التنبؤ باحتمالات الوفاة المستقبلية باستخدام طريقة التسلسل السلمي (Chain-Ladder)

إعداد

د. جيهان مسعد المعداوي

أستاذ مساعد بقسم الإحصاء التطبيقي والتأمين

كلية التجارة ـ جامعة المنصورة

gehanelmadawy2020@gmail.com

د. هاني عبد الحكيم صالح

مدرس بقسم الإحصاء التطبيقي والتأمين

كلية التجارة ـ جامعة المنصورة

hanyhakeem2000@gmail.com

د. محمد مسعد المعداوي

مدرس بقسم الاحصاء والتأمين

كلية التجارة ـ جامعة الزقازيق

moh_elmadawye@yahoo.com

المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية

كلية التجارة – جامعة دمياط

المجلد الرابع ـ العدد الثاني – الجزء الرابع ـ يوليو 2023

التوثيق المقترح وفقاً لنظام APA:

المعداوي، جيهان مسعد؛ **صالح**، هاني عبد الحكيم؛ **المعداوي**، محمد مسعد (2023). التنبؤ باحتمالات الوفاة المستقبلية باستخدام طريقة التسلسل السلمي (Chain-Ladder). **المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية**، كلية التجارة، جامعة دمياط، 4(2)4، 463-479.

رابط المجلة: https://cfdj.journals.ekb.eg/

التنبؤ باحتمالات الوفاة المستقبلية باستخدام طريقة التسلسل السلمي (Chain-Ladder)

د. جيهان مسعد المعداوي؛ د. هاني عبد الحكيم صالح؛ د. محمد مسعد المعداوي

ملخص البحث:

يهدف هذا البحث إلى التنبؤ باحتمالات الوفاة بطريقة اكثر دقة من النماذج الشائعة في تأمينات الحياة، وذلك باستخدام طريقة التسلسل السلمي (Chain-Ladder) المستخدمة على نطاق واسع في التأمينات العامة في تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية في مجال تأمينات الحياة للتنبؤ باحتمالات الوفاة المستقبلية، وتعد دراسة معدلات واحتمالات الوفاة موضع اهتمام الكثيرين في مجال صناعة التأمين على الحياة، لأن التنبؤ الفعال بمعدلات واحتمالات الوفاة يساعد شركات التأمين على الحياة والحكومات على إدارة مخاطر الوفيات ومخاطر طول العمر بشكل أفضل. ومن أهم النتائج التي توصلت إليها الدراسة امكانية استخدام النموذج المقترح في التنبؤ باحتمالات الوفاة لفئة عمرية وفى فترة زمنية معينة تصل إلى تسع أو عشر سنوات، ومن ثم استخدامها في التنبؤ باحتمالات الوفاة لنفس المجموعة العمرية لفترات زمنية مستقبلية أخرى. ولذلك يعد استخدام طريقة التسلسل السلمي منهجاً جديداً فى طرق الإحصاء السكاني للتنبؤ باحتمالات الوفاة أو معدلات الوفاة المركزية. وتوصى الدراسة بإمكانية تطبيق طريقة التسلسل السلمي (Chain-Ladder) في تأمينات الحياة للتنبؤ باحتمالات الوفاة أو معدلات الوفاة المركزية سواء لإجمالي السكان أو للذكور أو للإناث، بالإضافة إلى ضرورة توافر جداول حياة مصرية لجميع الأعمار ولسنوات متتالية لاستخدامها فى التنبؤ باحتمالات الوفاة أو معدلات الوفاة المركزية في المستقبل.

الكلمات المفتاحية: طريقة التسلسل السلمي (Chain-Ladder) - تأمينات الحياة- احتمالات الوفاة.

مقدمة:

تعد طريقة التسلسل السلمي (Chain-Ladder) (C-L) هو الأسلوب الأكثر استخداما في تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية (المطالبات غير المسددة، بما في ذلك المطالبات التي وقعت ولم يتم الإبلاغ عنها، incurred but not reported (IBNR)) في تأمين الممتلكات والمسئولية. وفي هذا البحث، يتم استخدام طريقة التسلسل السلمي في تأمينات الحياة للتنبؤ باحتمالات الوفاة المستقبلية (Seyeon Kim, 2021).

وقد تناول (على الديب، 2001) تقييم طريقة التسلسل السلمي المتبعة في السوق المصري لتقدير مخصصات الخسارة. وفى دراسة (جيهان المعداوي، 2010) استخدمت مجموعة من الطرق الرياضية التي تعتمد على أسلوب (run-off triangle) التى تعتمد عليها طريقة التسلسل السلمي لتقدير مخصص الخسارة ومقارنة هذه الطرق من خلال مقارنة الخسائر التراكمية النهائية من أجل التوصل إلى أفضل تقدير (predictors). وفى دراسة (جيهان المعداوي، 2015) استخدمت طريقة Panning في تقدير مخصص الخسارة. وفى دراسة (البلقيني وآخرون، 2016) تم استخدام نموذج بييز الهرمى غير الخطى في تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية. وفى دراسة (جيهان المعداوي، محمد المعداوي، 2020) استخدمت نموذج التسلسل السلمي وفقًا لتوزيع بواسون ذي التشتت الزائد في تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية.

وتناولت دراسة (Nuraini Ngataman, *et al*., 2016) استخدام نموذج (Lee-Carter) للتنبؤ بمعدلات الوفيات لسكان ماليزيا. وفى دراسة (جيهان المعداوي، 2019) استخدام طريقة (Whittaker-Henderson) لتسوية معدلات الوفاة الخام. وتم استخدام أسلوب الاستكمال الخطى لإيجاد معدلات الوفاة المركزية (m_x) لكل عمر من الأعمار المفردة من معدلات الوفيات الخام للفئات العمرية (nMx). وفى دراسة (Safitri, *et al*., 2023) تم استخدام نموذج (Cairns-Blake-Dowd) للتنبؤ بمعدلات الوفيات في إندونيسيا. وفى دراسة (Zili, *et al*., 2023) تم استخدام نموذج (Lee-Carter) لحساب معدل الوفيات، ثم توقع معدلات الوفيات المستقبلية باستخدام طريقة ARIMA.

وفى دراسة (Li Yang, 2019) تم مناقشة نقاط القوة والضعف لنموذج (Lee-Carter) حيث أوضح أن النموذج يتميز بعدد من المزايا، من بينها بساطته وقلة معلماته ويمكن تفسيرها بسهولة. ومع ذلك، هناك أوجه قصور في هذا النموذج، حيث افترض النموذج أن الأخطاء متجانسة، وذلك يمثل أمراً غير واقعياً تمامًا لأن التباين في لوغاريتم وطأة الوفيات المشاهدة يكون أكبر بكثير فى الأعمار الأكبر سناً عن الأعمار الأصغر سناً، علاوة على ذلك، افترض أن حساسية لوغاريتم معدلات الوفيات المسجلة فى كل عمر (β_t) تظل ثابتة (Brouhns, *et al*., 2002). في حين أن Booth, *et al*., 2002) أثبت أنه من المرجح جداً وجود تفاعل بين العمر والوقت فى البيانات الإسترالية. بالإضافة إلى ذلك، أوضح (Renshaw & Haberman, 2006) أن دمج تأثيرات التفاعل بين العمر والوقت يحسن أداء النموذج.

باستعراض الدراسات السابقة، وجد أن بعض الدراسات قد استخدمت طريقة التسلسل السلمي لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية فى فرع التأمينات العامة، ولكن لم تتطرق تلك الدراسات إلى استخدام طريقة التسلسل السلمي فى مجال تأمينات الحياة للتنبؤ باحتمالات الوفاة المستقبلية.

كما وجد أن بعض الدراسات قد استخدمت طريقة (Lee-Carter, Cairns-Blake-Dowd) للتنبؤ بمعدلات الوفاة لأهميتها، خاصة بالنسبة لصناديق التقاعد وشركات التأمين على الحياة.

وفى هذه الدراسة سوف يتم تطبيق طريقة التسلسل السلمي (Chain-Ladder) للتنبؤ بمعدلات الوفاة أو احتمالات الوفاة المستقبلية بالاعتماد على الخبرة الماضية.

وتتمثل مشكلة البحث في أن نموذج Lee-Carter (LC) و Cairns-Blake-Dowd (CBD) أكثر نموذجين للتنبؤ بالوفيات في الأدبيات الاكتوارية، وبالرغم من سهولة تطبيقهما إلا أن أدائهم التنبؤي ليس جيدًا لأنه لا يمكنهم إلا التنبؤ فقط بالاتجاهات المستقبلية على أنها اتجاهات خطية (صاعدة أو هابطة)، ولكن أحياناً لا يمكنه تحديد الاتجاه. لذلك، كان من الضروري البحث عن نموذج آخر للتنبؤ بمعدلات الوفيات بشكل أفضل.

ويهدف هذا البحث إلى التنبؤ باحتمالات الوفاة بطريقة أكثر دقة من النماذج الشائعة في تأمينات الحياة، وذلك باستخدام طريقة التسلسل السلمي (Chain-Ladder) المستخدمة على نطاق واسع في التأمينات العامة في تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية في مجال تأمينات الحياة للتنبؤ باحتمالات الوفاة المستقبلية.

وترجع أهمية البحث في أن دراسة معدلات واحتمالات الوفاة تعد موضع اهتمام الكثيرين في مجال صناعة التأمين على الحياة، لأن التنبؤ الفعال بمعدلات واحتمالات الوفاة يساعد شركات التأمين على الحياة والحكومات على إدارة مخاطر الوفيات ومخاطر طول العمر بشكل أفضل، لأن احتمال الوفاة يعد المكون الرئيسي لتسعير منتجات التأمين على الحياة والأقساط السنوية التى تقدمها شركات التأمين على الحياة وتأمين الضمان الاجتماعي الذي تقدمه الحكومات.

وهناك طرق عديدة ومختلفة لاستنباط افتراضات المستقبل حول معدلات واحتمالات الوفاة ولكن العامل المشترك بين هذه الطرق هو اعتمادها بشكل كبير على التعرف على التطور التاريخي لمعدلات أو احتمالات الوفاة خلال فترة زمنية سابقة. ولذلك سوف يتم استخدام إحدى الطرق المتبعة في التأمينات العامة لتقدير معدلات أو احتمالات الوفاة.

وستعتمد الدراسة التطبيقية في هذا البحث على بيانات عن احتمالات الوفاة لإجمالي السكان في الفئة العمرية من (34:25) وفى الفترة من (2005- 2014) المستخرجة من جدول الحياة الأمريكي.

(CDC/NCHS, National Vital Statistics System, Mortality- National Vital Statistics Reports)

وسيتم مناقشة النموذج المقترح على النحو التالي:

أولاً: طريقة التسلسل السلمي (Chain-Ladder or Loss Development Triangle Method):

تعد طريقة التسلسل السلمي أهم النماذج الشائعة لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية في التأمينات العامة، (Alessandro *et al*., 2020, Markus *et al*., 2020, Hindley and David, 2017, Werner Hürlimann, 2015, Chao xiong (Michelle) Xia, 2007, Edward W. Frees, 2010). حيث تفترض نسبة تطور ثابتة (λ_j) للخسائر التراكمية لسنتين تطور متتاليتين (أي من سنة التطور (j-1) إلى (j)) بالنسبة لمثلث الخسائر السنوية (Pi,j) خلال سنوات الحادث (n) المتتالية، حيث أن:

$$(i = 1,\ldots\ldots, n;\ j = 1,\ldots\ldots, n-i+1)$$

ولتطبيق طريقة (chain-ladder) نحتاج إلى مثلث الخسائر التراكمية. وفى مثلث الخسارة يتم إدراج بيانات الخسارة من خلال سنة الحادث وسنة التطور. وتشير سنة الحادث إلى السنة التي وقع فيها الحادث، بينما سنة التطور عبارة عن عدد السنوات بين سنة الحادث والسنة التي قامت فيها شركة التأمين بسداد الخسارة (Fia Fridayanti Adam, 2018, Zhongxian Han, Wu-Chyuan Gau ,2008). ويتم وضع الخسارة السنوية وفقاً لسنة الحادث وسنة التطور على النحو الموضح في جدول رقم (1).

جدول رقم (1): يوضح مثلث الخسارة السنوية.

	Development year (j) (سنة التطور)						
Accident year (i) (سنة الحادث)		1	2	...	...	n-1	n
	1	P_{11}	P_{12}	...	...	$P_{1,n-1}$	$P_{1,n}$
	2	P_{21}	P_{22}	...	...	$P_{2,n-1}$	
	...	...	...	...	...		
	...	...	...	...			
	n-1	$P_{n-1,1}$	$P_{n-1,2}$				
	n	$P_{n,1}$					

وللحصول على مثلث الخسائر التراكمية المقابلة تستخدم الصيغة التالية:

$$\sum_{k=1}^{j} P_{i,k} = C\ i, j \qquad (1)$$

$$(i = 1,\ldots\ldots, n;\ j = 1,\ldots\ldots, n-i+1)$$

(Fia Fridayanti Adam, 2018, Zhongxian Han & Wu- Chyuan Gau ,2008)

ويوضح جدول رقم (2) مثلث الخسارة التراكمية وفقاً لسنة الحادث وسنة التطور على النحو التالي:

جدول رقم (2): يوضح مثلث الخسارة التراكمية.

	Development year (j) (سنة التطور)						
Accident year (i) (سنة الحادث)		1	2	...	...	n-1	n
	1	C_{11}	C_{12}	...	...	$C_{1,n-1}$	$C_{1,n}$
	2	C_{21}	C_{22}	...	...	$C_{2,n-1}$	
	...	...	...	...	...		
	...	...	...	...			
	n-1	$C_{n-1,1}$	$C_{n-1,2}$				
	n	$C_{n,1}$					

ويمكن تقدير نسبة التطور لكل سنة تطور بالاعتماد على بيانات مثلث الخسارة التراكمية. (Verrall, R. J.,1989)

حيث أن:

$$\hat{\lambda}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n-j+1} C_{i,j}}{\sum_{i=1}^{n-j+1} C_{i,j-1}} \quad , \quad (j = 2, \ldots\ldots, n) \quad (2)$$

(Verrall, 1994; Zhongxian Han & Wu- Chyuan Gau, 2008; Hindley, 2017; Fia Fridayanti Adam, 2018).

بتقدير نسب الخسارة ($\hat{\lambda}_j$ $(j = 2, \ldots\ldots\ldots, n)$)، فإن الخسارة للسنوات المستقبلية يمكن الحصول عليها باستخدام بيانات الخسارة الماضية باستخدام أى من المعادلتين التاليتين :

$$\hat{C}_{i,n-i+2} = C_{i,n-i+1} \times \hat{\lambda}_{n-i+2} \quad , (i = 1, \ldots\ldots, n) \quad (3)$$

أو

$$\hat{c}_{i,j} = \hat{C}_{i,j-1} \times \hat{\lambda}_j \quad , (i = 1, \ldots\ldots, n;\ j = n-i+3, \ldots\ldots, n) \quad (4)$$

ثانياً: النموذج المقترح:

استخدام طريقة التسلسل السلمي فى تأمينات الحياة للتنبؤ بمعدلات الوفاة:

يتم تطبيق طريقة التسلسل السلمي (Chain-Ladder) المتبعة في التأمينات العامة على نطاق واسع في تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية في تأمينات الحياة للتنبؤ باحتمالات الوفاة وذلك بالاعتماد على مجموعة من الأفراد في الفئة العمرية (من 25 إلى 34 سنة) وفى الفترة (من 2005 إلى 2014)، (Seyeon Kim, 2021)، وبالاعتماد على احتمالات الوفاة المستخرجة من جدول الحياة الأمريكي.

(Source: CDC/NCHS, National Vital Statistics System, Mortality), (National Vital Statistics Reports).

بافتراض الأشخاص الذين يبلغون من العمر 25 عامًا في عام 2005 ، والأشخاص الذين تتراوح أعمارهم بين (k + 25) في عام (k+ 2005)، حيث أن: ..... K = 1, 2, 3, ، في نفس المجموعة العمرية، وذلك بوضع احتمالات الوفاة في صورة مثلث (Run-off)، وموضح ذلك في الجدول رقم (3):

جدول رقم (3): يوضح احتمالات الوفاة في صورة مثلث (Run-off):

Age	Year (t)									
(x)	0(2005)	1(2006)	2(2007)	3(2008)	4(2009)	5(2010)	6(2011)	7(2012)	8(2013)	9(2014)
0(25)	q_{00}	q_{01}	q_{02}	q_{03}	q_{04}	q_{05}	q_{06}	q_{07}	q_{08}	q_{09}
1(26)	q_{10}	q_{11}	q_{12}	q_{13}	q_{14}	q_{15}	q_{16}	q_{17}	q_{18}	q_{19}
2(27)	q_{20}	q_{21}	q_{22}	q_{23}	q_{24}	q_{25}	q_{26}	q_{27}	q_{28}	q_{29}
3(28)	q_{30}	q_{31}	q_{32}	q_{33}	q_{34}	q_{35}	q_{36}	q_{37}	q_{38}	q_{39}
4(29)	q_{40}	q_{41}	q_{42}	q_{43}	q_{44}	q_{45}	q_{46}	q_{47}	q_{48}	q_{49}
5(30)	q_{50}	q_{51}	q_{52}	q_{53}	q_{54}	q_{55}	q_{56}	q_{57}	q_{58}	q_{59}
6(31)	q_{60}	q_{61}	q_{62}	q_{63}	q_{64}	q_{65}	q_{66}	q_{67}	q_{68}	q_{69}
7(32)	q_{70}	q_{71}	q_{72}	q_{73}	q_{74}	q_{75}	q_{76}	q_{77}	q_{78}	q_{79}
8(33)	q_{80}	q_{81}	q_{82}	q_{83}	q_{84}	q_{85}	q_{86}	q_{87}	q_{88}	q_{89}
9(34)	q_{90}	q_{91}	q_{92}	q_{93}	q_{94}	q_{95}	q_{96}	q_{97}	q_{98}	q_{99}

ملاحظات على جدول رقم (3): بالنسبة للصف الأول: الخلية الأولى تمثل من كان عمره 25 سنة في عام 2005 وتوفى في نفس العام 2005، والخلية الثانية تمثل من كان عمره 25 سنة في عام 2005 وتوفى في عام 2006 أي توفى بعد بلوغه العمر 26عامًا، والخلية الأخيرة تمثل من كان عمره 25 سنة في عام 2005 وتوفى بعد تسع سنوات، أي توفى في عام 2014 (أي توفى بعد بلوغه العمر34 سنة)، ..... وهكذا باقي الخلايا بنفس النمط.

ويتم استخدام الجزء العلوي من مثلث (Run-off) في الجدول رقم (3)، للتنبؤ باحتمالات الوفاة لمدة تسع سنوات قادمة، وذلك بإعادة ترتيب احتمالات الوفاة من خلال جعل الأقطار الرئيسية من بداية الخلية الأولى في الصف الأول لأعمدة على التوالي على النحو الموضح في الجدول رقم (4):

جدول رقم (4): يوضح إعادة ترتيب احتمالات الوفاة على الصورة التالية:

Age	Cohort group (k)									
(x)	0(2005)	1(2006)	2(2007)	3(2008)	4(2009)	5(2010)	6(2011)	7(2012)	8(2013)	9(2014)
0(25)	q_{00}	q_{01}	q_{02}	q_{03}	q_{04}	q_{05}	q_{06}	q_{07}	q_{08}	q_{09}
1(26)	q_{11}	q_{12}	q_{13}	q_{14}	q_{15}	q_{16}	q_{17}	q_{18}	q_{19}	q_{110}
2(27)	q_{22}	q_{23}	q_{24}	q_{25}	q_{26}	q_{27}	q_{28}	q_{29}	q_{210}	q_{211}
3(28)	q_{33}	q_{34}	q_{35}	q_{36}	q_{37}	q_{38}	q_{39}	q_{310}	q_{311}	q_{312}
4(29)	q_{44}	q_{45}	q_{46}	q_{47}	q_{48}	q_{49}	q_{410}	q_{411}	q_{412}	q_{413}
5(30)	q_{55}	q_{56}	q_{57}	q_{58}	q_{59}	q_{510}	q_{511}	q_{512}	q_{513}	q_{514}
6(31)	q_{66}	q_{67}	q_{68}	q_{69}	q_{610}	q_{611}	q_{612}	q_{613}	q_{614}	q_{615}
7(32)	q_{77}	q_{78}	q_{79}	q_{710}	q_{711}	q_{712}	q_{713}	q_{714}	q_{715}	q_{716}
8(33)	q_{88}	q_{89}	q_{810}	q_{811}	q_{812}	q_{813}	q_{814}	q_{815}	q_{816}	q_{817}
9(34)	q_{99}	q_{910}	q_{911}	q_{912}	q_{913}	q_{914}	q_{915}	q_{916}	q_{917}	q_{918}

ملاحظات على جدول رقم (4): بالنسبة للعمود الأول: تمثل الخلية الأولى من كان عمره 25 سنة في عام 2005 وتوفى في نفس العام (2005)، وتمثل الخلية الثانية من كان عمره 26 سنة في عام 2005 وتوفى في عام 2006 (أي توفى بعد بلوغه العمر 27 سنة)، وتمثل الخلية الأخيرة من كان عمره 34 سنة في عام 2005 وتوفى في عام 2014 (أي توفى بعد تسع سنوات أي بعد بلوغه العمر 43 سنة)، .... وهكذا بنفس النمط باقي الأعمدة.

وباستخدام طريقة التسلسل السلمي يتم التنبؤ باحتمالات الوفاة في الجزء السفلى من مثلث (Run-off) في جدول رقم (4)، وبعد إيجاد هذه القيم التي تم التنبؤ بها يتم أخذ القطر الرئيسي بدأ من آخر خلية في الصف الأول إلى أخر خلية في العمود الأول وجعلها العمود الأول في الجدول الجديد ثم باقي الأقطار التي تقع أسفل القطر الرئيسي لتكوين باقي الأعمدة، وذلك على الصورة الواردة في جدول (5) للتنبؤ باحتمالات الوفاة خلال التسع سنوات المستقبلية من (2023:2015) أي من (t = 10, 11, 18) ، . . . ، وتكون القيم المتنبأ بها في أعلى مثلث (Run-off).

جدول رقم (5): يوضح احتمالات الوفاة المتنبأ بها من (2015 إلى 2023):

Age	Year (t)									
(x)	9(2014)	10(2015)	11(2016)	12(2017)	13(2018)	14(2019)	15(2020)	16(2021)	17(2022)	18(2023)
0(25)	q_{09}									
1(26)	q_{19}	q_{110}								
2(27)	q_{29}	q_{210}	q_{211}							
3(28)	q_{39}	q_{310}	q_{311}	q_{312}						
4(29)	q_{49}	q_{410}	q_{411}	q_{412}	q_{413}					
5(30)	q_{59}	q_{510}	q_{511}	q_{512}	q_{513}	q_{514}				
6(31)	q_{69}	q_{610}	q_{611}	q_{612}	q_{613}	q_{614}	q_{615}			
7(32)	q_{79}	q_{710}	q_{711}	q_{712}	q_{713}	q_{714}	q_{715}	q_{716}		
8(33)	q_{89}	q_{810}	q_{811}	q_{812}	q_{813}	q_{814}	q_{815}	q_{816}	q_{817}	
9(34)	q_{99}	q_{910}	q_{911}	q_{912}	q_{913}	q_{914}	q_{915}	q_{916}	q_{917}	q_{918}

الدراسة التطبيقية للنموذج المقترح:

يتم تطبيق النموذج المقترح وهو طريقة التسلسل السلمي (Chain-Ladder) على مجموعة من الأفراد في الفئة العمرية (من 25 إلى 34 سنة) وفى الفترة (من 2005 إلى 2014)، للتنبؤ باحتمالات الوفاة لنفس الفئة العمرية في الفترة من (2023:2015)، وبالاعتماد على احتمالات الوفاة المستخرجة من جدول الحياة الأمريكي لإجمالي السكان لهذه المجموعة العمرية من العمر (25 إلى 34 سنة)، وفى الفترة من (2005 إلى 2014) ، وتم وضع احتمالات الوفاة على شكل مثلث (Run-off)، في جدول رقم (6) وفقاً لجدول رقم (3) الموضح سابقاً.

جدول رقم (6): يوضح احتمالات الوفاة المستخرجة من جدول الحياة الأمريكي على الصورة التالية:

Age (x)	Year (t)									
	0(2005)	1(2006)	2(2007)	3(2008)	4(2009)	5(2010)	6(2011)	7(2012)	8(2013)	9(2014)
0(25)	0.001004	0.001035	0.00101	0.000997	0.00101	0.001029	0.001094	0.001127	0.001184	0.001259
1(26)	0.000993	0.001031	0.001016	0.001015	0.001038	0.001063	0.001132	0.001161	0.001221	0.001318
2(27)	0.000989	0.001036	0.001032	0.00104	0.00107	0.001099	0.001167	0.0012	0.001269	0.001388
3(28)	0.000999	0.00105	0.001055	0.00107	0.001111	0.001137	0.001203	0.001251	0.001331	0.001466
4(29)	0.001021	0.001071	0.001083	0.001109	0.001152	0.00118	0.00125	0.001317	0.001407	0.001549
5(30)	0.001052	0.001098	0.001124	0.001149	0.001202	0.001235	0.001313	0.001394	0.001494	0.001638
6(31)	0.001086	0.001141	0.001165	0.001197	0.001262	0.001302	0.001389	0.00148	0.001591	0.001741
7(32)	0.001138	0.001178	0.001219	0.001255	0.001335	0.001377	0.001476	0.001575	0.0017	0.001862
8(33)	0.001172	0.001233	0.001281	0.001326	0.001421	0.001461	0.001576	0.00168	0.001826	0.001999
9(34)	0.001226	0.001295	0.001355	0.001412	0.001522	0.001557	0.001685	0.001802	0.001971	0.002157

يتم إعادة ترتيب احتمالات الوفاة المستخرجة من جدول الحياة الأمريكي، وذلك بداية من القطر الرئيسي (المتمثل من أول خلية في الصف الأول إلى أخر خلية فى العمود الأخير) يمثل العمود الأول، وبقية الأقطار العلوية تمثل الأعمدة التالية وهكذا لتكوين الجدول رقم (7) ثم التنبؤ بالجزء السفلى من مثلث (Run-off) من خلال طريقة التسلسل السلمي.

جدول رقم (7): يوضح القيم المتنبأ بها في الجزء السفلى من مثلث (Run-off):

Age (x)	Cohort group (k)									
	0(2005)	1(2006)	2(2007)	3(2008)	4(2009)	5(2010)	6(2011)	7(2012)	8(2013)	9(2014)
0(25)	0.001004	0.001035	0.00101	0.000997	0.00101	0.001029	0.001094	0.001127	0.001184	0.001259
1(26)	0.00103	0.001016	0.001015	0.001038	0.001063	0.001132	0.001161	0.001221	0.001318	0.001401
2(27)	0.00103	0.00104	0.00107	0.001099	0.001167	0.0012	0.001269	0.001388	0.001479	0.001572
3(28)	0.00107	0.001111	0.001137	0.001203	0.001251	0.001331	0.001466	0.001554	0.001656	0.001761
4(29)	0.00115	0.00118	0.00125	0.001317	0.001407	0.001549	0.001647	0.001746	0.001861	0.001978
5(30)	0.00123	.001313	0.001394	0.001494	0.001638	0.001733	0.001843	0.001954	0.002082	0.002214
6(31)	0.00138	0.00148	0.001591	0.001741	0.001835	0.001942	0.002065	0.002189	0.002333	0.002481
7(32)	0.001575	0.0017	0.001862	0.001954	0.002060	0.002180	0.002319	0.002458	0.002620	0.002786
8(33)	0.001826	0.001999	0.002090	0.002195	0.002314	0.002448	0.002604	0.002761	0.002942	0.003128
9(34)	0.002157	0.002256	0.002359	0.002477	0.002611	0.002763	0.002939	0.003116	0.003320	0.003531
D.F		1.049496	1.045975	1.049841	1.054281	1.058155	1.063512	1.060159	1.065588	1.063345

❖ D.F : تشير إلى عوامل التطور (Development Factor)

يتم إعادة وضع القيم المتنبأ بها في الجزء السفلى من مثلث (Run-off) في جدول رقم (7) بداية من القطر الرئيسي (المتمثل من أخر خلية في الصف الأول إلى أخر خلية في العمود الأول) حيث تمثل العمود الأول في جدول رقم (8) وبقية الأقطار السفلية تمثل الأعمدة التالية، ثم استخدامها لإيجاد احتمالات الوفاة المستقبلية في الفترة من (2015: 2023) لنفس مجموعة الأفراد في الفئة العمرية من (34:25)، ويمثل هذه القيم المتنبأ بها المثلث العلوي (الأرقام الموضحة باللون الأسود الغامق).

ملاحظات على جدول رقم (8): الصف الأول حيث توضح الخلية الأولى أن احتمال الوفاة لشخص عمره 25 عام (في عام 2005) بعد 9 سنوات (أي بعد بلوغه العمر34 سنة في 2014) يساوى 0.001259 ، وتوضح الخلية الثانية أن احتمال وفاته بعد 10سنوات (أي بعد بلوغه العمر35 سنة في 2015) يساوى 0.001329 وتوضح الخلية الأخيرة أن احتمال وفاته بعد 18سنة (أي بعد بلوغه العمر43 سنة في 2023) يساوى 0.002141 ، أما الصف الأخير فإن الخلية الأولى توضح أن احتمال الوفاة لشخص عمره 34 عام (فى عام 2005) بعد 9 سنوات (أي بعد بلوغه العمر43 سنة فى 2014) يساوى 0.002157 ، وتوضح الخلية الأخيرة احتمال الوفاة لشخص عمره 34 عام (في عام 2005) بعد 18سنة (أي بعد بلوغه العمر52 سنة في عام 2023) يساوى 0.003531، ..... وهكذا.

جدول رقم (8): يوضح احتمالات الوفاة المستقبلية في الفترة من (2015: 2023):

Age (x)	Year (t)									
	9 (2014)	10(2015)	11(2016)	12(2017)	13(2018)	14(2019)	15(2020)	16(2021)	17(2022)	18(2023)
0(25)	0.001259	**0.001329**	**0.001404**	**0.001486**	**0.001576**	**0.001674**	**0.00178**	**0.001892**	**0.002014**	**0.002141**
1(26)	0.001318	0.001401	**0.001481**	**0.001568**	**0.001663**	**0.001766**	**0.001877**	**0.001996**	**0.002124**	**0.002259**
2(27)	0.001388	0.001479	0.001572	**0.001655**	**0.001766**	**0.001875**	**0.001994**	**0.002119**	**0.002256**	**0.002399**
3(28)	0.001466	0.001554	0.001656	0.001761	**0.001868**	**0.001983**	**0.002109**	**0.002241**	**0.002386**	**0.002537**
4(29)	0.001549	0.001647	0.001746	0.001861	0.001978	**0.002102**	**0.002234**	**0.002375**	**0.002528**	**0.002688**
5(30)	0.001638	0.001733	0.001843	0.001954	0.002082	0.002214	**0.002354**	**0.002502**	**0.002664**	**0.002832**
6(31)	0.001741	0.001835	0.001942	0.002065	0.002189	0.002333	0.002481	**0.002638**	**0.002808**	**0.002986**
7(32)	0.001862	0.001954	0.002060	0.002180	0.002319	0.002458	0.002620	0.002786	**0.002966**	**0.003154**
8(33)	0.001999	0.002090	0.002195	0.002314	0.002448	0.002604	0.002761	0.002942	0.003128	**0.003327**
9(34)	0.002157	0.002256	0.002359	0.002477	0.002611	0.002763	0.002939	0.003116	0.003320	0.003531
D.F		1.055215	1.056738	1.058702	1.060521	1.062004	1.063116	1.062964	1.064498	1.063345

❖ D.F :تشير إلى عوامل التطور (Development Factor)

وكانت القيم الفعلية لاحتمالات الوفاة المستخرجة من جدول الحياة الأمريكي لإجمالي السكان في الفترة من (2015-2020) لنفس مجموعة الأفراد في الفئة العمرية من (34:25) على النحو الموضح في جدول رقم (9). أما البيانات الفعلية لاحتمالات الوفاة من سنة 2021 إلى سنة 2023 كانت غير متاحة.

جدول رقم (9): يوضح احتمالات الوفاة الفعلية في الفترة من (2015: 2020):

Age (x)	Year (t)						
	9 (2014)	10(2015)	11(2016)	12(2017)	13(2018)	14(2019)	15(2020)
0(25)	0.001259	0.001408	0.001635	0.001740	0.001809	0.001912	0.002491
1(26)	0.001318	0.001468	0.001701	0.001798	0.001864	0.001990	0.002617
2(27)	0.001388	0.001535	0.001763	0.001860	0.001930	0.002087	0.002760
3(28)	0.001466	0.001608	0.001827	0.001936	0.002020	0.002205	0.002919
4(29)	0.001549	0.001690	0.001907	0.002036	0.002139	0.002344	0.003099
5(30)	0.001638	0.001790	0.002011	0.002160	0.002289	0.002501	0.003304
6(31)	0.001741	0.001909	0.002136	0.002306	0.002462	0.002679	0.003537
7(32)	0.001862	0.002043	0.002280	0.002470	0.002654	0.002877	0.003794
8(33)	0.001999	0.002191	0.002445	0.002647	0.002863	0.003094	0.004076
9(34)	0.002157	0.002360	0.002621	0.002846	0.003091	0.003334	0.004387

ملاحظات على جدول رقم (9): الصـــف الأول: تمثل الخلية الأولى احتمال وفاة شـــخص عمره 25 عام (في عام 2005) بعد 9 سنوات (أي بعد بلوغه العمر34 سنة في 2014) يساوى 0.001259، وتمثل الخلية الثانية احتمال وفاته بعد 10سـنوات (أي بعد بلوغه العمر35 سـنة في 2015) يسـاوى 0.001408، ..... وهكذا. أما العمود الثالث: الخلية الأولى تمثل احتمال وفاة شـخص عمره 25 عام (في عام 2005) بعد 11سنة (أي بعد بلوغه العمر36 سنة في 2016) يساوى 0.001635، وتمثل الخلية الثانية احتمال وفاة شـــخص عمره 26 عام (في عام 2005) بعد 11 ســـنة (أي بعد بلوغه العمر37 سنة في 2016) يساوى 0.001701، ..... وهكذا.

وبمقارنة احتمالات الوفاة في الجدولين رقم (8، 9) نجد أن هناك تقارب بين القيم الفعلية والقيم المقدرة لاحتمالات الوفاة للمجموعة العمرية من (34:25) فى الفترة من (2020:2015).

نتائج الدراسة:

تتمثل أهم النتائج التي توصلت إليها الدراسة فيما يلي:

- استخدام طريقة التسلسل السلمي (Chain-Ladder) المستخدمة في التأمينات العامة في تقدير مخصص التعويضات تحت التسوية فى تأمينات الحياة للتنبؤ باحتمالات الوفاة لفئة عمرية معينة وفى فترة زمنية معينة لمدة قد تصل إلى تسع أو عشر سنوات، وبالتالي يمكن إعادة استخدامها في التنبؤ باحتمالات الوفاة لنفس المجموعة العمرية لفترات زمنية أخرى مستقبلية.
- يمكن التنبؤ باحتمالات الوفاة المستقبلية بالاعتماد على الخبرة الماضية لاحتمالات الوفاة لمجموعة عمرية في فترة معينة.
- يوجد تقارب بين القيم الفعلية والقيم المتنبأ بها لاحتمالات الوفاة للمجموعة العمرية من (34:25) في الفترة من (2020:2015).
- يعد استخدام طريقة التسلسل السلمي منهجاً جديداً في طرق الإحصاء السكاني للتنبؤ باحتمالات الوفاة أو معدلات الوفاة المركزية سواء لإجمالي السكان، للذكور، للإناث.
- يمكن الحصول على معدلات الوفاة المركزية المستقبلية بعد إيجاد احتمالات الوفاة المستقبلية باستخدام العلاقة التالية:

$$q_{x=}\frac{2m_x}{2+m_x}$$

التوصيات:

توصى الدراسة:

1) إمكانية تطبيق طريقة التسلسل السلمي (Chain-Ladder) في تأمينات الحياة للتنبؤ باحتمالات الوفاة أو معدلات الوفاة المركزية سواء لإجمالي السكان أو للذكور أو للإناث.
2) ضرورة توافر جداول حياة مصرية لجميع الأعمار ولسنوات متتالية لاستخدامها فى التنبؤ باحتمالات الوفاة أو معدلات الوفاة المركزية في المستقبل.

المراجع:

أولاً: المراجع العربية:

1) جيهان مسعد المعداوي (2010)، "نموذج مقترح لتقدير مخصصات الخسارة فى التأمينات العامة"، رسالة دكتوراة غير منشورة ، كلية التجارة، جامعة المنصورة.
2) جيهان مسعد المعداوي (2015)، "تقدير مخصص الخسارة فى تأمين الطيران باستخدام طريقة Panning"، المجلة المصرية للدراسات التجارية، كلية التجارة، جامعة المنصورة، المجلد39، العدد1، ص 177-204.
3) جيهان مسعد المعداوي (2019)، "تسوية معدلات الوفاة الخام باستخدام طريقة (Whittaker-Henderson)"، المجلة المصرية للدراسات التجارية، كلية التجارة، جامعة المنصورة، المجلد43، العدد4،الجزء الأول، ص311-341.
4) جيهان مسعد المعداوي، محمد مسعد المعداوي (2020)، "نموذج مقترح لتقدير مخصص التعويضات تحت التسوية"، المجلة العلمية للدراسات والبحوث المالية والتجارية كلية التجارة – جامعة دمياط المجلد الأول - العدد الثاني – الجزء الثاني – يوليو2020، ص 852-882.
5) على السيد عبده الديب (2001)، " تطوير طريقة التسلسل السلمي لتقدير مخصصات الخسارة فى سوق التأمين المصري "، مجلة الدراسات المالية والتجارية، جامعة القاهرة، العدد الثانى، ص 71-121.
6) محمد توفيق البلقيني، جيهان مسعد المعداوي، شيماء محمد محمود الشرباصى (2016)، " نموذج هرمى غير خطى للتنبؤ بقيمة مخصص التعويضات تحت التسوية للتأمينات العامة فى السوق المصرية"، المجلة المصرية للدراسات التجارية، كلية التجارة، جامعة المنصورة، المجلد 40، العدد 4 ، ص 321-331.

ثانياً: المراجع الأجنبية:

1) Alessandro Carrato, Fabio Concina, Markus Gesmann, Dan Murphy, Mario Wu¨thrich and Wayne Zhang (2020): Claims reserving with R: ChainLadder-0.2.11 Package Vignette.
2) Booth, H., Maindonald, J. and Smith, L. (2002): Applying Lee-Carter under conditions of variable mortality decline. Population Studies, 56:3,325-336.
3) Brouhns, N., Denuit, M. and Vermunt, J.K. (2002): A Poissonn log-bilinear regression approach to the construction of projected lifetables. Insurance: Mathematics and Economics, 31, 373-393.
4) CDC/NCHS, National Vital Statistics System, Mortality: 2005-2009.
5) Chaoxiong (Michelle) Xia (2007): A Bayesian Mixture model for Zeros and Negative in Stochastic Reserving, thesis of master degree, University of Calgary, pp. 9-11.
6) Edward W. Frees (2010): Regression Modeling with Actuarial and Financial Applications, Cambridge University Press, www.cambridge.org/9780521760119.
7) Fia Fridayanti Adam (2018): Claim Reserving Estimation by Using the Chain Ladder Method. The 2nd International Conference on Vocational Higher Education (ICVHE) 2017 "The Importance on Advancing Vocational Education to Meet Contemporary Labor Demands", KnE Social Sciences, pages 1192–1204. DOI 10.18502/kss.v3i11.2840

8) Hindley David (2017): Deterministic Reserving Methods: Downloaded from https://www.cambridge.org/core. University of Sussex Library, on 13 Nov 2017 at 20:24:22, subject to the Cambridge Core terms of use, available at https://www.cambridge.org/core/terms. https://doi.org/10.1017/9781139924696.004

9) Li Yang (2019): Strength & Weakness of Lee-Carter Models, Master thesis in Economics & Financial Research track Econometrics, School of Business and Economics, Maastricht University.

10) Markus Gesmann, Dan Murphy, Wayne Zhang, Alessandro Carrato, Mario W¨uthrich, and Fabio Concina (2020): Chain Ladder: Statistical Methods and Models for Claims Reserving in General Insurance, R package version 0.2.11.

11) National Vital Statistics Reports: 2010:2020.

12) Nuraini Ngataman, Rose Irnawaty Ibrahim and Mazlynda Md Yusuf (1750): Forecasting the Mortality Rates of Malaysian Population Using Lee-Carter Method. AIP Conference Proceedings 1750, 020009 (2016); https://doi.org/10.1063/1.4954522

13) Renshaw, A. and Verrall, R. (1998): A Stochastic Model Underlying the Chain-Ladder Technique. British Actuarial Journal, 4, IV, 903-923.

14) Renshaw, A.E., Haberman, S. (2006): A cohort-based extension to the Lee-Carter model for mortality reduction factors. Insurance: Mathematics and Economics, 38, 556-570.

15) Safitri, Y.R., Mardiyatia, S. and M. Malik (2023): Estimation of mortality rate in Indonesia with Lee-Carter model. AIP Conference Proceedings 2023, 020210 (2018); https://doi.org/10.1063/1.5064207

16) Seyeon Kim (2021): Applications of reserving methods for property and casualty insurance in modeling of mortality rates. SIMON FRASER UNIVERSITY.

17) Verrall, R.J. (1989): A state space representation of chain ladder linear model. Journal of institute of Actuaries,116, pp. 589-610.

18) Verrall, R.J. (1994): Statistical Methods for the Chain Ladder Technique, Casualty Actuarial Society Forum, pp. 393-446.

19) Werner Hürlimann (2015): Old and New on some IBNR Methods. ISSN 2320-5407 International Journal of Advanced Research (2015), Volume 3, Issue 3, 384-402. http://www.journalijar.com

20) Zhongxian Han and Wu-Chyuan Gau (2008): Estimation of loss reserves with lognormal development factors. Insurance: Mathematics and Economics, 42, pp. 389-395.

21) Zili, A.H.A., Mardiyati S. and D. Lestari (2023): Forecasting Indonesian Mortality Rates Using the Lee-Carter Model and ARIMA Method, AIP Conference Proceedings 2023, 020212 (2018); https://doi.org/10.1063/1.5064209

Predicting the Probabilities of Future Death Using the Chain-Ladder Method

Dr. Gehan Mosad El-Madawy; Dr. Hany Abdelhakeem Saleh

and Dr. Mohamed Mosad El-Madawye

Abstract:

This research aims to predict the probabilities of mortality in a more accurate way than the common models in life insurance, by using the chain-ladder method which is widely used in general insurance in estimating loss reserves in the field of life insurance to predict the probability of future death. Studying rates and probabilities of death is interesting to many in the life insurance industry; because an effective mortality prediction model is beneficial for life insurers and regulators. It can help life insurance companies and the government to better manage mortality and longevity risks. the most important result of the study is the possibility of using the proposed model in predicting probabilities of death for an age group and in a specific period of time up to nine or ten years, and then using it in predicting the probabilities of death in the same age group in next future periods of time. Therefore, the use of the chain-ladder method is a new approach in demography statistics methods to predict mortality probabilities or central death rates. The study recommends the possibility of applying the chain-ladder method in life insurance to predict the probabilities of death or the central death rates, whether for the total population or males or females, in addition to the necessity of the availability of Egyptian life tables for all ages and for consecutive years to be used in predicting the probabilities of death or central death rates in the future.