مستويات عمق المعرفة الرياضياتية في بيئات تعلم الرياضيات (دراسة تحليلية مقارنة)

Depth Levels of Mathematical Knowledge in Mathematics Learning Environments (An Analytical Comparative Study)

إعداد

دكتورة/ سحر ماهر خميس إبراهيم
أستاذ المناهج وتعليم الرياضيات المساعد
كلية التربية – جامعة الإسكندرية
mahersahar@yahoo.com

دكتور/ إكرامى محمد مرسال
أستاذ المناهج وتعليم الرياضيات المساعد
كلية التربية – جامعة الإسكندرية
EkramyMersal@alexu.edu.eg

ملخص البحث:
هدف البحث الحاضر إلى تعرف مدى تمكن كل من: معلمى، وتلاميذ الصف السادس الابتدائى من أداءات عمق المعرفة الرياضياتية في بيئات تعلم الرياضيات، ومدى تباين هذا التمكن باختلاف بيئات تعلم الرياضيات، وتمثلت عينة البحث في عينة من معلمى وتلاميذ الصف السادس الابتدائى بمدرسة محمد سعد مصطفى، ومدرسة نبيل الوقاد الرسمية لغات، ومدرسة شفيق الخشن، واُستخدم فى البحث المنهج الوصفى التحليلى المقارن؛ للتحقق من فروضه، وتمثلت أدوات البحث فى اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي، واستمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة لدى معلمى الرياضيات، فضلاً عن استمارة مقابلة مجموعة بؤرية من معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية.
أشارت نتائج البحث إلى انخفاض مستوى تمكن عينة التلاميذ من أداءات عمق المعرفة الرياضياتية، وخاصة فى مستويى المفاهيم والمهارات، والتفكير الاستراتيجي، وقد حقق التلاميذ في بيئة تعلم الرياضيات باللغة العربية مستوى تمكن أعلى من نظرائهم في بيئة تعلم الرياضيات باللغة الإنجليزية، كما أشارت النتائج إلى انخفاض مستوى تمكن عينة المعلمين من أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وخاصة في مستويى التفكير الاستراتيجي، والتفكير الممتد، وكشفت النتائج عن عدم وجود فروق في مستوى التمكن من هذه الأداءات بين عينة معلمى الرياضيات باللغة العربية، ومعلمى الرياضيات باللغة الإنجليزية.
ترتيبًا على النتائج التي أسفر عنها البحث تم طرح دليل استرشادى لمعلمى الرياضيات لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذهم بالصف السادس الإبتدائى، وقد وأوصى البحث بضرورة دمج أنشطة تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية فى مناهج الرياضيات، وتدريب التلاميذ عبر أداءات التقييم التكوينى المستمر على أنشطة مستويات عمق المعرفة الرياضياتية المختلفة، وكذا توفير برامج تنمية مهنية لمعلمى الرياضيات على كيفية تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وضرورة عناية برامج إعداد معلم الرياضيات باستراتيجيات، ونماذج تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية عبر مقررات طرق التدريس، فضلاً عن توجيه الباحثين، والمعلمين، ومخططى المناهج العناية نحو استخدام مستويات عمق المعرفة في تقييم نواتج تعلم الرياضيات.
الكلمات الدالة: عمق المعرفة، مستويات عمق المعرفة، عمق المعرفة الرياضياتية، مستويات عمق المعرفة الرياضياتية.

Abstract:
The present research aimed at knowing the extent to which teachers and sixth grade students are able to perform the depth of Mathematical knowledge in Mathematics learning environments, and the extent to which this mastery varies according to different Mathematics learning environments. The sample of the research was a sample of teachers and sixth grade primary students at Mohamed Saad Mostafa School, Nabil Al-Waqaad Official Language School, and Shafiq Al-Kheshin School. The descriptive analytical comparative method was used in this research to verify its hypotheses, and the research tools consisted of a test of the levels

of depth of Mathematical knowledge for sixth grade primary school students, an observation sheet for observing teaching performance according to the Mathematics teachers' levels of depth of knowledge, as well as a form for interviewing a focus group of primary Mathematics teachers.

The results of the research indicated a low level of ability of the sample of students to perform the depth of Mathematical knowledge, especially at the levels of concepts, skills, and strategic thinking. Students in Arabic language Mathematics learning environment have achieved a higher level of mastery than their counterparts in the English language Mathematics learning environment. Results also indicated a low level of ability of the sample of teachers in teaching performance according to the levels of depth of Mathematical knowledge, especially at the levels of strategic thinking and extended thinking, and the results revealed that there are no differences in the level of mastery of these performances between the sample of Mathematics teachers in Arabic language and Mathematics teachers in English language.

Based on the results of the research, a guide was presented for Mathematics teachers to develop the levels of depth of Mathematical knowledge for their students in the sixth grade of primary school. The research recommended the following: integrating activities for developing the levels of depth of Mathematical knowledge in the Mathematics curricula, training students through continuous formative assessment on the activities of the different levels of depth of Mathematical knowledge, providing professional development programs for Mathematics teachers on how to develop the levels of the depth of Mathematical knowledge, making Mathematics teacher preparation programs pay attention to strategies and models for developing levels of depth of Mathematical knowledge in Teaching Methods courses, as well as directing researchers, teachers and curriculum planners towards using levels of depth of knowledge in evaluating Mathematics learning outcomes.

Key words: depth of knowledge, levels of depth of knowledge, depth of Mathematical knowledge, levels of depth of Mathematical knowledge.

مقدمة:

شهدت بدايات القرن الحادي والعشرين تطورًا هائلًا في تقنية المعلومات والاتصال، وإلغاء الحدود المكانية، والزمانية، مما نتج عنه نمو متزايد في البرامج والتطبيقات التقنية في مجالات الحياة اليومية، والذي أدى بدوره إلى ظهور أنماط جديدة من المهارات التي يحتاجها المتعلمون للالتحاق بسوق العمل، وتتمثل هذه المهارات في مهارات القرن الحادي والعشرين، وهي ترتكز في مجموعها على المهارات التي يجب على التلاميذ إتقانها؛ ليتمكنوا من النجاح في مجتمع رقمي سريع التطور، كما يرتبط عديد من هذه المهارات بالتعلُم العميق، والذي يعتمد على إتقان مهارات معينة، مثل: التفكير الناقد، والمنطق التحليلي، وحل المشكلات المعقدة، والعمل الجماعي.

ويؤكد ذلك أهمية مهارات التفكير، وعملياته المختلفة؛ حيث تشكل هذه المهارات الأدوات التي يستخدمها المتعلم للتعامل الجيد مع متغيرات المستقبل المتواترة؛ ومن ثم تتبدى الحاجة المتزايدة للتعليم من أجل التفكير، وتنمية مستويات عمق المعرفة لدى المتعلمين من أجل تحقيق تقدم المجتمعات وتطورها.

وفى هذا الصدد عُنى المجلس القومى لمعلمى الرياضيات National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) في وثيقته لمعايير منهج الرياضيات المدرسية (١٩٨٩)، وكذا وثيقته لمبادىء ومعايير الرياضيات المدرسية(٢٠٠٠) بالتفكير الرياضياتى وتنميته، إذ أكدت الوثيقتان أهمية التفكير الرياضياتى، وأوصتا بضرورة العناية بتنميته عبر الصفوف الدراسية المختلفة؛ بحيث يتمكن التلاميذ من التفكير الاستنتاجى، والاستقرائى، والمكانى، والتناسبى، وكذا التفكير المنطقى، فضلاً عن القدرة على إجراء التخمينات، وطرح الحجج الرياضياتية، والتحقق من صحة أفكارهم.

ويُعد تعليم التفكير في قمة أولويات النظم التربوية في دول العالم المتقدمة، فلم تعد المعرفة المتخصصة فقط هى المهمة لجيل المستقبل، بل الأهم من ذلك هو كيفية معالجتها ذهنيًا، وتوظيفها في مجالات التعلم، وفروع المعرفة المختلفة، وهو ما يطلق عليه تعليم التفكير (فتحى جروان، ٢٠٠٨).

وتجدر الإشارة هنا أن تصنيف "بلوم" Bloom لمستويات الأهداف المعرفية لم يعُد كافيًا للحصول على مستويات عليا من التفكير لدى المتعلمين، وتمكينهم من تقديم مستويات أداء مُرضية، ونتيجة لذلك قدم Webb(1999) نموذجًا لمستويات عمق المعرفة Depth of knowledge يتضمن مجموعة من مستويات التفكير، والفهم التي يجب أن يتقنها المتعلمون(Holmes,2011:9)

ويرتكز نموذج "عمق المعرفة" على المواءمة بين معايير المنهج، وعملية التقييم، وذلك بتحليل التوقعات المعرفية التي تتطلبها المعايير، والأنشطة المنهجية، ومهام

التقييم، ويرى Webb(2002) أن عمق المعرفة يتطلب من المعلمين شرح العمق الذى يتم فيه التعليم، وتحديد الغرض منه؛ ومن ثم تقييم التلاميذ في المعرفة التي يجب الاحتفاظ بها للتعلم مدى الحياة (Jackson,2010:3).

وقد حدد Webb(2009) أربعة مستويات لعمق المعرفة تصف ما يجب أن يعرفه التلميذ، وما يستطيع القيام به في سياق معين؛ ويرتكز المستوى الأول على تقييم استدعاء التلاميذ للمعلومات من خلال أنشطة التعلم؛ مثل: تصميم قائمة، والتصنيف، والحساب، والمطابقة، بينما يرتكز المستوى الثانى على تقييم المهارات المفاهيمية؛ مثل: تحديد الأنماط، والتنبؤ بالنتائج، والتعرف على السبب والنتيجة، أما المستوى الثالث فيُعنى بتقييم التفكير الاستراتيجي؛ عبر استخدام الأدلة التي تتجاوز الوصف، والشرح؛ مثل: استكشاف ظاهرة من حيث المفاهيم، وتطوير حجة منطقية، كما يُعنى المستوى الرابع بتقييم قدرة التلميذ على الانخراط في التفكير الموسع، حيث يُتوقع منه، تصميم وإنشاء منتجات جديدة عبر تطبيق مستويات عليا من التفكير، ودمج المعرفة الموجودة لتطوير فهم أعمق للبنيات القائمة.-(Hess,2013:6 20;webb,2009:12)، وتختلف نسبة العمق المطلوب في كل مستوى من المستويات الأربعة تبعا لاختلاف الصف الدراسي، وطبيعة المادة الدراسية، وتهدف إلى تحسين تعلم التلاميذ، وتنمية مهارات التفكير، وتؤكد بقاء أثر التعلم لديهم (حلمى الفيل، ٢٠١٨: ٦).

وإذا كانت المرحلة الابتدائية من أهم المراحل التعليمية في حياة التلميذ في المدرسة في جميع المواد الدراسية، وبخاصة في الرياضيات؛ حيث يكتسب التلاميذ معرفة المحتوى التي سيستخدمونها كأساس لتعلمهم في المراحل التالية، من كيفية التعامل مع الأرقام، والأعداد، والكميات، والقياس، والتقدير، والهندسة، وجمع البيانات وتفسيرها، والتفكير النقدي، وحل المشكلات، وفى هذه المرحلة يُكَوِّن التلاميذ رصيدهم المعرفى، وتنمو مهاراتهم وتتشكل اتجاهاتهم، ومعتقداتهم، وبنيتهم المعرفية، فهنا تتبدى الحاجة إلى دراسة مدى تمكن طلاب المرحلة الابتدائية من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، ليس فقط لضرورة تحقيق التلاميذ مستويات عليا من هذا التمكن في نهاية دراستهم في المرحلة الابتدائية، وأهميته في مواصلة دراستهم في المراحل الدراسية التالية، وإنما لكونه من بين الأهداف المهمة لتعليم الرياضيات وتعلمها في تلك المرحلة، فإعداد التلاميذ ذوى القدرة على حل المشكلات الرياضياتية، واتخاذ القرارات المناسبة، وتوظيف طرق التفكير المتنوعة في المواقف الحياتية المتنوعة لا يمكن تحقيقه إلا بالتعمق في معالجة المعرفة الرياضياتية، وعدم التركيز فقط على تذكر المفاهيم، والحقائق دون العناية بالترابطات، والعلاقات المهمة فيما بينها.

وهذا ما أكده عديد من الجهات المعنية بتعليم الرياضيات وتعلمها، ومن أبرزها المجلس القومى لمعلمى الرياضيات(NCTM,2000)؛ حيث أكد ضرورة توفير مناهج الرياضيات المدرسية خريطة طريق تساعد المعلمين على توجيه التلاميذ إلى مستويات متزايدة من عمق المعرفة؛ مما يسهم في تنمية فهم التلميذ لما يتعلمه، ويصير أكثر قدرة على طرح الأسئلة، وتحليل المعرفة بصورة دقيقة، واكتشاف العلاقات، والأنماط، كما يصير أكثر قدرة على حل المشكلات (Bennet& Bennet,2008:4009) ، فضلاً عن ذلك فإن المعرفة العميقة في مجال معين تسهم فى مساعدة التلاميذ على استخدام معارفهم بكفاءة عالية، وتشكيل روابط جديدة تسهم في إنتاج، وتوليد معرفة جديدة، ومفيدة(Mannucci& Yong,2018:1742) .

كما يسهم عمق المعرفة في تحقيق التعلم ذى المعنى لدى التلاميذ، وتنمية قدرتهم على ربط مجالات المعرفة في إطار متماسك في البنية المعرفية لديهم، وكذا تنمية قدرتهم على المقارنة، والتمييز، وفهم الأفكار المتناقضة، فضلاً عن إنتاج معرفة جديدة مترابطة (Thomas,2017) .

وفى هذا الصدد اتجهت الجهود الحديثة إلى تقييم مستويات عمق المعرفة لدى التلاميذ؛ حيث يسهم ذلك في توفير معلومات للمعلم حول فعالية طريقة تدريسه، ومدى النمو في فهم تلاميذه، كما يوفر أيضًا معلومات للتلاميذ حول درجة نمو المعرفة لديهم، وقد يمثل ذلك مصدرًا لزيادة دافعيتهم إلى التعلم (Czarnocha& Baker,2018:91)، وهذا ما أشار إليه المجلس القومى لمعلمى الرياضيات (NCTM,2000) في وثيقة مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية؛ حيث أكد مبدأ التقويم على ضرورة أن يدعم التقويم تعلم الرياضيات المهمة، ويقدم المعلومات المفيدة لكل من المعلم، والتلميذ.

وتجدر الإشارة هنا إلى ارتباط النمو في مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى التلاميذ بمستوى تمكنهم اللغوى؛ فاللغة تؤدى دورًا رئيسًا في تعليم الرياضيات وتعلمها؛ حيث تُستخدم في تعريف المفاهيم، والتعبير عن الأفكار الرياضياتية، وتسهيل الترابط بين التمثيلات المختلفة لهذه الأفكار (Han&Ginsburg, 2001:202)، كما أنها ليست فقط أداة للتمثيل والتواصل، ولكنها أداة للتفكير وبناء المعرفة، وتنمية الأفكار الرياضياتية (Schleppegrell,2010:76)، وتؤدى الكفاءة في لغة التعليم والتعلم دورًا مُهمًّا في تمكن التلاميذ الرياضياتى، كما أن ضعف الإنجاز الرياضياتى في بعض البيئات ثنائية اللغة قد يرجع بصورة عامة إلى القصور اللغوى لدى هؤلاء التلاميذ(Essien,2011:475).

ومن ثم فإن التمكن اللغوى لدى التلاميذ يمثل عنصرًا حاسمًا في تمكن التلاميذ من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وبخاصة المستويات العليا لما تتطلبه من القيام

بعمليات عقلية، ومعالجات منطقية تعتمد بشكل كبير على فهم، واستخدام التعبيرات اللغوية السليمة، فليس هناك من شك في أن تعليم الرياضيات وتعلمها يرتبط بصورة كبيرة بسمات اللغة، والتي تمثل وسيط تعلم مركزى في كل الصفوف، ولكنها في ذات الوقت تظهر وكأنها مانع للتعليم والتعلم في بعض الحالات؛ حيث يعتمد النجاح في المدرسة على قدرة التلاميذ على فهم، واستخدام لغة التدريس (Alt,Arizmendi& Beala,2014:228)

الإحساس بمشكلة البحث:

نبع الإحساس بالمشكلة من عدة مصادر:

- تأكيد الخطة الاستراتيجية للتعليم قبل الجامعى ٢٠١٤-٢٠٣٠ م أهمية دمج ممارسات التقويم في عمليات التعليم والتعلم، التى تسعى لتعرف قدرة المتعلمين على تجاوز حدود الكتاب المدرسي؛ من حيث قدرتهم على تطبيق المعرفة، وقدرتهم على تجاوز حدود الاستظهار، حتى يصبحوا متعلمين قادرين على البحث، والوصول إلى المعلومات، وتحليلها، وكذلك القدرة على التوصل إلى المعرفة، وممارسة التفكير الناقد، والإبداعى (الخطة الاستراتيجية للتعليم قبل الجامعى ٢٠١٤-٢٠٣٠، ٤١).
- قلة الدراسات التي عُنيت بتقييم أداءات عمق المعرفة الرياضياتية لدى كل من التلميذ والمعلم؛ في حين عُنى عديد من الدراسات السابقة بآليات تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى التلاميذ.
- تأكيد مبادئ الرياضيات المدرسية الصادرة عن المجلس القومى لمعلمى الرياضيات أهمية التقويم؛ كأحد المداخل التي يمكن في ضوئها الكشف عن جوانب القصور، والقوة، وتقديم التغذية الراجعة المناسبة لكل من التلميذ، والمعلم، ومن ثم التطوير المستند إلى شواهد وأدلة.
- تأكيد غير قليل من الدراسات أهمية توجيه عناية لمستويات عمق المعرفة الرياضياتية منها دراسة Jackson(2010)، Holmes (2011) ، Holmes (2012)، شيماء حسن (٢٠١٨)، إيهاب محمد (٢٠١٩)،Litster(2019)، محمد عبد الرحيم (٢٠٢٠)، مريم عبد الملاك(٢٠٢٠)، خلف الله محمد وآخرون (٢٠٢١)، Al-Saadi&Al-Kinani(2021)، Almassarweh (2021)

- الدراسة الاستكشافية[١] التي تم إجراؤها؛ والتى تمثلت فى تطبيق اختبار استكشافى على عينة قوامها (22) تلميذًا وتلميذة بالصف السادس الإبتدائى، بمدرسة محمد سعد، بإدارة المنتزة للعام الدراسى ٢٠٢١م -٢٠٢٢م الفصل الدراسى الأول يوم ١٦/١٠/ ٢٠٢١م ، والتى هدفت إلى تعرف مستوى تمكن طلاب الصف السادس الإبتدائى من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وأشارت نتائج الدراسة الاستكشافية إلى قصور في مستوى تمكن التلاميذ من هذه المستويات، ويوضح جدول (١) نتائج الدراسة الاستكشافية في هذا الصدد:

جدول ١

توزيع درجات التلاميذ أفراد العينة الاستكشافية في الاختبار الاستكشافى (الدرجة العظمى للاختبار= ١٢)

الدرجة	٤	٦	٨	١٠
التكرار	10	8	2	2
(%)	45.5	36.4	9.1	9.1

يتضح من جدول (١) أن:

- 36.4 % فقط من إجمالي عدد التلاميذ قد حصلوا على ٥٠% من إجمالي درجات الاختبار الاستكشافى لمستويات عمق المعرفة الرياضياتية.
- 9.1 % فقط من إجمالي عدد التلاميذ قد حصلوا على ٨٣% تقريباً من إجمالي درجات الاختبار الاستكشافى لمستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وهي تقابل أعلى درجة حصل عليها التلاميذ في الاختبار.

وإجمالا نجد أن (١٠) تلاميذ بنسبة 45.5% من إجمالي عدد التلاميذ أفراد عينة الدراسة الاستكشافية حصلوا على أقل من ٥٠% من الدرجة الكلية للاختبار الاستكشافى لمستويات عمق المعرفة الرياضياتية، ويعد ذلك مؤشرًا لضعف تمكن التلاميذ من هذه المستويات.

كما أُجريت مقابلة مع عدد من معلمى الرياضيات للصف السادس الابتدائى (٩ معلمين)، وأشارت نتائج المقابلة إلى ضعف أداءات المعلمين اللازمة لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذهم، ويوضح جدول (٢) نتائج الدراسة الاستكشافية في هذا الصدد:

[١] **ملحق (١): أسئلة الدراسة الاستكشافية.**

جدول ٢

نتائج مقابلة معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية أفراد عينة الدراسة الاستكشافية

الأسئلة	الاستجابات	عدد الاستجابات	النسبة المئوية%
ما طبيعة الأسئلة التى تقيس بها مدى معرفة تلاميذك للمفاهيم والمهارات الرياضياتية؟	أسئلة مباشرة قائمة استدعاء المعلومات والحقائق والتطبيق المباشرللمهارات الرياضياتية.	٥	55.6
	أسئلة مباشرة وكذا أسئلة تتطلب التفسيرات، والمبررات المختلفة .	٣	33.3
	أسئلة مباشرة ، وكذا أسئلة تتطلب مهارات التفكير العليا، وطرح أكثر من حل.	١	11.1
ماذا تفعل لمساعدة تلاميذك على التفكير في موضوعات الرياضيات بشكل نقدي؟	الاعتماد على مستويات بلوم في تنويع مستويات الأسئلة	٤	44.4
	استخدام مشكلات حياتية تربط الرياضيات بالواقع	٤	44.4
	استخدام مهمات الاستقصاء، والمشروعات والأبحاث لتوسيع إدراك التلاميذ	١	11.1
ما التحديات التي تواجهك عند زيادة مستوى صعوبة مهمات تعلم الرياضيات؟	كثافة محتوى المنهج	٨	88.9
	ضيق الوقت	٨	88.9
	انتشار ثقافة الحصول على الدرجات النهائية في اختبارات التحصيل في الرياضيات بين التلاميذ، وأولياء الأمور	٩	100
	ضرورة الالتزام بمستويات أسئلة معينة ضمن إطار مستويات أسئلة الاختبارات التي سيتم إجراؤها على التلاميذ	٦	66.7
أذكر مثال لمهمة تقيس القدرة على التعلم الأصيل للرياضيات ويمكنك استخدامها في الفصل.	مهمات ضمن المستوى الأول لعمق المعرفة	٣	33.3
	مهمات ضمن المستوى الثانى لعمق المعرفة	٥	55.6
	مهمات ضمن المستوى الثالث لعمق المعرفة	١	11.1
	مهمات ضمن المستوى الرابع لعمق المعرفة	صفر	صفر

يتضح من جدول (٢) أن:

- 55.6 % من إجمالي عدد المعلمين يعتمدون على الأسئلة المباشرة القائمة على استدعاء الحقائق، والمعلومات الرياضياتية، وتطبيق المهارات الرياضياتية بشكل مباشر، وأن 11.1% فقط من المعلمين يُعْنَوْنَ بتنمية مهارات التفكير العليا في الرياضيات.
- 44.4% من إجمالي عدد المعلمين يعتمدون فقط على مستويات بلوم؛ لزيادة مستويات التحديات الرياضياتية التي يطرحونها لتلاميذهم، في حين أن نسبة11.1% يوجهون عناية إلى استخدام مهمات الاستقصاء، والمشروعات، والأبحاث؛ لتنمية قدرة التلاميذ على التفكير العميق في الرياضيات.

- أشار المعلمين عينة المقابلة إلى مجموعة من التحديات التي تواجههم عند استخدام مهمات الرياضيات ذات المستويات العليا من التفكير، وأوضحوا أن من أهمها: كثافة محتوى المنهج، وضيق الوقت، كما أكدوا انتشار ثقافة الحصول على الدرجات النهائية في اختبارات التحصيل في الرياضيات بين التلاميذ، وأولياء الأمور، بغض النظر عن عمق المعرفة التي اكتسبها التلاميذ، مما يكرث فكرة الاهتمام ليس بعمق المعرفة، ولكن بتحصيل أعلى الدرجات
- 11.1% فقط من إجمالى عدد المعلمين عينة المقابلة قد تمكنوا من صياغة مهمات تعلم الرياضيات ضمن إطار المستوى الثالث من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، في حين لم يتمكن أيًّا منهم من صياغة مهمات تقع ضمن المستوى الرابع لعمق المعرفة الرياضياتية.

وإجمالًا تشير النتائج السابقة إلى ضعف أداءات عمق المعرفة الرياضياتية التي يجب أن يمتلكها معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، والتي يمكن أن تدعم مستوى التلاميذ فيها .

أسئلة البحث:

مما سبق تتمثل مشكلة البحث فى قصور مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائى، وكذا في أداءات عمق المعرفة الرياضياتية اللازم القيام بها من قبل معلمى هؤلاء التلاميذ؛ الأمر الذى يتطلب إجراء تحليل عميق لجوانب القصور لدى كل منهما، وكذا تعرف مدى تأثر هذه المستويات بأحد العوامل الأكثر ارتباطاً بها، والمتمثل في اختلاف بيئات تعلم الرياضيات (السياق اللغوى)، ومحاولة وضع دليل استرشادى لمعلمى الرياضيات يسهم في مساعدتهم على تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذهم، ومن ثم حاول البحث الحاضر الإجابة عن الأسئلة الآتية:

١. ما أداءات عمق المعرفة الرياضياتية الواجب توافرها لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائى؟
٢. ما واقع أداءات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائى؟
٣. ما مدى تباين تمكن تلاميذ الصف السادس الابتدائى من أداءات عمق المعرفة الرياضياتية باختلاف بيئات تعلم الرياضيات (السياق اللغوى)؟
٤. ما أداءات عمق المعرفة الرياضياتية الواجب توافرها في ممارسات معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية؟

٥. ما واقع أداءات عمق المعرفة الرياضياتية لدى معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية؟
٦. ما مدى تباين تمكن معلمى الرياضيات من أداءات عمق المعرفة الرياضياتية باختلاف بيئات تعلم الرياضيات (السياق اللغوى)؟
٧. ما الدليل الاسترشادى المقترح لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائى ؟

أهداف البحث:

سعى البحث نحو تحقيق الأهداف الآتية:

- تحديد مستويات عمق المعرفة الرياضياتية الواجب توافرها لدى كل من: معلمى، وتلاميذ الصف السادس الابتدائى.
- تعرف مدى تمكن كل من: معلمى، وتلاميذ الصف السادس الإبتدائى من أداءات عمق المعرفة الرياضياتية في بيئات تعلم الرياضيات.
- استقصاء مدى تباين تمكن كل من : معلمى، وتلاميذ الصف السادس الابتدائى من أداءات عمق المعرفة الرياضياتية باختلاف بيئات تعلم الرياضيات (السياق اللغوى).
- طرح دليل استرشادى لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائى.

أهمية البحث:

نبعت أهمية البحث مما يأتي:

- يمثل البحث أحد ركائز الخطة الاستراتيجية للتعليم قبل الجامعى ٢٠١٤-٢٠٣٠م، المرتبطة بإدارة النظام التعليمى؛ والتى أكدت أهمية تبنى نظمًا للتقويم تتصف بالشمولية، والاستمرارية، لمتابعة وتقويم نمو أداء المتعلم في ضوء مؤشرات الإنجاز لقياس مهارات التفكير الناقد، والتحليلى، والمهارات الحياتية، والبحثية.
- قد تفيد نتائج البحث معلمي الرياضيات فى استكشاف جوانب القصور في مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى معلمى الرياضيات، وكذا التلاميذ في نهاية المرحلة الابتدائية، وخطط العلاج المناسبة في هذا الصدد.
- قد تفيد نتائج البحث المعنيين بتطوير محتوى مناهج الرياضيات؛ فالبحث بما يقدمه من معلومات؛ يعكس مدى قدرة المناهج الحاضرة للرياضيات المدرسية على تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى طلاب المرحلة

الابتدائية، مما قد يعين في ترشيد مطورى محتوى المناهج في مراعاة جوانب القصور، وتطويرها؛ وفق ذلك.

- يمكن أن تفيد نتائج البحث، وأدواته الباحثين فى مجال تعليم الرياضيات فى إعداد دراسات أخرى تُعنى بمحاولات تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، وكذا استكشاف عوامل أخرى تؤثر في مستويات عمق المعرفة الرياضياتية في بيئات تعلم الرياضيات.

حدود البحث:

اقتصر البحث الحاضر على الحدود الآتية:

- معلمى، وتلاميذ الصف السادس الابتدائى في العام الدراسى٢٠٢١/ ٢٠٢٢م، باعتبار هذا الصف يمثل نهاية مرحلة مهمة، وهى نهاية التعليم الابتدائى؛ الذى يشكل اللبنة الأساسية لمراحل التعليم المختلفة؛ ومن ثم تتمثل أهمية امتلاك التلاميذ في نهاية هذه المرحلة مستويات عمق المعرفة الرياضياتية التي تؤهلهم للدراسة في المراحل الدراسية التالية.
- الاقتصار في تعرف أداءات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائى على المستويات الثلاث الأولى لعمق المعرفة الرياضياتية؛ حيث إن المستوى الرابع (التفكير الممتد) يتطلب التفكير المنطقى المعقد، والتخطيط، والتفكير الذى يتم غالباً في فترة زمنية ممتدة طويلة، ومن ثم فقد عُنى في البحث بتناول المستويات الثلاث الأولى فقط لدى التلاميذ، في حين عُنى بتعرف هذه الأداءات في المستويات الأربعة لعمق المعرفة الرياضياتية لدى المعلمين.
- اقتصار مجال العناية في عملية المقارنة بين مستويات عمق المعرفة الرياضياتية في بيئات تعلم الرياضيات المختلفة لدى كل من المعلمين، والتلاميذ على السياق اللغوى (بيئة تعلم الرياضيات باللغة العربية، وبيئة تعلم الرياضيات باللغة الإنجليزية).

فروض البحث:

١. لايوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha<0.05$ بين متوسطي درجات أفراد عينة البحث في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، والمتوسط الاعتبارى[٢] لهذا الاختبار.

---

[٢] **جدير بالذكر أن المتوسط الاعتبارى للاختبار عُدَّ فى هذا الصدد: ٥٠% من الدرجة الكلية للاختبار ككل ولكل مستوى من مستوياته، وذلك بعد الرجوع إلى عدد من الخبراء فى مجال القياس والتقويم لتحديد المتوسط الاعتبارى المناسب لهذا الاختبار، وكذا أفراد عينة الدراسة.**

٢. لا يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha<0.05$ بين متوسط درجات أفراد عينة البحث في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، يُعزى إلى اختلاف بيئات تعلم الرياضيات (السياق اللغوى).
٣. لا يوجد فرق دال إحصائيًّا عند مستوى $\alpha< 0.05$ بين متوسطى درجات أفراد عينة المعلمين في استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، والمتوسط الاعتبارى[٣] لها.
٤. لا يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha<0.05$ بين متوسط درجات أفراد عينة المعلمين في استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، يُعزى إلى اختلاف بيئات تعلم الرياضيات (السياق اللغوى).

أدوات ومواد البحث:

- تمثلت أدوات البحث في :
  - اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي .
  - استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة لدى معلمى الرياضيات .
  - استمارة مقابلة مجموعة بؤرية من معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية.
- تمثلت مواد البحث في الدليل الاسترشادى لمعلم الرياضيات بالمرحلة الابتدائية لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية .

مصطلحات البحث:

فيما يأتي التعريف الإجرائى لمصطلحات البحث:

عمق المعرفة الرياضياتية Depth of Mathematical knowledge:

إطار تنظيمى للمعرفة، والمهارات الرياضياتية التي يجب أن يمتلكها التلميذ، ويتدرج في أربعة مستويات متزايدة العمق والقوة، تبدأ بالقدرة على استدعاء الحقائق، والمصطلحات، والإجراءات البسيطة، ثم القدرة على تطبيق المفاهيم، والمهارات

---

[٣] **جدير بالذكر أن المتوسط الاعتبارى لاستمارة الملاحظة حُسب فى هذا الصدد كما يلى : حاصل ضرب الدرجة المتوسطة للاستمارة وهى الدرجة (٢) في عدد عبارات الاستمارة (١٦) ، ومن ثم فإن المتوسط الاعتبارى للاستمارة ككل = ٣٢ درجة، وقد اُستخدمت نفس الطريقة في حساب المتوسط الاعتبارى لكل بُعد من أبعاد الاستمارة : ٢ × ٤(عدد عبارات البُعد الواحد)= ٨ درجات.**

الرياضياتية، والقدرة على استخدام عمليات التفكير العليا، وطرح المبررات المنطقية، وتنتهى بالاستخدام الموسع لعمليات التفكير العليا في حل المشكلات الواقعية، وفيما يلى تحديد لهذه المستويات:

- **المستوى الأول: الاستدعاء Recall**، ويعنى القدرة على استرجاع الحقائق، والمفاهيم، والمبادئ التي تم تعلمها مسبقاً، وكذا تنفيذ المهام، أو الإجراءات الرياضياتية البسيطة.
- **المستوى الثاني: المفاهيم والمهارات Concepts and Skills**، ويعنى القدرة على تطبيق المفاهيم والمهارات، والعمليات الرياضياتية، وكذا القدرة على التفسير، وتوضيح العلاقة بين الأسباب، والنتائج، والدمج بين بعض العمليات العقلية، والاستراتيجيات.
- **المستوى الثالث: التفكير الاستراتيجي Strategic Thinking**، ويعنى القدرة على استخدام عمليات التفكير العليا؛ كالتحليل، واستخلاص النتائج، وطرح المبررات المنطقية، والتعميم، والابتكار.
- **المستوى الرابع: التفكير الممتد Extended Thinking**، ويعنى القدرة على الاستخدام الموسع لعمليات التفكير العليا لحل مشكلات العالم الحقيقي؛ كالتركيب، والتأمل، والتقويم، وإجراء عديد من الارتباطات، واختيار عديد من البدائل المتاحة لحل المشكلات.

بيئات تعلم الرياضيات Mathematics Learning Environments:

السياق اللغوى الذى يتم استخدامه في الحديث الصفى لتعليم محتوى الرياضيات المدرسية للتلاميذ، وتنقسم هذه البيئات إلى :

- بيئة تعلم الرياضيات أحادية اللغة: وهى تمثل بيئة تعلم الرياضيات باللغة العربية والتي يكون السياق اللغوى المستخدم فيها هو اللغة الأم.
- بيئة تعلم الرياضيات ثنائية اللغة: وهى تمثل بيئة تعلم الرياضيات باللغة الإنجليزية والتي يكون السياق اللغوى المستخدم فيها هو اللغة الثانية.

الخلفية النظرية للبحث:

هدف الإطار النظرى للبحث إلى تحديد مفهوم دقيق لعمق المعرفة الرياضياتية، ومستوياته، وكذا أهميته، وأداءات كل من التلميذ، والمعلم في إطار تحقيق مستويات العمق المختلفة، كما عالج الإطار النظرى عمق المعرفة الرياضياتية كناتج تعليمى، عبر تحليل مجموعة الدراسات السابقة التي عُنيت بتنميته، فضلاً عن ذلك تناول الإطار النظرى عمق المعرفة، وعلاقته ببعض المتغيرات الأخرى، وعُنى أيضًا بطرح إشارة حول مستويات عمق المعرفة الرياضياتية في بيئات تعلم الرياضيات؛ مما يُمكن أن يُفاد منه في بناء أدوات البحث، واستقصاء متغيرات وسيطة أخرى قد تكون لها علاقة بمستويات عمق المعرفة الرياضياتية، فضلًا عن إمكانية الإفادة منه فى تصميم الدليل الاسترشادى لمعلمى الرياضيات لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذهم بالمرحلة الابتدائية.

أولًا: مفهوم عمق المعرفة الرياضياتية:

أشار Webb إلى مفهوم عمق المعرفة بأنه أربعة مستويات معقدة من التذكر، والمهارة / المفهوم، والتفكير الاستراتيجي، والتفكير الموسع لتحديد ما يجب أن يعرفه التلميذ النموذجي، أو يكون قادرًا على القيام به في صف معين (Webb,2007)، ويختلف عمق المعرفة في التعقيد اعتمادًا على مستوى الصف، وما يجب أن يعرفه التلميذ، ومدى قدرته على إجراء التعميمات اللازمة للوصول إلى مستويات أعلى من عمق المعرفة (Webb, 1997)، ويقدم هذا نهجًا مختلفًا لتنظيم مستويات المعرفة، فعمق المعرفة يُعنى بتحسين النهج البنائي للتعلم من خلال التركيز على ما يعرفه التلميذ، ويستطيع إثباته بدلاً من التأكيد على إجراء معين في كل مستوى (Webb, 1997)

وفى هذا الصدد رسم Webb(2002) ارتباطًا بين ما يتم تدريسه، وما يتم اختباره عندما أكد أهمية أن تتم محاذاة كل من الأهداف، وعناصر التقييم عند تفسير، وتقييم مستويات عمق المعرفة، وأوضح أن عدد المطالب الفكرية التي يتم إجراؤها فى التقييم، يعتمد على عدد، وقوة الروابط مع الأهداف المطلوبة من التلميذ لصياغة استجابة معينة، وكذا يعتمد على مستوى التفكير الذي من شأنه أن يسمح للتلميذ بإجراء التعميمات، وبناء المعرفة (Webb, 1997). وأكد Webb (2007:24) ضرورة تضمين المناهج الدراسية مستويات عمق المعرفة الأربعة، وكذا ضرورة ربط التقدم في درجات تحصيل التلاميذ بتغييرات المناهج المرتبطة بعمق المعرفة.

وفى هذا الصدد أشار Jackson(2010:10-11) إلى التعلم العميق بأنه التعلم الذي يتضمن التحليل النقدي للأفكار الجديدة، وربطها بالمفاهيم، والمبادئ المعروفة بالفعل، ويؤدي إلى استيعاب المفاهيم، والاحتفاظ بها على المدى الطويل؛ بحيث يمكن

استخدامها لحل المشكلات في سياقات غير مألوفة، كما أنه يعزز الفهم، والتطبيق مدى الحياة. وأضاف أن معلم عمق المعرفة هو المعلم الذى يقوم بالتدريس في العمق، ويبني على المعرفة السابقة للطلاب، ويشرح للطلاب سبب تعلمهم لما يتعلمونه.

وبصفة خاصة تعددت التعريفات حول مفهوم عمق المعرفة الرياضياتية، ومن بينها تعريف شيماء حسن (٢٠١٨ : ١٣٦) والتي عرفته بأنه: "درجات تعقيد التفكير التي يتفاعل من خلالها الطلاب مع المعارف الرياضياتية، ويشمل أربعة مستويات هي استدعاء المعارف الرياضياتية، واستيعاب المعارف الرياضياتية، وتطبيق المعارف الرياضياتية، والتفكير الاستراتيجي".

كما عرفه إيهاب محمد (٢٠١٩) بأنه" أحد أنواع التفكير المركب الذى يقوم من خلاله الطالب بتنظيم المعارف، والمهارات المرتبطة بالمنطق الفازى بشكل منطقى في أربعة مستويات تبدأ بأقلها عمقًا، وهو مستوى الاستدعاء، وإعادة الإنتاج، ثم مستوى تطبيق المفاهيم، والمهارات، ثم مستوى التفكير الاستراتيجي، وتنتهى بأكثرها عمقًا، وهو التفكير الممتد لتفسير الرياضيات الفازية، وربطها بالحياة العملية".

وأشار محمد عبد الرحيم (٢٠٢٠:١٤٥) إلى عمق المعرفة الرياضياتية بأنه "قدرة طالب الصف الثالث الإعدادى على تذكر، وإعادة إنتاج، وتطبيق المفاهيم، والمهارات الرياضياتية، وممارسته للتفكير الاستراتيجي، والممتد للمواقف، والمشكلات الرياضياتية التي تواجهه".

وأوضحت مريم عبد الملاك (٢٠٢٠: ٤٥٦) أن مستويات عمق المعرفة الرياضياتية هى "مستويات عقلية لتنظيم المعارف، والمهارات التي يجب أن يتمكن منها الطالب في الرياضيات؛ حيث يتم تنظيم المعارف، والمهارات وفقًا لدرجة عمقها، وقوتها في أربعة مستويات تبدأ بأقلها عمقًا، وتنتهى بأكثرها عمقًا، وتشمل الاستدعاء، والمعارف والمهارات، والتفكير الاستراتيجي، والتفكير الممتد".

وأشار كل من Al-Saadi&Al-Kinani (2021:4134) إلى أن عمق المعرفة الرياضياتية يُمثل: فحص نقدي للأفكار، والحقائق، ووضعها في البنية المعرفية، وعمل عدة روابط بينها، ويتم قياسه من خلال الإجابة عن عناصر اختبار عمق المعرفة الذى تم إعداده لهذا الغرض.

ويعكس تحليل التعريفات السابقة وجود قاسم مشترك بينها حول مفهوم عمق المعرفة الرياضياتية وهو تَضَمُّن المفهوم لأربعة مستويات متدرجة في المهارات العقلية التي تتطلبها، وكذا ارتباطه بعوامل متعددة؛ من بينها: مستوى الصف الدراسى، ومقدار المعرفة الأساسية التي يمتلكها التلميذ، واستخدامه في تحديد ما يجب أن يمتلكه التلميذ، وكذا الكشف عما يكون قادرًا على أدائه في صف معين.

وفى ضوء ما سبق أمكن تعريف عمق المعرفة الرياضياتية بأنها: إطار تنظيمى للمعرفة والمهارات الرياضياتية التي يجب أن يمتلكها التلميذ، ويتدرج في أربعة مستويات متزايدة العمق والقوة، تبدأ بالقدرة على استدعاء الحقائق، والمصطلحات، والإجراءات البسيطة، ثم القدرة على تطبيق المفاهيم، والمهارات الرياضياتية، يليها القدرة على استخدام عمليات التفكير العليا، وطرح المبررات المنطقية، وتنتهى بالاستخدام الموسع لعمليات التفكير العليا في حل المشكلات الواقعية.

ثانيًا: مستويات عمق المعرفة الرياضياتية:

تُوصف نظرية عمق المعرفة لـ (١٩٩٧ ، ١٩٩٩) Webb's التي استشهد بها Hess et al.(2009) بأنها نظرية تفسر مدى تعقيد المحتوى الذي يتم تدريسه، فضلًا عن تعقيد المهمة التي يتعين على التلاميذ القيام بها، وفى هذا الصدد أشار كل من Hess et al.(2009) إلى نموذج عمق المعرفة (DOK) بأنه نموذج يقيس عمق الفهم من بداية الدرس إلى نهايته، ويتطلب من التلاميذ المشاركة في التخطيط، والبحث، واستخلاص النتائج حول ما يتعلمونه، وقد حدد Webb أربعة مستويات لعمق المعرفة (Hess et al. 2009:4) تتراوح من المستوى الأدنى "الاسترجاع وإعادة الإنتاج"، ثم الانتقال إلى المستوى التالي "التطبيق الأساسي للمهارات / المفاهيم"، ثم المستوى الثالث "التفكير الاستراتيجي"، إلى أعلى المستويات، وهو "التفكير الموسع".

ويتطلب المستوى الأول من التلاميذ "استدعاء وإعادة إنتاج" المعلومات (Hess et al. 2009:7)، وهنا يقوم المعلم بتوجيه التعلم الذي يحدث (Hess et al. 2009)، وفى المستوى الثانى يشارك التلاميذ بشكل أعمق قليلًا مما يحدث في المستوى الأول، حيث يُطلب منهم "مقارنة، وتصنيف، ووصف، وشرح" المعلومات، وهنا يقوم المعلم بتسهيل المناقشة من خلال طرح الأسئلة، والملاحظة، ويُظهر التلاميذ المعرفة المكتسبة من خلال إجراء الحساب، والتركيبات(Hess et al. 2009:9) .

أما المستوى الثالث فيتطلب "الاستخدام قصير الأمد لعمق عمليات المعرفة" حيث يُكلف التلاميذ بتبرير إجاباتهم؛ حيث قد يكون أكثر من إجابة صحيحة، وتتمثل مسؤولية المعلم في هذا المستوى في توجيه التلاميذ أثناء قيامهم بالحكم على المعلومات، وتقييمها، وتبريرها، والاعتراض عليها" (Hess et al. 2009:11)

وفى المستوى الرابع يحقق التلاميذ أعلى عمق ممكن للمعرفة؛ حيث يقوموا "بالتوليف" و"إجراء التقييمات" و"تعديل خططهم" على مدى فترة زمنية معينة، ومن أمثلة أعمال التلاميذ في هذا المستوى إنشاء نموذج أو مشروع طويل المدى، وتتمثل

أدوار المعلم هنا في "تسهيل، وتوسيع التفكير، وتقديم التحليلات" للطلاب (Hess et al. 2009:13) .

وتُعد مستويات Webb الأربعة لعمق المعرفة طريقة محاذاة لفحص الاتساق بين المتطلبات المعرفية للمعايير، والمتطلبات المعرفية للتقييمات، ويوصي Webb بأن تشمل التقييمات واسعة النطاق تقييم عمق المعرفة عند المستويات: الأول، والثانى، والثالث فقط، ويرجع ذلك إلى قيود الوقت، وتتمثل مستويات عمق المعرفة الرياضياتية فيما يلى(Petit& Hess,2006):

المستوى الأول – الاستدعاء Recall

يتضمن هذا المستوى استدعاء المعلومات من حقائق، ومفاهيم، ومصطلحات، وخواص، واستخدام الإجراءات، أو تطبيق الخوارزميات أو الصيغ الرياضياتية، كما يتضمن القدرة على حل المشكلات من خطوة واحدة.

المستوى الثانى – المفاهيم والمهارات Concepts and Skills

يتضمن هذا المستوى إظهار الفهم المفاهيمي من خلال نمذجة، وتفسير، ومقارنة، وتصنيف المعلومات، وتفسير البيانات من رسم بياني بسيط، واتخاذ القرارات حول كيفية التعامل مع المشكلة، أو النشاط.

المستوى الثالث - التفكير الاستراتيجي Strategic Thinking

ويتضمن هذا المستوى التفكير، والتخطيط، واستخدام الأدلة لحل المشكلات، والقدرة على عمل التخمينات، واختبارها، وتفسير المعلومات من رسم بياني معقد، وحل مشكلات معقدة، وشرح المفاهيم، واستخدامها لحل المسائل غير المألوفة، وتقديم مبررات رياضياتية عندما تكون أكثر من استجابة ممكنة.

المستوى الرابع - التفكير الممتد Extended Thinking

يتطلب هذا المستوى التفكير المنطقي، والتخطيط، والتفكير بشكل عام لفترات طويلة من الوقت؛ لربط المفاهيم بمجالات محتوى أخرى، أو تطبيقات واقعية في مواقف جديدة .

وفى هذا الصدد يمكن تحديد مستويات عمق المعرفة الرياضياتية كما يأتي:

- **المستوى الأول: الاستدعاء،** ويعنى القدرة على استرجاع الحقائق، والمفاهيم والمبادئ التي تم تعلمها مسبقاً، وكذا تنفيذ المهام، أو الإجراءات الرياضياتية البسيطة.
- **المستوى الثاني: المفاهيم والمهارات،** ويعنى القدرة على تطبيق المفاهيم والمهارات والعمليات الرياضياتية، وكذا القدرة على التفسير، وتوضيح العلاقة بين الأسباب، والنتائج، والدمج بين بعض العمليات العقلية، والاستراتيجيات.

- **المستوى الثالث: التفكير الاستراتيجي،** ويعنى القدرة على استخدام عمليات التفكير العليا كالتحليل، واستخلاص النتائج، وطرح المبررات المنطقية، والتعميم والابتكار.
- **المستوى الرابع: التفكير الممتد،** ويعنى القدرة على الاستخدام الموسع لعمليات التفكير العليا؛ لحل مشكلات العالم الحقيقي؛ كالتركيب، والتأمل، والتقويم، وإجراء عديد من الارتباطات، واختيار عديد من البدائل المتاحة لحل المشكلات.

ثالثًا: أهمية عمق المعرفة الرياضياتية:

يتعلم التلاميذ المهارات، ويكتسبون المعرفة بسهولة أكبر عندما يمكنهم نقل تعلمهم إلى مواقف جديدة، أو مواقف أكثر تعقيدًا، ومن المرجح أن يحدث ذلك عندما يكون لديهم فهم عميق للمحتوى (National Research Council, 2001)، لذلك فإن ضمان توافق المناهج الدراسية مع المعايير وحده لن يؤدي إلى إعداد التلاميذ لتحديات القرن الحادي والعشرين، لكن يجب على المعلمين تزويد جميع التلاميذ بالمهام التي تمثل تحديات، وتنظيم التعلم حتى يتمكن التلاميذ من الوصول إلى أهداف عالية، وكذا تعزيز التعلم السطحي، والعميق للمحتوى لديهم (Hattie, 2002).

ويؤدى تصنيف ويب لعمق المعرفة في هذا الصدد وظائف مهمة في إصلاح التعليم من حيث تطوير المعايير، ومواءمة التقييم، حيث يمكن من خلاله تعزيز الممارسات التعليمية، والتقييمية على مستوى الفصل الدراسي، ويصير المعلمون أكثر مهارة في تعزيز فرص التعلم لدى جميع التلاميذ، وعبر جميع مجالات المواد ومستويات الصفوف، فالتلاميذ يحتاجون كل يوم إلى التعرض لأنشطة جديدة، وفيها نوعًا من التحديات العقلية؛ لمواكبة متطلبات القرن الحادي والعشرين. (Hess, et.al, 2009:6-7)

وفى هذا الصدد يُسهم عمق المعرفة الرياضياتية في إكساب التلاميذ رؤية واسعة لربط الأفكار الرياضياتية بعضها ببعض، وربط المفاهيم، والمهارات الجديدة بمواقف، وخبرات الحياة اليومية، وكذا توجيه التلاميذ نحو التعلم الذاتى(محمد عبد الرحيم،:٢٠٢٠151) ، كما يسهم في زيادة انخراط المتعلمين في التعلم، وزيادة معدل تحصيلهم الدراسى(Jackson,2010)، فضلاً عن تحقيق الوصول لأقصى درجات الفهم، ودراسة ما هو أبعد من متطلبات المادة الدراسية فقط (حلمى الفيل،٢٠١٨: ١٧)

وهذا يؤكد أهمية تنمية عمق المعرفة الرياضياتية؛ حيث يُمكَن التلميذ من الفحص الناقد للأفكار، والحقائق الرياضياتية، وتكوين الترابطات المنطقية بينها، والبحث عن المعنى، والتركيز على الأدلة، والحجج، والبراهين الرياضياتية الداعمة للمشكلات

الرياضاتية المختلفة، فضلاً عن القيام بأنشطة ما وراء معرفية، واستخدام النماذج الرياضياتية في التعامل مع مواقف، ومشكلات الحياة الواقعية(شيماء حسن، ٢٠١٨ : ١٣١)

ومن ثم يمكن القول إن تنمية عمق المعرفة الرياضياتية لدى التلاميذ يزيد من دقة التعلم لديهم، وذلك عبر طرح فرص متنوعة لزيادة الصرامة الأكاديمية، ودعم خبرات التعلم لديهم، وكذا زيادة كفاءتهم في التعامل مع مشكلات العالم الحقيقي، الأمر الذى يستدعى عناية المعلمين بالبحث عن طرق لمساعدة التلاميذ على التفكير بشكل نقدي في المواقف المعقدة، والتخطيط لدروسهم بعناية، من أجل إعداد تلاميذهم بشكل أفضل لتجارب العالم الواقعي، ومواكبة متطلبات القرن الحادي والعشرين.

رابعًا:أداءات عمق المعرفة الرياضياتية لدى كل من المعلم، والتلميذ:

إن ضغوط حركة المساءلة في عديد من المدارس جعلت المعلمين يفقدون حماسهم، وحافزيتهم للتعليم، وكذا إهمالهم تنمية مهارات التفكير العليا التي تسهم في توفير متعلمين مدى الحياة، الأمر الذي أدى إلى قمع رغبة التلاميذ في السعي لفهم مهارات حل المشكلات وتطويرها؛ حيث يخضع المعلمون لتدريس منهج مبرمج يستدعي ردودًا مبرمجة من تلاميذهم. (Selwyn,2007).

فى هذا الصدد أقترح Selwyn (٢٠٠٧) ربط برامج إعداد المعلمين بنتائج الاختبارات وأداء التلاميذ، حيث تقوم الكليات، والجامعات بتتبع الخريجين، ونتائج اختبارات تلاميذهم لتحديد مدى فعالية برامج إعدادهم، ومن ثم يُمكن للكليات، والجامعات استخدام هذه النتائج لإعادة تصميم، وهيكلة البرامج، بحيث تنتج معلمين أكثر نجاحًا، وقادرين على نقل المعرفة بشكل فعال.

فمن بين أحد أهم أهداف التعليم هو تشجيع التلاميذ على أن يصيروا قادرين على حل المشكلات بشكل جيد، وكذا تشجيعهم على التفكير بأنفسهم، وأن يكونوا أيضًا قادرين على اتخاذ قرارات مستنيرة جيدة لحل المشكلات، ومن ثم تنمية قدرتهم على المقارنة، والتفسير، والملاحظة، والتلخيص، ويُلقى هذا العبء على عاتق المدارس مسؤولية تثقيف التلاميذ بطريقة تمكنهم من استخدام مهارات التفكير العليا، وكذا تنمية قدرتهم على اكتشاف المشكلات الجديرة بالبحث، والتعمق في فهم المعرفة اللازمة لدعم النتائج. (Pithers,2000).

وفى إطار تحديد أداءات عمق المعرفة الرياضياتية لدى التلاميذ يوصى باستخدام نموذج Webb (2002) للعمق المعرفى، والتقييم الوطنى للتقدم العلمى The National Assessment of Educational Progress (NAEP,2004)؛ حيث يمكن استخدام هذه المستويات، والواصفات لتوجيه، وتطوير الاختبارات الشاملة في

تعليم الرياضيات وفق مستويات عمق المعرفة، ويعبر جدول(٣) عن هذه الأداءات وفق كل مستوى من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية .(Petit& Hess,2006):

جدول ٣

أداءات عمق المعرفة الرياضياتية لدى التلاميذ .(Petit& Hess,2006)

أداءات المستوى الأول	أداءات المستوى الثاني	أداءات المستوى الثالث	أداءات المستوى الرابع
– ذكر/تعريف الحقائق، والمفاهيم، والمصطلحات والخصائص الرياضياتية. – تطبيق/حساب الخوارزميات البسيطة . – حساب مساحة أو محيط الأشكال الهندسية البسيطة بمعلومية أطوال الأضلاع أو من خلال الرسم. – تحديد الأشكال المستوية والأشكال ثلاثية الأبعاد. – إجراء عملية القياس. – القيام بالإجراءات الروتينية (مثل تطبيق قوانين التقريب) – تقييم تعبير جبرى معين. – استنتاج معلومات من الجداول والرسوم البيانية. – استدعاء/تحديد/عمل تحويلات بين التمثلات أو الأرقام (الكسور... الأرقام العشرية.. النسبة). – التحويل بين أنظمة القياس. – تمثيل الأعداد على خط الأعداد أو الشبكة التربيعية. – تمثيل العلاقات الرياضياتية في جمل، أو رموز رياضياتية، أو أشكال. – قرءاة/كتابة/مقارنة الأعداد.	– تصنيف الأشكال المستوية، والأشكال ثلاثية الأبعاد. – تفسير المعلومات المتضمنة بالأشكال البسيطة. – استخدام النماذج؛ لتمثيل المفاهيم الرياضياتية. – حل المشكلات الروتينية المتطلبة لعدة خطوات، أو تطبيق عدة مفاهيم. – مقارنة الأشكال، أو التعبيرات الرياضياتية. – تكوين أنماط ثنائية الأبعاد لأنماط ثلاثية الأبعاد؛ مثل: الأسطوانة، والمخروط. – طرح مبررات لخطوات حل المسائل. – توسيع النمط. – استنتاج معلومات من الجداول، أو الأشكال، أو الرسوم، واستخدامها في حل المشكلات متعددة الخطوات – اختيار الإجراء المناسب للحل. – وصف وشرح العلاقات بين الحقائق، والمصطلحات. – مقارنة البيانات، وتصنيفها، وتنظيمها، وتقديرها، وترتيبها.	– تفسير المعلومات من أشكال معقدة. – شرح أكثر من استجابة للحل. – طرح مبررات، وأدلة داعمة. – استخدام المفاهيم لحل المشكلات غير الروتينية. – القيام بإجراءات من خطوات متعددة. – تعميم النمط. – وصف طرق الحل، والمقارنة بينها. – تكوين نموذج رياضياتى لمواقف معقدة. – طرح مبررات رياضياتية. – حل مشكلات من خطوات متعددة، وطرح مبررات الحل. – حل معادلات، ومتباينات في متغير واحد، والتحقق من صحة الحل. – تكوين مشكلات من مواقف معطاه. – تحليل أوجه الشبه، والاختلاف بين الإجراءات. – طرح استنتاجات من الملاحظات، أو البيانات، وتوثيق الشواهد.	– ربط المفاهيم الرياضياتية بالمجالات الأخرى. – تطبيق النموذج الرياضياتى لحل المشكلات. – تنفيذ مشروع لتحديد مشكلة، ومسارات حلها، وكتابة تقرير حول ذلك. – تصميم نموذج رياضياتى لحل موقف مجرد، أو عملى. – تطوير تعميمات للنتائج التي تم الحصول عليها، واستخدام استراتيجيات الحل في مواقف، ومشكلات جديدة.

وتكاملًا مع ذلك طرحت Hess(2013) عددًا من أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية الخاصة بمعلم الرياضيات، كما طرحت أمثلة لبعض الأنشطة التي يمكن الاستعانة بها لتحقيق ذلك، ويوضح جدول (٤) هذه الأداءات، وأمثلة لبعض الأنشطة في هذا الصدد.

جدول ٤

أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى المعلم، والأنشطة المناسبة لذلك

المستوى	أداءات المعلم	أمثلة الأنشطة
الأول	– تقديم تعريفات محددة للمفاهيم الرياضياتية. – شرح الصيغ، والعلاقات، والقوانين الرياضياتية. – عرض، وتقديم أمثلة متنوعة حول المفاهيم، والمهارات الرياضياتية. – توجيه أسئلة لجذب انتباه التلاميذ.	– تذكر أو ملاحظة أو التعرف على حقيقة، او تعريف، أو مصطلح، أو خاصية . – تطبيق / حساب خوارزمية معروفة (على سبيل المثال، الجمع، القسمة) . – القيام بإجراء محدد، أو روتيني (على سبيل المثال، تطبيق قواعد التقريب، أو تطبيق قانون) – حل مشكلة لفظية من خطوة واحدة . – استرجاع المعلومات من جدول، أو رسم بياني. – تحدد موقع الأرقام على خط الأرقام، أو شبكة الإحداثيات. – حل المعادلات الخطية . – تمثيل العلاقات الرياضياتية في كلمات، أو صور، أو رموز. – قراءة الكسور العشرية، وكتابتها، ومقارنتها بطريقة علمية.
الثاني	– طرح أسئلة متنوعة لمراجعة استيعاب المفاهيم، أو النماذج الرياضياتية. – تقديم أمثلة، ولا أمثلة حول المفاهيم الرياضياتية المختلفة. – استكشاف الروابط، والعلاقات الرياضياتية بين الخبرات السابقة، والجديدة. – تنظيم، وإعادة تنظيم الأفكار، والمفاهيم الرياضياتية المترابطة في إطار متماسك.	– تفسير المعلومات من رسم بياني بسيط. – استخدم النماذج؛ لتمثيل المفاهيم الرياضياتية. – حل مشكلة روتينية تتطلب خطوات متعددة، أو تطبيق مفاهيم متعددة. – مقارنة اشكال، أو عبارات. – تقديم مبررات لخطوات عملية الحل . – استرجاع المعلومات من جدول، أو رسم بياني، أو شكل، واستخدامها لحل مشكلة تتطلب خطوات متعددة. – اختيار اجراء وفقا للمعايير، والقيام بتنفيذه. – تحديد وشرح العلاقات بين الحقائق، أو المصطلحات، أو الخصائص، أو العمليات. – مقارنة البيانات، أو تصنيفها، أو تنظيمها، أو تقديرها، أو ترتيبها.
الثالث	– طرح أسئلة الاستكشاف، والتفكير المترابط. – طرح أسئلة مفتوحة النهاية. – تقديم معايير، وأمثلة لطرح المبررات المنطقية في أثناء حل المسائل الرياضياتية. – تشجيع الحل بطرق بديلة، وأصلية.	– شرح التفكير عندما يكون هناك أكثر من اجابة ممكنة. – صياغة تخمين، أو تبرير التخمينات – استخدام المفاهيم لحل المشكلات غير الروتينية . – تنفيذ الإجراء مع خطوات متعددة . – وصف، ومقارنة طرق الحل . – تقديم مبررات رياضياتية. – حل مشكلة متعددة الخطوات، وتقديم تفسير رياضياتى يبرر الإجابة . – صياغة مشكلة أصلية، بالنظر إلى الموقف . – تحليل أوجه الشبه، والاختلاف بين الإجراءات. – استخلاص النتائج من الملاحظات، أو البيانات استشهادًا بالأدلة.
الرابع	– توفير فرص جمع شواهد من مصادر متنوعة. – طرح أسئلة لتوسيع الإدراك والتفكير.	– ربط المفاهيم الرياضياتية بمجالات المحتوى الأخرى . – ربط المفاهيم الرياضية بتطبيقات العالم الحقيقي في مواقف جديدة .

المستوى	أداءات المعلم	أمثلة الأنشطة
	– تيسير عمل الفريق. – اتاحة فرص التقويم الذاتي.	– تطبيق نموذج رياضي لتوضيح مشكلة، او موقف . – إجراء مشروع يحدد المشكلة، ويحدد مسارات الحل، ويحل المشكلة، ويبلغ عن النتائج . – تصميم نموذج رياضياتى؛ لحل موقف عملي، أو مجرد . – تطوير تعميم للنتائج التي تم الحصول عليها، والاستراتيجيات المستخدمة، وتطبيقها على مشكلات جديدة . – تطبيق طريقة واحدة من بين العديد لحل المشكلات . – تطبيق الفهم بطريقة جديدة، وتقديم حجة / مبرر للتطبيق.

وتجدر الإشارة هنا أن تحليل هذه الأداءات تمت الإفادة منه في بناء استمارة ملاحظة أداءات عمق المعرفة الرياضياتية لدى معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، وكذا فى بناء مفردات اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية، فضلًا عن تصميم الدليل الاسترشادى المقترح وفق هذه الأداءات لتحقيق النتائج المرجوة منه فى تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية.

خامسًا: عمق المعرفة الرياضياتية كناتج تعليمى:

مَثل تنمية مستويات عمق المعرفة بشكل عام عناية غير قليل من الباحثين؛ حيث اهتم غير قليل من **الدراسات شبه التجريبية** بعمق المعرفة كناتج تعليمى، وحاولت هذه الدراسات تناول متغيرات مستقلة متعددة، ومدى تأثيرها في تنمية مستويات عمق المعرفة، وبصفة خاصة أوضحت دراسة عاصم عمر (٢٠١٧) أثر تدريس العلوم باستخدام وحدات التعلم الرقمية في تنمية مستويات عمق المعرفة العلمية، والثقة بالقدرة على تعلم العلم لدى طلاب الصف الثانى المتوسط.

في حين أظهرت دراسة حلمى الفيل(٢٠١٨) أن استخدام أنموذج التعليم القائم على السيناريو في التدريس له أثر دال في تنمية مستويات عمق المعرفة، وخفض التجول العقلى، كما أشارت نتائج دراسة وليد فرج الله (٢٠١٨) إلى أثر استخدام بنك أسئلة الكترونى في تدريس الجغرافيا فى تنمية عمق المعرفة الجغرافية، وخفض قلق الاختبار لدى التلميذات منخفضى التحصيل، أما دراسة محمود السيد (٢٠١٨) فأكدت فاعلية استخدام استراتيجية عظم السمك في تنمية عمق المعرفة البيولوجية، ومهارات التفكير البصرى لدى طلاب الصف الثانى الثانوى.

وبتوجيه العناية إلى معلمى العلوم أثناء الخدمة كشفت نتائج دراسة مروة الباز (٢٠١٨) عن فاعلية برنامج تدريبى في تعليم STEM في تنمية عمق المعرفة، والممارسات التدريسية، والتفكير التصميمى لدى معلمى العلوم أثناء الخدمة، في حين ركزت دراسة أشرف حسين (٢٠١٩) على تعرف أثر تدريس العلوم باستخدام مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية في التحصيل، وتنمية عمق المعرفة العلمية لدى طلاب

الصف الأول المتوسط، وأشارت النتائج إلى أن استخدام مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية له تأثير كبير في تنمية المتغيرات التابعة للدراسة، كما أيدت نتائج دراسة إبتسام تمساح (٢٠٢٠) فاعلية تنظيم محتوى العلوم وفق أنماط التعلم، وبخاصة وفق نموذج VARK في تنمية عمق المعرفة، والتصور الخيالى لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية ذوى أنماط التعلم المختلفة.

وتوصلت دراسة جمال الزعانين (٢٠٢٠) إلى أن هناك أثرًا كبيرًا لاستخدام استراتيجية البناء الدائرى في تدريس وحدة الحركة الموجية، والصوت على مستويات العمق المعرفى لتحصيل العلوم، وتفسير الأحداث، والظواهر العلمية لدى تلاميذ الصف الثامن بمحافظات غزة، ومن خلال استخدام نموذج نيدهام البنائى في تدريس العلوم أظهرت دراسة كريمة محمد(٢٠٢٠) أثره الكبير في تنمية عمق المعرفة العلمية، ومهارات التفكير عالى الرتبة لدى تلاميذ الصف الثانى الإعدادى، وبعينة قوامها عدد من الطلاب المعلمين بكلية الاقتصاد المنزلى أشارت نتائج دراسة كل من أرزاق اللوزى، وشيماء متولى (٢٠٢١) فاعلية توظيف مراسى التعلم الالكترونى في تنمية مستويات عمق المعرفة، وجدارات التقويم، وتوكيد الذات المهنية لدى عينة الدراسة.

وعلى مستوى البحث في تربويات الرياضيات تعكس نتائج بعض الدراسات شبه التجريبية أهمية تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية عبر عدد من نماذج، واستراتيجيات التعليم والتعلم، على سبيل المثال أوضحت دراسة شيماء حسن(٢٠١٨) فاعلية استراتيجية مقترحة في ضوء نظرية فيجوتسكى لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، ومسؤولية تعلم الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية، ومن خلال استخدام المنطق الفازى أظهرت دراسة إيهاب محمد (٢٠١٩) فاعليته في تنمية مستويات عمق المعرفة، ومهارات اتخاذ القرار لدى طلاب المرحلة الجامعية.

وأيدت نتائج دراسة محمد عبد الرحيم (٢٠٢٠) الأثر الدال لاستخدام التعلم التوليدى في تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، والثقة بالقدرة على تعلم الرياضيات لدى طلاب الصف الثالث بالمرحلة الإعدادية، أما دراسة مريم عبد الملاك(٢٠٢٠) فتوصلت إلى فاعلية استخدام استراتيجية الرياضيات الواقعية في تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وتحسين الرغبة في تعلم الرياضيات لدى طلاب المرحلة الإعدادية، وبتوجيه العناية إلى تلاميذ المرحلة الابتدائية أشارت نتائج دراسة خلف الله محمد وآخرون(٢٠٢١) إلى فاعلية التعلم الخبراتى في تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وتحسين اليقظة العقلية لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

وتتوجب الإشارة هنا أن تحليل هذه الدراسات يعكس المحاولات شبه التجريبية المتنوعة للباحثين بتنمية مستويات عمق المعرفة بشكل عام، ومستويات عمق المعرفة الرياضياتية بشكل خاص عبر استخدام أساليب، واستراتيجيات، ومداخل متنوعة، إلا أن البحث الحاضر عُنى بتقصى واقع هذه المستويات، ومدى التمكن من أداءاتها لدى كل من معلمى، وتلاميذ المرحلة الابتدائية عبر بيئة تعلم الرياضيات باللغة العربية، وبيئة تعلم الرياضيات باللغة الإنجليزية، وتعرف مدى الاختلاف بينها؛ وذلك في إطار تقصى متغيرات نوعية قد تسهم في تباين هذه المستويات، وقد أفاد تحليل نتائج هذه المحاولات شبه التجريبية في تعرف أبرز النماذج والاستراتيجيات التي يمكن العناية بها عبر بناء الدليل الاسترشادى المقترح لمعلمى الرياضيات لتنمية أداءات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذهم.

سادسًا: عمق المعرفة، وعلاقته ببعض المتغيرات الأخرى:

على مستوى البحث التربوى بشكل عام أظهرت نتائج عدد من **الدراسات الوصفية** في مجال مستويات عمق المعرفة العلاقات المختلفة بينها، وبين غير قليل من المتغيرات التي تؤثر فيها، وتتأثر بها، ومن بين هذه الدراسات دراسة Huang (2006) التي كشفت عن وجود علاقة دالة إحصائيًا بين حجم عمق المعرفة بمفردات اللغة الإنجليزية، ومهارات الفهم القرائى لدى طلاب المرحلة الجامعية، أما دراسة Viator(2010) فأظهرت نتائجها وجود علاقة دالة إحصائيًا بين تحصيل التلاميذ لفنون اللغة، ومدة التدريب على مستويات عمق المعرفة الذى يتلقاه كل من المعلم، والتلاميذ. كما أكدت دراسة Aungst(2014) أن مستويات العمق المعرفى تساعد المعلمين على تصنيف المهام العلمية وفقًا لمستوى تعقيد التفكير اللازم لإنجاز هذه المهام بنجاح، وتساعدهم في تصميم التدريس بشكل أفضل، وأن تصميم المهام العلمية في ضوء هذه المستويات يعزز انخراط التلاميذ في التعلم.

وتختلف النتائج التي أظهرتها دراسة Huang(2006) مع نتائج دراسة Zang&Yang (2016) التي كشفت عن عدم وجود علاقة دالة إحصائيًا بين طلاقة الكلمات، ونوع الكلمات، وعمق المعرفة لدى المتعلمين من اللغة الثانية من الصينيين، ومهارات فهم المقروء لديهم.

وباعتبار أساليب تكنولوجيا التعليم التي تدعم التعلم الموجه، وعمق المعرفة كشفت نتائج دراسة Baer(2016) أن معلمى الصفوف من السادس حتى الثامن في مدارس المرحلة المتوسطة يستخدمون أساليب تكنولوجيا التعليم التي تدعم التلاميذ ذوى عمق المعرفة المنخفض، وأن استخدام الأساليب التكنولوجية القائمة على التعليم الموجه ذاتيًا يُسهم في تنمية عمق المعرفة، وأيدت نتائج دراسة Boyles(2016) وجود

علاقة دالة إحصائيًا بين دقة التعليم، واجتياز مستويات عمق المعرفة، وأوصت بعدم التخلي عن دقة التعليم للوصول إلى مستويات عمق المعرفة.

أما دراسة Taylor (2021) فقد عُنيت بفحص العلاقة بين قدرة المعلمين على تصميم، ودمج المهام وفقاً للمستوى الثالث، والرابع من مستويات عمق المعرفة، والكفاءة الذاتية فيما يتعلق بتدريس مهارات التفكير العليا، والتطوير المهني عبر الإنترنت لتلك المهارات، وأشارت النتائج إلى وجود علاقة ذات دلالة إحصائية بين دمج المعلمين للمهام من المستوى الثالث، والرابع من مستويات عمق المعرفة، وأداء التطوير المهني عبر الإنترنت.

ويعكس تحليل جملة العلاقات التي تصدت لها هذه الدراسات بتأثر مستويات عمق المعرفة بشكل عام بعدد من المتغيرات مثل: مهارات فهم المقروء، واستخدام التكنولوجيا القائمة على التعلم الموجه ذاتياً، ودقة التعليم، وزيادة انخراط التلاميذ في التعلم، وقد سعى البحث الحاضر في أحد إجراءاته تعرف مدى تأثر مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ببيئة التعلم (بيئة تعلم الرياضيات باللغة العربية، وبيئة تعلم الرياضيات باللغة الإنجليزية)، كأحد المتغيرات التي لم تتجه إليها الدراسات السابقة بالعناية، والرصد.

سابعًا:عمق المعرفة الرياضياتية في بيئات تعلم الرياضيات

تُعد اللغة عنصرًا ضَرُوريًّا لتعليم الرياضيات وتعلمها، فهى أداة للتواصل، تُمكن التلاميذ، والمعلمين من مشاركة أفكارهم، والتعبير عن تفسيراتهم لموضوعات رياضياتية معينة، ويُعد هذا التواصل أحد العوامل الرئيسية في بناء الفهم الرياضياتى، والتفسيرات، وطرح المبررات الرياضياتية (Fetzer&Tiedemann,2018:92-96; Smith,2017:20)

ونظرًا للدور الرئيس الذي تقوم به اللغة في التعليم والتعلم، وفى الفهم، والتفكير، والتواصل الرياضياتى، فيجب أن يتمكن التلاميذ من لغة الرياضيات بشكل كاف، وفى هذا الصدد حددت البحوث في مجال تعليم الرياضيات مجموعة من العقبات التي تواجه التلاميذ في كل مراحل التعليم ترتبط باللغة؛ منها على سبيل المثال: الفهم، والاستخدام الصحيح، والمعالجات المنطقية للأفكار الرياضياتية (Morgan,et al.,2014:844-846)، كما أشار Pimm أن غير قليل من تحديات تعلم الرياضيات قد يرجع إلى صعوبات اللغة أكثر من صعوبة المهمات الرياضياتية ذاتها، حيث إن التلاميذ لا يمكنهم مقابلة الأهداف المرجوة لدروس الرياضيات؛ بسبب قلة مهارات التواصل، وهذا في حد ذاته يمثل عقبة أمام المعلمين تتمثل في كيفية التقييم الصحيح لمصادر التحديات التي يواجهها التلاميذ؛ فالمعلمون قد لا يعرفون أين المشكلة، هل تكمن في اللغة؟ أم في العمليات الرياضياتية نفسها؟، ومن ثم يمكن أن تكون اللغة

الإنجليزية حاجزًا لفهم الرياضيات في بيئات تعليم الرياضيات ثنائية اللغة حيث تكون الإنجليزية لغة ثانية ليس فقط للمتعلمين، ولكن أيضًا للمعلمين (Tshabalala& Clarkson,2016:211).

ومن ثم فإن الحديث حول بيئات تعليم الرياضيات ثنائية اللغة بشكل خاص يدفع إلى الحديث عن الأخطاء المفاهيمية، وكذا الحمل المعرفى Overload Cognitive لدى التلاميذ الذى قد تسببه هذه البيئات(Ni Riordain&O'Donoghue,2009:45)، وفى هذا الصدد أوضحت Moschkovich(2007:137) أن معلمى الرياضيات يرون أن التلاميذ في بيئات تعليم الرياضيات ثنائية اللغة يواجهون عقبات متعددة أكثر من التلاميذ في بيئات تعليم الرياضيات أحادية اللغة، كما أوضحت أيضا مها إسماعيل (2000:4) أن من أهم التحديات في بيئات تعليم الرياضيات ثنائية اللغة هو عدم التواصل التام بين المعلم والتلاميذ.

وتجدر الإشارة هنا إلى أن التحديات التي توجد في بيئات تعليم الرياضيات ثنائية اللغة لا يواجهها التلاميذ فقط، ولكن يواجه المعلمون أنفسهم أيضا مجموعة من التحديات، فقد أكدت دراسة Brock-Utne (2002) أن المعلمين الذين يدرسون الرياضيات باللغة الإنجليزية يواجهون صعوبات خلال تدريسهم؛ في حين أن المعلمين الذين يدرسون بلغتهم الأم لديهم سهولة أكثر في تفسير المفاهيم والتواصل الرياضياتى مع تلاميذهم، كما أكد كلا من Martinez&Dominguez(2018) أن ممارسات التدريس في غير قليل من المواقف تعجز عن إحداث توازن مستمر بين الاهتمام باللغة والرياضيات في ذات الوقت، وتؤثر كفاءة المعلم في لغة التدريس، واهتمام ولى الأمر بها في إحداث هذا التوازن.

وفى هذا الصدد استقصت دراسة Willey(2013) كيفية تخطيط دروس الرياضيات، وتنفيذها، وتأملها لدى مجموعة من المعلمات في بيئات تعليم الرياضيات ثنائية اللغة، ومن أهم النتائج التي توصلت إليها الدراسة أنه نادرًا ما يأخذ تخطيط دروس الرياضيات لدى المعلمات عينة الدراسة الاحتياجات الفردية، والضرورية للتلاميذ في بيئات تعليم الرياضيات ثنائية اللغة، مما تسبب في صعوبة إدراك التلاميذ للمفاهيم الرياضياتية، وضعف مشاركتهم في الحديث الصفى، وبخاصة لدى التلاميذ منخفضى الكفاءة في اللغة الإنجليزية، كما أشارت نتائج دراسة Pettite(2011) أن المعلمين الذين تلقوا تدريبًا كانوا أكثر استعدادًا لتعليم التلاميذ في بيئات تعليم الرياضيات ثنائية اللغة، من الذين لم يتلقوا تدريبًا، وأوصت الدراسة بالحاجة إلى مزيد من التدريب لمعلمى الرياضيات في بيئات تعليم الرياضيات ثنائية اللغة لمقابلة احتياجات التلاميذ في هذه البيئات.

وحري بالإشارة هنا أن غير قليل من البحوث أظهرت معاناة عديد من المعلمين خلال تدريس التلاميذ ثنائى اللغة، وذلك بسبب حصولهم على تدريب محدود، أو عدم حصولهم عليه بالأساس؛ ومن ثم تكون فرص تعلم التلاميذ في بيئات تعليم الرياضيات ثنائية اللغة محدودة، ويكون دمج لغة التلاميذ الأولى في تعليم الرياضيات، وتعلمها سببًا في تحسين الإنجاز الأكاديمى لهؤلاء التلاميذ؛ لعدم قدرتهم على تعلم المحتوى الرياضياتى دون أن تكون لديهم القدرة على فهم اللغة التي تدرس بها الرياضيات، والتي تختلف عن لغتهم الأم.(Smith,2017:23)

كما أكد Schutte(2018:25-27) أن المعلمين في بيئات تعليم الرياضيات ثنائية اللغة يواجهون عديدًا من المشكلات، من بينها مقدار الوقت المستغرق للتركيز على اللغة على حساب المفاهيم والمهارات الرياضياتية، ومن ثم يعتقد عديد من المعلمين في هذه البيئات أهمية تعليم الطلاب لغة التدريس قبل تدريس المحتوى الأكاديمى للرياضيات، وأوضح كلا من Cho,et al.(2015) أن تنمية فهم المعلمين بقضايا التواصل يمكن أن يكون أساس لمساعدة التلاميذ في بيئات تعليم الرياضيات ثنائية اللغة ودعمهم، وعلى الرغم من ذلك فإن هناك اهتمامًا قليلًا في بحوث تعليم الرياضيات بأساليب تعليم الرياضيات في البيئات ثنائية اللغة.

وبناء على ما سبق فإنه إذا كانت اللغة تمثل ركيزة أساسية في عملية التواصل الرياضياتى بين المعلم والمتعلم، كما أن لها علاقة مباشرة باستيعاب المفاهيم، وتمثيل ومعالجة الأفكار الرياضياتية بصفة جلية في مرحلة التعليم الابتدائى، فهى بذلك تمثل أساسًا لتحقيق مستويات متقدمة في عمق المعرفة الرياضياتية، والتي تتطلب في مجموعها قدرات متنوعة ترتبط بشكل كبير بالتمكن اللغوى، ومن أبرزها استدعاء المعلومات من حقائق، ومصطلحات، وتنفيذ الخوارزميات، وتطبيق الصيغ الرياضياتية البسيطة، وإجراء المقارنات، والتصنيفات المختلفة، ووصف القضايا، والمشكلات، والأنماط، والأسباب، والنتائج والعلاقات المختلفة، وكذا استخدام عمليات التفكير العليا مثل التحليل، والتقييم، فضلاً عن التركيب، والتأمل، والتقييم، وتعديل الخطط، وإجراء التصميمات، والمشروعات المختلفة؛ لحل مشكلات العالم الحقيقي.

ويعكس تحليل هذه القدرات، والمهارات المرتبطة بمستويات عمق المعرفة الرياضياتية ارتباطها بشكل كبير بالتمكن اللغوى، والذي بدونه لن يستطيع التلاميذ التمكن من هذه المستويات، وكذا قد يرتبط الخلل في تمكنهم من هذه المستويات بمدى تمكنهم اللغوى مادامت اللغة هي وعاء الفكر، ووسيلة التواصل والتعبير عن الأفكار الرياضياتية، ومعالجتها بالصورة السليمة التي يتطلبها تحقيق التمكن من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية.

منهجية البحث، وإجراءاته

منهج البحث:

استُخدم فى البحث الحاضر المنهج الوصفى التحليلى المقارن؛ لتعرف أداءات عمق المعرفة الرياضياتية في بيئات تعلم الرياضيات لدى معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، وكذا لدى تلاميذهم، ومدى التباين في التمكن من هذه الأداءات بتباين بيئات تعلم الرياضيات، وقد أُقتصر في هذا الصدد بالعناية بالسياق اللغوى كأحد العوامل التي تُحدث تباينًا في بيئات تعلم الرياضيات؛ وقد تم ذلك عبر تطبيق اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى عينة التلاميذ أفراد عينة البحث، واستمارة ملاحظة أداءات عمق المعرفة الرياضياتية، واستمارة مقابلة مجموعة بؤرية من معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية.

إجراءات البحث:

أولًا: تصميم قائمة أداءات عمق المعرفة الرياضياتية لكل من تلاميذ ومعلمى المرحلة الابتدائية:

لتحديد أداءات عمق المعرفة الرياضياتية الواجب توافرها لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائى، وكذا أداءات التدريس وفقًا لهذه الأداءات لدى معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية أُتبعت الخطوات الآتية :

أ- الاطلاع على الأدب التربوى، والدراسات السابقة فى مجال عمق المعرفة الرياضياتية، وقد أسفر هذا التحليل عن تعرف مفهوم عمق المعرفة الرياضياتية، وما يتطلبه من مستويات، والتي سبق الإشارة إليها في الإطار النظرى للبحث.

ب- تحليل محتوى موضوعات منهج الصف السادس الإبتدائى، وما يرتبط به من مهارات رياضياتية تراكمية يجب أن يمتلكها التلاميذ في هذا الصف؛ لتحديد أداءات عمق المعرفة الرياضياتية المرتبطة بهذه الموضوعات لدى التلاميذ، وكذا أداءات التدريس وفقًا لمستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى المعلمين.

ترتيبًا على نتائج الإجراءين السابقين: (أ)، (ب) صيغت قائمة مبدئية لأداءات عمق المعرفة الرياضياتية الواجب توافرها لدى تلاميذ الصف السادس الإبتدائى، ولدى المعلمين.

ج- عُرضت الصورة المبدئية للقائمة على مجموعة من المحكمين[٤] في مجال تعليم الرياضيات؛ لتعرف صلاحيتها؛ من حيث مناسبة الأداءات في كل مستوى من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وإضافة أداءات أخرى في هذا الصدد.

[٤] ملحق (٢): أسماء السادة محكمى أدوات البحث، والخطابات الموجهة إليهم.

أظهرت جملة تعليقات المحكمين على القائمة صلاحيتها بعد إجراء بعض التعديلات المتعلقة بصياغة بعض الأداءات؛ لتصير أكثر وضوحًا، وإضافة أداءات نوعية في المستوى الثالث من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية في قائمة أداءات التلاميذ، وإضافة أداءات نوعية في المستوى الثالث، والرابع في قائمة أداءات المعلمين، وبعد إجراء تعديلات السادة المحكمين جاءت القائمة فى صورتها النهائية[٥]،

وتجدر الإشارة أن قائمة أداءات عمق المعرفة الرياضياتية لدى التلاميذ قد اقتصرت على المستوى الأول، والثانى، والثالث من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، والتي عُدت ضمن حدود البحث فيما يتعلق باختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية.

ثانيًا: تصميم اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية:

استلزم تصميم الاختبار القيام بمجموعة من الإجراءات، وفيما يلى وصف مختصر لكل إجراء منها، مقرون بالإشارة إلى النتائج المصاحبة له:

١- **تحديد الهدف من الاختبار** : وتمثل فى تحديد مدى تمكن طلاب الصف السادس الابتدائى من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية.

٢- **تحديد نوع مفردات الاختبار، وصوغها** : وقد نُوعت مفردات الاختيار لتشمل الاختيار من متعدد، وكذا الأسئلة المفتوحة لتناسب طبيعة الاختبار، وقد صيغت مفردات الاختبار؛ بحيث تتوافر فيها الخصائص الفنية المتعارف عليها فى هذا الصدد، وقد وُزِّعَت المفردات على مستويات عمق المعرفة الرياضياتية الثلاث؛ وهى: (١) الاستدعاء، (٢) المفاهيم والمهارات، (٣) التفكير الاستراتيجي، **وتجدر الإشارة أن البحث لم يُعنَ بالمستوى الرابع من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وهو التفكير الممتد نظراً لما يتطلبه طبيعة هذا المستوى من وقت وعمليات تفكير معقدة لم يتسع مجال البحث ونطاق تطبيق أداته لتناولها**. وقد وضع نظام تقدير الدرجات لمفردات الاختبار بحيث إن كل مفردة صحيحة لها درجة واحدة.

وحرى بالذكر هنا أنه تم إعداد صورتين من الاختبار، الأولى باللغة العربية، والثانية باللغة الإنجليزية، وذلك لتحقيق هدف الدراسة المرتبط بتعرف مدى التباين في مستويات عمق المعرفة الرياضياتية بتباين بيئة تعلم الرياضيات (السياق اللغوى).

---

[٥] **ملحق (٣): قائمة أداءات عمق المعرفة الرياضياتية .**

٣- **التأكد من صلاحية الاختبار؛** بعرضه - فى صورته الأولية - على عدد من المحكمين[٦]؛ مصحوبًا بجدول مواصفات الاختبار؛ والأهداف السلوكية لكل مفردة. وقد شمل الاختبار - فى صورته الأولية - (40) مفردة، فضلا عن تعليماته التى تضمنت: الهدف منه، وعدد الأسئلة، ونوعها، وكيفية الإجابة عنها. كما تمت تجربته فى صورته الأولية على (٣٠) من طلاب الصف السادس الإبتدائى، وذلك بهدف تحديد مواصفاته، وخواصه الإحصائية المتعلقة بالثبات، والسهولة والتمييزية؛ حيث حُسب معامل السهولة لكل مفردة من مفردات الاختبار؛ وقد تراوحت قيم معاملات الصعوبة بين (0.3، 0.8)؛ كما حُسب معامل التمييزية لكل مفردة من مفردات الاختبار، وقد تراوحت قيم معاملات التمييزية المحسوبة[٧]؛ ما بين: (0.793-، 0.348)؛ كما حُسب ثبات الاختبار؛ باستخدام "معامل ألفا كرونباخ وقد جاءت قيمة α مساوية (0.71)، ويعد ذلك مؤشرًا على أن الاختبار على درجة مقبولة من الثبات.

وبعد التأكد من صدق الاختبار، والتحقق من مناسبة مفرداته؛ صار الاختبار- فى صورته النهائية[٨]- صالحًا للتطبيق؛ حيث شمل (40) مفردة؛ وبذلك تكون النهاية العظمى للاختبار (48) درجة، ويوضح جدول (٥) توزيع مفردات الاختبار على مستويات عمق المعرفة الرياضياتية موضع الدراسة:

جدول 5

توزيع مفردات الاختبار على مستويات عمق المعرفة الرياضياتية

م	المستوى	أرقام مفردات الاختبار	المجموع	الوزن النسبى%
١	استدعاء المعرفة	١، ٤، ٧، ١٠، ١٣، ١٦، ١٩، ٢٢، ٢٥، ٢٨، ٣١، ٣٤، ٣٧، ٣٨	١٣	0.33
٢	المفاهيم والمهارات	٢، ٥، ٨، ١١، ١٤، ١٧، ٢٠، ٢٣، ٢٦، ٢٩، ٣٢، ٣٥، ٣٦، ٣٩	١٥	0.38
٣	التفكير الاستراتيجى	٣، ٦، ٩، ١٢، ١٥، ١٨، ٢١، ٢٤، ٢٧، ٣٠، ٣٣، ٤٠	١٢	0.30
	المجموع		٤٠	100

ويوضح جدول (٦) تصنيف مفردات اختبار مستوى عمق المعرفة الرياضياتية وفق الموضوع، ومستوى العمق.

[٦] **ملحق (٢): أسماء السادة محكمى أدوات البحث، والخطابات الموجهة إليهم.**

[٧] **ملحق (4): معامل الصعوبة والتميزية لمفردات اختبار مستويات عمق الرياضياتية.**

[٨] **ملحق (5) : اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي**

جدول 6

تصنيف مفردات اختبار مستوى عمق المعرفة الرياضياتية وفق الموضوع، ومستوى العمق

رقم المفردة	الموضوع	مستوى العمق	رقم المفردة	الموضوع	مستوى العمق
1	النسبة	الأول	21	التعبيرات الجبرية	الثانى
2	النسبة	الثانى	22	قسمة الكسور	الأول
3	النسبة	الثالث	23	تقريب الأعداد العشرية	الثانى
4	النسبة	الأول	24	ضرب الأعداد العشرية	الثالث
5	النسبة	الثانى	25	قسمة الكسور	الأول
6	النسبة	الثالث	26	التعبيرات الجبرية	الثالث
7	قسمة الكسور	الأول	27	طرح الأعداد الكسرية	الثالث
8	قسمة الكسور	الثانى	28	التعبيرات الجبرية	الأول
9	قسمة الكسور	الثالث	29	ضرب الأعداد العشرية	الثانى
10	ضرب الأعداد العشرية	الأول	30	المعادلات والتعبيرات الجبرية	الثالث
11	قسمة الأعداد العشرية	الثانى	31	تقريب الأعداد العشرية	الأول
12	ضرب الأعداد العشرية	الثالث	32	قسمة الكسور	الثانى
13	ضرب الكسور	الثانى	33	المعادلات والتعبيرات الجبرية	الثالث
14	قسمة الكسور	الثانى	34	ضرب الأعداد المكونة من رقمين	الأول
15	التعبيرات الجبرية	الثالث	35	ضرب الكسور	الثانى
16	المعادلات والتعبيرات الجبرية	الأول	36	طرح الأعداد الكسرية	الثانى
17	المعادلات والتعبيرات الجبرية	الثانى	37	قسمة الأعداد العشرية	الأول
18	تقريب الأعداد العشرية	الثالث	38	جمع الأعداد الكسرية	الأول
19	طرح الأعداد الكسرية	الأول	39	الأنماط العددية	الثانى
20	التعبيرات الجبرية	الثانى	40	الأنماط العددية	الثالث

ثالثًا: بناء استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة لدى معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية:

هدف إعداد هذه الاستمارة إلى توجيه عملية ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى أفراد عينة المعلمين؛ توطئة لتعرف مدى قيامهم بهذه الأداءات، وقد مَثّل التعرف على هذه الأداءات من حيث ماهيتها، وطبيعتها، نقطة البداية لإعداد الاستمارة، وهو ما تطلب الوقوف على مدخلات تحديد هذه الأداءات، ومن أهمها تعرف مفهوم عمق المعرفة، ومستوياته المختلفة، وكذا تحليل الأطر النظرية في هذا الصدد، ومن ثم اشتملت الاستمارة (١٦) مفردة تعكس أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وتدور هذه الأداءات حول المستويات الأربعة لعمق المعرفة الرياضياتية؛ وهى: الاستدعاء، والمفاهيم والمهارات، والتفكير الاستراتيجي، والتفكير الممتد.

حُلل كل مستوى من المستويات الأربعة السابقة؛ لتحديد مفرداته السلوكية التي يمكن ملاحظتها، ورصدها، ومن ثم صيغت مفردات الاستمارة، ورتبت بما يسهل

استخدامها في الملاحظة والرصد، وتم تحديد طريقة استخدام الاستمارة؛ من خلال تعليماتها، ووضع نظام تقدير الدرجات، ثم عُرضت الاستمارة في صورتها الأولية على مجموعة من المحكمين[٩]، وذلك للتحقق من صدقها، وقد أشار تحليل آرائهم إلى صدق الاستمارة، وصلاحيتها؛ لتحقيق الهدف منها.

جُربت الاستمارة على (٧) من معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية؛ وذلك بملاحظة أدائهم، ورصده، بالاستعانة بإثنين من المعلمين الباحثين في مجال تعليم الرياضيات بعد تدريبهم. ضُبطت الاستمارة في ضوء نتائج هذه التجربة، وحُسب ثباتها؛ باستخدام معامل الاتفاق، وبلغ هذا المعامل (86.2%) بالنسبة لأداءات التدريس وفق المستوى الأول، و(88.5%) بالنسبة لأداءات التدريس وفق المستوى الثانى، و(90.1%) بالنسبة لأداءات التدريس وفق المستوى الثالث، و(89.4%) بالنسبة لأداءات التدريس وفق المستوى الرابع، و (88.6%) بالنسبة للاستمارة ككل؛ ويدل ذلك على ثبات مقبول، مما يدعم صلاحية الاستمارة[١٠]؛ لتقويم أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية.

رابعًا: بناء استمارة مقابلة مجموعة بؤرية من معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية:

هدفت الاستمارة إلى إدارة مقابلة مع مجموعة بؤرية Focus Group تمثل معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، وذلك لجمع بيانات دقيقة حول أداءاتهم المرتبطة بتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذهم، وتضمنت الاستمارة (١٤) مفردة استخدمت كنقاط لإدارة المقابلة، وهي تتوزع فى خمسة أقسام تتمثل في:

١- السياق اللازم للتحقق من مدى تعلم التلاميذ.
٢- تصميم مهمات عمق المعرفة الرياضياتية.
٣- تدريس عمق المعرفة الرياضياتية.
٤- الدعم اللازم لبناء قدرات التلاميذ على التفكير العميق.
٥- مصادر التنمية المهنية حول مستويات عمق المعرفة الرياضياتية.

وقد خصصت المفردة الأخيرة (أخرى) فى كل قسم من أقسام الاستمارة لتسجيل البيانات الإضافية التى تظهرها المقابلة، وتكون مرتبطة بالمحور الذي تتناوله مفردات هذا القسم.

وفى إطار ضبط عملية تحليل البيانات رُمَزت كل مفردة من مفردات الاستمارة برمز يشير إلى ما يقابلها من هذه الأقسام المشار إليها، كما تم تحديد طريقة استخدام

---

[٩] ملحق (٢): أسماء السادة محكمى أدوات البحث، والخطابات الموجهة إليهم.

[١٠] ملحق (٦) : استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة لدى معلمى الرياضيات.

الاستمارة؛ من خلال تعليماتها، وتمثلت هذه التعليمات في الهدف من الاستمارة، وعدد أسئلتها، وإجراءات تطبيقها، وقد عُرضت الاستمارة في صورتها الأولية على مجموعة من المحكمين[١١]، وذلك للتحقق من صدقها، وقد أشار تحليل آراء هؤلاء المحكمين إلى صدق الاستمارة[١٢]، وصلاحيتها؛ لتحقيق الهدف منها.

خامسًا: اختيار عينتى البحث:

أُختيرت عينتى البحث من معلمى وتلاميذ الصف السادس الإبتدائى للعام الدراسى ٢٠٢١ - ٢٠٢٢م، وقد بلغ عدد عينة المعلمين (١٢) معلمًا، بينما بلغ عدد عينة التلاميذ (١٥٥) تلميذًا وتلميذة من بين (٣) مدارس مختلفة، ويوضح جدول (٧) توزيع أفراد العينة:

جدول ٧

توزيع أفراد عينتى البحث

م	بيئات تعلم الرياضيات	المدرسة	الإدارة التعليمية	عينة المعلمين	عينة التلاميذ		
					البنين	البنات	المجموع
١	بيئة تعلم الرياضيات باللغة العربية	مدرسة محمد سعد مصطفى	المنتزة	٤	١٩	٣١	50
٢		شفيق الخشن	برج العرب	٣	١٧	١٩	36
٣	بيئة تعلم الرياضيات باللغة الانجليزية	نبيل الوقاد الرسمية لغات	الجمرك	٥	٣٧	٣٢	٦٩
	المجموع			١٢	66	89	155

سادسًا: تطبيق أدوات البحث:

طُبقت أداة البحث الممثلة فى: اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية؛ على عينة التلاميذ فى العام الدراسى ٢٠٢١-٢٠٢٢م، في مدرسة محمد سعد مصطفى يوم ٢٠/١٠/ ٢٠٢١م ، وفى مدرسة نبيل الوقاد الرسمية لغات يوم ٢٠٢١/١٠/٢٤ م، وفى مدرسة شفيق الخشن يوم ٢٠٢١/١١/٤م، بينما طُبقت أداتى البحث المتمثلة في استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، واستمارة مقابلة مجموعة بؤرية من معلمى الرياضيات في الفترة من ٢٠٢١/١٠/٢٥

[١١] **ملحق (٢) : قائمة أسماء محكمى أدوات البحث، والخطابات الموجهة إليهم.**

[١٢] **ملحق(٧): استمارة مقابلة مجموعة بؤرية من معلمي الرياضيات بالمرحلة الابتدائية.**

م الى ٢٠٢١/١١/٢٥م، ثم رُصدت تلك البيانات، وبُوبت؛ تمهيدًا لإجراء المعالجات الإحصائية المناسبة؛ ومن ثم التحقق من صحة فروض البحث، والإجابة عن أسئلته.

سابعًا: تحديد أساليب المعالجة الإحصائية:

لاختبار مدى صحة فروض البحث؛ استُخدمت الأساليب الإحصائية الآتية :

- اختبار *t*-test للمجموعة الواحدة One-Sample Test؛ للتحقق من مدى صحة الفرض الأول، والثالث للبحث؛عند مستوى $\alpha<0.05$.
- اختبار *t*-test للمتوسطات المستقلة؛ للتحقق من مدى صحة الفرض الثانى، والرابع للبحث؛عند مستوى $\alpha<0.05$.

ثامنًا: تحليل البيانات، ومناقشة النتائج:

١- الإجابة عن السؤال الأول من أسئلة البحث:

ما أداءات عمق المعرفة الرياضياتية الواجب توافرها لدى تلاميذ الصف السادس الإبتدائى؟

تمثلت الإجابة عن هذا السؤال في إعداد قائمة أداءات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي، وقد شغلت هذه القائمة الملحق (٣) من ملاحق البحث؛ وقد تم بناء هذه القائمة بعد الاطلاع على الأدب التربوى، والدراسات السابقة فى مجال عمق المعرفة الرياضياتية؛ لتحديد الأداءات العامة في هذا الصدد، ثم تحليل محتوى موضوعات منهج الصف السادس الابتدائى؛ لتحديد الأداءات النوعية لعمق المعرفة الرياضياتية المرتبطة بهذه الموضوعات، وقد اقتصرت القائمة على أداءات عمق المعرفة الرياضياتية فى المستوى الأول، والثانى، والثالث من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، والتي عُدت ضمن حدود البحث .

٢- الإجابة عن السؤال الثانى من أسئلة البحث:

ما واقع أداءات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذ الصف السادس الإبتدائى؟

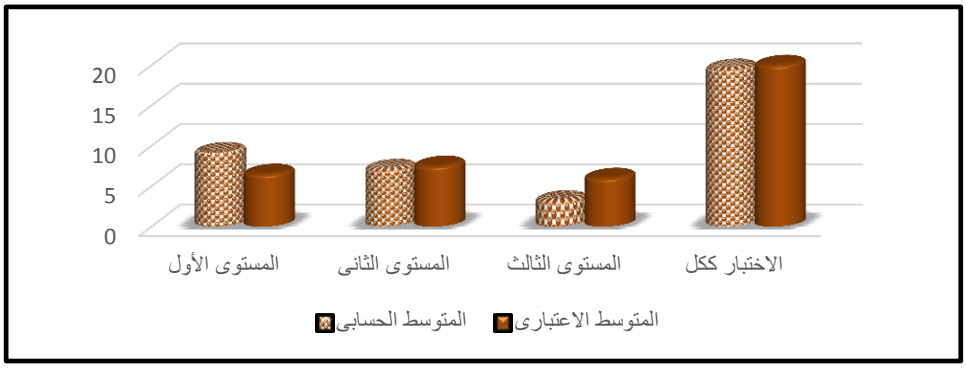
ترتبط الإجابة عن هذا السؤال بالتحقق من مدى صحة الفرض الأول للبحث:

لايوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha<0.05$ بين متوسط درجات أفراد عينة التلاميذ في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، والمتوسط الاعتبارى له.

للتحقق من مدى صحة هذا الفرض؛ حُسب متوسط درجات أفراد عينة التلاميذ في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل، ولكل مستوى من مستوياته، وقورن هذا المتوسط بالمتوسط الاعتبارى للاختبار ككل(٢٠ درجة)، ولكل مستوى من مستوياته (6.5، 7.5، ٦) على الترتيب، ويوضح شكل رقم (1) التمثيل البيانى للمتوسطين.

شكل ١

التمثيل البيانى لمتوسط درجات أفراد عينة التلاميذ، والمتوسط الاعتبارى؛ لاختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل، ولكل مستوى من مستوياته



ويتضح من شكل (١) وجود فرق بين متوسط درجات أفراد عينة التلاميذ في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، ومتوسطه الاعتبارى، بالنسبة للاختبار ككل، ولكل مستوى من مستوياته، ولتحديد دلالة هذا الفرق؛ حُسبت قيمة t للمجموعة الواحدة، ويوضح جدول (8) قيمة t ودلالتها للفرق بين هذين المتوسطين، والنسبة المئوية لعدد التلاميذ الحاصلين على درجات أقل من المتوسط الاعتبارى .

جدول 8

قيمة t ، ودلالتها للفرق بين متوسط درجات أفراد عينة التلاميذ في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل، ولكل مستوى من مستوياته، ومتوسطه الاعتبارى

مستويات اختبار عمق المعرفة الرياضياتية	المتوسط		الانحراف المعيارى	تلاميذ أقل من المتوسط الاعتبارى		درجات الحرية	قيمة t	قيمة الدلالة p
	الحسابى	الاعتبارى		العدد	%			
الأول: الاستدعاء	9.19	6.5	1.376	صفر	صفر	١٥٤	24.313	.000
الثانى: المفاهيم والمهارات	7.11	7.5	2.235	٩٩	%٦٤		2.174	.031
الثالث: التفكير الاستراتيجي	3.24	٦	1.410	١٤٥	%٩٤		24.381	.000
الاختبار ككل	19.54	٢٠	2.554	٧٠	%٤٥		2.264	.025

وتشير نتائج جدول (8) ما يأتى:

١- بالنسبة للمستوى الأول: الاستدعاء:

بلغ المتوسط الحسابى لدرجات أفراد عينة التلاميذ في المستوى الأول (الاستدعاء) لاختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية (9.19) من أصل (١٣ درجة)، وهو أعلى قيمة من المتوسط الاعتبارى(6.5)، والذى يمثل (٥٠%) من الدرجة العظمى

لهذا المستوى، كما يلاحظ أن عدد أفراد عينة التلاميذ الأقل من المتوسط الاعتبارى بلغ (صفر) فرداً وبنسبة (صفر%)، ولمعرفة مستوى تمكن أفراد عينة التلاميذ من المستوى الأول(**الاستدعاء**) من اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية تم استخدام اختبار (ت) لمقارنة متوسط العينة بالمتوسط الاعتبارى، وقد بلغت قيمة (ت) (24.313)، كما بلغت قيمة الدلالة $p< 0.001$ مما يشير إلى وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha< 0.05$ ، ودرجات حرية(١٥٤) بين متوسط درجات أفراد عينة التلاميذ، والمتوسط الاعتبارى في المستوى الأول لأختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وذلك لصالح متوسط درجات التلاميذ؛ مما يشير إلى تمكن أفراد عينة التلاميذ من المستوى الأول .

٢- بالنسبة للمستوى الثانى: المفاهيم والمهارات:

بلغ المتوسط الحسابى لدرجات أفراد عينة التلاميذ في المستوى الثانى (**المفاهيم والمهارات**) لاختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية (7.11) من أصل (١٥ درجة)، وهو أقل قيمة من المتوسط الاعتبارى(7.5)، والذى يمثل (٥٠%) من الدرجة العظمى لهذا المستوى، كما يلاحظ أن عدد أفراد التلاميذ الأقل من المتوسط الاعتبارى بلغ (٩٩) فرداً وبنسبة (٦٤%)، ولمعرفة مستوى تمكن أفراد عينة التلاميذ من المستوى الثانى(**المفاهيم والمهارات**) من اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية تم استخدام اختبار (ت) لمقارنة متوسط العينة بالمتوسط الاعتبارى، وقد بلغت قيمة (ت) (2.174)، كما بلغت قيمة الدلالة p (.025) مما يشير إلى وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha< 0.05$ ودرجات حرية ١٥٤ بين متوسط درجات أفراد عينة التلاميذ، والمتوسط الاعتبارى في المستوى الثانى لاختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وذلك لصالح المتوسط الاعتبارى؛ مما يشير إلى عدم تمكن أفراد عينة التلاميذ من المستوى الثانى .

٣- بالنسبة للمستوى الثالث: التفكير الاستراتيجي:

بلغ المتوسط الحسابى لدرجات أفراد عينة التلاميذ في المستوى الثالث (**التفكير الاستراتيجى**) في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية (3.24) من أصل (١٢ درجة)، وهو أقل قيمة من المتوسط الاعتبارى(٦)، والذى يمثل (٥٠%) من الدرجة العظمى لهذا المستوى، كما يلاحظ أن عدد أفراد التلاميذ الأقل من المتوسط الاعتبارى بلغ (١٤٥) فرداً وبنسبة (٩٤%)، ولمعرفة مستوى تمكن أفراد عينة التلاميذ من المستوى الثالث(**التفكير الاستراتيجى**) من اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية تم استخدام اختبار (ت) لمقارنة متوسط العينة بالمتوسط الاعتبارى، وقد بلغت قيمة (ت) (24.381)، كما بلغت قيمة الدلالة $p< 0.001$ مما يشير إلى وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha< 0.05$ ، ودرجات حرية(١٥٤) بين متوسط

درجات أفراد عينة التلاميذ، والمتوسط الاعتبارى في المستوى الثالث لاختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وذلك لصالح المتوسط الاعتبارى؛ مما يشير إلى عدم تمكن أفراد عينة التلاميذ من المستوى الثالث .

٤- بالنسبة للاختبار ككل:

بالجملة تظهر نتائج جدول (8) أن المتوسط الحسابى لدرجات أفراد عينة التلاميذ في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية قد بلغ (19.54) من أصل (٤٠ درجة)، وهو أقل قيمة من المتوسط الاعتبارى(٢٠)، والذى يمثل (٥٠%) من الدرجة العظمى للاختبار ككل، كما يلاحظ أن عدد أفراد التلاميذ الأقل من المتوسط الاعتبارى بلغ (٧٠) فرداً وبنسبة (٤٥%)، ولمعرفة مستوى تمكن أفراد عينة التلاميذ من اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل، تم استخدام اختبار (ت) لمقارنة متوسط العينة بالمتوسط الاعتبارى، وقد بلغت قيمة (ت) (2.264)، كما بلغت قيمة الدلالة p (.025) مما يشير إلى وجود فرق دال إحصائياً عند مستوى $\alpha < 0.05$ ودرجات حرية ١٥٤ بين متوسط درجات أفراد عينة التلاميذ، والمتوسط الاعتبارى لاختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل، وذلك لصالح المتوسط الاعتبارى؛ مما يشير إلى عدم تمكن أفراد عينة التلاميذ من الاختبار ككل .

وترتيباً على مجمل النتائج السابقة يُرفض الفرض الصفرى الأول للبحث، ويقبل الفرض البديل" **يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha<0.05$ بين متوسطي درجات أفراد عينة التلاميذ في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، والمتوسط الاعتبارى لهذا الاختبار، وذلك لصالح المتوسط الاعتبارى".**

ولتعرف مزيد من النتائج المرتبطة بتوزيع درجات التلاميذ على اختبار عمق المعرفة الرياضياتية ككل، ولكل مستوى من مستوياته، تم حساب المتوسط الحسابى، والانحراف المعيارى، والإرباعيات، والنسب المئوية لتكرارات درجات أفراد عينة التلاميذ في الإرباعى الأول، والثانى، والثالث لدرجات الاختبار، كما هو موضح في جدول (9).

جدول 9

المتوسط الحسابى والإنحراف المعيارى والإرباعيات والنسب المئوية لتكرارت درجات أفراد عينة التلاميذ فى اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية

المستوى	المتوسط	الانحراف المعياري	القيمة الصغرى	القيمة العظمى	الإرباعيات ٢٥	الإرباعيات ٥٠	الإرباعيات ٧٥	الفئات	التكرارات	النسبة المئوية%
الاستدعاء	9.19	1.376	7	13	8.00	9.00	10.00	من ٧ إلى ٨	53	34.2
								من ٩ إلى ١٠	٧٢	46.5
								من ١١ إلى ١٣	٣٠	19.3
المفاهيم والمهارات	7.11	2.235	2	13	6.00	7.00	8.00	من ٢ إلى ٦	55	35.5
								من ٧ إلى ٨	٦٨	43.9
								من ٩ إلى ١٣	32	20.6
التفكير الاستراتيجي	3.24	1.410	0	7	2.00	3.00	4.00	من ٠ إلى ٢	51	32.9
								من ٣ إلى ٤	٧٣	47.1
								من ٥ إلى ٧	31	20.0
الاختبار ككل	19.54	2.554	13	26	18.00	20.00	21.00	من ١٣ إلى ١٨	54	34.8
								من ١٩ إلى ٢١	٦٦	42.6
								من ٢٢ إلى ٢٦	35	22.6

تشير نتائج جدول(9) إلى أن نسبة (19.3%) (الإرباعى الثالث) من التلاميذ قد حصلوا على درجات أكبر من (١٠) بحد أقصى(١٣ درجة) من إجمالي الدرجة الكلية (١٣) للمستوى الأول **"استدعاء المعرفة"** لاختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وهى تمثل نسبة منخفضة .

كما تشير نتائج جدول(٦) إلى أن نسبة (20.6%) (الإرباعى الثالث) من التلاميذ قد حصلوا على درجات أكبر من (٨) بحد أقصى(١٣درجة) من إجمالي الدرجة الكلية (١٥) للمستوى الثانى **"المفاهيم والمهارات"** لاختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية .

وتشير كذلك نتائج جدول(9) إلى أن نسبة (20.0%) (الإرباعى الثالث) من التلاميذ قد حصلوا على درجات أكبر من (٤) بحد أقصى (٧ درجات) من إجمالي الدرجة الكلية (١٢) للمستوى الثالث **"التفكير الاستراتيجى"** لاختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وهى تمثل نسبة منخفضة.

وبالنسبة لاختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل تشير نتائج جدول(9) إلى أن نسبة (22.6%) (الإرباعى الثالث) من التلاميذ قد حصلوا على درجات أكبر من (٢١) بحد أقصى(٢٦ درجة) من إجمالي الدرجة الكلية (٤٠) للاختبار، وهى تمثل نسبة منخفضة أيضًا .

وتعكس جملة النتائج التي يوضحها جدول(9) انخفاض نسب أعداد التلاميذ الحاصلين على أعلى الدرجات في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل، وفى كل مستوى من مستوياته، والذين يمثلون الإرباعى الثالث من الدرجات؛ حيث بلغت (22.6%)،(19.3%)،(20.6%)،(20.0%) على الترتيب.

ويمكن تفسير جملة النتائج المرتبطة بالفرض الأول للبحث بعدم توفير الفرص المناسبة لتدريب التلاميذ على مهام وأنشطة مستويات عمق المعرفة، وبخاصة التفكير الاستراتيجي، وهو مما أنعكس على أداءاتهم المرتبطة به، وكذا قد يرجع أيضًا إلى عدم استخدام المعلمين لاستراتيجيات التدريس المناسبة لذلك، وفى هذا الصدد أكدت دراسة Litster(2019) من أن استخدام الخطاب التأملي، والاستكشافي يمكن استخدامهما من قبل المعلمين لتعزيز مستويات عمق المعرفة لدى تلاميذهم، كما أكدت دراسة Baer(2016) أهمية استخدام أساليب تكنولوجيا التعليم فى تخطيط المعلمين، وتنفيذهم للتدريس في الصفوف الدراسية من الصف السادس إلى الثامن لتنمية مستويات عمق المعرفة لديهم.

فضلاً عن التفسير السابق يمكن القول إن توجيه العناية الأكبر لثقافة الحصول على الدرجات النهائية في اختبارات الرياضيات من قبل التلاميذ، وأولياء أمورهم يجعل اهتمامهم الأكبر يتمركز حول تنمية مهارات الحل الإجرائية للمشكلات الرياضياتية، وهو ما يرتبط فقط بالمستوى الأول والثانى من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، دون العناية المتطلبة لتنمية المستويات الأعلى منها؛ الأمر الذى ينتج عنه ضعف في أداءات التلاميذ في هذه المستويات، وتجدر الإشارة هنا أنه أمكن التوصل إلى هذا التفسير عبر المقابلات التي تم إجراؤها مع عينة المعلمين أفراد عينة المقابلة البؤرية؛ حيث أوضحوا أنه في بعض الاحيان عند طرح المعلم لأفكار، أو تدريبات، أو مشكلات، أو تقييمات تتطلب استخدام مهارات تفكير عليا؛ كالمستوى الثالث، والرابع من مستويات عمق المعرفة، فأنها تثير قلقًا لدى كل من التلاميذ، وأولياء أمورهم، وتظهر لديهم كثير من التساؤلات حول ما إذا كانت مثل هذه المشكلات سيتم تضمينها في التقييمات النهائية لاختبارات الرياضيات؛ فثقافة التعلم لتحصيل الدرجات العليا هي التي تغلب على تفكيرهم أكثر من ثقافة التعلم لتنمية مهارات التفكير العليا.

وتجدر الإشارة هنا أنه قد عُنى أيضًا في البحث الحاضر بتعرف مستويات عمق المعرفة الرياضياتية وفقًا للموضوعات الرياضياتية ذات الصلة بالاختبار؛ لتعرف جوانب القوة والضعف لدى التلاميذ في هذه الموضوعات الأمر الذى يمكن أن يسهم في طرح الأنشطة المناسبة في هذا الصدد في الدليل المقترح لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، ويوضح جدول (10): قيمة t ، ودلالتها للفرق بين متوسط درجات أفراد عينة التلاميذ في موضوعات اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، ومتوسطاتها الاعتبارية.

جدول 10

قيمة t ، ودلالتها للفرق بين متوسط درجات أفراد عينة التلاميذ لموضوعات اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، ومتوسطاتها الاعتبارية

موضوعات اختبار عمق المعرفة الرياضياتية	المتوسط		الانحراف المعيارى	تلاميذ أقل من المتوسط الاعتبارى		درجات الحرية	قيمة t	قيمة الدلالة p
	الحسابى	الاعتبارى		العدد	%			
النسبة	2.21	2.5	.756	١٠٣	%٦٥	١٥٤	4.729	.000
النمط العددى	1.20	1.5	.893	٩٣	%٦٠		4.183	.000
قسمة الكسور	3.63	3.5	.961	٧٣	%٤٧		1.629	.105
ضرب الأعداد العشرية	1.83	٢	.884	٤٤	%٢٨		2.454	.015
قسمة الأعداد العشرية	1.15	١	.766	٣٥	%٢٣		2.518	.013
ضرب الكسور	1.43	٣	.853	١٣٩	%٩٠		22.883	.000
المعادلات، والتعبيرات الجبرية	3.60	3.5	1.154	٧٥	%٤٨		1.079	.282
مقارنة الكسور	.60	١	.530	٦٥	%٤٢		9.403	.000
طرح الكسور	1.36	1.5	.805	٨٩	%٥٧		2.146	.033
تقريب الأعداد العشرية	1.05	١	.662	٣٠	%١٩		.970	.334
جمع الكسور	1.47	١	.696	١٨	%١٢		8.423	.000

تشير نتائج جدول (10) أن المتوسط الحسابى لدرجات أفراد عينة التلاميذ في موضوعات اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية: **النسبة، والنمط العددى، وضرب الأعداد العشرية، وقسمة الأعداد العشرية، وضرب الكسور، ومقارنة الكسور، وطرح الكسور، وجمع الكسور** قد بلغ على الترتيب (2.21)، و(1.20)، و(1.83) و(1.15)، و(1.43)، و(.60)، و(1.36)، و(1.47)، وهو أقل قيمة من المتوسط الاعتبارى لكل موضوع من هذه الموضوعات على الترتيب (2.5)، و(1.5)، و(٢)، و(١)، و(٣)، و(١)، و(1.5)، و(1) والذى يمثل (٥٠%) من الدرجة العظمى لكل موضوع من هذه الموضوعات، كما يلاحظ أن عدد أفراد عينة

التلاميذ الأقل من المتوسط الاعتبارى بلغ على الترتيب (١٠٣)، و(٩٣)، و(٤٤) و(٣٥)، و(١٣٩)، و(٦٥)، و(٨٩)، و(١٨) فرداً وبنسبة (٦٥%)، و(٦٠%)، و(٢٨%) و(٢٣%)، و(٩٠%)، و(٤٢%)، و(٥٧%)، و(١٢%) .

ولمعرفة مستوى تمكن أفراد عينة التلاميذ من هذه الموضوعات تم استخدام اختبار (ت) لمقارنة متوسط العينة بالمتوسط الاعتبارى، وقد بلغت قيمة (ت) لهذه الموضوعات على الترتيب (4.729)، و(4.183)، و(2.454)، و(2.518)، و(22.883)، و(9.403)، و(2.146)، و(8.423)، كما بلغت قيم الدلالة p لها على الترتيب (p=.015، p=.013 ، p<0.001 ، p<0.001، p= .033 ، p<0.001) مما يشير إلى وجود فرق دال إحصائياً عند مستوى $\alpha< 0.05$ ودرجات حرية ١٥٤ بين متوسط درجات أفراد عينة التلاميذ، والمتوسط الاعتبارى لهذه الموضوعات، وذلك لصالح المتوسط الاعتبارى؛ مما يشير إلى عدم تمكن أفراد عينة التلاميذ من عمق المعرفة الرياضياتية في هذه الموضوعات (**النسبة، والنمط العددى، وضرب الأعداد العشرية، وقسمة الأعداد العشرية، وضرب الكسور، ومقارنة الكسور، وطرح الكسور، وجمع الكسور**) .

كما تشير نتائج جدول (10) أن المتوسط الحسابى لدرجات أفراد عينة التلاميذ في موضوعات اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية: **قسمة الكسور، والمعادلات والتعبيرات الجبرية، وتقريب الأعداد العشرية،** قد بلغ على الترتيب (3.63)، و(3.60)، و(1.05) وهو أعلى قيمة من المتوسط الاعتبارى لكل موضوع من هذه الموضوعات على الترتيب (3.5)، و(3.5)، و(1)، والذى يمثل (٥٠%) من الدرجة العظمى لكل موضوع من هذه الموضوعات، كما يلاحظ أن عدد أفراد عينة التلاميذ الأقل من المتوسط الاعتبارى لهذه الموضوعات بلغ على الترتيب (73)، و(75)، و(30) فرداً وبنسبة (٤٧%) ، و(٤٨%)، و(١٩%).

ولمعرفة مستوى تمكن أفراد عينة التلاميذ من هذه الموضوعات تم استخدام اختبار (ت) لمقارنة متوسط العينة بالمتوسط الاعتبارى، وقد بلغت قيمة (ت) لهذه الموضوعات على الترتيب (1.629)، و(1.079)، و(.970)، كما بلغت قيم الدلالة p لها على الترتيب (p=.105 ، p=.282 ، p=.334)؛ مما يشير إلى عدم وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha< 0.05$ بين متوسط درجات أفراد عينة التلاميذ، والمتوسط الاعتبارى لهذه الموضوعات، مما يشير إلى تمكن أفراد عينة التلاميذ في عمق المعرفة الرياضياتية في هذه الموضوعات (**قسمة الكسور، والمعادلات والتعبيرات الجبرية، وتقريب الأعداد العشرية**) .

وجدير بالذكر هنا أنه تم الأخذ في الحساب توفير فرص عناية أكبر بالموضوعات التي يواجه فيها التلاميذ قصورًا أعلى في مستويات عمق المعرفة الرياضياتية؛

وذلك في الدليل المقترح عبر طرح مزيد من الأنشطة التي تُعنى بها، وذلك في المستويات المختلفة لعمق المعرفة الرياضياتية.

٣- الإجابة عن السؤال الثالث من أسئلة البحث:

ما مدى تباين تمكن تلاميذ الصف السادس الابتدائى من أداءات عمق المعرفة الرياضياتية باختلاف بيئات تعلم الرياضيات (السياق اللغوى)؟

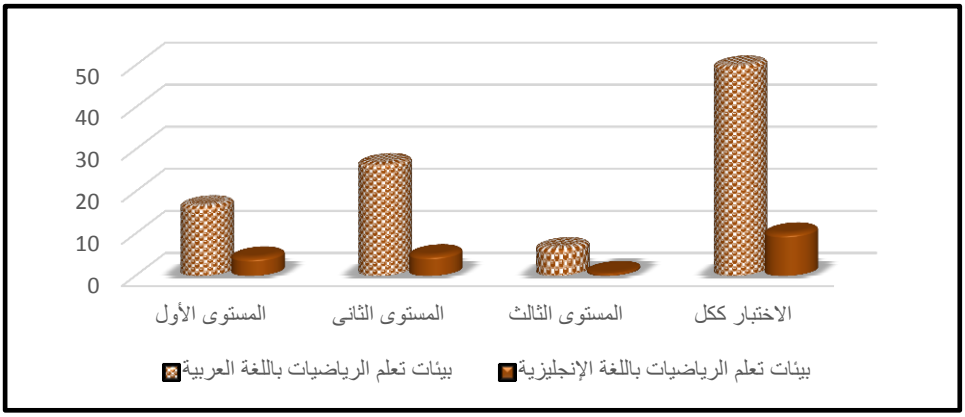
ترتبط الإجابة عن هذا السؤال بالتحقق من مدى صحة الفرض الثانى للبحث:

لا يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha<0.05$ بين متوسط درجات أفراد عينة التلاميذ في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، يُعزى إلى اختلاف بيئات تعلم الرياضيات (السياق اللغوى).

للتحقق من مدى صحة هذا الفرض؛ حُسب متوسطى درجات أفراد عينة التلاميذ في بيئات تعلم الرياضيات باللغة العربية، وبيئات تعلم الرياضيات باللغة الإنجليزية في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل، وفى كل بُعد من أبعاده، ويوضح شكل (2) التمثيل البيانى للمتوسطين.

شكل 2

التمثيل البيانى لمتوسطى درجات أفراد عينة التلاميذ في بيئة تعلم الرياضيات باللغة العربية، وبيئة تعلم الرياضيات باللغة الإنجليزية في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل وفى كل مستوى من مستوياته



ويتضح من الشكل (2) وجود فرق بين متوسطى درجات أفراد عينة التلاميذ في بيئات تعلم الرياضيات باللغة العربية، وبيئات تعلم الرياضيات باللغة الإنجليزية في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل، وفى كل مستوى من مستوياته؛ لصالح بيئات تعلم الرياضيات باللغة العربية، ولتحديد دلالة هذا الفرق؛ حُسبت قيمة t

للمتوسطات المستقلة، ويوضح جدول (11) قيمة t، ودلالتها للفرق بين هذين المتوسطين:

جدول 11

قيمة t ، ودلالتها للفرق بين متوسطي درجات أفراد عينة التلاميذ في بيئات تعلم الرياضيات باللغة العربية، وبيئات تعلم الرياضيات باللغة الإنجليزية في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية

اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية	بيئات تعلم الرياضيات باللغة	N	المتوسط الحسابى	الانحراف المعيارى	درجات الحرية	قيمة t	قيمة الدلالة p
المستوى الأول: الاستدعاء	العربية.	٨٦	9.33	1.341	١٥٣	1.403	.163
	الإنجليزية.	٦٩	9.01	1.409			
المستوى الثانى: المفاهيم والمهارات	العربية.	٨٦	7.63	1.550		3.327	.001
	الإنجليزية.	٦٩	6.46	2.747			
المستوى الثالث: التفكير الاستراتيجى	العربية.	٨٦	3.26	1.312		.168	.867
	الإنجليزية.	٦٩	3.22	1.533			
الاختبار ككل	العربية.	٨٦	20.21	2.387		3.826	.000
	الإنجليزية.	٦٩	18.70	2.522			

ويتضح من جدول (11) وجود فرق دال إحصائيًّا بين متوسطي درجات التلاميذ دارسى الرياضيات باللغة العربية، ودرجات التلاميذ دارسى الرياضيات باللغة الإنجليزية فى اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل، والمستوى الثانى له؛ لصالح التلاميذ دارسى الرياضيات باللغة العربية؛ حيث إن قيمة t بلغت على الترتيب (3.826، 3.327)، كما بلغت قيمة الدلالة p على الترتيب ($p< 0.001$ ، $p=.001$) مما يشير إلى وجود فرق دال إحصائياً عند مستوى $\alpha< 0.05$ ودرجات حرية ١٥٣؛ وعدم وجود فرق دال إحصائيًّا بين متوسطي درجات التلاميذ دارسى الرياضيات باللغة العربية، ودرجات التلاميذ دارسى الرياضيات باللغة الإنجليزية فى المستوى الأول والثالث للاختبار؛ حيث إن قيمة t بلغت على الترتيب (1.403، 168.)، كما بلغت قيمة الدلالة p على الترتيب (p=.163، p=.867) مما يشير إلى عدم وجود فرق دال إحصائياً عند مستوى $\alpha< 0.05$ ودرجات حرية ١٥٣، وهكذا يرفض الفرض الصفري الثانى للبحث، ويقبل الفرض البديل **" يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha<0.05$ بين متوسط درجات أفراد عينة التلاميذ في اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، يُعزى إلى اختلاف بيئات تعلم الرياضيات (السياق اللغوى)، وذلك لصالح التلاميذ دارسى الرياضيات باللغة العربية"**

وتتفق هذه النتيجة مع النتيجة التي توصلت إليها دراسة مصطفى عبد الحليم(٢٠٠٩) التي توصلت إلى وجود فرق دال في أداء التلاميذ في مادة الرياضيات بين التلاميذ الذين درسوا الرياضيات باللغة العربية، وبين التلاميذ الذين درسوا الرياضيات باللغة

الإنجليزية، وذلك لصالح دارسى الرياضيات باللغة العربية، كما تتفق نتائج البحث في هذا الصدد مع دراسة كل من Abedi&Lord(2001) التي توصلت إلى أن التلاميذ أحادى اللغة أعلى من أقرانهم ثنائى اللغة في الأداء الرياضياتى، وأرجعت الدراسة السبب إلى الصياغة اللغوية للاختبار، وتتفق أيضًا مع ما توصلت إليه دراسة Mosqueda(2007) التي أظهرت أن أداء التلاميذ ثنائى اللغة في الرياضيات أقل من أقرانهم أحادى اللغة.

بينما تختلف النتائج في هذا الصدد مع النتائج التي توصلت إليها دراسة كل من Abedi et al.(2006) والتي أشارت إلى عدم وجود فروق في الأداء الرياضياتى بين التلاميذ أحادى وثنائى اللغة، وكذا تختلف مع ما توصلت إلية دراسة كل من Salano-Flores et.al(2013) والتي أشارت أن التلاميذ ثنائى اللغة يؤدون جيدًا في الرياضيات مثل التلاميذ أحادى اللغة، كما تختلف أيضاً مع النتائج التي توصلت إليها دراسة كل من Elezi&Kennedy(2015) والتي أظهرت أن التلاميذ ثنائى اللغة كان أداءهم أفضل في الرياضيات من التلاميذ أحادى اللغة، وكذا تختلف مع النتائج التى توصلت إليها دراسة كل من Hartanto,et al.(2018) ؛ حيث توصلت إلى وجود علاقة إيجابية قوية بين ثنائية اللغة، والإنجاز الرياضياتى، وأن ثنائية اللغة مناسبة لاستلال التلاميذ الرياضياتى، ولمهارات حل المشكلات.

ويمكن إرجاع التباين في مستوى التمكن من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لصالح التلاميذ دارسى الرياضيات باللغة العربية إلى أن بعض التركيبات باللغة الإنجليزية التي تتضمنها بعض المشكلات الرياضياتية، قد يُسبب تحديًا في الفهم الجيد لدى الطلاب للمشكلات، وما تتضمنه من مفاهيم، وأفكار، وما تتطلبه من أداءات معينة مُتطلبة للحل السليم لها؛ فباعتبار اللغة الإنجليزية كلغة تعلم ثانية لدى التلاميذ فإنهم يميلون إلى العناصر الأبسط لغويًا في اختبارات الرياضيات حتى يتمكنوا من الحل الصحيح، وحتى لا تتسبب بعض المفردات غير الواضحة بالنسبة لهم، والمتضمنة في مشكلات ما في عدم الإجابة عنها، أو الإجابة غير الصحيحة لها، فالقدرة اللغوية، بشكل عام، هي مؤشر على أداء الرياضيات، فالمفردات غير المألوفة، أو النادرة تؤثر فى الفهم السليم للطلاب، ويؤكد ذلك الدور المتزايد للغة في تقييم مجال المحتوى.

٤- الإجابة عن السؤال الرابع من أسئلة البحث:

ما أداءات عمق المعرفة الرياضياتية الواجب توافرها في ممارسات معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية؟

تمثلت الإجابة عن هذا السؤال في إعداد قائمة أداءات عمق المعرفة الرياضياتية لدى معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، وقد شغلت هذه القائمة الملحق (٣) من

ملاحق البحث؛ وقد تم بناء هذه القائمة بعد الاطلاع على الأدب التربوى، والدراسات السابقة فى مجال عمق المعرفة الرياضياتية؛ لتحديد أداءات التدريس اللازم القيام بها من قبل المعلم وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية الأربعة العامة، وقد شكلت هذه القائمة أساس بناء استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية التي أُعتمد عليها في رصد واقع هذه الأداءات لدى معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية.

٥- الإجابة عن السؤال الخامس من أسئلة البحث:

ما واقع أداءات عمق المعرفة الرياضياتية لدى معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية؟

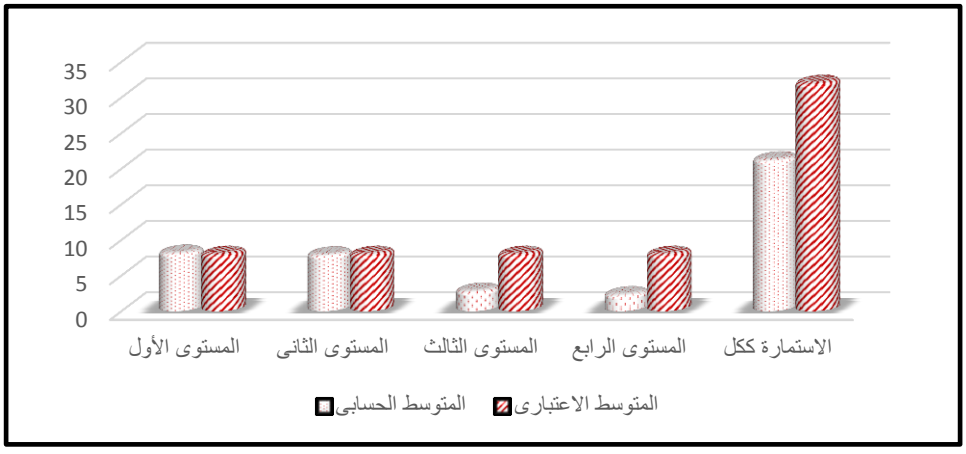
ترتبط الإجابة عن هذا السؤال بالتحقق من مدى صحة الفرض الثالث للبحث:

لا يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha < 0.05$ بين متوسطى درجات أفراد عينة المعلمين في استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، والمتوسط الاعتبارى لها.

للتحقق من مدى صحة هذا الفرض؛ حُسب متوسط درجات أفراد عينة المعلمين في استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل، ولكل مستوى من مستوياتها، وقورن هذا المتوسط بالمتوسط الاعتبارى للاستمارة ككل(٣٢ درجة)، والمتوسط الاعتبارى لكل مستوى من مستوياتها (٨)، ويوضح شكل (3) التمثيل البيانى للمتوسطين.

شكل 3

التمثيل البيانى لمتوسط درجات أفراد عينة المعلمين، والمتوسط الاعتبارى؛ لاستمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل ولكل مستوى من مستوياتها



ويتضح من شكل (3) وجود فرق بين متوسط درجات أفراد عينة المعلمين في استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، ومتوسطها الاعتبارى، بالنسبة للاستمارة ككل، ولكل مستوى من مستوياتها، ولتحديد دلالة هذا الفرق؛ حُسبت قيمة t للمجموعة الواحدة، ويوضح جدول رقم (12) قيمة t ودلالتها للفرق بين هذين المتوسطين، والنسبة المئوية لعدد المعلمين الحاصلين على درجات أقل من المتوسط الاعتبارى .

جدول 12

قيمة t ، ودلالتها للفرق بين متوسط درجات أفراد عينة المعلمين في استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل ولكل مستوى من مستوياتها، ومتوسطها الاعتبارى

مستويات استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق عمق المعرفة الرياضياتية	المتوسط		الانحراف المعيارى	معلمون أقل من المتوسط الاعتبارى		درجات الحرية	قيمة t	قيمة الدلالة p
	الحسابى	الاعتبارى		العدد	%			
الأول: الاستدعاء	8.17	8	1.337	2	% 16.7	11	.432	.674
الثانى: المفاهيم والمهارات	7.92	8	1.621	4	%33.3		.178	.862
الثالث: التفكير الاستراتيجي	2.83	8	1.337	12	%100		13.385	.000
الرابع: التفكير الممتد	2.33	8	.985	12	%100		19.934	.000
الاستمارة ككل	21.25	32	1.765	12	%100		21.104	.000

وتشير نتائج جدول (12) إلى ما يأتى:

بالنسبة للمستوى الأول: الاستدعاء:

بلغ المتوسط الحسابى لدرجات أفراد عينة المعلمين في المستوى الأول (الاستدعاء) لاستمارة الملاحظة (8.17) من أصل (١٢ درجة)، وهو أعلى قيمة من المتوسط الاعتبارى(٨)، كما يلاحظ أن عدد أفراد عينة المعلمين الأقل من المتوسط الاعتبارى بلغ (2) فرد، وبنسبة (16.7%)، ولمعرفة مستوى تمكن أفراد عينة المعلمين من المستوى الأول(**الاستدعاء**) لاستمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية تم استخدام اختبار (ت) لمقارنة متوسط عينة المعلمين بالمتوسط الاعتبارى، وقد بلغت قيمة (ت) (.432)، كما بلغت قيمة الدلالة p (.674) مما يشير إلى عدم وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha < 0.05$ ، ودرجات حرية (١١) بين متوسط درجات أفراد عينة المعلمين، والمتوسط الاعتبارى في المستوى الأول لاستمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية؛ مما يشير إلى تمكن أفراد عينة المعلمين من أداءات تدريس المستوى الأول.

بالنسبة للمستوى الثانى: المفاهيم والمهارات:

بلغ المتوسط الحسابى لدرجات أفراد عينة المعلمين في المستوى الثانى (**المفاهيم والمهارات**) لاستمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية (7.92) من أصل (١٢ درجة)، وهو أقل قيمة من المتوسط الاعتبارى(٨)، كما يلاحظ أن عدد أفراد عينة المعلمين الأقل من المتوسط الاعتبارى بلغ (٤) أفراد، وبنسبة (33.3%)، ولمعرفة مستوى تمكن أفراد عينة المعلمين من المستوى الثانى(**المفاهيم والمهارات**) لاستمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية تم استخدام اختبار (ت) لمقارنة متوسط عينة المعلمين بالمتوسط الاعتبارى، وقد بلغت قيمة (ت) (.178)، كما بلغت قيمة الدلالة p (.862) مما يشير إلى عدم وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha < 0.05$ ودرجات حرية (١١) بين متوسط درجات أفراد عينة المعلمين، والمتوسط الاعتبارى في المستوى الثانى لاستمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية؛ مما يشير إلى تمكن أفراد عينة المعلمين من أداءات تدريس المستوى الثانى .

بالنسبة للمستوى الثالث: التفكير الاستراتيجي:

بلغ المتوسط الحسابى لدرجات أفراد عينة المعلمين في المستوى الثالث (**التفكير الاستراتيجى**) لاستمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية (2.83) من أصل (١٢ درجة)، وهو أقل قيمة من المتوسط الاعتبارى(٨) ، كما يُلاحظ أن عدد أفراد عينة المعلمين الأقل من المتوسط الاعتبارى بلغ (١٢) فردًا، وبنسبة (100%)، ولمعرفة مستوى تمكن أفراد عينة المعلمين من المستوى الثالث(**التفكير الاستراتيجى**) من استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، تم استخدام اختبار (ت) لمقارنة متوسط عينة المعلمين بالمتوسط الاعتبارى، وقد بلغت قيمة (ت) (13.385)، كما بلغت قيمة الدلالة $p < 0.001$ مما يشير إلى وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha < 0.05$ ودرجات حرية (11) بين متوسط درجات أفراد عينة المعلمين والمتوسط الاعتبارى في المستوى الثالث لاستمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وذلك لصالح المتوسط الاعتبارى؛ مما يشير إلى عدم تمكن أفراد عينة الدراسة من أداءات تدريس المستوى الثالث.

بالنسبة للمستوى الرابع: التفكير الممتد:

بلغ المتوسط الحسابى لدرجات أفراد عينة المعلمين في المستوى الرابع (**التفكير الممتد**) لاستمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية (2.33) من أصل (١٢ درجة)، وهو أقل قيمة من المتوسط الاعتبارى(٨) ، كما

يلاحظ أن عدد أفراد عينة المعلمين الأقل من المتوسط الاعتبارى بلغ (١٢) فردًا، وبنسبة (100%)، ولمعرفة مستوى تمكن أفراد عينة المعلمين من المستوى الرابع(**التفكير الممتد**) من استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية تم استخدام اختبار (ت) لمقارنة متوسط عينة المعلمين بالمتوسط الاعتبارى، وقد بلغت قيمة (ت) (19.934)، كما بلغت قيمة الدلالة $p< 0.001$ ، مما يشير إلى وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha< 0.05$ ، ودرجات حرية(11) بين متوسط درجات أفراد عينة المعلمين، والمتوسط الاعتبارى في المستوى الرابع لاستمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وذلك لصالح المتوسط الاعتبارى؛ مما يشير إلى عدم تمكن أفراد عينة المعلمين من أداءات تدريس المستوى الرابع .

بالنسبة للاستمارة ككل:

بالجملة تُظهر نتائج جدول (12) أن المتوسط الحسابى لدرجات أفراد عينة المعلمين في استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية قد بلغ (21.25) من أصل (٤٨ درجة)، وهو أقل قيمة من المتوسط الاعتبارى(٢٤)، كما يلاحظ أن عدد أفراد عينة المعلمين الأقل من المتوسط الاعتبارى بلغ (١٢) فردًا، وبنسبة (١٠٠%)، ولمعرفة مستوى تمكن أفراد عينة المعلمين من أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل تم استخدام اختبار (ت) لمقارنة متوسط عينة المعلمين بالمتوسط الاعتبارى، وقد بلغت قيمة (ت) (21.104)، كما بلغت قيمة الدلالة $p< 0.001$ مما يشير إلى وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha< 0.05$ ودرجات حرية (١١) بين متوسط درجات أفراد عينة المعلمين، والمتوسط الاعتبارى لاستمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل، وذلك لصالح المتوسط الاعتبارى؛ مما يشير إلى عدم تمكن أفراد عينة الدراسة من أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل .

وترتيبًا على مجمل النتائج السابقة يُرفض الفرض الصفرى الثالث للبحث، ويقبل الفرض البديل" **يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha<0.05$ بين متوسطي درجات أفراد عينة المعلمين في استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، والمتوسط الاعتبارى لهذه الاستمارة، وذلك لصالح المتوسط الاعتبارى".**

وقد ترجع هذه النتائج إلى عدم توفير فرص التنمية المهنية الكافية سواء قبل الخدمة أم أثنائها لمعلمى الرياضيات على كيفية تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذهم، كما قد يرجع السبب في قصور أداءات التدريس وفق المستوى الثالث، والرابع لعمق المعرفة الرياضياتية إلى طبيعة هذين المستويين، وما يتطلبانه من

معالجات دقيقة تتطلب توفير خريطة زمنية لتدريس هذه الموضوعات بشكل أكبر؛ الأمر الذى يوفر مساحة زمنية للمعلم تسمح له بممارسة الأداءات، وطرح مزيد من الأنشطة، والتدريبات في سياق تنمية هذين المستويين المشار إليهما، ويؤكد ذلك ما توصلت إليه دراسة Viator(2010) من وجود علاقة ذات دلالة إحصائية بين تحصيل التلميذ، ومدة التدريب، ومقدار التدريب الذي تلقاه المعلم، ومستوى مساءلة المعلم، وتصورات المعلمين لتكييف ممارسات التقييم التي تتطلب مستويات عمق المعرفة، كما أكدت دراسة Holmes (2011) أهمية إعداد المعلمين قبل الخدمة ضمن برامج إعدادهم حول كيفية التدريس، والتقييم وفقاً لعمق المعرفة لتحقيق نتائج مرضية في التقييمات السنوية التي يتم إجراؤها على نطاق المدارس، والمناطق التعليمية للطلاب في الصفوف من الثالث إلى الثامن في الرياضيات، وفنون اللغة، والعلوم، كما أكدت دراسة Taylor (2021) أهمية برامج التنمية المهنية في إطار عمق المعرفة لتنمية أداءات التدريس وفقًا لها خاصة فيما يرتبط بأداءات التدريس وفقًا لمستوى التفكير الاستراتيجي، ومستوى التفكير الممتد.

كما يمكن أن تُفسَر النتائج المرتبطة بأداءات المعلمين المتعلقة بالتدريس وفق مستويات عمق المعرفة إلى تصوراتهم الشخصية حول أهمية استخدام الاستراتيجيات التي تسهم في تنميتها لدى تلاميذهم، وهو ما أكدت عليه دراسة Jackson (2010) حيث توصلت الدراسة أن تصورات المعلمين قد تلعب دورًا مهمًا في استخدام استراتيجيات معينة تسهم في انخراط التلاميذ في أنشطة تنمية مستويات عمق المعرفة لديهم.

وتجدر الإشارة هنا إلى أن النتائج التي أظهرتها استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة لدى عينة المعلمين جاءت متسقة مع النتائج التي أظهرها اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى عينة التلاميذ، وذلك في كل من المستوى الأول، والثالث، وفى أداءات عمق المعرفة الرياضياتية ككل، في حين جاءت غير متسقة في البُعد الثانى؛ حيث أشار تحليل نتائج استجابات عينة التلاميذ إلى عدم تمكنهم من أداءات المستوى الثانى، أما تحليل نتائج استجابات عينة المعلمين أشار إلى تمكن عينة المعلمين من أداءات المستوى الثانى؛ ويمكن تفسير عدم الاتساق هنا إلى حاجة التلاميذ إلى مزيد من الأنشطة، والتدريبات حول استخدام المعرفة المفاهيمية، وتوظيفها بحل المسائل الروتينية، وإنشاء النماذج الرياضياتية، وربط المفاهيم، والعلاقات الرياضياتية، واستنتاج الأنماط الرياضياتية؛ وبصفة خاصة في موضوعات النسبة، والنمط العددى، وضرب الأعداد العشرية، وقسمتها، وجمع الكسور، وطرحها، وضربها، ومقارنتها، وقد مثلت هذه الموضوعات (37.5%) من إجمالي عدد أسئلة اختبار مستويات عمق المعرفة

الرياضياتية، وحقق فيها التلاميذ درجات دون المتوسط الاعتبارى المقبول فيها، فمع كثافة محتوى المنهج، وضيق الوقت المخصص لتدريس هذه الموضوعات يتعذر على المعلم توفير فرص كثيرة لتنمية مستوى العمق المتطلب في هذا الصدد.
وللحصول على نتائج أكثر عمقاً فيما يرتبط بأداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية أجريت مقابلة مع مجموعة بؤرية Focus Group تمثل عينة من معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية، وذلك لجمع بيانات دقيقة حول أداءاتهم المرتبطة بتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذهم؛ وذلك فيما يرتبط بكل من: السياق اللازم للتحقق من مدى تعلم التلاميذ، وتصميم مهمات عمق المعرفة الرياضياتية، وتدريس عمق المعرفة الرياضياتية، والدعم اللازم لبناء قدرات التلاميذ على التفكير العميق، ومصادر التنمية المهنية حول مستويات عمق المعرفة الرياضياتية.
تم رصد إجابات المعلمين المشاركين في المقابلة (١٢ معلمًا)، وتحليلها في كل قسم من الأقسام الخمسة لاستمارة المقابلة المشار إليها؛ لتسليط الضوء عليها، وفيما يأتى أبرز النتائج التي تم الحصول عليها في هذا الصدد:

- القسم الأول: السياق اللازم للتحقق من مدى تعلم التلاميذ:
أشارت استجابات (٧ معلم) من المشاركين في المقابلة إلى استخدام الاستدعاء الأساسى للمعلومات، أو الحقائق دون تفصيل، أو تحليل، أو ربط المعلومات بسياق آخر، في حين أشارت استجابات (٤ معلمين) إلى توفير فرص تعلم للتلاميذ تتطلب طرح التفسيرات، والمبررات المختلفة في أثناء حل المهمات الرياضياتية، فضلاً عن أن (١) من المعلمين المشاركين أشار إلى طرح التحديات الرياضياتية مفتوحة النهاية، ومهمات التعلم التى تتطلب استخدام مهارات التفكير النقدى.

- القسم الثانى: تصميم مهمات عمق المعرفة الرياضياتية:
أشار (٩) من المعلمين إلى استخدامهم مؤشرات بلوم كدليل على تعقيد المهمات الرياضياتية، والتركيز بالدرجة الأكبر على الأفعال في تصنيف بلوم لتحديد مستوى العمق أكثر من التركيز على طبيعة المهمة، وما تتطلبه من مستويات التفكير، والاستدلال الرياضياتى، في حين ناقش (٣) من المعلمين السمات المميزة للاعتماد على تصنيف مستويات عمق المعرفة الرياضياتية في تنويع مهمات تقييم تعلم الرياضيات بالصف.

- القسم الثالث: تدريس عمق المعرفة الرياضياتية:
أشار (٧) من المعلمين إلى استخدام العبارات، والكلمات المفتاحية كأساس لتزويد التلاميذ بالأفكار الأساسية التي تدور حولها المهمات الرياضياتية العميقة، وخاصة الأكثر تحديًا عقليًا كالمشكلات اللفظية، في حين ناقش (٥) من المعلمين توجيه عناية

إلى طرح أسئلة مرتبطة بالمعرفة السابقة لدى التلاميذ، وكيفية ربطها بالمعرفة الجديدة المتضمنة بالمهمة لتشكيل البناء المعرفى السليم لديهم، كما ناقش (٤) من المعلمين إلى استخدام النص لزيادة تعقيد المهمة الرياضياتية عبر مجموعة من المشكلات اللفظية التي تمثل نوعًا من التحديات العقلية التي يمكن تدريب التلاميذ عليها عبر استراتيجيات معينة، كما خلط (٦) من المعلمين بين مفهوم التعقيد والصعوبة، وعبر (٣) من المعلمين عن أهمية استخدام الأسئلة مفتوحة النهاية، أو الأسئلة التي تتطلب إيجاد أكثر من مطلوب كنوع من المهمات الرياضياتية التي يجب تدريب التلاميذ على طرق، واستراتيجيات حلها.

- القسم الرابع: الدعم اللازم لبناء قدرات التلاميذ على التفكير العميق:

ناقش (٥) من المعلمين فكرة السقالات التعليمية من أجل بناء قدرات التلاميذ على تفكير أعمق، عبر مجموعة من التوجيهات، والإرشادات، والأنشطة التي يزودون بها تلاميذهم؛ لتحقيق فهم أكبر للمحتوى، واكتساب مهارات جديدة، وأكد (٤) من المعلمين أهمية الأسئلة السابرة في مساعدة التلاميذ على استكشاف الأفكار المفتاحية في المهمات الأكثر تحديًا لتفكيرهم، وتناول (٦) من المعلمين ضرورة تدريب التلاميذ على استراتيجيات تنمية التفكير بشكل عام، واستراتيجيات حل المشكلات الرياضياتية بشكل خاص لما له من أهمية في دعم قدرات التلاميذ على التفكير في المهمات الرياضياتية التي تتسم بالعمق، ويقلل من التحديات التي قد يواجهها المعلمون مع تلاميذهم في التعامل المستمر مع هذه المهمات.

– القسم الخامس: مصادر التنمية المهنية حول مستويات عمق المعرفة الرياضياتية.

ناقش (٥) من المعلمين أنه تم تأهيلهم عبر برنامج إعدادهم حول تطبيق الاستراتيجيات والمهارات لفهم مجموعة متنوعة من المواقف الرياضياتية، والإجابة عنها، وتفسيرها وتقييمها بمستويات متزايدة من الصعوبة، وحل المشكلات التي تتضمن العمليات الرياضياتية الأساسية، ومواقف الحياة الواقعية، واستخدام المهارات اللازمة لإجراء الاستقصاءات الرياضياتية، وأكد (١١) من المعلمين عدم توفير فرص تدريب كافية لهم على كيفية تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذهم، وأوضح (٦) من المعلمين صعوبة المشاركة في مجتمعات التعلم المهنية المرتبطة بتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية؛ لكثرة الأعباء التدريسية المكلف بها المعلم في المدرسة؛ نظرًا لقلة أعداد المعلمين في التخصص في المدرسة الواحدة، فضلًا عن ضيق الوقت، وكثرة محتوى المنهج المتطلب تنفيذه في خريطة زمنية قصيرة؛ الأمر الذى يجعل من تفعيل مجتمعات التعلم المهنية أمر يصعب تنفيذه في ظل هذه الضغوط على المعلم.

ويعكس تحليل جملة النتائج السابقة المرتبطة بنتائج مقابلة مجموعة بؤرية من المعلمين إلى ارتكاز غير قليل من المعلمين في تحديد السياق اللازم للتحقق من مدى تعلم التلاميذ على استخدام الاستدعاء الأساسى للحقائق، والأفكار الرياضياتية، وضعف استخدام المستوى الأعلى من مستويات عمق المعرفة المرتكز على توفير فرص لطرح التفسيرات، والمبررات المختلفة في أثناء حل المهمات الرياضياتية، وحل المشكلات الرياضياتية مفتوحة النهاية، كما يشير تحليل النتائج إلى قصور في معرفة المعلمين نحو كيفية تصميم مهمات التعلم العميقة في الرياضيات؛ حيث يعتمد عدد غير قليل منهم على مستويات بلوم، والأفعال الدالة في كل مستوى للتعبير عن عمق المهمات المطروحة، وكذا أشار تحليل النتائج إلى ضعف استراتيجيات تنمية عمق المعرفة الرياضياتية التي يعتمد عليها المعلمون مع تلاميذهم في الفصل والاعتماد بشكل أساسى على زيادة تعقيد المصطلحات المتضمنة بالمشكلات اللفظية كنوع من التعبير عن زيادة مستوى العمق، واعتمادهم في ذلك على السقالات التعليمية، والأسئلة السابرة، ومراجعة المعرفة السابقة كنوع من الدعم اللازم لبناء قدرات التلاميذ في هذا الصدد، وتأتى جملة هذه النتائج كمحصلة لضعف التنمية المهنية المتوفرة للمعلمين في هذا الإطار، سواء عبر برامج إعدادهم، أم برامج التنمية المهنية، فضلًا عن ضعف مشاركتهم في مجتمعات التعلم المهنية التي يمكن أن تعزز لديهم أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية.

٦- الإجابة عن السؤال السادس من أسئلة البحث:

ما مدى تباين تمكن معلمى الرياضيات من أداءات عمق المعرفة الرياضياتية باختلاف بيئات تعلم الرياضيات (السياق اللغوى)؟

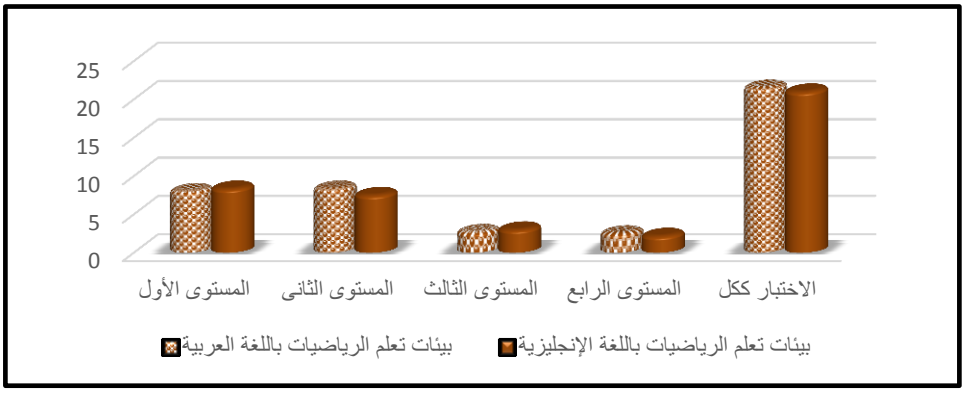
ترتبط الإجابة عن هذا السؤال بالتحقق من مدى صحة الفرض الرابع للبحث:

لا يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha<0.05$ بين متوسط درجات أفراد عينة المعلمين في استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ، يُعزى إلى اختلاف بيئات تعلم الرياضيات (السياق اللغوى).

للتحقق من مدى صحة هذا الفرض؛ حُسب متوسطى درجات أفراد عينة المعلمين في بيئات تعلم الرياضيات باللغة العربية، وبيئات تعلم الرياضيات باللغة الإنجليزية في استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل، وفى كل مستوى من مستوياتها، ويوضح شكل (4) التمثيل البيانى للمتوسطين.

شكل 4

التمثيل البيانى لمتوسطى درجات أفراد عينة المعلمين في بيئات تعلم الرياضيات باللغة العربية، وبيئات تعلم الرياضيات باللغة الإنجليزية في استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل، وفى كل مستوى من مستوياتها



ويتضح من شكل (4) وجود فرق صغير بين متوسطى درجات أفراد عينة المعلمين في بيئات تعلم الرياضيات باللغة العربية، وبيئات تعلم الرياضيات باللغة الإنجليزية في استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل وفى كل مستوى من مستوياتها؛ ولتحديد دلالة هذا الفرق؛ حُسبت قيمة t للمتوسطات المستقلة، ويوضح جدول (13) قيمة t، ودلالتها للفرق بين هذين المتوسطين:

جدول : (13) ***قيمة t ، ودلالتها للفرق بين متوسطى درجات أفراد عينة المعلمين في بيئات تعلم الرياضيات باللغة العربية، وبيئات تعلم الرياضيات اللغة الإنجليزية في استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية***

استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية	بيئة تعلم الرياضيات باللغة	N	المتوسط الحسابى	الانحراف المعيارى	درجات الحرية	قيمة t	قيمة الدلالة p
المستوى الأول: الاستدعاء	العربية.	٦	8.00	1.414	١٠	.415	.687
	الإنجليزية.	٦	8.33	1.366			
المستوى الثانى: المفاهيم والمهارات	العربية.	٦	8.33	1.366		.881	.399
	الإنجليزية.	٦	7.50	1.871			
المستوى الثالث: التفكير الاستراتيجى	العربية.	٦	2.67	1.633		.415	.687
	الإنجليزية.	٦	3.00	1.095			
المستوى الرابع: التفكير الممتد	العربية.	٦	2.50	1.049		.568	.583
	الإنجليزية.	٦	2.17	.983			
الاختبار ككل	العربية.	٦	21.50	1.225		.473	.646
	الإنجليزية.	٦	21.00	2.280			

ويتضح من جدول (13) عدم وجود فرق دال إحصائيًّا بين متوسطي درجات المعلمين في بيئات تعلم الرياضيات باللغة العربية، ودرجات المعلمين في بيئات تعلم الرياضيات باللغة الإنجليزية فى استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ككل، وفى كل مستوى من مستوياتها؛ حيث إن قيمة t بلغت على الترتيب (.415، .881، .415، .568،.473)، كما بلغت قيمة الدلالة p على الترتيب (.687،.399،.687،.583، .646) مما يشير إلى عدم وجود فرق دال إحصائيًا عند مستوى $0.05 > \alpha$ ودرجات حرية ١٠، وهكذا يقبل الفرض الصفري الرابع للبحث " **لا يوجد فرق دال إحصائيًا عند مستوى $\alpha<0.05$ بين متوسط درجات أفراد عينة المعلمين في استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، يُعزى إلى اختلاف بيئات تعلم الرياضيات (السياق اللغوى).**

وتعزو هذه النتيجة إلى تشابه أداءات تدريس عمق المعرفة في بيئتى تعلم الرياضيات باللغة العربية واللغة الإنجليزية؛ حيث تتشابه أهداف برنامج إعداد المعلم في كلتا البيئتين؛ حيث إن الفارق الوحيد هو لغة التدريس، ومن ثم فإن المهارات التي يمتلكها المعلم الخريج في البيئتين تكون واحدة، فضلًا عن أن معظم معلمى الرياضيات باللغة الإنجليزية هم في الأصل معلمى رياضيات باللغة العربية، ويتفق ذلك مع ما توصلت إليه دراسة رضا السعيد (٢٠١٩) والتي أكدت أيْضًا أن الكثير من معلمى الرياضيات باللغة الإنجليزية لم يخضع إلى برامج إعداد، أو تدريب بكليات التربية لتدريس الرياضيات باللغة الإنجليزية.

كما يمكن أن تعزو النتيجة السابقة إلى أن برامج التنمية المهنية الموجهة للمعلم في كلتا البيئتين تكون متماثلة في أهدافها أيضًا، وتختلف فقط في لغة التقديم، ويعكس ذلك أهمية عقد المزيد من البرامج، والدورات التدريبية، للطلاب المعلمين في كلتا البيئتين لتطوير أداءات تدريس عمق المعرفة الرياضياتية لديهم، فضلًا عن ضرورة توفير برامج تنمية مهنية مستمرة لمعلمي الرياضيات في البيئتين؛ بحيث تتبنى اتجاهات، واستراتيجيات حديثة في التدريس، وتؤكد على أهمية تنمية التفكير العميق، ومن ثم تنمية أداءات تدريس عمق المعرفة الرياضياتية لديهم.

وفى هذا الصدد أكدت نتائج دراسة Baer(2016) أن استخدام أساليب تكنولوجيا التعليم القائمة على التعليم الموجه ذاتيًا تسهم في تنمية عمق المعرفة، كما أكدت دراسة رضا السعيد (٢٠١٩) بصفة خاصة أهمية تدريب معلمي الرياضيات باللغة الإنجليزية على استخدام مداخل التكامل الأكاديمي اللغوي في تدريس الرياضيات، والتي تحقق التعلم الهادف للمحتوى، وتلبى الاحتياجات الأكاديمية، واللغوية للمتعلمين، وتعزز من مهارات التواصل، وعمليات التفكير الرياضياتى، ومن ثم

تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لديهم، أما دراسة محمد عبد الرحيم (٢٠٢٠) فقد توصلت إلى الأثر الدال لاستخدام التعلم التوليدى في تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، في حين أن دراسة مريم موسى متى عبد الملاك(٢٠٢٠) أشارت إلى فاعلية استخدام استراتيجية الرياضيات الواقعية في تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، كما أشارت نتائج دراسة خلف محمد وآخرون(٢٠٢١) إلى فاعلية التعلم الخبراتى في تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية.

ويعكس ذلك أهمية تبنى برامج التنمية المهنية لمثل هذه الاستراتيجيات التي أكدت الدراسات المشار إليها إلى أهميتها في تنمية مستويات عمق المعرفة لدى التلاميذ، ومن ثم فإن تدريب المعلمين عليها يبدو ذا أهمية كبيرة في تحقيق المردود التربوى المنشود منها، وبالجملة فإنه ترتيبًا على تحليل نتائج استجابات أفراد عينة التلاميذ على اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وكذا تحليل نتائج استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى المعلمين، والمقابلة البؤرية معهم، أمكن الإجابة عن السؤال السابع من أسئلة البحث .

٧- الإجابة عن السؤال السابع من أسئلة البحث:

ما الدليل الاسترشادى لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذ الصف السادس الإبتدائى؟

فى ضوء تحليل نتائج اختبار مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى أفراد عينة التلاميذ، وما كشف عنه من مواطن قصور لديهم، وكذا تحليل نتائج استمارة ملاحظة أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى المعلمين، والمقابلة البؤرية معهم، أمكن وضع دليل استرشادى مقترح لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائى في ضوء أداءات عمق المعرفة الرياضياتية الواجب توافرها لديهم، ومن ثم جاءت نواتج التعلم المستهدفة من الدليل، وعناصر محتواه مرتكزة على تعديل، وعلاج هذه الصعوبات التى يعانى منها أفراد عينة التلاميذ، وتمثلت هذه النواتج فيما يأتى:

ويوفر الدليل بعض الأنشطة التي يمكن استخدامها أثناء تطوير دروس تعليم الرياضيات، وهي تُعد أداة مفيدة لتقييم مستوى الدقة الذى وصل إليه التلاميذ في كل مستوى من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وقد استدعى بناء الدليل الاسترشادى تحديد أهدافه، ومرتكزات بنائه، ومحتواه، وكيفية استخدامه، ومصفوفة أنشطته، والأنشطة المقترحة التى يمكن الاستعانة بها في هذا الصدد وفيما يلى عرض لأبرز هذه المكونات:

أهداف الدليل:

تمثلت أهداف الدليل فى:

- دعم ثقافة معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية حول نموذج "ويب" Webb لمستويات عمق المعرفة، وتعرف أهميته كأداة مفيدة لتقييم تعلم التلاميذ.
- تعرف معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية أداءات عمق المعرفة الرياضياتية وفق مستويات Webb.
- وعى معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية بأدوارهم، وأدوار تلاميذهم فى إطار عمق المعرفة الرياضياتية.
- توظيف معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية مستويات عمق المعرفة في أنشطة، ومواقف تعليم الرياضيات وتعلمها.

مرتكزات بناء الدليل:

استلزم تحقيق أهداف الدليل الاستناد فى بنائه على مجموعة من القيم، والمبادئ الأساسية؛ من أبرزها :

- الفهم العميق للمحتوى يتحقق عندما يكتسب التلاميذ المعرفة، والمهارات، ويمكنهم نقل تعلمهم إلى المواقف الجديدة، أو المواقف الأكثر تعقيدًا.
- أهمية طرح مجموعة متنوعة من المهام على مستويات مختلفة من التعقيد للتعلم، والنمو، ومن أجل تقييم دقيق للطلاب.
- وجوب تصميم مهام ذات مستويات عليا من التفكير، فعلى الرُغم من أنها تتطلب مزيدًا من الوقت والجهد، فهى تقدم مزايا لا توفرها الأنشطة الأبسط، وتُظهر بدقة أكبر النطاق الكامل لقدرات التلميذ.
- ضرورة تزويد جميع التلاميذ بالمهام التي تمثل تحديات، وتعزز التعلم العميق للمحتوى؛ حتى يتمكنوا من التعامل مع تحديات القرن الحادي والعشرين.

ويتكامل مع القيم والمبادئ السابقة مجموعة من الاعتبارات روعيت فى تناول محتواه، وتنظيمه، وتتمثل فى:

- عرض إطلالة قصيرة حول مستويات Webb لعمق المعرفة، وأهميتها، وأداءاتها في تعليم الرياضيات وتعلمها .
- طرح أمثلة تطبيقية متنوعة مرتبطة بمستويات عمق المعرفة الرياضياتية، تستند إلى المفاهيم، والمهارات الرياضياتية ذات الصلة بالصف السادس الابتدائى، والتي يمكن للمعلم الاستعانة بها في مواقف تعليم الرياضيات وتعلمها.
- إمكانية تصميم أمثلة تطبيقية موازية يمكن للمعلم اقتراحها وفقاً لطبيعة موقف التدريس، وطبيعة المحتوى، وخصائص التلاميذ بالصف.

- إبراز معايير العمليات الرياضياتية، ونواتج التعلم المستهدفة لكل نشاط من الأنشطة التطبيقية، ومستوى العمق الذى تستهدفه، والإجابة الصحيحة له كمرشد يمكن أن يساعد المعلم في اختيار ما هو مناسب للتدريس، وكذا تقييم مستويات طلابه بالصف.
- الاقتصار في الأنشطة التطبيقية على تقييم عمق المعرفة عند المستويات: الأول، والثانى، والثالث، ويرجع ذلك إلى قيود الوقت.

محتوى الدليل:

توزع محتوى الدليل فى موضوعين رئيسيين، فضلًا عن إطاره العام الذى اشتمل بعد مقدمته على أهدافه، ومرتكزاته، ومحتواه، وكيفية استخدامه، وقد اختص الموضوع الأول بتنمية وعى معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية بنموذج Webb لعمق المعرفة، وأهمية تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى التلاميذ، وأدوار معلمى الرياضيات، وكذا أدوار تلاميذهم في إطار تنمية عمق المعرفة الرياضياتية، بينما عُنى الموضوع الثانى بطرح إرشادات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وأنشطة تطبيقية يمكن للمعلم الاستعانة بها لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذه .

كيفية استخدام الدليل:

يتوقف مدى النجاح فى تحقيق الأهداف التى أُعد الدليل من أجلها على استخدامه، وفى هذا الصدد تم تحديد مجموعة من الاعتبارات تبدو مهمة فى هذا الصدد:

- تعرف فكرة الدليل، وأهدافه ، ومحتواه - وكذا أهداف، ومحتوى كل موضوع من موضوعاته.
- العناية بالأنشطة التطبيقية في كل مستوى من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، ومحاولة تنفيذها في مواقف تعليم الرياضيات مع التلاميذ بالصف، أو خارجه.
- اعتبار محتوى الدليل نقطة بداية تدفع لمزيد من الاطلاع، والبحث حول مزيد من الأنشطة التي يمكنها تنفيذها مع التلاميذ بالمرحلة الابتدائية في أثناء أداء مهمات تعلم الرياضيات.
- اعتبار التغذية الراجعة، وملاحظة الأخطاء الشائعة التي يمكن أن يقع فيها التلاميذ في تنفيذ الأنشطة التطبيقية نقطة توقف تدفع لبناء مزيد من الأنشطة على نفس الشاكلة لدعم قدرات التلاميذ في مستوى عمق المعرفة موضع هذه الأخطاء.

مصفوفة أنشطة الدليل:

تتضمن مصفوفة أنشطة الدليل معايير، وأهداف، ومستويات عمق المعرفة الرياضياتية للأنشطة التطبيقية التي يمكن لمعلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية الاستعانة بها في مواقف تعليم الرياضيات وتعلمها، وقد بلغ عدد أنشطة تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية (١٢٥) نشاطًا، ويوضح جدول (14) مجمل أنشطة الدليل، والمعايير التي تغطيها، وكذا مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، والنسبة المئوية لكل منها.

جدول 14

إجمالي أنشطة الدليل وفق المعايير ومستوى العمق

وفق المعيار	عدد الأنشطة	النسبة %	وفق مستوى العمق	عدد الأنشطة	النسبة %
الاستدلال الجبرى	٢٤	١٩%	الأول	٢٥	٢٠%
الحس العددى والعمليات على الأعداد	٤٥	٣٦%	الثانى	٧٠	٥٦ %
الهندسة	١٠	٨%	الثالث	٣٠	٢٤ %
القياس	١٦	١٣%			
تحليل البيانات	٣٠	٢٤%			
الإجمالى	١٢٥	١٠٠%	الإجمالى	١٢٥	١٠٠%

التجريب الاستطلاعى للدليل:

في إطار الحرص على تطوير الدليل المقترح من قبل الفئة المستهدفة به، تم التعرف على آراء عينة من معلمي الرياضيات فيه، ولذا تم إعداد استمارة[١٣] مقابلة شخصية هدفت إلى استطلاع آراء عينة من معلمي المرحلة الابتدائية حول الدليل المقترح لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية؛ وذلك بُغية تطويره، وتعديله، وتضمنت الاستمارة (١٠) مفردات تستخدم كنقاط لإدارة المقابلة، وهي تتوزع فى أربعة أقسام تتمثل في:

١. **مدى وضوح، وكفاية مكونات الدليل.**
٢. **مناسبة أنشطة الدليل.**
٣. **تحديات التنفيذ.**
٤. **مقترحات التطوير.**

[١٣] **ملحق (٨) استمارة مقابلة استطلاع أراء عينة من معلمي المرحلة الابتدائية حول الدليل المقترح لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية**

وتجدر الإشارة أنه قد خُصصت المفردة الأخيرة (أخرى) فى كل قسم من أقسام الاستمارة لتسجيل البيانات الإضافية التى تظهرها المقابلة، كما تم تحديد تعليمات استخدام الاستمارة.

تم رصد إجابات المعلمين المشاركين في المقابلة (١٢ معلمًا)، وتحليلها في كل قسم من الأقسام الأربعة لاستمارة المقابلة المشار إليها؛ لتسليط الضوء عليها، وفيما يلى أبرز النتائج التي تم الحصول عليها في هذا الصدد:

- القسم الأول: مدى وضوح وكفاية مكونات الدليل:

أشار تحليل استجابات المعلمين أفراد عينة المقابلة أن ٩٥% منهم رأوا أن الدليل يتسم بالوضوح؛ حيث عبروا عن وضوح أهدافه، ومرتكزاته، ومحتواه، وكيفية استخدامه، وأكدوا أهمية موضوعه الأول الذى يُعنى بتنمية وعى معلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية بنموذج " ويب" لعمق المعرفة، وأهمية تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى التلاميذ، وأدوار معلمى الرياضيات، وكذا أدوار تلاميذهم في إطار تنمية عمق المعرفة الرياضياتية، كما أكدوا أهمية طرح إرشادات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، وأنشطة تطبيقية يمكن الاستعانة بها لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية وذلك عبر موضوع الدليل الثانى.

يتضح مما سبق أن الدليل المقترح يتسم بالوضوح، والشمول الذى يتطلبه في تحقيق أهدافه المرجوة.

- القسم الثانى: مناسبة أنشطة الدليل:

أظهر تحليل استجابات المعلمين أفراد عينة المقابلة عن القسم الثانى من أسئلة المقابلة اتفاق جميع المعلمين (١٠٠%) على أن الأنشطة المتضمنة في الدليل المقترح تتناسب مع موضوعات مقرر الصف السادس الابتدائي بالإضافة إلى تنوعها لتشمل مستويات عمق المعرفة الثلاثة الأولى، كما رأى جميعهم أن الأنشطة المتضمنة بالدليل تتناسب مع طبيعة تلاميذ الصف السادس الابتدائي.

كما أفرز تحليل استجابات المعلمين أفراد عينة المقابلة أن ٨٦% منهم رأوا أن توزيع أنشطة الدليل جاء بصورة مناسبة وفقًا لمستويات العمق المتطلبة، وأشاروا إلى أهمية تدريب التلاميذ بصورة مستمرة على هذه الأنشطة؛ لتحقيق مستويات العمق المرجوة لديهم، وكذا تغيير ثقافة التقييم القائمة على تحصيل الدرجات، والاهتمام بالمعرفة الإجرائية دون العناية بمدى النمو في مستويات التفكير العليا لدى التلاميذ.

بينما رأي ١٤% منهم أن يقتصر التركيز في عرض أنشطة الدليل على المستوى الثالث، والرابع من مستويات عمق المعرفة الرياضياتية على اعتبار أنهم من المستويات العليا التي يواجهون صعوبة في تصميم أفكار متنوعة حولها للتلاميذ.

ومن ثم يمكن القول بمناسبة أنشطة الدليل لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، ولطبيعة تلاميذ الصف السادس الابتدائى، وكذا موضوعات منهج الرياضيات في هذا الصف.

- القسم الثالث: تحديات التنفيذ:

عبرت وجهات نظر المعلمين أفراد عينة المقابلة أهمية تنفيذ الأنشطة المتضمنة بالدليل، وضرورة تدريب التلاميذ عليها، واستخدامها في عمليات تقييم تعلم الرياضيات بصفة مستمر عبر التقويم التكوينى لنواتج تعلم الرياضيات، لكن إلى جانب ذلك أشاروا إلى مجموعة من تحديات التنفيذ التي تتمثل فى: ضيق الوقت، والكثافة الصفية، وكثرة محتوى المنهج، وانتشار ثقافة التقويم للتحصيل وليس لتنمية مهارات التفكير العليا، والقدرة على حل المشكلات الرياضياتية التي تمثل قلب تعليم الرياضيات، والهدف الأسمى من تعليمها، فضلاً عن قلق غير قليل من التلاميذ من دراسة مادة الرياضيات، ونظرتهم السلبية لمادة الرياضيات على أنها غير مرتبطة بالواقع، وضعف مستواهم خاصة في المشكلات اللفظية، وعمليات الاستدلال الرياضياتى المرتبط بها.

- القسم الرابع: مقترحات التطوير:

من خلال تحليل استجابات المعلمين أفراد عينة المقابلة المرتبطة بالقسم الرابع للاستمارة اتضح أن ٩١% منهم ليس لديه مقترحات أخرى تتناسب مع الهدف من الدليل المقترح، وأقترح بعض أفراد العينة (٩%) **ضرورة طرح أمثلة لبعض الأسئلة، والأنشطة العامة التي يمكنهم استخدامها بشكل عام مع تلاميذهم بالصفوف الأخرى، ومن ثم تتسع دائرة الإفادة من الدليل المقترح، وعدم اقتصار فائدتهم منه على التدريس بالصف السادس الابتدائى.**

يتضح مما سبق أن الأنشطة المتضمنة في الدليل المقترح تتناسب مع موضوعات مقرر الصف السادس الابتدائي، ويمكن إضافة أسئلة، وأنشطة أخرى عامة تدعم تعليم الرياضيات وفقًا لمستويات عمق المعرفة بشكل عام في الصفوف الدراسية المختلفة .

ثالثاً: إعداد الصورة النهائية للدليل الاسترشادى المقترح لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية:

استنادا إلى نتائج المقابلة مع عينة من معلمي الرياضيات لاستطلاع آرائهم حول الدليل المقترح لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية، تم إعداد الصورة النهائية للدليل الاسترشادى المقترح[١٤] وفقًا للتعديلات التالية:

[١٤] **ملحق (٩) : دليل استرشادى لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذ الصف السادس الإبتدائى- دليل المعلم**

– طرح أمثلة لبعض **الأسئلة** العامة المتحررة من موضوع، أو سياق معين في إطار تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية.

– طرح أمثلة لبعض **الأنشطة** العامة المتحررة من موضوع، أو سياق معين في إطار تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية.

وقد مثلت تلك الإضافة لمحتوى الدليل أمرًا مُهمًّا؛ حيث يمكن لمعلمى الرياضيات بالمرحلة الابتدائية استخدام هذه الأسئلة، والأنشطة بشكل عام مع تلاميذهم بالصفوف الأخرى، ومن ثم تتسع دائرة الإفادة من الدليل المقترح، وعدم اقتصار فائدتهم منه على التدريس بالصف السادس الابتدائى فقط .

توصيات البحث:

في ضوء ما أسفر عنه البحث من نتائج؛ يمكن الخروج بمجموعة من التوصيات؛ منها:

- دمج أنشطة تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية فى مناهج الرياضيات في الصفوف الدراسية المختلفة، وتوجيه أهمية نحو تنفيذها، وتطبيقها الفعلى داخل الصف.
- تدريب التلاميذ عبر أداءات التقييم التكوينى المستمر حول حل أنشطة، ومشكلات ترتبط بمستويات عمق المعرفة الرياضيات المختلفة.
- توفير برامج تهدف إلى رفع مستوى أداء التلاميذ في القدرات اللغوية المرتبطة بتعليم وتعلم الرياضيات.
- توفير برامج تنمية مهنية لمعلمى الرياضيات على كيفية تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى تلاميذهم بالصفوف المختلفة، الأمر الذى يسهم في تنمية مستويات التفكير العليا لدى التلاميذ، وإعدادهم لتلبية مهارات القرن الحادى والعشرين.
- دمج أدوار معلم الرياضيات في تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية ضمن قائمة أداءات تنفيذ حصص الرياضيات الفعالة التي يجب أخذها في الحساب عند تقييم أداءات المعلم.
- عناية برامج إعداد معلم الرياضيات باستراتيجيات، ونماذج تنمية مستويات عمق المعرفة الرياضياتية في مقررات طرق التدريس، لدعم قدرات الطلاب المعلمين على استخدامها، والتأكيد عليها أثناء فترة التدريب الميدانى، وكذا عبر التدريس الصفى للرياضيات مع تلاميذهم.
- طرح مزيد من البرامج، والدورات التدريبية، للطلاب معلمى الرياضيات، لتطوير أدائهم في تدريس مادة الرياضيات باللغة الإنجليزية .

- توجيه الباحثين، والمعلمين، ومخططى المناهج العناية نحو استخدام مستويات عمق المعرفة في تقييم نواتج تعلم الرياضيات.

مقترحات البحث:

فى ضوء نتائج البحث أمكن صوغ المقترحات الآتية:

- تطوير مناهج الرياضيات وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية في المرحلة الابتدائية.
- برنامج تدريبى لتنمية أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لدى معلمى المرحلة الابتدائية في بيئات تعلم الرياضيات.
- برنامج تدريبى قائم على مستويات عمق المعرفة الرياضياتية لتنمية مهارات القرن الحادى والعشرين لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.
- تقويم مناهج الرياضيات وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية في المرحلة الابتدائية.
- تقويم برامج إعداد معلم الرياضيات في ضوء أداءات التدريس وفق مستويات عمق المعرفة الرياضياتية في بيئات تعلم الرياضيات.
- فاعلية برنامج تدريبى قائم على مستويات عمق المعرفة الرياضياتية في تنمية مهارات التفكير الإبداعى/ مهارات ما وراء المعرفة لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.

المراجع العربية، وغير العربية:

أولاً: المراجع العربية:

ابتسام تمساح. (٢٠٢٠). فاعلية تنظيم محتوى وحدة في العلوم وفق نموذج "VARK" في تنمية مستويات عمق المعرفة "DOK" والتصور الخيالي لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية ذوي أنماط التعلم المختلفة .**المجلة التربوية**: جامعة سوهاج - كلية التربية، ج٧٤ ، ١٢٢١-١٢٧٦.

أرزاق اللوزى، وشيماء متولي. (٢٠٢١). توظيف مراسي التعلم الإلكتروني في تدريس مقرر تقييم تربوي لتنمية مستويات عمق المعرفة وجدارات التقويم وتوكيد الذات المهنية للطالب المعلم بكلية الاقتصاد المنزلي. **المجلة التربوية**: جامعة سوهاج - كلية التربية، ج٨٢، ٣١٣-٤٠٦ .

أشرف حسين. (٢٠١٩). أثر تدريس العلوم باستخدام مدخل حل المشكلات مفتوحة النهاية على التحصيل وتنمية عمق المعرفة العلمية لدى طلاب الصف الأول المتوسط. **المجلة المصرية للتربية العلمية**،مج ٢٢، ع٧، ١-٣٢.

إيهاب محمد. (٢٠١٩). وحدة مقترحة في الرياضيات قائمة على المنطق الفازي "Fuzzy Logic" لتنمية مستويات عمق المعرفة ومهارات اتخاذ القرار لدى طلاب المرحلة الجامعية . **مجلة تربويات الرياضيات: الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات**، مج٢٢،ع١١، ٦-٤٨.

جمال الزعانين. (٢٠٢٠). أثر استراتيجية البناء الدائري في تدريس وحدة الحركة الموجية والصوت على مستويات العمق المعرفي لتحصيل العلوم، وتفسير الأحداث والظواهر العلمية، لتلاميذ الصف الثامن بمحافظات غزة . **المجلة التربوية**: جامعة الكويت - مجلس النشر العلمي، مج٣٤، ع١٣٦ ، ٢٨١ – ٣٢٠.

حلمي الفيل. (٢٠١٨). برنامج مقترح لتوظيف أنموذج التعلم القائم على السيناريو SBL في التدريس وتأثيره في تنمية مستويات عمق المعرفة وخفض التجول العقلي لدى طلاب كلية التربية النوعية جامعة الإسكندرية. **مجلة كلية التربية**: جامعة المنوفية - كلية التربية، مج٣٣، ع٢ ، ٢-٦٦.

خلف الله محمد، سالم الهاجري، عبدالفتاح مصطفى. (٢٠٢١). فاعلية التعلم الخبراتي في تدريس الرياضيات لتنمية عمق المعرفة الرياضية وتحسين اليقظة العقلية لدى تلاميذ المرحلة الإبتدائية. **مجلة تربويات الرياضيات: الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات**، مج٢٤، ع٤ ، ١٩٦-٢٢٧ .

رضا السعيد.(٢٠١٩). تطوير تدريس الرياضيات باللغة الإنجليزية في المدارس الرسمية للغات باستخدام مداخل التكامل الأكاديمى اللغوى Content and Language Integrated Learning. **مجلة تربويات الرياضيات: الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات**، مج٢٢، ع٦ ، ٦-٣٣.

شيماء حسن. (٢٠١٨). استراتيجية مقترحة في ضوء نظرية فيجوتسكى لتنمية عمق المعرفة الرياضية ومسؤولية تعلم الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية . **مجلة تربويات الرياضيات: الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات**، مج٢١، ع١٠، ١٢٦- ١٧٧.

عاصم عمر.(٢٠١٧). أثر تدريس العلوم باستخدام وحدات التعلم الرقمية في تنمية مستويات عمق المعرفة العلمية والثقة بالقدرة على تعلم العلوم لدى طلاب الصف الثاني المتوسط .**المجلة التربوية: جامعة الكويت - مجلس النشر العلمي**، مج٣٢،ع١٢٥، ٩٩-١٤٥.

فتحي جروان.(٢٠٠٨). **تعليم التفكير- مفاهيم وتطبيقات**، ط٣، عمان: دار الفكر.

كريمة محمد. (٢٠٢٠). استخدام نموذج نيدهام البنائي في تدريس العلوم لتنمية عمق المعرفة العلمية ومهارات التفكير عالي الرتبة لدى تلاميذ المرحلة الإعدادية. **المجلة التربوية**: جامعة سوهاج - كلية التربية، ج٧٦ ، ١٠٤٧ – ١١٢٥

محمد عبد الرحيم. (٢٠٢٠). استخدام التعلم التوليدي لتنمية عمق المعرفة الرياضياتية والثقة بالقدرة على تعلم الرياضيات لدى طلاب المرحلة الإعدادية. **مجلة تربويات الرياضيات: الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات**، مج،٢٣، ع٣ ، ١٣٠-١٧٦.

محمود السيد. (٢٠١٨). فعالية استخدام استراتيجية عظم السمك في تدريس البيولوجي لطلاب الصف الثاني الثانوي في تنمية عمق المعرفة البيولوجية ومهارات التفكير البصري .**المجلة المصرية للتربية العلمية: الجمعية المصرية للتربية العلمية**، مج٢١، ع٩ ، ١٠٩ -١٤٦ .

مروة الباز. (٢٠١٨). فعالية برنامج تدريبي في تعليم STEM لتنمية عمق المعرفة والممارسات التدريسية والتفكير التصميمي لدى معلمي العلوم أثناء الخدمة .*مجلة كلية التربية*. **جامعة أسيوط - كلية التربية**، مج٣٤، ع١٢ ، ١-٥٤.

مريم عبد الملاك. (٢٠٢٠). استخدام استراتيجية الرياضيات الواقعية لتنمية مستويات عمق المعرفة الرياضية وتحسين الرغبة في تعلم الرياضيات لدى طلاب المرحلة الإعدادية . **مجلة جامعة الفيوم للعلوم التربوية والنفسية**. جامعة الفيوم - كلية التربية، ع١٤، ج٣ ، ٤٤٥-٥٠١.

مصطفى عبد الحليم.(٢٠٠٩). **أثر لغة التدريس على الأداء الطلابى في مادة الرياضيات في المرحلة الإعدادية** (رسالة ماجستير غير منشورة). جامعة عين شمس.

مها إسماعيل (٢٠٠٠). **الصعوبات التي تواجه تلاميذ المرحلة الإبتدائية في دراسة مادة الرياضيات باللغة الإنجليزية** (رسالة ماجستير غير منشورة). جامعة عين شمس .

ثانيًا: المراجع غير العربية:

Abedi, J., Courtney, M., Leon, S., Kao, J.,& Azzam, T.(2006). English languge learners and math achievement: a study of opportunity to learn and language accommodation**.** *National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing (CRESST).* 1-88 . ED495848

Abedi,J.&Lord,C.(2001). The language factor in mathematics test. *Applied Measurement in education*,14(3),219-234.

Almassarweh,S.S.(2021). The Extent of Achieving Webb's Depth of Knowledge (DOK) in the United Arab Emirates' Grades 6 - 11 Final Exams' Questions. *Multicultural Education* .7(1).229-241.

Al-Saadi,M.R , Al-Kinani,H.K.(2021). Depth of mathematical knowledge and its relationship to information processing among secondary school students. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education* .12 (13), 5133-5140.

Alt, M., Arizmendi, G. D., & Beal, C. R. (2014). The relationship between mathematics and language: academic implications for children with specific language impairment and English language learners. *Language, speech, and hearing services in schools*, *45*(3), 220–233.https://doi.org/10.1044/2014_LSHSS-13-0003

Aungst, G. (2014). *Using Webb's depth of knowledge to increase rigor*. https://www.edutopia.org/blog/webbs-depth-knowledge-increase-rigor-gerald-aungst

Bear,E.(2016).*Leading for educational equity in a context of accountability: instructional technology methods and depth of knowledge*. (Order No. 10129539). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global(1813725255).https://www.proquest.com/docview/1813725255/fulltextPDF/63A34BE0C5904963PQ/1?accountid=178282

Bennet, D. & Bennet, A. (2008). The depth of knowledge: Surface, shallow or deep? .*Journal of Information and Knowledge Management Systems*, 38(4), 405-420.

Boyles,N.(2016).Pursuing the depth of knowledge. *Educational leadership*,74(2).46-50.

Brock-Utne, B. (2002, January7-9). *The most recent developments concerning the debate on language of instruction in Tanzania(Scientific Article)*. NETREED conference, University of Oslo, Norway. https://www.netreed.uio.no/conferences/papersconf.html

Cho, S., Yang, J., & Mandracchia, M. (2015). Effects of M3 Curriculum on Mathematics and English Proficiency Achievement of Mathematically Promising English Language Learners. *Journal of Advanced Academics*,*26*(2), 112–142.https://doi.org/10.1177/1932202X15577205

Czarnocha, B., & Baker, W. (2018). Assessment of the depth of knowledge acquired during the Aha! moment insight. *Journal of Mathematics Education*, 11(3), 90-104. DOI: 10.5281/zenodo.4456081.

Elezi, E. & Kennedy, K. (2015). A Case Study Examining if Being Bilingual Can Improve One's Math Skills. *Global Education journal*, 2015(3), 28-39.

Essien,A.A.(2011). One Teacher's Dilemma in Mediating Translation From Written to Symbolic Form in a Multilingual Algebra Classroom. *US-China Education Review*, B 4 , 475-481

Fetzer, M., Tiedemann, K. (2018). The Interplay of Language and Objects in the Process of Abstracting. In:J.N. Moschkovich, J., D.Wagner,A. Bose. J.R.Mendes, M.Schütte (Eds.*), Language and Communication in Mathematics Education*, ICME-13 Monographs(pp.91-103). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-319-75055-2_8

Gardia&Ahmed(2016) . the effect of vocabulary Knowledge depth on reading comprehension of Sudanese EFL learners. *Journal of Humanities Sciences*, 17(2).191-199.(MD:755930)

Hartanto, A., Yang, H., & Yang, S. (2018). Bilingualism positively predicts mathematical competence: Evidence from two large-scale studies. *Learning and Individual Differences*, *61*, 216-227.https://doi.org/10.1016/j.lindif.2017.12.007

Hattie, J.A C. (2002). What are the attributes of excellent teachers? *In Teachers make a difference: What is the research evidence?* (pp. 3-26). Wellington: New Zealand Council for Educational Research. http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.537.8575&rep=rep1&type=pdf

Hess,k.(2013).*A Guide for Using webb's Depth of Knowledge with Common Core State Standards, The Common Core Institute*. https://www.flvs.net/docs/default-source/default/attachment-2---depth-of-knowledge-guidelines.pdf?sfvrsn=0

Hess,K.,K., Jones,B.,S., Carlock,D.,& Walkup,J.R.(2009). *Cognitive Rigor: Blending the Strengths of Bloom's Taxonomy and Webb's Depth of Knowledge to Enhance Classroom-level Processes*. https://eric.ed.gov/?id=ED517804

Hess. K. (2010). *Applying Webb's Depth-of-Knowledge (DOK) Levels in Science* https://www.nciea.org/publications/DOKscience_KH11.pdf

Holmes, S. R. (2011). *Teacher preparedness for teaching and assessing depth of knowledge* (Order No. 3455442). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global.(868523326). https://www.proquest.com/dissertations-theses/teacher-preparedness-teaching-assessing-depth/docview/868523326/se-2?accountid=178282

Holmes,V.L.(2021). Depth of Teachers' Knowledge: Frameworks for Teachers' Knowledge of Mathematics. *Journal of STEM Education* .13(1).55-7https://doi.org/10.1016/j.tate.2018.05.013

Huang,H.(2006).*Breadth and depth of English vocabulary knowledge:which Really Matters in the Academic reading performance of Chinese university students?*(Order No. 24873).Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304931830).https://www.proquest.com/docview/304931830/fulltextPDF/E4F1FBB581054DCFPQ/1?accountid=178282

Jackson, T. H. (2010). *Teacher depth of knowledge as a predicator of student achievement in the middle grades* (Order No. 3420132). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (756909317).https://www.proquest.com/dissertations-theses/teacher-depth-knowledge-as-predicator-student/docview/756909317/se-2?accountid=178282

Litster,K.(2019). *The relationship between small-group discourse and studentenacted levels of cognitive demand when engaging with mathematics tasks at different depth of knowledge levels*. (Order No. 22624236). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global.(2303231684).https://www.proquest.com/docview/2303231684/fulltextPDF/78671E4FDACF4944PQ/1?accountid=178282

Mannucci, P., & Yong, K. (2018). The differential impact of knowledge depth and knowledge breath on creativity over individual careers. *Academy of Management Journal*, 61(5), 1741–1763.

Martínez,J.M.& Dominguez,H.(2018). Navigating mathematics and language tensions in language immersion classrooms. *Teaching and Teacher Education* ,75,1-9

Morgan, C. (2014). Social theory in mathematics education: Guest editorial. *Educational Studies in Mathematics*,87(2), 123–128. https://doi.org/10.1007/s10649-014-9572-0

Moschkovich, J.N. (2007) Bilingual Mathematics Learners: How views of language, bilingual learners, and mathematical communication impact instruction.In N. Nasir and P. Cobb (Eds.), *Diversity, Equity, and Access to Mathematical Ideas*(pp.89-104). New York: Teachers College Press.

Mosqueda,E.(2007).*English proficiency,tracking and the mathematics achievement of latino English learners knowledge* (Order No.

3271696). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global. (304851359).https://www.proquest.com/docview/304851359/fulltextPDF/23CBBFF86D454077PQ/1?accountid=178282

National Council of Teachers of Mathematics, NCTM. (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, Va: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics, NCTM. (2000). *Principle and Standards for School Mathematics*. Reston, Va: NCTM.

National Research Council. (2001). Pellegrino, J., Chudowsky, N., & Glaser, R. (Eds.) *Knowing what students know: The science and design of educational assessment*. Washington, D.C.: Academy Press.

Petit,M. & Hess,K.,K.(2006). *Applying Webb's Depth of Knowledge and NAEP Levels of Complexity in Mathematics***.** https://www.nciea.org/publications/DOKmath_KH08.pdf

Pettit, S. K. (2011). Factors influencing middle school mathematics teachers' Beliefs about ELLs in mainstream classrooms. *Issues in the Undergraduate Mathematics Preparation of School Teachers, 5.*.http://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ962628.pdf

Pithers, R. T. (2000). Critical thinking in education: a review. *Educational Research*, 42(3), 237-249.

Ríordáin, M. N., & O'Donoghue, J. (2009). The Relationship between Performance on Mathematical Word Problems and Language Proficiency for Students Learning through the Medium of Irish. *Educational Studies in Mathematics, 71*(1), 43–64. http://www.jstor.org/stable/40284584

Schleppegrell,M.J.(2010).Language in Mathematics teaching and learning a research review.Languge and Mthematics education.In Moschkovich, J.N.(Eds.), *Language and Mathematics Education: Multiple perspectives and directions for research*.(pp.73-112).Information Age Publishing, Greenwich.

Schütte,M.(2018). Subject-Specific Academic Language Versus Mathematical Discourse.In J.N.Moschkovich et al.(Eds.),*Language and communication in mathematics education: International Perspectives*,ICME-13 Monographs (pp.25-36).Hamburg,Germany.

https://doi.org/10.1007/978-3-319-75055-2_7

Smith, O.S. (2017). The Influence of Language on the Teaching and Learning of Mathematics (Unpublished Doctoral Dissertation). *Walden University.* https://scholarworks.waldenu.edu/dissertations/4682

Solano-Flores,G.,Barnett-Clarke,C.,& Kachchaf, R. R.(2013). Semiotic Structure and Meaning Making:The Performance of English Language Learners on Mathematics Tests. *Educational Assessment*, 18,147–161. DOI: 10.1080/10627197.2013.814515

Swelyn, D. (2007). Highly quantified teachers: NCLB and teacher education. *Journal of Teacher Education*, 58(2), 124-137.

Taylor,k.(2021). *Online professional development and teacher capacity to incorporate English language arts assignments based on levels 3 and 4 of webb's depth of knowledge framework*. (Order No. 28717898). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global (2587187701). https://www.proquest.com/docview/2587187701/fulltextPDF/9FDFE1A9CF4648AAPQ/1?accountid=178282

Thomas,Jonathan.(2017).Noticing and knowledge: Exploring Theoretical Connections between professional Noticing and Mathematical Knowledge for Teaching , *The Mathematics Educator*, 26(2),3-25.

Tshabalala, L., Clarkson, P. (2016). Mathematics Teacher's Language Practices in a Grade 4 Multilingual Class. In: Halai, A., Clarkson, P. (Eds), *Teaching and Learning Mathematics in Multilingual Classrooms*(pp.211-225).Sense Publishers, Rotterdam. https://doi.org/10.1007/978-94-6300-229-5_14

Viator,C.(2010). *A Critical analysis of the implementation of depth of knowledge and preliminary findings its regarding its effectiveness in language arts achievement* . (Order No. 3416312). Available from ProQuest Dissertations & Theses Global (742477606). https://www.proquest.com/docview/742477606/fulltextPDF/3F8A4D72F84E4BACPQ/1?accountid=178282

Webb, N. (1997). Criteria for alignment of expectations and assessments on mathematics and science education. Research monograph number 6.Washington, D.C.: CCSSO

Webb, N. (2002). *Depth-of-knowledge levels for four content area.* http://ossucurr.pbworks.com/w/file/fetch/49691156/Norm%20web%20dok%20by%20subject%20area.pdf

Webb, N. (2007). Issues related to judging the alignment of curriculum standards and assessments. *Applied Measurement in Education*, 20(1), 7-25. 123

Webb, N.L. (1999). *Alignment of Science and Mathematics Standards and Assessments in Four States. Research Monograph No. 18.* Washington, D.C.: CCSSO.

Webb. N. L. (2009). Webb's Depth of Knowledge Guide Career and Technical Education Definitions. http://www.aps.edu/re/documents/resources/Webbs_DO K_Guide.pdf.

Willey, C.J. (2013). *A Case Study of Two Teachers Attempting to Create Active Mathematics Discourse Communities with Latinos***.** *(*Order No. *3573341).* Available from ProQuest Dissertations & Theses Global (1434868647).

Yi Han,Y. & Ginsburg,H.P.(2001). Chinese and English Mathematics Language: The Relation Between Linguistic Clarity and Mathematics Performance. *Mathematical Thinking and Learning*. 3(2-3).201-220.https://doi.org/10.1080/10986065.2001.9679973

Zhang, D., & Yang, X. (2016). Chinese L2 Learners' Depth of Vocabulary Knowledge and Its Role in Reading Comprehension. *Foreign Language Annals, 49*, 699-715.