الصف الأول الإعدادي، موزعين على مجموعتي البحث، الضابطة وعددها (٤٦) تلميذاً وتلميذة والأخرى التجريبية وعددها (٤٧) تلميذا وتلميذة، وتم إعداد مواد البحث متمثلة في دليل المعلم وكتيب أنشطة ومهام التلميذ، وأدوات البحث وتمثلت في : مهام الكفاح المنتج ، وبطاقة ملاحظة لسلوكيات الكفاح المنتج واختبار للفهم العميق ، في وحدة "الهندسة والقياس"، وتم تطبيق أدوات البحث قبلياً وبعدياً على مجموعتي البحث، وتوصلت نتائج البحث إلى وجود فرق دال إحصائياً عند مستوى (0.01) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين الضابطة والتجريبية في التطبيق البعدي لأداتي الكفاح المنتج (بطاقة الملاحظة ، و مهام الكفاح المنتج) ككل ولكل بعد من أبعادهما على حدة، ولاختبار الفهم العميق ككل وفي جميع أبعاده، لصالح المجموعة التجريبية، وأوصى البحث بضرورة عقد دورات تدريبية لمعلمي الرياضيات؛ لتدريبهم على توظيف الجيوجبرا في تدريس فروع الرياضيات المختلفة، وضرورة تدريب المعلمين على كيفية اثارة الكفاح المنتج لدى المتعلمين وتنميته لديهم.
الكلمات المفتاحية: الجيوجبرا – الكفاح المنتج -الفهم العميق .

Abstract:
The research aimed to identify the impact of the use of the GEOGBRA on the development of productive struggles and deep understanding among middle school pupils, The research used the semi-experimental design based on the design of the experimental and control groups, The research sample consisted of 93 pupils from the first preparatory grades, divided into the two research groups, the control group of 46 pupils and the experimental group of 47 pupils. Research materials such as Teacher's Manual, Pupil Activities and Tasks Handbook, Research Tools such as: Product Struggle Tasks, Observation checklist for Productive Struggle Behaviors and Deep Understanding Test, were prepared in the " Measurement and geometry " unit. The research tools were applied, before and after the experiment, on the research groups. The results showed that there is a statistically significant difference at the level (0.01) between the scores average of the students of the control and the experimental groups in the post application of the struggle productive and of deep understanding as a whole and in all its dimensions in favor of the experimental group. The research recommended the necessity of holding training courses for mathematics teachers; To train them to employ the Geogebra program in teaching different branches of mathematics, and the necessity of training teachers on ways to provoke and develop the productive struggle of learners.
Keywords: Geogebra - productive struggle - deep understanding.

مقدمة:

خضع تعليم الرياضيات للتحول خلال العقد الأول من القرن الحادي والعشرين، حيث تعتبر الرياضيات أكثر العلوم مسايرة لتطورات العصر. ولقد عانى الكثير من المعلمون والطلاب من هذا التحول. ولذا أكد علماء تعليم الرياضيات على الاهتمام بتدريب المتعلمين على المثابرة والتفكير الإبداعي من خلال مهام غنية كعنصر أساسي في تطوير فهم أعمق للرياضيات.

وتعتبر الهندسة من أهم العلوم الإنسانية التي يستخدمها الإنسان في حياته بصفة كبيرة. حيث تستخدم في تصميم المباني والآلات والسيارات واستخراج المواد النفطية من باطن الأرض، ولذا تعتبر أحد الفروع الهامة في علم الرياضيات وهي تسهم بدور فاعل في تنمية التفكير المنطقي لطلابها ، كما أنها تتيح لمتعلميها فرص الاكتشاف وفهم العالم المحيط وترتبط ارتباطًا وثيقًا بفروع الرياضيات الأخرى. (**الغامدي، ٢٠١١**)[١]

والهندسة من أكثر فروع الرياضيات التي يواجه تعليمها صعوبة بالنسبة للتلاميذ وأن هناك ضعفًا بين التلاميذ في الهندسة وكذلك أخطاء شائعة فيها. وتشير معايير المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات إلى أن عدم قدرة الطلاب على فهم الأشكال الهندسية وخواصها ، وضعف استيعابهم للمفاهيم والعلاقات، وانخفاض قدرتهم على حل المشكلات الهندسية وبرهنتها - يرجع إلى طرق التدريس المستخدمة في تدريس الهندسة، وندرة استخدام الوسائل والأنشطة التعليمية وعدم إتاحة الفرصة أمام التلاميذ لتعليم الهندسة على نحو ذي معنى. (**إسماعيل ، ٢٠٠٠**) و[٢](**NCTM, 2000**)

والكفاح والتغلب على المشكلات والصعوبات التي تواجه المتعلمين في الهندسة أو في فروع الرياضيات عامة هي سمة من سمات الرياضيات. ويتطلب العمل معها الاعتماد على استراتيجيات فعالة لحل هذه الصراعات.

وقد أكد الباحثين أن الممارسات الفعالة لتطوير نمو المفاهيم الرياضية ، ولإتقان الرياضيات يتضمن إدراك المتعلمين للروابط بين الأفكار والحقائق والإجراءات ، بالإضافة على دمج المتعلمين في أنشطة الكفاح المنتج. (Hiebert & Grouws, 2007; Kapur, 2016; Warshauer, 2015)

وقد أعلن المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات NCTM (2014) أن الكفاح المنتج في الرياضيات يتضمن "فهم الطلاب العميق للبنية الرياضية للمشكلات والعلاقات بين الأفكار الرياضية ، بدلاً من مجرد البحث عن حلول صحيحة."

---

[١] **تم اتباع قواعد APA 7 في التوثيق.**

[٢] **(أسم المؤلف ، سنة النشر)**

وذكر الباحثون أن الكفاح المنتج يبدأ بإعطاء الطلاب مهمة كان من الممكن تحقيقها، ولكنها غير قابلة للحل من خلال إجراء تلقيني عن ظهر قلب أو معرفة سابقة. وكان مسار الحل غير معروف من البداية للطلاب، وظهر الارتباك والأخطاء على طول الطريق إلى أن توصلوا إلى التعلم والفهم العميق. (NCTM,2014) .

والفهم العميق يعني إدراك المفاهيم والمعاني المترابطة والمتصلة مع بعضها البعض، والتي يمكن استدعاؤها في الحال ، حيث كل مفهوم له معني عميق في عقل المتعلم؛ يتضمن إدراك الترابطات بين هذه المفاهيم ، وتكوين معان جديدة قائمة علي ما يعرفه المتعلم من معارف وخبرات حالية؛ فالفهم العميق يعني أن المفاهيم جيدة التمثيل والارتباط (Zirbel, 2006)

والفهم العميق كما يوضحه الجهوري (٢٠١٢) هو عملية عقلية تتجاوز المعرفة السطحية للتعلم لتشير إلي تفكير الطالب بشكل متكامل ومتعدد الأبعاد ومعقد في داخل إطاره المفاهيمي وأن المنظور الظاهري للفهم العميق يعزي إلي دور الطالب بنفسه إلا أن للمعلم دورين مهمين ، الأول تقديم أفكار واستراتيجيات جديدة للطلاب بطريقة تفاعلية ،وتقديم الدعم والتوجيه مع توفير البيئة التعليمة المناسبة والدور الثاني يتمثل في الكشف والتشخيص عن عمق المعرفة المتوفرة لدي الطالب وما يعرفه بالفعل ، والكشف عن الوسائل التي فيها تفسير الأنشطة ، والبحث والتقصي والاستكشاف لتشكيل فهم أبعد وأعمق.

ومن البرامج المصممة بطريقة تمكن الطلاب من تطوير فهم عميق للنظريات والحقائق الرياضية من خلال التطبيق العملي واكتشاف الطالب المفاهيم بنفسه هو الجيوجبرا المبني على المعايير العالمية للرياضيات. ويعتبر الجيوجبرا من البرامج التي توفر بيئة تفاعلية للطالب تجمع ما بين الجبر والهندسة والتفاضل والتكامل ، وبسبب مزاياه الكثيرة يمكننا القول أنه من أفضل البرامج التعليمية التي يمكن استخدامها في تعليم الرياضيات.(لبد ، ٢٠١٧) ؛ (أبو الرايات، ٢٠٢٠)

وجيوجبرا هو برنامج رياضيات تفاعلي لتعليم وتعلم علوم الرياضيات من المرحلة الابتدائية وحتى المستوى الجامعي . وهو يتيح بناء الأشكال عن طريق الرسم بالنقاط والأشعة والمتجهات والقطع المستقيمة والمضلعات أو الدوال والعلاقات الرياضية ويمكن إدخال العناصر عن طريق الفأرة أو شاشة اللمس أو شريط الإدخال باستخدام الأوامر كما يمكن تعديل العناصر رسومياً بتحريكها ويستخدم لتوضيح أو إثبات النظريات الرياضية والهندسية. (ويكيبيديا، ٢٠٢٢) ويمكن تحميل البرنامج من موقع الشركة عن طريق الانترنت عبر الرابط التالي: https://www.geogebra.org

ويتميز موقع الجيوجبرا بإمكانية التسجيل فيه ويسمح للمستخدمين بنشر أعمالهم ومشاركتها مع الآخرين، وبالتالي الاستفادة من خبراتهم وآرائهم . ويمكنك من خلال

هذا البرنامج الرائع إنشاء الأعمال الرياضية بكل سهوله من خلال أدوات البناء في شريط الأدوات وذلك في نافذه مستقله باستخدام الفاره، ويتم تسجيل الإحداثيات الجبرية والمعادلات في النافذة الجبرية، ويمكنك كتابة الأوامر من خلال شريط إدخال كتابة الأوامر والإحداثيات والمعادلات، ثم يقوم البرنامج بإنشاء الشكل في نافذة الرسومات وكتابة إحداثيات الشكل فى النافذة الجبرية، ففي هذا البرنامج الرائع تعمل الهندسة مع الجبر جنبا إلى جنب.(الظاهر ، ٢٠٢٢).

وقد توصل Udi & Radakovic (2012) إلى أن استخدام الجيوجبرا عزز فهم الطلاب للمفاهيم والتعميمات في الاحتمالات ، وذلك من خلال ما يوفره هذا البرنامج من تجسيد للجوانب المجردة في الاحتمالات.

GeoGebra هي أداة تكنولوجية تغطي المحتوى الرياضي مثل الجبر وحساب التفاضل والتكامل والإحصاء والمتجهات والهندسة. اكتسبت هذه الأداة شعبية في تعليم الرياضيات لأنها سهلة الوصول إليها وسهلة الاستخدام وفعالة من حيث التكلفة للتطوير المهني لتكامل التكنولوجيا مع تدريس الرياضيات. (Benning, 2021)

ومما سبق يحاول البحث التالي استخدام الجيوجبرا في تنمية الكفاح المنتج والفهم العميق لدى طلاب الصف الأول الإعدادي بوحدة الهندسة.

مشكلة البحث:

وعلى الرغم من أهمية دراسة الهندسة بجميع مراحل التعليم، حيث إنها تهتم بدراسة الأشكال الهندسية وخواصها في المستوى، والمجسمات في الفراغ، والعلاقات بينهما، وتطبيقاتها .في الحياة إلا أنه من الملاحظ أن هناك عزوفاً وقصوراً في أداء الطلبة أثناء تعلمهم لموضوعات الهندسة، ويتمثل هذا القصور في الخلط بين المفاهيم الهندسية، وعدم القدرة على التمييز بين الأشكال الهندسية حسب خواصها، وضعف استخدام المفاهيم والتعميمات في حل المشكلات الهندسية، وتدني المهارة في استخدام الأدوات الهندسية عند رسم الأشكال الهندسية، ّ ولعل طريقة التدريس المتبعة بالمدارس تعد من أهم أسباب هذه الصعوبات (فتوح، 2008)

وقد لاحظت الباحثة من خلال الخبرة الميدانية تدني مستوى تحصيل الطلاب في الرياضيات بشكل عام والهندسة بصفة خاصة ، وخاصة بالمرحلة الإعدادية وبشكل أدق في الصف الأول الإعدادي لأن الطالب بالمرحلة الابتدائية كانت دراسته للهندسة دراسة سطحية على العكس بالصف الأول الاعدادي يتعمق الطالب في المفاهيم الهندسية وفي البرهان الرياضي والنظريات والنتائج الهندسية ، مما يؤدي إلى توتر الطلاب وضعف تحصيلهم فيها.

وقد طبقت الباحثة استطلاع رأي على معلمي الرياضيات بالمرحل الإعدادية وعددهم (١٥) للتعرف على الموضوعات التي يعاني منها طلاب الصف الأول الإعدادي في فرع الهندسة ، وقد كانت الصعوبات متمثلة فيما يلي:

جدول (١) يوضح التكرارات والنسب المئوية للصعوبات التي يعاني منها تلاميذ الصف الأول الإعدادي في وحدة الهندسة

م	الصعوبة	التكرار	النسب المئوية
١	معاناة الطلاب من فهم البرهان الاستدلالي ، وخطواته	14	%93
٢	معاناة الطلاب في الربط بين المعطيات والمطلوب.	14	%93
٣	معاناة الطلاب في توظيف المعطيات للتوصل للمطلوب.	15	%100
٤	صعوبة كتابة البرهان الاستدلالي.	13	%87
٥	صعوبة فهم النظريات الهندسية، والنتائج.	11	%73
٦	صعوبة ترجمة المسألة إلى رسم هندسي.	10	%67
٧	صعوبة تنفيذ التحويلة الهندسية	١٢	%٨٠
٨	صعوبة التمييز بين الرموز الهندسية	١١	%٧٣
٩	صعوبة الربط بين المفاهيم الهندسية ، والخلط بينها	١٠	%٦٧
	النسبة الإجمالية للصعوبة		71%

ومن الجدول السابق يتضح الصعوبات التي تواجه تلاميذ الصف الأول الإعدادي في دراستهم لوحدة الهندية والقياس والتي وصلت حسب رأي العينة الاستطلاعية (٧١%) ، مما عزز إحساس الباحثة بمشكلة البحث.

وكذلك ما عزز مشكلة البحث هو الدراسات السابقة التي أكدت على صعوبة تعليم الهندسة لدى المتعلمين ، والتي منها دراسة : بهرام (٢٠٢٢) على المرحلة المتوسطة، عون (٢٠١٧) على المرحلة الابتدائية، منصور(٢٠١٣) على المرحلة الجامعية، الرويشد (٢٠٢١) الاعدادية، الشيخي (٢٠١٦) مرحلة ثانوية.

ولكن غالبًا ما يتم النظر إلى هذه الصعوبات وكفاح الطلاب مع تعلم الرياضيات عامة ومع الهندسة بشكل خاص من منظور سلبي. حيث ينظر إليها على أنها مشكلة في حصص الرياضيات. (Hiebert & Wearne, 2003; Sherman, Richardson, & Yard, 2009). ويبحث المعلمون وأولياء الأمور والمعلمون وصانعو السياسات بشكل روتيني عن طرق للتغلب على "المشكلة" ، التي يُنظر إليها على أنها شكل من أشكال صعوبة التعلم ، ومحاولة إزالة سبب الكفاح من خلال التشخيص والعلاج.(Adams & Hamm, 2008) من هذا لا يتوقع المرء أن التركيز على كفاح الطلاب في الرياضيات كان ينظر إليه من منظور إيجابي وفرصة تعليمية.

فواقع تدريس الرياضيات في مصر يشير إلى:

- نادرًا ما يُشارك الطلاب في كفاح مثمر مع الأفكار الرياضية الأساسية في حصص الرياضيات.

- غالبًا يعاني التعليم المدرسي عامة من الاندفاع للحصول على إجابات سريعة ويفشل في منح الطلاب وقتًا كافيًا للانخراط في التفكير بعمق في المشكلات.
- قد يصمم المعلمون مهامًا تهدف إلى وضع مستويات عالية من الطلب المعرفي من الطلاب ، ولكن بعد ذلك يتراجعون في طلبهم عندما يواجه الطلاب الإحباط أو عدم الراحة. على سبيل المثال ، يتدخل المعلمون بسرعة عندما يلاحظون الطلاب يكافحون، ويشرحون كيفية حل المشكلة ، تاركين القليل من الصعوبة للطلاب للقيام بها.

والبحث التجريبي محدود في مجال الكفاح الطلابي وكيفية معالجته بشكل منتج في الفصل الدراسي (Stein, Grover, & Henningsen, 1996) .ولقد أظهر البحث الذي أجراه (Morita ; Hatano & Inagaki, 1998) كيف أن الطلاب الذين ينخرطون في الكفاح مع الأفكار الرياضية المتضاربة أو غير الصحيحة أثناء التفاعل في حصص الرياضيات كانوا قادرين على فهم الرياضيات وتحسين فهمهم في تقييم المتابعة. وفي السنوات الأخيرة ، سلطت مجموعة كبيرة من البحوث ، وخاصة في مجال تعليم الرياضيات ، الضوء على أن دعم "الكفاح المنتج" هو مسألة مهمة ، وأن جميع المتعلمين بحاجة إلى إتاحة فرص الكفاح المنتج أثناء تعلم الرياضيات. (Angela, & Others , 2018) , (Sararose, & Others, 2018) , (Cynthia, & Others, 2018), (Crystal, 2017) لحل مشكلات الطلاب في الرياضيات ولتنمية الفهم العميق للحقائق والمفاهيم والتعميمات الرياضية.

وعلاوة على ذلك أثبتت العديد من الدراسات فاعلية الجيوجبرا في رفع مستوى الطلاب العلمي ، والاستيعاب المفاهيمي، وقدرتهم على حل المشكلات، والبرهان الرياضي مثل دراسة: أبو سارة (٢٠٢٠)؛ قطب (٢٠١٩) ؛ أبو الرايات (٢٠٢٠)؛ العطاس (٢٠١٩) ؛ الحوراني (٢٠١٩)

ومما سبق تمثلت مشكلة البحث الحالي، في ضعف قدرة طلاب الصف الأول الإعدادي في الكفاح المنتج وبالتالي عدم القدرة على تحقيق مستويات مناسبة من الفهم العميق عند دراستهم لوحدة الهندسة ، ولذا تحاول الدراسة الحالية معالجة هذا الضعف من خلال استخدام الجيوجبرا في تدريس وحدة الهندسة لطلاب الصف الأول الإعدادي.

أسئلة البحث:

يحاول البحث الحالي الإجابة عن السؤال الرئيس التالي:

" ما أثر استخدام الجيوجبرا في تنمية الكفاح المنتج والفهم العميق في وحدة الهندسة لطلاب الصف الأول الاعدادي بمحافظة أسيوط؟"

والذي يتفرع منه الأسئلة التالية:

١- ما أثر استخدام الجيوجبرا في تنمية الكفاح المنتج في وحدة الهندسة لطلاب الصف الأول الاعدادي بمحافظة أسيوط؟"
٢- ما أثر استخدام الجيوجبرا في تنمية الفهم العميق في وحدة الهندسة لطلاب الصف الأول الاعدادي بمحافظة أسيوط؟"

فروض البحث:

يختبر البحث الحالي صحة فروض البحث التالية:

١- يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لأداتي الكفاح المنتج (بطاقة الملاحظة والمهام)، لصالح المجموعة التجريبية.
٢- يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لاختبار الفهم العميق في وحدة الهندسة، لصالح المجموعة التجريبية.

أهداف البحث:

يهدف البحث الحالي إلى :

١- وصف مهارات الكفاح المنتج لدى طلاب الصف الأول الإعدادي في وحدة الهندسة والقياس.
٢- تفسير أسباب ضعف الكفاح المنتج لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي في وحدة الهندسة والقياس.
٣- وصف مهارات الفهم العميق لدى طلاب الصف الأول الإعدادي في وحدة الهندسة والقياس.
٤- تفسير أسباب ضعف الفهم العميق لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي في وحدة الهندسة والقياس.
٥- وصف لإجراءات التدريس وفقا للجيوجبرا في وحدة الهندسة والقياس لتلاميذ الصف الأول الاعدادي.
٦- التنبؤ بمدى فاعلية استخدام الجيوجبرا في تنمية الكفاح المنتج لدى تلاميذ الصف الأول الاعدادي.
٧- التنبؤ بمدى فاعلية استخدام الجيوجبرا في تنمية الفهم العميق لدى تلاميذ الصف الأول الاعدادي.
٨- التحكم في تزويد التلاميذ بالطرق والأساليب التي تساعدهم في تنمية الكفاح المنتج لديهم.

٩- التحكم في تزويد التلاميذ بالطرق والأساليب التي تساعدهم في تنمية الفهم العميق لديهم.

أهمية البحث:

تتمثل أهمية البحث الحالي فيما يلي:

١- إثراء المكتبة العربية بمفهوم حديث في الرياضيات وهو الكفاح المنتج وأساليب تنميتة ، وجدوى الاهتمام به في تعليم الرياضيات.
٢- قد تساعد نتائج هذا البحث المعلمين والباحثين في توجيههم إلى استخدام الجيوجبرا في تدريس الرياضيات ، وخاصة فرع الهندسة ، وذلك لما لهذا البرنامج من مميزات كثيرة ومنها تعميق فهم المتعلمين وتبسيط المفاهيم التي تعرض من خلاله.
٣- تغيير المفهوم السائد عن الرياضيات أنها علم مجرد صعب إدراكه بشكل محسوس، حيث أن استخدام الجيوجبرا يجسد المفاهيم التي يعرضها.
٤- تقديم دليل للمعلم لإرشاده ومساعدته في استخدام الجيوجبرا في تدريس هندسة الصف الأول الاعدادي.
٥- توجيه انتباه معلمي الرياضيات والموجهين لأهمية الكفاح في تعليم الرياضيات وتعلمها وكيف يمكن بأساليب بسيطة استغلال كفاح الطالب استغلالاً إيجابيا ليصبح كفاحاً منتجاً.
٦- تقديم مادة إثرائيـــــة تساعد على تنمية الكفاح المنتج والتي تساعد الطلاب على التركيز والانتباه وفهم المادة العلمية بشكل عملي تطبيقي.

حدود البحث:

اقتصر البحث الحالي على الحدود التالية:

١- عينة من طلاب الصف الأول الإعدادي بمدرسة الإعدادية المشتركة يصل عددهم (٩٣) تلميذ/ة ، تم تقسيمهم إلى مجموعتين ،مجموعة ضابطة ومجموعة تجريبية.(لأن الهندسة يدرسوها الطلاب بعد المرحلة الابتدائية وتعتبر مرحلة انتقالية في دراسة الهندسة ، حيث أن هندسة المرحلة الإعدادية تحتاج إلى مهارات استدلال وبرهان لم يتدرب عليهم الطالب من قبل مما يسبب له ارباك في الاستيعاب وكفاح في التعامل مع مفاهيمها وقوانينها ونظرياتها.)
٢- تم اختيار وحدة الهندسة والقياس المقررة على الصف الأول الإعدادي.
٣- تم التطبيق خلال الفصل الدراسي الثاني لعام ٢٠٢١ – ٢٠٢٢م.

٤- المتغير المستقل هو استخدام الجيوجبرا. والمتغير التابع الأول هو الكفاح المنتج، والمتغير التابع الثاني هو الفهم العميق.

مصطلحات البحث:

الجيوجبرا: يعرف Yorganci (2018) برنامج جيوجبرا بأنه برنامج حاسوبي يستخدم في تعلم الهندسة والجبر وحساب التفاضل والتكامل ، ويستخدم كأداة متعددة الاستخدامات في تصوير وتجسيد المفاهيم الرياضية. وهو يعد برنامجًا مهمًا يساهم في فهم الطلاب للمشكلات المفاهيمية والعملياتية ، وهو فعال في تدريس الرياضيات القائم على الاستقصاء. وهو يجمع بين خصائص البرامج الرياضية المختلفة وسهولة الاستخدام وبنية المصدر المفتوح وهي تعتبر من بين الأسباب المهمة لانتشار GeoGebra بين المتعلمين والمعلمين والباحثين حول العالم.

وتعرفه الباحثة: برنامج حاسوبي يستخدم في تعلم الهندسة والقياس ، و تجسيد المفاهيم الهندسية ،ويساعد طلاب الصف الأول الإعدادي في فهم وحل المشكلات الهندسية، وتعميق فهمهم للهندسة وهو برنامج سهل الاستخدام من قبل المعلم والمتعلمين.

الكفاح المنتج: أن الكفاح المنتج هو جزء هام في تعليم وتعلم الرياضيات ، يحدث عندما يشارك تلاميذ الصف الأول الاعدادي ويصارعوا لكي يفهموا البنية الرياضية للمشكلات والعلاقات بين الأفكار الرياضية المتضمنة في وحدة الهندسة والقياس التي لم تتضح لهم بعد. ويلعب المعلم دورًا حيويًا في خلق وتسهيل الفرص لكفاح التلاميذ وتشجيع التلاميذ على الفهم ، والبحث والتحري فيما وراء الحفظ وتكرار الإجراءات.

الفهم العميق: هو مجموعة من القدرات المترابطة التي تنمي وتعمق عن طريق الأسئلة والاستقصاء الناشئ عن التأمل والمناقشة واستخدام الأفكار (جابر عبد الحميد، ٢٠٠٣)، والفهم العميق هو الفحص الناقد للأفكار والحقائق الجديدة ووضعهم في البناء المعرفي القادم وعمل ترابطات متعددة بين هذه الأفكار وبعضها البعض، ومهارات التفكير التوليدي هي من أبعاد الفهم العميق وهو: أحد أنماط التفكير يمارس خلاله التلميذ مجموعة من المهارات العقلية التالية: (الطلاقة، والمرونة، ووضع الفرضيات، والتنبؤ في ضوء المعطيات)، والتفكير التوليدي أحد أنماط التفكير الذي يجمع بين القدرة على الابتكار والقدرة على الاكتشاف من خلال مهارات التفسير والتنبؤ والإتقان والتوسع (روبرت مارزانو، ٢٠٠٤)، وتشمل مهارات الفهم العميق (مهارات التفكير التوليدي: "الطلاقة، المرونة، وضع الفرضيات، التنبؤ في ضوء المعطيات"- مهارة اتخاذ القرار- مهارة التفسير- مهارات طرح الأسئلة).

وتعرفه الباحثة اجرائياً : هو نوع من الفهم يتطلب ممارسة تلاميذ الصف الأول الاعدادي لمهارات التفكير التوليدي والتي تشمل (وضع الفروض ، والتنبؤ في ضوء

المعطيات ، والطلاقة والمرونة) وطرح الأسئلة وإعطاء التفسيرات واتخاذ القرار المناسب ، ويقاس بالدرجة التي يحصل عليها الطالب في اختبار الفهم العميق بوحدة الهندسة والقياس.

الاطار النظري

يتضمن هذا الجزء متغيرات البحث وهي: الجيوجبرا والكفاح المنتج والفهم العميق بالتفصيل كما هو موضح فيما يلي:

الكفاح المنتج:

يبحث المعلمون وأولياء الأمور وصانعو السياسات بشكل روتيني عن طرق للتغلب على "المشكلة" في الرياضيات، التي يُنظر إليها على أنها شكل من أشكال صعوبة التعلم فيها، ومحاولة إزالة سبب كفاح الطلاب في الرياضيات من خلال التشخيص والعلاج.(Adams & Hamm, 2008) من هذا لا يتوقع المرء أن التركيز على كفاح الطلاب في الرياضيات كان ينظر إليه من منظور إيجابي وفرصة تعليمية. ومع ذلك يقترح معلمو الرياضيات والباحثون ، أن الكفاح من أجل فهم الرياضيات هو عنصر ضروري لتعلم الرياضيات من خلال الفهم. (Hiebert & Grouws, 2007).

يؤدي الكفاح المنتج إلى حصص دراسية منتجة حيث يعمل الطلاب على حل المشكلات المعقدة ، ويتم تشجيعهم على المخاطرة ، ويمكن أن يكافحوا ويفشلوا ، ومع ذلك يشعرون بالرضا عن العمل في حل المشكلات الصعبة. ويمكن للمعلمين تعزيز ثقافة الكفاح المنتج في الفصل الدراسي من خلال تزويد الطلاب بمهام صعبة. بحيث يتم تصميم هذه المهام بطريقة تجعلها في متناول جميع الطلاب ، ولذا فمن المتوقع أن يستمر الجميع في حل المهام الرياضية الصعبة.

يمكن أن يكشف تصوير ما يبدو عليه كفاح الطلاب المنتجين في البيئة الطبيعية للتدريس في الفصل الدراسي عن كيفية دعم جوانب التدريس لهذه العملية التعليمية بدلاً من إعاقتها ، والتي تشير الأبحاث إلى أنها مفيدة لفهم الطلاب للرياضيات (Hiebert & Grouws, 2007)

يُنظر إلى تعلم الطلاب للرياضيات من خلال الفهم على أنه أمر بالغ الأهمية في تلبية متطلبات القرن الحادي والعشرين ، لا سيما في مجتمع يشهد تغيرًا سريعًا ، حيث يحد امتلاك فهم إجرائي بدون فهم مفاهيمي من المرونة والإبداع في حل المشكلات. (NCTM,2000)

مفهوم الكفاح المنتج في الرياضيات:

ويحدث الكفاح المنتج عندما يبذل الطلاب جهدا في " فهم الرياضيات واكتشاف الأشياء الغير واضحة على الفور" ويتضح هذا في أثناء تعامل الطلاب مع الأفكار الجوهرية أثناء حل المشكلات الرياضية ، حتى تتبلور فكرة الحل في ذهن المتعلم . (Hiebert & Grouws, 2007)

ومصطلح كفاح الطلاب لا يستخدم للإشارة إلى الإحباط غير الضروري أو المستويات القصوى من التحدي الناتجة عن مشاكل شديدة الصعوبة ... أو مشاعر اليأس التي يمكن أن يعيشها بعض الطلاب عندما تكون معلوماتهم والمفاهيم التي لديهم لا تساعدهم لحل المشكلة" ولكن يحدث هذا الكفاح في سياق "حل الطلاب للمشكلات التي يمكن الوصول إليها والكفاح مع الأفكار الرياضية الجوهرية التي يمكن فهمها ولكن لم يتم تشكيلها بشكل جيد بعد" بمعنى آخر ، الكفاح هو نوع خاص من الظواهر التي قد تحدث عندما ينخرط الطلاب في نشاط أو مشكلة رياضية تمثل تحديًا ولكن بشكل معقول ضمن قدرات الطلاب ، ربما مع بعض المساعدة يمكنهم التغلب عليها. يمكن أن تلعب هذه الأنواع من الصعوبات ، وخاصةً الصعوبات التي تدفع تفكير الطلاب ، دورًا مهمًا في تعميق فهم الطلاب إذا تم توجيهها بعناية نحو الحل.(Hiebert & Grouws, 2007)

كعملية معرفية ، يمكن اعتبار كفاح الطالب لفهم الرياضيات أمرًا داخليًا بالنسبة للمعلم. من ناحية أخرى ، قد يكون كفاح الطلاب مرئيًا للمعلم عندما يعبر الطلاب عن الصعوبة التي يواجهونها. وتضمنت نظريات التعلم كلا النوعين من الكفاح (Warshauer, 2011)

وقد أكد باحثون ومنظرو التعلم وجود علاقة بين مشاركة الطلاب في الكفاح لفهم الأفكار الرياضية والفهم الأعمق للمفاهيم الأساسية. ومن هذا المنطلق ، أستخدم مفهوم الكفاح كعنصر من عناصر مشاركة الطلاب في النشاط الرياضي. (Inagaki, Hatano, & Morita, 1998; Stein, Grover, & Henningsen, 1996)

ويوجد اتفاق أن الكفاح المنتج يحدث عندما (Gray, 2019):

- نتوقع الفشل المؤقت وقبوله كالمعتاد ، مما يعني أن هناك اعتقادًا بأن المثابرة ستؤدي إلى النجاح في نهاية المطاف ،
- عندما يأتي مسار حل المشكلة من الطالب وليس من المعلم ،
- التصور بأن الطريق إلى حل المشكلة لا يقل أهمية عن الحل نفسه.

ومن أجل المشاركة الفعالة في الكفاح المنتج ، يجب على الطلاب قبول الكفاح والأخطاء كجزء من عملية التعلم. وبدون هذا القرار، من المرجح أن يحرز الطلاب تقدمًا ضئيلًا في مساراتهم المبتكرة نحو الحلول. ومن ثم ، فإن الفشل المتوقع أمر بالغ

الأهمية للكفاح المنتج. جزء من التدريس من خلال الكفاح المنتج هو تدريب الطلاب على تسجيل ومراجعة أخطاءهم. إن الكيفية التي يتصور بها الطلاب قدرتهم وإمكاناتهم مهمة ، وهو أمر محوري بالنسبة للمعلمين من خلال النظر إلى الأخطاء باعتبارها مجالاً للنمو الفكري بدلاً من معاقبتهم على الأخطاء. وبالتالي ، السماح لهم بالمثابرة والإبداع في أساليبهم.(Gray, 2019)

ويتجلى مثابرة الطلاب في "مواصلة التقدم بصرف النظر عن الكفاح أو الصعوبة". عندما يكافح الطلاب ولكنهم يواصلون محاولة فهم المشكلة ، إما عن طريق تحسين استراتيجيتهم الحالية ، أو التخلي عنها والبحث عن استراتيجيات جديدة وتوظيفها ، فإنهم يظهرون المثابرة. كما أن تقييم ما إذا كانت الأساليب أو الأفكار المتعلقة بالحل مثمرة وإظهار المرونة في استخدام مختلف استراتيجيات حل المشاكل يدل على المثابرة. لذلك ، فإن الإنتاجية في الكفاح المنتج تكمن في رغبة الطلاب في الاستمرار وإكمال المهمة.(Pasquale, 2016)

عند المشاركة في الكفاح المنتج ، يختار الطلاب ويقدمون الأساليب والأدوات أو المعرفة السابقة التي يستخدمونها ، على الرغم من أن هذه الأفكار قد لا تكون مثمرة. ويتجلى الكفاح المنتج عندما يعتمد الطلاب على أفكارهم الخاصة لفهم المواقف - وهذه المحاولات مدفوعة بأفكارهم وأساليبهم الخاصة. ويمهد التفكير الذاتي المستقل الطريق أمام الطلاب للمشاركة بفعالية في الكفاح الإنتاجي. وبالتالي ، فإن النتائج تُدفع بطرق مبتكرة وأصلية نحو الحلول التي أنشأها الطلاب.(Warshauer, 2011)

مما سبق تُعرف الباحثة الكفاح المنتج في الرياضيات أنه "هو المحاولات التي يبذلها الطلاب لرغبتهم في فهم الرياضيات ،وحل مشكلاتها (التي تتناسب مع قدراتهم) الغير واضحة على الفور، حتى تتبلور فكرة الحل لديهم. وقد يكون كفاح الطلاب واضحاً للمعلم (الذي يتقبل أخطاء الطلاب ، ويعزز كفاحهم دون تدخل مباشر منه لحل المشكلة)، وقد يكون داخليا لدى المتعلم.

دور معلم الرياضيات في تهيئة البيئة التعليمية للكفاح المنتج:

ينبغي على المعلمين تهيئة البيئة المناسبة لتنمية الكفاح المنتج لدى الطلاب في حصص الرياضيات ، وذلك من خلال ما يلي:Hiebert and Grouws (2007) ؛ Gray (2019) ؛ Goldenberg (2015) ؛ Warshauer (2015)

١- الاهتمام بالعملية أو المسار الذي يستخدمه الطلاب لإيجاد الحلول بدلاً من الإجابة نفسها.
٢- تدريب الطلاب على تسجيل الأخطاء ومراجعتها.
٣- استخدام استراتيجية حل المشكلات عند التدريس لتعزيز الكفاح المنتج.
٤- مراقبة تقدم الطلاب في التعلم وطريقة تفكيرهم في استراتيجيات الحل.

٥- تشجيع الطلاب أن يبحثوا بنشاط في العلاقات وينشؤوا روابط بين الأفكار الرياضية بدلاً من البحث عن الإجابات الصحيحة فقط.
٦- الاعتراف من قبل المعلم والطلاب بإمكانية الفشل وقبولها.
٧- تشجيع الطلاب على استخدام استراتيجية الحل الإبداعي للمشكلات الرياضية.
٨- تشجيع الطلاب على المثابرة و مواصلة الجهد دون الاستسلام.
٩- اعتراف المعلمون والطلاب على أن الكفاح هو جزء مهم من تعلم وممارسة الرياضيات.
١٠- توفير بيئة الفصل الدراسي حيث يشعر الطلاب بالأمان والدعم في الانخراط في عملية حل المشكلات وتجربة استراتيجيات حل المشكلات المختلفة التي تتيح الكفاح المنتج.
١١- استخدام المهام الصعبة المناسبة لقدرات المتعلمين.
١٢- توفير الوقت الكافي للطلاب لحل الصعوبات أثناء عملية حل المشكلة.
١٣- عدم التدخل في وقت مبكر جدا من قبل المعلم ، أو تقديم المزيد من التوجيه، أو طرح أفكار للحل غير الأفكار التي يقترحها الطلاب أنفسهم.
١٤- يوفر الإحباط الذي يصيب الطلاب عند مرحلة معينة فرصاً للمعلمين للاستجابة لكفاح الطلاب ودعمه بشكل مثمر.
١٥- تقديم التغذية الراجعة من خلال: الأخبار ، والتوجيه الموجه ، والتوجيه الاستقصائي، والقدرة على تحمل التكاليف، وأقلها فاعلية الاخبار والتوجيه الموجه.
١٦- معرفة المعلم أن مرور الطالب بالمحاولات الناجحة أو الفاشلة في التعلم يزيد من معارفهم وقدرتهم على حل المشكلات. (Miller , 2020)

يقوم المعلمون بدعم الطلاب أثناء العمل في حل المشكلات دون الاستيلاء على تفكيرهم. وكذلك أنه يجب على المعلمين تحديد ما يفهمه الطلاب ، وتحديد ما هو مربك لهم ، ثم صياغة الأسئلة بعناية لمساعدتهم على التقدم دون إخبارهم صراحة بما يجب عليهم فعله. عندما يستخدم المعلمون مثل هذه الأسئلة ، يقوم الطلاب بعد ذلك بتنقيح ودمج وتعديل المعرفة للحصول على حل أو الوصول إلى هدف وتطوير فهم مفاهيمي قوي للمشكلة المطروحة. لم تكن هذه العملية سهلة - لقد كانت صراعًا - ولكن كان هناك شعور بالإنجاز في النهاية - كانت مثمرة. (NCTM,2014)وقد لاحظ باحثون آخرون أن التحدي والنجاح الناتج عن ذلك أدى إلى زيادة مستويات الدوبامين في الدماغ ، وهو ناقل عصبي مصحوب بشعور بالمتعة والاسترخاء. (Kienast et al., as cited in Willis, 2010) نتج عن هذه المشاعر الممتعة

دافعًا جوهريًا ضروريًا لدى المتعلمين لمتابعة التحديات القابلة للتحقيق عند الاندماج في مهمة كفاح منتج . (Willis, 2010)

وقد يتشكل دور المعلم في مراحل ، لتعزيز الكفاح المنتج لدى المتعلمين ، فيما يلي توضيح الإجراءات التي ينبغي أن يتبعها المعلم قبل وأثناء مهمة الكفاح المنتج:

١- الإجراءات المتخذة لضمان الكفاح الفعال قبل إنجاز المهمة:

من أجل إعداد الطلاب للكفاحات التي قد يوجهونها في سياق حل المشكلات ، يحتاج المعلمون إلى تمهيد الطريق من خلال:

- مناقشة الطلاب في التحديات المحتملة التي قد يواجهونها الطلاب أثناء عملهم في المهام.
- أن "يقر المعلمون بأن الكفاح هو جزء هام من التعلم وممارسة الرياضيات".
- يحتاج المعلمون أيضا إلى مساعدة الطلاب على فهم أن عدم توفير تعليم (تعليمات) صريحة عن كيفية أداء المهام لا يعني انعدام المساعدة ، بل هذا يساعدهم على التعلم بشكل أعمق.
- يجب أن يقبل الطلاب أنهم سيقومون بمعظم عمليات التفكير والمعالجة بشكل مختلف عن الفصل الدراسي التقليدي .
- يعلم الطلاب أن العمل والجهد المبذول في حصص الرياضيات مسؤولية الطلاب أنفسهم. ومع ذلك ، إذا كانت المهمة جديدة على المتعلمين ، يمكن للمعلمين توفير السقالات لضمان أن تكون الكفاحات منتجة.
- الإجراءات المتخذة لضمان الكفاح الفعال قبل المهمة هي : ١- استنباط المعرفة السابقة من الطلاب. ٢- تأخير المشكلة. ٣- التقديم بمشكلة أبسط. Barlow) and Others, 2018)

مما سبق يمكن أن نستنتج أنه ينبغي على المعلم أن يقر أن الكفاح هو جزء مهم لتعليم وممارسة الرياضيات ، وأن يوضح للطلاب أن العمل قد يكون به بعض التحديات التي ينبغي قبولها والتكيف معها ، وأن على الطلاب الاعتماد على أنفسهم في أداء المهام والتغلب على التحديات ، وأن تعليمات المعلم للحل أو للمساعدة تتوفر فقط في الحالات التي تحتاج لذلك.

٢- الإجراءات المتخذة لضمان الكفاح الفعال أثناء إنجاز المهمة:

كما كانت هناك إجراءات لتمهيد لمهام الكفاح المنتج ، كذلك توجد إجراءات ينبغي الأخذ بها في أثناء تنفيذ الطلاب لمهام الكفاح المنتج في حصص الرياضيات، ونوضحها فيما يلي:

١- توفير الوقت الكافي والدعم للطلاب ليكونوا قادرين على فهم عملهم وتشغيل أفكارهم.

٢- يجب أن يبدأ المعلمون في طرح الأسئلة والتعرف على الأساليب المختلفة التي يشاركها الطلاب، والأسئلة لمساعدة الطلاب على التركيز على تفكيرهم والتقدم بهم في المهمة.

٣- الاستراتيجيات المستخدمة : الاخبار ، التوجيه المباشر ، التوجيه الاستقصائي أو السابر ، التحمل ، أساليب أخرى (مثل أن يقترب المعلم من الطالب ويسأله : هل يمكنك أن تشرح لي ما قمت به ؟ ، هل يمكنك أن تفهمني عملك حتى الآن؟ هذه الأسئلة مفتوحة النهاية وتسمح للطلاب بشرح عملهم بشروطهم الخاصة.

٤- بناءً على حالة الطلاب ، يمكن للمدرسين طرح المزيد من الأسئلة بناءً على تفكير الطلاب ، مما يساعد في دعم الطلاب في استراتيجيات حل المشكلات لديهم.

٥- تتضمن استراتيجيات طرح الأسئلة الأخرى "أرني كيف تعرف" أو "أثبت ذلك" لهؤلاء الطلاب أو المجموعات التي تواصل تقدمهم ببطء. (NCTM,2014) ، وفيما يلي جدول يوضح كيفية المساعدة في تعزيز الكفاح الإنتاجي ، وكيف يعرف المعلمون أن طلابهم يكافحون بإنتاجية.(NCTM,2014) ؛ (Gray, 2019) :

جدول (١)

الاستراتيجيات التي يساعد بها المعلمون الطلاب للكفاح بإنتاجية

	استراتيجيات التدريس	مؤشرات الكفاح الإنتاجي لدى الطلاب
السؤال	يطرح المعلم أسئلة تساعد الطلاب على التركيز على تفكيرهم وتحديد مصدر كفاحهم ، ثم يشجع الطلاب على البناء على تفكيرهم أو البحث عن طرق أخرى للتعامل مع المشكلة.	ويطرح الطلاب أسئلة لتحديد مصدر كفاحهم ، وكتابة أفكارهم ، وتوضيح الأفكار مع الآخرين ، والنظر في استراتيجيات أو تمثيلات بديلة لمعالجة كفاحهم.
التشجيع	يشجع المعلمون الطلاب على التفكير في عملهم ودعم جهود الطلاب في كفاحهم وليس فقط في الحصول على الإجابات الصحيحة.	يستخدم الطلاب جهودهم لحل المشكلات ومحاولة فهم عملهم ، وليس فقط الرضا عن الإجابة الصحيحة .
إعطاء الوقت	يمنح المعلمون الوقت والدعم للطلاب لإدارة كفاحاتهم من خلال العقبات والفشل وذلك بعدم التدخل في عملهم في وقت مبكر جدًا أو وقت كبير جدا ، وبالتالي حرمان الطلاب من إعمال عقولهم.	يستخدم الطلاب وقتهم لتطوير استراتيجياتهم ومتابعتها ، وتقييم تقدمهم ، وفهم ما يمكنهم القيام به وما لا يزال يتعين القيام به.
الإقرار والاعتراف	ويعترف المعلمون بأن الكفاح جزء هام من تعلم الرياضيات وممارستها.	يستمر الطلاب في عملهم لفهم مشكلتهم وحلها وعدم الاستسلام أو الإحباط بسهولة.

ردود فعل المعلمين المعززة لكفاح الطلاب المنتج:

يمكن أن يؤدي حث المعلمين لمساعدة الطلاب المتعثرين إلى تقليل الطلب المعرفي أو إزالته من خلال إجراءات مثل إخبار الطلاب بالإجابة ، أو توجيه المهمة إلى عمليات أبسط أو ميكانيكية ، أو إعطاء إرشادات توجه تفكير الطلاب نحو الاجابة دون بناء روابط أو معنى ضروري. ولكي يتم تنمية الكفاح المنتج لدى الطلاب ، يتم تحديد دعم

المعلمين من خلال السياق والوضع واحتياجات الطلاب ومعتقداتهم ومعرفتهم. وقد تكون الردود التي تساعد الطلاب على إجراء الاتصالات أو توفير بعض المعلومات المطلوبة جزءًا ضروريًا من دعم كفاح الطلاب المنتج. ومن ردود الأفعال التي وضحتها في دراسة (Warshauer,2011) ما يلي:

١- الامداد بالمعلومات.
٢- استدعاء المعرفة السابقة.
٣- الاهتمام بالكفاح وتوضيحه.
٤- طرح أسئلة توجيهية.
٥- أسأل أسئلة استقصائية.
٦- شجع ووكل وعزز.

ومما سبق نتوصل أن للمعلم دور كبير جدا في اكتشاف الكفاح وتوجيهه الوجه الصحيحة حتى يصبح منتج ، وتشجيع الطلاب وقبول أخطاؤهم وتحفيزيهم على تعدد المحاولات ، وحفظ تدخله في الحل وتقديم المساعدة الا عند الضرورة وتكون من الأفكار التي عرضها الطلاب، بحيث لا يستحوذ على تفكير الطلاب.

أشكال وأنواع الكفاح المنتج في الرياضيات:

ويتخذ الكفاح المنتج في حصص الرياضيات أشكال متعدد تبعا لمستوى التفكير الطلابي الذي يتطلبه النشاط ، نوضحها فيما يلي:

١- التنافس والجدال بين الطلاب حول الأفكار الرياضية.
٢- التعبير عن الشك وعدم اليقين بشأن العمليات أو الاستنتاجات وحلول المشكلات.
٣- الإحباط الذي يصيب الطلاب عند مرحلة معينة من مراحل حل المشكلة الرياضية.
٤- الصعوبة التي يواجهها الطلاب عند تحديد المفاهيم أو الإجراءات التي يستخدموها في حل مشكلة ما.
٥- تحديد كيفية المضي قدمًا في عملية حسابية أو شرح كيفية عمل شيء ما.
٦- فهم سبب اتباع طريقة معينة في حل المشكلة. (Hoffman, Breyfogle, & Dressler, 2009)

في هذا السياق ، قدم الباحثون فروقًا نظرية بين "الكفاح المنتج" و "الكفاح غير المنتج" ، علاوة على ذلك ، استخدموا هذا التمييز لفحص دور المعلم بشكل تجريبي في دعم الكفاح المنتج. قد وجدت مثل هذه الدراسات (James&Douglas , 2007) (NCTM,2014).(Jo Boaler, 2016) (Hiroko &. Warshauer, 2014) .

(Kapur 2010) (Warshauer 2011). (Hiebert and Grouws 2007). أن كفاح الطلاب في الرياضيات ينقسم إلى :

١- الكفاح المنتج:

إن تعليم الرياضيات الجيد يُشرك الطلاب في "الكفاح المنتج" من خلال استقطاب تفكير الطلاب حول المفاهيم الرياضية التي لم يفهموها ، أو أنهم أصبحوا يفهمونها ، لكنهم مختلفين فيها ،وبالتالي جعل المتعلمين يفسرون اختلافاتهم ، والملابسات ، والشكوك ، وما شابه ذلك ، شفوياً أو كتابياً. وهو يدعم تفكير ما وراء المعرفة والتفكير النقدي والتعلم بفهم وعمق للبنية الرياضية للمشكلات والعلاقات بين الأفكار الرياضية ، والتعلم بالفهم من خلال الكفاح المنتج مهم لتطوير الهوية الرياضية للمتعلم .علاوة على ذلك ، تظهر أهمية دعم المعلم للكفاح المنتج للمتعلمين حيث أنه من الممارسات الفعالة لتعليم الرياضيات. والكفاح المنتج لا يركز على النتيجة فقط ولكن التركيز فيه على عملية التعلم أيضاً. يؤدي التدريس الذي يتضمن الكفاح المنتج واستخدامه إلى فوائد طويلة الأجل ، حيث يكون الطلاب أكثر قدرة على تطبيق تعلمهم على مواقف مشكلة جديدة.

وقد صنفت دراسة Warshauer (2015a)؛ Zeybek (٢٠١٦) الكفاح المنتج إلى عدة أنواع أوضحها فيما يلي:

أ) الكفاح من أجل البدء:

ب) الكفاح من أجل تنفيذ عملية الحل:

ج) كفاح فهم وتفسير العمل:

د) كفاح من أجل التعبير عن المفاهيم الخاطئة والأخطاء:

٢- الكفاح غير المنتج :

بالإضافة إلى ذلك ، فإن استجابات المعلمين التي تعزز "الكفاح غير المنتج" لدى الطلاب هي تلك التي إما تبسط المهمة ، وبالتالي تقلل من تحدي المتعلمين، أو تخبر المتعلمين بالإجابة الصحيحة. وقد تم تحديد هذا الكفاح على أنه غير مرغوب فيه لأنه يؤدي إلى الحفظ عن ظهر قلب وتنفيذ سريع للإجراءات الرياضية دون فهم مفاهيمي. ويحدث الكفاح غير المنتج عندما "لا يحرز الطلاب أي تقدم نحو تكوين المعنى أو شرح أو المضي قدمًا في مشكلة أو مهمة قيد البحث". يمكن للطالب التعبير عن تركه للمهمة والاستسلام ، أو القيام بمهمة أخرى ، أو الحصول على إجابة من مدرس أو طالب ، وبالتالي التخلص من الكفاح ولكن ليس بناء فهم رياضي بشكل منتج.

وقد يكون الكفاح ظاهرا أو غير ظاهر. وبالإضافة إلى ذلك ، قد يكون كفاح الطلاب حاضراً أو غائباً في الوقت الذي ينخرط فيه الطلاب في مهام رياضية. وإذا كان الكفاح موجوداً ، فقد يظهر إما خارجيا من جانب الطالب وبالتالي يمكن ملاحظته أو

قد يحدث داخليا وبالتالي لا يكون مرئيا للمعلم ، يُعد التركيز على كفاح الطلاب عنصرًا ضروريًا في التدريس الذي يدعم تعلم الطلاب للرياضيات بالفهم.
مما سبق نستنتج أن أشكال الكفاح متعددة وعلى معلم الرياضيات أن يكون مراقب، وحريص على أي شكل من اشكال الكفاح السابقة ويحاول يثريها ويعززها لدى الطلاب ، لما لذلك كبير الأثر على تعميق فهم للرياضيات.

خصائص الفصول الدراسية الداعمة للكفاح المنتج في الرياضيات:

تتضمن بعض خصائص الفصول الدراسية التي تدعم الكفاح الإنتاجي ما يلي Gray (2019):

- تقبل الحلول الجزئية والفشل.
- الاستفسار قبل التعليمات المباشرة: وقد يبدأ الطلاب مشكلة بدون توجيه صريح لأن حل المشاكل قبل التدريس أكثر فعالية من العكس.
- يتم تحديد الأهداف القابلة للتحقيق.
- يجب أن تكون المشكلة قابلة للحل.

خصائص المهام التي تعزز الكفاح المنتج لدى الطلاب في حصص الرياضيات:

- تكون المهمة عبارة عن مشكلة صعبة يطلب من الطالب حلها. (Hiebert & Wearne, 2003)
- تضع متطلبات معرفية عالية المستوى على الطلاب بما في ذلك فهم المشكلة ، والتركيز على فهم المفاهيم والعلاقات بينها ، وشرح وتبرير حلولهم. (Boston & Smith, 2009)
- توفير سياق صفي للطلاب للمشاركة في حل المشكلات ، من خلال التفاعل مع زملائهم ، والمدرسين لتطوير معارفهم المفاهيمية وفهمهم. (Zaslavsky, 2005; Goldman, 2009; Fawcett & Gourton, 2005).
- تستدعي المهام التي تتضمن حل المشكلات المعرفة المفاهيمية والإجرائية للطلاب للنظر في استراتيجيات بديلة عندما لا يكون النهج المتبع ناجحاً ، وفحص موارد الفرد ومعرفته السابقة التي يمكن البناء عليها ، والتفكير في تفكيره .(NCTM, 2000; Franke, Kazemi, & Battey, 2007) ؛ Kulm, Capraro, & Capraro, 2007.
- إن إشراك الطلاب في المهام الصعبة يمنح الطلاب فرصًا لـ: مواجهة المشكلات ؛ ربط الحقائق والإجراءات والأفكار ؛ وتطوير فهم مفاهيمي أعمق للرياضيات(Kahan & Schoen, 2009)

أنواع المهام التي تدعم الكفاح المنتج:

إن المهام التي تثير عدم اليقين لدى المتعلم مثل المهام التنافسية أو المسارات غير المعروفة أو الاستنتاجات المشكوك فيها والنتائج التي لا يمكن التحقق منها بسهولة تضع طلبًا إدراكيًا أكبر بكثير على المتعلم ونتيجة لذلك يمكن أن تعزز الفهم الرياضي والتعلم الهادف. سلطت دراسة Zaslavsky (٢٠٠٥) الضوء على أهمية الإعداد المناسب للحصص الدراسية والدور الذي تلعبه التفاعلات الاجتماعية وتبادل وجهات النظر والتفضيلات الشخصية في استخدام عدم اليقين كقوة في تعلم الرياضيات.. (Zaslavsky, 2005).

تُعد المهام الأخرى التي تكتشف التناقضات أو تحقق في الأخطاء أو تفحص المفاهيم الخاطئة أنشطة تعليمية مفيدة أثناء معالجة الصعوبات التي يواجهها الطلاب في حل أخطائهم أو سوء فهمهم. (Lampert, 2001; Kazemi & Stipek, 2001) تخلق التفاعلات ضغطًا للتعلم المفاهيمي من خلال منح الطلاب فرصًا لإعادة تصور المشكلة واستكشاف التناقضات في الحلول واتباع استراتيجيات بديلة. (Townsend ,Lannin, & Barker, 2009)

تعليمات الفصل الدراسي التي تتطلب من الطلاب شرح حلولهم للمشكلات ، سواء كانت صحيحة أو غير صحيحة ، يمكن أن تمنح الطلاب فرصًا لمناقشة وجهات نظرهم وأن يكافح أقرانهم في فهم أو التشكيك في تفكير الآخرين. وبالمثل ، فإن جعل الطلاب يصفون ويشرحون الاستراتيجيات البديلة ، وطرح المزيد من الأسئلة على الطلاب ، وإتاحة الوقت للطلاب لشرح إجاباتهم ، يكشف للمدرسين أين يعاني الطلاب من الأفكار الناشئة. غالبًا ما تتطلب المهام القائمة على الاختراع أو المشاريع من الطلاب الاتصال بمعرفتهم السابقة كنقطة بداية والبحث عن مسارات حلول جديدة غير مباشرة. حيث كان الطلاب الذين شاركوا في تكوين المعنى والكفاح في عملية التجريب والنظر في الأفكار ورفضها ، أكثر استعدادًا للتعلم في المستقبل وأظهروا تأثيرات إيجابية على تعلم الطلاب.(Warshauer ,2011)

أهمية الكفاح المنتج في حصص الرياضيات:

(أ) بالنسبة للطلاب:

في هذا الجزء ، نناقش سبب أهمية تطبيق الكفاح المنتج في حصص الرياضيات للطلاب، إنخراط الطلاب في مهام الكفاح المنتج ، قد تنمي لديهم ما يلي:

١- المثابرة.

وفقًا لمعايير الدولة الأساسية المشتركة Common Core State) Standards, 2019) ، يجب أن يركز التدريس الفعال بشدة على ثمانية ممارسات هي:

- فهم المشاكل والمثابرة في حلها.
- إعمال العقل بشكل تجريدي وكمي.
- بناء البراهين القابلة للتطبيق ونقد براهين الآخرين.
- تجسيد الرياضيات في المواقف الحياتية.
- استخدم الأدوات المناسبة بشكل استراتيجي.
- الاهتمام بالدقة.
- البحث عن واستخدام البنية الرياضية.
- البحث والتعبير عن التعليلات المتكررة.

٢- الإبداع: ويتيح الكفاح الإنتاجي للطلاب أن يكونوا مبدعين ويعبروا عن أصالتهم من خلال حل مشاكلهم ، مما يعزز الفكر المستقل.. (Roble, 2017)

٣- المرونة والإتقان والفهم العميق في تعلم الرياضيات.(Warshauer, 2011)

٤- يقوم الطلاب بأنفسهم بالعمل: عندما يقوم الطلاب بالعمل بأنفسهم ، فإنهم يتعلمون أكثر من غيرهم..(Gray, 2019)

(ب) بالنسبة لتعليم الرياضيات بشكل عام:

الكفاح المنتج يفيد في تعلم وتعليم الرياضيات كما يتضح فيما يلي:

١- الكفاح المنتج أساسي لنجاح تعلم الرياضيات.(Murawska,2018) فهو واحد من ثمانية ممارسات تعليمية أساسية وأشار NCTM(2014) إلى أن "تدريس الرياضيات الفعال يدعم الكفاح المنتج للطلاب أثناء تعلمهم الرياضيات"

٢- الكفاح يتيح للطلاب فرصا للتعامل مع الأفكار الرياضية الجوهرية ويمكن النظر إليه على أنه جزء طبيعي من تعلم الرياضيات. (Warshauer, 2015 ; Smith, 2000).

٣- "المكون الأساسي للفصول الدراسية العادلة هو إتاحة الفرص لجميع الطلاب للانخراط في كفاح منتج".(Lynch, 2018)

٤- جميع الطلاب بحاجة إلى الكفاح مع المشاكل الصعبة إذا كانوا يريدون تعلم الرياضيات بعمق".(Hiebert, 1993, 6)

٥- يدعم تنمية وتطوير "المرونة الرياضية" لدى الطلاب.

٦- الكفاح المنتج يرتبط مباشرة بـ "الفصول الدراسية المنتجة" ، حيث يتم منح الطلاب فرصًا للعمل على المشكلات المعقدة ويتم دعمهم لتحمل المخاطر ، حتى لو لم يحلوا المشكلة التي يعملون عليها في النهاية.

مميزات الكفاح المنتج:

١- وقد أكد الباحثون أن الكفاح المنتج يحقق التعلم المستمر والارتباط بين المفاهيم. (Kapur 2016, Warshauer 2015)ويمكن أن يؤدي الكفاح إلى إجابة صحيحة وملموسة لمسألة حسابية (نجاح منتج) أو لا (فشل منتج) ؛ فالنجاح ليس شرطًا بهذا المعنى للكفاح من أجل أن يكون منتجًا كما وصفه .(Kapur,2016)وقد وصف (Warshauer , 2015) هذا الكفاح بأنه منتج أو منتج على مستوى أدنى بناءً على التفاعلات بين المعلم وطلابه في أثناء الحل.

٢- وفقًا لـ (Kapur,2016) ، كان النجاح المنتج والفشل المنتج هما الظروف المثالية للتصميم التعليمي لأنهما ينتج عنهما تطوير فهم مفاهيمي طويل المدى لدى الطلاب.

٣- ووصف Warshauer (٢٠١٥) الكفاح المنتج بأنه يحدث عندما يستمر الطلاب من خلال مهمة ذات مستوى طلب معرفي عالي.

٤- وطبقاً لما ذكره Warshauer (2015)، فإن التفاعل بين المعلم والطالب لعب دوراً في الحفاظ على أو خفض مستوى الطلب المعرفي على المهمة أثناء عمل الطالب على حلها. وفي الحالة المثالية ــ وهو حل مثمر ــ حافظ المعلم على المستوى المعرفي العالي للمهمة ، واستمر الطالب في الاضطلاع بهذه المهمة مع الحفاظ على المسؤولية عن التفكير (وارشاور ، ٢٠١٥ أ) . ومن خلال محاولات تبرير استجابتهم ، يحسم الطلاب مفاهيمهم الخاطئة ويتوصلون إلى مستوى أعمق من الفهم المفاهيمي(Warshauer, 2015a) .

٥- وفي حالة الكفاح على مستوى أدنى ، توصل الطالب إلى نتيجة مع معلم أو تدخل من الأقران ، مما خفض مستوى الطلب المعرفي على المهمة لأن تفكير الطالب أصبح يماثل تفكير المعلم أو الأقران. (Warshauer, 2015a).وقد يكون المعلم أو الأقران قد اقترحوا مسار الحل المفضل لديهم ، ويتبعه الطالب. وعلى الرغم من أنهم توصلوا إلى حل صحيح ، فقد أزال التدخل فرصة الطالب لوضع فهم مفاهيمي ذات مغزى ، حيث لم يكن عليهم التفكير بعمق لإيجاد حل . (Warshauer, 2015a

دراسات في الكفاح المنتج والتعلم المفاهيمي:

نظر الباحثون في مجموعة متنوعة من محاولات الطلاب لفهم الرياضيات التي تنطوي على بعض الصعوبة، مثل : القيام بمهام ذات متطلبات معرفية عالية(Stein, Grover, & Henningsen, 1996)، أو عندما يشرحوا طريقة تفكيرهم في المهمة الرياضية (Hiebert and Wearne, 1993) ، أظهر الطلاب من هذه الدراسات

مستويات أعلى من الأداء والمكاسب في تقييمات الرياضيات الخاصة بهم. ومع ذلك ، لم يدرس الكثير من الباحثين ظاهرة الكفاح المنتج بشكل مباشر كما أوضحتها ؛ أنواع الكفاح التي قد تحدثنا عنها سابقاً في مراحل مختلفة من المهمة عندما يواجه الطلاب صعوبة في معرفة كيفية البدء أو تنفيذ مهمتهم ، أو عندما يكونوا غير قادرين على تجميع أفكارهم الناشئة وشرحها ، أو التعبير عن خطأ في حل مشكلة.

والدراسة التي أجراها الباحثون اليابانيون Inagaki و Hatano و Morita (١٩٩٨) التي فحصت مشاركة الطلاب بإجاباتهم الصحيحة وكذلك إجاباتهم غير الصحيحة وتوضح ارتباكهم جنبًا إلى جنب مع فهمهم الناشئ. قام الباحثون بفحص تفاعل الطلاب في الفصل بأكمله بين طلاب الصفين الرابع والخامس. ركزت المناقشة في الفصل الدراسي على مشاركة الطلاب لحلولهم ، سواء كانت صحيحة أو غير صحيحة. ولم يتدخل المعلم لتحديد صحة الإجابات. بدلاً من ذلك ، كان مقدمو العروض من الطلاب الذين تم اختيارهم مسؤولين عن تبرير حلولهم على السبورة للصف ويمكن لزملائهم في الفصل طرح الأسئلة التي تربكهم أو لا تكون منطقية لهم. ، أظهرت المناقشة التي أعقبت العروض الطلابية أن الطلاب يكافحون لشرح حلهم أو لفهم الإجابة التي قدمها زملاؤهم في الفصل. ثم كان على الطلاب أن يقرروا بأنفسهم ما هو منطقي من التفسيرات والمبررات المعطاة. أظهرت النتائج من هذه الدراسة أن الانخراط في صنع المعنى للحلول المشتركة ، سواء كانت صحيحة أو غير صحيحة ، أدى إلى تحسين فهم محتوى الرياضيات لدى الطلاب.

هناك دراسات حالة إضافية للفصول الدراسية تضيف دعمًا لفكرة أن إشراك المعلمين للطلاب في مهمة كفاح منتج مع الرياضيات ؛ يبني فهم مفاهيمي للطلاب. (Heaton, 2000; Lampert, 2001) وكذلك ، وجدت دراسة Carter (٢٠٠٨) قدراً أعظم من الثبات في حل المشاكل بين طلاب الصف الثاني في الرياضيات ،عندما خلقت بيئة تعليمية عززت فيها الكفاح الطلابي واعترفت به، باعتباره جزءاً متوقعاً من التعلم.

وفي دراسة استمرت سبع سنوات على الطلاب من الأقليات وذوي الدخل المنخفض في نيويرك ، نيو جيرسي ، وجدت Roberta Schorr ، باحثة التعليم في جامعة روتجرز ، دليلاً على أن الطلاب ينخرطون وينجحون في الرياضيات عندما يُسمح لهم بمعاناة مشاكل الرياضيات الصعبة ، "... هناك مقدار صحي من الإحباط يكون منتجًا ... "(Yeung, B. ,2009)

تقدم العديد من الدراسات خارج تعليم الرياضيات دليلاً على التعلم المفاهيمي العميق كنتيجة للكفاح الطلابي. استعرضت دراسة بحثية أجراها Bjork (١٩٩٤) أثر التدريب المعرفي ووجدت أن هؤلاء المتدربين الذين واجهوا صعوبات في إتقان المهارات المستهدفة طوروا كفاءات أعمق أو أكثر فائدة في النهاية. ويبدو أن عملية

التغلب على الصعوبات والعقبات تثير التفكير الذي أدى إلى تعلم أكثر قابلية للتعميم والنقل. أوضح Bjork أن هذا هو نتيجة اضطرار المتعلمين إلى بناء فهمهم من خلال ربطه بما يعرفونه بالفعل ، وبالتالي تعلم المحتوى والمهارات بشكل أعمق.

في دراسة أخرى ، وجد Capon and Kuhn (٢٠٠٤) أنه في تعلم مفاهيم الأعمال الجديدة ، يمكن لطلاب ماجستير إدارة الأعمال الذين حاولوا حل المشكلات بدلاً من مجرد الاستماع إلى محاضرة ومناقشة ، شرح مفهوم ذي صلة بشكل أكثر فعالية. تشير النتائج إلى أن التدريس الذي تضمن مهام المشاركة النشطة مثل العمل على حل المشكلات عزز فهمًا مفاهيميًا أعمق من تلك التي كانت كان دور الطالب فيها سلبي.

تبحث دراسة Granberg (2016) في كفاح الطلاب عند مواجهة أخطاء في حل المشكلات. ينصب التركيز على أنشطة حل الطلاب للمشكلات التي تؤدي إلى كفاح منتج وما قد يكتسبه الطلاب من ذلك. عمل أربعة وعشرون طالبًا تتراوح أعمارهم بين ١٦ و ١٧ عامًا في أزواج لحل مشكلة دالة خطية باستخدام GeoGebra ، وهو تطبيق برمجي ديناميكي. تم تحليل البيانات في شكل محادثات مسجلة وأنشطة الكمبيوتر والمقابلات اللاحقة. أظهرت الدراسة أن جميع الطلاب ارتكبوا أخطاء فيما يتعلق بالمعرفة السابقة غير الصحيحة وقاموا ببناء معرفة جديدة بشكل خاطئ. انخرط جميع المشاركين في كفاح سطحي وغير منتج ؛ ومع ذلك ، تمكن غالبية الطلاب من تحويل جهودهم إلى كفاح منتج. لقد شاركوا ونجحوا في إعادة بناء المعرفة السابقة المفيدة وبناء معرفة جديدة صحيحة ، أي حل المشكلة. فإن الأخطاء التي لوحظت في هذه الدراسة تنشأ بشكل أساسي من المعرفة السابقة الضعيفة فيما يتعلق بالمعادلات الخطية والمعرفة الجديدة التي تم إنشاؤها بشكل خاطئ.

الفهم العميق:

إن معايير مبادئ الرياضيات التي صدرت عن المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في الولايات المتحدة عام ، NCTM (2000) وجهت التطور في التعليم لتحقيق قدرة رياضية عالية، تمثلت في تعزيز توظيف استراتيجيات التفكير والتبرير، والتواصل الرياضي الفعال، والتركيز على العلاقات والروابط الرياضية، **وما يتطلبه ذلك من سبر في عمق الرياضيات**، لتوظيفها في مهمات حياتية وذلك استجابة لنداء حركة التطور العالمية التي تعكس حاجات المجتمع في عصر اقتصاد المعرفة وتكنولوجيا المعلومات.

والرياضيات كعلم ؛ تقوم على الأفكار المترابطة والمقارنات وفهم التناقضات بين المفاهيم والبدائل والعلاقات والتي لا تأتي إلا من فهم ومعالجة المعرفة من خلال ربط المعرفة الجديدة المكتسبة بالمعرفة السابقة في بنية الفرد المعرفية بما يشير إلى تعلم ذي معنى فيما يسمى بالفهم العميق.(زنقور ، ٢٠١٨)

وقد أكدت دراسة بيكي Bucci (٢٠١٤)أن تنمية مهارات الفهم العميق لدى التلاميذ أصبح مطلباً ضرورياً، خاصة في ظل المنصات التعليمية الرقمية، وتنويع مصادر المعرفة المفتوحة، والتي معها لا يمكن للمحتوى العلمي – كأحد عناصر المنهج الدراسي- استيعاب هذا الكم الكبير من الخبرات التعليمية والمستحدثات في المجالات الأكاديمية كافة.

ويوضح Utami and Others (2016) أن الفهم العميق للمفاهيم ينمو من خلال خبرات تعلم حقيقية وذات معنى ، حيث يبني المتعلمون خبراتهم بأنفسهم من خلال التفاعل النشط في عملية التعلم وممارسة ما يتعلمونه.

ويؤكد زيتون (٢٠٠٢) على المعلم أن يركز على العمق بدلاً من التوسع الأفقي ، بحسب الشعار "القليل من المعرفة التي تتعلمها بعمق أفضل من الكثير من المعرفة السطحية".

ويتم تحديد الفهم العميق من خلال قدرة الطالب على معالجة المعلومات لمستوى أعمق بناءً على المعنى ، مما يسمح له بالعثور على نوع من العلاقات بين عناصر أو مكونات المادة "موضوع التعلم" ، فضلاً عن تنظيم المعلومات والتخطيط ، والتأمل الذاتي في عملية الفهم مما يؤدي إلى مزيد من الاحتفاظ بهذه المعلومات واستمراريتها.(طلبة ، ٢٠٠٩)

يعرفه جابر (٢٠٠٣) إنه مجموعة من القدرات المترابطة التي يتم تطويرها وتعميقها من خلال الأسئلة والاستقصاء التي تنشأ عن التفكير والمناقشة واستخدام الأفكار. ولذلك ، فإن الفهم العميق لا يتمثل في مجرد معرفة الحقائق ، بل في معرفة السبب والطريقة.

يحدث الفهم العميق للتفكير في الفصل الدراسي حيث يتم تزويد الطلاب بمهام قوية وهادفة. ويتم تحقيقه عندما يقوم الطلاب بشكل نشط ومتعمد ببناء فهمهم للمفاهيم ويكونون قادرين على إقامة روابط بين الأفكار والمفاهيم. بعبارة أخرى ، "يستخدم الطلاب المعرفة ويستوعبونها ويمتلكون الأفكار إذا فهموها" (Newman and Case 2016).

وتعرفه الباحثة أنه " هو قدرة المتعلم على شرح وتفسير وتمثيل وربط ما تم تعلمه بشكل يعمق الفهم ويجعل المتعلم أكثر دراية بمسارات تفكيره ويساعده على تطبيقه في مواقف جديدة وسياقات مختلفة ، وإحترام آراء الآخرون ، وتبني أفكار ثبت صحتها والبناء عليها."

هدف الفهم العميق:

الهدف النهائي من التعلم القوي هو تصميم تجارب التعلم التي ستمكن طلابنا من تطوير فهم عميق ولكي ينمو طلابنا ويكتشفون ويغيروا - يغيروا تفكيرهم ويغيروا

أنفسهم ويساعدوا في تغيير العالم. يحدث الفهم العميق عندما ينغمس المتعلمون في ثقافة التفكير وعندما يكون تطوير "الفهم" هو الهدف الأساسي للتعلم.
يساعد تصميم المهام التي تسمح بالاختيار والإبداع والتحدي في سياق التعاون المتعلمين على تحقيق فهم عميق. بالإضافة إلى ذلك ، فهو يتضمن البحث عن موضوع من زوايا عديدة ، وبناء الاتصالات ، وتحدي الافتراضات القديمة ، والبحث عن تطبيقات ، وإنتاج ما يمثل للمتعلم نتيجة جديدة. ولتحقيق فهم عميق ، يشارك المتعلمون في إجراءات التطبيق والأداء والتكيف والنقل. (Powerful Learning, 2022)

تنمية الفهم العميق في حصص الرياضيات: the Education hub (2018)

١- يجب أن يكون المفهوم الجديد واضحًا ومتميزًا وصريحاً.
- ✓ عرض المفهوم الجديد قبل التعلم لتكوين الألفة ، أكثر من مرة إن أمكن. على سبيل المثال: (كتابته على السبورة ، اذكر المفهوم في سياق التعلم التالي ، اعط واجبات منزلية خفيفة تهدف إلى الألفة وليس الفهم).
- ✓ قدم المفهوم الجديد بشكل صريح وواضح ومميز لتضمن المعالجة الصحيحة له من قبل الطلاب ، وذلك من خلال (عرض المفهوم والتعليمات الخاصة بشكل صريح ومباشر ، قدم شرح مباشر للمفهوم ، قدم مفهوم واحد جديد في كل مرة حتى لا ترهق ذاكرة المتعلمين)

٢- يجب أن تكون المعرفة السابقة ذات الصلة متاحة ونشطة في أذهان المتعلمين.
٣- إنشاء صلات واضحة وهادفة بين المعرفة السابقة ومفهوم جديد.

مهارات الفهم العميق:

يحدد Wiggins & McTighe (2005) ستة مهارات للفهم العميق وهي :

١. الشرح :Explanation وهو استخدام التعميمات والمبادئ لتقديم أوصافا متقنة مدعمة بالصور والرسم التوضيحية والأمثلة للحقائق والبيانات، وإنشاء روابط عميقة ذات معنى بينها.
٢. التفسير :Interpretation وهو التوصل إلى نتيجة من بيانات أو حقائق منفصلة أو ترجمات سليمة.أو نماذج أو تمثيلات.
٣. التطبيق :Application وهو القدرة على استخدام المعرفة بفاعلية في مواقف جديدة وسياقات مختلفة تعليمية وحياتية.
٤. المنظور :Perspective وهو أن يرى الفرد ويسمع وجهات النظر الأخرى عن طريق عيون وآذان ناقدة بارعة لرؤية الشاملة للصورة.

٥. التعاطف :Empathy هو قدرة الفرد لإدراك العالم من وجهة نظر شخص آخر، وإيجاد قيمة فيما يجده الأخرون غريباً.
٦. معرفة الذات :Self-Knowledge أن يعرف الفرد مواضع قصوره وكيف تؤدي أنماط تفكيره إلى فهم مستنير أو متحيز، ويكون على دراية بما وراء المعرفة لديه.

ويرى جابر (٢٠٠٣) أن هناك طرق كثيرة ومتنوعة لتحديد جوانب الفهم، كما حدد ستة مظاهر لحدوث الفهم وهي؛ الشرح Explanation، التفسير Interpretation، التطبيق Application، المنظور Perspective، التعاطف (التفهم) Empathy، ومعرفة الذات Self Knowledge، والتنبؤ Prediction.

ويؤكد الشيخ وآخرون (٢٠٢١) على ضرورة تنمية الفهم العميق لدى الطلاب وجعله هدفاً رئيسياً في التعلم من خلال توافر أربعة شروط أساسية في الموضوعات التي تقدم للطلاب، وهي : أن تصبح توليدية ، وذات مهام متنوعة ، وذات أهداف واضحة، وتقييم مستمر.

ومما سبق يتضح أن مهارات الفهم تتضمن جوانب معرفية وعقلية كالشرح والتفسير والتطبيق والمنظور، وجوانب وجدانية كالتعاطف، ومعرفة الذات. وبالتالي فإن الفهم مفهوم متعدد الأبعاد ومعقد. فقد اتحدت الكتابات التربوية في مهارات الفهم العميق ولذا سوف تستخدم الدراسة الحالية نفس المهارات التي أشار إليها كلا من Wiggins & McTighe (2005) و جابر (٢٠١٣)

سمات الطلاب ذوي الفهم العميق في الرياضيات: سراج (٢٠١٧)

- ✓ لديه الرغبة في البحث والفضول.
- ✓ يميل إلى ربط الأفكار الجديدة بالسابقة ، ووصفها جيداً.
- ✓ يستخدم الأدلة والحجج في تعلمه.
- ✓ الاندفاع باهتمام نحو التعلم.
- ✓ الثقة بما لديه من معلومات.
- ✓ الثبات في مواقف التعلم.
- ✓ إمكانية استخدام المعرفة بأكثر من صورة وطريقة في مواقف تعلم متعددة.
- ✓ لديه القدرة على التحليل الناقد للمعلومات الجديدة.
- ✓ عمق الأفكار ومد لوليتها من خلال استخدام التفسيرات والاحتفاظ ببدائل متنوعة للمفهوم.
- ✓ طرح تساؤلات ذات مستوى عالي من التفكير ، يفتح مدخلا نحو معارف غير مألوفة.

- ✓ لديه ادراك واستيعاب أفضل للمعرفة ، بما يمكنه من أداء المهام المطلوبة منه.
- ✓ يوظف الجهد العقلي ويستخدم أفضل شبكة ترابطات بين المعلومات الجديدة وبنيته المعرفية.
- ✓ لديه القدرة على الكشف عن جميع التصورات البديلة والبدائل والمفاهيم الخاطئة.
- ✓ لديه القدرة للتوصل لأفضل الحلو خلال الموقف التعليمي.

أبعاد الفهم العميق في الرياضيات:

اتفق عدد من الباحثين سراج (٢٠١٧) و السيد (٢٠٢٠) و الحنان (، ٢٠٢٠) على أبعاد الفهم العميق ،وهي:

١- التفكير التوليدي : يمثل قدرة المتعلمين على استخدام الأفكار السابقة لتوليد أفكار جديدة، وهو أحد أنماط التفكير يمارس من خلاله الطالب مجموعة من العمليات العقلية مثل:(طلاقة المعاني والأفكار ، المرونة ، التنبؤ في ضوء المعطيات ، كشف الأخطاء والمغالطات)

٢- طرح الأسئلة : وهى القدرة على طرح عدد كبير من الأسئلة المتنوعة المستويات (كالتذكر، والفهم، والتطبيق، والتحليل، التقويم) والأسئلة محدودة ومفتوحة الإجابة؛ حيث إن أسئلة الطلاب تسمح للمعلم والطلاب الآخرين برؤية المادة من أوجه جديدة.

٣- التفسير: للتفسير دور هام في تعلم الرياضيات، ، فهدف التفسير الفهم وليس الشرح، وتتوقف عملية بناء وفهم التفسيرات على المحتوى العلمي الواسع لدى القائمين بالتفسير. والتفسيرات أنواع: تفسيرات(استضاحيه، وافتراضية، وسببية، واستنباطية منطقية، إحصائية، ووظيفية، وموحدة عالمياً، ونفعية، وتاريخية).

٤- اتخاذ القرار: يتمثل فى قدرة الطالب على الاختيار المناسب من بين مجموعة من البدائل المطروحة عليه بعد فحصها بدقة والتي نتجت عن وجود مشكلة ملحة قد تعترضه فى حياته اليومية وتحتاج إلى حل للوصول إلى هدف وغاية مرغوبة فى ظل التحلي بالقيم العقلانية، وتعد مهارة إتخاذ القرار إحدى مهارات التفكير المركب، كما أنها ترجمة للتفكير العلمي فى مواجهة المشكلات التى يقابلها الفرد فى حياته ويمر بها المجتمع نتيجة التغيرات المتلاحقة.

٥- أنشطة ما وراء المعرفة: حيث تعتمد هذه الأنشطة على تنظيم التلاميذ لتفكيرهم في أثناء التعلم، وتقييم أدائهم لمراقبة فهمهم بأنفسهم فيكونون على

وعى بنمط تفكيرهم وطريقة وعمليات تعلمهم، كذلك يراقب التلميذ مدى تحقيق الأهداف المراد تحقيقها بعد تعلمهم، ومدى مناسبة الإستراتيجيات المستخدمة في التعلم لتحقيق هذه الأهداف مع وجود إمكانية لتعديلها.

٦- مداخل إتمام المهمة: ويقصد بها أن يكون التلميذ أكثر مثابرة من إتباع الفكرة مع بعض الاهتمام والمساندة قبل أن ينتقل إلى فكرة أخرى.

وسوف يركز البحث الحالي أبعاد الفهم العميق الأربعة الأولى في تجربة البحث.

الدراسات التي تناولت الفهم العميق في تدريس الرياضيات:

وفيما يلي عرض للدراسات السابقة التي تناولت الفهم العميق في الرياضيات:

دراسة عبد الملاك (٢٠٢٠) هدفت إلى دراسة أثر استخدام استراتيجية الحديث الرياضي على تنمية الفهم الرياضي العميق لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية بمدينة الخارجة بالوادي الجديد. تكونت عينة البحث من ٧٤ تلميذا وتلميذة من تلاميذ الصف الثالث الابتدائي، تم تقسيمهم إلى مجموعتين: إحداهما تجريبية درست وحدة الكسور وفقا لاستراتيجية الحديث الرياضي، والأخرى ضابطة درست نفس الوحدة بالطريقة الاعتيادية. وقد تم إعداد دليلا للمعلم وكراسة أنشطة في وحدة الكسور وفقا لاستراتيجية الحديث الرياضي، كما تم بناء أربعة اختبارات في مكونات الفهم الرياضي العميق شملت: اختبار الاستدلال، اختبار حل المشكلات، اختبار الكفاءة الإجرائية، اختبار الفهم المفاهيمي، بالإضافة إلى مقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات. بعد تطبيق اختبارات مكونات الفهم الرياضي العميق ومقياس عادات العمل الرياضي ومجتمع الرياضيات، كشفت نتائج البحث فاعلية استراتيجية الحديث الرياضي في تنمية الفهم الرياضي العميق. وفي ضوء ما أسفرت عنه النتائج يوصي البحث بضرورة تدريب المعلمين على استخدام استراتيجية الحديث الرياضي في تدريس موضوعات الرياضيات، وتشجيع المعلمين على تنمية الفهم الرياضي العميق لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

دراسة الحنان (٢٠٢٠) هدفت الدراسة إلى معرفة أثر الدمج بين استراتيجيتي حدائق الأفكار وشكل البيت الدائري في تنمية الفهم العميق للرياضيات والتمثيل الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، واستخدم البحث المنهج التجريبي، حيث تكونت عينة البحث من (٨٣) تلميذاً وتلميذة من تلاميذ الصف الأول الإعدادي، موزعين على مجموعتين إحداهما ضابطة وعددها (٤٣) تلميذاً وتلميذة والأخرى تجريبية وعددها (٤٠) تلميذاً وتلميذة، ثم تم إعداد مواد وأدوات البحث متمثلة في دليل المعلم وأوراق عمل التلاميذ، واختبار للفهم العميق للرياضيات، وآخر لمهارات التمثيل الرياضي في وحدة "الهندسة والقياس"، وتم تطبيق أدوات البحث قبلياً وبعدياً على مجموعتي البحث، وتوصلت نتائج البحث إلى وجود فرق دال إحصائيا عند مستوى (٠.٠١) بين

متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين الضابطة والتجريبية في التطبيق البعدي لاختبار الفهم العميق للرياضيات ككل وفي جميع أبعاده، ولاختبار مهارات التمثيل الرياضي ككل وفي جميع مهاراته لصالح المجموعة التجريبية، وأوصى البحث بضرورة عقد دورات تدريبية لمعلمي الرياضيات؛ لتدريبهم على استخدام استراتيجيتي حدائق الأفكار وشكل البيت الدائري والدمج بينهما في تدريس الرياضيات وضرورة توفير اختبارات للفهم العميق للرياضيات والتمثيل الرياضي في المراحل التعليمية المختلفة.

دراسة أحمد (٢٠٢٠) هدف البحث إلى معرفة فاعلية استخدام استراتيجية توليفية قائمة على استراتيجيتي (الأصابع الخمسة، والرؤوس المرقمة) في تنمية التحصيل والفهم العميق والاتجاه نحو العمل الجماعي في الرياضيات باللغة الإنجليزية لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي، تم اختيار مجموعة البحث من تلاميذ الصف الثالث الابتدائي بمدرسة "السلام التجريبية" إدارة الزيتون للعام الدراسي ٢٠١٩/٢٠٢٠ الفصل الدراسي الأول وتكونت مجموعة البحث من فصلين تم اختيارهما عشوائيا وتقسيمهما إلى مجموعتين أحدهما تجريبية والأخرى ضابطة وكان عدد كل مجموعة (٤٠) تلميذ وتلميذة، وتكونت أدوات القياس (اختبار التحصيل واختبار الفهم العميق ومقياس الاتجاه نحو العمل الجماعي في الرياضيات باللغة الإنجليزية). وتوصل البحث إلى: وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي المجموعة التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لأدوات القياس لصالح المجموعة التجريبية، وجود فرق ذو دلالة إحصائية بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية في التطبيقين القبلي والبعدي لأدوات القياس لصالح التطبيق البعدي، تتصف الاستراتيجية التوليفية القائمة على استراتيجيتي (الأصابع الخمسة، والرؤوس المرقمة) بالفاعلية في تنمية التحصيل والفهم العميق والاتجاه نحو العمل الجماعي في الرياضيات باللغة الإنجليزية لدى تلاميذ المجموعة التجريبية.

هدفت دراسة عبد البر (٢٠١٩) إلى بناء نموذج تدريسي مقترح قائم على نظرية التعلم المستند للدماغ لتدريس وحدتي النسبة والتناسب والتغير الطردي والتغير العكسي، والإحصاء من مقرر الرياضيات، ودراسة فاعلية النموذج المقترح في تنمية الفهم العميق للرياضيات ومهارات ما وراء المعرفة لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي وتكونت عينة البحث من (٩٤) تلميذاً وتلميذة قسمت إلى مجموعتين، مجموعة تجريبية قوامها (٤٨) تلميذاً وتلميذة درست باستخدام النموذج التدريسي المقترح القائم على نظرية التعلم المستند للدماغ، والأخرى ضابطة قوامها (٤٦) تلميذا وتلميذة درست المحتوى نفسه باستخدام الطريقة المعتادة في التدريس. وقد تم التوصل إلى عدة نتائج منها: • وجود فرق دال احصائياً عند مستوى (٠.٠١) بين

متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في اختبار الفهم العميق للرياضيات ككل ومكوناته الفرعية (مهارات التفكير التوليدي- مهارة اتخاذ القرار - مهارة التفسير - مهارة طرح الأسئلة) كل على حدة وذلك لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية. • وجود فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠.٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في مقياس مهارات ما وراء المعرفة ككل ومكوناته الفرعية (مهارات التخطيط- مهارات التحكم والمراقبة - مهارات التقويم) كل على حدة وذلك لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية. • وجود علاقة ارتباطية موجبة ودالة إحصائياً عند مستوى (٠.٠١) بين الفهم العميق للرياضيات ومهارات ما وراء المعرفة لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي وفي ضوء النتائج السابقة تم تقديم بعض التوصيات والمقترحات.

هدفت دراسة زنقور (٢٠١٨) هدف البحث الحالي إلى دراسة أثر التفاعل بين أسلوب التدريس [تجزيل المعرفة الرياضياتية/ التدريس التقليدي] ونمطي المعرفة الرياضياتية [لفظي في مقابل تخيلي] والسعة العقلية [مرتفعي في مقابل منخفضي السعة] لتنمية أبعاد الفهم العميق في الرياضيات لدى طلاب الصف الأول الثانوي، وتكونت عينة البحث من ثمانية مجموعات [ضابطة (١) (لفظيين/ تقليدي)- ضابطة (٢) (تخيليين/تقليدي)- ضابطة (٣) (مرتفعي السعة العقلية/ تقليدي)- ضابطة (٤) (منخفضي السعة العقلية/ تقليدي)، تجريبية (١) (لفظيين/ تجزيل رياضياتي)- تجريبية (٢) (تخيليين/ تجزيل رياضياتي)- تجريبية (٣) (مرتفعي السعة العقلية/ تجزيل رياضياتي)- تجريبية (٤) (منخفضي السعة العقلية/ تجزيل رياضياتي) عددهم (١١٥) طالبا، ولتحقيق هدف البحث تم تصميم وحدة "تطابق المثلثات للصف الأول الثانوي في ضوء التجزيل الرياضياتي، واختبارات للفهم العميق، واختبار للنمط المعرفي (لفظي/ تخيلي) في الرياضيات، وإعادة تقنين اختبار السعة العقلية، وكشفت النتائج عن وجود أثر لاختلاف أسلوب التدريس (التجزيل/ التقليدي) على كل أبعاد الفهم العميق في الرياضيات لصالح التجزيل الرياضياتي، ووجود أثر لاختلاف للسعة العقلية (مرتفعي/ منخفضي السعة) لصالح مرتفعي السعة في كل أبعاد الفهم العميق، ووجود أثر لاختلاف نمطي المعرفة الرياضياتية (لفظي/ تخيلي) لصالح التخيليين في أبعاد [التنبؤ-التوسع-التمثيل-التفسيرات]، ولصالح اللفظيين في أبعاد [الطلاقة-المرونة-توجيه الأسئلة]، عليه يوصي البحث بتوجيه الاهتمام بتطوير مقررات الرياضيات من خلال التنظيم في ضوء أسلوب التجزيل الرياضياتي كأحد أنماط تنظيم المعرفة الرياضياتية (Chunking in Mathematics) حيث أثبت دوره في إعادة تنظيم المعرفة الرياضياتية المختزنة ودخول معلومات جديدة في ذاكرة المدى القصير بتعديل ترتيبها وتنسيقها من خلال أشكال ونماذج التجزيل بشكل يؤدي إلى تنوع في

قدرة الفرد على تجميع المفاهيم في وحدات ذات طابع متنوع مرن، بحيث تشغل حيزا بسيطا من ذاكرة الفرد؛ بما يظهر نتائج أفضل في أداء الفرد في العمليات الرياضياتية وهو المطلوب على كافة الأحوال..

ودراسة آدم (٢٠١٧) هدف البحث الحالي إلى التعرف على أثر توظيف التعليم المتمايز من خلال الكتاب الإلكتروني في تدريس الهندسة لتنمية المستويات التحصيلية العليا ومهارات التواصل الرياضي والفهم العميق لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي أثناء دراستهم وحدتي "متوسطات المثلث والمثلث متساوي الساقين"، و"التباين" من مقرر الهندسة، ولتحقيق ذلك استخدمت الباحثتان المنهج شبه التجريبي ذا المجموعتين، اختيرت مجموعة البحث من طلاب الصف الثاني الإعدادي بإدارة السلام التعليمية بمحافظة القاهرة وتكونت من مجموعتين وهما: المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة، واقتصر البحث على وحدتي "متوسطات المثلث والمثلث المتساوي الساقين"، و"التباين" من كتاب الرياضيات لطلاب الصف الثاني الإعدادي الفصل الدراسي الأول للعام الدراسي ٢٠١٦-٢٠١٧ م، وتم إعادة صياغتهما وفقاً للتعليم المتمايز من خلال الكتاب الإلكتروني واستخدمت الباحثتان اختباراً تحصيليا لقياس المستويات التحصيلية العليا واختباراً لقياس مهارات التواصل الرياضي واختبارا لقياس الفهم العميق كأدوات للبحث. وتوصل البحث إلى تفوق المجموعة التجريبية على المجموعة الضابطة في كل من اختبار المستويات التحصيلية العليا واختبار قياس مهارات التواصل الرياضي واختبار قياس الفهم العميق.

ومما سبق نلاحظ أن الدراسات السابقة أكدت على أهمية تنمية الفهم العميق باستخدام استراتيجيات متنوعة مثل(استراتيجية الحديث الرياضي، حدائق الأفكار والبيت الدائري، استراتيجية الأصابع الخمس والرؤوس المرقمة ، ونظرية التعلم المستند على الدماغ، والتعليم المتمايز) وتنوعت عينة الدراسة لتشمل (المرحلة الابتدائية ، والاعدادية ، والثانوية) ، ولكن لاحظت الباحثة ضعف الربط بين استخدام التكنولوجيا وتنمية الفهم العميق ، على الرغم من مزايا التكنولوجيا تنمية الفهم العميق للطلاب ، وخاصة مع البرامج المتخصصة في تعليم الرياضيات بفروعها المختلفة مثل برنامج الجوجبرا. ولذا كانت الحاجة ماسه لاستخدام الجيوجبرا ومعرفة أثره في تنمية الفهم العميق لدى عينة الدراسة.

برنامج الجيوجبرا Geogebra:

تعريف الجيوجبرا:

يعرفه مرسال (٢٠١٧) أنه برمجية إلكترونية تعليمية للرياضيات مصممة في ضوء معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات NCTM ؛ تشكل بيئة تعليمية تفاعلية وتصورية للطلاب ، ويمكن تصنيفها ضمن أنظمة الجبر المحوسبة CAS لأنها

تتضمن معالجات جبرية وتصورية للمعادلات والإحداثيات ، وأنظمة الهندسة التفاعلية DGS لأنها تتضمن معالجة المفاهيم الهندسية والأشكال ثنائية وثلاثية الأبعاد.

ويرى Hohenwarter and Lavicza (2017) أنه كحزمة برامج مفتوحة المصدر متاحة مجانًا تجمع بين الهندسة والجبر ، مبني على المعايير العلمية للرياضيات والمنهج مصمم بطريقة تمكن الطالب من تطوير فهمه العميق للنظريات والحقائق الرياضية من خلال التطبيق العملي واكتشاف المفاهيم بنفسه. وتمكن المعلم من تبادل الخبرات مع غيره من المعلمين على مستوى العالم من خلال موقع الجيوجبرا والذي يتيح التواصل والاستفادة من خبرات الآخرين. وهو برنامج سهل الاستخدام ، ويمكن المستخدم من تصدير عمله إلى صيغ متعددة ، والبرنامج متوفر بأكثر من (٣٥) لغة ، وهو يدعم اللغة العربية. كما يوفر GeoGebra وسيلة للتنقل بين نافذة الجبر ونافذة الهندسة - مما يعني أنه من الممكن للمستخدم ، من ناحية ، أن يغير في المعادلة الجبرية ويلاحظ التغيير الذي يتم في الشكل الهندسي ، على سبيل المثال ، معادلة الدائرة عن طريق سحب الدائرة بالماوس و ملاحظة تغيير المعادلة ، أو من ناحية أخرى ، يمكن للمستخدم تغيير معادلة الدائرة مباشرة ومراقبة الطريقة التي تتغير بها الكائنات في نافذة الهندسة.

هي برمجية حاسوبية حديثة تفاعلية تهدف إلى مساعدة الطلاب على كل المستويات التعليمية ومعلميهم في صف الرياضيات، ويمكن استعمالها بالتأكيد ما قبل وما بعد ذلك من مستويات تعليمية، من خلال الدمج بسهولة بين الهندسة والجبر ، وهو منصة للربط بين المرئي والرمزي، وهما جانبان رياضيان مهمان ويساهمان في توصل طالب الرياضيات إلى فهم عميق للعناصر وهذه البرمجية تمكن من ربط مواضيع رياضية ومواضيع هندسية والعمليات الرياضية. وهي تمكن الطلاب من تعميق المعرفة الرياضية (مرسال،٢٠١٧).

تؤكد مؤلفات تعليم الرياضيات (e.g., Calder et al., 2006; Jupri et al., 2015) ووثائق المناهج الدراسية (e.g. Ministry of Education, Science and Sports, [MOESS], 2007) باستمرار الحاجة إلى استخدام التكنولوجيا لاستنفار الطلاب لممارسة التفكير والاستكشاف وتعميم المفاهيم الرياضية. على سبيل المثال ، من المتوقع أن يساعد معلمو الرياضيات الطلاب على استخدام تطبيقات الكمبيوتر مثل جداول البيانات و GeoGebra لاستكشاف مهام حل المشكلات. ينبع الدافع وراء هذا التوقع من حقيقة أن هذه الأدوات توفر نهجًا تعليميًا بديلاً يتوافق مع عمل النظرية الاجتماعية المعرفية. تضع هذه النظرية عملية اكتساب المعرفة الرياضية ضمن السياقات الاجتماعية والثقافية والتفاعلية.(Benning, 2021)

ولا يزال تعزيز طرق التدريس الفعالة للرياضيات باستخدام التكنولوجيا يمثل تحديًا للمعلمين. وعلى الرغم من الجهود المكثفة التي بذلها العديد من العلماء لتطوير نماذج لتقييم طرق التدريس الفعالة ، فإن الأوصاف في معظم هذه النماذج غالبًا ما تكون عامة وغير محددة. هناك مشكلة أخرى يتم التعبير عنها غالبًا وهي الكفاءة المهنية للمعلمين في استخدام التكنولوجيا لإشراك الطلاب في حوار مشترك عند إنشاء مفاهيم رياضية.(Benning, 2021)

فوائد الجيوجبرا لمعلمي الرياضيات(2021) Benning :

١- استخدام GeoGebra في إنشاء صفحات تفاعلية على شبكة الإنترنت لتعلم الطلاب في الرياضيات ،
٢- تعزيز وخلق بيئة التعلم القائم على الاكتشاف حيث استخدمت أمثلة على الحياة الحقيقية لتطوير المفاهيم والتفكير الرياضي ،
٣- وخلق تمثيلات متعددة لمساعدة الطلاب على بناء الأفكار الرياضية.

فوائد استخدام الجيوجبرا في حصص الرياضيات:

الفوائد التي تعود على الطلاب والمعلم وعلى العملية التعليمية بكاملها عند استخدام الجيوجبرا في تدريس الرياضيات هي:

١- هو برمجة مجانية مفتوحة المصدر، وسهلة الاستخدام.
٢- يمكن استخدامها مع جميع فروع الرياضيات.
٣- تدمج فروع الرياضيات معا ، في أشكال مصورة.
٤- تدمج بين التعبير الرمزي والمصور للرياضيات بكافة فروعها.
٥- تدمج بين فروع الرياضيات المختلفة مثل الجبر والهندسة.
٦- تستخدم في كافة المراحل التعليمية من الابتدائية حتى الثانوية والمراحل التي تسبق ذلك وتليها.
٧- يتيح تبادل الخبرات بين المعلمين من خلال تبادل الأعمال.
٨- هذا البرنامج يدعم اللغة العربية.
٩- يعمق فهم الطلاب للرياضيات من خلال خلق بيئة مجسدة لكل المفاهيم الرياضية.

دراسات الجيوجبرا في تعليم الرياضيات:

وأجريت دراسة (Benning, 2021) لتفعيل الممارسات الأساسية لتعليم الرياضيات الفعال باستخدام الجيوجبرا . واشترك أحد عشر مدرسا من مدرسي الرياضيات الغانيين أثناء الخدمة في برنامج للتطوير المهني مدته اثنا عشر شهرا ، حيث وضعوا دروسا في الرياضيات تستند إلى لغة GeoGebra ، وقاموا بتدريسها لأقرانهم ثم للطلاب في الفصول الدراسية. تم فحص إجراءات وآراء المعلمين حول استخدام

GeoGebra لتفعيل دروس الرياضيات بهدف تحديد الممارسات الأساسية لتعليم الرياضيات الفعال. تم جمع البيانات من خلال المقابلات ومناقشات المجموعات الدراسة وخطط الدروس وملاحظات الدروس. قدمت النتائج دليلاً على أن المعلمين كانوا قادرين على تفعيل الممارسات الأساسية ، بدرجات مختلفة ، ضمن خمسة موضوعات مركزية لتعلم الرياضيات الفعال: إنشاء بيئة رياضية ، وتقديم مهام رياضية جديرة بالاهتمام ، وتنظيم المناقشات الرياضية ، وإنشاء روابط رياضية ، وتقييم تعلم الطلاب. وقدم مزيد من التحليل للبيانات دليلا على إثبات ٣١ ممارسة أساسية في جميع هذه المواضيع الرئيسية لتعليم الرياضيات الفعال. بعد مشاركتهم في برنامج التطوير المهني ، قام المعلمون بتفعيل هذه الممارسات بدرجة أكبر أو أقل. ومع ذلك ، كان من الصعب بالنسبة لمعظم المعلمين إشراك طلابهم بشكل فعال في مناقشة رياضية عميقة. النتائج التي توصلت إليها هذه الدراسة لها آثار على مناهج الرياضيات بالمدارس الثانوية ، وعلم أصول التدريس الفعال للرياضيات ، والتطوير المهني لدمج التكنولوجيا في التدريس والتعلم.

دراسة هلال (٢٠٢٠) هدف البحث إلى دراسة فاعلية استراتيجية تعليمية مقترحة باستخدام (جيوجبرا) في تنمية البراعة الرياضية في موضوع الدائرة المقرر على تلاميذ الصف الثالث الإعدادي بالفصل الدراسي الثاني، قد أعدت الباحث قائمة بمؤشرات البراعة الرياضية الخاصة بمكوناتها الثلاثة (الاستيعاب المفاهيمي، والاستدلال التكيفي، والكفاءة الاستراتيجية) واللازم توافرها لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي بعد دراستهم لموضوع الدائرة، وتم إعداد اختبار البراعة الرياضية لقياس هذه المكونات ككل والمؤشرات على حدة، وتم إعداد الاستراتيجية التعليمية المقترحة وإعداد دليل المعلم وكراسة أنشطة للتلاميذ، وتم اختيار عينة البحث وعددها ٨٠ تلميذاً وتلميذة بمدرسة أجهور الكبرى الإعدادية المشتركة ومدرسة طنط الجزيرة الإعدادية المشتركة بإدارة طوخ التعليمية، وتم تقسيمهم إلى مجموعتين والتحقيق من تكافؤ المجموعتين، وتم تدريب تلاميذ المجموعة التجريبية على كيفية استخدام برمجية جيوجبرا والتعرف عليها ومكوناتها.... في (٤ حصص)، ثم تم تدريس (أول ستة دروس) من موضوع الدائرة المقرر على التلاميذ في الفصل الدراسي الثاني عام ٢٠٢٠م، ودرست المجموعة الضابطة نفس الدروس مع معلمها بالطريقة المعتادة، وقد أشارت نتائج البحث إلى تفوق المجموعة التجريبية على المجموعة الضابطة في البراعة الرياضية ككل، وفي كل مكون من مكوناتها الثلاثة، وكذلك في كل مؤشر من مؤشرات البراعة الرياضية المرتبطة بالمكونات الثلاثة، كما أن حجم تأثير الاستراتيجية التعليمية المقترحة في تنمية البراعة الرياضية بمكوناتها الثلاثة ومؤشراتها كان كبيرا.

ودراسة الجهني (٢٠٢٠) هدفت الدراسة الحالية إلى معرفة أثر استخدام برنامج جيوجبرا (Geogebra) في تنمية البراعة العلمية الرياضية في مادة الرياضيات لدى طلاب الصف الثالث متوسط بمدينة الرياض. واستخدم المنهج شبه التجريبي، وتكونت عينة الدراسة من (١٤٤) طالباً في كل من مدرسة سهل بن بيضاء المتوسطة ومدرسة عبد الملك بن عمر بن عبد العزيز المتوسطة بمدينة الرياض، تم اختيارهم بطريقة عشوائية، وقد تم تقسيمها إلى مجموعة تجريبية تكونت من (٧١) طالباً، ومجموعة ضابطة تكونت من (٧٣) طالباً. وتم اختيار الفصول بطريقة عشوائية، في الفصل الدراسي الأول لعام ١٤٤٠ هـ، ولتحقيق أهداف الدراسة تم تطوير البرمجية التعليمية (الجيوجبرا) مراعياً الخطوات العلمية لذلك، وتم تحقق الصدق لها، وإعداد اختبار تحصيلي في الرياضيات، وتم التحقق من صدقه وثباته، وتوصلت نتائج الدراسة إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية، والضابطة في اختبار البراعة الرياضية ولصالح المجموعة التجريبية. كما أظهرت وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين متوسطي درجات المجموعة التجريبية والضابطة في كل من العلمية الرياضية ولصالح المجموعة التجريبية. وأوصى الباحث بتطوير بيئات التعلم داخل غرفة الصف في تعليم الرياضيات في المرحلة المتوسطة تقوم على الاستفادة من إمكانات الحاسوب وتصميم وتنفيذ برامج تدريبية للمعلمين في المرحلة المتوسطة في مجال استخدام الحاسوب في تدريس الرياضيات، وقيام مؤسسات إعداد المعلمين بتوظيف الحاسب وتضمينه طرائق التدريس باعتباره من الطرق الحديثة في التدريس والعمل على تنمية اتجاهات إيجابية نحوه، وتضمين المقررات الدراسية أهدافاً تتعلق بالبراعة العلمية الرياضية، وإعداد أدلة للمعلم بجانب الكتب المقروءة، تقدم للمعلم توجيهات تساعده طريقة استخدام الجيوجبرا.

دراسة حسين (٢٠٢٠) هدفت الدراسة إلى الوقوف على فاعلية برنامج تدريبي في تنمية مهارات استخدام برمجيات الرياضيات التفاعلية "برمجية جيوجبرا GeoGebra ومايكروسوفت ماث Microsoft Math" في التدريس والاتجاه نحوها لدي معلمات الرياضيات، اعتمدت الدراسة على المنهج الوصفي التحليلي وذلك من أجل إعداد البرنامج وأدوات الدراسة، كما تم استخدام المنهج شبه التجريبي القائم على المجموعة الواحدة، لقياس فاعلية البرنامج، ولتحقيق أهداف الدراسة تم إعداد برنامج تدريبي، واختبار للتحصيل المعرفي، وبطاقة ملاحظة، ومقياس الاتجاهات، وقد تم تطبيقها قبل البدء بالبرنامج التدريبي على عينة مكونة من (١٠٧) معلمة من معلمات الرياضيات في المدينة المنورة، وبعد تطبيق البرنامج على العينة طبقت الأدوات بعديا، وقد أسفرت النتائج عن وجود أثر دال إحصائيا للبرنامج التدريبي في الجانب المعرفي والأدائي والاتجاه لدي عينة الدراسة، كما حقق البرنامج

التدريبي فاعلية في الجوانب الثلاثة (التحصيل المعرفي والأدائي والاتجاهات) حسب معادلة بلاك للكسب المعدل.

ودراسة العطاس (٢٠٢٠) هدف هذا البحث لمعرفة أثر برنامج جيوجبرا على تنمية مهارات التعلم الموجه ذاتيا والتحصيل في الرياضيات لطالبات الصف أول ثانوي بجدة، واشتملت عينة الدراسة على (٧٤) طالبة، مجموعة تجريبية عددهن (٣٦) درسن باستخدام برنامج جيوجبرا، ومجموعة ضابطة عددهن (٣٨) درسن باستخدام الطريقة التقليدية، تم اختيارهن بالطريقة العشوائية. واتبعت المنهج الشبه تجريبي، واعتمدت اختبار ومقياس قبلي / بعدي أدوات للبحث، واستخدمت اختبارات للمجموعتين المرتبطتين والمستقلتين لإيجاد الفروق ذات الدلالة الإحصائية بين المجموعة التجريبية قبل وبعد، وبين المجموعة التجريبية والضابطة بعد استخدام برنامج جيوجبرا. وتوصلت الباحثة إلى وجود فروق ذات دلالة إحصائية في تنمية مهارات التعلم الموجه ذاتيا لصالح المجموعة التجريبية يعزى لمتغير برنامج جيوجبرا في المقياس ككل، وفي مهارة استخدام استراتيجيات التعليم ومهارة تطبيق أنشطة التعلم ومهارة التقييم، بينما لا يوجد فروق ذات دلالة إحصائية في تنمية مهارة الوعي بالذات ومهارة العلاقات الشخصية مع الأخرين بين المجموعة التجريبية والضابطة بعد استخدام برنامج جيوجبرا، وكذلك لا يوجد فروق ذات دلالة إحصائية بين درجات التحصيل الدراسي للمجموعة التجريبية والضابطة بعد استخدام البرنامج. وأوصت الباحثة بضرورة تدريب المعلمين والمعلمات على توظيف التكنولوجيا (جيوجبرا) في تدريس الرياضيات وفقا لنظرية المعرفة التكنولوجية التربوية (TPACK)، تبني برنامج جيوجبرا في تعليم وتعلم مادة الرياضيات بمدارس التعليم العام في المراحل الدراسة المختلفة.

ودراسة أبو سارة (٢٠٢٠) هدف البحث الحالي إلى تقصي فاعلية استخدام ثلاثة برامج حاسوب تفاعلية وهي: (جيوجبرا، وجرافماتيكا، وراسم الاقترانات) في دافعية طلبة الصف العاشر في فلسطين نحو تعلم الرياضيات، واستخدم الباحثان المنهج التجريبي بتصميمه شبه التجريبي، من خلال تطبيق البحث على عينة من (١١٠) من طلاب الصف العاشر الأساسي في مديرية قباطية (فلسطين) في العام الدراسي ٢٠١٥/ ٢٠١٦، وتم تقسيم أفراد عينة البحث إلى أربع مجموعات، بطريقة عشوائية، واستخدم الباحثان مقياس الدافعية نحو تعلم الرياضيات، تضمن (٢٠) فقرة، وقد أظهرت نتائج البحث، وجود فروق ذات دلالة إحصائية بين أربع المجموعات، ولصالح البرامج ثلاثة الحاسوبية، وخلص البحث إلى عدد من التوصيات، منها: ضرورة تفعيل طرق التدريس بواسطة برامج الحاسوب التفاعلية، خاصة استخدام البرامج: (جيوجبرا Geogebra وجرافماتيكا Graphmatic، وراسم الاقترانات

(Grapher Function لما أظهرتها من أفضلية وفاعلية واضحة في تنمية الدافعية نحو تعلم الرياضيات.

دراسة أبو الرايات (٢٠٢٠) هدفت الدراسة الحالية إلى: تعرف فاعلية برنامج تدريبي مقترح قائم على برامج الهندسة التفاعلية في تنمية الاستيعاب المفاهيمي والتفكير التخيلي لدي الطلاب المعلمين شعبة الرياضيات، وقد أعد الباحثان برنامجا تدريبيا مقترحا قائما على برامج الهندسة التفاعلية. كما أعد الباحثان اختبارا للاستيعاب المفاهيمي وآخر للتفكير التخيلي. وتكونت عينة الدراسة من (٣٠) طالبا من طلاب الفرقة الثالثة بشعبة الرياضيات والحاسب الألي - كلية التربية جامعة الفيوم، وتم تطبيق أدوات الدراسة الحالية قبليا ثم تدريب طلاب المجموعة التجريبية علي استخدام برامج الهندسة التفاعلية وهي برنامج كابري ٣ Cabri D، وبرنامج جيوجبرا Geogabra، وبرنامج Geometer's Sketch Pad (G.S.P) ثم تطبيق أدوات الدراسة بعديا. وتوصلت الدراسة إلى: تفوق أداء طلاب المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار الاستيعاب المفاهيمي على أدائهم في التطبيق القبلي في الاختبار ككل وفي كل مستوى من مستوياته، وكذلك لاختبار التفكير التخيلي في الاختبار ككل وفي كل مهارة من مهاراته. كما توصلت إلى وجود ارتباط طردي دال بين درجات طلاب المجموعة التجريبية في اختبار الاستيعاب المفاهيمي ودرجاتهم في اختبار التفكير التخيلي. وأوصت الدراسة بضرورة عقد دورات تدريبية لمعلمي الرياضيات حول كيفية استخدام برامج الهندسة التفاعلية في تدريس الرياضيات، وتضمين مقررات كلية التربية شعبة الرياضيات موضوعات تخاطب الاستيعاب المفاهيمي، والتفكير التخيلي.

ومما سبق نستنتج أن الدراسات السابقة التي تم عرضها استخدمت الجيوجبرا مفرداً أو مع برامج أخرى مثل : برنامج ميكروسوفت ماث وجرافماتيكا، وراسم الاقترانات، في تنمية العديد من المتغيرات مثل : التحصيل ، الاستيعاب المفاهيمي ، والتفكير التخيلي ، والبراعة الرياضية، والدافعية والاتجاه نحو الرياضيات ، وقدد تنوعت عينة الدراسة من طلاب المرحلة الإعدادية إلى طلاب المرحلة الثانوية والجامعية ، وبعضها كانت عينة الدراسة على معلمات الرياضيات. وتختلف الدراسة الحالية في استخدام الجيوجبرا في تنمية الكفاح المنتج ، والفهم العميق ، لدى طلاب الصف الأول الإعدادي.

العلاقة بين الجيوجبرا وتنمية الكفاح المنتج والفهم العميق في حصص الرياضيات:

لكي تتضح العلاقة بين الجيوجبرا والكفاح المنتج والفهم العميق ، سوف أعرض فيما يلي نظرية (ZPD) للعالم فيجوتسكي:

تعرف استراتيجية منطقة (التطور/ التنمية) القريبة Zone of proximal development (ZPD) التي جاء بها فيجوتسكي بالفرق بين ما يمكن للمتعلم أن يفعله دون مساعدة وما يمكن أن يحققه مع التوجيه والتشجيع من شريك ماهر. وهكذا، يشير المصطلح "القريب" إلى تلك المهارات التي يكون المتعلم "قريبًا" من إتقانها. وقد عرفها فيجوتسكي بقوله: هي "المسافة بين المستوى التنموي الفعلي كما هو محدد بواسطة حل المشكلات المستقل ومستوى التطور المحتمل كما هو محدد من خلال حل المشكلات بتوجيه من البالغين، أو بالتعاون مع أقران أكثر قدرة". ويعتقد علماء اللغة النفسيون بأنه عندما يكون الطالب في منطقة التنمية القريبة لمهمة تعليمية معينة، فإن توفير المساعدة المناسبة له سيمنح الطالب ما يكفي من "دفعه" لإنجاز المهمة. ومن الباحثين التطبيقيين في مجال تعليم اللغات الأجنبية من يجعل هذه الاستراتيجية رديفة لاستراتيجية (السقالات) أو الدعائم التعليمية.(أبو عمشة ، ٢٠٢٠) ويمكن تعريفها بطريقة إجرائية بـ "الفجوة بين ما اكتسبه المتعلم وتعلمه في الرياضيات وما يمكن أن يكتسبه أو يتعلمه بقليل من الدعم والمساعدة"

أظهرت دراسة Granberg and Olsson (٢٠١٥) عن طريق فحص تفكير الطلاب في العمل مع المشكلات المتعلقة بالدوال الخطية باستخدام برنامج برمجي ديناميكي ، GeoGebraأن معظم حل مشكلات الطلاب يتضمن كميات مختلفة من الأخطاء. علاوة على ذلك ، أظهرت الدراسة أنGeoGebra ساعد الطلا ب على اكتشاف أخطائهم من خلال رسم الرسوم البيانية التي تشير إلى الصيغ الجبرية التي تم إنشاؤها بشكل خاطئ. تساعدGeoGebra الطلاب أيضا على التحقق من أخطائهم من خلال منحهم الفرصة لتصحيح الصيغ الخاصة بهم.

ومما سبق ، ومن خلال معرفة مميزات الجيوجبرا وما يقدمه للمتعلم من أدوات ، في كونه برنامج يدعم اللغة العربية ، ويربط بين فروع الرياضيات المختلفة، ويحقق الربط بين التعبير الرمزي والجبري والهندسي المصور ، وهو برنامج تفاعلي حيث يمكن للمتعلم من أن يفهم التغيرات الجبرية وصورها على الشكل الهندسي وغيرها الكثير من المميزات التي سبق عرضها ، ويعتبر الجيوجبرا بمثابة السقالات المعرفية ويحقق (ZPD) للمتعلم من خلال مميزاته، والذي يمكننا أن ندرك العلاقة بينه وبين المتغيرات التابعة في البحث الحالي.

مبررات اختيار الجيوجبرا في هذه الدراسة:

١. يعد البرنامج منصة ملائمة للربط والتكامل بين محاور الرياضيات؛ عند إدخال أي مدخل في نافذة الجبر يتم تمثيله هندسيا بشكل تلقائي في نافذة الهندسة.

٢. الامكانات البصرية للبرنامج تسمح للمتعلم من رؤية الرياضيات بشكل تفاعلي ملموس ومصور.
٣. القدرة على فهم المفاهيم الرياضية وتصورها.
٤. الربط بين العلاقات العددية والهندسية، كما يسهم البرنامج في توضيح ماهية هذه العلاقات وأسبابها.
٥. يسمح البرنامج بتطوير خيال المتعلم وتصوره.
٦. يستوعب البرنامج كل العمليات الجبرية والهندسية في آن واحد
٧. يسمح البرنامج بالاستفادة من البيانات المتاحة ويعمل على تحليلها وتقدير النتائج فيها.

ويرى النذير (٢٠١٤) أن هناك معيقات لالجيوجبرا في التدريس من أبرزها:

- ضعف اعداد معلمي الرياضيات فيما يتعلق باستخدامات الحاسب.
- عدم توافر الاجهزة الحاسوبية لكل الطلاب.
- اتجاهات معلمي الرياضيات نحو تطبيقات الحاسب ضعيفة ويعتبرونه عبء على اعمالهم المعتادة.
- كثافة المقررات الدراسية، حيث لا يستطيع المعلم تأدية واجباته مع الالتزام بإنهاء الخطة التدريسية.
- ندرة البرمجيات المتخصصة لكل درس أو وحدة دراسية.

إجراءات البحث:

منهج البحث وتصميمه التجريبي:

اعتمد البحث في إجراءاته على المنهج التجريبي القائم على التصميم شبه التجريبي ذي المجموعتين التجريبية والضابطة مع اختبارات قبلية ، حيث هدفت الاختبارات القبلية إلى التأكد من تكافؤ تلاميذ المجموعتين قبل بدء التجربة الأساسية للبحث ، في حين هدفت التجربة البعدية إلى بيان فاعلية استخدام المتغير المستقل (الجيوجبرا) في تنمية المتغيرين التابعين (الكفاح المنتج والفهم العميق) لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي في وحدة الهندسة والقياس للفصل الدراسي الثاني لعام ٢٠٢٢م.

عينة البحث:

تضمنت عينة البحث على (٩٣) تلميذة وتلميذاً من تلاميذ مدرسة موشا الإعدادية المشتركة ، وقد تم اختيار فصل (١/١) وعددهم (٤٧) تلميذاً وتلميذة ، وفصل (٢/١) وعددهم ٤٦ تلميذ وتلميذة ، ليمثل تلاميذ فصل (١/١) المجموعة التجريبية ، وفصل (١/ ٢) المجموعة الضابطة.

تكافؤ مجموعتي الدراسة:

- **تكافؤ مجموعات البحث:**

تم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات المتغيرات الآتية:

- الكفاح المنتج: أجرت الباحثة تطبيق قبلي لأداتي (بطاقة الملاحظة ، ومهام الكفاح المنتج) التي أعدتها الباحثة لكلا المجموعتين وتم حساب المتوسط الحسابي والتباين لكلا المجموعتين لاختبار الفرق بينهما، والتأكد من عدم وجود فرق دال بين المجموعتين.
- أبعاد الفهم العميق: أجرت الباحثة تطبيق قبلي لاختبار أبعاد الفهم العميق التي أعدتها الباحثة لكلا المجموعتين وتم حساب المتوسط الحسابي والتباين لكلا المجموعتين لاختبار الفرق بينهما، والتأكد من عدم وجود فرق دال بين المجموعتين.
- العمر الزمني: تم حساب أعمار عينة البحث بالأشهر وتم حساب المتوسط الحسابي والتباين لكلا المجموعتين لاختبار الفرق بينهما ، والتأكد من تكافؤ المجموعتين.(تراوحت أعمارهم ما بين ١٥٣- ١٥٨ شهر)
- المعدل العام: حصلت الباحثة على نتائج الصف السادس الابتدائي لكلا المجموعتين من سجلات المدرسة وتم حساب المتوسط الحسابي والتباين لكلا المجموعتين لاختبار الفرق بينهما ، والتأكد من تكافؤ المجموعتين.

جدول (٢): القيم للمتوسط الحسابي والانحراف المعياري وقيمة " ت" ودلالتها للمتغيرات التابعة لدراسة التكافؤ بين المجموعتين(التجريبية والضابطة)

المجموعة / المتغيرات	التجريبية (٤٧) تلميذاً وتلميذة		الضابطة (٤٦) تلميذاً وتلميذة		القيمة التائية	
	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	الوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة"ت"	الدلالة الاحصائية
الكفاح المنتج	٧.٣٧	٢.١٣	٦.٩٩	١.٧٣	١.١٨	غير دالة
الفهم العميق	١.٧٠	٠.٩٣	١.٧٢	٠.٨٦	٠.٠٨	غير دالة

ويتضح من النتائج المعروضة في الجدول السابق تكافؤ المجموعتين التجريبية والضابطة في المتغيرات التابعة ، لأن قيمة "ت" غير دالة عند مستوى " ٠.٠٥".

مواد البحث وأدوات البحث:

المرحلة الأولى: **إعداد مواد البحث**: وهي مواد المعالجة التجريبية (دليل المعلم وكتيب أنشطة ومهام التلميذ)، وتطلب ذلك اتباع الإجراءات التالية:

١- الاطلاع على الدراسات والبحوث السابقة التي تناولت الجيوجبرا والكفاح المنتج والفهم العميق ، وذلك للاستفادة منها في تصميم أدوات البحث.

٢- إعداد دليل المعلم : قامت الباحثة بإعداد دليل المعلم لتدريس موضوعات وحدة الهندسة والقياس، باستخدام الجيوجبرا، وقد سارت عملية إعداد الدليل، وفق الإجراءات الآتية:

١. تحليل محتوي الوحدة إلى: مفاهيم، تعميمات، مهارات. ثم قامت الباحثة نفسها بإعادة التحليل بعد ثلاثة أسابيع تقريبًا، وتم حساب معامل الثبات باستخدام معادلة هولستي: معامل الثبات m = $\frac{2m}{n1+n2}$ عدد الوحدات المتفق عليها m ، n1عدد الوحدات في التحليل الأول، n2عدد الوحدات في التحليل الثاني.معامل الثبات = ٠.٩٢

٢. إعداد قائمة بمهارات ومؤشرات الأداء للكفاح المنتج في وحدة الهندسة والقياس المقررة على الصف الأول الإعدادي الفصل الدراسي الثاني، وعرضها على مجموعة من المحكمين ، والتعديل وفق آرائهم.

٣. تحديد الأهداف العامة للوحدة، واشتقاق أهداف كل درس من دروس الوحدة .في ضوء الجيوجبرا ولتنمية الكفاح المنتج والفهم العميق لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي.

٤. للتأكد من صدق التحليل، وصحة صياغة الأهداف وتصنيفها، تم عرض التحليل والأهداف على مجموعة من المحكمين المتخصصين في الرياضيات وطرق تدريسها، وتم في ضوء ملاحظاتهم ومرئياتهم التعديل ملحق (١).

٥. إعداد تطبيقات على دروس الوحدة باستخدام الجيوجبرا. حيث تم تصميم عدد من التطبيقات على كل درس من دروس الوحدة.

٦. إعداد دروس الوحدة إلكترونيًا (فيديو) وتضمين كل درس عددًا من تطبيقات الجيوجبر ، وروابط الشرح التفاعلي لكل درس.

٧. عمل ربط تشعيبي لهذه التطبيقات بالدليل. حيث يتم الانتقال مباشرة من الدرس إلى الجيوجبرا؛ لعرض التطبيق من خلال البرنامج.

وقد تضمن دليل المعلم، ما يلي:

- مقدمة عن الجيوجبرا تتضمن تعريفًا بالبرنامج وأهدافه ومكوناته، وطريقة تحميله واستخدامه في تدريس الهندسة ، حيث تضمنت المقدمة شرحًا مفصلًا ومركزًا لنوافذ البرنامج وأيقوناته المختلفة، وتوضيح وظيفة كل أيقونة وطريقة استخدامها في الهندسة. والكفاح المنتج والفهم العميق. وتعد هذه المقدمة بمثابة المرجع الأساسي للمعلم وللتلميذ، والدليل الإجرائي له أثناء استخدامه البرنامج في تخطيط الدروس، وتنفيذها وتقويمها لتنمية الكفاح المنتج والفهم العميق لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي.
- الأهداف العامة للوحدة.
- توزيعًا زمنيًا لتدريس موضوعات الوحدة، حيث تم تحديد عدد الحصص المقترحة لكل درس من دروس الوحدة، وقد روعي بأن يكون عدد الحصص

متساويًا بالنسبة للمجموعتين التجريبية والضابطة، كما تضمن هذا الجزء من الدليل تحديدًا لعناصر الدرس الأساسية.

- عرضًا مفصلًا لكل درس من دروس الوحدة – ثلاثة عشر درساً– يشمل العرض أهداف الدرس، ومفرداته، الوسائل المستخدمة وإجراءات تدريسه وتقويمه، مع التركيز على إبراز استخدامات الجيوجبرا في حل الأمثلة والتدريبات، وإجراء التطبيقات. ومما تجدر الإشارة إليه في هذا الجانب، أن المعلم يقوم باستخدام لوحة العرض العادية – لوحة عرض الداتا شو أو سبورة الفصل، أو السبورة الذكية – لعرض الأمثلة والتدريبات من جهاز الحاسب، وعندما يقوم المعلم بعرض مثال أو تطبيق يستخدم فيه البرنامج، فإنه بمجرد الضغط (النقر) على أيقونة خاصة وضعت في الشريحة التي تتضمن المثال أو التدريب؛ فإنه يتم الانتقال مباشرة للجيوجبرا نفسه، حيث يفتح البرنامج ويتم عرض المثال أو التدريب من خلال البرنامج مباشرة، فيقوم المعلم بعرض المثال أو التدريب بأوضاع متغيرة، وبمعطيات مختلفة، بمعني أن استخدام البرنامج يكون حيًا ومباشرًا، وليس مجرد عرض لصور ثابتة التقطت سابقًا من البرنامج.
- قائمة ببعض المراجع التي يمكن الرجوع إليها؛ للتوسع في البرنامج، وتوضيح المزيد من استخداماته وتطبيقاته.
- بعد أن قامت الباحثة بإعداد الصورة الأولية لدليل المعلم، تم عرضه بنسختيه الإلكترونية والورقية، على مجموعة من المتخصصين في تعليم الرياضيات ، وتم في ضوء ملاحظاتهم ومقترحاتهم إجراء بعض التعديلات في الدليل، وبناء على ذلك أصبح دليل المعلم في صورته النهائية ملحق.(2)

٣- كتيب المهام والأنشطة للتلميذ:

وهدف الكتيب إلى مساعدة التلميذ على القيام بالمهام والأنشطة التي تنمي لديه الكفاح المنتج والفهم العميق في الرياضيات. وقد اتباع ما يلي لإعداد الكتيب:

- تم اعداد الكتيب في ضوء مهارات ومؤشرات الكفاح المنتج ، وأبعاد الفهم العميق في وحدة الهندسة والقياس.
- إعداد الصورة الأولية للكتيب وعرضها على مجموعة من المحكمين المتخصصين في المناهج وطرق تدريس الرياضيات.
- تعديل الكتيب بناء على تصورات المحكمين ، وأصبح الكتيب في صورته النهائية ملحق (٣).

المرحلة الثانية: إعداد أدوات البحث:

١- **الكفاح المنتج**: وقد تمثلت أدوات قياسه في البحث في :(أ) مهام الكفاح المنتج. (ب) بطاقة ملاحظة كفاح التلاميذ. وهدفت إلى تحديد مؤشرات الكفاح المنتج لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي، وذلك من خلال الخطوات التالية:

(أ) **مهام الكفاح المنتج**: وتمثلت المهام في (١٥) مهمة من نوع المقالي القصير والإكمال والاختياري ، وتصحيح الأخطاء ، وتوزعت المهام على أربعة محاور وهي: ١- الكفاح من أجل بدء المهمة ، ٢- الكفاح في تنفيذ عملية حل المهمة.٣- كفاح فهم وتفسير طريقة حل المهمة . ٤- كفاح التعبير عن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة

- ✓ صياغة الصورة الأولية للمهام ، وعرضها على مجموعة من المحكمين تخصص مناهج وطرق تدريس رياضيات، والتعديل بناء على ما تم الاتفاق عليه.
- ✓ حساب ثبات وصدق المهام ، حيث تم تطبيقها على (١٥) تلميذ وتلميذة من تلاميذ الصف الأول الإعدادي (غير مجموعة البحث). حساب ثبات المقياس: بعد تطبيق المهام على العينة الاستطلاعية ، تم حساب معامل ألفا كرونباخ لكل محور من محاور مهام الكفاح المنتج ولكل محور على حدة وكانت كالتالي:

جدول (٣)
معامل ألفا كرونباخ لعبارات مهام الكفاح المنتج بوحدة الهندسة والقياس لتلاميذ الصف الأول الإعدادي

المحاور	عدد الأسئلة	ثبات المحور
الكفاح من أجل بدء المهمة	٤	٠.٨٣٥
الكفاح في تنفيذ عملية حل المهمة.	٥	٠.٩٥٠
كفاح فهم وتفسير طريقة حل المهمة	٤	٠.٩٢٦
كفاح التعبير عن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة	٢	٠.٨٦٠
الثبات العام	١٥	٠.٨٩٣

يتضح من الجدول السابق أن معامل الثبات العام لمهام الكفاح المنتج مرتفع حيث بلغ (٠.٨٩٣) لإجمالي المهام (١٥) ، فيما تراوح ثبات المحاور ما بين (٠.٨٣٥) كحد أدنى وبين (٠.٩٥٠) كحد أعلى ، وهذا يدل على أن مهام الكفاح المنتج تتمتع بدرجة عالية من الثبات. حساب الصدق : ١- الصدق الظاهري: وذلك بعرضه على مجموعة من المحكمين من أهل التخصص ، وإجراء التعديلات وحذف بعض العبارات ذات الدلالة المكررة، وتعديل صياغة بعضها . ٢- صدق الاتساق الداخلي: وذلك بحساب معامل ارتباط بيرسون بين درجات كل مهمة ومتوسط درجة المهام ككل ، وفيما يلي

يوضح معامل الارتباط بين كل مهمة ومتوسط المحور التي تنتمي إليه ومتوسط المهام ككل:

جدول (4) معامل ارتباط بيرسون درجة كل مهمة من مهام الكفاح المنتج ومتوسط المحور التي تنتمي إليه ، ومتوسط المهام ككل

المحور/ العبارة	ارتباطها بالمحور	ارتباطها بالمقياس ككل	المحور/ العبارة	ارتباطها بالمحور	ارتباطها بالمقياس ككل
المحور الأول: الكفاح من أجل بدء المهمة					٠.٨٤٩**
1	٠.٨١٢**	٠.٥٢٣*	٣	٠.٩٦٣**	٠.٨٢٨**
2	٠.٨٤٢**	٠.٦٩٠**	٤	٠.٩٧٩**	٠.٨٦١**
المحور الثاني: الكفاح في تنفيذ عملية حل المهمة.					٠.٩١٢**
1	٠.٧٢٧**	٠.٧٠٢**	٤	٠.٧٦٩**	٠.٧١٨**
2	٠.٧٤٥**	٠.٦٥٧**	٥	٠.٩٥٢**	٠.٧٨٦**
3	٠.٩٠١**	٠.٨٥٦**			
المحور الثالث: كفاح فهم وتفسير طريقة حل المهمة					٠.٨٨٦**
1	٠.٩٨٤**	٠.٨٦٧**	٣	٠.٧٢٥**	٠.٧٠٩**
2	٠.٨٤٣**	٠.٧٣١**	٤	٠.٨٩٥**	٠.٨٥٤**
المحور الرابع: كفاح التعبير عن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة					٠.٨٥٢
١	٠.٩٧٤**	٠.٨٦٣**	٢	٠.٧٦٩**	٠.٧١٨**

من نتائج الجدول السابق نجد أن جميع معاملات ارتباط بيرسون كانت بين(١) درجة العبارة ومتوسط درجة المحور التي تنتمي إليه ، (٢) درجة العبارة ومتوسط درجة المقياس ككل .(٣) متوسط درجة المحور ومتوسط درجة المقياس ككل .

وقد كانت معاملات الارتباط بين درجة العبارة ومتوسط درجة المحور التي تنتمي إليه دالة إحصائيا عند مستوى معنوية (٠.٠١) ومستوى (٠.٠٥) .حيث كان الحد الأدنى لمعاملات الارتباط للمحور الأول (٠.٨١٢) ، فيما كان الحد الأعلى (٠.٩٧٩). أما المحور الثاني كان الحد الأدنى لمعاملات الارتباط له (٠.٧٢٧) ، فيما كان الحد الأعلى (٠.٩٥٢). أما المحور الثالث كان الحد الأدنى لمعاملات الارتباط له (٠.٧٢٥) فيما كان الحد الأعلى (٠.٩٨٤).أما المحور الرابع كان الحد الأدنى لمعاملات الارتباط له (٠.٧٦٩) ، فيما كان الحد الأعلى (٠.٩٧٤).

وقد كان المحور الثاني هو أكثر المحاور اتساقاً مع متوسط درجات المقياس ككل حيث بلغ معامل ارتباط بيرسون (٠.٩١٢) ، يليه المحور الثالث حيث بلغ معامل ارتباط بيرسون له (٠.٨٨٦) ثم المحور الرابع حيث بلغ معامل ارتباط بيرسون (٠.٨٥٢) ، ثم المحور الرابع حيث بلغ معامل ارتباط بيرسون (٠.٨٤٩) في ارتباطهم بدرجات المقياس ككل. وما سبق يتضح أن مهام الكفاح المنتج يتمتع بدرجة عالية من الاتساق الداخلي.

- ✓ **حساب زمن مهام الكفاح المنتج**: حيث تم تطبيقها على (١٥) تلميذ وتلميذة من تلاميذ الصف الأول الإعدادي (غير مجموعة البحث). وحساب زمن

أول ثلاث تلاميذ انتهوا من الاختبار وأخر ثلاثة ، وحساب المتوسط ، تم التوصل أن زمن الاختبار ٩٠ ق ، و٥ دقائق لعرض تعليمات الاختبار أي أصبح زمن الاختبار (٩٥ ق).

جدول مواصفات مهام الكفاح المنتج: ويتضح ذلك بالجدول التالي:

جدول (5)

أبعاد مهام الكفاح المنتج وعدد الأسئلة وتوزيع الدرجات على مفرداته

م	البعد (المحور)	أرقام الأسئلة	عدد الأسئلة	الدرجة الكلية
١	الكفاح من أجل بدء المهمة	١، ٢، ٣، ٤	٤	١٠
٢	الكفاح تنفيذ عملية حل المهمة.	٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨، ٩	٥	١٨
٣	كفاح فهم وتفسير طريقة حل المهمة	١٠ ، ١١، ١٢ ،١٣	٤	١٥
٤	كفاح التعبير عن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة	١٤ ، ١٥	٢	٧
	المجموع	١٥	١٥	٥٠

أصبحت مهام الكفاح المنتج في صورتها النهائية ملحق (٤).

(ب) **بطاقة ملاحظة الكفاح المنتج**: وتكونت من (١٥) عبارة ،وتوزعت العبارات على أربعة محاور وهي: ١- الكفاح من أجل بدء المهمة ، ٢- الكفاح في تنفيذ عملية حل المهمة.٣- كفاح فهم وتفسير طريقة حل المهمة . ٤- كفاح التعبير عن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة.

- ✓ صياغة الصورة الأولية لبطاقة الملاحظة ، وعرضها على مجموعة من المحكمين تخصص مناهج وطرق تدريس رياضيات، والتعديل بناء على ما تم الاتفاق عليه.
- ✓ حساب ثبات وصدق المهام ، حيث تم تطبيقها على (٥) تلاميذ من تلاميذ الصف الأول الإعدادي (غير مجموعة البحث). حساب ثبات البطاقة: بعد تطبيق المهام على العينة الاستطلاعية ، تم تطبيق معادلة كوبر حيث قامت الباحثة وأحد المعلمات لملاحظة أداء طلاب العينة الاستطلاعية (٣ مرات لكل متعلم) ، وقامت الباحثة بحساب عدد مرات الاتفاق وعدد مرات الاتفاق وحساب معامل اتفاق الملاحظين لكل تلميذ على حدة وكانت كالتالي:

جدول (6) معاملات اتفاق الملاحظين

تلاميذ العينة الاستطلاعية	معامل اتفاق الملاحظين
١	٠.٨٥
٢	٠.٩٢
٣	٠.٩٤
٤	٠.٨٩
٥	٠.٨٨
المتوسط	٠.٨٩٦

يتضح من الجدول السابق أن أعلي معامل اتفاق كان (٩٤%) (وأن أقل معامل اتفاق كان(٨٥%)، ومتوسط معامل الاتفاق ٩٠%) (وهو معامل اتفاق مرتفع يمكن الاطمئنان منه علي ثبات البطاقة حيث حدد كوبر مستوي الثبات المقبول بدلالة نسبة الاتفاق، التي يجب أن تكون ٨٥ ٪فأكثر لتدل علي ارتفاع ثبات الأداة.

✓ التقدير الكمي لأداء التلميذ على البطاقة:

٠= السلوك الدال على الكفاح غير موجود لسببين [إما لسهولة المهمة أو عدم اهتمام الطالب بها أو أحد ممن حوله قام بحلها له]، ١ =السلوك الدال على الكفاح ظل موجودا حتى ترك الطالب المهمة.، ٢ =السلوك الدال على الكفاح ظهر ثم اختفى بمساعدة الأقران والمعلم. دون يستحوذوا على الحل، ٣= السلوك الدال على الكفاح ظهر ثم اختفى باجتهاد الطالب ومثابرته.

أصبحت بطاقة الملاحظة في صورتها النهائية ملحق (٥).

٢- **<u>اختبار الفهم العميق</u>**: من خلال الاطلاع على الأدبيات والدراسات السابقة ، وتحليل محتوى وحدة الهندسة والقياس المقررة على الصف الأول الإعدادي ، تم اعداد اختبار الفهم العميق وفقاً للخطوات التالية:

- ✓ الهدف من الاختبار : والذي هدف إلى قياس أبعاد الفهم العميق لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي في وحدة الهندسة والقياس المقررة عليهم بالفصل الدراسي الثاني.
- ✓ أبعاد الفهم العميق التي يقيسها الاختبار: ١- مهارات التفكير التوليدي (الطلاقة الفكرية - والمرونة - والتنبؤ في ضوء المعطيات – التعرف على الأخطاء والمغالطات) . ٢- طرح الأسئلة – ٣- التفسير – ٤- اتخاذ القرار.
- ✓ اعداد الصورة الأولية للاختبار ، ثم عرضها على مجموعة من المحكمين في تخصص المناهج وطرق التدريس والتعديل بناء على مرئياتهم.
- ✓ تم حساب صدق الاختبار بطريقتين :**الطريقة الأولى** : الصدق الظاهري وهو صدق المحكمين ، وتم التعديل بناء على مرئياتهم ليصبح الاختبار في صورته النهائية (٢٠) مفردة ، متنوعة ما بين الموضوعي (اختياري –

تصحيح الخطأ- أكمل) والمقالي القصر (أذكر السبب).الدرجة الكلية للاختبار (٢٥) درجة. **الطريقة الثانية** : صدق الاتساق الداخلي: بعد تطبيق الاختبار على العينة الاستطلاعية تم حساب معامل ارتباط بيرسون بين درجات كل سؤال من فقرات المحاور الأربعة والدرجة الكلية للمحور الذي ينتمي إليه السؤال ، وفيما يلي جدول لكل محور وصدق الاتساق مع أسئلته:

جدول (7) معامل الارتباط للاختبار ككل ولكل بعد لاختبار الفهم العميق على حدة

م	البعد	معامل الارتباط
١	مهارات التفكير التوليدي(الطلاقة الفكرية – المرونة – التنبؤ في ضوء المعطيات – التعرف على الأخطاء والمغالطات)	٠.٨٤
٢	طرح الأسئلة	٠.٧٩
٣	التفسير	٠.٨١
٤	اتخاذ القرار	٠.٨٦

يوضح الجدول السابق أن معاملات الارتباط بين كل بُعد من أبعاد الاختبار والاختبار ككل دالة إحصائياً عند مستوى (٠.٠١)، وهذا يعني أن أبعاد الاختبار متسقة، وأن الاختبار ككل على مستوى عال من الاتساق.

- ✓ ثبات الاختبار : تم تطبيق معاملة ألفا كرونباخ لحساب الثبات ، وذلك باستخدام برنامج (SPSS) ، والجدول التالي يوضح ثبات كل محور من محاور الاختبار وثبات الاختبار ككل:

جدول (8) معامل ألفا كرونباخ لاختبار الفهم العميق بوحدة الهندسة والقياس لتلاميذ الصف الأول الإعدادي

المحاور	عدد الأسئلة	ثبات المحور
مهارات التفكير التوليدي(الطلاقة الفكرية – المرونة – التنبؤ في ضوء المعطيات – التعرف على الأخطاء والمغالطات)	٦	٠.٧٣٢
طرح الأسئلة	٤	٠.٨٤١
التفسير	٤	٠.٩٠١
اتخاذ القرار	٦	٠.٧٣٠
الثبات العام	٢٠	٠.٨٠١

يتضح من الجدول السابق أن معامل الثبات العام لاختبار الفهم العميق مرتفع حيث بلغ (٠.٨٠١) لإجمالي المفردات (٢٠) ، فيما تراوح ثبات المحاور ما بين (٠.٧٣٠) كحد أدنى وبين (٠.٩٠١) كحد أعلى ، وهذا يدل على أن اختبار الفهم العميق يتمتع بدرجة عالية من الثبات.

- ✓ حساب زمن الاختبار : من خلال تطبيق الاختبار على العينة الاستطلاعية (١٥) تلميذ وتلميذة من تلاميذ الصف الأول الاعدادي ، وحساب زمن أول ثلاث تلاميذ انتهوا من الاختبار وأخر ثلاثة ، وحساب المتوسط ، تم التوصل

أن زمن الاختبار ٧٠ ق ، و٥ دقائق لعرض تعليمات الاختبار أي أصبح زمن الاختبار (٧٥ ق).

✓ جدول مواصفات اختبار الفهم العميق:

جدول (9): أبعاد اختبار الفهم العميق وعدد الأسئلة وتوزيع الدرجات على مفرداته

م	البعد (المحور)	أرقام الأسئلة	عدد الأسئلة	الدرجة الكلية
١	التفكير التوليدي	١، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦	٦	٦
٢	طرح الأسئلة	٦ ، ٨ ، ٩ ، ١٠	٤	٦
٣	التفسير	١١، ١٢، ١٣، ١٤	٤	٦
٤	اتخاذ القرار	١٥ ، ١٦ ،١٧ ، ١٨ ، ١٩ ، ٢٠	٦	٧
	المجموع	٢٠	٢٠	٢٥

✓ اصبح اختبار الفهم العميق في صورته النهائية ملحق (٦).

نتائج البحث تفسيرها ومناقشتها:

سوف يتناول هذا الجزء نتائج البحث والإجابة عن تساؤلاته والتحقق من فروضه ومناقشة النتائج التي تم التوصل إليها من خلال تجربة البحث وذلك باستخدام الأساليب الإحصائية في برنامج SPSS.

١- **اختبار صحة الفرض الأول** من فروض الدراسة والذي ينص على " **يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لأداتي الكفاح المنتج ،لصالح المجموعة التجريبية**." نظراً لأن كل من بطاقة الملاحظة ومهام الكفاح المنتج يقيسان معاً نفس مجموعة مهارات الكفاح المنتج لد ى تلاميذ مجموعتي البحث فقد تم اختبار هذا الفرض من خلال جمع درجات تلاميذ مجموعتي البحث علي الأداتين معا وإجراء التحليل الإحصائي علي الدرجات الكلبة الناتجة وفق المعادلة التالية :

الدرجة الكلبة = درجات بطاقة الملاحظة + درجات مهام الكفاح المنتج لكل تلميذ .ولذلك تم وصف الدرجات الكلبة لمجموعتي البحث التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لكل من بطاقة ملاحظة الأداء ومهام الكفاح المنتج بتحديد المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية .وللتأكد من دلالة الفروق بين المتوسطات تم استخدام اختبار النسبة التائبة(test-t) وتوصلت الباحثة إلي النتائج التي يوضحها الجدول التالي:

جدول (10):دلالة الفرق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة (التجريبية والضابطة) في التطبيق البعدي لأداتي الكفاح المنتج ، وحجم التأثير (η^2)

المحور	المجموعة	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	درجة الحرية	قيمة "ت" المحسوبة	مستوى الدلالة	قيمة (η^2)	حجم الأثر
الكفاح من أجل بدء المهمة	الضابطة	٤٦	١٢.٢	٢.٨٩	٩١	١٢.٥	٠.٠١	٠.٦٣٣	كبير
	التجريبية	٤٧	١٨.٤٣	١.٧٩					
الكفاح في تنفيذ عملية حل المهمة	الضابطة	٤٦	٢١.٠٧	٣.٨	٩١	١٣.٥	٠.٠١	٠.٦٦٧	كبير
	التجريبية	٤٧	٢٩.٠٢	١.٣٦					
كفاح فهم وتفسير طريقة حل المهمة	الضابطة	٤٦	١٩.١٥	٢.٦١	٩١	٨.٢	٠.٠١	٠.٤٢٥	كبير
	التجريبية	٤٧	٢٢.٩٨	١.٨٤					
كفاح التعبير عن الأخطاء والمفاهيم الخاطئة	الضابطة	٤٦	٨.٠٩	١.٧٩	٩١	٩.٩٢	٠.٠١	٠.٥١٩	كبير
	التجريبية	٤٧	١١.٠٩	١.٠٤					
المجموع الكلي للمحاور ككل	الضابطة	٤٦	٢٥.٣٣	٥.٧١	٩١	٥٨.٦٤	٠.٠١	٠.٩٧٤	كبير
	التجريبية	٤٧	٨١.٥١	٣.٢٢					

من خلال الجدول السابق يتضح أنه: يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى(0.01) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لكل بعد من أبعاد أداتي الكفاح المنتج، والأبعاد ككل لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية، ويعود ذلك لاستخدام الجيوجبرا، وكذلك يتضح أيضاً أن استخدام الجيوجبرا كان له أثر كبير في تنمية الكفاح المنتج في وحدة الهندسة والقياس لدى تلاميذ المجموعة التجريبية. وهذا يجب عن السؤال الأول من أسئلة البحث.

٢- اختبار صحة الفرض الثاني : والذي ينص على " **يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لاختبار الفهم العميق في وحدة الهندسة، لصالح المجموعة التجريبية.**" تم حساب المتوسط الحسابي والانحراف المعياري لدرجات تلاميذ المجموعتين في التطبيق البعدي للاختبار ككل، وكذلك لكل بعد من أبعاده، ثم حساب قيمة "ت" للفرق بين متوسطي درجات المجموعتين لاختبار الفهم العميق ،وكذلك اختبار الدلالة الإحصائية وقيمة حجم الأثر مربع إيتا ، والجدول التالي يوضح ذلك:

جدول (11) دلالة الفرق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين (الضابطة-التجريبية) في التطبيق البعدي لاختبار للفهم العميق وحجم التأثير

المحور	المجموعة	العدد	المتوسط	الانحراف المعياري	درجة الحرية	قيمة "ت" المحسوبة	مستوى الدلالة	قيمة (η^2)	حجم الأثر
التفكير التوليدي	الضابطة	٤٦	١.٩١	١.٦٧	٩١	٨.٠٣	٠.٠١	٠.٤١٥	كبير
	التجريبية	٤٧	٤.١٣	٠.٨٨					
طرح الأسئلة	الضابطة	٤٦	٢.٢٤	١.٣٧	٩١	١٢.٣١	٠.٠١	٠.٦٢٥	كبير
	التجريبية	٤٧	٥.١١	٠.٨١					
التفسير	الضابطة	٤٦	١.٨٩	١.٤٨	٩١	١١.٨٣	٠.٠١	٠.٦٠٦	كبير
	التجريبية	٤٧	٤.٨٥	٠.٨٦					
اتخاذ القرار	الضابطة	٤٦	٢.٢٨	١.٨٧	٩١	١١.٩٩	٠.٠١	٠.٦١٢	كبير
	التجريبية	٤٧	٥.٨٥	٠.٨١					
الاختبار ككل	الضابطة	٤٦	٨.٣٣	٣.٣٣	٩١	٢١.١٩	٠.٠١	٠.٨٣٢	كبير
	التجريبية	٤٧	١٩.٩٤	١.٧٢					

من خلال الجدول السابق يتضح أنه: يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى(0.01) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة الضابطة والمجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لكل بعد من أبعاد الفهم العميق، والاختبار ككل لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية، ويعود ذلك لاستخدام الجيوجبرا، وكذلك يتضح أيضاً أن استخدام الجيوجبرا كان له أثر كبير في تنمية الفهم العميق في وحدة الهندسة والقياس لدى تلاميذ المجموعة التجريبية. وهذا يجيب عن السؤال الثاني من أسئلة البحث ويتفق مع دراسة : الحنان (٢٠٢٠) ، ، عبد الملاك (٢٠٢٠)، أحمد (٢٠٢٠) ، عبد البر (٢٠١٩) ، زنقور (٢٠١٨) ، وآدم (٢٠١٧).

تفسير النتائج:

ارتفاع أداء تلاميذ المجموعة التجريبية في الكفاح المنتج ، والفهم العميق عند دراسة وحدة الهندسة والقياس يرجع إلى أن:

١- أن استخدام الجيوجبرا ، يقدم للتلميذ المعلومة في شكل تفاعلي متغير ، مما يهيئ للتلميذ فهماً عميقاً، ويجعله على وعي بالعلاقات بين المفاهيم الهندسية.

٢- أن لاستخدام الجيوجبرا دور كبير في جذب انتباه التلاميذ وإقبالهم على الدروس وتركيزهم المستمر أثناء الشرح، وبالتفاعل النشط والمشاركة الملموسة والحيوية والمناقشة المثمرة والعلمية .

٣- شعور التلاميذ بالاستماع عندما يبدو لهم المفاهيم الصعبة مألوفة وتزول لديهم ملامح الكفاح ، عندما يتوصلوا إلى فهم عميق للمفاهيم الهندسية.

٤- الجيوجبرا تجعل التلاميذ نشطين الذهن بشكل مستمر نتيجة لأدواته الثرية في كل فروع الرياضيات وخاصة فرع الهندسة.
٥- دراسة الهندسة تتم في الغالب بطريقة نظرية ، لكن الجيوجبرا يحولها لمادة عملية تفاعلية والتلميذ فيها نشط .
٦- العروض والروابط التفاعلية للدروس شجعت التلاميذ على تحميل تطبيق الجيوجبرا والتعامل معه وخاصة أنه برنامج مجاني والتعامل معه سهل جداً ولا يحتاج إلى مهارات تكنولوجية عميقة.
٧- شجع استخدام الجيوجبرا التلاميذ على أن يكون مسؤول عن تعلمه ، وبالتالي قبول فكرة الكفاح في التعلم ، حتى يصل إلى فهم المفاهيم الهندسية المتضمنة في الوحدة.

الاستنتاجات:

١- يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لأداتي الكفاح المنتج ، لصالح المجموعة التجريبية. حيث بلغت قيمة "ت" للكفاح المنتج بأداتيه (بطاقة الملاحظة ومهام الكفاح) "٥٨.٦٤".
٢- تدريس وحدة الهندسة والقياس باستخدام الجيوجبرا ، كان له أثر كبير في تنمية أبعاد الكفاح المنتج ككل، وفي كل بعد من أبعاده على حدة.
٣- يوجد فرق دال إحصائياً عند مستوى (٠.٠٥) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في التطبيق البعدي لاختبار الفهم العميق في وحدة الهندسة ، لصالح المجموعة التجريبية. حيث بلغت قيمة "ت" للاختبار ككل "٢١.١٩".
٤- تدريس وحدة الهندسة والقياس باستخدام الجيوجبرا ، كان له أثر كبير في تنمية أبعاد الفهم العميق ككل، وفي كل بعد من أبعاده على حدة.
٥- تأثير استخدام الجيوجبرا كان متباين في تنمية أبعاد الكفاح المنتج والفهم العميق في تدريس وحدة الهندسة والقياس لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي.

التوصيات:

في ضوء نتائج البحث ، يوصي بما يلي:

١- تدريب المعلمين على استخدام الجيوجبرا واعتماده كبرنامج مساند في تدريس الرياضيات بالمرحلة الإعدادية من قبل وزارة التربية والتعليم.
٢- تصميم دليل للمعلم في استخدام الجيوجبرا في تدريس الرياضيات بفروعها المختلفة للمتعلمين بالمرحل المختلفة وخاصة المرحلة الإعدادية.

٣- ضرورة تدريب المعلمين على استغلال واستنفار كفاح المتعلمين وتوجيهه الوجه الصحيحة لتعميق فهم المتعلمين للرياضيات ، وتنمية المسؤولية التعلمية لدى المتعلمين.
٤- تدريب المعلمين أثناء الخدمة وقبل الخدمة على استراتيجيات التوظيف الإيجابي للكفاح في الرياضيات.

البحوث المقترحة:

في ضوء ما توصل له البحث الحالي من توصيات، يقترح ما يلي:
١- استخدام استراتيجية الحوار في تنمية الكفاح المنتج ، لدى المتعلمين في المراحل المختلفة ، وخاصة في مرحلة رياض الأطفال والمرحلة الابتدائية ، لما له من كبير الأثر في غرس قيم الكفاح المنتج في سلوكيات المتعلمين.
٢- استخدام استراتيجيات ما وراء المعرفة لتنمية الكفاح المنتج لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية.
٣- توظيف استراتيجية مقترحة قائمة وقياس أثرها على تنمية مهارات الكفاح المنتج والفهم العميق ، ومهارات اتخاذ القرار لدى تلاميذ المرحلة الاعدادية.
٤- توظيف استراتيجية مقترحة قائمة على المهام وبيان أثرها على تنمية الكفاح والفشل المنتج .

المراجع

أولاً : المراجع العربية:

أبو الرايات ، علاء المرسي حامد، (٢٠٢٠). فاعلية برنامج تدريبي مقترح قائم على برامج الهندسة التفاعلية في تنمية الاستيعاب المفاهيمي ومهارات التفكير التخيلي لدى الطلاب المعلمين شعبة الرياضيات، مجلة العلوم التربوية، جامعة القاهرة، كلية الدراسات العليا للتربية،مج (٢٨) ، ع (١)، ٥٩-١٤٧.

أبو سارة ، عبد الرحمن محمد صادق، (٢٠٢٠)، استخدام برامج الحاسوب التفاعلية لتنمية دافعية طلبة الصف العاشر الأساسي في فلسطين نحو تعلم الرياضيات، مجلة القراءة والمعرفة ، الجمعية المصرية للقراءة والمعرفة ، كلية التربية ، جامعة عين شمس، ٧٥، ٢٣٠-١٢٦.

أبو عمشة ، خالد حسين، (٢٠٢٠). استراتيجية (ZPD) zone of proximal development منطقة (التطور/ التنمية) القريبة وتوظيفها في فصول تعليم العربية للناطقين بغيرها، متاح على الرابط : https://daleel-ar.com/home/mod/forum/discuss.php?d=168

أحمد ، إيمان سمير حمدي ، (٢٠٢٠). فاعلية إستراتيجية توليفية قائمة على استراتيجيتي الأصابع الخمسة والرؤوس المرقمة لتنمية التحصيل والفهم العميق والاتجاه نحو العمل الجماعي في الرياضيات باللغة الإنجليزية لدى تلاميذ الصف الثالث الإبتدائي ، مجلة البحث

العلمي في التربية، كلية البنات للآداب والعلوم التربوية، جامعة عين شمس، ٢١ (٧) ، ٣٨٦ ـ ٤٢٨.

آدم، مرفت محمد كمال محمد ، توظيف التعليم المتمايز من خلال الكتاب الإلكتروني في تدريس الهندسة لتنمية المستويات التحصيلية العليا ومهارات التواصل الرياضي والفهم العميق لدى طلاب الصف الثاني الإعدادي، ملة تربويات الرياضيات ،الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٠(٤)، ١٢٩-١٧٦.

إسماعيل، محمد ربيع. (٢٠٠٠م): اثر استخدام نموذج التعليم البنائي في تدريس المفاهيم الرياضية على التحصيل وبقاء أثر التعلم والتفكير الإبداعي في الرياضيات لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي. مجلة البحث في التربية وعلم النفس، كلية التربية، جامعة المنيا، المجلد الثالث عشر العدد الثالث.

بهرام، أمينة، (٢٠٢٢). صعوبات تعلم مادة الرياضيات "الجبر والهندسة" لدى تلاميذ مرحلة التعليم المتوسط من وجهة نظر أساتذة الرياضيات: دراسة ميدانية لعينة من أساتذة الرياضيات في مرحلة التعليم المتوسط، مجلة دراسات إنسانية واجتماعية، جامعة وهران٢ محمد بن أحمد،الجزائر، ١١(١)،٣٦٣-٣٨٠.

جابر ، جابر عبد الحميد ،(٢٠٠٣). الذكاءات المتعددة والفهم : تنمية وتعميق ، القاهرة : دار الفكر.

الجهني ، منصور بن مصلح ، (٢٠٢٠). أثر استخدام برنامج جيوجبرا في تنمية البراعة العلمية الرياضية في مادة الرياضيات لطلاب الصف الثالث المتوسط بمدينة الرياض، مجلة التربية الخاصة والتأهيل،مؤسسة التربية الخاصة والتأهيل، ١٠(٣٧)،١١٣-١٦٩.

الجهوري، ناصر على محمد (٢٠١٢) ، ديسمبر. فاعلية استراتيجية الجدول الذاتي . K . W . L H في تنمية الفهم العميق للمفاهيم الفيزيائية ومهارات ما وراء المعرفة لدى طلاب الصف الثامن الأساسي بسلطنة عمان. دراسات عربية في التربية وعلم النفس – السعودية. ع ٣٢، ج ١.الجزء الثاني.١١-٥٨.

حسين ، عبير بنت سليمان ماجد، (٢٠٢٠)، فاعلية برنامج تدريبي في تنمية مهارات استخدام برمجيات الرياضيات التفاعلية "برمجية جيوجبرا Geogebra ومايكروسوفت ماث Microsoft Math" في التدريس والاتجاه نحوها لدى معلمات الرياضيات، مجل العلوم التربوية والنفسية ، المركز القومي للبحوث في غزة، ٤(٥)،٩١-١٣٤.

الحنان، أسامة محمود محمد محمد ، (٢٠٢٠). الدمج بين استراتيجيتي حدائق الأفكار وشكل البيت الدائري في تنمية الفهم العميق للرياضيات والتمثيل الرياضي لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، مجلة تربويات الرياضيات ، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٣ (٥) ، ٢٣٤-٢٩٤.

الحوراني ، شادي سليمان، (٢٠١٩)، أثر استخدام برمجية جيوجبرا GeoGebra في تنمية البرهان الرياضي لدى طلبة الصف العاشر الأساسي في محافظة مأدبا، رسالة ماجستير ، كلية العلوم التربوية ، جامعة الشرق الأوسط، ١-٩٩.

زنقور ، ماهر محمد صالح ، (٢٠١٨). التفاعل بين تجزيل المعرفة الرياضياتية والنمط المعرفي (لفظي / تخيلي) والسعة العقلية لتنمية الفهم العميق في الرياضيات لدى طلاب الصف الأول الثانوي، مجلة تربويات الرياضيات، المجلد (٢١) ، ع (١) ، الجزء الأول ، ٨١-١٦٩.

زيتون، كمال ، (٢٠٠٢). تدريس العلوم للفهم رؤية بنائية، القاهرة : عالم الكتب.
سراج ، سوزان حين، (٢٠١٧). أثر استخدام إستراتيجية الدعائم التعليمية في تنمية التحصيل ومهارات الفهم العميق في مادة العلوم لدى تلاميذ الصف الأول الإعدادي، مجلة كلية التربية، جامعة كفر الشيخ ، كلية التربية ، ٧٣٠-٨١٦.
السيد ، انتصار محمد ، (٢٠٢٠). فعالية استخدام دورة التغذية الراجعة التكوينية المصاحبة للتقويم من أجل التعلم في تدريس مقرر التفكير العلمي لطلاب كلية العلاج الطبيعي في تنمية الفهم العميق ومهارات التنظيم الذاتي لديهم، المجلة التربوية ، جامعة سوهاج – كلية التربية ، ٧٠٥-٧٦٩.
الشيخ ، مصطفى محمد و النسور ، إبراهيم يوسف إبراهيم محمد و السيد ،يوسف السيد عبد الحميد ، (٢٠٢١) . فاعلية استراتيجية قائمة على الذكاء الناجح لتنمية الفهم العميق في الفيزياء لدى طلاب المرحلة الثانوية، مجلة كلية التربية ، جامعة كفر الشيخ – كلية التربية ، ع ١٠١، ١٨٩-٢١٠.
الشيخي، هاشم بن سعيد أحمد ، (٢٠١٦)، مستوى القدرة على حل المشكلات الرياضية في فرعي الأعداد والهندسة لدى طلاب الصف الثالث الثانوي، رسالة التربية وعلم النفس، جامعة الملك سعود - الجمعية السعودية للعلوم التربوية والنفسية،ع ٥٤ ، ١٠٩-١٢٩.
طلبة ، إيهاب جودة أحمد ، (٢٠٠٩). أثر التفاعل بين استراتيجية التفكير التشابهي ومستويات تجهيز المعلومات في تحقيق الفهم المفاهيمي وحل المسائل الفيزيائية لدى طلاب الصف الأول الثانوي، المؤتمر العلمي الثالث عشر - التربية العلمية المعلم والمنهج والكتاب دعوة للمراجعة، الجمعية المصرية للتربية العلمية، مصر ، ١٠٩-١٨٩.
الظاهر ، وجيه، (٢٠٢٢). نبذة عن برنامج الجيوجبرا ،متاح على الرابط : https://sites.google.com/site/computerineducation471554/jywjbra/sitecomputerineducation471554jywjbraaboutgeogebra
عبر البر، عبد الناصر محمد عبد الحميد ، (٢٠١٩). نموذج تدريسي مقترح قائم على نظرية التعلم المستند للدماغ لتنمية الفهم العميق للرياضيات ومهارات ما وراء المعرفة لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي، مجلة كلية التربية ، كلية التربية ، جامعة المنوفية ، ٣٤(١)، ١٠٠- ١٥١.
العطاس، أسماء عمر علي، (٢٠١٩). أثر استخدام برنامج جيوجبرا GeoGebra على تنمية مهارات التعلم الموجه ذاتياً والتحصيل في الرياضيات لطالبات الصف الأول الثانوي بجدة، مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات ، ٢٣(٥)، ٥٤-٧٥.
العطاس، أسماء عمر علي، (٢٠٢٠)، أثر استخدام برنامج جيوجبرا GeoGebra على تنمية مهارات التعلم الموجه ذاتيا والتحصيل في الرياضيات لطالبات الصف الأول الثانوي بجدة ، مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٣(٥)، ٥٤-٧٥.
عون ، علي، (٢٠١٧). الكشف عن صعوبة تعلم الرياضيات لدى تلاميذ السنة الرابعة ابتدائي بمدينة الأغواط، مجلة العلوم النفسية والتربوية، ٣(٣)، ٢٧٩- ٢٩٥.

الغامدي، إبراهيم محمد علي ، (٢٠١١). أثر استخدام اللوحة الهندسية Geoboardفي تدريس هندسة المتجهات على بقاء أثر التعلم لطلاب الصف الثاني ثانوي طبيعي، عالم التربية، المؤسسة العربية للاستشارات العلمية وتنمية الموارد البشرية ، س ١٢، ع ٣٦، ص ص ٣٧٥-٤٦٦.

فتوح، أماني،(٢٠٠٨).أثر استخدام برنامج الرسم الهندسي في اكتساب مفاهيم التحويلات الهندسية لدى تلاميذ الصف التاسع. (رسالة ماجستير غير منشوره). جامعة صنعاء، اليمن.

قطب ، هاشم حمدي محمد علي ، (٢٠١٩) . فاعلية التعلم المخلط المعزز ببرنامج الجيوجبرا في تنمية مهارات النمذجة الرياضية لحل المشكلات التطبيقية لدى طلاب الصف الأول الثانوي، ٧٥ (٣) ، ج٢ ، ٧١٣-٧٣٠.

لبد، حسين جميل محمد ، (٢٠١٧) . أثر استخدام برنامج الجيوجبرا "Geogebra" على تحصيل طلاب الصف الحادي عشر علمي في مادة الرياضيات ومهارات التفكير البصري بمحافظة غزة،رسالة ماجستير ، غير منشورة ، كلية التربية ، جامعة الأزهر ، غزة.

مرسال، اكرامي محمد،(٢٠١٧)، تصميم انشطة اثرائية في ضوء احدى برمجيات الرياضيات التفاعلية برمجية الجيوجبرا Geo Gebra واستخدامها في اكساب تلاميذ المرحلة الابتدائية المعرفة الرياضية المفاهيمية والاجرائية ،مجلة دراسات عربية في التربية وعلم النفس ،العدد (٨١)،١٧-٤٧.

منصور، عثمان ناصر محمود، (٢٠١٣).الصعوبات التي تواجه طلبة كلية التربية في اكتساب مفاهيم و مهارات الهندسة المستوية و هندسة التحويلات من وجهة نظرهم، رسالة الخليج العربي، مكتب التربية العربي لدول الخليج، السعودية ، ٣٤ (١٢٩)،٤٥-٧٣.

النذير، محمد عبدالله،(٢٠١٤)، معيقات استعمال معلمي الرياضيات برمجية الجيوجبرا(Geo Gebra) في تدريس طلاب المرحلة الثانوية بمدينة الرياض وفقا لآراء المعلمين، مجلة تربويات الرياضيات بمصر، العدد(١٧)،٦-٣٦ .

هلال ، سامية حسنين عبد الرحمن ، (٢٠٢٠). فاعلية إستراتيجية تعليمية مقترحة باستخدام برمجية جيوجبرا "Geogebra" لتنمية البراعة الرياضية لدى تلاميذ الصف الثالث الإعدادي، مجلة تربويات الرياضيات، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٣(٩)، ٩٣-١٢٨.

ويكيبيديا ،الموسوعة الحرة ، (٢٠٢٢) ، جيوجبرا، متاح على الرابط : https://ar.wikipedia.org/wiki/%D8%AC%D9%8A%D9%88%D8%AC%D8%A8%D8%B1%D8%A7

ثانياً: المراجع الأجنبية:

Adams, D. & Hamm, M. (2008). Helping students who struggle with math and science: A collaborative approach for elementary and middle schools. Lanham, MD: Rowman & Littlefield Education.

Angela T. Barlow, Natasha E. Gerstenschlager, Jeremy F. Strayer, Alyson E. Lischka, D. Christopher Stevens, Kristin S. Hartland, and J.

Christopher Willingham, (2018) . "Scaffolding for Access to Productive Struggle," Mathematics Teaching in the Middle School 23, no. 4: 202–207;

Barlow, A.T.; Gerstenschlager, N.E. ; Strayer, J.F. ; Lischka, A.E.; Stephens, D.C.; Hartland, K.S. and Willingham, J.C.(2018). Scaffolding for access to productive struggle. Mathematics Teaching in the Middle School, 23(4):202–207.

Benning, Isaac, (2021). Enacting Core Practices of Effective Mathematics Pedagogy with GeoGebra, Mathematics Education Research Group of Australasia, Inc, Vol 23.2, 101-127.

Bjork, R. A. (1994). Memory and metamemory considerations in the training of human beings. In J. Metcalfe & A. Shimamura (Eds.), Metacognition: Knowing about knowing (pp. 185-205). Cambridge, MA: MIT Press.

Boaler, Jo,(2016). Mathematical Mindsets: Unleashing Students' Potential through Creative Math, Inspiring Messages and Innovative Teaching (San Francisco: Jossey-Bass.

Boston, M. D. and Smith, M. S. (2009). Transforming secondary mathematics teaching: Increasing the cognitive demands of instructional tasks used in teachers' classrooms. Journal for Research in Mathematics Education, 40(2), 119-156.

Bucci, D. (2014). Distance education, disciplinary environments and deep learning: A quantitative exploration of faculty instruction. Doctor of Education, North Carolina State University.

Calder, N., Brown, T., Hanley, U., & Darby, S. (2006). Forming conjectures within a spreadsheet environment. Mathematics Education Research Journal, 18(3), 100-116.

Capon, N., & Kuhn, D. (2004). What's so good about problem-based learning? Cognition & Instruction, 22, 61-79.

Carter, S. (2008). Disequilibrium & Questioning in the Primary Classroom: Establishing routines that help students learn. Teaching Children Mathematics, 15(3), 134-138.

Common Core State Standards.(2019) Standards for mathematical practice. http://www.corestandards.org/Math/Practice/, Accessed: 2019-01-30.

Crystal Kalinec-Craig, (2017). "The Rights of the Learner: A Framework for Promoting Equity through Formative Assessment in

Mathematics Education," Democracy and Education 25, no. 2: article 5

Fawcett, L. M., & Gourton, A. F. (2005). The effects of peer collaboration on children's problem-solving ability. British Journal of Educational Psychology, 77, 157-169.

Franke, M. L, Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Understanding teaching and classroom practice in mathematics. In Frank K. Lester, Jr. (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp.225-256). Charlotte,NC: NCTM.

Goldenberg, P.E; Mark, J.; Kang , J.; Fries, M.; Carter, C.J. and Cordner, T., (2015). Making Sense of Algebra: Developing students' habits of mind. Portsmouth: Heinemann Dedicated to teacher.

Goldman, S. R. (2009). Explorations of relationships among learners, tasks, and learning. Learning and Instruction, 19, 451-454.

Granberg, Carina, (2016). Discovering and addressing errors during mathematics problem-solving—A productive struggle?, The Journal of Mathematical Behavior, 42, 33-48.

Gray, Erin, (2019). Productive Struggle: How Struggle in Mathematics can Impact Teaching and Learning (Unpublished M.phil dissertation), The Ohio State University.

Heaton, R. M. (2000). Teaching mathematics to the new standards: Relearning the dance. New York: Teachers College Press.

Hiebert , James and Grouws, Douglas, (2007). "The Effects of Classroom Mathematics Teaching on Students' Learning," in Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning: A Project of the National Council of Teachers of Mathematics, ed. Frank K. Lester Jr. (Charlotte, NC: Information Age,)

Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, discourse, and students' learning in second-grade arithmetic. American Educational Research Journal, 30(2), 393-425.

Hiebert, J., & Wearne, D. (2003). Developing Understanding through Problem Solving. In H. L. Schoen & R. I. Charles (Eds.), Teaching Mathematics through Problem Solving: Grades 6-12. Reston, VA: NCTM.

Hoffman, B., Breyfogle, M. L., & Dressler, J. A. (2009). The Power of Incorrect Answers. Mathematics Teaching in the Middle School, 15(4), 232-238.

Hohenwarter, M., & Lavicza, Z. (2017). Mathematics teacher development with ICT: towards an International GeoGebra Institute. Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics. 27(3):49-54.

Inagaki, K., Hatano, G., & Morita, E. (1998). Construction of mathematical knowledge through whole-class discussion. Learning and Instruction, 8, 503-526.

Kahan, J. A., & Schoen, H. L. (2009). Visions of problems and problems of vision: Embracing the messiness of mathematics in the world. Journal for Research in Mathematics Education, 34(2), 168-178.

Kapur, M.,(2010). Productive failure in mathematical problem solving. Instr. Sci., 38, 523–550.

Kapur, M. (2016). Examining productive failure, productive success, unproductive failure, and unproductive success in learning. Educational Psychologist, 51(2), 289-299.

Kazemi, E., & Stipek, D. (2001). Promoting Conceptual thinking in Four Upper- Elementary Mathematics Classrooms. The Elementary School Journal, 102(1 (Sep., 2001)), 59-80.

Kulm, G., Capraro, R. M., & Capraro, M. M. (2007). Teaching and learning middle grades mathematics with understanding. Middle Grades Research Journal, 2(1), 23-48.

Lampert, M. (2001). Teaching problems and the problems with teaching. New Haven, CT: Yale University Press.

Lynch, S.D.; Hunt, J.H.; Lewis, K.E., (2018). Productive struggle for all: Differentiated instruction. Math. Teach. Middle Sch., 23,194–201.

Ministry of Education, Science and Sports. (2007). Teaching syllabus for mathematics. Accra, Ghana: Ministry of Education, CRDD, Available at: https://mingycomputersgh.files.wordpress.com/2013/01/ghana-mathematics-syllabus-jhs-1-3.pdf

Murawska, J.M.,(2018). Seven billion people: Fostering productive struggle. Math. Teach. Middle Sch. 2018, 23, 208–214.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). Principles & Standards for School Mathematics. Reston: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), (2014). Principles to Actions: Ensuring Mathematical Success for All; NCTM: Reston,VA, USA, .

Pasquale, Marian, (2016). Productive struggle in mathematics. Interactive STEM.

Powerful Learning , (2022). Deep Understanding, Available at : https://powerfullearning.com/deeper-understanding/

Roble, D.B, (2017). Communicating and valuing students' productive struggle and creativity in calculus. The Turkish Online Journal of Design, Art and Communication, 7(2):255–263.

Sararose D. Lynch, Jessica H. Hunt, and Katherine E. Lewis, (2018). "Productive Struggle for All: Differentiated Instruction," Mathematics Teaching in the Middle School 23, no. 4: 194–201

Sherman, H. J., Richardson, L. I., & Yard, G. J. (2009). Teaching Learners who Struggle with Mathematics: Systematic Intervention and Remediation (2nd ed.). New Jersey: Allyn & Bacon.

Smith, M.S., (2000). Redefining success in mathematics teaching and learning. Math. Teach. Middle Sch., 5, 378–382.

Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. American Education Research Journal, 33(2), 455- 488.

The Education Hub , (2018). SCIENCE OF LEARNING / OVERVIEW How to promote deep understanding in your classroom, 1-8, Available at: https://theeducationhub.org.nz/wp-content/uploads/2018/06/How-to-promote-deep-understanding-in-your-classroom.pdf.

Townsend, B., Lannin, J. K., & Barker, D. D. (2009). Promoting Efficient Strategy Use. Mathematics Teaching in the Middle School, 14(9), 542-547.

Udi, E., Aizikovitsh & Radakovic, N., Teaching probability by using geogebra dynamic tool and implemanting critical thinking skills, Procedia - Social and Behavioral Sciences, 46 , 4943 – 4947.

Utami, W, Sumarmi, Ruja, N & Utaya, S. (2016). React (Relating, Experiencing, Applying, Cooperative, Transferring) Strategy to Develop Geography Skills, Journal of education and practice, 7 (17), 100-104.

Warshauer, H. K. (2011). The role of productive struggle in teaching and learning middle school mathematics (Unpublished dissertation). The University of Texas at Austin, Austin, TX.

Warshauer, Hiroko K.,(2014). "Productive Struggle in Middle School Mathematics Classrooms," Journal of Mathematics Teacher Education 18, no. 4 (2014): 375–400;

Warshauer, H. K. (2015a). Productive struggle in middle school mathematics classrooms. Journal of Mathematics Teacher Education, 18(4), 375-400.

Warshauer, H. K. (2015b) Strategies to support productive struggle. Mathematics Teaching in the Middle School, 20(7), 390-393.

Wiggins, G. & McTighe, J. (2005): Understanding by Design, 2nd Edition, Alexandria, VA: Association for Supervision and curriculum Development.

Willis, J. (2010). Learning to love math: Teaching strategies that change student attitudes and get results. Alexandria, VA: Association for Supervision and Curriculum Development.

Yeung, B. (2009, September 10). Kids master mathematics when they're challenged but supported: Math test scores soar if students are given the chance to struggle. Retrieved on December 29, 2009 , from www.edutopia.org/math- underachieving-mathnext-rutgers-newark#

Yorganci,S.(2018). A study on the viewa of Graduate Students on the use of Geogebra in mathematics Teaching, Europran, Journal of Education Studies, 4(8),pp.63-79.

Zaslavsky, O. (2005). Seizing the opportunity to create uncertainty in learning mathematics. Educational Studies in Mathematics, 60(3), 297-321.

Zeybek, Z. (2016). Productive struggle in a geometry class. International Journal of Research in Education and Science, 2(2), 396–415.

Zirbel, E., (2006). Teaching to promote deep understanding and instigate conceptual change, Bulletin of the American Astronomical Society, Vol. 38, available .