طريقة تتابع الأسابيع لجدولة الدوري باستخدام برمجة الأعداد الصحيحة الخطية والتطبيق على الدوري السعودي للمحترفين

خالد موسى الطاسان
قسم التحليل الكمي- كلية إدارة الأعمال
جامعة الملك سعود- المملكة العربية السعودية
kaltassan@ksu.edu.sa

أهمية الدراسة:

تكمن أهمية هذه الدراسة في الناحيتين الأكاديمية والتطبيقية، فمن الناحية الأكاديمية تظهر أهميتها في استخدام الأدوات العلمية لبحوث العمليات وبالذات البرمجة الخطية للأعداد الصحيحة في المساهمة في حل الإشكاليات التي تواجه المنافسات الرياضية ومنها جدولة النشاط الرياضي الموسمي بشكل علمي غير قابل للتحيز، وكذلك في معرفة حالات إضافية (غير معتادة) يمكن استخدام بحوث العمليات فيها والذي يعد إضافة في هذا المجال مما سيؤدي إلى إفادة الباحثين والدارسين لبحوث العمليات التطبيقية. ومن الناحية التطبيقية فتتجلى أهمية هذه الدراسة في مساعدة الاتحاد السعودي لكرة القدم ممثلاً في اللجنة الفنية المسؤولة عن جدولة المباريات الدورية في وضع جدول مباريات للدوري السعودي لكرة القدم يتلافى كثيراً من الإشكاليات والشكاوى (السلبيات) التي تلازم جدولة دوري كرة القدم سنوياً، والعمل على تعزيز الإيجابيات ليصبح جدول مباريات الدوري السعودي لكرة القدم أكثر كفاءة وفاعلية ويسهم في تحقيق الأهداف المرجوة والرفع من مستوى الرضا والثقة في جدولة دوري كرة القدم.

1. مشكلة الدراسة:

تعتبر عملية جدولة مباريات الموسم الرياضي من أكثر العمليات أهمية لأي نشاط رياضي وذلك لأن طريقة تصميم جدول المباريات الموسمي تؤدي إلى بعض التأثيرات في نجاح أو فشل الموسم الكروي، ومنها:

1. **تأثير سلبي أو إيجابي على الأداء الفني للفرق الكروية:** حيث أن توالي المباريات القوية مثلاً يؤدي بلا شك إلى تأثير سلبي على الجهد المبذول لأي فريق كما أنها تؤدي إلى زيادة إحتمال الإصابات نتيجة لفقد الكثير من اللياقه البدنية، وكذلك يمكن ان تؤدي الى الحصول على البطاقات الملونة (الإيقافات) والتي قد تمنع الفريق من الإستفادة من خدمات لاعب أو أكثر في المباريات اللاحقة. وعلى العكس من ذلك فإن التنوع في قوة المباريات المتتالية (مقابلة فريق قوي فنياً في مباراة ثم ضعيف فنياً في المباراة التالية) لأي فريق سيكون لها تأثير إيجابي سيؤدي إلى تلافي الإشكاليات السابقة.

كما أن توالي إقامة مباريات الفريق خارج ملعبه (أرضه) واستمرار سفر الفريق بشكل متتالي سيؤدي إلى إنهاك الفريق بدنياً مما يؤثر على اللياقه البدنية وانعكاسه سلباً على الأداء الفني للفريق. وعلى النقيض من ذلك فإن توالي إقامة مباريات أي فريق على ملعبه وخارج ملعبه بشكل أسبوعي سيخفف من مشقة السفر والذي بدوره سيساعد الفريق على تقديم أداء فني أفضل وفي الوقت نفسه يحقق العدالة بين الفرق.

2. تأثير على الحضور الجماهيري للمباريات: حيث يعتبر الحضور الجماهيري للمباريات أحد الركائز الأساسية لنجاح أي موسم كروي، فإقامة أكثر من مباراة قوية في يوم واحد سيفقد الدوري متابعته من قبل الجماهير الرياضية لتشتتها في متابعة المباريات. كما أن عدم إقامة مباريات كل أسبوع أو أسبوعين كحد أقصى في بعض المدن لفرقها سيضعف من رغبة وحماس الجماهير وسيؤدي كذلك إلى خمول في النشاط الكروي وخاصة في المدن التي تمثل بفريق واحد.

3. تأثير إقتصادي: فيما يخص نقل المباريات فضائياً أو متابعتها حضورياً في الملعب فعند إقامة أكثر من مباراة قوية في يوم واحد فإن هذا سيؤدي إلى إنخفاض عدد المتابعين لكل مباراة مما يؤدي إلى ضعف العائد المادي المقابل لنقل المباريات فضائياً ومتابعتها حضورياً وبالمثل إقامة مباريات ضعيفة في أسبوع واحد سيؤدي إلى نفس التأثير السلبي مادياً.

وبالرغم من كل هذا، إلا أن هذا الموضوع لم يلق الاهتمام الكافي في الوطن العربي نتيجةً إما لعدم إدراك القائمين على جدولة المباريات الكروية بانعكاساتها على نجاح الموسم الكروي، أو لعدم معرفتهم بإمكانية الوصول الى جدول دوري يتلافى تلك التأثيرات السلبية ويعظم التأثيرات الايجابية على الرغم من إمكانية الاستفادة من المتخصصين علمياً في المساهمة في هذه الجدولة. كذلك لا نغفل دور الباحثين العرب في عدم اهتمامهم بهذا الموضوع على غرار نظرائهم في بقية دول العالم وخاصة العالم الغربي.

ونظراً إلى الشكاوى المعتادة في كل موسم كروي من سؤ جدولة الدوري السعودي لكرة القدم فقد جاءت هذه الدراسة لبحث إمكانية عمل جدول كروي مثالي يساعد في الرفع من مستوى الرضا والثقة لجميع الأطراف ويحقق الأهداف الفنية والاقتصادية التالية:

- ضمان إقامة مباراة قوية أسبوعياً (تسمى مباراة الأسبوع) تستقطب المشاهدين محلياً وخارجياً مما يعزز من رغبة القنوات التلفزيونية الفضائية في المنافسة على نقل المباراة والذي سيعزز من زيادة العائد المادي للدوري، وضمان أن يكون مستوى مباريات الأسبوع الأخير في كل دور هو الأقوى وبالتالي سيؤدي إلى الرفع من مستوى المتابعة وزيادة الإثارة والرفع كذلك من مستوى العائد المادي.
- العدالة في إقامة مباريات كل فريق على أساس توالي المباريات المقامة على ملعبه وخارج ملعبه، وبالتالي تخفيض مشقة السفر وأثرها على أي فريق يضطر للعب أكثر من مباراة متتالية خارج ملعبه والذي يؤدي إلى انخفاض المستوى الفني للفريق.
- ضمان إقامة مباراة واحدة كل أسبوعين متتاليين في المدن الممثلة بفريق واحد ومباراة واحدة على الأقل كل أسبوع في المدن الممثلة بفريقين أو أكثر لضمان استمرارية إقامة المباريات في هذه المدن وعدم انقطاعها مما يزيد من حرص الجماهير الرياضية على الحضور والمتابعة.
- العدالة في توزيع المباريات بين الفرق على أساس قوة المباراة (قوة الفريق المقابل) على مدار الموسم فأي فريق يلعب مباراة قوية في أي أسبوع يلعب مباراة سهلة في الأسبوع التالي.

2. أدبيات الدراسة:

أثار عدد كبير من المتخصصين موضوع الجدولة الرياضية لجميع الألعاب الرياضية فخلال العقود الثلاث الماضية ظهرت أهمية الدراسات الخاصة بإيجاد الحلول المثلى لجدولة المباريات وقد تم استخدام برمجة الأعداد الصحيحة الخطية Integer Linear Programming (ILP) أو البرمجة المقيدة Constraint Programming (CP) أو أسلوب ميتاهيورستك Metaheuristic approach وغير ذلك من الطرق أخرى.

وقد ركزت غالبية الدراسات على هدفين أساسيين هما هدف تخفيض فترات القطع Break Minimization وهدف تخفيض مسافات السفر Distance Minimization. فقد قام De Werra [1] و [2] باستخدام نظرية الرسوم Graph Theory لتطوير جدولة للمباريات لها خصائص معينة مثل أقل عدد من مرات القطع على أساس الترتيب في مباريات الذهاب والإياب حيث يُعرف القطع بأنه إقامة مباراتين متتاليتين أو أكثر في أرض الفريق أو إقامة مباراتين متتاليتين أو أكثر خارج أرض الفريق. كما قام Shreuder [3] بتصميم جدول زمني لمباريات الدوري الألماني لكرة القدم والتي يمكن فيها تخفيض عدد الاستراحات كذلك. أما Russel & Leung [4] فقد قاما بتطوير جدول يخص دوري كرة القاعدة لولاية تكساس والتي تتوافق مع الطاقة الاستيعابية للملعب وبعض القيود الزمنية وذلك بهدف تخفيض تكاليف السفر. كما صمم Nemhauser & trick [5] جدولاً لدوري كرة السلة في الساحل الأطلسي آخذين في الاعتبار بعض المتطلبات المتعارضة والرغبات المطلوبة باستخدام برمجة الأعداد الصحيحة الخطية (ILP). واستخدم Urban & Russell [6] برمجة الأهداف للأعداد الصحيحة Integer Goal Programming لإيجاد الجدول الأمثل عندما تكون المنافسة ضمن أكثر من وسيلة Multiple venues، إلا أن هذه الطريقة لم تستطع إيجاد الجدول الأمثل عندما يكون عدد الفرق أكثر من 10. واستخدم Trick [7] البرمجة المقيدة Constraint Programming لإيجاد جدولة للمباريات بدون أن يأخذ في الاعتبار مباريات الذهاب والإياب ثم استخدم برمجة الأعداد الصحيحة الخطية لتحديد مباريات الذهاب والإياب.

وكتطبيق لإستخدام خليط من بعض الطرق الاستدلالية Heuristics في مرحلة وبرمجة الأعداد الصحيحة الخطية في مرحلة أخرى فقد قام Briskorn et al [8] بجدولة مباريات الدوري الألماني والدوري النمساوي. ولجدولة مباريات الدوري البلجيكي فقد قام Goossens, Spieksma [9] باستخدام برمجة الأعداد الصحيحة الخطية آخذين في الاعتبار بعض القيود مثل رغبات الفرق الرياضية والشرطة وشركات النقل التلفزيوني والاذاعي وقد وُضع هذا الجدول موضع التطبيق في موسمي 2006-2007 و 2007-2008. كذلك قام Briskorn, Drexl [10] باستخدام برمجة الأعداد الصحيحة الخطية لدراسة أثر مختلف القيود الواقعية على الحل الأمثل ومنها المباريات التي لا يمكن أن تُجدول لإنشغال ملعب المباراة بأحداث أخرى مما يحدد عدد المباريات في منطقة معينة ويقلل من فعالية التوازن في الجدولة. كما قام Hoshino, Kawarabayashi [11] باستخدام طريقة أقصر الطرق (Shortest Path Problem) بهدف تخفيض مسافة السفر لدوري نيبون لكرة القاعدة للمحترفين في اليابان Nippon Professional Baseball بشرط ضمان العدالة والتوازن في الجدول وقد استطاعا تخفيض أكثر من 25% من المسافة الإجمالية المطلوبة لسفر الفرق الرياضية. واستخدم Briskorn, Drexl [12] وسيلة لاقرانج Lagrangian approach للحصول على الحد الأدنى لتخفيض التكاليف في ظل عدم توفر الملاعب لإنشغالها بمناسبات أخرى أو منع إقامة المباريات في فترات زمنية معينة.

وللأسف فتفتقر الأبحاث العربية لأبحاث تختص بتطبيقات بحوث العمليات في المجال الرياضي وجدولة مناسباته.

وبناء على ماسبق فهذه الدراسة سوف تعرض طريقة لجدولة مباريات دوريات كرة القدم باستخدام البرمجة الخطية للأعداد الصحيحة وكذلك نتائج تطبيق تلك الطريقة لجدولة مباريات الدوري السعودي للمحترفين.

3. النموذج الرياضي:

يقوم نظام الدوري على أساس مباريات من دورين (ذهاب وإياب لكل فريق مع جميع الفرق الأخرى) والذي يُعرف باسم Double Round Robin Tournament (DRRT) حيث يوجد $(2n\text{-}2)$ جولة في الدوري أو $(n\text{-}1)$ في الدور الواحد، وتتم مباريات كل جولة خلال اسبوع، وعدد المباريات يساوي $2c_2^n$ فإذا لعب الفريق i مع الفريق j في مباراة الذهاب (على ملعب i) في الجولة k حيث أن $k<n$ فإن مباراة الإياب تكون في ملعب j في الجولة $k+n\text{-}1$. أما نموذج الدراسة فيقوم على أساس تكبير قوة مجموع المباريات في كل جولة.

الرموز المستخدمة فى الدراسة:

N: مجموعة الفرق المتنافسة وتحتوي على عدد n من الفرق.

x_{ij}: ترمز إلى المباراة المقامة بين الفريق i والفريق j حيث $i,j\in N$ و $i\neq j$.

a_{ij}: ترمز إلى القوة الفنية للمباراة المقامة بين الفريق i والفريق j حيث $i,j\in N$ و $i\neq j$.

b_{ij}: ترمز إلى القوة الجماهيرية للمباراة المقامة بين الفريق i والفريق j حيث $i,j\in N$ و $i\neq j$.

u_{ij}: ترمز إلى قوة المباراة المقامة بين الفريق i والفريق j حيث $i,j\in N$ و $i\neq j$.

R_l: مجموعة الفرق الواقعة في النطاق الجغرافي لمدينة l والتي تحتوي على عدد $(r_l \geq 2)$ فريق حيث $r_l \in R_l$ و $R_l \subseteq N$.

S: مجموعة الفرق القوية فنيا وتحتوي على عدد s فريق حيث $s\in S$ و $S\subseteq N$. وهي الفرق التي تحتل صدارة التصنيف الصادر من اتحاد الكرة المعني.

W: مجموعة الفرق غير القوية فنيا وتحتوي على عدد w فريق حيث $w\in W$ و $W\subseteq N$. وهي الفرق التي تتذيل التصنيف الصادر من اتحاد الكرة المعني.

تعريف 3.1 المباراة القوية:

تعرف المباراة القوية بأنها المباراة المقامة بين فريقي i و j حيث $i,j\in S$.

تعريف 3.2 المباراة الضعيفة:

تعرف المباراة الضعيفة بأنها المباراة المقامة بين فريقي i و j حيث $i,j\in W$.

3.1. دالة الهدف:

حيث أن الهدف هو تكبير قوة المباريات بين الفرق ولأننا نرغب في تزايد القوة لمباريات الدوري أسبوعياً عن الأسابيع السابقة حتى يكون مستوى مباريات الأسبوع الأخير في كل دور هو الأقوى وبالتالي سيؤدي إلى الرفع من مستوى المتابعة الجماهيرية وزيادة الإثارة والرفع كذلك من مستوى العائد المادي للنقل التلفزيوني للمباريات ومن حضور المشجعين للمباريات. فإن دالة الهدف للأسبوع الأخير ستأخذ الشكل التالي:

$$Max\ z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} u_{ij}x_{ij} \quad \forall i \neq j \text{ and } i, j \in N \tag{1}$$

حيث يتم حساب قوة المباراة u_{ij} إعتماداً على القوة الفنية a_{ij} والقوة الجماهرية b_{ij} للمباراة المقامة حسب المعادلة التالية: في حين ان القيمة v تعكس الوزن النسبي للقوة الفنية للمباراة و القيمة $(1-v)$ تعكس الوزن النسبي للقوة الجماهيرية للمباراة :

$$u_{ij} = va_{ij} + (1-v)b_{ij}, \quad \forall i \neq j \text{ and } i, j \in N \text{and } v \in [0,1] \tag{2}$$

3.2. شروط تنظيم جدول أمثل:

أولاً: عدد المباريات الأسبوعية:

حيث أن عدد الفرق المشاركة n فإن عدد المباريات كل أسبوع (جولة) يساوي n/2 وذلك لضمان استمرارية المنافسة وإنهاء كل فريق نفس عدد المباريات بنهاية كل جولة. والقيد رقم (3) التالي يمثل هذا الشرط:

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = n/2 \quad \forall i \neq j \text{ and } i, j \in N \tag{3}$$

كما أن هذا يعني أن كل فريق سيلعب مباراة واحدة فقط سواء كانت على ملعبه أم على ملعب الخصم، ويمكن تمثيل ذلك بالقيد رقم (4) التالي:

$$\sum_{i=1, i\neq h}^{n} x_{ih} + \sum_{j=1, j\neq h}^{n} x_{hj} = 1 \quad \forall h = 1, 2, \ldots, n \text{ and } i, j \in N \tag{4}$$

ثانياً: إقامة مباراة كل أسبوع في المدن المشاركة بفريقين أو أكثر:

إذا كان عدد الفرق في أي مدينة l أكثر من فريق فلابد من إقامة مباراة واحدة على الأقل في هذه المدينة كل أسبوع (جولة) لضمان المتابعة الجماهيرية للمباريات في هذه المدينة وعدم انقطاعها والذي سيفعل من المتابعة الجماهيرية الراغبة في حضور المباريات في الملعب. فإذا كان عدد الفرق أكثر من فريق وليكن r_l في مدينة l، فيمكن إقامة عدد (r_l-1) مباراة على الأكثر أو مباراة واحدة على الأقل في الأسبوع الواحد على ملعب المدينة l حتى نضمن استمرارية إقامة المباريات في هذه المدينة، ويمكن تمثيل هذا بالقيدين رقم (5) و (6) التاليين:

$$\sum_{i\in R_l}^{r_l}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq r_l - 1 \quad \forall i \neq j \text{ and } i, j \in N \tag{5}$$

$$\sum_{i\in R_l}^{r_l}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \geq 1 \quad \forall i \neq j \text{ and } i, j \in N \tag{6}$$

ثالثاً: إقامة مباراة قوية أسبوعياً:

ولضمان إقامة مباراة قوية أسبوعياً (مباراة الأسبوع) والتي تتصف بالقوة الفنية والمتابعة الجماهيرية مما يعزز من حرص القنوات الفضائية على نقل هذا النوع من المباريات والذي يرفع من العائدات المادية للدوري، فيمكن تمثيل ذلك طبقا للتعريف 3.1 بالقيد التالي:

$$\sum_{i\in S}^{n}\sum_{j\in S}^{n} x_{ij} \geq 1 \quad \forall i \neq j \text{ and } i, j \in S \tag{7}$$

ولضمان تحقق القيد رقم (7) يجب توافر عدد s من الفرق المصنفة بالقوية، بناءً على التصنيف المعتمد من قبل اتحاد الكرة المعني بتنظيم الدوري حيث تصنف الفرق التي تحتل صدارة التصنيف بالفرق القوية، بحيث يجب أن يكون عدد المباريات المقامة بين تلك الفرق القوية يساوي على الأقل عدد أسابيع الدوري؛ ويمكن تمثيل ذلك بالمتباينة رقم (8). كما يمكن تحقيق العلاقة بين عدد الفرق القوية s والعدد الاجمالي للفرق المتنافسة n في (9).

$$c_2^s \geq (n-1) \tag{8}$$

$$s(s-1) > 2(n-1) \tag{9}$$

بناءً على ما سبق فيمكن كتابة نموذج البرمجة الخطية للأعداد الصحيحة لكل أسبوع والذي تكون فيه قوة المباريات في أعلى قيمة لها كما هو موضح في (10) التالي:

$$\left.\begin{aligned}
&Max\, z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} u_{ij}x_{ij} \quad \forall i \neq j \text{ and } i, j \in N \\
&s.t. \\
&\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = n/2 \quad \forall i \neq j \text{and } i, j \in N \\
&\sum_{i=1, i\neq h}^{n} x_{ih} + \sum_{j=1, i\neq h}^{n} x_{hj} = 1 \quad \forall h = 1, 2, \ldots, n \text{ and } i, j \in N \\
&\sum_{r\in R_l}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \leq r_l - 1 \quad \forall i \neq j \text{ and } i, j \in N \\
&\sum_{r\in R_l}\sum_{j=1}^{n} x_{ij} \geq 1 \quad \forall i \neq j \text{ and } i, j \in N \\
&\sum_{i\in S}\sum_{j\in S}^{n} x_{ij} \geq 1 \quad \forall i \neq j \text{ and } i, j \in S \\
&x_{ij} = \{0, 1\} \forall i, j
\end{aligned}\right\} \tag{10}$$

رابعاً: العدالة في توزيع مباريات كل فريق على أساس توالي المباريات المقامة على ملعبه وخارج ملعبه:

لتحقيق العدالة في إقامة المباريات على ملعب كل فريق، ولتقليل مشقة السفر المتوالي للفرق والتي تلعب خارج ملعبها أكثر من مباراة ويعطيها فرصة للاستراحة بعد كل مباراة خارج ملعبها، فأي فريق لعب على ملعبه في أي أسبوع k لا يلعب على ملعبه في الأسبوع السابق $k\text{-}1$ ويكون ذلك بإضافة هذا القيد للفريق i في مباريات الأسبوع السابق:

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 0 \quad \forall i \neq j \text{ and } i, j \in N \tag{11}$$

و يمكن تحقيق هذا القيد (11) بطريقة أخرى من خلال حذف جميع المباريات الخاصة بالفريق (i) من الصيغة الرياضية لذلك الأسبوع. والحالة نفسها لأي فريق لعب خارج ملعبه في أي أسبوع فيلعب على ملعبه في الأسبوع السابق. كما أن هذا القيد يضمن لعب مباريات الفرق المشاركة في الدوري؛ الممثلة للمدن المشاركة بفريق واحد؛ مباراة كل أسبوعين في ملعبها.

خامساً: العدالة في توزيع المباريات بين الفرق على أساس قوة المباراة (قوة الفريق المقابل):

لتحقيق العدالة في توزيع المباريات بين الفرق على أساس القوة الفنية للمباراة (مجموع القوة الفنية للفريقين المتنابلين) على مدار الموسم؛ فأي فريق يلعب مباراة مع أحد الفرق المصنفة من ضمن الفرق القوية في أي أسبوع يلعب مباراة مع أحد الفرق المصنفة من ضمن الفرق غير القوية في الأسبوع التالي والعكس صحيح ويكون ذلك بإضافة قيد يحقق ذلك. فإذا كان الفريق j قد لعب مباراة قوية على ملعبه في أي أسبوع فيفضل أن يلعب مباراة غير قوية خارج ملعبه في الأسبوع السابق كالتالي:

$$\sum_{w \in W} x_{wj} = 1 \quad \forall i \neq j \; and \; i, j \in N \; and \; W \subseteq N \qquad (12)$$

وإذا كان الفريق j قد لعب مباراة غير قوية على ملعبه في أي أسبوع فيلعب مباراة قوية خارج ملعبه في الأسبوع السابق كالتالي:

$$\sum_{s \in S} x_{sj} = 1 \quad \forall i \neq j \; and \; i, j \in N \; and \; S \subseteq N \qquad (13)$$

مع ملاحظة أن هذا القيد يتحقق في البداية ولكن بعد مرور بعض الأسابيع يظهر لنا أن المسألة غير ممكنة الحل (Infeasible) لأن بعض الفرق تكون قد استنفدت خياراتها حيث أن هذا القيد يعد أحد القيود التي يمكن عدم تحقيقها أحياناً (soft constraint)؛ وهنا يمكن من تصحيح الوضع في ذلك الأسبوع والتنازل عن هذا القيد لبعض الفرق ثم العودة مرة أخرى لنفس القيود في الأسابيع التالية.

4. منهجية الحل:

ترتكز منهجية الحل المقترحة لجدولة الدوري على حل النموذج الرياضي المقترح لتحديد مباريات الاسبوع الاخير k من المرحلة الأولى ثم حل النموذج مرة أخرى لتحديد مباريات الأسبوع قبل الاخير k-1 وهكذا. ويمكن تلخيص الخطوات الرئيسية للمنهجية المقترحة فيما يلي:

1. حساب متوسط القوة الفنية والجماهيرية لجميع الفرق المشاركة اعتماداً على الترتيب المعتمد للفرق واحصائيات الحضور الجماهيري من قبل اتحاد الكرة المعني بتنظيم الدوري للموسم السابق؛ ومن ثم حساب قوة المباراة u_{ij}.
2. تحديد مجموعة الفرق القوية S وكذلك مجموعة الفرق الضعيفة W.
3. تحديد $k=n-1$ حيث k يمثل رقم الأسبوع.
4. حل النموذج (10) لتحديد مباريات الأسبوع k.
5. خفض قيمة k بحيث $k=k-1$
6. احذف جميع المتغيرات x_{ij} حيث $x_{ij}=1$ في الأسبوع اللاحق k من النموذج (10).
7. أضف القيود رقم (11) و (12) و(13) إلى النموذج (10).

8. اذا كانت $k=1$، توجه الى الخطوة رقم 11.

9. حل النموذج الناتج بعد تنفيذ الخطوة رقم 6.

10. إذا كان الحل أمثل توجه الى الخطوة رقم 5. وإذا كان الحل غير أمثل قم بالتنازل (حذف) عن بعض قيود رقم (11) أو رقم (12) ورقم (13) والتوجه الى الخطوة رقم 8.

11. المباريات المتبقية x_{ij} تعتبر مباريات الأسبوع الاول.

ويوضح الشكل رقم (1) الخطوات التنفيذية للطريقة المقترحة.

5. جدولة الدوري السعودي للمحترفين باستخدام الطريقة المقترحة:

تم استخدام طريقة الحل المقترحة لحل مشكلة جدول الدوري السعودي للمحترفين لكرة القدم باستخدام البرمجة الخطية للاعداد الصحيحة وبرنامج WinQSB. يعرض هذا الجزء خصائص الدوري السعودي للمحترفين وتحليل لنتائج تطبيق الطريقة المقترحة ومقارنة جدول الدوري المقترح بالجدول المعتمد للعام 2018/2017م.

5.1. الدوري السعودي للمحترفين:

يقام الدوري السعودي للمحترفين، على دورين متماثلين (مرآة)، ويتكون كل دور من 13 أسبوعاً حيث يشترك 14 فريقاً موزعين على مدن المملكة المختلفة. ثلاث منها في مدينة الرياض واثنان في كل من جدة وبريدة والدمام والمجمعة وفريق واحد في كل من الأحساء وحفر الباطن والمدينة المنورة. ومن اجل حساب القوة الفنية للفرق فقد تم استخدام نتائج الفرق في الموسم السابق 2017/2016م كمؤشر للقوة الفنية بمنح الفريق الحاصل على المركز الأول 14 نقطة و13 نقطة لصاحب المركز الثاني وهكذا. وتم استخدام نتائج الحضور الجماهيري حسب احصائيات رابطة دوري المحترفين السعودي [13] لتمثيل القوة الجماهيرية للفرق وذلك بمنح الفرق الأكثر جماهيرية 14 نقطة، كفرق الهلال والأهلي والنصر والاتحاد، وبعض الفرق متوسطة الجماهيرية 7 نقاط، كفرق الرائد والشباب، في حين حصلت الفرق صاحبة الجماهيرية الأقل على 4 نقاط، كفرق الفيحاء وأحد. كما تم تعريف قوة المباراة (u_{ij}) على أنها مزيج من القوة الفنية للفرق المتقابلة والقوة الجماهيرية لهما. وتم تحديد هذا المزيج (في هذه الدراسة) باستخدام المعادلة التالية:

قوة المباراة (u_{ij}) = (*متوسط القوة الفنية للفريقين + متوسط القوة الجماهيرية للفريقين*) ÷ 2،

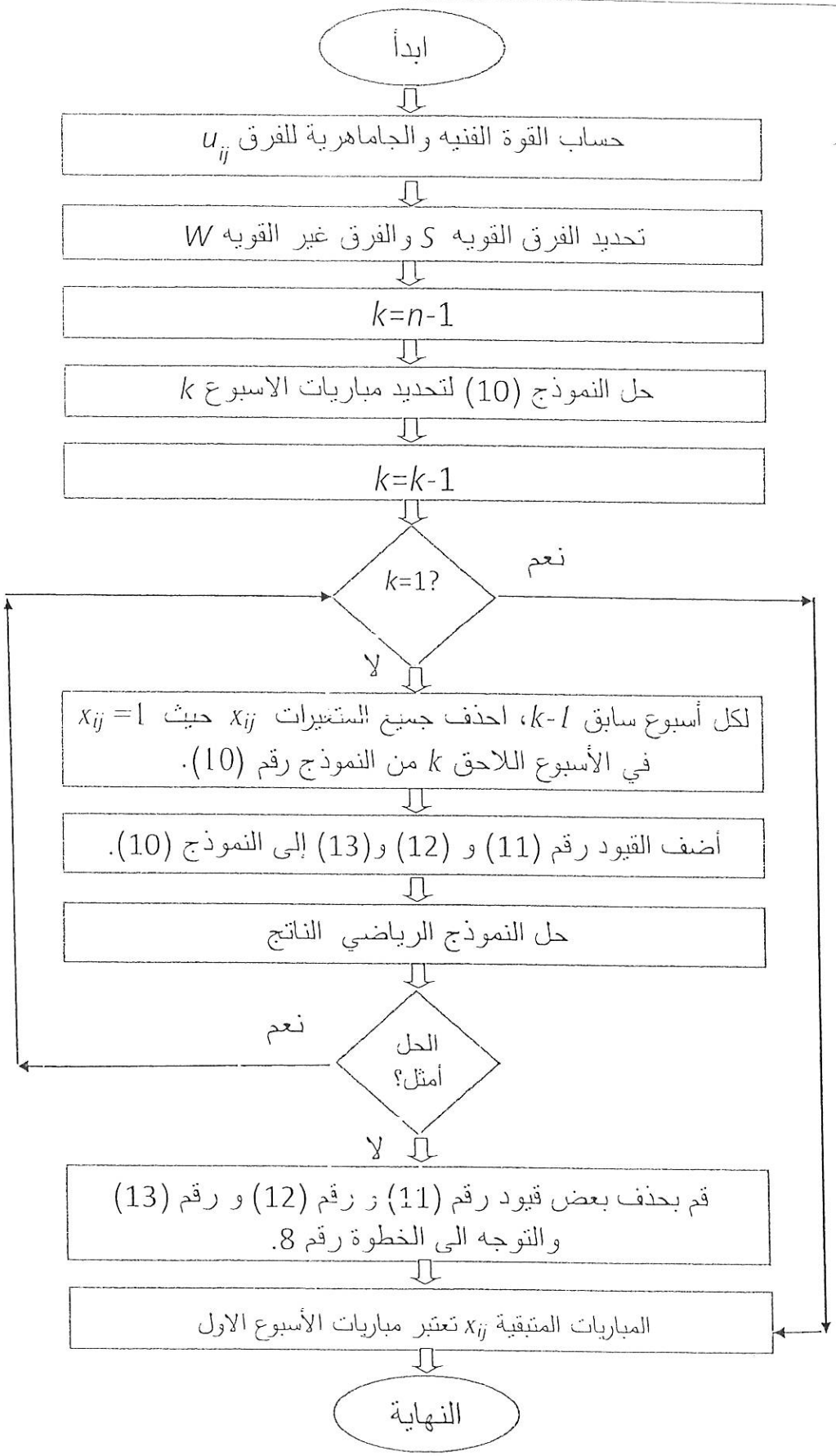
حيث متوسط القوة الفنية للفريقين = (القوة الفنية للفريق i + القوة الفنية للفريق j) ÷ 2،

ومتوسط القوة الجماهيرية للفريقين = (القوة الجماهيرية للفريق i + القوة الجماهيرية للفريق j) ÷ 2.

ويوضح الجدول رقم (1) نتائج تطبيق تلك المعادلة مع ملاحظة أن القوة الفنية والجماهيرية ثابتة في أي من الملعبين.

5.2. تحليل النتائج:

يعرض جدول رقم (2) جدول مباريات الدوري السعودي الناتج من تطبيق الطريقة المقترحة، في حين يعرض الجدول رقم (3) جدول المباريات المعتمد المعتمد في الدوري السعودي للمحترفين لكرة القدم لعام 2018/2017م. كما يُظهر العمود الأول لكل أسبوع مباريات الفرق على أن الفريق الذي يلعب على أرضه يظهر رقمه أولاً، ويُظهر العمود الثاني قوة المباراة بناء على معطيات الجدول رقم (1). كما يبين الجدول رقم



شكل رقم (1) الخطوات التنفيذية للطريقة المقترحة

جدول رقم (1): يمثل القوة الفنية والجماهيرية المقترحة في الجدول المعتمد للمباريات.

	الهلال	الأهلي	النصر	الاتحاد	الرائد	الشباب	التعاون	الفتح	الفيصلي	القادسية	الاتفاق	الباطن	الفيحاء	أحد
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
الهلال	0	27.5	27	26.5	22.5	22	21.5	21	20.5	20	19.5	19	17	16.5
الأهلي	27.5	0	26.5	26	22	21.5	21	20.5	20	19.5	19	18.5	16.5	16
النصر	27	26.5	0	25.5	21.5	21	20.5	20	19.5	19	18.5	18	16	15.5
الاتحاد	26.5	26	25.5	0	21	20.5	20	19.5	19	18.5	18	17.5	15.5	15
الرائد	22.5	22	21.5	21	0	16.5	16	15.5	15	14.5	14	13.5	11.5	11
الشباب	22	21.5	21	20.5	16.5	0	15.5	15	14.5	14	13.5	13	11	10.5
التعاون	21.5	21	20.5	20	16	15.5	0	14.5	14.5	13.5	13	12.5	10.5	10
الفتح	21	20.5	20	19.5	15.5	15	14.5	0	13.5	13	12.5	12	10	9.5
الفيصلي	20.5	20	19.5	19	15	14.5	14.5	13.5	0	12.5	11.5	11	9.5	9
القادسية	20	19.5	19	18.5	14.5	14	13.5	13	12.5	0	11.5	10.5	9	8.5
الاتفاق	19.5	19	18.5	18	14	13.5	13	12.5	12	11.5	0	10.5	8.5	8
الباطن	19	18.5	18	17.5	13.5	13	12.5	12	11.5	11	10.5	0	8	7.5
الفيحاء	17	16.5	16	15.5	11.5	11	10.5	10	9.5	9	8.5	8	0	5.5
أحد	16.5	16	15.5	15	11	10.5	10	9.5	9	8.5	8	7.5	5.5	0

جدول رقم (2): يمثل جدول الدوري السعودي بناء على النموذج الرياضي المقترح.

الأسبوع الأول	
20.5	*9X1*
16	14X2
18	3X12
20	4X7
14	11X5
11	6X13
13	8X10
112.5	القوة

الأسبوع الثاني	
21.5	*7X1*
9	14X9
20.5	2X8
18.5	11X3
13.5	12X5
20.5	6X4
9	13X10
112.5	القوة

الأسبوع الثالث	
16.5	1X14
16.5	2X13
21.5	*5X3*
14.5	8X7
12	9X11
18.5	10X4
13	12X6
112.5	القوة

الأسبوع الرابع	
17.5	4X12
21	*6X3*
14	7X9
21	*1X8*
19.5	10X2
11.5	13X5
8	14X11
112.5	القوة

الأسبوع الخامس	
21.5	2X6
19	3X10
22.5	*5X1*
13.5	9X8
18	11X4
8	12X13
10	14X7
112.5	القوة

الأسبوع السادس	
16.5	6X5
13	7X11
19	4X9
9.5	8X14
20	*10X1*
18.5	12X2
16	13X3
112.5	القوة

الأسبوع السابع	
19	1X12
21	*4X5*
21	*7X2*
10	8X13
19.5	9X3
13.5	11X6
8.5	14X10
112.5	القوة

الأسبوع الثامن	
20	2X9
25.5	*3X4*
11	5X14
22	6X1
13.5	10X7
12	12X8
8.5	13X11
112.5	القوة

الأسبوع التاسع	
27.5	*1X2*
15.5	4X13
20.5	7X3
15.5	8X5
12.5	9X10
10.5	11X12
10.5	14X6
112.5	القوة

الأسبوع العاشر	
26.5	*3X2*
15	4X14
15	5X9
15.5	6X7
12.5	11X8
11	12X10
17	13X1
112.5	القوة

الأسبوع الحادي عشر	
26.5	*1X4*
19	2X11
16	7X5
20	8X3
9.5	9X13
14	10X6
7.5	14X12
112.5	القوة

الأسبوع الثاني عشر	
15.5	3X14
26	*4X2*
14.5	5X10
15	6X8
19.5	11X1
11.5	12X9
10.5	13X7
112.5	القوة

الأسبوع الثالث عشر	
27	*1X3*
22	2X5
15.5	7X12
19.5	8X4
14.5	9X6
11.5	10X11
5.5	14X13
115.5	القوة

(2) وجود مباراة أسبوعية تستحق مسمى مباراة الأسبوع (تظهر باللون الأسود المائل) والتي تستقطب متابعة الجماهير ومتابعة القنوات الفضائية حيث تتزايد قوة مباراة الأسبوع أسبوعياً بشكل تصاعدي في جدول المباريات

المقترح عن مباراة الأسبوع في جدول المباريات المعتمد، جدول رقم (3)، والذي تزيد فيه القوة الفنية لهذه المباراة حيناً وتنقص حيناً آخر. وفي الوقت نفسه، فإن الأسبوع الأخير من الدوري يضم أقوى المباريات حسب الجدول المقترح حيث تساوي قوة مبارياته 115.5 نقطة مقابل 112.5 نقطة لمباريات نفس الأسبوع في الجدول المعتمد لعام 2018/2017م.

جدول رقم (3): يمثل جدول الدوري السعودي للمحترفين المعتمد للعام 2018/2017م.

الأسبوع الأول	
14.5	*8X7*
17	1X13
14.5	10X5
19	11X2
17.5	4X12
10.5	14X6
19.5	9X3
112.5	القوة

الأسبوع الثاني	
21.5	*7X1*
15	5X9
20.5	2X8
7.5	12X14
18.5	3X11
14	6X10
15.5	13X4
112.5	القوة

الأسبوع الثالث	
11.5	11X10
15.5	8X5
13	*6X12*
19	9X4
10.5	13X7
16.5	1X14
26.5	2X3
112.5	القوة

الأسبوع الرابع	
26.5	*4X1*
18.5	12X2
9.5	14X8
16	3X13
13.5	11X6
12.5	10X9
16	5X7
112.5	القوة

الأسبوع الخامس	
12	12X8
20	7X4
5.5	13X14
21	6X3
12	9X11
20	1X10
22	*2X5*
112.5	القوة

الأسبوع السادس	
13.5	8X10
15	4X14
10.5	11X12
21.5	6X2
9.5	9X13
20.5	3X7
22.5	*5X1*
113	القوة

الأسبوع السابع	
9	10X13
16.5	5X6
15.5	14X3
12.5	8X11
14	7X9
19	1X12
26	*2X4*
112.5	القوة

الأسبوع الثامن	
8.5	13X11
18.5	4X10
13.5	12X5
20	9X2
27	*3X1*
15	6X8
10	7X14
112.5	القوة

الأسبوع التاسع	
14	11X5
16.5	2X13
13.5	10X7
19.5	8X4
22	*1X6*
9	14X9
18	12X3
112.5	القوة

الأسبوع العاشر	
11	10X12
8	14X11
21.5	*5X3*
20.5	4X6
10	13X8
21	7X2
20.5	9X1
112.5	القوة

الأسبوع الحادي عشر	
11	13X6
11	5X14
25.5	*3X4*
19.5	2X10
12.5	12X7
14	8X9
19.5	1X11
113	القوة

الأسبوع الثاني عشر	
11.5	5X13
20	3X8
11.5	9X12
15.5	6X7
18	11X4
8.5	14X10
27.5	*1X2*
112.5	القوة

الأسبوع الثالث عشر	
14.5	6X9
8	13X12
21	*4X5*
19	10X3
13	7X11
21	*8X1*
16	14X2
112.5	القوة

من خلال تحليل بيانات جدول رقم (2) والذي يمثل جدول مباريات الدوري السعودي الناتج من تطبيق الطريقة المقترحة يتضح أفضليته عن جدول المباريات المعتمد في الدوري السعودي للمحترفين لكرة القدم لعام 2018/2017م، جدول رقم (3)، من ناحية العدالة في إقامة مباريات كل فريق على أساس توالي المباريات المقامة على ملعبه وخارج ملعبه، وبالتالي تخفيض مشقة السفر وأثرها على أي فريق يضطر للعب أكثر من مباراة متتالية خارج ملعبه والذي يؤدي إلى انخفاض المستوى الفني للفريق. فيتضح من الجدول رقم (4) إقامة مباريات كل فريق على ملعبه وخارج ملعبه، مع ملاحظة أنه بمقارنة جدول الدوري المقترح مع الجدول المعتمد لعام 2018/2017م فإن التكرار في توالي المباريات على أحد الملعبين أقل في الجدول المقترح عن الجدول المعتمد كما في جدول (4) حيث يوجد 28 تكراراً في الجدول المقترح مقابل 38 تكراراً في جدول الدوري المعتمد في المجمل في حين أن التكرارات لكل فريق تتراوح بين 1 إلى 3 تكرارات في جدول المباريات المقترح مقابل 1

إلى 4 تكرارات في جدول المباريات المعتمد. كما يوجد أربعة فرق ليس لديها أي تكرار على ملاعبها (صفر تكرار) وخمسة فرق ليس لديها أي تكرار خارج ملاعبها في الجدول المقترح مقابل فريق واحد ليس لديه أي تكرار على ملعبه وفريقين ليس لديهما أي تكرار خارج ملعبهما في جدول المباريات المعتمد. مع ملاحظة أن بعض التكرارات في جدول الدوري المعتمد عبارة عن تكرار 3 مباريات متتالية لبعض الفرق داخل ملعبها أو خارج ملعبها في حين لا تتجاوز تكرار المباريات في جدول مباريات الدوري المقترح عن مباراتين متتاليتين فقط. علماً أن التكرار لإقامة بعض مباريات الفرق على ملعبها أو خارج ملعبها مباريتين متتاليتين في جدول المباريات المقترح ناتج لاستنفاد الخيارات لبعض الفرق نتيجة لجدولة المباريات في الأسابيع اللاحقة مما أدى إلى التنازل عن القيود الخاصة بهذا الشرط.

جدول رقم (4): يمثل عدد المباريات المتتالية التي يلعبها الفريق على ملعبه أو خارج ملعبه.

الجدول المقترح:

الفريق	على ملعبه	خارج ملعبه	المجموع
1	1	2	3
2	0	2	2
3	0	2	2
4	2	0	2
5	0	2	2
6	1	0	1
7	1	1	2
8	2	1	3
9	1	0	1
10	1	2	3
11	2	1	3
12	1	0	1
13	0	1	1
14	2	0	2
	14	14	28

الجدول المعتمد:

الفريق	على ملعبه	خارج ملعبه	المجموع
1	1	0	1
2	1	1	2
3	1	1	2
4	0	2	2
5	* 2	1	3
6	3	** 1	4
7	1	2	3
8	1	1	2
9	1	0	1
10	1	3	4
11	1	2	3
12	2	2	4
13	2	1	3
14	2	2	4
	19	19	38

*: تكرار الذهاب 3 مرات في الأسبوع 10، 11، 12

**: تكرار الإياب 3 مرات في الأسبوع 9، 10، 11

وبمقارنة كلا الجدولين رقم (5) ورقم (6) يتضح أن جدول مباريات الدوري المقترح، جدول رقم (5)، أفضل من جدول مباريات الدوري المعتمد لعام 2018/2017م؛ جدول رقم (6)، من حيث ضمان إقامة مباراة أو أكثر على ملاعب مدن الرياض وجدة وبريدة والدمام والمجمعة والتي تمثل بفريقين أو أكثر باستثناء الأسبوع الأول لمدينة بريدة في حين أن جدول الدوري المعتمد لعام 2018/2017م، جدول رقم (6)، يظهر إقامة أكثر من مباراة في بعض الأسابيع وعدم إقامة أي مباراة في أسابيع أخرى لنفس المدن. فمثلاً لا تقام أي مباراة في الرياض في الأسبوع العاشر في حين تقام 3 مباريات في الرياض في الأسبوع 12 ولا تقام أي مباراة في جدة في نفس الأسبوع. أما في بريدة فلا تقام أي مباراة في الأسبوع الأول والثالث والتاسع، وكذلك لا تقام أي مباراة في الدمام في الأسبوع الثاني والخامس والثامن والحادي عشر، وفي المجمعة لا تقام أي مباراة في الأسبوع الرابع والسابع والتاسع. أما بالنسبة للفرق الأخرى في مدن الأحساء وحفر الباطن والمدينة المنورة فإن توالي المباريات على ملاعبها أفضل في الجدول المقترح عن الجدول المعتمد لعام 2018/2017م. مع ملاحظة أن جدول الدوري يقام من دورين فإن مباريات الدور الأول ستكون صورة العكس (مرآة)، اين ان المباريات التى ستقام على ملعب فريق ما في الدور الاول سوف تقام مثيلتها في نفس الاسبوع المقابل ولكن على ملعب

الخصم. وبذلك ستتكرر نفس نتائج الدور الاول في الدور الثاني لكلا من جدول المباريات المقترح وجدول المباريات المعتمد لعام 2018/2017م.

أخيراً فإن الطريقة المقترحة تظهر عدالة أفضل لمصلحة الجدول المقترح من حيث إقامة مباراة لكل فريق مع فريق منافس مصنف ضمن الفرق القوية في أسبوع ومع فريق مصنف ضمن الفرق غير القوية في الأسبوع الذي يليه. أي أن الجدول المقترح يدعم عدم اقامة سلسلة مباريات قوية لفريق ما في أسابيع متتالية وكذلك عدم اقامة سلسلة مباريات ضعيفة لفريق ما في أسابيع متتالية، مما يعزز توزيع المباريات القوية على مدة المنافسة بشكل عادل لجميع الفرق، والذي لم يُراعَ تنفيذه في جدول مباريات الموسم المعتمد لعام 2018/2017م. ومن الملاحظ أن هذا الأمر يظهر جلياً في الأسابيع الأخيرة مقارنة بالأسابيع الأولى وذلك عائد لاستنفاد الخيارات المتاحة مما يؤدي إلى التنازل عن القيود الخاصة بهذا الشرط حتى لا نحصل على حل غير ممكن (Infeasible) وخاصة أن الطريقة المقترحة تبدأ من الأسبوع الأخير ثم الذي قبله وهكذا. بناءً على ترتيب الفرق في الدوري السعودي للمحترفين للعام 2017/2016م فيمكن تقسيم الفرق فنياً إلى مجموعتين، الفرق القوية فنياً وهي صاحبة الأرقام من 1 إلى 7 والفرق الضعيفة فنياً وهي صاحبة الأرقام 8 إلى 14. الجدول رقم (7) يوضح أن الفريق رقم (5) يلعب أربع مباريات ضعيفة خلال خمسة أسابيع مع الفرق الأخيرة في الترتيب حسب نتائج الموسم السابق وذلك في جدول الدوري السعودي للمحترفين 2018/2017م، ويلعب مباريات قوية مع الفرق رقم (2) ورقم (1) في الأسابيع الخامس والسادس. كما يتضح من الجدول رقم (7) أن الفريق رقم (8) يلعب أربع مباريات ضعيفة في أربعة أسابيع متتالية مع فرق متأخرة في القوة الفنية (14، 12، 10، 11) من الأسبوع الرابع إلى الأسبوع السابع. علماً أن الجدول المقترح راعى هذا الأمر حيث تم توزيع المباريات خلال الأسابيع لتقليل إقامة سلسلة من المباريات الضعيفة فنياً أو القوية فنياً لأي فريق. الجدول رقم (7) يوضح أن الفريق رقم (5) لا يوجد لديه تسلسل لمباريات ضعيفة فنياً أو قوية فنياً في الجدول المقترح إلا في الأسابيع 6 و 7 حيث سيلعب مع فرق متأخرة في القوة الفنية وهي الفرق رقم 14 ورقم 13، وكذلك الحال للفريق رقم (8) حيث يوجد لديه تسلسل واحد فقط في الأسابيع 1 و 2 عندما يلعب مع الفريق رقم 12 و الفريق رقم 11 المتأخرين فنياً.

جدول رقم (5): يمثل عدد المباريات المقامة في كل مدينة خلال كل أسبوع للجدول المقترح:

الأسبوع	الرياض	جدة	بريدة	الدمام	المجمعة	الأحساء	حفر الباطن	المدينة المنورة	المجموع
1	2	1	0	1	1	1	0	1	7
2	1	1	1	1	1	0	1	1	7
3	1	1	1	1	1	1	1	0	7
4	2	1	1	1	1	0	0	1	7
5	1	1	1	1	1	0	1	1	7
6	1	1	1	1	1	1	1	0	7
7	1	1	1	1	1	1	0	1	7
8	2	1	1	1	1	0	1	0	7
9	1	1	1	1	1	1	0	1	7
10	2	1	1	1	1	0	1	0	7
11	1	1	1	1	1	1	0	1	7
12	2	1	1	1	1	0	1	0	7
13	1	1	1	1	1	1	0	1	7

جدول رقم (6): يمثل عدد المباريات المقامة في كل مدينة أسبوعيا للجدول المعتمد لعام 2018/2017:

الأسبوع	الرياض	جدة	بريدة	الدمام	المجمعة	الأحساء	حفر الباطن	المدينة المنورة	المجموع
1	1	1	0	2	1	1	0	1	7
2	2	1	2	0	1	0	1	0	7
3	2	1	0	1	2	1	0	0	7
4	1	1	1	2	0	0	1	1	7
5	2	1	1	0	2	0	1	0	7
6	2	1	1	1	1	1	0	0	7
7	1	1	2	1	0	1	0	1	7
8	2	1	1	0	2	0	1	0	7
9	1	1	0	2	0	1	1	1	7
10	0	1	2	1	2	0	0	1	7
11	2	1	1	0	1	1	1	0	7
12	3	0	1	1	1	0	0	1	7
13	1	1	1	1	1	1	0	1	7

جدول رقم (7) يعرض مباريات الفريق رقم (5) والفريق رقم (8):

	مباريات الفريق رقم (5)				مباريات الفريق رقم (8)			
	جدول المباريات المقترح		جدول المباريات المقترح		جدول المباريات المقترح		جدول المباريات المقترح	
الأسبوع	على ملعبه مع فريق رقم	خارج ملعبه مع فريق رقم	على ملعبه مع فريق رقم	خارج ملعبه مع فريق رقم	على ملعبه مع فريق رقم	خارج ملعبه مع فريق رقم	على ملعبه مع فريق رقم	خارج ملعبه مع فريق رقم
13		2		4	4		1	
12	10		13			6		3
11		7	14			3	9	
10	9		3			11		13
9		8		11		5	4	
8	14			12		12		6
7		4	6			13	11	
6		6	1			14	10	
5	1			2		9		12
4		13	7			1		14
3	3			8		7	5	
2		11	9			10		2
1		12		10		2	7	

6. الخلاصة:

في هذا البحث تم عرض طريقة جديدة لجدولة مباريات الدوري مبنية على استخدام برمجة الأعداد الصحيحة وتتابع جدولة أسابيع الدوري من الأسبوع الاخير إلى الأسبوع الأول مروراً بباقي الأسابيع، و تطبيق تلك الطريقة على جدولة الدوري السعودي للمحترفين لكرة القدم. وبمقارنة جدول الدوري الناتج (المقترح) للدوري السعودي للمحترفين مع جدول الدوري للموسم لعام 2018/2017م، فقد تبين أفضليته من حيث ضمان إقامة مباراة قوية كل أسبوع تمثل مباراة الأسبوع، ومن حيث ضمان إقامة مباراة كل أسبوع في ملاعب الفرق المشاركة بفريقين أو أكثر لنفس المدينة، ومن حيث توالي إقامة المباريات على ملاعب الفرق كل أسبوعين كحد اقصى، والعدالة في جدولة المباريات على اساس القوة الفنية للفرق. على أن الجدول المقترح يفتح الأبواب لمعالجة مشاكل جدولة الدوري الكروي عن طريق البحث العلمي للحصول على جدول أمثل يمثل عدالة أفضل ومباريات أقوى تتناسب مع الاستثمارات الكبيرة في دوريات كرة القدم في جميع دول العالم.

المراجع:

[1] de Werra D. Geography, games and graphs. Discrete Applied Mathematics 1980; 2(4): 327–37.

[2] de Werra D. Minimizing irregularities in sports schedules using graph theory. Discrete Applied Mathematics 1982; 4(3): 217–26.

[3] Schreuder JAM. Combinatorial aspects of construction of competition Dutch professional football leagues. Discrete Applied Mathematics 1992; 35(3):301–12.

[4] Russell RA, Leung JMY. Devising a cost effective schedule for a baseball league. Operations Research 1994; 42(4): 614–25.

[5] Nemhauser GL, Trick MA. Scheduling a major college basketball conference. Operations Research 1998; 46(1): 1–8.

[6] Urban TL, Russell RA. Scheduling sports competitions on multiple venues. European Journal of Operational Research 2003; 148(2): 302–11.

[7] Trick MA. Integer and constraint programming approaches for round Robin tournament scheduling. In: Burke E, de Causmaecker P, editors. Proceedings of the fourth international conference on the practice and the theory of automated timetabling. Lecture notes in computer science, vol. 2740. Berlin, Germany: Springer; 2003. p. 63-77.

[8] Bartsch, T., A. Drexl, and S. Kroger. Scheduling the professional soccer leagues of Austria and Germany. Computers & Operations Research 2006; 33, 1907–1937.

[9] Goossens, D. and F. Spieksma. Scheduling the Belgian soccer league. Interfaces 2009; 39, 109–118.

[10] Briskorn D, Drexl A. Integer programming models for round robin tournaments. Computers & Operations Research 2009; 36(3):837–52.

[11] Hoshino, R., Kawarabayashi, K-i. A Multi-Round Generalization of the Traveling Tournament Problem and its Application to Japanese Baseball, European Journal of Operational Research (2011), 215: 481-497.

[12] Briskorn D, Horbach A. A Lagrangian approach for minimum cost single round robin tournaments. Computers & Operations Research 2012; 39(3):718–727.

[13] Saudi Pro League Statistics: http://www.slstat.com/spl20152016ar/attendance.php.