" أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية "

د/ ناصر السيد عبد الحميد عبيدة

- **ملخص البحث** :

هدف البحث الحالي إلي توضيح خطوات استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات، وتقصى أثرها على تنمية مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسائل الجبرية لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. ولتحقيق هدف البحث تم تحليل الأدبيات والدراسات السابقة لوصف متغيرات البحث إجرائيا، مع تحديد مستويات وخطوات استخدام التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات، بالإضافة إلى تحديد مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية ومهارات حل المسائل الجبرية. وتم بناء دليل معلم لتدريس وحدتي: التحليل، والقوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في (ح) بكتاب الرياضيات للصف الثاني الإعدادي: الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ٢٠١٣/٢٠١٤م، كما تم إعداد اختبار في مهارات التفكير الجبري وتضمن مهارات: (استيعاب الأنماط الرياضية، واستخدام الرموز الجبرية، واستخدام التمثيلات الرياضية، ووصف العلاقات الرياضية)، كما تم بناء اختبار المهارات الخوارزمية وتضمن مهارات: (استيعاب الخوارزميات المطلوبة لحل المسألة، وتطبيق الخوارزميات في حل المسألة، وتعديل الخوارزميات الخطأ عند حل المسألة، وتعميم خوارزميات جديدة وتطبيقها)، كما تم إعداد اختبار مهارات حل المسائل الجبرية وتضمن مهارات: (استيعاب المسألة، وتمثيل حل المسالة، وحل المسألة الجبرية، والتحقق من حل المسألة)، تكون كل اختبار من (٤٨) مفردة من نمط اختيار من متعدد وفق جدول مواصفات يربط بين مهارات كل متغير ودروس محتوى الوحدات الدراسية، وتم قياس صدق وثبات ومعاملات الصعوبة، ومعاملات التمييز لكل اختبار لضبط الاختبار ووضعه في صورة قابلة للتطبيق الميداني. واعتمد البحث في تحقيق أهدافه وإجراءاته على المنهج شبه التجريبي تصميم ثنائي (قبلي - بعدي)، وتكونت عينة البحث من مجموعتين تم اختيارهما بطريقة عشوائية: الأولى مجموعة تجريبية وعددها (١٢٧) تلميذا وتلميذة، والثانية مجموعة ضابطة وعددها(١٣١) تلميذا وتلميذة، وتم تعريض كل من تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة لأدوات البحث قبليا، ثم تعريض تلاميذ المجموعة التجريبية للتدريس باستخدام التمثيلات الرياضية، في حين تم تعريض تلاميذ المجموعة الضابطة للتدريس وفق الطريقة المعتادة، وتم تطبيق الأدوات بعديا، وباستخدام برنامج SPSS 16.0 في المعالجات الإحصائية للبيانات كان من أهم نتائج البحث ما يلي: وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري بصفة عامة ومهاراته كل على حدة لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية. وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار المهارات الخوارزمية بصفة عامة والمهارات كل على حدة لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية. وجود فروق ذات دلالة إحصائية عند مستوى ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار حل المسائل الجبرية بصفة عامة ومهاراته كل على حدة لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية. وجود علاقة ارتباطيه موجبة ذات دلالة إحصائية عند مستوى ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري، واختبار المهارات الخوارزمية، واختبار حل المسائل الجبرية. وباستخدام اختبار معادلة قياس حجم الأثر لقياس الدلالة العملية، تبين كبر حجم الأثر،

حيث أتت قيمه في جميع الاختبارات أكبر من الواحد الصحيح، مما يدل على الدلالة العملية للنتائج، ووفقا لنتائج البحث الحالي أمكن استنتاج الأهمية التربوية للمتغير المستقل (استخدام التمثيلات الرياضية) في تدريس الرياضيات وتنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات حل المسائل الجبرية. ووفقا للنتائج السابقة تم صياغة مجموعة من التوصيات أهمها: ضرورة تدريب معلمي الرياضيات على استخدام التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات بصفة عامة، وتدريس الجبر بالمرحلة الإعدادية على وجه الخصوص. بالإضافة إلى ضرورة تخطيط التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية؛ لتنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات حل المشكلة الجبرية.

The effect of using the multi levels of the mathematics representations in the teaching of mathematics on developing algebraic thinking skills, algorithmic skills and algebraic problem solving of prep school students

Dr. Nasser Elsayed Abdulhamed Ebada

Abstract :

The present research aimed to use the multi levels of the mathematics representations in the teaching of mathematics and measure its effects on the development of algebraic thinking skills, Algorithmic skills and Algebraic problem solving of prep school students. To achieve the objective of this research, the perivious literature and studies were reviewed to describe the variables, and determine the steps of using mathematical representations in teaching of mathematics through teaching guide. To measure the dependent variables, the three tests were prepared. The tools of research included three tests: the first is algebraic thinking skills test (mathematics patterns, using algebraic symbols, using mathematical representations, and describing mathematical relationships), and the second is algorithmic skills test (understanding algorithmic, applying algorithmic, correcting algorithmic, and creating algorithmic), and the third is algebraic problem solving test (understanding problem, representing problem solve problem). Each test consisted of 48 multiple-choice items. The validity, reliability, discrimination and difficulty levels were determined. The research depends on the quasi experimental methodology (pre- post) tests, and the sample of this study consisted of two groups selected at randomly: The first group is experimental group (127 pupils), and the second group is control group (131 pupils). Then the students of the experimental group were taught using mathematical representations, while the students of controlled group were taught according to traditional teaching strategies. After the research tools were applied, the most important findings of the study included: There were statistically significant differences at ($\alpha \leq 0,01$) between the scores means of experimental and control groups in the post application of algebraic thinking test in general, and each its skills alone in favor of the experimental group. There were statistically significant differences at ($\alpha \leq 0,01$) between the scores means of experimental and control groups in the post application of test of algorithmic skills in general, and each its skills alone in favor of

the experimental group. There were statistically significant differences at ($\alpha \leq 0,01$) between the scores means of experimental and control groups in the post application of test of algebraic problem solving in general, and each its skills alone in favor of the experimental group. There is a positive, strong and statistically significant relationship at the level of ($\alpha \leq 0, 01$) between the scores of students of the experimental group in the post application of algebraic thinking skills test, algorithmic skills test, and of algebraic problem solving test. Finally the effect size was used to measure the effects of using the mathematical representations in teaching mathematics on developing the algebraic thinking skills, algorithmic skills and algebraic problem solving of prep school students. The effects size estimates shows that the significance of using the mathematical representations. In addition, the effects size shows that the educational importance of the independent variable (the use of mathematical representations) in the teaching of mathematics on the development of algebraic thinking skills, and the development algorithmic skills, and the development of algebraic problem solving. According to the results of this research, there are some of recommendations: training the mathematics teachers in using mathematical representations for teaching mathematics in general, and teaching of algebra at prep school. Also, the mathematics teacher should set the teaching plan for the development of algebraic thinking skills, algorithmic skills, and algebraic problem solving.

- **مقدمة** :

تعد الرياضيات ـ كعلم ـ منهجاً في دراسة الظواهر الطبيعية والاجتماعية من الناحية الكمية، وتهدف الرياضيات المدرسية كمادة محورية إلي بناء منهج في التفكير قائم على المنطق الكمي الممنهج لدى التلاميذ. وتنطلق الرياضيات المدرسية كما يرى تيل (Tall, 2008:7) من كونها تمثيل للعالم الحقيقي الذي يواجه التلميذ في ثلاثة مستويات أو عوالم متكاملة ومتمايزة في ذات الوقت. وتتمثل العوالم الثلاثة وفقاً لما يلي:

- **عالم التجسيد ـ المفاهيمي (Conceptual-Embodied World)، ويتمركز على رؤية وتأمل الأشياء والإحساس بها، ثم تخيلها لبناء صورة ذهنية حولها، والرياضيات المدرسية في هذا العالم معنية بتوضيح التعريفات، واستنتاج الخصائص، واكتشاف العلاقات الرياضية ووصفها، وبناء رؤية صحيحة حول السياق الرياضي ووظيفتها في الحياة.**
- **عالم الإجراءات ـ الرمزية (Perceptual-Symbolic World)، ويرتبط بنمو العالم الأول محدد اللغة برموزها وتعبيراتها المنطقية، وتوظيف هذه اللغة في بناء خوارزميات تدعم حل العديد من المشكلات الرياضية والحياتية، وتجسيد عالم الأفكار الرياضية إلى تطبيق ذهني أو يدوي، والرياضيات المدرسية في هذا العالم معنية بتوظيف التمثيلات الرياضية لبناء نسق رياضي واضح.**
- **عالم البديهية ـ المنهجي(Axiomatic-Formal World)، ويرتبط بتمييز البديهات الرياضية، وتوظيف منهجية البرهان الرياضي في بناء المعرفة**

الرياضية وتطويرها. والرياضيات المدرسية في هذا السياق معنية بالبرهان الرياضي، ونسق البرهان الرياضي ليس بالعملية السهلة، ولكنه يتركب من مكونات تطور علم الرياضيات بما ينعكس على الرياضيات المدرسية. ويمثل البرهان الرياضي مرتكزاً لبناء العقل الإنساني القائم على تقدير العلم، ومواجهة مشكلاته بطريقة علمية، وبدرجة من المخاطرة المحسوبة.

وتمثل الرياضيات المدرسية مجموعة من الأنشطة العقلية التي تهدف إلي بناء العديد من أنماط التفكير الرياضي، التي تساعد على مواجهة العديد من المشكلات الحياتية، هذه الأنماط تختلف باختلاف مجالات الرياضيات، وتمثل مجموعة من الأنشطة العقلية أهمها ما يلي:

- التفسير الرياضي Mathematical Interpreting
- التصور الذهني Mental Visualizing
- التحليل الرياضي Mathematical Analyzing
- التركيب الرياضي Mathematical Synthesizing
- الشرح الكتابي والقرائي الرياضي Mathematical Oral & Written Explaining
- دراسة الفرضيات رياضياً Study Hypothesizing Mathematically
- الاستنتاج الرياضي Mathematical Inferring
- الاستقراء الرياضي Mathematical Deducing
- الحكم والتقدير الرياضي Mathematical Judging & Estimation
- اتخاذ القرار رياضيا Making Decisions Mathematically
- التبرير الرياضي Mathematical Justifying

ويعد الجبر أحد مجالات الرياضيات المدرسية، ينطبق عليه ذات الرؤية السابقة، ويهدف إلى تنمية مهارات التلميذ في توظيف الرموز والأشكال والرسوم في بناء ووصف العلاقات بين الكميات المعلومة، والكميات غير المعلومة وترجمتها بطريقة رياضية. ويشير كلُ من سميث، وجون وطومسون (Smith, John & Thompson, 2007: 8) إلى أن دراسة الجبر ترتبط بتعرف التلميذ الرموز الرياضية وقراءة وكتابة التعبيرات أو المقادير الجبرية، واستخدام العلاقات الرياضية في وصف وتفسير المواقف الحياتية، مع دراسة الدوال التى تمثل علاقات رياضية ذات خصائص محددة يتم استخدامها في وصف المواقف والتنبؤ بها، ويرتبط بذلك العديد من الخوارزميات التي يجب إتقانها من قبل التلاميذ.

كما أوضح أسيلر وآخرون (Isler, et.al, 2014: 110) أهمية تدريس الجبر في مراحل مبكرة، وضرورة التركيز على تنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وحل المسائل الجبرية، خاصة المسائل اللفظية التي تدعم التلاميذ في عمليات الترجمة والتمثيل الرياضي. كما أشار ألتون (Alton,

(2003:51 إلى إمكانية تنمية مهارات التفكير الجبري في الصفوف الأولى (بالمرحلة الابتدائية) بالتكامل بين مجال الأعداد والعمليات عليها ومجال الجبر والعلاقات خلال تركيز عمليات التدريس على مجموعة من الأنشطة أهمها ما يلي:

- تمثيل الأعداد ودراسة العلاقة بينها باستخدام خط الأعداد.
- تمثيل نتائج العمليات الحسابية على خط الأعداد.
- تمثيل العمليات الحسابية باستخدام الرموز والأشكال والصور أو اليدويات.
- دراسة خصائص العمليات الحسابية الأربعة(+، −، ×، ÷)، وتوضيح العلاقات بينها باستخدام التمثيلات الرياضية.
- تدرج استخدام الرموز لتوضيح خصائص العمليات، ثم الانتقال لدراسة المقادير الجبرية، والعلاقات، ثم المعادلات والمتباينات.
- تمييز مجموعات جزئية داخل النظام العددي في مجموعات متدرجة (الأعداد الصحيحة، والأعداد النسبية، والأعداد الحقيقية).
- توصيف وبناء أنماط عددية جديدة، وتوصيف العلاقات بين حدود النمط الرياضي.
- تكامل مجالات الهندسة والقياس الأعداد والعمليات عليها والجبر من خلال تمثيل العمليات الحسابية باستخدام الأشكال الهندسية، وتوصيف العلاقات الرياضية خلال عمليات حساب المحيط والمساحة والقياسات المختلفة.

وأشار كل من سوريس، وبلانتون، وكابيت (Soares, Blanton, Kaput, 2006: 228) إلى أن التفكير الجبري يعد هدف عام لدراسة الجبر، وأن تنميته لدى التلاميذ ضرورة لاستمرارية تعلمه الرياضيات في مراحل متقدمة. كما تتضح أهمية تضمين مهارات التفكير الجبري كأهداف مباشرة خلال مناهج الرياضيات المدرسية خاصة في المراحل الابتدائية، ووجود أنشطة تحفز المعلمين والتلاميذ؛ لتنمية مهارات التفكير الجبري وقياسها عند تخطيط وتنفيذ التدريس في مجال الجبر. وأشار إلى وجود قصور في بعض المناهج الدراسية أوضحتها نتائج الدراسات الدولية المقارنة، وذلك في تضمين مهارات التفكير الجبري بما يصعب تنميتها لدى التلاميذ.

ويوضح كومبفس، وفان دين، وأليكس (Combefis, Van Den, Alexis, 2013:5) أن المهارات الخوارزمية ترتبط بالإجراءات والخطوات المتسلسلة لحل مشكلة وفق خريطة من الخطوات؛ لذا ربما يطلق عليها في بعض الأدبيات مهارات التفكير الإجرائي بطريقة رياضية Procedural Thinking Mathematically، كما ترتبط المهارات الخوارزمية بما يسمى بمسارات التلميذ في بناء التفكير الخوارزمي وفق تتابع رياضي محدد، وتتضمن المهارات الخوارزمية العديد من المهارات منها: تحليل المشكلة الرياضية، وتوقع خرائط الحل وفق

خوارزميات محددة ودقيقة، واستنتاج الحل الدقيق، واستنتاج خوارزمية رياضية قابلة للتعميم في مواقف ومشكلات رياضية أخرى، ودراسة الأخطاء الشائعة في الخوارزميات المستخدمة في حل المسائل الجبرية.

وتتضح أهمية تنمية المهارات الخوارزمية في تدريس الرياضيات، كما حددتها نتائج دراسة تلرزيمه، وثامبي (Tarzimah& Thamby, 2010:147) في كونها ضرورة لتنمية المهارات الرياضية بصفة عامة، وتنمية مهارات التفكير الرياضي بأنماطه ومستوياته المختلفة، كما تعد المهارات الخوارزمية ضرورة لتنمية مهارات حل المشكلة الرياضية؛ حيث أوضحت نتائج الدراسة - التي هدفت إلي دراسة صعوبات حل المشكلات الرياضية - إلى أنه من أهم صعوبات حل المشكلات الرياضية المرتبطة بضرورة تحديد التلميذ لمجموعة من الخوارزميات الضرورية لحل المشكلة، وقد تتطلب بعض المشكلات تعديلات في خوارزميات سابقة، أو إنتاج خوارزميات جديدة.

كما ترتبط مهارات التفكير الجبري، والمهارات الخوارزمية بتنمية مهارات حل المسائل الجبرية كهدف رئيس من أهداف تعليم الجبر، حيث تعد مهارات التفكير الجبري، والمهارات الخوارزمية من المهارات المتطلبة لتنمية مهارات حل المسألة الجبرية، كما أن إتقان التلميذ لمهارات حل المسائل الجبرية بمثابة تدريب على عمليات ومهارات التفكير الجبري، وتدريب على توظيف المهارات الخوارزمية. وتتنوع المسائل الجبرية بتنوع الهدف من تقديمها، فمنها المسائل الجبرية الرمزية ويتم عرضها بصيغة الرموز الرياضية المجردة، والمسائل الجبرية اللفظية ويتم عرضها بصيغة قصصية قد ترتبط بمواقف حياتية حقيقية. وتمثل المسائل الجبرية هدفا في حد ذاتها يمكن من خلالها تنمية العديد من المهارات الجبرية منها قراءة وكتابة الرموز، وقراءة وكتابة المقادير الجبرية والتعبيرات الرياضية، وترجمة الصيغ اللفظية في المسائل المقدمة إلى صيغ جبرية يمكن معالجتها، كما أنها تمثل نشاطا رياضيا عقليا يمكن توظيفها في تنمية مهارات التفكير الجبري (Kerry, et.al, 2007:164).

وحول أهمية تنمية مهارات حل المسألة الجبرية حدد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات (National Council of Teacher of Mathematics: NCTM, 2010: 2) بكونها تؤدي دوراً مهما في الرياضيات المدرسية، وأن المسألة الرياضية ترتبط بالمجال الرياضي الذي تصاغ خلاله. وتمثل المسائل الجبرية خاصة اللفظية مدخلا مهما في تنمية الترابطات الرياضية في الرياضيات المدرسية بصفة عامة، وفي الجبر على وجه الخصوص، كما تدعم وظيفية الرياضيات المدرسية التي تمكن من استيضاح أهمية الرياضيات لدى التلاميذ. ويمكن توضيح وظيفة حل المسائل الجبرية على النحو التالي:

- ترسيخ وظيفة الرياضيات المدرسية وأهميتها بالنسبة للتلاميذ.

- تدعم تنمية المهارات العليا في التفكير لدى التلاميذ.
- يمكن خلالها تنمية إطار مفاهيمي في الرياضيات لدى التلاميذ.
- تعمل على تكامل المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية.
- تساعد معلم الرياضيات في تقييم تعلم التلاميذ.
- تساعد معلم الرياضيات في تحديد صعوبات التعلم في الرياضيات لدى التلاميذ.
- تدعم بناء استراتيجيات متنوعة لحل المسائل الرياضية خاصة في صيغتها الحياتية.
- ترتبط مهارات حل المسألة الجبرية بمهارات عديدة في التفكير واتخاذ القرار.
- تدعم ترابط الأفكار الرياضية لدى التلاميذ.
- تفتح مجال بناء مهارات التلاميذ في استخدام الرياضيات.
- توجه التلاميذ نحو استخدام مهارتهم الرياضية العقلية والأدائية بطريقة عملية.
- تنمي مهارات جمع البيانات ودراستها وتوظيفها في بناء معرفة رياضية جديدة.
- تعطي فرصة للتلاميذ للتعامل مع مصادر تعليمية متعددة ومتنوعة تقليدية وتكنولوجية.

وبتحليل بعض الدراسات السابقة لدراسة واقع تنمية مهارات التفكير الجبري، وواقع تنمية المهارات الخوارزمية، وواقع تنمية مهارات حل المسألة الجبرية، وما يرتبط بكل منها من تحديات بصفة عامة، وتحديات ترتبط باستراتيجيات تدريس الجبر لتنمية كل منها تبين ما يلي:

هدفت دراسة ساتوشي (Satoshi, 2014: 64) إلى تقييم مستوى تلاميذ الصف التاسع بالمدارس اليابانية في مهارات التفكير الجبري، وتكونت عينة الدراسة من (١٥٤) تلميذا وتلميذة، وأشارت نتائج الدراسة إلى وجود تدني في مستوي التلاميذ في تنمية مهارات التفكير الجبري خاصة في موضوعات: (المعادلة الخطية، والعلاقة، والدالة الخطية)، حيث تزداد مشكلات التلاميذ في حل معادلة خطية في مجهولين، وتظهر المشكلات واضحة في المسائل اللفظية وكيفية تحويلها من صيغة لفظية إلى صيغة رمزية بكتابة معادلة أو علاقة رياضية محددة، والتمييز بين المجاهيل غير المعلومة، وتحويلها إلى متغيرات جبرية يمكن تحديد قيمها بفترات على خط الأعداد، كما لوحظ صعوبة دراسة المعادلة الخطية من خلال مجموعة من الإحداثيات الكارتيزية المعطاة.

كما هدفت دراسة كل من لونجهام، سانبيرج، وجودمان (Langham, Sundberg, Goodman, 2006: 318) إلى تنمية التفكير الجبري من خلال نموذج مقترح تم تدريب معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية وفقا له، وبينت

الدراسة وجود تدني في مستوى مهارات التفكير الجبري لدى التلاميذ، ويعزو ذلك الى قصور الأداء التدريسي لدى معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، لذلك يجب اعتبار التفكير الجبري كمدخل أكاديمي في التنمية المهنية لتطوير الأداء التدريسي لمعلمي الرياضيات، حيث تم توجيه المعلمين إلى تخطيط وتنفيذ خطط لبعض الدروس في الرياضيات ومتابعتها ومناقشة المعلمين حول الأنشطة والإجراءات الصفية لتعديلها وتطويرها، مع ضرورة متابعة تنفيذها، وقياس أثرها على تنمية التفكير الجبري لدى التلاميذ.

وحول الدراسات المرتبطة بتنمية المهارات الخوارزمية، هدفت دراسة كل من زيتنوف، وساجد (Ziatdinov, Sajid, 2012:1109) إلي تقصي مدى إمكانية تنمية المهارات الخوارزمية لدى عينة من تلاميذ المرحلة الابتدائية بمدارس اسطنبول، وأوضحت نتائج الدراسة إلى ضرورة التركيز على تنمية المهارات الخوارزمية في مراحل مبكرة لارتباطها بتحقيق العديد من أهداف تعليم الرياضيات، حيث يمثل ضرورة للتلاميذ للاستمرارية في تعلم الرياضيات، كما أوضحت نتائج الدراسة أن جميع الصعوبات التي تظهر في عمليات حل المشكلة تعزو إلى صعوبات توظيف المهارات الخوارزمية.

كما هدفت دراسة ليم ونوراني (Lim and Noraini, 2006: 55-56) إلي تقييم أداء التلاميذ في مهارات حل المسائل الجبرية، واقتصرت الدراسة على مهارات ترجمة المسائل الجبرية وتمثيلها رياضيا، وتوظيف العلاقات والمعادلات الجبرية للتعبير عن المسائل الجبرية، وبناء خطة للحل محددة الخوارزميات، ومهارات الاستدلال الجبري، واعتمدت الدراسة على جزأين: الجزء الأول تمثل في اختبار المسائل الجبرية يستخدم فيه التلميذ الورقة والقلم، والجزء الثاني تم عمل مقابلة مفتوحة مع كل تلميذ لمناقشته حول الاستجابات المكتوبة في الاختبار. وأشارت نتائج الدراسة من الناحية الوصفية أن ٦٢٪ من عينة البحث أقل من مستوى ٥٠٪ من الدرجة الكلية، وأن التلاميذ تواجههم العديد من صعوبات حل المسائل الجبرية أهمها ما يلي:

- صعوبة توظيف المهارات الخوارزمية عند استخدام الرموز الجبرية.
- صعوبة ترجمة وتفسير العلاقات الخطية بين المتغيرات.
- صعوبة ترجمة المسائل الجبرية في مجموعة من التساؤلات الرياضية.
- صعوبة كتابة المقادير الجبرية خلال خوارزميات حل المسألة.

ولدراسة واقع تنمية التفكير الجبري، وواقع تنمية المهارات الخوارزمية، وواقع تنمية مهارات حل المسائل الجبرية، تم إجراء دراسة استطلاعية، حيث تم تطبيق اختبار قياس مهارات التفكير الجبري، واختبار قياس المهارات الخوارزمية، واختبار قياس مهارات حل المسائل الجبرية على عينة عددها (١٨٧) من تلاميذ الصف الثاني الإعدادي بمدارس إدارة أشمون التعليمية بمديرية التربية

والتعليم بالمنوفية، ومدارس إدارة أوسيم التعليمية بمديرية التربية والتعليم بالجيزة. وكان من أهم نتائج الدراسة الاستطلاعية ما يلي:

- صعوبات اكتشاف ووصف العلاقة الموجودة في الأنماط الرياضية العدية، والجبرية، والهندسية، وتوظيفها في إكمال النمط، مع وجود صعوبة في بناء أنماط جديدة وفق علاقات محددة، أو وفق علاقات مفتوحة.
- توظيف الرموز الجبرية في ترجمة العلاقات الرياضية، وكذا ترجمة المسائل الرياضية في صورة مقادير جبرية، أو جمل رياضية، بالإضافة إلى صعوبة توظيف الرموز الرياضية في مسائل القياس: خاصة موضوعات المحيط وتقدير الأطوال والمسافات، وتقدير المساحة، والحجوم والسعة.
- صعوبة توظيف أنماط ومستويات التمثيلات الرياضية لتقديم المفاهيم الجبرية، وتوضيح العلاقات الرياضية، وتمثيل المسائل اللفظية، وغيرها من التمثيلات الرياضية.
- كما تبين وجود العديد من الصعوبات التي تواجه التلاميذ في استدعاء وتوظيف الخوارزميات الصحيحة خلال خطوات حل المسائل الجبرية، بالإضافة إلى استخدام بعض الخوارزميات غير المرتبطة بالمسألة الجبرية المقدمة، أو استخدامها بصورة غير صحيحة. وتبين أن معظم الصعوبات التي تواجه التلاميذ تعزو إلى صعوبة توظيف المهارات الخوارزمية بصورة دقيقة.

وعلى الجانب الآخر تعد التمثيلات الرياضية من العمليات الرياضية المرتبطة بنقل المحتوى الرياضي من صيغته الرياضية الرمزية إلى صيغ متنوعة تتضمن الرموز والأشكال والجداول، والمتغيرات. ولقد أشارت العديد من الدراسات أهميتها في تدريس الرياضيات خاصة بعد صدور العديد من وثائق معايير تعليم الرياضيات في المحتوى والعمليات وأساليب التقويم على المستويين المحلي والدولي.

وأشارت نتائج دراسة (محمد أحمد أبو هلال، ٢٠١٢: ح) إلى فاعلية التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات واكتساب المفاهيم وبناء الميول نحو الرياضيات المدرسية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي، حيث تسهم التمثيلات الرياضية في تحقيق الفهم العميق للمحتوى الرياضي، كما تعطي للتلاميذ فرصة التعبير عن أفكارهم بتمثيلات متعددة يستطيع التلاميذ من خلالها تطوير أفكارهم وتطوير بنيتهم المعرفية في الرياضيات، وتسهم في تنمية مهارات التلميذ في توظيف هذه التمثيلات في استيعاب مواقف رياضية جديدة.

كما أشار تشين (Chen, 2014: 296) إلى أن استخدام التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات تساعد في تقليل الأخطاء الشائعة في بناء المفاهيم الجبرية الناتجة عن الممارسات التقليدية في التدريس خاصة التدريس المباشر القائم على تقديم مجموعة من الأمثلة لوصف المفاهيم في صيغة رمزية، كما

تساعد التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في عمليات بناء النماذج والأنماط الرياضية وتوصيف العلاقات باستخدام المتغيرات البصرية والجداول، كما توجِه التلاميذ نحو بناء التعميمات أو الاستدلالات الرياضية المرتبطة بالمفاهيم الجبرية، وكلها ترتبط بصورة مباشرة بتنمية مهارات التفكير الجبري.

وانطلاقاً مما سبق، ومن أهمية تنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية مهارات حل المسائل الجبرية، بالإضافة إلى أهمية توظيف التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات بصفة عامة، وتوظيفها في تدريس الجبر بصفة خاصة، تأتي الدراسة الحالية لوصف كيفية استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات، وتقصي أثرها على تنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية مهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات حل المسائل الجبرية.

- **مشكلة البحث وأسئلته** :

تحددت مشكلة البحث الحالي في تدني مستوى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي في مهارات التفكير الجبري، والمهارات الخوارزمية، ومهارات حل المسائل الجبرية. ولمواجهة المشكلة الحالية تمت الإجابة عن الأسئلة التالية:

- السؤال الأول: ما أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي؟
- السؤال الثاني: ما أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية المهارات الخوارزمية لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي؟
- السؤال الثالث: ما أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات حل المسألة الجبرية لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي؟
- السؤال الرابع: ما نوع ومستوى العلاقة بين درجات التلاميذ في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري، واختبار المهارات الخوارزمية، واختبار حل المسائل الجبرية؟

- **أهداف البحث**:

هدف البحث الحالي لتحقيق ما يلي:

- قياس أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.
- قياس أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية المهارات الخوارزمية لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.

- قياس أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات حل المسائل الجبرية لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي.
- تقصى العلاقة بين درجات التلاميذ في مهارات التفكير الجبري، ودرجاتهم في اختبار المهارات الخوارزمية، ودرجاتهم في اختبار حل المسائل الجبرية.

- **أهمية البحث** :

من بين أوجه الاستفادة للبحث الحالي ما يلي:

- لمخططي مناهج الرياضيات: تصميم أنشطة رياضية يمكن توظيفها في تنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات حل المسائل الجبرية.
- لمعلمي الرياضيات: تعرف خطوات استخدام التمثيلات الرياضيات في تدريس الرياضيات بصفة عامة وفي تدريس الجبر بصفة خاصة، وتوظيفها في تنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية حل المسائل الجبرية، مع تعرف كيفية قياسها لدى التلاميذ وذلك من خلال أدوات البحث الحالي.
- للتلاميذ: استخدام الأنشطة والتدريبات المقدمة في تنمية وقياس مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية، ومهارات حل المسائل الجبرية.

- **منطلقات البحث**:

انطلق البحث الحالي وفقاً لما يلي:

- الجبر أحد مجالات الرياضيات المدرسية يعتمد على التكامل بين البناء الرمزي والبناء اللفظي في تقديم المفاهيم والمهارات والتعميمات الجبرية.
- التمثيلات الرياضية من العمليات الرياضية المرتبطة بطبيعة الرياضيات المدرسية.
- التخطيط المسبق للتدريس وفق مداخل واستراتيجيات تؤكد فاعلية التلميذ يدعم تنمية مهارات التفكير الجبري، والمهارات الخوارزمية، ومهارات حل المسالة الجبرية.

- **حدود البحث**:

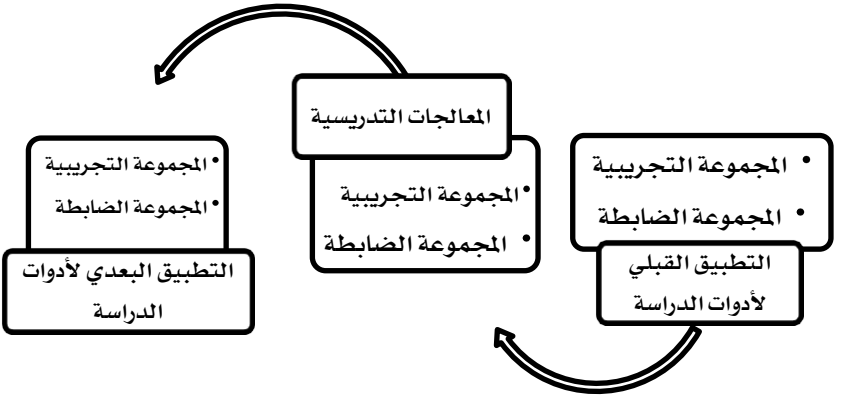
تحددت إجراءات ونتائج البحث الحالي وفقاً لما يلي:

- تم اختيار الوحدتين الأولى بعنوان (التحليل)، والثانية بعنوان (القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح) بكتاب الرياضيات للصف الثاني الإعدادي، الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ٢٠١٣/٢٠١٤م، وذلك بسبب الدرجة العالية من التجريد في عرض الخبرات التعليمية، بالإضافة إلي الأهمية النسبية كمتطلبات أساسية لدراسة العديد من الموضوعات في الرياضيات مستقبلاً.

- عينة عشوائية من تلاميذ الصف الثاني الإعدادي تنقسم إلى مجموعتين: المجموعة الأولى مجموعة تجريبية، والمجموعة الثانية مجموعة ضابطة.
- تم الاقتصار في المهارات الخوارزمية علي: استيعاب الخوارزميات المطلوبة لحل المسألة، وتطبيق الخوارزميات في حل المسألة، وتعديل الخوارزميات الخطأ عند حل المسألة، وإنتاج وتعميم خوارزميات جديدة وتطبيقها.
- تم الاقتصار في توظيف التمثيلات الرياضية علي مستويات: التمثيلات باليدويات، والتمثيلات بالرسوم والأشكال والجداول، والتمثيلات الرمزية واللفظية.

- **المنهج والتصميم التجريبي** :

اعتمد البحث الحالي على المنهج شبه التجريبي تصميم ثنائي (قبلي ـ بعدي) ، حيث تم تعريض مجموعتي البحث للاختبارات قبلياً للتأكد من تكافؤ مجموعتي البحث، ثم تعريض المجموعة التجريبية لدراسة وحدتي التحليل والقوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح باستخدام التمثيلات الرياضية بمستويات متعددة، في حين تعرضت المجموعة الضابطة لدراسة الوحدتين بنفس الطريقة المعتادة، ثم تم تعريض المجموعتين للاختبارت بعدياً لدراسة أثر استخدام التمثيلات الرياضية على تنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات حل المسائل الجبرية. ويمكن توصيف التصميم التجريبي المتبع في البحث الحالي كما في الشكل (١):



شكل (١) التصميم التجريبي للبحث

- **فروض البحث**:

حاول البحث الحالي التحقق من صحة الفروض التالية:

- توجد فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار

التفكير الجبري بصفة عامة، ومهاراته كل على حدة لصالح درجات تلاميذ المجموعة التجريبية.

- توجد فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار المهارات الخوارزمية بصفة عامة والمهارات كل على حدة وذلك لصالح درجات تلاميذ المجموعة التجريبية.
- توجد فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات حل المسالة الجبرية بصفة عامة ومهاراتها كل على حدة وذلك لصالح درجات تلاميذ المجموعة التجريبية
- توجد علاقة ارتباطية موجبة ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري، واختبار المهارات الخوارزمية، واختبار مهارات حل المسالة الجبرية بصفة عامة.

- **أدوات البحث وإجراءاته** :

للإجابة على تساؤلات البحث وتحقيق أهدافه تمت الإجراءات وفقا لما يلي:

- استقراء وتحليل الأدبيات والدراسات السابقة لوصف متغيرات البحث والمتمثلة في التفكير الجبري ومهاراته، وأساليب تنميته وقياسه، وتوصيف المهارات الخوارزمية، وأساليب تنميتها وقياسها، بالإضافة إلى المسائل الجبرية ومهاراتها، وأساليب تنميتها وقياسها، مع تحديد مفهوم التمثيلات الرياضية ومستوياتها، وتحديد أسس وخطوات استخدام مستويات التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات، وتدريس الجبر، بغية تنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات حل المسألة الجبرية.
- اعداد دليل تدريس وحدتي (التحليل، والقوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح) باستخدام مستويات التمثيلات الرياضية.
- اعداد أدوات البحث المتمثلة في: اختبار مهارات التفكير الجبري، واختبار المهارات الخوارزمية، واختبار حل المسائل الجبرية، مع ضبطها ووضعها في صورة قابلة للتطبيق الميداني.
- اختيار عينة البحث، ودراسة مدى تكافؤ مجموعتي البحث (المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة)، مع التطبيق الميداني للمعالجات التدريسية وفق التصميم التجريبي ثنائي المجموعتين (قبلي ـ بعدي)، بالإضافة إلي إجراءاتٍ التطبيق البعدي لأدوات البحث، وجمع البيانات، ومعالجتها احصائيا لعرض وتفسير نتائج البحث، مع تقديم التوصيات والمقترحات البحثية.

- **مصطلحات البحث** :

- **التفكير الجبري** :

يعرفه ويل (Will, 2010: 665) " بأنه أحد أنماط التفكير أو الاستدلال الرياضي، يرتبط بعمليات عقلية يقوم بها التلميذ لاستيعاب ووصف الأنماط والعلاقات الرياضية، واستنتاج علاقات رياضية جديدة حول الأعداد والعمليات والأشكال الهندسية. ويرتبط التفكير الجبري بتنمية مجموعة من المهارات لدى التلاميذ منها: الاستدلال حول الأنماط الرياضية في (الرسوم البيانية، والأشكال الهندسية، والأعداد والعمليات الحسابية)، واستنتاج التعميمات الرياضية وتوظيفها، وتنمية الأداء العقلي فيما يرتبط بالعمليات على المقادير الجبرية، واستخدام التمثيلات الرياضية في وصف العلاقات الرياضية."

كما يعرفه سيوي (Swee, 2004: 40) بأنه " مجموعة الأنشطة والعمليات العقلية المرتبطة بالأنماط، والعلاقات الرياضية، ودراسة الدوال وسلوكها، ويتضمن تنمية مجموعة من المهارات تتمثل في: التصنيف، والمقارنة، والتتابع، وتحديد الجزء والكل، ووصف الأنماط الرياضية وبناء أنماط جديدة، وتحديد ووصف العلاقات الرياضية بصورة لفظية ورمزية، وتنمية الاستدلال الجبري، مع توظيف الأنشطة والعمليات والمهارات الرياضية المرتبطة بالمحتوى العلمي في حل المسائل الجبرية.

ويعرف التفكير الجبري إجرائياً في البحث الحالي بأحد أنماط التفكير المرتبطة بمجال الجبر من بين مجالات الرياضيات المدرسية، يتضمن مجموعة الأنشطة والعمليات العقلية يقوم بها التلميذ عند معالجة موضوعات الجبر والمتمثلة في الأنماط، والعلاقات، والدوال. ويرتبط بتنمية مهارات التفكير الجبري مجموعة من المهارات تتباين وفق المستوى الدراسي منها: استيعاب الأنماط الرياضية، واستخدام الرموز الجبرية، واستخدام التمثيلات الرياضية، ووصف العلاقات الرياضية.

- **المهارات الخوارزمية** :

تعرف الخوارزمية كما أشار كاياما وآخرون (Kayama,et.al, 2014:134) بمجموعة من القواعد المرتبطة بعمليات رياضية متسلسلة، ويتم توظيف كل قاعدة في حالات محددة، في حين تعرف المهارات الخوارزمية بمهارات التلميذ في استدعاء وتطبيق الخوارزميات المناسبة لحل مسائل رياضية محددة بسرعة ودقة، مع امكانية تعديل وبناء خوارزميات جديدة يمكن تطبيقها في مسائل أخرى مألوفة وغير مألوفة للتلميذ.

كما يعرفها كل من زساكو وبيتر (Zsakó, Péter, 2012: 50) بوصف مسارات التلميذ في التفكير الخوارزمي، وترتبط بمهارات التلميذ في حل المسائل باستخدام قوانين أو قواعد رياضية محددة وفق قواعد وتسلسل واضح. ويمكن تعريفها بكونها مجموعة الخطوات التي يقوم بها التلميذ بطريقة تتابعية لحل

مسألة بدقة وفي زمن محدد. وتتحدد المهارات الخوارزمية في استيعاب وتعديل وانتاج الخوارزميات الرياضية وتطبيقها في حل المسائل.

وتعرف المهارات الخوارزمية إجرائياً في البحث الحالي بمهارات التلميذ في حل المسائل باستخدام قوانين أو قواعد رياضية محددة وفق قواعد وتسلسل واضح، مع مراعاة بعدي السرعة والدقة. وتتحدد المهارات الخوارزمية في: استيعاب الخوارزميات المطلوبة لحل المسألة، وتطبيق الخوارزميات في حل المسألة، وتعديل الخوارزميات الخطأ عند حل المسألة، وإنتاج وتعميم خوارزميات جديدة وتطبيقها.

- **حل المسائل الجبرية**: **Algebraic Problem Solving** :

عرفها كل من فيلوي، وروجان، وأرماندوا (Filloy, Rojano, Armando, 2004: 391-392) بالأنشطة العقلية والادائية التي يقوم بها التلميذ بغرض توظيف المعرفة الجبرية في موقف محدد. ويرتبط بذلك العديد من المهارات منها: قراءة المسألة الجبرية وتحديد معطياتها خاصة فيما يرتبط بالمتغيرات والمجاهيل، واستدعاء الخبرات السابقة المرتبطة بالمسألة، وتوظيف مجموعة من الخوارزميات وفق نظام جبري محدد لحل المسألة.

وعرفها كل من بووث، وكودينر (Booth, Koedinger, 2008: 571) بأحد مفاتيح تعلم عملية توظيف الخبرات الرياضية في مجال الجبر في نشاط عقلي، ونشاط أدائي يرتبط بالعديد من المهارات منها: تعرف الرموز والمتغيرات، صياغة المعادلات والدوال، ووصف العلاقات، وبناء الاستدلالات الجبرية.

وتعرف إجرائياً في البحث الحالي: بالأنشطة العقلية والأدائية التي يقوم بها التلميذ بهدف توظيف المعرفة الجبرية بمستوياتها المفاهيمية والإجرائية. وترتبط أنشطة حل المسألة الجبرية بمهارات: استيعاب المسألة، وتمثيل حل المسالة، وحل المسألة الجبرية، التحقق من حل المسألة.

- **التمثيلات الرياضية** :

عرفها كل من (عبدالجواد بهوت، عبدالقادر محمد ، ٢٠٠٥: ٤٥٨ -٤٥٩) " بعملية ترجمة النص الرياضي من أحد أشكاله (ألفاظ أو كلمات، جداول، رموز، أشكال، علاقات رياضية) إلى نماذج محسوسة" في حين تعرف التمثيلات الرياضية كمدخل لتدريس الرياضيات بكونها مجموعة من الخطوات التدريسية تهدف إلى استثارة تفكير التلاميذ حول موقف غامض أو معطيات غير مكتملة أو مشكلة رياضية لترجمتها باستخدام المحسوسات أو اليدويات وتخطيط الأفكار الرياضية بغية حل الموقف أو المشكلة.

وعرفها (محمد عيد، ٢٠٠٣: ١٢١) " بالتعبير عن المفاهيم الجبرية خلال الرسوم والخطوط بهدف التجسيد المرئي أو الواقعي للعلاقات الرياضية، وتتنوع

بين التمثيلات المحسوسة والتمثيلات الواقعية حسب المفاهيم والتعميمات الجبرية المحددة في وحدات الجبر."

وعرفها كل من (Gagatsis & Elia, 2004: 448) " بعملية رياضية تنقل الصيغة المجردة لصيغ أخرى ترتبط بالمدخل البصري، وتتنوع مستوياتها منها: التمثيلات باليدويات التقليدية والرقمية، والتمثيلات بالرسوم والأشكال والجداول، والتمثيلات الرمزية واللفظية".

وتعرف إجرائياً في البحث الحالي (بمجموعة الأنشطة والإجراءات التي يقوم بها المعلم والتلاميذ لمعالجة الخبرات الرياضية في محتوى وحدتي(التحليل، والقوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح) بكتاب الرياضيات للصف الثاني الإعدادي.

- **الإطار النظري (الأدبيات والدراسات السابقة)**

هدف الجزء الحالي إلي وصف متغيرات البحث منها: مفهوم التفكير الجبري، ومفهوم المهارات الخوارزمية، ومفهوم حل المسائل الجبرية، مع تحديد مهارات كل منها، واستراتيجيات تنميتها وأساليب قياسها، بالإضافة إلي تحديد التمثيلات الرياضيات، وتوضيح كيفية توظيفها في تدريس الرياضيات، مع استنتاج الأسس التي تربط بين استخدام التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات وتنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات حل المسائل الجبرية.

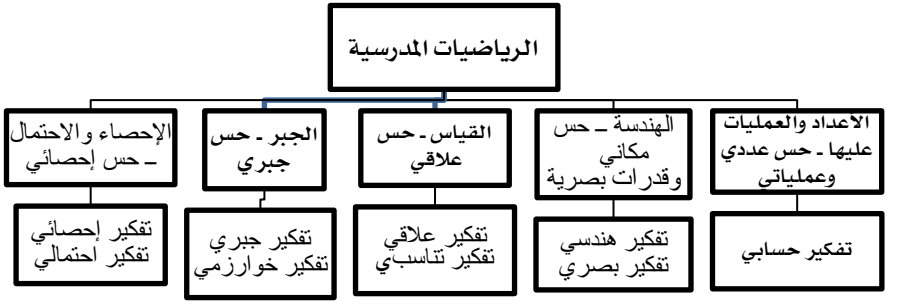
- **تدريس الجبر كأحد مجالات الرياضيات المدرسية** :

تقوم الرياضيات المدرسية على تنظيم الخبرات التعليمية الناتجة من الرياضيات كعلم في تنظيم يدعم بناء منهج في التفكير لدى التلاميذ، يعتمد في الأساس على مهارات التفكير المنطقي والذي يرتبط بمهارتين رئيستين: التجريدات abstractions والتعميمات generalizations. وترتبط كل منها بمجموعة من المهارات بحسب مجالات الرياضيات والمتمثلة في الأعداد والعمليات عليها، والهندسة والقياس، والجبر، والإحصاء والاحتمال، والتي تتطور بتطور المرحلة العمرية للتلميذ من رياض الأطفال حتى نهاية المرحلة الثانوية (Nazan, Ali, 2011:2476) .

ويمثل الجبر أحد مجالات الرياضيات المدرسية يرتبط بدراسة العلاقات الكمية المعلومة وغير المعلومة، وتنمية مهارات بناء ووصف العلاقات الرياضية لدى التلاميذ. ويوضح كل من سميث، وجون، وطومسون (Smith, John& Thompson, 2007: 3-4) أن الكثير من المعلمين والتلاميذ حين يستمعون إلى لفظ (الجبر) يتم استدعاء بعض التصورات حول هذا الفرع وكونه يرتبط بعمليات التجريد في الرياضيات، بل يتساءل بعض المعلمين والتلاميذ عن أهمية

دراسة هذا الفرع. والحقيقة أن تنمية المعرفة الجبرية (المفاهيمية والإجرائية) في سنوات مبكرة تعنى تنمية طرائق التفكير الجبري لدى التلاميذ وحل المسألة الجبرية. إن استخدام لفظ الجبر كأحد مجالات الرياضيات خاصة في المرحلة الاعدادية لا يقف عند دراسة مجموعة المعادلات والدوال، بل يرتبط بدراسة طرائق التعبير عن الكميات والظواهر باستخدام التمثيلات الرياضية والمقادير الجبرية واليدويات، وتوظيف المفاهيم الجبرية في حل المسائل والمشكلات الحياتية.

وتكمن أهمية تدريس الجبر في نقطتين رئيستين: الأولى في بناء لغة الرياضيات، والثانية في بناء عمليات التفكير بلغة الرياضيات. ويوضح ليمب (Lempp, 2008: 9-12) أن الجبر بمثابة التطور من مفهوم الأعداد والعمليات عليها وما يرتبط بها من رموز رياضية إلى استخدام الحروف كرموز رياضية تبدأ من الحروف كقيم مجهولة (Letters as Unknowns)، ثم الحروف كمتغيرات (Letters as Variables)، والحروف كثوابت (Letters as Constants)، ثم يلي ذلك المقادير الجبرية (Algebraic Expressions)، ثم تتطور دراسة الجبر للربط بين الرموز العددية والحروف لدراسة مفهوم المعادلات والمتباينات، والعلاقات التي تتطور لدراسة مفهوم الدوال، ويركز الجانب الثاني في دراسة الجبر على توظيف مفردات الجانب الأول في بناء مهارات التفكير الرياضي على وجه العموم ، والتفكير الجبري كأحد انماطه في مجال الجبر . ويمكن الربط بين مجالات التفكير الرياضي متضمنة التفكير الجبري وتطورها من مرحلة رياض الأطفال حتى الصف الثالث بالمرحلة الثانوية من خلال الشكل (٢):



شكل (٢) مجالات التفكير في الرياضيات المدرسية مفهوم ومهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية وحل المسالة الجبرية :

يمثل التفكير الجبري كما أشار القحطاني، وعبيده (Alghtani, Ebada, 2010: 257) قدرات التلميذ في تحديد الكميات غير المعروفة في أنماط كمية محددة، خلال مجموعة من عمليات التمثيل الرياضي، وإجراء الخوارزميات،

وتتضمن عملية تنمية التفكير الجبري العمل علي مجموعة من المهارات كما يلي:

- بناء التعميمات Making generalizations
- تمثيل المفاهيم الرياضية Mathematics concepts representation
- الاستدلال حول الكميات غير المعروفة Reasoning about unknown quantities

في حين عرفه كل من جورج، وبوكر، وويل (George Booker, Will, 2010: 411) بكونه قدرات التلميذ في اكتشاف وبناء علاقات رياضية كمدخل لتمثيل العلاقات الكمية غير المعروفة، وتوظيف الخوارزميات المناسبة لاستنتاج علاقات كمية معروفة. ويرتبط التفكير الجبري بمجموعة من المهارات أهمها: تمثيل المفاهيم الجبرية، ووصف وتمثيل واستنتاج العلاقات الرياضية، والمرونة في العمليات الحسابية، والاستدلال الجبري.

وحول تنمية مهارات التفكير الجبري تنوعت الاستراتيجيات المستخدمة في الدراسات المختلفة منها: نتائج دراسة جوجفسكا (Gogovska, 2014: 3625) التي أثبتت فاعلية المهام القائمة على حل المسائل اللفظية في تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ المرحلة الاعدادية، كما أثبتت نتائج دراسة جورج، وويل (George, Will, 2010: 418) فعالية تمثيل خطوات حل المسائل اللفظية في تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، وأثبتت نتائج دراسة لي وفريمان (Lee, Freiman , 2006:428) فعالية بناء أنشطة رياضية قائمة على أنماط عددية وهندسية في تنمية مهارات التفكير الجبري في مراحل مبكرة، وأوضحت نتائج دراسة هيجنسون، ووليم، وكولجان (Higginson William; Colgan , 2001:343) أهمية الأورجامي أو ما يعرف بفن طي الورق لتكوين نماذج ثنائية وثلاثية الأبعاد لتمثيل العلاقات والمقادير الجبرية والدوال، وذلك في تنمية مهارات التفكير الجبري.

وحول قياس مهارات التفكير الجبري أشار بريت وإيرون (Britt & Irwin, 2007: 97) أن قياس العمليات الرياضية والحسابية والخوارزميات تمكن من قياس بعض مهارات التفكير الجبري، كما يمكن قياس مهارات التفكير الجبري خلال أدوات مصممة ترتبط بالعمليات الحسابية والجبرية، أو بناء اختبارات في المشكلات والمواقف الرياضية التي تقيس جوانب التفكير منها التفكير الجبري.

وفيما يرتبط بمفهوم المهارات الخوارزمية يوضح كل من فوسون، وكارول، ودريوك (Fuson,Carroll&Drueck,2000:281) ضرورة تعريف الخوارزمية Algorithm، حيث تمثل تحقيق هدف معين في زمن محدد وفق مجموعة من الخطوات المتتابعة، وربما تتكرر هذه الخطوات داخل النموذج، أو في نماذج أخرى، ويبدأ التلميذ في التعرف عليها مبكراً في إجراء العمليات الحسابية

الأربعة في المرحلة الابتدائية. والملاحظ وجود بعض التغيرات على الخوارزميات وأهميتها في الرياضيات نظراً لأسباب عديدة منها وجود الآلات الحاسبة، والحاسبات البيانية وغيرها، والتي تقوم بعمليات حسابية معقدة بسرعة وبدرجة عالية من الدقة، ولذا كان من الضروري تطوير فكرة الخوارزمية، حيث باتت تركز على خوارزميات التقدير والأداء الذهني، بالإضافة إلى الخوارزميات المرتبطة بعمليات التفكير في حل المشكلات الرياضية. وفيما يرتبط بالمهارات الخوارزمية تعرف بكونها سلوكيات إجرائية يقوم بها التلميذ عند معالجة مهام تعليمية في الرياضيات تضمن بناء تصور ذهني وأدائي حول مسارات تنفيذ المهمة خاصة فيما يرتبط بحل المسائل الرياضية. وتعد المهارات الخوارزمية من دعائم بناء القوة الرياضية لدى التلاميذ، حيث تساعد التلاميذ في بناء مهاراتهم الذهنية، مع استيعاب العمليات الحسابية.

واستنتاجاً مما سبق يتضح أن المهارات الخوارزمية ترادف مهارات التفكير الإجرائي، وترتبط بتنمية مهارات التفكير الخوارزمي، وترتبط بمجموعة من المهارات أهمها:

- استيعاب الخوارزميات المحددة في المسألة أو الإجراءات المستخدمة في الحل.
- تطبيق الخوارزميات في حل المسائل الرياضية.
- تعديل خوارزميات محددة في حل المسائل الرياضية.
- بناء خوارزميات جديدة لتناسب مواقف رياضية غير مألوفة.
- تحديد الخوارزميات الخطأ المستخدمة في حل المسائل الرياضية.

وتكمن أهمية الخوارزميات في بناء المهارات الخوارزمية لدى التلاميذ، بالإضافة إلى أهميتها في المراحل المبكرة كجزء من مجالات الرياضيات المدرسية، والتي تمثل تمهيداً لدراسة علوم الكمبيوتر، حيث تمثل المهارات الخوارزمية ضرورة في ظل الصيغ الرقمية المتعددة والمتنوعة التي يتعامل معها التلميذ في الوقت الراهن والتي من متطلباتها تنمية العديد من أنماط التفكير منها: التفكير المنطقي Logical Thinking، والتفكير المجرد Abstract Thinking، والتفكير الخوارزمي Algorithmic Thinking، والتفكير التحليلي Analytical Thinking.

ويوضح بلـيرو (Plerou, 2013:13) وجود صعوبات مرتبطة بالمهارات الخوارزمية منها: استيعاب وتحديد المشكلة الرياضية، وتطبيق المهارات الخوارزمية في حل المشكلة الرياضية، وصعوبة تطبيق الخوارزميات المرتبطة بالعمليات الحسابية على الأعداد الكلية والكسرية والعشرية، وصعوبات بناء تصور ذهني حول مسارات الخوارزميات المستخدمة في حل المسائل الرياضية، وصعوبات توظيف الخوارزميات في العمليات على المقادير الجبرية، وصعوبة استخدام الخوارزميات في موضوعات الهندسة والقياس.

كما يؤكد كل من بورويه، وبينسيبا، وسيردي (Bourouaieh, Bensebaa, Seridi, 2012: 445) علي أهمية تنمية المهارات الخوارزمية لدى التلاميذ لارتباطها بمهارات عديدة في الوقت الراهن خاصة: علوم الكمبيوتر، والأدوات التكنولوجية وتصميماتها، ومواجهة العديد من المشكلات في الصيغ الرقمية داخل المجتمع، كما أوضحت نتائج الدراسة أن صعوبات الخوارزميات تنطلق من ارتباط المهارات الخوارزمية بما يسمي بالعقل الخفي للخوارزميات Hidden Mind of Algorithms، حيث ترتبط المهارات الخوارزمية بإجراءات وأنشطة عقلية متشابكة ومعقدة، كما لوحظ أن الصعوبات المرتبطة بتعلم الرياضيات في مجالات عديدة منها الجبر، والتفاضل والتكامل، ومجالات الهندسة وحساب المثلثات تعزو إلى الصعوبات المرتبطة بتطبيق الخوارزميات في حل المسائل الرياضية، وأوصت الدراسة بضرورة التكامل بين القراءة الذهنية للخوارزميات، وتمثيلاتها رياضياً لإمكانية استدعائها من العقل الخوارزمي، وتوظيفها بدقة وسرعة.

وفيما يرتبط بمهارات حل المسألة الجبرية والمهارات المرتبطة بها، يشير كل من جيفر، ودومينقو (Javier & Domingo, 2012: 613) إلى أن تدريس الجبر قائم في الأصل على تنمية خطوات حل المسألة الجبرية، وأن خطوات حل المسألة الجبرية تمثل مجموعة الأنشطة العقلية واليدوية التي يقوم بها التلميذ بهدف تعلم مفاهيم وبناء استدلالات جبرية، وتترابط مع التفكير الجبري خلال عمليات التمثيلات الرياضية بمستوياتها المتعددة. وتتنوع مهارات حل المسألة الجبرية، ومن أهم الخطوات التي يجب إتقانها من قبل التلميذ ما يلي:

- استيعاب المسألة الجبرية Algebraic Problem Understanding
- حل المسالة الجبرية Algebraic Problem Solving
- بناء الاستدلال الجبري Developing Algebraic Reasoning

ويوضح كل من سوي، وكيري (Swee, Kerry, 2009: 282) أن الهدف الرئيس لتعليم الرياضيات بالمرحلة الابتدائية في سنغافورة ارتبط بتنمية قدرات التلاميذ على حل المسائل اللفظية الحسابية والجبرية، وتم ربطهما بعمليات رياضية عديدة أهمها التمثيلات الرياضية التي تساعد التلميذ في فهم المسألة الجبرية.

كما أوضح كل من (Booth, Koedinger, 2008: 573) أهمية حل المسائل الجبرية في تعليم الرياضيات، حيث تساعد في بناء المعرفة الرياضية المفاهيمية والإجرائية، وتطبيقها في خطوات حل المسائل الجبرية. وتتطلب مهارات حل المسائل الجبرية العديد من الأنشطة والعمليات التدريسية والتعليمية لتنميتها لدى التلاميذ أهمها: التركيز على ترجمة المسألة الجبرية وتمثيلها باستخدام

الرموز والأشكال، وتوكيد أهمية المفاهيم الجبرية، وربطها بالتعريفات والرموز خاصة فيما يرتبط بالمقادير الجبرية، والعلاقات، والمعادلات، والمتباينات، والدوال، كما تتطلب تنمية مهارات التلميذ في بناء الاستدلالات الجبرية وتطبيقها في مسائل أخرى، مع ضرورة التركيز على أهمية إتقان التلميذ للخوارزميات المطلوبة في حل المسائل الجبرية.

- **التمثيلات الرياضية وتنمية مهارات التفكير الجبري والمهارات الخوارزمية** :

تعد التمثيلات الرياضية أحد المداخل الرئيسة لتنمية مهارات التفكير الجبري، ويتبين خلال العديد من الدراسات في مجال الرياضيات أن التمثيلات الرياضية اعتبرتها بعض البحوث إحدى مهارات التفكير الجبري، بل وتعتبر من المهارات الأساسية والضرورية لتنمية التفكير الجبري لدى التلاميذ، في حين تناولتها بعض الدراسات كمدخل تدريسي يساعد في قراءة مسارات التفكير الجبري لدى التلاميذ، حيث يتبين من خلال مستويات التمثيلات الرياضية مدى امتلاك التلاميذ مهارات التعبير عن المقادير الجبرية، والانتقال بين استخدام الرموز الرياضية والتعبير عنها بصورة محسوسة قد تكون صورا أو رسومات، أو استخدام خط الأعداد، بالإضافة الى التعبير عنها باستخدام اليدويات والتي تمكن من بناء صورة ذهنية صحيحة حول المفهوم الرياضي بما يضمن تطور البناء المفاهيمي لدى التلاميذ دون تصورات بديلة أو أخطاء شائعة أو صعوبات تعليمية في الجانب المفاهيمي. كما تساعد التمثيلات الرياضية التلاميذ في تمثيل عالم الرياضيات بمستوياته الثلاثة في تجسيد المفاهيم الرياضية، وبناء الصورة الرمزية والإجرائية لهذا المفهوم، كما تعد خطوة أساسية في تنمية البراهين الرياضية (Britt & Irwin, 2007: 102).

ويوضح لويس (Luis, 2010: 8) ضرورة استخدام التمثيلات الرياضية كخطوة من خطوات حل المسألة اللفظية الحسابية ـ الجبرية Solving word arithmetic-algebraic problems، حيث تمثل خطوات حل المسألة اللفظية استراتيجية متكاملة في تدريس الجبر ترتبط بعمليات قراءة المسألة وترجمتها بالتمثيلات الرياضية، وتعرف التلاميذ على المفاهيم الجبرية المرتبطة بخبراتهم السابقة، وتمييز المفاهيم الجبرية الجديدة، ومناقشة التعريفات والرموز ودلالتها، وتحديد العمليات الحسابية المطلوبة، واستخدام خطوات حل المسألة في حد ذاته يدعم تنمية التفكير الجبري. إن التمثيلات الرياضية تدعم تنوع اللغات داخل الموقف التعليمي، وفي ذات الوقت الانتقال إلى لغة الرياضيات التى تبنى عمليات التواصل الرياضي كخطوة من عمليات تنمية التفكير الجبري. وتتمثل عمليات حل المسألة الحسابية الجبرية في: القراءة التحليلية للمسألة، والتمثيلات الرياضية من الصورة اللفظية الى الكمية، واستخدام الرموز والمقادير الجبرية في التعبير وكتابة المسألة في صورة علاقة رياضية أو معادلة أو دالة،

والإنتقال الى الخوارزميات للبدء في عملية الحل، وبناء التعميمات الرياضية واكتساب مفاهيم جبرية جديدة.

كما حدد كل من شارايد، ونيك (Sharid, Nik, 2010: 187-188) التمثيلات الرياضية بكونها عملية توظيف الحواس أو العقل أو اليد معاً أو كل منهما على حده للتعبير عن الصيغ اللفظية أو الكمية أو كليهما بمعالجات رمزية أو رسومات أو بناء تصميمات يدوية ترتبط ارتباطاً وثيقاً ببناء صورة ذهنية صحيحة Mental Image لدى التلاميذ. والملاحظ أن هناك علاقة وثيقة بين التمثيلات الرياضية وبناء صورة ذهنية صحيحة حول المفهوم الجبري، حيث تمثل الصورة الذهنية حالة خاصة بكل تلميذ على حده، ترتبط بنمط تعلمه ومسارات تفكيره وأسلوبه المعرفي المفضل، واستراتيجيات معالجته للمعلومات المقدمة وربطها ببنائه المعرفي الرياضي، ليتمكن التلميذ من تنمية عقله الرياضي بصورة مستمرة.

وأشار كل من ديارتي، وبروكاردو (Duarte, Brocardo, 2011: 287) إلى إمكانية توظيف التمثيلات الرياضية بواسطة أدوات تكنولوجيا المعلومات والاتصال، حيث تدعم تنمية مهارات التفكير الجبري، ومهارات حل المسائل الجبرية من خلال توظيف اليدويات الرقمية في تمثيل المسائل والتطبيقات، وتدعم عمليات بناء المعني الرياضي من خلال التركيز على الأجزاء والأفكار الرياضية المهمة، وأشار إلي أهمية التكنولوجيا في تدريس الجبر باستخدام التمثيلات الرياضية، حيث تسمح بالتحويل بين مستويات وأنماط متباينة من هذه التمثيلات.

ويوضح نازان، وملتيم، وعلي (Nazan, Meltem, Ali, 2012: 3006) أن التمثيلات الرياضية بمثابة أدوات للتواصل العلمي والرياضي، ومصدر من مصادر المعرفة للتلاميذ. وتتنوع بين الرموز العددية واللغوية المجردة ذات الدلالة الكمية، والرسوم الدالة على صيغة رياضية محددة، والتمثيلات البيانية التى تبنى لدى التلميذ فهماً عميقاً حول المفاهيم الرياضية، وتبني العديد من العمليات الرياضية ومهارات التفكير من خلال قراءة الرسوم البيانية، ووصفٍ العلاقات الموجودة، وبناء علاقات جديدة. وتعتبر التمثيلات الرياضية مدخلاً مهماً في تدريس الرياضيات باعتبارها عملياتٍ متتالية يجب على التلميذ إتقانها من خلال مجموعة عمليات رياضية وفقاً لما يلي:

- التعبير الرمزي Symbolic Expression
- التعبير بالرسم Expression Drawing
- قراءة التمثيلات الرياضية Reading Mathematical Representations
- اكتشاف العلاقات في التمثيلات الرياضية Relationships in the Representations

- تفسير التمثيلات الرياضية Interpret Mathematical Representations
- التمثيلات الرياضية باليدويات Manipulation Mathematical Representation

ومن خلال استقراء العديد من الأدبيات والدراسات السابقة أمكن تحديد التمثيلات الرياضية المستخدمة في معالجة الخبرات الرياضية وتنمية مهارات التفكير الجبري في المستويات التالية:

- المستوى الذهني للتمثيلات الرياضية: وهذا يمثل مساراً في التعلم والتفكير، ويعني مهارة التلميذ في قراءة مسارات تفكيره الجبري وتقييمها لتطويرها من خلال بناء صور ذهنية جديدة لمفاهيم جبرية جديدة، وتعميمات جديدة. ويبدأ هذا المستوى من عمليات التخيل الرياضي (وتعني بناء صورة ذهنية عن مفهوم دون رؤية نموذج) ، والتأمل الرياضي (ويعني بناء صورة ذهنية عن مفهوم تم رؤية نموذج له)، حتى بناء نماذج في اجراء العمليات الحسابية والخوارزميات بطريقة ذهنية.
- المستوى الحسي للتمثيلات الرياضية: ويمثل مساراً للتعلم من خلال توظيف الحواس (خاصة السمع والبصر) في بناء صورة ذهنية صحيحة عن المفهوم الجبري، وتتنوع أنماط التمثيلات الرياضية الحسية ومنها (التعبير الكمي المتمثل في الأعداد، والتعبير الرمزي المتمثل في العلاقات والمعادلات والدوال، والصور والرسومات، والأشكال والرسومات والتمثيلات البيانية، الجداول،...) ويمكن للتلميذ استخدام أكثر من نمط في حل المسالة الجبرية.
- المستوى اليدوي للتمثلات الرياضية: ويمثل مساراً لتعلم التلميذ من خلال اليدويات وتقديم النماذج الرياضية ومنها التصميمات، ونماذج طي الورق، وتكوين الأعداد والعلاقات، والأشكال والمجسمات وغيرها.

وتكمن أهمية التمثيلات الرياضية في تدريس الجبر كما يشير دينيه (Dinah, 2010:6) في كونها معالجات ذهنية أو حسية أو يدية تهدف إلى ترجمة المعلومات بطريقة كمية أو رمزية، وتنظيمها في صورة تساعد التلميذ في وصف واكتشاف العلاقات الرياضية، وبناء صور ذهنية صحيحة عن المفاهيم الجبرية، ونقلها من الصورة المجردة الى صور محسوسة أو يدوية، كما تسهم في ترجمة البيانات تمهيداً لإجراء خطوات حل المشكلات الرياضية والمسائل الجبرية.

كما أوضحت نتائج دراسة كل من (أسامة الرواجبة ، وهاني العبيدي، ٢٠١١: ١٠٢) أن التمثيلات الرياضية تساعد التلاميذ في استيعاب المفاهيم الرياضية من خلال أنشطة التمثيلات الرياضية وتكوين الصور الذهنية الصحيحة، وبناء مخططات للأفكار الرياضية، وتنظيمها باستخدام الصور والرسوم البيانية والجداول.

كما أوضح سانتيلي (Santulli, 2009:499) أهمية التمثيلات الرياضيات في حل المشكلات والمسائل الجبرية، حيث توجه التلميذ لعمل مخطط أو خطة لحل المسألة وتحديد الخوارزميات والعمليات الرياضية الضرورية للوصول الى الحلول الصحيحة، وأكدت نتائج دراسة تريثي (Tripathi, 2008: 438) أهمية التمثيلات الرياضية في تنويع أنماط التعلم (اللفظي والبصري والسمعي)، ودراسة ستاسي وماك جروجر (Stacey & MacGregor, 2000:151) التي أكدت اهمية توظيف المدخل العملي والتجريبي باستخدام التمثيلات اليدوية في حصة الرياضيات، وتأثيره في تحسين إنجاز التلاميذ في الرياضيات وتحقيق أهداف الرياضيات المدرسية.

وأعتبر روبين (Robin, 2007: 494) أن التمثيلات الرياضية من التطبيقات الحديثة في مجال تدريس وتعليم الرياضيات، وربط بينها وبين تنمية التفكير الجبري لدى التلاميذ في حالة بناء الترابطات بين التمثيلات الرمزية والتمثيلات باستخدام الجداول والأشكال. كما أوضح إيزاك (Izsak, 2003: 191) أهمية التمثيلات الرياضية في تدريس الجبر في إمكانية تقديم بعض المفاهيم الرياضية مثل العلاقات والمعادلات والدوال، حيث تسمح للتلاميذ بالتعبير وفق أنماط تعلمهم باستخدام الرموز للتعبير عن المتغيرات، أو بوصف العلاقة باستخدام الجداول أو الأشكال والرسوم، كما تسمح بتقديم العلاقات الرياضية المجردة في صيغة حياتية من خلال التمثيلات البيانية واليدويات. إن التمثيلات الرياضية مدخل ضروري لبناء المعرفية الرياضية الصحيحة في مجال الجبر، وتنمية مهارات التفكير الجبري لدى التلاميذ.

كما حدد بلاتو وآخرون (Blatto, et.al, 2007: 446) أهمية التمثيلات الرياضية البصرية ـ المكانية في تنمية مهارات حل المسائل، حيث تساعد التلاميذ في بناء المعني الرياضي، واكتساب المفاهيم الرياضية، كما تساعد التلاميذ في تنمية العديد من استراتيجيات التفكير في حل المسائل تعتمد في معظمها على التمثيلات الرياضية. إن التمثيلات الرياضية بمثابة قدرات يجب تنميتها لدى التلاميذ مع توظيفها كمداخل متعددة في تدريس وتعليم الرياضيات.

واستنتاجاً مما سبق الإشارة إليه في جزء الإطار النظري أمكن التوصل إلى مجموعة من الاستدلالات النظرية وفقا لما يلي:

- تنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات حل المسائل الجبرية من بين الأهداف الرئيسة لتعليم وتدريس الجبر.
- إمكانية تنمية مهارات التفكير الجبري لدى التلاميذ في مراحل مبكرة في المرحلتين الابتدائية والإعدادية.
- تنمية المهارات الخوارزمية ضرورة ترتبط بتطوير أداء التلاميذ في الرياضيات، والقصور في تنمية المهارات الخوارزمية يؤدى إلى صعوبات عديدة في تعليم وتعلم الرياضيات بصفة عامة، وفي تعليم وتعلم الجبر بصفة خاصة.

- تنمية مهارات حل المسالة الجبرية ضرورة لاستكمال البناء المعرفي في الرياضيات لدى التلاميذ، حيث يستطيع خلالها تقييم المعرفة المفاهيمية والإجرائية لدى التلاميذ، بالإضافة إلى تنمية العديد من مهارات التفكير.
- التمثيلات الرياضية عملية رياضية متعددة المستويات يمكن توظيفها في تدريس الرياضيات بصفة عامة والجبر بصفة خاصة، حيث تسهم في بناء صورة ذهنية صحيحة عن المفهوم الرياضي، بالإضافة إلى ارتباطها بتنمية العديد من مهارات التفكير لدى التلاميذ، لذا أمكن توظيفها ـ كما في الدراسة ـ في تنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات حل المسألة الجبرية.

- **أدوات البحث وإجراءاته** :

هدف الجزء الحالي إلي وصف الإجراءات والأدوات التعليمية والبحثية في البحث الحالي، حيث تم بناء دليل تدريس الجبر باستخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات، مع بناء اختبارات: قياس مهارات التفكير الجبري، والمهارات الخوارزمية، ومهارات حل المسألة الجبرية، وضبطها، وتحديد عينة البحث، وإجراءات التجريب الميداني. وتمت إجراءات البحث وفقاً للخطوات التالية:

- **اعداد دليل التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية** :

لتحديد أسس وخطوات استخدام مستويات التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات، تم دراسة الأدبيات والدراسات السابقة، لوصف أسس وخطوات توظيف التمثيلات الرياضية في تدريس الجبر، وتنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات حل المسألة الجبرية، ووفقاً لذلك تم بناء دليل التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية كما يلي:

- **أهداف الدليل**:

تنمية مهارات معلمي الرياضيات بالمرحلة الإعدادية في استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات لتدريس الرياضيات بهدف تنمية مهارات التفكير الجبري، والمهارات الخوارزمية، ومهارات حل المسائل الجبرية لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي، وذلك من خلال الدروس المعدة لوحدتي التحليل والقوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح، وتم بناء الدليل وفقاً للخطوات والعناصر التالية:

- **أسس التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية**:

وفقاً لنتائج تحليل واستقراء الأدبيات والدراسات السابقة ـ كما اتضح في جزء الإطار النظري السابق ـ وتوصيف متغيرات البحث الحالي، انطلق الدليل الحالي من مجموعة من الأسس تتمثل فيما يلي:

- **الأساس الأول (تنمية التفكير الجبري)**:

ترتبط عملية تنمية التفكير الجبري بتنمية مهاراته والمتمثلة في استيعاب الأنماط الرياضية، واستخدام الرموز الجبرية، واستخدام التمثيلات الرياضية،

ووصف العلاقات الرياضية، ويتطلب ذلك تعرف التلاميذ للرموز الجبرية، وتوظيفها في كتابة المقادير الجبرية، وتعرف العلاقات وتمثيلها باستخدام اليدويات، أو باستخدام الأشكال، والرسوم البيانية، والجداول، والمخططات. وترتكز عمليات التدريس لتنمية مهارات التفكير الجبري على البدء بالتمثيلات الرياضية كعمليات رياضية عقلية وأدائية، تدعم التلاميذ في بناء عناصر الخبرة الرياضية: مفاهيم رياضية رئيسة وفرعية، ومهارات عقلية وأدائية، وتعميمات رياضية بما تتضمن من خصائص وعلاقات وقوانين ونظريات ومسلمات ونتائج وغيرها.

- **الأساس الثاني (تنمية المهارات الخوارزمية):**

ترتبط عمليات وأنشطة تنمية المهارات الخوارزمية بمهارات: استيعاب الخوارزميات المطلوبة لحل المسألة، وتطبيق الخوارزميات في حل المسألة، وتعديل الخوارزميات الخطأ عند حل المسألة، وتعميم خوارزميات جديدة وتطبيقها، ويتطلب ذلك دعم التلاميذ في إجراء أنشطة عقلية متشابكة ومعقدة بصورة متتابعة مع مراعاة بعدي الدقة والسرعة، ويرتكز ذلك على تنمية قدرات التلاميذ في استدعاء الخوارزميات الصحيحة والدقيقة. وترتكز عمليات وأنشطة تدريس وتنمية المهارات الخوارزمية على بناء صور ذهنية صحيحة للخطوات والعمليات الرياضية العقلية والأدائية والمسارات الصحيحة للتفكير من خلال توظيف التمثيلات الرياضية متعددة المستويات التي توضح للتلميذ مسارات تفكيره أثناء عمليات حل المسالة، مع قياس دقة مسارات التفكير عند استخدام المهارات الخوارزمية، بالإضافة الى مساعدة التلميذ في أنشطة الاستدعاء والكتابة والتوظيف للخوارزميات المختلفة أثناء العمليات الرياضية.

- **الأساس الثالث (تنمية مهارات حل المسألة الجبرية):**

ترتبط عمليات وأنشطة حل المسألة الجبرية بتنمية مهارات: استيعاب المسألة، وتمثيل حل المسالة، وحل المسألة الجبرية، والتحقق من حل المسألة، ويتطلب ذلك دعم التلاميذ في قراءة المسالة الجبرية، وتحديد المعطيات، وتمثيلها في رسوم أو مخططات، مع التمييز بين المعلومات المرتبطة وغير المرتبطة، وبناء خطة عمل لحل المسألة الجبرية، مع بناء الاستدلالات الرياضية المرتبطة بالمحتوى العلمي أو الاستدلالات الرياضية المرتبطة بالخوارزميات. وترتكز عمليات وأنشطة تدريس المسالة الجبرية على قراءة وتمثيل المسالة الجبرية بطريقة يسهل معها استدعاء التلاميذ للخبرات والخوارزميات الرياضية المرتبطة، مع تمثل خطوات الحل، والتحقق من الحل بطرق متعددة، وتوجيه التلاميذ للانتقال من التمثيلات الرياضية اليدوية والمحسوسة والذهنية إلى مستوى بناء الاستدلالات الرياضية في مجال الجبر.

- **الأساس الرابع (التمثيلات الرياضية وتوظيفها في تدريس الرياضيات):**

ينطلق الدليل الحالي من الربط بين توظيف التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضية وتنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، مع تنمية

مهارات حل المسألة الجبرية. ويعتمد الدليل الحالي على تنويع مستويات التمثيلات الرياضية المتمثلة في: التمثيلات الرياضية على مستوي اليدويات، والتمثيلات الرياضية على المستوى الحسي(البصري ـ السمعي)، والتمثيلات الرياضية على المستوى الذهني في تدريس وحدتي الجبر بالبحث الحالي.

- **خطواتٍ التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية**:

وفقاً لمستوياتٍ التمثيلات الرياضيات المتعددة والمتتابعة هرمياً وفق درجة التجريد، وانطلاقاً من طبيعة الخبرات التعليمية الجبرية التي تتسم بالتجريد بدرجة كبيرة، بالإضافة إلى استقراء الدراسات السابقة حول توظيف التمثيلات الرياضية، وتنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات حل المسالة الجبرية، تم توصيف خطوات استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس وحدتي الجبر كما في جدول(١):

جدول (١) توصيف التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات

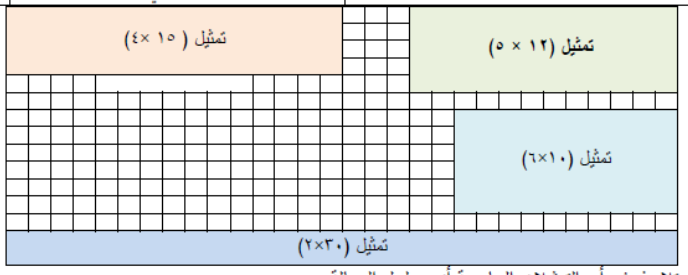
اسم المرحلة	توصيف المرحلة	أنشطة المعلم	أنشطة التلاميذ	تنظيمات صفية
المرحلة العملية في التمثيلات الرياضية (تقديم المفاهيم الرياضية)	تهدف المرحلة الحالية إلي توظيف التمثيلات الرياضية باستخدام اليدويات في تقديم المفاهيم الجبرية	صياغة مشكلة رياضية وتقديمها للتلاميذ مع دعمهم باليدويات لحثهم على التمثيلات الرياضية	العمل على تمثيل ترجمة المسالة الرياضية، وتمثيل المفاهيم الرياضية بطرائق متنوعة.	(تنظيم كلي) يتم العمل مع تلاميذ الفصل ككل
المرحلة الحسية (تنمية المفاهيم الرياضية)	وتهدف إلى الانتقال إلى توظيف الحواس لتقديم وتنمية المفاهيم الجبرية	حث التلاميذ على ترجمة وتمثيل المفاهيم/ المشكلات في جداول أو أشكال ورسوم رياضية	توظيف حواسهم في تمثيل المفاهيم الرياضية بجداول أو أشكال أو رسوم، ...الخ	(تنظيم فردي) ثم تنظيم تعاوني للتقييم
المرحلة التجريدية في التمثيلات الرياضية (ترابط المفاهيم الرياضية)	وتهدف إلى الانتقال إلى تمثيل المفاهيم الرياضية أو المشكلات باستخدام الرموز والتعبيرات والمقادير والعلاقات الجبرية.	تشجيع التلاميذ للعمل على توظيف الرموز والمقادير الجبرية والعلاقات في التعبير عن المفاهيم والمشكلات الرياضية	تمثيل المفاهيم والمشكلات الرياضية باستخدام الرموز والمقادير الجبرية والعلاقات الرياضية	تنظيم تعاوني مع مراعاة الأداء الفردي
المرحلة المتنوعة في التمثيلات الرياضية (التطبيقات وتقييم الأداء)	وتهدف إلى تقويم التلاميذ فيما تعلموه خلال المراحل السابقة مع توظيف التمثيلات الرياضية	تصميم تطبيقات رياضية حول المفاهيم الرياضية التي تعلموها في الدرس وما يرتبط بها من خبرات.	حل التطبيقات الرياضية: مشكلة/ موقف/ مسألة جبرية، مع توظيف أنماط التمثيلات الرياضية.	تنظيم تعاوني مع الأداء الفردي

وأمكن ترجمة الخطوات المتضمنة في جدول (١) في صورة إجرائية توضح كيفية استخدام التمثيلات الرياضية في تخطيط التدريس وبناء سيناريو تعليمي عن خطوات التنفيذ داخل حصة الرياضيات وفقا لشكل(٣) كما يلي.

- **كتابة محتوى الدليل بصورة نهائية**:

روعي الاعتماد على نتائج تحليل محتوى وحدتي التحليل والقوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح، لتحديد عناصر الخبرات الرياضية والمتمثلة في: المفاهيم الرياضية الرئيسة والفرعية، والمهارات الرياضية العقلية الأدائية، والتعميمات الرياضية، مع تحديد الأهداف الإجرائية للوحدتين، وتوظيفها عند

تخطيط التدريس وفقاً للنموذج السابق كما في شكل (٣)، تم تخطيط التدريس لدروس الوحدتين وفقا لجدول (٢) والذي يبين وصف دروس الوحدات الدراسية وأهدافها الإجرائية وعدد الحصص.

<table dir="rtl">
<tr><td colspan="4">عنوان الوحدة: التحليل عنوان الدرس: المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريا
الأهداف الإجرائية: (١) حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد (٢) حل مسائل لفظية حياتية تتضمن معادلة من الدرجة الثانية</td></tr>
<tr><td>المرحلة</td><td>أنشطة المعلم</td><td>أنشطة التلاميذ</td><td>طريقة التعلم</td></tr>
<tr><td rowspan="3">المرحلة العملية لتمثيلات الرياضية (تقديم المفاهيم الرياضية)</td><td>صياغة مشكلة رياضية وتقديمها للتلاميذ مع دعمهم باليدويات لحثهم على التمثيلات الرياضية</td><td>يعمل التلاميذ على ترجمة المسألة باستخدام اليدويات المختلفة ومنها كما يلي:</td><td>العمل مع تلاميذ الفصل ككل</td></tr>
<tr><td colspan="2">قطعة ارض مستطيلة الشكل طولها يزيد عن عرضها بأربعة أمتار، فإذا كانت مساحتها ٦٠متر مربع، فأوجد بعديها؟</td></tr>
<tr><td colspan="3">يمكن للتلاميذ استخدام المكعبات أو قطعة ورق مقوى في تمثيل مستطيل مساحته ٦٠م٢</td></tr>
<tr><td rowspan="3">المرحلة الحسية لتمثيلات الرياضية (تنمية المفاهيم الرياضية)</td><td>حث التلاميذ على ترجمة المسألة باستخدام لوحة المربعات أو السبورة المسمارية</td><td>يحاول التلاميذ تمثيل بعدا المستطيل باستخدام اللوحة المسمارية/ الرسوم مع المحاولة والخطأ، وكتابة التوقعات ومنها ما يلي:</td><td>عمل تعاوني</td></tr>
<tr><td colspan="3"> 

يناقش المعلم تلاميذه في أي التمثيلات الرياضية أنسب لحل المسالة.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">المرحلة التجريدية لتمثيلات الرياضية (ترابط المفاهيم الرياضية)</td><td>تشجيع التلاميذ للعمل على توظيف الرموز والمقادير الجبرية والعلاقات في التعبير عن حل المسالة الرياضية</td><td>ترجمة المسالة في صيغة جبرية على مستوى الرموز والعلاقات وحل المسألة وفق خوارزميات واضحة كما يلي:</td><td>عمل تعاوني مع أداء فردي</td></tr>
<tr><td colspan="3">بفرض أن بعد المستطيل (س)، (س+ ٤) ، تذكر: مساحة المستطيل = س(س+٤)
• س(س+٤)= ٦٠ من المعطيات
• س٢ + ٤س = ٦٠ باستخدام التحليل يكون:
• بعدا المستطيل (٦ م) ،١٠م</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td rowspan="3">المرحلة المتنوعة لتمثيلات الرياضية (التطبيقات وتقييم الأداء)</td><td>في ضوء ما تعلمت (أجب عما يلي:)</td><td>يقوم كل تلميذ بحل المسالة في كراسة الملاحظات:</td><td>أداء فردي</td></tr>
<tr><td colspan="3">(عددان زوجيان متتاليان حاصل ضربهما ٣٦٠، فما العددان)
• يوجه المعلم تلاميذ للعمل ثم تقييم الأداء.
• يحدد الصعوبات والأخطاء الشائعة لمراعاتها في تدريس الحصة القادمة
• يقدم المعلم تغذية راجعة حول درس اليوم بمناقشة التلاميذ حول ما تعلموه.</td></tr>
</table>

شكل (٣) نموذج خطة درس باستخدام التمثيلات الرياضية

جدول (٢) وصف الوحدات الدراسية

الوحدات	الدروس	الأهداف الإجرائية	الحصص
التحليل	تحليل المقدار الثلاثي	تعرف معنى تحليل مقدار جبرى	٢
		تحليل المقدار الثلاثي	
	المقدار الثلاثي على صورة المربع الكامل	تحليل المقدار الثلاثى على صورة مربع كامل	٢
		حل مسائل باستخدام تحليل المقدار الثلاثى	
	تحليل الفرق بين مربعين	تحليل الفرق بين مربعين	١
		استخدام التحليل لتسهيل العمليات الحسابية	
	تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما	تحليل مجموع المكعبين	١
		تحليل الفرق بين المكعبين	
	التحليل بالتقسيم	تحليل المقدار الجبرى باستخدام التقسيم	١
	التحليل بإكمال المربع	تعرف معنى المربع الكامل	٢
		تحليل المقدار الجبرى بإكمال المربع	
	المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريا	حل معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد	٢
		حل مسائل لفظية حياتية تتضمن معادلة من الدرجة الثانية	
القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح	القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح	تعرف مفهوم القوى الصحيحة غير السالبة	٢
		تعرف مفهوم القوى الصحيحة السالبة	
	قوانين القوى الصحيحة غير السالبة في ح	استنتاج قوانين القوى الصحيحة غير السالبة في ح	١
		حل المسائل على القوى الصحيحة غير السالبة في ح	
	قوانين القوى الصحيحة السالبة في ح	تعميم قوانين القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح	١
	العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة	إجراء العمليات (+، -، ×، ÷) على القوى الصحيحة.	٣
		التحقق من ناتج العمليات على القوى الصحيحة	
اجمالى عدد الحصص (١٨)			

وتمت كتابة دليل تدريس الوحدتين الدراسيتين باستخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في صورة نهائية، وتضمن الدليل: مقدمة توضح الهدف من الدليل، ومفهوم التمثيلات الرياضية وأهميتها في تدريس الجبر، مع توصيف خطوات التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية متعدد المستويات، وتحديد أدوار وأنشطة المعلم والتلاميذ بصورة إجرائية، ثم تقديم نماذج دروس الوحدتين وفقاً لنموذج شكل (٣). وتضمنت هذه النماذج عناصر تخطيط التدريس وفقا لخطوات التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية، مع صياغة الأنشطة المرتبطة بالتمثيلات الرياضية والتي يجب تنفيذها من قبل المعلم والتلاميذ.

- **إعداد اختبار التفكير الجبري** :

انطلاقا من استقراء الدراسات السابقة والمرتبطة بتنمية وقياس مهارات التفكير الجبري، تم إعداد اختبار قياس مهارات التفكير الجبري وفقا للخطوات والإجراءات التالية:

- **أهداف اختبار التفكير الجبري**:

قياس مهارات التفكير الجبري في الوحدتين المحددتين لدى تلاميذ عينة البحث. وارتبط الاختبار بقياس مهارات التفكير الجبري المحددة في التعريف

الاجرائي للدراسة وتضمن: استيعاب الأنماط الرياضية، واستخدام الرموز الجبرية، واستخدام التمثيلات الرياضية، وصف العلاقات الرياضية.

- **محتوى الاختبار**:

ارتبط الاختبار ببعدين: البعد الأول يتمثل في محتوى الوحدتين الدراسيتين، والبعد الثاني يتمثل في مهارات التفكير الجبري المحددة إجرائيا في البحث الحالي. وفي ضوء نتائج تحليل الوحدتين، بالإضافة إلى استقراء وتحليل الأدبيات والدراسات السابقة حول تنمية وقياس مهارات التفكير الجبري، تم التوصل الى مواصفات اختبار قياس مهارات التفكير الجبري كما في جدول (٣) وفقا لما يلي:

جدول (٣) مواصفات اختبار مهارات التفكير الجبري(وفقاً للأوزان النسبية التقريبية للدروس)

الوحدات والدروس		الوزن النسبي ٪	استيعاب الأنماط الرياضية ٪٢٥	استخدام الرموز الجبرية ٪٢٥	استخدام التمثيلات الرياضية ٪٢٥	وصف العلاقات الرياضية ٪٢٥	المجموع
التحليل	تحليل المقدار الثلاثي	١٤,٦	٣,٦٥٪	٣,٦٥٪	٣,٦٥٪	٣,٦٥٪	١٤,٦٪
	المقدار الثلاثي على صورة المربع الكامل	٩,٨	٢,٤٥٪	٢,٤٥٪	٢,٤٥٪	٢,٤٥٪	٩,٨٪
	تحليل الفرق بين مربعين	٧,٣	١,٨٣٪	١,٨٣٪	١,٨٣٪	١,٨٣٪	٧,٣٪
	تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما	٧,٣	١,٨٣٪	١,٨٣٪	١,٨٣٪	١,٨٣٪	٧,٣٪
	التحليل بالتقسيم	٧,٣	١,٨٣٪	١,٨٣٪	١,٨٣٪	١,٨٣٪	٧,٣٪
	التحليل بإكمال المربع	٧,٣	١,٨٣٪	١,٨٣٪	١,٨٣٪	١,٨٣٪	٧,٣٪
	المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريا	٩,٨	٢,٤٥٪	٢,٤٥٪	٢,٤٥٪	٢,٤٥٪	٩,٨٪
القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح	القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح	٩,٨	٢,٤٥٪	٢,٤٥٪	٢,٤٥٪	٢,٤٥٪	٩,٨٪
	قوانين القوى الصحيحة غير السالبة في ح	٧,٣	١,٨٣٪	١,٨٣٪	١,٨٣٪	١,٨٣٪	٧,٣٪
	قوانين القوى الصحيحة السالبة في ح	٩,٨	٢,٤٥٪	٢,٤٥٪	٢,٤٥٪	٢,٤٥٪	٩,٨٪
	العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة	٩,٨	٢,٤٥٪	٢,٤٥٪	٢,٤٥٪	٢,٤٥٪	٩,٨٪
المجموع (مقرب لأقرب وحدة)		١٠٠٪	٢٥٪	٢٥٪	٢٥٪	٢٥٪	١٠٠٪

ولتحديد عدد مفردات اختبار مهارات التفكير الجبري، تم الاستفادة من جدول (٣) لتحديد عدد مفردات كل مهارة داخل كل موضوع ووحدة دراسية محددة بالبحث الحالي. ويبين جدول (٤) عدد المفردات كما يلي .

جدول (٤) عدد مفردات اختبار قياس مهارات التفكير الجبري

الوحدات والدروس		الوزن النسبي ٪	استيعاب الأنماط الرياضية ٪٢٥	استخدام الرموز الجبرية ٪٢٥	استخدام التمثيلات الرياضية ٪٢٥	وصف العلاقات الرياضية ٪٢٥	المجموع
التحليل	تحليل المقدار الثلاثي	١٤,٦	٢	٢	٢	٢	٨
	المقدار الثلاثي على صورة المربع الكامل	٩,٨	١	١	١	١	٤
	تحليل الفرق بين مربعين	٧,٣	١	١	١	١	٤
	تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما	٧,٣	١	١	١	١	٤
	التحليل بالتقسيم	٧,٣	١	١	١	١	٤
	التحليل بإكمال المربع	٧,٣	١	١	١	١	٤
	المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريا	٩,٨	١	١	١	١	٤
القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح	القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح	٩,٨	١	١	١	١	٤
	قوانين القوى الصحيحة غير السالبة في ح	٧,٣	١	١	١	١	٤
	قوانين القوى الصحيحة السالبة في ح	٩,٨	١	١	١	١	٤
	العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة	٩,٨	١	١	١	١	٤
المجموع		٪١٠٠	١٢	١٢	١٢	١٢	٤٨

- **كتابة الإختبار في صورته الأولية**:

وفقا لأهداف اختبار قياس مهارات التفكير الجبري، ووفقاً لجدول مواصفات الاختبار، تم صياغة مفردات اختبار قياس مهارات التفكير الجبري في صورة (اختيار من متعدد ـ أربعة بدائل)، وتضمن الاختبار جزأين: الجزء الأول ارتبط بالبيانات الأساسية للتلميذ متضمنة تعليمات الاختبار، والجزء الثاني مفردات الاختبار، وتم كتابة الاختبار في صورته المقدمة للتلميذ حتى يمكن التحكيم عليه وفق هذه الصورة. ويوضح شكل (٤) بعض الأمثلة لمفردات اختبار مهارات التفكير الجبري .

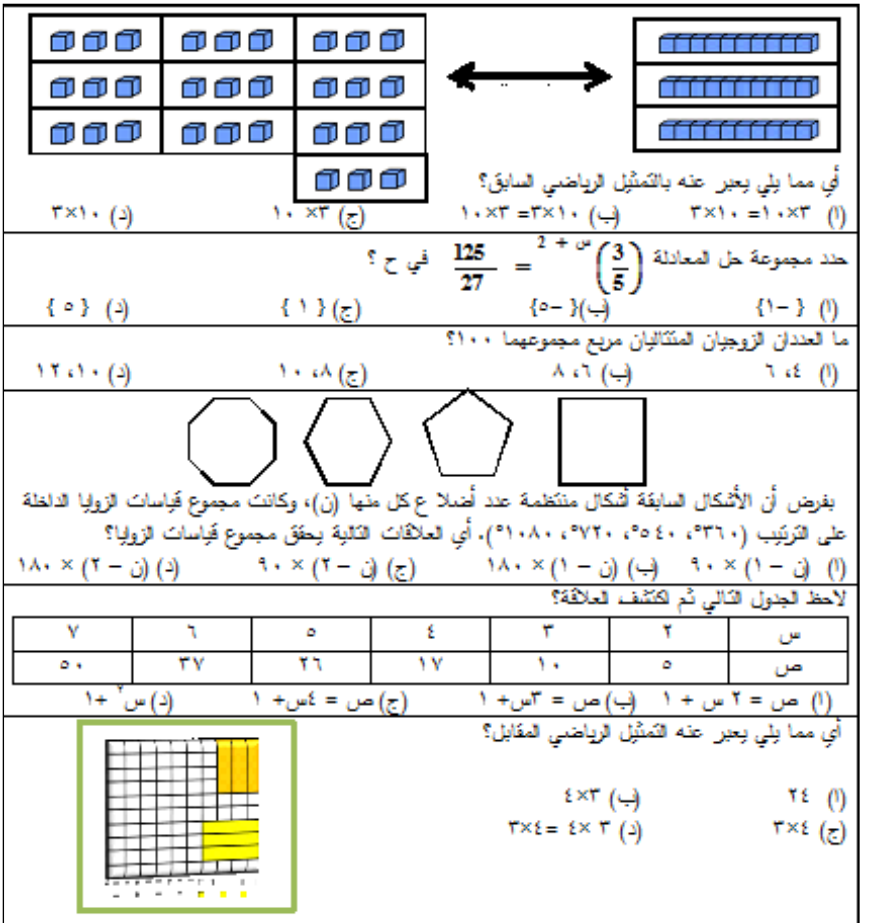
- **اختبار المهارات الخوارزمية**

تم إعداد اختبار قياس المهارات الخوارزمية وفقاً للخطوات والإجراءات التالية:

- **أهداف اختبار المهارات الخوارزمية**:

هدف الاختبار إلي قياس المهارات الخوارزمية في الوحدتين المحددتين لدى تلاميذ عينة البحث. وارتبط الاختبار بقياس المهارات الخوارزمية المحددة في

التعريف الاجرائي للدراسة وتتمثل في: استيعاب الخوارزميات المطلوبة لحل المسألة، وتطبيق الخوارزميات في حل المسألة، وتعديل الخوارزميات الخاطئة عند حل المسألة، وتعميم خوارزميات جديدة وتطبيقها.



شكل (٤) بعض نماذج مفردات اختبار مهارات التفكير الجبري

- **محتوى الاختبار**:

بنفس طريقةٍ اعداد اختبار مهارات التفكير الجبري، تم بناء اختبار المهارات الخوارزمية وفقاً لنفس جدول المواصفات، حيث إن الأدوات الثلاثة ارتبطت بذات الوحدتين الدراسيتين. وارتبط الاختبار ببعدين: الأول محتوى الوحدتين

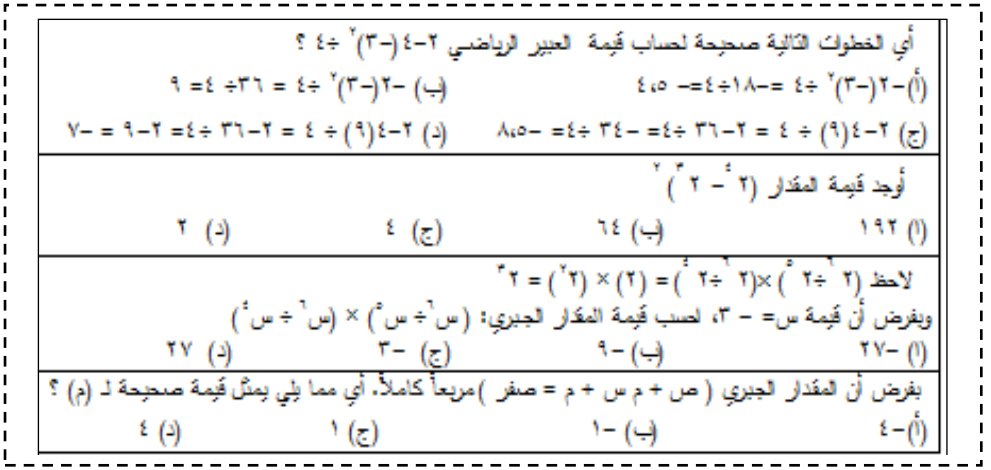
الدراسيتين، والثاني المهارات الخوارزمية. وفي ضوء نتائج تحليل الوحدتين، واستقراء الأدبيات والدراسات السابقة حول تنمية وقياس المهارات الخوارزمية، وجدول مواصفات الاختبار (كما في التفكير الجبري)، تم تحديد عدد مفردات اختبار قياس المهارات الخوارزمية كما في جدول (٥):

جدول (٥) يبين عدد مفردات اختبار قياس المهارات الخوارزمية

الوحدات والدروس		الوزن النسبي ٪	استيعاب الخوارزميات المطلوبة لحل المسألة	تطبيق الخوارزميات في حل المسألة	تعديل الخوارزميات الخاطئة عند حل المسألة	تعميم خوارزميات جديدة وتطبيقها	مجموع
			٪٢٥	٪٢٥	٪٢٥	٪٢٥	
التحليل	تحليل المقدار الثلاثي	١٤,٦	٢	٢	٢	٢	٨
	مقدار الثلاثي على صورة مربع كامل	٩,٨	١	١	١	١	٤
	تحليل الفرق بين مربعين	٧,٣	١	١	١	١	٤
	تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما	٧,٣	١	١	١	١	٤
	التحليل بالتقسيم	٧,٣	١	١	١	١	٤
	التحليل بإكمال المربع	٧,٣	١	١	١	١	٤
	معادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريا	٩,٨	١	١	١	١	٤
القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح	القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح	٩,٨	١	١	١	١	٤
	قوانين القوى الصحيحة غير السالبة في ح	٧,٣	١	١	١	١	٤
	قوانين القوى الصحيحة السالبة في ح	٩,٨	١	١	١	١	٤
	العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة	٩,٨	١	١	١	١	٤
المجموع		٪١٠٠	١٢	١٢	١٢	١٢	٤٨

- **كتابة الاختبار في صورته الأولية**:

بنفس الطريقة السابقة تم صياغة مفردات اختبار قياس المهارات الخوارزمية في صورة (اختيار من متعدد ـ أربعة بدائل)، وتضمن الاختبار جزأين: الجزء الأول ارتبط بالبيانات الأساسية للطالب متضمنة تعليمات الاختبار، والجزء الثاني مفردات الاختبار، وتم كتابة الاختبار في صورته المقدمة للتلميذ؛ حتى يمكن التحكيم عليه وفق هذه الصورة. ويوضح شكل (٥) بعض الأمثلة لمفردات اختبار قياس المهارات الخوارزمية:



شكل (٥) بعض نماذج مفردات اختبار المهارات الخوارزمية

- **اختبار مهارات حل المسألة** :

تم إعداد اختبار قياس مهارات حل المسألة الجبرية وفقاً للخطوات والإجراءات التالية:

- **أهداف اختبار مهارات حل المسألة الجبرية**:

هدف الاختبار الحالي إلى قياس مهارات حل المسألة الجبرية في الوحدتين المحددتين لدى تلاميذ عينة البحث. وارتبط الاختبار بقياس مهارات حل المسألة الجبرية المحددة في التعريف الاجرائي للدراسة: استيعاب المسألة، وتمثيل حل المسالة، و حل المسألة الجبرية، و التحقق من حل المسألة.

- **محتوى الاختبار**:

ارتبط اختبار قياس مهارات حل المسألة الجبرية ببعدين: الأول محتوى الوحدتين الدراسيتين، والثاني مهارات حل المسألة الجبرية. واعتمد الاختبار على جدول المواصفات السابق إعداده لقياس اختبار قياس مهارات التفكير الجبري، وتم تحديد عدد مفردات اختبار قياس مهارات حل المسالة الجبرية كما في جدول (٦).

- **كتابة الاختبار في صورته الأولية**:

تم صياغة اختبار حل المسائل الجبرية في صورة مسائل لفظية، وتكون الاختبار من (١٢) مسألة لفظية، كل منها يتكون من أربعة أسئلة فرعية ترتبط بمهارات حل المسالة الجبرية بعضها اختيار من متعدد، وبعضها يتطلب إجابات قصيرة، وبعضها يتطلب مجموعة من الخطوات للوصول إلى حل المسألة، والتحقق من الحل بطرائق مختلفة. وتم كتابة الاختبار في الصورة المقدمة

للتلاميذ تمهيداً للتحكيم عليها. ويوضح شكل (٦) بعض أمثلة مفردات اختبار مهارات حل المسالة الجبرية.

جدول (٦) يبين عدد مفردات اختبار حل المسألة الجبرية

	الوحدات والدروس	الوزن النسبي ٪	استيعاب المسألة ٪٢٥	تمثيل حل المسالة ٪٢٥	حل المسألة الجبرية ٪٢٥	التحقق من حل المسألة ٪٢٥	المجموع
التحليل	تحليل المقدار الثلاثي	١٤.٦	٢	٢	٢	٢	٨
	المقدار الثلاثي على صورة المربع الكامل	٩.٨	١	١	١	١	٤
	تحليل الفرق بين مربعين	٧.٣	١	١	١	١	٤
	تحليل مجموع مكعبين والفرق بينهما	٧.٣	١	١	١	١	٤
	التحليل بالتقسيم	٧.٣	١	١	١	١	٤
	التحليل بإكمال المربع	٧.٣	١	١	١	١	٤
	المعادلة من الدرجة الثانية في متغير واحد جبريا	٩.٨	١	١	١	١	٤
القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح	القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح	٩.٨	١	١	١	١	٤
	قوانين القوى الصحيحة غير السالبة في ح	٧.٣	١	١	١	١	٤
	قوانين القوى الصحيحة السالبة في ح	٩.٨	١	١	١	١	٤
	العمليات الحسابية باستخدام القوى الصحيحة	٩.٨	١	١	١	١	٤
	المجموع	١٠٠٪	١٢	١٢	١٢	١٢	٤٨

اقرأ المسألة التالية ثم أجب عن الأسئلة التالية؟

قطعة أرض على شكل مستطيل مساحتها بالمتر المربع تعطي بالمقدار (س^{٢} – ١٨ س +٨٠).

ما قيمة مساحة قطعة الأرض عند س = ٢٠ متر؟

(أ) ٨٤٠ م^{٢} (ب) ١٢٠م^{٢} (ج) ١٠٠م^{٢} (د) ٨٠ م^{٢}

يوضح الشكل السابق تمثيل قطعة الأرض على شكل مستطيل. احسب بعداه عند س= ١٥؟

(أ) ٢٥م، ٢٣م (ب) ١٠م، ٨ م (ج) ٧م، ٥م (د) ٦م، ٣م

أي مما يلي يمثل قيمة غير منطقية (غير معرف عندها) للمتغير (س)؟

(أ) ١٠ (ب) ١١ (ج) ١٢ (د) ١٣

إذا كان بعدا قطعة الأرض هما بعدا المستطيل (س– ١٠)(س–٨)، تحقق أي مما يلي يمثل قيمة للمتغير (س) في حالة مساحة قطعة الأرض = ٩٩م^{٢}

(أ) ١ (ب) ١٩ (ج) ٣٣ (د) ٩٩

شكل (٦) بعض نماذج مفردات اختبار مهارات حل المسألة الجبرية

- **صدق أدوات البحث**:

ويقصد بصدق الأداة أن تقيس ما وضعت لقياسه، وتم الاعتماد في البحث الحالي على استقراء آراء المحكمين المختصين في مفردات أدوات البحث والمتمثلة في اختبار قياس مهارات التفكير الجبري، واختبار قياس المهارات الخوارزمية، واختبار قياس مهارات حل المسألة الجبرية، وهدفت عملية التحكيم إلي دراسة مدى ارتباط كل مفردة بالهدف منها، والمهارة الفرعية التي تقيسها داخل الاختبار ككل، وتم عرض الأدوات على عدد (١٩) من المحكمين من أعضاء هيئة التدريس تخصص المناهج وطرق تدريس الرياضيات في الجامعات، ومن أعضاء الهيئة البحثية بالمركز القومي للبحوث التربوية والتنمية، وعدد من موجهي ومعلمي الرياضيات. وتباينت آراء السادة المحكمين حول صياغة بعض المفردات من الناحية اللغوية، وتقليل كم المفردات اللفظية في رأس مفردات (من نوع اختيار من متعدد) في اختبار قياس مهارات حل المسالة الجبرية، كما تم تعديل بعض المفردات للاتساق مع الهدف الذي تقيسه المفردة. ووفقاً لآراء السادة المحكمين تم القيام بالتعديلات ووضع الأدوات في صورة قابلة للتطبيق لقياس معامل الثبات، ومعاملات السهولة والصعوبة، ومعاملات التمييز وفقاً لما يلي:

- **ثبات أدوات البحث**:

لقياس ثبات أدوات البحث الحالي تم تطبيق الاختبار مرتين بفاصل زمني (٣) أسابيع؛ حيث تم التطبيق على عينة عددها (٧١) تلميذاً تمثلت في فصلين من فصول الصف الثاني الإعدادي، وتم التطبيق في نهاية الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ٢٠١٢/٢٠١٣م، وذلك بعد دراسة العينة للوحدتين الدراسيتين. وبحساب معاملات الارتباط لبيرسون كانت القيم كما في جدول (٧):

جدول(٧) يبين معلات الارتباط لبيرسون لدراسة ثبات أدوات البحث

اختبار مهارات التفكير الجبري		اختبار المهارات الخوارزمية		اختبار مهارات حل المسالة الجبرية	
المهارات	معامل الارتباط	المهارات	معامل الارتباط	المهارات	معامل الارتباط
استيعاب الأنماط الرياضية	٠,٧٧٩	استيعاب الخوارزميات المطلوبة لحل المسألة	٠,٦٨٤	استيعاب المسألة	٠,٦٣٦
استخدام الرموز الجبرية	٠,٧٨٣	تطبيق الخوارزميات في حل المسألة	٠,٧٠٣	تمثيل حل المسالة	٠,٦٥٨
استخدام التمثيلات الرياضية	٠,٨٥٠	تعديل الخوارزميات الخطأ عند حل المسألة	٠,٧١١	حل المسألة الجبرية	٠,٧٠٩
وصف العلاقات الرياضية	٠,٨٦٩	تعميم خوارزميات جديدة وتطبيقها	٠,٦٩٣	التحقق من حل المسألة	٠,٧٨٢
إجمالي التفكير الجبري	٠,٩٠١	إجمالي المهارات الخوارزمية	٠,٨١٤	إجمالي حل المسالة الجبرية	٠,٨٠٢

يتضح من جدول (٧) أن قيم معاملات الارتباط أتت كبيرة في إجمالي اختبار مهارات التفكير الجبري، ومهاراته كل على حده، وأتت بدرجة كبيرة في إجمالي اختبار المهارات الخوارزمية بصفة عامة، وأتت بدرجات متوسطة وكبيرة في

المهارات كل على حدة، كما أتت بدرجة كبيرة في إجمالي اختبار مهارات حل المسالة الجبرية، في حين أتت بدرجات متوسطة وكبيرة في مهاراتها كل على حده. وبصفة عامة أتت معاملات الارتباط دالة احصائيا عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١)، وتبين قيم معاملات الارتباط لبيرسون ثبات مفردات أدوات البحث بدرجة مقبولة.

- **معامل الصعوبة ومعامل التمييز للمفردات**

يعرف معامل الصعوبة لفقرة/ أو سؤال بأنه نسبة عدد التلاميذ الذين أجابوا إجابة صحيحة عن السؤال إلى إجمالي عدد التلاميذ، وتتراوح قيمة معامل الصعوبة بين الصفر والواحد الصحيح، ويفضل أن تكون قيم معاملات الصعوبة محصورة بين (٠,٣ حتى ٠,٧)، ويكتفي بحساب معامل الصعوبة أو السهولة، ويراعي أن (قيمة معامل الصعوبة+ قيمة معامل السهولة =١). ويتطلب حساب معامل الصعوبة تصنيف التلاميذ إلى ثلاث مجموعات (المجموعة العليا ٢٧٪، المجموعة المتوسطة، المجموعة الدنيا ٢٧٪). وانحصرت قيم معاملات الصعوبة في مفردات اختبار المهارات الخوارزمية بصورته النهائية بين (٠,٣٢ ـ ٠,٦٨)، في حين انحصرت قيم معاملات الصعوبة في مفردات اختبار المهارات الخوارزمية بين (٠,٤٣ ـ ٠,٧٢)، كما انحصرت قيم معاملات الصعوبة في مفردات اختبار مهارات حل المسألة الجبرية بين (٠,٣٩ ـ ٠,٧٤). وتعد قيم معاملات الصعوبة مقبولة بدرجة كبيرة.

ويعرف معامل التمييز بالفرق بين عدد التلاميذ الذين أجابوا إجابة صحيحة في المجموعة العليا من التلاميذ (٢٧٪)، وبين عدد التلاميذ الذين أجابوا إجابة صحيحة في المجموعة الدنيا من التلاميذ (٢٧٪) مقسوماً على عدد تلاميذ إحدى الفئتين العليا أو الدنيا، وتنحصر قيم معاملات التمييز بين (ـ١)، (+١). وانحصرت قيم معاملات التمييز لمفردات اختبار مهارات التفكير الجبري بين قيمتي (٠,٤٣ ـ ٠,٦٦) وهي قيم جيدة لمفردات الاختبار، كما انحصرت قيم معاملات التمييز لمفردات اختبار المهارات الخوارزمية بين قيمتي (٠,٣٦ ـ ٠,٨٥)، وانحصرت قيم معاملات التمييز لاختبار مهارات حل المسالة الجبرية بين قيمتي(٠,٣٩ ـ ٠,٧٢)، وتعد القيم من (٠,٣٦ حتى ٠,٤٠) قيما مقبولة لتمييز المفردات، في حين أن القيم (أكبر من ٠,٤٠ حتى الواحد الصحيح الموجب) قيم جيدة كمعاملات تمييز لمفردات الاختبار.

- **مجتمع البحث وعينته**:

تمثل مجتمع البحث في جميع تلاميذ الصف الثاني الإعدادي بإدارة شبين الكوم بمديرية التربية والتعليم بمحافظة المنوفية. وتكونت عينة البحث من مجموعتين: مجموعة تجريبية وتمثلت في فصلين من فصول الصف الثاني الإعدادي عددها(١٢٧) تلميذ وتلميذة بمدرسة عبدالعزيز فهمي، ومجموعة

ضابطة تمثلت في فصلين دراسيين من فصول الصف الثاني الإعدادي عددها (١٣١) تلميذ وتلميذة بمدرسة الحسينية، تم اختيارهما بطريقة عشوائية. وروعي ضبط المتغيرات المرتبطة بمعلمي تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة من ناحية المؤهل الدراسي، وعدد سنوات الخبرة بدرجة كبيرة.

- **التطبيق الميداني**:

تمت اجراءات التطبيق الميداني في الفصل الدراسي الثاني بالعام الدراسي ٢٠١٣/٢٠١٤م، وبدأت اجراءات التطبيق الميداني بزيارة مدرستي العينة وتقديم الهدف من البحث ومتطلبات التصميم التجريبي، بالإضافة الى عمل عدد (٣) جلسات مناقشة مع معلم المجموعة التجريبية لتقديم دليل التدريس باستخدام التمثيلات الرياضية، وتم عمل (٣) جلسات مع معلم المجموعة الضابطة لتوصيف تدريس الرياضيات بالطريقة المعتادة بصورة دقيقة لإمكانية الضبط التجريبي قدر الإمكان. وللتأكد من تكافؤ مجموعتي الدراسة تم تطبيق الأدوات قبلياً، وروعي تطبيق كل أداة في يوم دراسي. وتبين جداول (٨، ٩، ١٠) نتائج التطبيق القبلي:

- **نتائج التطبيق القبلي في اختبار مهارات التفكير الجبري**.:

جدول(٨) يبين نتائج اختبار (ت) للفروق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق القبلي لاختبار التفكير الجبري بصفة عامة ومهاراته كل على حده

مهارات التفكير الجبري	النوع	عدد التلاميذ	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة (ت)	درجات الحرية	الدلالة الإحصائية
استيعاب الأنماط الرياضية	تجريبية	١٢٧	٣,٠٥٥	١,٨٤٩	٠,٦١٨	٢٥٦	غير دالة إحصائيا
	ضابطة	١٣١	٣,٢٠٦	٢,٠٦٧			
استخدام الرموز الجبرية	تجريبية	١٢٧	٢,٧٤٨	٢,٠١٦	٠,٤٧٩	٢٥٦	غير دالة إحصائيا
	ضابطة	١٣١	٢,٦٢٦	٢,٠٧٣			
استخدام التمثيلات الرياضية	تجريبية	١٢٧	٢,٤٦٥	١,٩٨٧	١,٨٣٥	٢٥٦	غير دالة إحصائيا
	ضابطة	١٣١	٢,٩٣٩	٢,١٥٨			
وصف العلاقات الرياضية	تجريبية	١٢٧	٢,٦١٤	١,٩٨٠	٠,٢٤٤	٢٥٦	غير دالة إحصائيا
	ضابطة	١٣١	٢,٥٥٧	١,٧٥٩			
إجمالي التفكير الجبري	تجريبية	١٢٧	١٠,٨٨٢	٤,٩٨٣	٠,٨٤١	٢٥٦	غير دالة إحصائيا
	ضابطة	١٣١	١١,٣٢٨	٣,٤١٨			

ويتضح من جدول (٨) ومن استقراء قيم المتوسطات الحسابية، وقيم (ت) المحسوبة، عدم وجود فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق القبلي لاختبار التفكير الجبري بصفة عامة ومهاراته كل على حده، حيث إن قيمة (ت) المحسوبة أصغر من قيمة (ت) الجدولية (تساوي ٢,٥٩ بدرجات حرية ٢٥٦)، مما يشير إلى تكافؤ مجموعتي البحث: المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في الخبرات السابقة المرتبطة بمهارات التفكير الجبري قبلياً.

- **نتائج التطبيق القبلي في اختبار المهارات الخوارزمية:**

جدول(٩) يبين نتائج اختبار (ت) للفروق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق القبلي لاختبار المهارات الخوارزمية بصفة عامة والمهارات كل على حدة

المهارات الخوارزمية	النوع	عدد التلاميذ	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة (ت)	درجات الحرية	الدلالة الإحصائية
استيعاب الخوارزميات المطلوبة لحل المسألة	تجريبية	١٢٧	٤,٣٧٨	١,٣٧٩	٠,١٠٥	٢٥٦	غير دالة إحصائيا
	ضابطة	١٣١	٤,٣٥٩	١,٥٤٤			
تطبيق الخوارزميات في حل المسألة	تجريبية	١٢٧	٣,٢٦٨	١,٩٣٧	٠,٥٩٤	٢٥٦	غير دالة إحصائيا
	ضابطة	١٣١	٣,١٢٢	١,٩٩٦			
تعديل الخوارزميات الخطأ عند حل المسألة	تجريبية	١٢٧	٢,٧١٧	١,٤٤١	١,٠٧٢	٢٥٦	غير دالة إحصائيا
	ضابطة	١٣١	٢,٩٠٨	١,٤٣٣			
تعميم خوارزميات جديدة وتطبيقها	تجريبية	١٢٧	٣,١١١	١,٩٦٩	١,٣٩٧	٢٥٦	غير دالة إحصائيا
	ضابطة	١٣١	٢,٨١٧	١,٣٥٨			
إجمالي المهارات الخوارزمية	تجريبية	١٢٧	١٣,٤٧٢	٤,٠٨٨	٠,٥٨٦	٢٥٦	غير دالة إحصائيا
	ضابطة	١٣١	١٣,٢٠٦	٣,١٦٢			

ويتضح من جدول (٩) ومن استقراء قيم المتوسطات الحسابية، وقيم (ت) المحسوبة، عدم وجود فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق القبلي لاختبار المهارات الخوارزمية بصفة عامة والمهارات كل على حدة، حيث أن قيمة (ت) المحسوبة أصغر من قيمة (ت) الجدولية (تساوي ٢,٥٩ بدرجات حرية ٢٥٦)، مما يشير إلى تكافؤ مجموعتي البحث: المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في الخبرات السابقة المرتبطة بالمهارات الخوارزمية قبليا.

- **نتائج التطبيق القبلي في اختبار مهارات حل المسألة الجبرية.**

جدول(١٠) يبين نتائج اختبار (ت) للفروق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق القبلي لاختبار حل المسالة الجبرية بصفة عامة ومهاراتها كل على حده

مهارات حل المسالة الجبرية	النوع	عدد التلاميذ	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة (ت)	درجات الحرية	الدلالة الإحصائية
استيعاب المسألة	تجريبية	١٢٧	٣,٧٠٤	٢,٠٩٨	١,٥٥٧	٢٥٦	دالة إحصائيا
	ضابطة	١٣١	٣,٣٤٣	١,٩٩٥			
تمثيل حل المسالة	تجريبية	١٢٧	٤,٢١٣	٢,٢٣١	٠,٣٧٩	٢٥٦	دالة إحصائيا
	ضابطة	١٣١	٤,٠٩٩	٢,٥٥١			
حل المسألة الجبرية	تجريبية	١٢٧	٣,٩٤٥	٢,٠٣٣	٠,٦٨٧	٢٥٦	دالة إحصائيا
	ضابطة	١٣١	٤,١٤٥	٢,٦٠٥			
التحقق من حل المسألة	تجريبية	١٢٧	٢,٨١٩	٢,٠٧٩	٠,٤٣٦	٢٥٦	دالة إحصائيا
	ضابطة	١٣١	٢,٩٣١	٢,٠٥٧			
إجمالي حل المسالة الجبرية	تجريبية	١٢٧	١٤,٧١٧	٥,٧٩٥	٠,٣١٩	٢٥٦	دالة إحصائيا
	ضابطة	١٣١	١٤,٥١٩	٤,٠٢٠			

ويتضح من جدول (١٠) ومن استقراء قيم المتوسطات الحسابية، وقيم (ت) المحسوبة، عدم وجود فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١)

بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق القبلي لاختبار حل المسألة الجبرية بصفة عامة ومهاراتها كل على حده، حيث إن قيمة (ت) المحسوبة أصغر من قيمة (ت) الجدولية (تساوي ٢,٥٩ بدرجات حرية ٢٥٦)، مما يشير إلى تكافؤ مجموعتي البحث: المجموعة التجريبية والمجموعة الضابطة في الخبرات السابقة المرتبطة بمهارات حل المسألة الجبرية قبليا.

- **اجراءات تطبيق التجربة الأساسية للبحث** :

تم تطبيق التجربة الأساسية في بداية الفصل الدراسي الثاني للعام الدراسي ٢٠١٣/٢٠١٤م، حيث تم تدريس الوحدتين باستخدام التمثيلات الرياضية لتلاميذ المجموعة التجريبية، في حين تعرض تلاميذ المجموعة الضابطة للتدريس بالطريقة المعتادة والتي ارتبطت بتوصيف المفهوم على المستوى الرياضي والصياغة اللغوية، ثم الانتقال الى تقديم أمثلة وفي المرحلة الثالثة يتم تقديم تطبيقات على المفهوم الرياضي، وبنفس الطريقة يتم تقديم المهارات والتعميمات الرياضية. وروعي في التجربة ضبط المتغيرات الوسيطة قدر الإمكان خاصة فيما يرتبط بمعلمي المجموعتين التجريبية والضابطة. وبمتابعة التجربة الأساسية لوحظ درجة عالية من الدافعية لدى تلاميذ المجموعة التجريبية خاصة في مراحل ومستويات التمثيلات الرياضية بصفة عامة، وفي المرحلة الاولى المرتبطة بالتمثيلات الرياضية باستخدام اليدويات، مع إشارة معلم المجموعة التجريبية إلى وجود درجة عالية من الاستمتاع العقلي خاصة عند التدرج بالتمثيلات الرياضية(يدويات ـ حسية ـ مجردة). كما أشار إلى وجود دافعية كبيرة لدى التلاميذ أثناء العمل في مجموعات تعاونية خاصة في عرض نتائج العمل أما الصف ككل.

- **نتائج البحث وتفسيرها وتوصياته**

ارتبط الجزء الحالي بعرض نتائج البحث وتفسيرها وعرض التوصيات والمقترحات. وتم استخدام مجموعة الحزم الاحصائية للعلوم الاجتماعية SPSS لمعالجة البيانات، وتم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية لدراسة الفروق الظاهرية، ثم حساب الدلالة الاحصائية باستخدام اختبار(ت) لدراسة الفروق بين المجموعتين المستقلتين، كما تم حساب الدلالة العملية باستخدام حساب حجم الأثر في حالة وجود دلالة احصائية للمتغير المستقل.

- **عرض نتائج البحث**

- **نتائج التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري**

للإجابة عن السؤال الأول: ما أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير الجبري لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي؟ تم اختبار صحة الفرض التالي: **" توجد فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ**

المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار التفكير الجبري بصفة عامة، ومهاراته كل على حدة لصالح درجات تلاميذ المجموعة التجريبية.

ولاختبار صحة الفرض تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية وقيمة اختبار(ت)، وكانت النتائج كما في جدول (١١) وفقا لما يلي:

جدول(١١) ونتائج اختبار (ت) للفروق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار التفكير الجبري بصفة عامة ومهاراته كل على حدة

مهارات التفكير الجبري	النوع	عدد التلاميذ	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة (ت)	درجات الحرية	الدلالة الإحصائية	الدلالة العملية	
								حجم التأثير	المستوى
استيعاب الأنماط الرياضية	تجريبية	١٢٧	١٠,٢٦٠	١,٤٣٨	١٠,١٢١	٢٥٦	دالة إحصائيا	١,٢٦٠	كبير
	ضابطة	١٣١	٨,٤٣٥	١,٤٥٨					
استخدام الرموز الجبرية	تجريبية	١٢٧	١٠,١٨٩	١,٤٠٧	١٠,٣٢٤	٢٥٦	دالة إحصائيا	١,٢٨٦	كبير
	ضابطة	١٣١	٨,٢٩٠	١,٥٤٢					
استخدام التمثيلات الرياضية	تجريبية	١٢٧	١٠,٧٥٦	١,٣٣٨	١٥,٦٧٨	٢٥٦	دالة إحصائيا	١,٩٥٢	كبير
	ضابطة	١٣١	٧,٩٣١	١,٥٤٥					
وصف العلاقات الرياضية	تجريبية	١٢٧	١٠,٣٧٨	١,٦٢٩	١٣,٤٩٦	٢٥٦	دالة إحصائيا	١,٦٨١	كبير
	ضابطة	١٣١	٧,٨٠٩	١,٤٣١					
إجمالي التفكير الجبري	تجريبية	١٢٧	٤١,٥٨٣	٢,٥٣١	٢٦,١٩٦	٢٥٦	دالة إحصائيا	٣,٢٦٢	كبير
	ضابطة	١٣١	٣٢,٤٦٦	٣,٠٢٩					

يتبين من جدول(١١) وجود فروق بين المتوسطات الحسابية لدرجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة، وأتت هذه الفروق لصالح متوسطات درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار التفكير الجبري بصفة عامة، ومهاراته كل على حده. وباستقراء قيم اختبار (ت) من جدول(١١) يتبين أن قيمة (ت) المحسوبة أكبر من قيمة (ت) الجدولية (تساوي ٢,٥٩ عند مستوى ٠,٠١ بدرجات حرية ٢٥٦)، مما يعني وجود فروق ذات دلالة احصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار التفكير الجبري بصفة عامة ومهاراته كل على حده. وبالتالي يتم قبول الفرض ونصه "توجد فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار التفكير الجبري بصفة عامة ومهاراته كل على حده وذلك لصالح درجات تلاميذ المجموعة التجريبية."

ولحساب الأثر الدال (الأهمية التربوية/ الدلالة العملية) للنتائج تم حساب حجم الأثر باستخدام قانون حجم الأثر في حالة اختبار (ت) للعينيتين المستقلتين، ويتبين من جدول(١١) كبر حجم الأثر، حيث أتت قيمة أكبر من الواحد الصحيح في مهارات التفكير الجبري بصفة عامة، ومهاراته كل على حده (صلاح مراد، ٢٠١١: ٢٤٦)، مما يعني الأهمية التربوية لاستخدام التمثيلات الرياضيات المتعددة لتدريس الرياضيات في تنمية التفكير الجبري بصفة عامة ومهاراته كل على حدة.

- **نتائج التطبيق البعدي لاختبار المهارات الخوارزمية** :

للإجابة عن السؤال الثاني: ما أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية المهارات الخوارزمية لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي؟ تم اختبار صحة الفرض التالي: **" توجد فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار المهارات الخوارزمية بصفة عامة والمهارات كل على حدة وذلك لصالح درجات تلاميذ المجموعة التجريبية".**

ولاختبار صحة الفرض تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية وقيمة اختبار(ت)، وكانت النتائج كما في جدول (١٢) وفقا لما يلي:

جدول(١٢) ونتائج اختبار (ت) للفروق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار المهارات الخوارزمية بصفة عامة والمهارات كل على حدة

المهارات الخوارزمية	النوع	عدد التلاميذ	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة (ت)	درجات الحرية	الدلالة الإحصائية	الدلالة العملية باستخدام	
								حجم التأثير	المستوى
استيعاب الخوارزميات المطلوبة لحل المسألة	تجريبية	١٢٧	١١,٠٣٢	١,١٦١	١٢,٠٩١	٢٥٦	دالة	١,٥٠٥	كبير
	ضابطة	١٣١	٨,٨٩٣	١,٦٣٣					
تطبيق الخوارزميات في حل المسألة	تجريبية	١٢٧	١١,٠٦٣	٠,٩٦٦	١٧,١٢٧	٢٥٦	دالة	٢,١٣٣	كبير
	ضابطة	١٣١	٨,٣٥٩	١,٥٠٤					
تعديل الخوارزميات الخطأ عند حل المسألة	تجريبية	١٢٧	١٠,٩٦٩	١,١١٢	١٧,٣٤٣	٢٥٦	دالة	٢,١٦٠	كبير
	ضابطة	١٣١	٨,٠٣١	١,٥٦٤					
تعميم خوارزميات جديدة وتطبيقها	تجريبية	١٢٧	١٠,٧٤٠	١,٦٢٩	١٤,٣٥٧	٢٥٦	دالة	١,٧٨٧	كبير
	ضابطة	١٣١	٧,٨٥٥	١,٥٩٨					
إجمالي المهارات الخوارزمية	تجريبية	١٢٧	٤٣,٨٠٣	٢,٦٥٨	٢٩,٢٨٦	٢٥٦	دالة	٣,٦٤٧	كبير
	ضابطة	١٣١	٣٣,١٣٧	٣,١٦٢					

يتضح من جدول(١٢) وجود فروق بين المتوسطات الحسابية لدرجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة، وأتت هذه الفروق لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار المهارات الخوارزمية بصفة عامة والمهارات كل على حدة. وباستقراء قيم اختبار (ت) من جدول(١٢) يتبين أن قيمة (ت) المحسوبة أكبر من قيمة (ت) الجدولية، مما يعني وجود فروق ذات دلالة احصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار المهارات الخوارزمية بصفة عامة والمهارات كل على حدة. وبالتالي يتم قبول الفرض ونصه "توجد فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار المهارات الخوارزمية بصفة عامة والمهارات كل على حدة وذلك لصالح درجات تلاميذ المجموعة التجريبية." ولحساب الأثر الدال (الأهمية التربوية/ الدلالة العملية) للنتائج الحالية تم حساب

حجم الأثر باستخدام قانون حجم الأثر في حالة اختبار (ت) للعينيتين المستقلتين، ويتبين من جدول(١٢) كبر أو قوة حجم الأثر، حيث أتت قيمة (أكبر من الواحد الصحيح) في المهارات الخوارزمية بصفة عامة والمهارات كل على حده، مما يعني الأهمية التربوية لاستخدام التمثيلات الرياضيات المتعددة لتدريس الرياضيات في تنمية المهارات الخوارزمية بصفة عامة والمهارات كل على حدة.

- **نتائج التطبيق البعدي لاختبار مهارات حل المسالة**

للإجابة عن السؤال الثالث: ما أثر استخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات حل المسالة الجبرية لدى تلاميذ الصف الثاني الإعدادي؟ تم اختبار صحة الفرض التالي: **" توجد فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات حل المسالة الجبرية بصفة عامة ومهاراتها كل على حدة وذلك لصالح درجات تلاميذ المجموعة التجريبية".**

ولاختبار صحة الفرض تم حساب المتوسطات الحسابية والانحرافات المعيارية وقيمة اختبار(ت)، وكانت النتائج كما في جدول (١٣) وفقا لما يلي:

جدول(١٣) ونتائج اختبار (ت) للفروق بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار حل المسالة الجبرية بصفة عامة ومهاراتها كل على حدة

مهارات حل المسالة الجبرية	النوع	عدد التلاميذ	المتوسط الحسابي	الانحراف المعياري	قيمة (ت)	درجات الحرية	الدلالة الإحصائية	الدلالة العملية	
								حجم التأثير	المستوى
استيعاب المسألة	تجريبية	١٢٧	٩.٩٢٩	١.٦٨٢	١١.٧٦٩	٢٥٦	دالة إحصائيا	١.٤٦٦	كبير
	ضابطة	١٣١	٧.٢٠٦	٢.٠١٤					
تمثيل حل المسالة	تجريبية	١٢٧	١٠.١١٨	١.٤٧٨	١٤.٠٩٢	٢٥٦	دالة إحصائيا	١.٧٥٤	كبير
	ضابطة	١٣١	٧.١٠٧	١.٩١٨					
حل المسألة الجبرية	تجريبية	١٢٧	١٠.٣٣١	١.٥٥٩	١٠.٨٢٥	٢٥٦	دالة إحصائيا	١.٣٤٨	كبير
	ضابطة	١٣١	٧.٩٠١	٢.٠١١					
التحقق من حل المسألة	تجريبية	١٢٧	٩.٨٥٨	١.٨٣٣	٨.٥٤٨	٢٥٦	دالة إحصائيا	١.٠٦٤	كبير
	ضابطة	١٣١	٧.٥٢٧	٢.٤٨٧					
إجمالي حل المسالة الجبرية	تجريبية	١٢٧	٤٠.٢٣٦	٤.٩١٣	١٣.٢٩٦	٢٥٦	دالة إحصائيا	١.٦٥٦	كبير
	ضابطة	١٣١	٢٩.٧٤١	٧.٤٦٥					

يتضح من جدول(١٣) وجود فروق بين المتوسطات الحسابية لدرجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة، وأتت هذه الفروق لصالح تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار مهارات حل المسالة الجبرية بصفة عامة ومهاراتها كل على حدة. وباستقراء قيم اختبار (ت) من جدول(١٣) يتبين أن قيمة (ت) المحسوبة أكبر من قيمة (ت) الجدولية، مما يعني وجود فروق ذات دلالة احصائية بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات حل المسالة الجبرية بصفة عامة ومهاراتها

كل على حده. وبالتالي يتم قبول الفرض ونصه "توجد فروق ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين متوسطي درجات تلاميذ المجموعتين التجريبية والضابطة في التطبيق البعدي لاختبار مهارات حل المسالة الجبرية بصفة عامة ومهاراتها كل على حدة وذلك لصالح درجات تلاميذ المجموعة التجريبية."

ولحساب الأثر الدال (الأهمية التربوية/ الدلالة العملية) للنتائج الحالية تم حساب حجم الأثر باستخدام قانون حجم الأثر في حالة اختبار (ت) للعينيتين المستقلتين، ويتبين من جدول(١٣) كبر أو قوة حجم الأثر، حيث أتت قيمه (أكبر من الواحد الصحيح) في جميع المهارات وبصفة عامة. مما يعني الأهمية التربوية لاستخدام التمثيلات الرياضيات المتعددة لتدريس الرياضيات في تنمية مهارات حل المسالة الجبرية بصفة عامة ومهاراتها كل على حدة.

- **دراسة العلاقة بين المتغيرات التابعة البعدي لتلاميذ المجموعة التجريبية في نتائج التطبيق البعدي.**

للإجابة عن السؤال الرابع: ما نوع ومستوى العلاقة بين درجات التلاميذ في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري، واختبار المهارات الخوارزمية، واختبار حل المسائل الجبرية؟ تم اختبار صحة الفرض التالي: **" توجد علاقة ارتباطية موجبة ذو دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري، واختبار المهارات الخوارزمية، واختبار مهارات حل المسالة الجبرية بصفة عامة".**

ولاختبار صحة الفرض تم حساب قيم معاملات الارتباط لبيرسون، وكانت النتائج كما في جدول (١٤) وفقاً لما يلي:

جدول(١٤) نتائج معامل ارتباط بيرسون لدراسة العلاقة بين درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لأدوات البحث

أبعاد العلاقة	عدد العينة	قيمة معامل الارتباط	الدلالة الاحصائية
التفكير الجبرى × المهارات الخوارزمية	٢٥٨	٠,٧٠١	دالة
التفكير الجبرى × حل المسالة الجبرية	٢٥٨	٠,٨٣٥	دالة
المهارات الخوارزمية × حل المسالة الجبرية	٢٥٨	٠,٧٣٧	دالة

يتضح من جدول(١٤) أن قيم معامل الارتباط لبيرسون أتت بدرجة كبيرة، كما يتضح أن العلاقة أتت دالة احصائياً عند($\alpha \leq$ ٠,٠١)، كما أن العلاقة طردية(موجبة) بين درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في الاختبارات الثلاثة، مما يعني قبول الفرض ونصه: " توجد علاقة ارتباطية موجبة ذو دلالة احصائية عند مستوى دلالة ($\alpha \leq$ ٠,٠١) بين درجات تلاميذ المجموعة التجريبية في التطبيق البعدي لاختبار مهارات التفكير الجبري، واختبار المهارات الخوارزمية، واختبار مهارات حل المسالة الجبرية بصفة عامة.

- **مناقشة وتفسير نتائج البحث** :

تبين من خلال نتائج البحث الحالي فيما يرتبط بالإجابة عن السؤال الأول، وجود أثر لاستخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات التفكير الجبري بصفة عامة ومهاراته كل على حدة، وتعزو تلك النتيجة إلي إمكانية توظيف التمثيلات الرياضية في بناء صورة ذهنية صحيحة حول المفاهيم الجبرية المتضمنة في وحدتي الدراسة وما يرتبط بها من مهارات عقلية وأدائية وتعميمات رياضية، كما تدعم التلاميذ في تنمية مهارات اكتشاف ووصف بناء الأنماط الرياضية، وتمثيل العلاقات الرياضية على المستويات اليدوية والمحسوسة، ثم ترجمتها بصورة رمزية باستخدام الرموز الجبرية. واتضح من خلال مناقشة معلم المجموعة التجريبية وجود درجة عالية من دافعية التلاميذ في أنشطة التمثيلات الرياضية والتوصل للعديد من الاستدلالات الرياضية المرتبطة بوحدتي الجبر . وبصفة عامة يمكن التوصل إلى أن توظيف التمثيلات الرياضية يساعد كلاً من المعلم والتلاميذ في تنمية مهارات التفكير الجبري.

وتتفق النتيجة الحالية مع ما توصلت إليه نتائج دراسة (محمد أبو هلال، ٢٠١٢: ١٣١ــ١٣٢) في أهمية التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات بصفة عامة، حيث تعتبر أداة لتنظيم معرفة التلميذ، وتحقيق الترابطات الرياضية بين الأفكار والمفاهيم الرياضية، كما أن التمثيلات الرياضية تدعم جانبين: الأول بناء صورة ذهنية صحيحة لدى التلميذ حول المفاهيم الجبرية المجردة، وفي ذات الوقت تسمح بقراءة المسارات العقلية للتلميذ وتعرف ما يدور بذهنه من أفكار، واستيضاح مبرراتها العقلية والرياضية، وتصويبها في حالة وجود بعض الأخطاء. كما تتفق النتيجة الحالية مع نتائج دراسة (Britt,& Irwin, 2007) والتي أكدت أهمية التمثيلات الرياضية في تنمية مهارات التفكير الجبري، حيث تسمح بالتدرج في عرض المحتوى العلمي بتدرج من مستوي اليدويات حتى المستوى المجرد بلغة الرياضيات. كما أن المستويات المتعددة للتمثيلات الرياضية تدعم عمليات تنويع التدريس في الموقف التعليمي في حصة الرياضيات.

كما تبين نتائج الإجابة عن السؤال الثاني وجود أثر لاستخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية المهارات الخوارزمية بصفة عامة والمهارات كل على حدة. وتعزو تلك النتيجة إلى إمكانية توظيف التمثيلات الرياضية في اكتشاف تتابع مجموعة من الخطوات الرياضية/ الحسابية، واستخدام مجموعة من القواعد وفق ترتيب محدد، والتي تدعم بناء الخوارزميات وتوظيفها في معالجة المسائل الرياضية في مجال الجبر وفق خطة للحل محددة وواضحة، وتمثل مقدمة ضرورية لتنمية المهارات الخوارزمية.

وتتفق تلك النتيجة مع ما أشارت إليه نتائج دراسة كل من (Zsakó , Péter, 2012) ، ونتائج دراسة (Plerou, 2013) من أهمية تنمية المهارات

الخوارزمية خلال بعدين رئيسين: الأول يرتبط بتنويع عمليات تدريس الرياضيات على المستويات المحسوسة والمجردة خلال التمثيلات الرياضية، والثاني يرتبط بضرورة التطبيقات الرياضية والتي تدعم التلميذ في توظيف الخوارزميات في حل المسائل الجبرية واكتشاف الصعوبات التي تواجهه، وتحديد مدى مناسبة الخوارزميات المستخدمة وتعديلها، وإنتاج خوارزميات جديدة.

كما يتبين من نتائج الإجابة عن السؤال الثالث وجود أثر لاستخدام التمثيلات الرياضية متعددة المستويات في تدريس الرياضيات على تنمية مهارات حل المسالة الجبرية بصفة عامة ومهاراتها كل على حدة. وربما تعزو هذه النتيجة إلى أن التمثيلات الرياضية تساعد التلميذ في فهم المسألة الرياضية وترجمتها في صورة محسوسة أو مجردة واضحة تمكنه من بناء خطة لحل المسألة وتنفيذ الحل والتحقق من النتائج التي توصل إليها.

وتتفق نتيجة البحث الحالي ـ فيما سبق الإشارة إليه ـ مع ما توصلت إليه نتائج دراسة كل من (Filloy, Rojano, Armando, 2004) علي أهمية توظيف التمثيلات الرياضية في عرض وتمثيل الخبرات التعليمية في مجال تدريس الجبر، وتحويل هذه الخبرات بعناصرها المختلفة من المستويات المجردة إلى المستويات المحسوسة، مع توظيف ذلك خلال خطوات حل المسألة الجبرية لتنمية مهاراتها المختلفة، حيث أن التمثيلات الرياضية مهارة أساسية لبدء التلميذ في خطوات حل المسألة.

كما تتفق نتائج البحث الحالي ـ فيما يرتبط بتنمية مهارات حل المسالة الجبرية ـ مع ما توصلت إليه نتائج دراسة كل من (Tarzimah, Thamby, Mohd, 2010)، حيث أكدت أهمية توظيف التمثيلات الرياضية في مواجهة وتقليل الصعوبات التي تواجه التلاميذ في خطوات حل المسالة الجبرية، كما يمكن استنتاج أن المستويات المتعددة للتمثيلات الرياضية تدعم التلاميذ في حل العديد من المسائل الجبرية متباينة الصعوبة والمحتوى العلمي، ويدعم ذلك ما توصلت إليه نتائج دراسة كل من (Booth, Koedinger, & Siegler, 2006) في أن التمثيلات الرياضية تساعد في توضيح الخوارزميات المطلوبة في كل خطوة من خطوات حل المسألة، بما يمكن من تنمية المهارات المطلوبة في كل من هذه الخطوات.

كما يتبين من نتائج الإجابة عن السؤال الرابع وجود علاقة موجبة بين تنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات حل المسألة الجبرية بصفة عامة، حيث إن تنمية مهارات التفكير الجبري وتنمية المهارات الخوارزمية تعد ضرورة للتلميذ لحل المسائل الجبرية، كما أن تنمية مهارات حل المسألة الجبرية يدعم تنمية العديد من المهارات الأخرى منها توظيف الخوارزميات، وانتاج خوارزميات جديدة وتوظيفها في حل المسألة، كما

تساعد في تنمية مهارات التفكير الجبري وتطبيقها خلال خطوات حل المسالة ذاتها خاصة ما يرتبط باكتشاف العلاقات، وبناء الأنماط والاستدلالات الرياضية في المحتوى العلمي لمجال الجبر.

وتتفق النتائج الحالية مع ما أشارت إليه نتائج دراسة (Kayama, et.al, 2014)، حيث أكدت أن تنمية مهارات حل المسائل الجبرية يساعد في تنمية العديد من مهارات التفكير والمرتبطة بالمحتوى العلمي للمسألة. كما أكدت نتائج دراسة كل من (George, Will, 2010) على العلاقة القوية بين تنمية مهارات التلاميذ في حل المسألة الجبرية وبين تنمية مهارات التفكير الجبري.

ومما سبق يتبين أهمية توظيف التمثيلات الرياضية المتعددة في تدريس الرياضيات بصفة عامة، وفي تدريس الجبر على وجه الخصوص، حيث تسهم بأثر دال في تنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات حل المسالة الجبرية.

- **توصيات البحث**:

وفقاً لنتائج البحث الحالي أمكن التوصية بما يلي:

- توظيف التمثيلات الرياضية المتعددة في تدريس الرياضيات بصفة عامة لأهميتها في بناء صور ذهنية صحيحة لدى التلاميذ ، وذلك حول المفاهيم الرياضية وما يرتبط بها من مهارات وتعميمات رياضية.
- توظيف التمثيلات الرياضية المتعددة في تدريس الجبر لأهمية العملية في تنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات حل المسالة الجبرية.
- التكامل بين تنمية مهارات التفكير الجبري، وتنمية المهارات الخوارزمية، وتنمية مهارات حل المسألة الجبرية خلال أنشطة تدريس الجبر، وذلك للعلاقة الموجبة بين تلك المتغيرات، وكذلك أهميتها بالنسبة للتلميذ.
- تدريب معلمي الرياضيات على توظيف التمثيلات الرياضية المتعددة في تدريس الرياضيات، بالإضافة الى تنمية وقياس مهارات التفكير الجبري، والمهارات الخوارزمية، ومهارات حل المسألة الجبرية.

- **مقترحات البحث**:

وفقاً لحدود البحث وقيوده ونتائجه أمكن اقتراح ما يلي:

- دراسة أثر توظيف التمثيلات الرياضية في تنمية المهارات الخوارزمية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.
- دراسة أثر توظيف التمثيلات الرياضية في تدريس الرياضيات على علاج صعوبات تعلم الجبر لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية.
- برنامج تدريبي مقترح قائم على التمثيلات الرياضية وبيان أثره على تطوير الأداء التدريسي لمعلمي الرياضيات بالمرحلة الإعدادية.

- **ماذا قدم البحث الحالي** :

- صيغة إجرائية تدعم معلمي الرياضيات في توظيف التمثيلات الرياضية المتعددة في تدريس الرياضيات بالمرحلة الإعدادية.
- أداة تعليمية تتمثل في دليل تدريس وحدة التحليل، ووحدة القوى الصحيحة غير السالبة والسالبة في ح باستخدام التمثيلات الرياضية المتعددة، وذلك لتنمية مهارات التفكير الجبري، والمهارات الخوارزمية، ومهارات حل المسالة الجبرية، بالإضافة إلى اختبارات لقياسها لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية.

- **المراجع** :

- اسامة حسن الرواجبة، وهاني ابراهيم العبيدي. (٢٠١١). أثر استخدام نموذج لش (LESH) للتمثيلات الرياضية المتعددة في تحصيل طلبة الصف الثامن. المجلة التربوية، ١٠١ (٢٦)، ٨٣ -١١١.

- صلاح أحمد مراد. (٢٠١١). الأساليب الإحصائية في العلوم النفسية والتربوية والاجتماعية. الطبعة الأولى، القاهرة: مكتبة الأنجلو المصرية.

- عبدالجواد عبد الجواد بهوت، عبدالقادر محمد عبدالقادر. (٢٠٠٥). تأثير استخدام مدخل التمثيلات الرياضية على بعض مهارات التواصل الرياضي لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي، بحث منشور في المؤتمر العلمي الخامس (٢٠ -٢١ يوليو)، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٤٤٨ -١٧٨.

- محمد عيد حسن عوض الله. (٢٠٠٣). التمثيلات الرياضية من خلال بعض طرق التدريس المتكاملة مدخل لتدريس أساسيات الجبر لتلاميذ المرحلة الابتدائية وعلاقة ذلك بتفكيرهم الاستدلالي وتحصيلهم الفوري والمؤجل. الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، المجلد السادس ، ١٠٠ -١٤٣

- محمد أحمد أبو هلال. (٢٠١٢): أثر استخدام التمثيلات الرياضية على اكتساب المفاهيم والميل نحو الرياضيات لدى طلاب الصف السادس الابتدائي. رسالة ماجستير (غير منشورة)، كلية التربية، الجامعة الإسلامية، غزة.

- Alghtani Othman, Ebada Nasser (2010). The effectiveness of geometric representative approach in developing algebraic thinking of fourth grade students. International Conference on Mathematics Education Research, Procedia Social and Behavioral Sciences, 8, 256–263.

- Alton Lee (2003). Quality teaching for diverse students in schooling: best evidence synthesis. Ministry of Education Wellington, New Zealand.

- Arcavi Abraham (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics, Educational Studies in Mathematics, 52, 215–241.

- Blatto Gary, Porter Jeffrey, Ronald Kelly, Martha Gaustad, Judith Fonzi. (2007). visual–spatial representation in Mathematical problem solving by deaf and hearing students, Journal of Deaf Studies and Deaf Education, 12(4), 432-448.
- Booth Julie, Koedinger, Kenneth, Siegler Robert. (2006). Improving students' skill at solving algebraic equations through better encoding of algebraic concepts. Poster presented at the Science of Learning Centers Awardee's Meeting in Washington, DC.
- Booth Julie, Koedinger Kenneth (2008). Key misconceptions in algebraic problem solving. In Love, B., McRae, K., &. Sloutsky, V. (Eds.) Proceedings of the 30th Annual Cognitive Science Society. Austin: Cognitive Science Society. 571-576.
- Bourouaieh Douadi, Bensebaa Tahar, Seridi Hamid (2012). Smart Edutainment Game for Algorithmic Thinking, Procedia Social and Behavioral Sciences, (31),454 – 458.
- Britt Murray, Irwin Kathryn (2007). Algebraic thinking with and without algebraic representation: a three-year longitudinal study. ZDM Mathematics Education, 3(12), 97-112.
- Cai Jinfa, Eric Knuth (2005). The development of students' algebraic thinking in earlier grades from curricular, instructional and learning perspectives, ZDM, 37 (1), 1-4.
- Chen Chia-Huang (2014). Study of Gestures, Verbal Presentation and Algebraic Thinking. in Oesterle, S., Nicol, C., Liljedahl, P., & Allan, D. (Eds.) Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American. Chapter of the Psychology of Mathematics Education,Vol. 6. Vancouver, Canada: PME
- Chris Mikles. (2013). Using multiple representations to make connections in algebra. College Preparatory Mathematics (CPM), Educational Program: California.
- Combefis Sébastien, Van Den Virginie, Alexis Nootens. (2013). Growing Algorithmic Thinking Through Interactive Problems to Encourage Learning Programming, Olympiads in Informatics, Vol.7, 3–13

- Dinah Zike. (2010). Teaching Mathematics with foldables, Glencoe/McGraw-Hill, Columbus, U.S.A.
- Duarte José, Brocardo Joana (2011). Developing algebraic thinking With ICT, In Ubuz B. (Ed.). Proceedings of the 35th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Ankara, Turkey, Vol. 1, 287.
- Filloy Eugenio, Rojano Teresa, Armando Solares. (2004). Arithmetic/ Algebraic problem-solving and the representation of two unknown quantities, Proceedings of the 28th Conference of the International, Group for the Psychology of Mathematics Education,2,391-398
- Fuson Karen, Carroll William & Drueck Jane. (2000). Achievement results for second and third graders using the Standards-based curriculum Everyday Mathematics. Journal for Research in Mathematics Education, 31 (3): 277-295.
- Gagatsis, A., & Elia, I. (2004). The effects of different modes of representations on mathematical problem solving. In Johnsen Hoines & Berit Fuglestad (Eds.). Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Bergen, Norway: Bergen University College, Vol. 2, 447-454.
- George Booker, Will Windsor. (2010). Developing algebraic thinking: using problem-solving to build from number and geometry in the primary school to the ideas that underpin algebra in high school and beyond. International Conference on Mathematics Education Research, Procedia Social and Behavioral Sciences 8,411–419.
- Gogovska Valentina (2014). Examples of tasks from different cognitive thinking level for the theme algebraic rational expressions. 5th World Conference on Educational Sciences, Procedia - Social and Behavioral Sciences, 116, 3624 – 3628.
- Higginson William; Colgan Lynda (2001). Algebraic Thinking through Origami. Mathematics Teaching in the Middle School, 6(6), 343.
- Isler Isil, Blanton Maria, Gardiner Angela, Eric Knuth, Ana Stephens, Hannah Kang (2014). Comparison of Elementary and Middle Grades Students' Algebraic Reasoning , in Oesterle, S.,

Nicol, C., Liljedahl, P., & Allan, D. (Eds.) .Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American, Chapter of the Psychology of Mathematics Education (Vol. 6). Vancouver, Canada: PME

- Izsak Andrew (2003).We Want a Statement That Is Always True: Criteria for Good Algebraic Representations and the Development of Modeling Knowledge. Journal for research in mathematics education, 34(3), 191
- Javier Gasco & Domingo Villarroel (2012). Algebraic problem solving and learning strategies in compulsory secondary education, Procedia - Social and Behavioral Sciences, 46, 612 – 616.
- Kayama Mizue, Makoto Satoh, Kei Kobayashi, Hisayoshi Kunimune, Masami Hashimoto, and Makoto Otani (2014). Algorithmic Thinking Learning Support System Based on Student-Problem Score Table Analysis. International Journal of Computer and Communication Engineering, 3(2), 134-137
- Kerry Lee, Zee Ying, Stephanie Yeong., Swee Fong., Vinod Venkatraman., Michael Chee (2007). Strategic differences in algebraic problem solving: Neuroanatomical correlates, Brain Research, Issue 1155, 163-171
- Langham Belinda, Sundberg Sue, Goodman Terry (2006). Developing Algebraic Thinking: An Academy Model for Professional Development, Mathematics Teaching in the Middle School, vol.11(7), 318
- Lee Lesley, Freiman Viktor(2006): Developing Algebraic Thinking through Pattern Exploration, Mathematics Teaching in the Middle School, vol.11(9), 428
- Lempp Steven (2008): Algebraic reasoning for teaching Mathematics, the course Math 135, University of Wisconsin-Madison., U.S.A.
- Lim Lian and Noraini Idris (2006). Assessing algebraic solving ability Of Form Four Students. International Electronic Journal of Mathematics Education, 1(1), 55-76.
- Luis Puig (2010). Researching (Algebraic) Problem solving from the perspective of local theoretical models. International Conference on

Mathematics Education Research, Procedia Social and Behavioral Sciences, 8, 3–16.

- Maria Blanton, Linda Levi, Terry Crites, Barbara Dougherty, Rose Mary Zbiek (2011). Developing Essential Understanding of Algebraic Thinking for Teaching Mathematics in Grades 3-5. National council of teacher of mathematics.
- Mehmet Fatih, Hatice Akkoç, Erhan Bingölbali, Servet Demir., Berna Ergene(2010). Pre-Service Mathematics Teachers' Use of Multiple Representations in Technology-Rich Environments. Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education, 6(1), 19-36.
- National Council of Teacher of Mathematics: NCTM (2010). Why Is Teaching With Problem Solving Important to Students Learning? Reston, VA: The Council.
- Nazan Sezen Ali Bulbul (2011). A scale on logical thinking abilities. Procedia Social and Behavioral Sciences, 15, 2476–2480
- Nazan Sezen Meltem Sari, Ali Bulbul (2012). investigation of preservice physics teachers' use of graphical representations. Procedia - Social and Behavioral Sciences, 46, 3006 – 3010.
- Patton Barba, Santos Estella (2012). Analyzing algebraic thinking using "Guess My Number". International Journal of Instruction, Vol.5 (1), 1-18.
- Plerou Antonia (2013). Diagnostic evaluation of problems in algorithmic thinking. X World Conference on Computers in Education, July 2-5; Toruń, Poland.
- Renee Barbara (2011). The Impact of using technology on student achievement: teaching functions with the TI-NSPIRE to 9TH Grade Algebra Students. Doctor of Philosophy, Department of Teaching and Learning, University of Louisville, Louisville, Kentucky.
- Robin Rider (2007). Shifting from Traditional to Nontraditional Teaching Practices Using Multiple Representations, Journal for Research in Mathematics Education, 100 (7), 494.
- Royati Abdul Saha, Ahmad Fauzi, Rohani Ahmad (2010). The Effects of GeoGebra on Mathematics Achievement: Enlightening Coordinate Geometry Learning, International Conference on

Mathematics Education Research, Procedia Social and Behavioral Sciences, 8, 686–693.

- Santulli Tom (2009). Representations from the real world. Mathematics Teaching in the Middle School, 14 (8), 466.
- Satoshi Enomoto (2014). The characteristic of student's algebraic thinking: Focus on The Linear Equation with two unknowns and the linear function, in Oesterle, S., Nicol, C., Liljedahl, P., & Allan, D. (Eds.). Proceedings of the 38th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education and the 36th Conference of the North American, Chapter of the Psychology of Mathematics Education (Vol. 6). Vancouver, Canada: PME
- Şengül Sare , Erdoğan Fatma (2014). A Study On The Elementary Students' Perceptions Of Algebra. 5th World Conference on Educational Sciences, Procedia - Social and Behavioral Sciences, 116 , 3683 – 3687.
- Sharida Hashima, Nik Azis (2010). Mental image and representation of Ogive by Students of Diploma in Accountancy in a Mara Institute of Higher Education, International Conference on Mathematics Education Research, Procedia Social and Behavioral Sciences, 8,181–189.
- Smith John & Thompson, Patrick (2007). Quantitative reasoning and the development of algebraic reasoning, In J. J. Kaput, D. W. Carraher & M. L. Blanton (Eds.), Algebra in the early grades (pp. 95-132). New York: Erlbaum.
- Soares June, Blanton Maria, Kaput James (2006). Thinking Algebraically across the Elementary School Curriculum. Teaching Children Mathematics, 12 (5), 228
- Stacey, Kaye & MacGregor Mollif (2000). Learning the algebraic method of solving problems. Journal of mathematical behavior, 18 (2), 149-167.
- Swee Fong (2004). Developing algebraic thinking in early grades: case study of the Singapore primary mathematics curriculum, The Mathematics Educator, 8(1), 39-59
- Swee Fong, Kerry Lee (2009). The Model Method: Singapore Children's Tool for Representing and Solving Algebraic Word

Problems. Journal for Research in Mathematics Education,40(3), 282.

- Tall David (2008). The transition to formal thinking in Mathematics. Mathematics Education Research Journal, Vol.(2), 5-24.
- Tarzimah Tambychika, Thamby Subahan, Mohd Meerah(2010). Students' Difficulties in Mathematics Problem-Solving: What do they Say? International Conference on Mathematics Education Research, Procedia Social and Behavioral Sciences 8, 142–151
- Tripathi Preety (2008). Developing Mathematical understanding through multiple representations, Mathematics Teaching in the Middle School, 13(8), 438.
- Will Windsor (2010). Algebraic thinking: a problem solving approach, in: Sparrow L., Kissane B., & Hurst C. (Eds.). Shaping the future of mathematics education: Proceedings of the 33rd annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Fremantle: MERGA, 665-672.
- Ziatdinov Rushan, Sajid Musa (2012). Rapid mental computation System as a Tool for Algorithmic Thinking of Elementary School Students Development, European Researcher,25(7), 1105-1110
- Zsakó László, Péter Szlávi (2012). ICT competences: algorithmic thinking, Acte Didactica Napocensia, 5 (2), 49-58

❋❋❋❋❋❋❋