التعلم التفاعلـــي للرياضيات من خلال المصـــادر المعززة بالتكنولوجيـــا: مراجعـــــة

Interactive Learning of Mathematics through Technology-Enhanced Resources: A Review

د/ علي عبد الرحيم علي الصعيدي

أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات المساعد

كلية التربية بنين بالقاهرة ـ جامعة الأزهر

dr_alyelseidy@azhar.edu.eg

ملخص: من بين طرق التعلم؛ يبرز التعلم التفاعلي للرياضيات كصيغة تعتمد بالأساس على إشراك Engagement الطلاب في العملية التعليمية. ويأخذ التفاعل أشكالًا عدة؛ فهناك التفاعل بين المعلم والطلاب، والتفاعل بين الطلاب، والتفاعل بين الطلاب والمصادر المعززة بالتكنولوجيا Technology-Enhanced Resources أو التكنولوجيات الإلكترونية التفاعلية. وتهدف هذه المراجعة[١] Review إلى تلخيص الحالة المعرفية الحالية Current state من خلال استعراض الاهتمامات والجهود البحثية ونتائجها والمرتبطة بالتعلم التفاعلي للرياضيات؛ لاسيما التفاعل بين الطلاب والمصادر المعززة بالتكنولوجيا، وتسليط الضوء على الفجوات التي تُعبر عن تضارب أو عدم اتساق بين الدراسات والتطلعات المستقبلية أو القضايا المحتملة للبحث في هذه المنطقة. وقد خلصت المراجعة إلى أن هناك ثراء في الدراسات (حصرته المراجعة في (١١) محور) التي تناولت التعلم التفاعلي للرياضيات من خلال التفاعل بين الطلاب والتكنولوجيات الإلكترونية التفاعلية وكان لمعظمها أثر إيجابي على المتغيرات المعرفية وفوق المعرفية والمهارية لدى الطلاب؛ إلا أن ثمة فجوات ونقاط عدم اتساق عدة، منها؛ نقص دراسة المتغيرات النفسية (كالعبء/الحمل المعرفي والسعة العقلية واليقظة العقلية وأساليب التعلم و ... الخ لدى الطلاب) المصاحبة والمؤثرة على حجم التفاعل ومقياس مشاركة الطلاب مع التكنولوجيات الإلكترونية التفاعلية. وفي ضوء ذلك؛ اقترحت المراجعة بعض القضايا المحتملة للبحث كتطلعات مستقبلية واعدة للبحوث في هذه المنطقة.

الكلمات المفتاحية Keywords: مراجعة A Review، بحث مرجعي Review Article، الرياضيات Mathematics، التعلم التفاعلي Interactive Learning، المصادر المعززة بالتكنولوجيا Technology-Enhanced Resources، التفاعل Interaction، التفاعل بين الطلاب والمصادر المعززة بالتكنولوجيا.

Abstract: Among the Methods of learning; Interactive Learning of mathematics emerges as a format that relies primarily on engaging students in the educational process. Interaction takes many forms; There is the interaction between teacher and students, the interaction between students, and the interaction between students and technology-enhanced resources or interactive electronic technologies. This review aims to summarize the current state of knowledge by reviewing the interests, research efforts, and their results related to interactive learning of mathematics; Especially the interaction between students and technology-enhanced resources, highlighting gaps that express conflicts or inconsistencies between studies and future aspirations or potential issues for research in this area. The review concluded that there is a wealth of studies (which the review limited to (11) topics) that dealt with interactive learning of mathematics through interaction between students and interactive electronic technologies, and most of them had a positive impact on students' cognitive, metacognitive, and skill variables. However, there are several gaps and inconsistencies, including: Lack of study of the psychological variables (such as cognitive load, mental capacity, mindfullness, learning styles, etc. among students) that accompany and affect the volume of interaction and the measure of students' participation with interactive electronic technologies. In light of this; The review suggested some potential issues for research as promising future aspirations for research in this area.

Keywords: A Review, Review Article, Mathematics, Interactive Learning, Technology-Enhanced Resources, Interaction, Interaction between Students and Technology-Enhanced Resources.

[١] اعتمد الباحث على مراجعة الاهتمامات والجهود البحثية في هذه المنطقة اعتبارًا من ٢٠٠٧ م وحتى تاريخه والمنشورة بقاعدة بيانات مركز معلومات مصادر التعليم Education Resources Information Center [ERIC] ودار المنظومة ومجلة تربويات الرياضيات (التابعة للجمعية المصرية لتربويات الرياضيات) وبعض المصادر المتخصصة الأخرى (ن = ٩٥).

مقدمـــة[٢] Introduction:

في سياق التحول نحو البنائية Constructivism وإعطاء المتعلم قدر أكبر من المشاركة والتفاعل؛ برزت نظرية Realistic Mathematics Education [RME] كإحدى النظريات - ذات الصبغة النوعية - المتخصصة في تعليم وتعلم الرياضيات والتي تدور في فلك النظرية البنائية الاجتماعية Social Constructivism، حيث يشير Das (2020) إلى تأثر واضعي النظرية بأفكار Vygotsky؛ رائد البنائية الاجتماعية. وتسمح نظرية RME لمعلم الرياضيات بإدخال المشكلات السياقية الواقعية إلى الفصل الدراسي كخطوة أولية للتعلم، حيث يتم تدريب الطلاب على اكتشاف المفاهيم؛ بالإضافة إلى تشجيع الطلاب على المشاركة بنشاط actively engage في أنشطة التعلم.

وفي سياق التوجه نحو مشاركة المتعلم وتفاعله؛ يؤكد كل من: المجلس القومي الأمريكي لمعلمي الرياضيات National Council for Teachers of Mathematics [NCTM] من خلال وثيقة "مبادئ ومعايير الرياضيات المدرسية Principles and Standards for School Mathematics"، المعايير المحورية المشتركة للرياضيات المدرسية Common Core State Standards for Mathematics[CCSSM] من خلال معايير "الممارسات الرياضياتية Mathematical practices" الثمانية والتي بنيت بالاعتماد على ما ورد بمعايير NCTM بالإضافة إلى خيوط "البراعة أو الكفاءة الرياضياتية Mathematical proficiency"، إطار منظمة الشراكة من أجل مهارات القرن الحادي والعشرين Partnership for 21st century skills[p21]، وأحدث أُطر البرنامج الدولي لتقييم الطلبة Programme for International Student Assessment [PISA] "إطار (PISA, 2022)" على أهمية مشاركة المتعلم وتفاعله أثناء تعلم الرياضيات. (Common Core State Standards Initiative[CCSSI], 2010; National Governors Association Center for Best Practices [NGA] and Council of Chief State School Officers [CCSSO], 2010; National Research Council [NRC], 2001; NCTM, 2000; Organization for Economic Co-operation and Development[OECD], 2018; P21, 2006)

---

[٢] اعتمد الباحث في توثيق المراجع على الإصدار السابع من نظام التوثيق الصادر عن الجمعية الأمريكية لعلم النفس American Psychological Association, 7th Edition[APA 7]

وفي ضوء ما سبق وتأسيسًا عليه؛ برز التعلم التفاعلي Interactive Learning كصيغة تعتمد على مبدأ إشراك الطلاب في العملية التعليمية. وببساطة؛ ينظر إلى التعلم التفاعلي على أنه التعلم الذي يتطلب مشاركة الطلاب، ويمكن أن تأتي هذه المشاركة من خلال مناقشات الفصل والمجموعات الصغيرة وكذلك من خلال استكشاف المواد التعليمية التفاعلية المقدمة لهم في الفصل الدراسي الرقمي. وبهذا؛ فإن التعلم التفاعلي يتطلب من معلم الرياضيات تشجيع طلابه على أن يكونوا أفرادًا نشطين في الفصل، وأن يفكروا ويحللوا أكثر. والمتتبع لأدبيات تربويات الرياضيات والبحوث والدراسات السابقة المنشغلة بالتعلم التفاعلي واستراتيجياته؛ يلحظ أنه لا يوجد تعريف متفق عليه للتعلم التفاعلي في الرياضيات ولكن ثمة اتفاق على أنه يتسم بمشاركة الطالب Engagement ويتمتع بالخصائص والميزات والفوائد التالية: (الطويل وسمعان، ٢٠١١؛ العنزي وآخرون، ٢٠١٧؛ العنزي وآخرون، ٢٠١٨) & (Hakimjon and Jakbaraliyev, 2022; Kaplar et al., 2022; Murat and Yesim, 2007; Nafisa and Shukurona, 2022; Senthamarai, 2018; Zhang et al., 2019)

- الممارسة العملية أو التطبيق العملي؛ فالتعلم التفاعلي يوصف أيضًا بأنه أي طريقة لاكتساب المعرفة من خلال الأنشطة العملية Hands-on activities (كأن يستخدم الطفل اليدويات Manipulatives لتطوير الحس العددي والمكاني Number and spatial sense).
- نشاط المتعلم وإيجابيته؛ إذ يتناقض التعلم التفاعلي مع التعلم السلبي الذي يُنظر إليه على أنه مجرد الاستماع إلى الآخرين أو مراقبتهم.
- إحدى الفوائد الكبيرة لجميع أنواع التعلم التفاعلي هي التأثير الإيجابي على مشاركة الطلاب. حيث أظهرت نتائج الدراسات أن التفاعل مع الأدوات والمصادر المعززة بالتكنولوجيا ؛ يعمل على زيادة التركيز وتقليل أحلام اليقظة.
- اكتساب مهارات العمل ضمن فريق من خلال التفاعل بين الطلاب.
- توافر سياقات لممارسة الحجج الرياضياتية Mathematical arguments.
- الانتباه واليقظة العقلية واستثارة الفضول.
- مشاركة الطلاب في المناقشات الصفية.
- لا يقتصر الأمر في التعلم التفاعلي على تحسن معرفة الطلاب الرياضياتية فحسب، بل ستزداد أيضًا اهتماماتهم وحصيلتهم المعرفية وستنمو لديهم حرية التعبير أيضًا.
- يبني التعلم التفاعلي المستند إلى RME فهمًا رياضياتيًا عميقًا وطويل

الأمد deep, long-term mathematical understanding؛ إذا ما تم البدء من السياقات التي يمكن للطلاب فهمها contexts that students can make sense of.

- يساعد التعلم التفاعلي الطلاب على حل المهام أو المشكلات الرياضياتية التي تتطلب أنماطًا مختلفة من الاستدلال الرياضياتي Solving tasks that require different types of mathematical reasoning

وتتنوع أشكال التفاعل Interaction؛ فهناك التفاعل بين معلم الرياضيات والطلاب، والتفاعل بين الطلاب في مجموعات عمل تعاونية صغيرة (حيث تحقق المهام الرياضياتية التعاونية المُنفذة عبر أساليب؛ مثل: (فكر- زاوج - شارك)، .... الخ قدرًا جيدًا من المشاركة والتفاعل بين الطلاب وبعضهم البعض؛ فمن خلالها يمارس الطلاب عادات عقلية "سلوكيات ذكية Smart behaviors" كالتفكير التبادلي Thinking Interdependently والإصغاء إلى الآخرين بتفهم وتعاطف Listening with Understanding and Empathy بما تتضمنه من عمليات إعادة الصياغة Paraphrasing والاتصال البصري Eye contact و .... الخ)

وفي ظل العصر الرقمي وتوسع أدوار معلم الرياضيات؛ تحولت الأطر الرامية إلى حصر المعرفة التي يحتاجها المعلم المبتدئ /المرشح لممارسة تدريس الرياضيات. فقد ظلت تلك الأطر قاصرة على بُعدي المعرفة بالمحتوى والبيداغوجيا (بما تحويه من معرفة بالتلميذ وطرق التدريس ... الخ) حتي وقت قريب(Shulman, 986) . إلا أنه ومع تنامي التكنولوجيا؛ برز نموذج Technological Pedagogical Content Knowledge [TPACK] الذي يؤطر المعارف في 3 أبعاد: التكنولوجيا T، البيداغوجيا P، المحتوى C إضافة إلى التقاطعات أو التفاعلات المركبة/ المعقدة الحادثة بالطبع بين الأبعاد مثنى مثنى والتفاعل بين المكونات/الأبعاد الثلاثة؛ ليؤكد على أهمية اكتساب أصناف المعرفة السبع (TK, PK, CK, TPK, TCK, PCK, TPCK) وتطوير الأداءات المصاحبة لها (الصعيدي، ٢٠٢٤). وهو ما يوضحه الإطار التالي: (Koehler and Mishra, 2009; Koehler et al., 2013; Koehler et al., 2004; Mishra and Koehler, 2006)

شكل (١)

نموذج TPACK. في (Koehler and Mishra, 2009)

وبناء على نموذج TPACK؛ برز نوع آخر من التفاعل وهو التفاعل بين الطلاب والأدوات والمصادر المعززة بالتكنولوجيا Technology-enhanced resources في الفصل الرقمي (وجها لوجه Face to face أو عن بعد On- line) أو في المنزل.

وتأسيسًا على فلسفة التعلم التفاعلي وفي ضوء ما أسفرت عنه عمليات مسح الجهود البحثية (ن = ٩٥)؛ رأى الباحث أن الاهتمامات البحثية قد تركزت في المحاور التالية:

شكل (٢)

محاورالمراجعة (الاهتمامات البحثية في منطقة التعلم التفاعلي من خلال المصادر المعززة بالتكنولوجيا كما يراها الباحث)

✍ برامج الوسائط المتعددة التفاعلية Interactive Multimedia Software [IMS]:

يتاح للمتعلم التفاعل مع المحتوى الرياضياتي في بيئة تعلم داعمة للتعلم الذاتي Self-study من خلال هذا النوع من البرامج الذي يتألف من النص والصوت والصورة والفيديو ؛ حيث يتم الخلط بينها بشكل متزامن بما لا يقل عن عنصرين في كل شاشة بالبرنامج بالشكل الذي يحقق الفهم الأمثل. وتمتاز الوسائط المتعددة بخصائص عديدة؛ تأتي التفاعلية Interactivity على رأس هذه الخصائص بالإضافة إلى الإتاحة والفردية والتنوع والتكاملية والعالمية (الكونية). (الصعيدي، ٢٠١٣)

وقد حازت برامج الوسائط المتعددة التفاعلية IMS على اهتمام كثير من الباحثين المنشغلين بالتعلم التفاعلي للرياضيات؛ حيث تشير نتائج الجهود البحثية التي أجراها كل من : (الصعيدي، ٢٠١٣؛ محمد، ٢٠٠٨) & (Ananga and Akayuure, 2016; Caetano and Zaro, 2018; Hayati and Amri, 2022; Irmawan et al., 2022; Lutfi et al., 2021; Masduki et al., 2019; Milovanović et al., 2013; Nurmawati et al., 2020; Nusir et al., 2012) إلى:

- تحسن التحصيل.
- تحسن الفهم في الرياضيات.
- نمو التفكير المكاني Spatial thinking.
- نمو الحس المكاني Spatial sense.
- جذب انتباه الطلاب – لا سيما الأطفال – خصوصا حال استخدام شخصيات الكارتون ضمن هذه البرامج.

✍ البرامج الهندسية الديناميكية التفاعلية Interactive Dynamic Geometric Software [IDGS]:

ثمة تكنولوجيات technologies تفاعلية متخصصة في الرياضيات، يُطلق عليها البرامج الهندسية الديناميكية التفاعلية IDGS: GeoGebra, Cabri 3D, Geometry's Sketchpad, Mathematica, Graphmatica, Advanced Grapher, Cinderella, … etc.؛ تتيح للمستخدمين إنشاء واستكشاف البنى/ التراكيب Constructions والأشكال الهندسية. وعلى عكس الرسومات الثابتة أو الرسوم البيانية Static drawings or diagrams؛ تتيح IDGS للمستخدمين معالجة الأشكال ومراقبة كيف تتغير خصائصهم وعلاقاتهم ديناميكيًا. على سبيل المثال، يمكنك سحب drag رأس مثلث ما ومتابعة/ مشاهدة كيف تتغير قياسات الزوايا والمساحة وفقًا لذلك. يمكنك أيضًا قياس المسافات والزوايا والمساحات واستخدام أدوات مثل الانعكاس والتدوير والتمدد والانتقال reflection, rotation,

dilation, and translation لتحويل الأشكال(إنتاج صورة شكل تحت تأثير تحويلة ما). (الصعيدي، ٢٠٢٤)

وقد تزايد إنتاجها في الآونة الأخيرة وانتشرت على نطاق واسع وبلغة رياضياتية سهلة ومبسطة، بحيث أصبح في متناول معلم الرياضيات التعامل معها بسهولة ويسر في فصول الرياضيات الرقمية، لا سيما وأن بعضها مترجم للعربية. (الصعيدي، ٢٠٢١)

- **برنامج GeoGebra:**

برنامج رياضيات تفاعلي لتعليم وتعلم الرياضيات من المرحلة الابتدائية وحتى المستوى الجامعي؛ يختص بالهندسة التفاعلية والجبر والإحصاء وتطبيقات التفاضل والتكامل. يمكن بناء الأشكال عن طريق الرسم بالنقاط والأشعة والمتجهات والقطع المستقيمة والمضلعات أو الدوال والعلاقات الرياضية ويمكن إدخال العناصر عن طريق الفأرة أو شاشة اللمس أو شريط الإدخال باستخدام الأوامر كما يمكن تعديل العناصر رسوميًا بتحريكها ويستخدم لتوضيح أو إثبات النظريات الرياضياتية والهندسية. يتمتع البرنامج بخصائص وميزات عدة إلى جانب كونه تفاعلي؛ حيث يُمكن الطلاب من تصور Visualize المفاهيم الهندسية المجردة بسرعة وبشكل صحيح وفعال، مما يجعله أداة جيدة تدعم التعلم التفاعلي وتثريه. (الصعيدي، ٢٠٢٤)

وقد حاز برنامج GeoGebra على اهتمام كثير من الباحثين المنشغلين بالتعلم التفاعلي للرياضيات؛ حيث تشير نتائج الجهود البحثية التي أجراها كل من : (Arnal-Palacian et al., 2022; Bedada and Machaba, 2022; Da Fonseca and Henriques, 2023; Ishartono et al., 2022; Khansila et al., 2022; Nongharnpituk et al., 2022; Thapa et al., 2022; Uwurukundo et al., 2022) إلى:

- أن البرنامج قد ساعد الطلاب على أن يكونوا أكثر نشاطًا في بناء المعرفة الرياضياتية become more active builders of the mathematical knowledge
- أن معلمي الرياضيات قبل الخدمة قد استفادوا من البرنامج - بما يوفره من أدوات ومصادر ديناميكية تفاعلية متعددة تدعم وتشجع: التصور البصري Visualization، الربط بين التمثيلات المختلفة different representations، وعمليات الاستدلال الرياضياتي processes of mathematical reasoning في استكشاف المهام.

- تحسن التحصيل والسرعة في أداء المهام.
- أن استخدام GeoGebra عند دراسة التفاضل والتكامل Calculus؛ يمكن الطلاب المعلمين من إظهار قدراتهم الإبداعية ومعرفتهم بذواتهم بشكل أفضل.
- أن تبني نموذج الصف المقلوب القائم على استخدام البرنامج GeoGebra-based flipped learning model قد ساهم في ارتفاع مستوى استقلالية الطالب في تعلم الرياضيات Increase in the average value of student independence in learning mathematics والمؤسس على: الاستقلالية Independence، الثقة Confidence، مستوى الانضباط Level of discipline، الشعور بالمسؤولية Sense of responsibility ، مستوى المبادرة Level of initiative ، وضبط النفس Self-control .
- أن التدريس باستخدام مدخل التعلم للإتقان من خلال البرنامج Instruction with a mastery learning approach through GeoGebra يدعم تعلم الطلاب للموضوعات الرياضياتية على مستوى المعنى والمفهوم Meaningfully and conceptually كما تشير استجابات الطلاب إلى رضا عام إيجابي Positive overall satisfaction عن استخدام تلك البيداغوجيا.

- **برنامج Cabri 3D:**

حتى وقتنا هذا؛ من الصعب تدريس الهندسة ثلاثية الأبعاد 3-D Geometry or Spatial Geometry نظرًا لصعوبة التصاميم وتعقدها وخصوصا في حالة المنظورات perspective "تخيل شكل بناء هندسي معين إذا نظرنا إليه من جهة ما"، كما أن النماذج أو اليدويات Hands-on & Manipulatives يصعب بناؤها أو إنشاؤها وتستغرق وقتًا طويلًا. وفي هذا السياق يبرز برنامج Cabri 3D التفاعلي كأحد البرامج التي تمكن معلم الرياضيات من تقليل صعوبات فهم هذه البنى أو التراكيب Constructions الهندسية؛ كما يحتوي أيضًا على فوائد الهندسة التفاعلية Interactive Geometry. ويمكن لمستخدم برنامج Cabri 3D استكشاف البعد الثالث؛ حيث يمتاز البرنامج بتناول فروع الرياضيات الداعمة للقدرات المكانية والحس المكاني والتصور البصري المكاني Spatial abilities, spatial sense and spatial visualization (كالهندسة الفراغية Spatial geometry وهندسة الفضاء).

وقد حاز برنامج Cabri 3D على اهتمام كثير من الباحثين المنشغلين بالتعلم التفاعلي للرياضيات؛ حيث تشير نتائج الجهود البحثية التي أجراها كل من : (Baki et al.,

2011; Gülburnu, 2022; Hartatiana et al., 2018; Ibrahim, 2018; Samet and Hollebrands, 2016; Tutak et al., 2009) إلى:

- تحسن قدرة الاستدلال المكاني لدى الطلاب Students' Spatial Reasoning Ability.
- أن برنامج Cabri 3D يدعم الترابطات بين المعرفة الهندسية حول قياس حجم المجسمات والحياة اليومية من خلال المساهمة في التعلم المفاهيمي والدائم Conceptual and permanent learning.
- أن برنامج Cabri 3D له تأثير إيجابي على معتقدات الطلاب وثقتهم بأنفسهم حول قياس حجم المجسمات.
- أن استخدام برنامج الهندسة الديناميكية التفاعلية Cabri 3D كيدويات افتراضية as a virtual manipulative ساهم وبشكل أفضل من اليدويات المحسوسة Physical Manipulatives في تحسين مهارات التصور البصري المكاني Spatial Visualization Skills لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة.
- تحسن قدرة معلمي الرياضيات قبل الخدمة على رسم الأشكال ثلاثية الأبعاد Three dimensional geometric shapes
- أن الطلاب بالمراحل العليا يواجهون صعوبة في استخدام الورقة والقلم في تدوير الأشكال ثنائية البعد 2-D لتشكيل/ تكوين مجسمات ثلاثية البعد 3-D؛ وتنبع هذه الصعوبة من التفكير في التدوير في سياق ثنائي البعد. وعلى الرغم من أن استخدام اليدويات المحسوسة Physical Manipulatives ساعدهم على الاستدلال حول المشكلات ثلاثية البعد، إلا أنهم ما زالوا يواجهون صعوبة في تمثيل المجسمات ثلاثية البعد بشكل صحيح. وفي المقابل؛ فقد تمكن الطلاب باستخدام Cabri 3D من الربط بين الشكل ثنائي البعد المزمع تدويره والمجسم ثلاثي البعد الناتج من التدوير.

- **برنامج Geometer's Sketchpad[GSP]:**

يعد GSP أحد برامج الهندسة الديناميكية التفاعلية؛ لاستكشاف الهندسة الإقليدية والجبر وحساب التفاضل والتكامل وغيرها من مجالات الرياضيات. (بوسيمنتر وستيبلمان، ٢٠٠٤)

ويتضمن البرنامج الأدوات التقليدية في الهندسة الإقليدية اللازمة للقيام بالإنشاءات الهندسية الكلاسيكية. كما يمكن لمعلم الرياضيات - وكذا الطالب - من خلاله أيضًا إجراء تحويلات (انتقال، دوران، انعكاس، تمدد/توسع) لأشكال هندسية مرسومة أو مبنية/منشأة على الشاشة. والبرنامج أكثر بكثير من مجرد أداة بناء/إنشاء أو تحويل؛

فيمكنه معالجة الكائنات المنشأة "ديناميكيًا" عن طريق مطها/تمددها stretching أو سحبها dragging مع الحفاظ على جميع قيود البناء بحيث يمكن عرض عدد لا حصر له من حالات الشكل المنشأ. وبالتالي فهو أداة بسيطة natural لاختبار التخمين/الحدس حول الأشكال الهندسية. ويسمح البرنامج بتحريك الأشياء/الكائنات Objects؛ كما يسمح بإنشاء العديد من الكائنات Objects التي يمكن قياسها، و استخدامها بقوة في حل مسائل الرياضيات الصعبة. يسمح البرنامج بتحديد نقطة المنتصف midpoints والأجزاء المتوسطة للكائنات midsegments of objects. يمكن لـ Geometer's Sketchpad قياس أطوال القطع المستقيمة، وقياس الزوايا، والمساحة، والمحيط، ... الخ. وتتضمن بعض الأدوات إنشاء دالة. (الصعيدي، ٢٠٢٤)

وقد حاز برنامج GSP على اهتمام كثير من الباحثين المنشغلين بالتعلم التفاعلي للرياضيات؛ حيث تشير نتائج الجهود البحثية التي أجراها كل من : (فتوح، ٢٠٠٨) (Dhayanti et al., 2018; Ganesan and Eu, 2020; Hartono, 2020; & Hegedus and Otálora, 2023; Ipek et al., 2021; Sabuncu and Ipek, 2021; Thangasmani and Eu, 2019; Tieng and Eu, 2014; Wong and Wong, 2021) إلى:

- أن استخدام تعليم الرياضيات الواقعية باستخدام برنامج Realistic GSP Mathematics Education using Geometer's Sketchpad في موضوع التناسب قد ساهم في تحسين مستوى التفكير الناقد والإبداعي لدى الطالب.
- تحسن فهم الطلاب لخواص الدائرة.
- تحسن التحصيل والاتجاه نحو تعلم التماثل في الأشكال ثنائية البعد.
- أن تفاعل الأطفال مع أقرانهم أثناء تنفيذ بعض الأنشطة (معًا في مجموعات تعاونية صغيرة) باستخدام GSP على جهاز iPad في بيئة الهندسة الديناميكية متعددة اللمس multi-touch Dynamic Geometry Environment؛ ساهم في ظهور سلوكيات تعاونية متنوعة وعمليات ما وراء المعرفة الاجتماعية التي عززت البناء المشترك وطورت الاستراتيجيات الرياضياتية خلال فترة قصيرة من الزمن.
- أن الطلاب تعلموا موضوعات هندسة التحويلات باستخدام GSP بشكل أفضل وأسهل، كما ساهم البرنامج في زيادة ثقتهم بأنفسهم وشعورهم بالفضول. كما تمكنوا من بناء علاقة بين المفاهيم التي تعلموها عن الحياة الواقعية وموضوعات

هندسة التحويلات وأدركوا أنه يمكنهم تطبيق المفاهيم الرياضية في العديد من مجالات الحياة اليومية.

- تعلم الأشكال ثنائية البعد بشكل فعال باستخدام GSP.
- أن استخدام GSP ساهم في تحسين مستويات Van Hiele للتفكير الهندسي.
- أنه لا يوجد ارتباط قوي بين الدافعية والأداء الرياضياتي في فصول الرياضيات المعززة بالتكنولوجيا (التي تستخدم GSP) لدى الطلاب الماليزيين؛ وهذه العلاقة الضعيفة تفسر من خلال الثقافة والقيم الشرق آسيوية (شرق آسيا) تجاه التعليم.
- أن استخدام GSP ساهم في تحسين فن الزخرفة؛ لا سيما مراحل رسم زهرة التوليب tulip motif (وهي فكرة نجدها في الأعمال المعمارية الهامة في العصرين العثماني والأناضولي)

✍ **الحاسبة البيانية التفاعلية [Interactive Graphic Calculator [IGC:**

تطورت حاسبة الجيب إلى الحاسبة العلمية Scientific Calculator ثم إلى الحاسبة البيانية Graphic Calculator. وكانت الحاسبة البيانية – من النوع Casioأو Texas Instruments- تستخدم جنبًا إلى جنب مع البرامج الهندسية الديناميكية التفاعلية IDGS سالفة الذكر ليكمل كل منها الآخر (Burrill et al, 2002)؛ إلا أن التطور الحادث في الحاسبات البيانية جعلها الأسهل في الاستخدام والأكثر انتشارًا والأقل تكلفة والأسهل في حملها والأشمل في خواصها وإمكانات توظيفها في حصة الرياضيات؛ فهي تُعد أداة مثالية لتمثيل الدوال ودراسة سلوكها مما يساعد الطلاب على الفهم ويُوفر الوقت والجهد للطالب والمعلم معا. وبهذا يمكن أن تمثل الحاسبة البيانية بديلًا قويًا عن برامج IDGS، وهذا يخفف العبء على الطلاب والمعلمين، فبدلًا من التدريب على أحد البرامج وتشغيله من أجل رسم بعض الأشكال الهندسية، واللجوء إلى برامج أخرى لأداء بعض العمليات الجبرية، يقوم الطالب بأداء جميع العمليات الرياضياتية التي يحتاج إليها بآلة واحدة أو برنامج واحد. (الصعيدي، ٢٠٢١)

وبانتشار الحاسبات البيانية فقد تأثرت الرياضيات كمًّا وكيفًا؛ حيث ساهمت الحاسبات في تعميق وتوسيع المعرفة الرياضياتية عبر تسريع إجراءات الحل وفتح المجال أمام الطالب للانشغال بممارسة وتفعيل العمليات المعرفية والعقلية وأنشطة التفكير الرياضي واكتشاف وتأمل الرياضيات بدلا من بذل الجهد والوقت في إجراءات وخوارزميات الحل الروتينية الطويلة والشاقة كالتمثيل البياني للدوال وإعداد الجداول اللازمة لذلك،... الخ (الصعيدي، ٢٠٢١)؛ حيث أشارت دراسة (Reznichenko, 2007) إلى أن الطلاب استمتعوا بتعلم الرياضيات باستخدام الآلة الحاسبة البيانية،

لأنها قلصت الوقت لتعلم بعض المهام الرياضية، مثل التمثيل البياني للدوال وأشارت أيضا إلى أن هذه الحاسبات أثرت إيجابيًا على طريقة تعلم الطلاب وعلى تفكيرهم الرياضي.

وتشتمل الحاسبة البيانية على (٧) تطبيقات رئيسة(الآلة الحاسبة -الجبر والرسومات – الرسومات الهندسية-القوائم وجداول البيانات-البيانات والإحصائيات –الملاحظات-المستشعرات)؛ ويمكن لمعلم الرياضيات استخدامها بإصداراتها المتعددة - وأحدثها "TI-Nspire CX CAS"- في صورتها اليدوية أو الإلكترونية لتدريس: العمليات الحسابية العادية، بالإضافة إلى العمليات الجبرية، وعمليات التفاضل والتكامل، ورسم الدوال الأسية واللوغاريتمية، والعمليات الإحصائية، والمصفوفات والمحددات. إضافة إلى استخدامها كأداة تدعم التعلم التفاعلي وتثريه.(الصعيدي، ٢٠٢١)

وقد حازت الحاسبة البيانية على اهتمام كثير من الباحثين المنشغلين بالتعلم التفاعلي للرياضيات؛ حيث تشير نتائج الجهود البحثية التي أجراها كل من : (الأغبري، ٢٠٠٨؛ حسانين، ٢٠١٧: الصعيدي، ٢٠٢١: العنزي، ٢٠١٠: المحمدي، ٢٠١٥) (Castrillon-Velandia and Hemandez-Rodriguez, 2019; & DeLoach, 2013; Dibble, 2013; Fugleberg, 2012; Hatem, 2010; Idris and Meng, 2011; Kandemir and Demirbag Keskin, 2019; Nichols, 2012; Parrot and Leong, 2018; Schrupp, 2007; Tajudin et al., 2008) إلى:

- أن استخدام الآلة الحاسبة الرسومية/ البيانية المدمجة مع نظام الاتصال في الفصل الدراسي؛ يعزز ويشجع مناقشات الطلاب وتأملاتهم. وتوفر هذه التأملات نظرة ثاقبة حول كيفية مشاركة الطلاب في البناء الاجتماعي Social instruction للمعرفة الرياضية. كما أظهر الطلاب أن بإمكانهم التفكير في أفكار رياضياتية قوية واكتساب معرفة ذات معنى.
- أداء أفضل في حل المشكلات الرياضياتية واتجاه إيجابي نحوها.
- أن استخدام الحاسبة البيانية "TI-Nspire CX CAS" في صورتها الإلكترونية في ضوء نموذج Marzano لأبعاد التعلم ساهم في تنمية التفكير التأملي لدى الطلاب.
- تحسن كبير في أداء الطلاب المرتبط بحل معادلات الدرجة الثانية؛ بالإضافة إلى اكتساب القدرة على رؤية قيمة الرياضيات والاستمتاع بها والدافعية الكبيرة نحو تعلمها.
- تحسن مستوى التحصيل في التفاضل والتكامل.

- تحسن الأداء الرياضياتي وإحراز مستويات أفضل للوعي بما وراء المعرفة مع مجهود ذهني أقل.
- تحسن مستوى التحصيل المرتبط برسم المنحنيات.
- وجود أثر إيجابي لمدخل التعلم بالاكتشاف في سياق الحاسبة البيانية على تنمية التحصيل.
- تحسن الاستدلال الرياضياتي و القدرة على حل المشكلات.

✍ الواقع الافتراضي والواقع المعزز Virtual Reality[VR] & Augmented Reality[AR]:

في سياق الإجابة عن التساؤل: لماذا الواقع الافتراضي؟؛ يشير Christou et al. (2006) إلى أنه في السنوات الأخيرة ظهرت بيئات البرامج IDGS - سالفة الذكر - والتي صُممت للمساعدة في تدريس الهندسة، واستخدمت بنجاح في تعليم وتعلم الهندسة بسبب الأسلوب التفاعلي الذي يسمح بالمعالجة المباشرة للكائنات الهندسية، ولكن في الوقت الحاضر يظل هذا الاستخدام محددًا أو مقيدًا بشاشة الكمبيوتر ثنائية البعد (المسطحة)، حتى في بيئات البرامج المصممة لتحسين التأثير ثلاثي البعد 3D Effect مثل 3Dmath ، 3D-lab فالتلاميذ لازالوا يشاهدون أشكالًا مسطحة التمثيل علي شاشات الكمبيوتر، ويبدو أن هذا النوع من التمثيل للبيانات ثلاثية البعد لم يعد مناسبًا بشكل ضروري للتعامل مع الصعوبات التي تواجهنا في تدريس الهندسة ثلاثية البعد حيث يجد معظم التلاميذ صعوبة في تخيل الدورانات البسيطة للأجسام. لذا ليس من المعقول أن نفترض تأثير التفاعل مع الأشياء ثنائية البعد في الفصل مثل الرسم على السبورة أو في الكراسة أو في مشاهدة الأجسام ثلاثية البعد التي يجلبها المعلم معه إلى الفصل، هذا لن يحسن بشكل كافٍ قدرة التلاميذ على بناء صورة ذهنية ومعالجتها عندما يحاولون حل مسألة في الهندسة ثلاثية الأبعاد. ويبقى السؤال الذي يطرح نفسه: "إلى أي مدى يمكن أن تساعد تكنولوجيا الواقع الافتراضي التلاميذ في اكتساب البراعة Proficiency في الهندسة والتي سوف تساعدهم على تحمل الصعوبات؟".

وفي المقابل فإن الواقع الافتراضي يوفر طريقة للأفراد كي يتصوروا ويعالجوا ويتفاعلوا مع البيانات المولدة بالكمبيوتر، وبشكل استثنائي مع البيانات المعقدة التي لا يمكن للحواس الإنسانية الأخرى أن تتفاعل معها. وحيث تظهر الكائنات في بيئات البرامج IDGS على شاشة مسطحة 2D؛ تكون في الواقع الافتراضي ثلاثية الأبعاد بشكل حقيقي. يجعل الواقع الافتراضي التفاعل المباشر مع الأجسام ثلاثية الأبعاد التي لا تظهر على الشاشة أمرًا ممكنًا. عندما يعمل التلميذ مع الأجسام ثلاثية الأبعاد فإن

المؤثرات البصرية تجذب انتباهه، الأمر الذي ربما يساعده على استنباط المعنى من المعلومات المعطاة، وبذلك يساعد الواقع الافتراضي على تذليل الصعوبات في دراسة الهندسة ثلاثية الأبعاد. (Hauptman, 2010)

ويتمتع الواقع المعزز (AR) بالقدرة على تعزيز بيئات التعلم التفاعلية للرياضيات بشكل كبير في كل من الفصول الدراسية وبيئات التدريس الأخرى. (Ahmad and Junaini, 2020)

وقد حاز الواقع الافتراضي VR ومعمل الرياضيات الافتراضي Virtual math lab [VML] والواقع المعزز AR على اهتمام كثير من الباحثين المنشغلين بالتعلم التفاعلي للرياضيات؛ حيث تشير نتائج الجهود البحثية التي أجراها كل من : (حسن، ٢٠١٩؛ السعيد، ٢٠١٨: عمر، ٢٠١٨) & (Ahmad and Junaini, 2020; Akman and Çakir, 2023; Chen, 2006; Demitriadou et al. , 2020; Hauptman, 2010) إلى:

- فاعلية معمل رياضيات افتراضي قائم على التابلت في تنمية المهارات العملية والتطبيقات الحياتية في مادة الديناميكا.
- فاعلية معمل افتراضي مدعم بنمطي التغذية الراجعة (التزامني/ اللا تزامني) في تنمية مهارات قياس المجسمات والحس الجمالي للرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية.
- وجود أثر إيجابي لاستخدام معمل الرياضيات الافتراضي على تنمية مهارات الترابط الرياضي.
- أن الطلاب ذوي القدرة على التصور البصري المكاني Spatial visualization العالية والمنخفضة استفادوا أكثر من بيئات التعلم القائمة على الواقع الافتراضي الموجه.
- تحسن التفكير المكاني Spatial Thinking بالتدريب علي الواقع الافتراضي (باستخدام برمجيه الفراغ الافتراضي Virtual Spaces 1.0 "برنامج ينمي قدرات المستخدم على بناء الصورة المكانية ومعالجتها") والتساؤل الذاتي معًا. وقد وجد أن استخدام التساؤل الذاتي جعل الواقع الافتراضي أكثر كفاءة وفاعلية؛ حيث ظهر تأثير التساؤل الذاتي واضحًا وخصوصًا في المهام التي تتطلب مهارات عليا.
- أن لعبة الواقع الافتراضي التعليمية "Kesfet Kurtul" تعمل على زيادة التحصيل الأكاديمي والحفاظ على مستوى مشاركة الطلاب في الرياضيات Student engagement in mathematics.

- أن تطبيق التقنيات الجديدة في تعليم الرياضيات (الواقع الافتراضي VR والواقع المعزز AR) يعمل على تحسين التفاعل Interactivity واهتمام الطلاب، مما يساهم في تعلم وفهم أكثر كفاءة للمفاهيم الرياضية - لا سيما المقارنة بين الأشكال ثنائية البعد D -2 وثلاثية البعد D -3 وفهم الاختلافات بينهما وتصور الأشكال ثلاثية البعد - بالمقارنة مع طرق التدريس التقليدية. ليس ثمة فروق كبيرة بين تقنيات الواقع الافتراضي والواقع المعزز فيما يتعلق بكفاءة الأساليب التي تساهم في تعلم الرياضيات، مما يشير إلى أن كلا من الواقع الافتراضي والواقع المعزز يعرضان إمكانات مماثلة للأنشطة التعليمية في الرياضيات.

✍ **السبورة التفاعلية Interactive White Board[IWB] والكمبيوتر اللوحي Tablet:**

توفر السبورة التفاعلية IWB - كأداة جديدة نسبيًا في بيئة الفصل الدراسي - إمكانيات مثيرة للاهتمام؛ كالتصورات البصرية المتعددة multiple visualization وعرض الوسائط المتعددة multimedia presentation والقدرة على الحركة والرسوم المتحركة. هذه الإمكانيات تجعل IWBs أداة مبتكرة ذات إمكانات عالية في بيئات تعلم الرياضيات. يمكن استخدام IWBs للتركيز على تطوير مفاهيم رياضية محددة وتحسين المعرفة والفهم الرياضي (Vita et al., 2014). كما تمتاز بسهولة تفاعل المستخدم معها من خلال اللمس touch .

وقد حازت السبورة التفاعلية IWB وكذا الكمبيوتر اللوحي التفاعلي Tablet على اهتمام كثير من الباحثين المنشغلين بالتعلم التفاعلي للرياضيات؛ حيث تشير نتائج الجهود البحثية التي أجراها كل من : (صبري، ٢٠١٢؛ العلوني، ٢٠١٩؛ فرج وآخرون، ٢٠٢٠؛ المولا والشرع، ٢٠١٣) & (Pamuk, 2022) إلى:

- تحسن الحس المكاني Spatial sense.
- تحسن التفكير الإبداعي.
- تحسن التحصيل ونمو القدرة المكانية ومفهوم الذات الرياضياتية.
- أن نسبة كلام الطالبات اللواتي درسن باستخدام اللوح التفاعلي(السبورة التفاعلية)؛ بعد تحليل التفاعل اللفظي باستخدام أداة فلاندرز المعدلة قد زادت. كما زادت نسبة كل من: كلام المعلمة خلال التدريس باستخدام اللوح التفاعلي، وفترات انقطاع التواصل اللفظي، ونسبة طرح المعلمة للأسئلة، وتعزيزها لطالباتها، واستجابة الطالبات ومبادرتهن.
- أن ثمة عوامل أثرت على استخدام المعلمين الفعال للتكنولوجيا(ممثلة في السبورة البيضاء التفاعلية IWB والكمبيوتر اللوحي Tablet). وأمكن تصنيف هذه

العوامل إلى ثلاث فئات: اهتمامات المعلمينTeachers' concerns ، والقضايا المرتبطة بالتدريس Pedagogical issues ، والاتجاهات نحو استخدام التكنولوجيا Attitudes toward technology use .

وفي مقالة مرجعية Review article قام بها كل من Vita et al (2014) بهدف مراجعة الأدبيات Literature Review المرتبطة بدراسات استخدام السبورات التفاعلية في فصول الرياضيات الدراسية؛ وخلصت المقالة إلى أن الدراسات التي تمت مراجعتها تقدم رؤية واسعة لإمكانيات IWBs، والممارسات التعليمية Didactic practices الأكثر إثارة للاهتمام، وصعوبات دمج هذه التكنولوجيا الجديدة في الفصول الدراسية. كما أشارت الدراسات بوضوح إلى قدرات IWBs على تحسين جودة التفاعل، وبالتالي تحسين الفهم المفاهيمي للرياضيات Conceptual mathematical understanding. وعلى الرغم من هذه القدرات، تشير الأدلة المستمدة من الدراسات إلى وجود نوع من الجمود من جانب العديد من المعلمين للقيام بأي شيء آخر غير استخدام IWBs كسبورات للعرض البصري واسع النطاق large-scale visual blackboards أو أدوات للعرض التقديمي presentation tools. واقترحت المقالة أن هناك حاجة إلى مزيد من الاهتمام بالبيداغوجيا المرتبطة باستخدام IWB،لتشجيع معلمي الرياضيات على تصميم أنواع جديدة من بيئات التعلم.

✍ **الخرائط التفاعلية [IM]Interactive Mapping:**

الخرائط التفاعلية IM عبارة عن رسم تخطيطي يتم فيه ترتيب المعلومات بشكل مرئي ومتسلسل يسمح للمتعلم بالتفاعل عبر أحد أدوات التفاعل كالنقر click أو اللمس touch أو ... الخ. وتوفر الخرائط الذهنية أو خرائط العقل Mind maps في صورتها الإلكترونية - كأداة بصرية "تصور بصري Visualization tool" مستخدمة بشكل شائع في تدريس الرياضيات – للمتعلمين فرصًا لتوليد الأفكار، وتدوين الملاحظات، وتنظيم التفكير، وتطوير المفاهيم(2023) Shi et al . كما تمتاز بخصائص تفاعلية وديناميكية Interactive and dynamic.

وقد حازت الخرائط الذهنية التفاعلية على اهتمام كثير من الباحثين المنشغلين بالتعلم التفاعلي للرياضيات؛ حيث تشير نتائج الجهود البحثية التي أجراها كل من : (الزهراني، ٢٠٢٣؛ عبد القادر، ٢٠١٨) & (Loc and Loc, 2020; Tavares et al., 2021) إلى:

- نمو مهارات التفكير البصري والتواصل الرياضي.

- تحسن التحصيل ومهارات التفكير المنتج.

وأسفرت الأبحاث عن نتائج غير متسقة Inconsistent results فيما يتعلق بفعالية التدريس المبني على الخرائط الذهنية Mind mapping-based instruction على نتائج تعلم الطلاب؛ حيث توصل كل من Shi et al (2023) باستخدام التحليل البعدي Meta-analysis لـ ٢١ دراسة لتقصي الفعالية الشاملة للتدريس القائم على الخرائط الذهنية على نتائج تعلم الطلاب مقارنة بالتدريس التقليدي إلى أن التدريس المبني على الخرائط الذهنية له تأثير أكثر إيجابية على نتائج التعلم المعرفي للطلاب من التدريس التقليدي، كما أن الموضوع والمستوى التعليمي يمثلان عاملان مهمان في فعالية التدريس المبني على الخرائط الذهنية، وأن طلاب الصفوف الدنيا أكثر عرضة لتأثير التدريس المبني على الخرائط الذهنية من طلاب الصفوف الأعلى.

✍ **الألعاب الرقمية التفاعلية Interactive Digital Games [IDG]:**

يعد تدريس الرياضيات من خلال الألعاب من أكثر الطرق المفضلة في تعليم الرياضيات اليوم، تمامًا كما كان في الماضي. ولهذا السبب فإن الدراسات التي تناقش قضايا تعليم الرياضيات والألعاب تتقدم بزخم متزايد. (Ersen and Ergül, 2022)

ومن بين طرق التعلم المختلفة المدعومة بالكمبيوتر؛ يُنظر إلى التعلم القائم على الألعاب الرقمية Digital game-based learning [DGBL] على أنه طريقة واعدة في تدريس الرياضيات وتعزيز اهتمام الطلاب واستثارة دافعيتهم. (Hussein et al., 2022)

وقد حازت الألعاب الرقمية التفاعلية على اهتمام كثير من الباحثين المنشغلين بالتعلم التفاعلي للرياضيات؛ حيث تشير نتائج الجهود البحثية التي أجراها كل من : (الطيب، ٢٠٢١؛ عبد الصمد، ٢٠١٨) إلى:

- نمو بعض المفاهيم الهندسية للطلاب ذوي صعوبات التعلم.
- اكتساب مهارات الحساب الذهني.

واستهدفت دراسة قام بها كل من Hussein et al (2022) مراجعة review البحوث ذات الصلة بالتعلم القائم على الألعاب الرقمية DGBL. وخلصت الدراسة إلى أن معظم الدراسات التي تمت مراجعتها قد أشارت إلى أثر إيجابي لـ DGBL في جميع الفئات مقارنة بالطريقة التقليدية. كما أظهر العديد من الباحثين اهتمامًا خاصًا بموضوع العمليات الحسابية. ووجدت الدراسة أيضًا أن عددًا كبيرًا من تطبيقات DGBL تم إنشاؤها بناءً على/ وفقا لـ تصميم محدد أو نظرية تعلم. وأوصت الدراسة - كتطلعات مستقبلية للبحث في هذه المنطقة - بالمزيد من البحث لفهم كيفية تأثير

الديناميكيات المختلفة (على سبيل المثال، التعاون/التشارك والتنافس) على تعلم الطلاب. بالإضافة إلى إجراء مزيد من الدراسات لمعالجة نقص الأبحاث حول مهارات القرن الحادي والعشرين مثل الإبداع والتفكير النقدي.

واستهدفت دراسة قام بها Ersen and Ergül (2022) مراجعة Review اتجاهات أو توجهات trends البحوث ذات الصلة بالتعلم القائم على الألعاب الرقمية DGBL. وخلصت الدراسة إلى أن معظم الدراسات التي تمت مراجعتها قد أشارت إلى أثر إيجابي لاستخدام الألعاب في تعليم الرياضيات؛ وتبين أن العينات/المشاركين الأكثر مشاركة كانت من طلاب المدارس الثانوية، وأن أكثر أنواع الألعاب المستخدمة شيوعًا هي ألعاب الكمبيوتر الرقمية، وأن الألعاب كانت مرتبطة في الغالب بمجال تعلم "الأعداد والعمليات عليها والحس العددي Numbers, Operations, and Number Sense".

✍ **اليدويات Manipulatives[M] واليدويات الافتراضية Virtual Manipulatives [VM]:**

اليدويات أو المحسوسات أو الملموسات M هي كائنات حقيقية Concrete Objects يمكن للأطفال لمسها وتحريكها ومعالجتها يدويًا ووضعها على هيئة أكوام.؛ فقد يستخدم الأطفال المكعبات أو كتل الأساس عشرة، أو دوائر الكسور لحل مشكلة رياضياتية (بدوي، ٢٠٠٣). ويمكن لمعلم الرياضيات الاستعانة بمعمل الرياضيات الحقيقي Real Math Lab بما يشتمل عليه من يدويات وأدوات ومواد ووسائل تعليمية مثل نموذج الميزان الحقيقي لتوضيح مفهوم المعادلة والمتباينة، والسبورة الهندسية المنقطة أو المسمارية Geoboard لتوضيح فكرة تطابق مثلثين ... وغيرها لتوضيح الأفكار الرياضياتية. كما يمكنه تكليف طلابه بمهام تتطلب ممارسة الأنشطة اليدوية Hands-on activities وتعلم الرياضيات عن طريق العمل.

واليدويات الافتراضية VM كائنات بصرية تفاعلية وديناميكية على الشاشة Interactive and dynamic visual objects on a screen ؛ يُسمح للطلاب بمعالجتها لبناء المعرفة الرياضية(Park et al., 2022). وهناك مصادر غير ربحية لليدويات الافتراضية - واسعة الانتشار ومتاحة للجميع - تهدف إلى تقديم معلومات ممتازة للمعلمين وطلابهم حول الرياضيات مثل المكتبة القومية لليدويات الافتراضية The National Library of Virtual Manipulatives [NLVM]، وما يقدمه موقع NCTM تحت وسم NCTM illuminations.

وقد حازت اليدويات M واليدويات الافتراضية VM على اهتمام كثير من الباحثين المنشغلين بالتعلم التفاعلي للرياضيات(لا سيما للطلاب من الفئات الخاصة)؛ حيث تشير نتائج الجهود البحثية التي أجراها كل من : (حميدة، ٢٠٢٢؛ السعيد وداود، ٢٠٢٠؛ الغانمي والحساني، ٢٠٢٠) إلى:

- نمو الاستيعاب المفاهيمي والنزعة المنتجة.
- تحسن القدرة على إجراء العمليات الحسابية للطلاب ذوي صعوبات تعلم الرياضيات.
- تحسن مهارات التفكير البصري والتطبيقات الحياتية في الرياضيات.

وتوصلت دراسة قام بها كل من Park et al (2022) بغرض تجميع الأدبيات المتعلقة باستخدام اليدويات الافتراضية لتحسين الأداء الرياضياتي للطلاب ذوي صعوبات التعلم Students with learning disabilities من الروضة وحتى الصف الثاني عشر؛ إلى أن الطلاب الذين يعانون من صعوبات التعلم أظهروا تحسنًا رياضياتيًا بعد تلقي التدخلات Interventions التي تتضمن استخدام يدويات افتراضية.

وفي مقالة مرجعية Review article قام بها كل من Long et al (2023) بغرض تقييم الوضع الحالي Current state للأدبيات المتعلقة باليدويات الافتراضية وتحديد ما إذا كانت اليدويات الافتراضية ممارسة قائمة على الدليل Evidence-based practice في الرياضيات للطلاب الذين يعانون من اضطراب طيف التوحد/الإعاقة الذهنية Students with autism spectrum disorder and intellectual or developmental disability (ASD/IDD). حققت (١٨) مقالة من أصل (٢٤) تم تحديدها للمراجعة مؤشرات الجودة وفقًا لـ Cook et al (2014) وقدمت نتائج إيجابية لـ ٤٢ طالبًا. وخلصت المقالة إلى أن اليدويات الافتراضية ممارسات قائمة على الدليل في الرياضيات للطلاب الذين يعانون من اضطراب طيف التوحد/الإعاقة الذهنية.

✍ التفاعل داخل فصول الرياضيات الدراسية المقلوبة/المعكوسة Flipped Mathematics Classrooms:

في إطار السعي نحو إيجاد أو توفير بيئات صفية تفاعلية وفاعلة أو صيغ تعليمية/تعلمية مناسبة للعصر الرقمي – بحيث تتغلب قدر الإمكان على قيود الزمكان- وداعمة للمهارات والتعلم المستمر؛ يبرز الصف المعكوس Flipped Classroom كإحدى الصيغ التي تعتمد عادة على منح المتعلمين/المتدربين محتوى تعليمي

وجلسات تدريبة من خلال فيديوهات معدة سلفا عبر أحد وسائل التواصل الاجتماعي أو المواقع أو المنصات على أن يلتقوا معاً في غرفة الصف لحل الواجبات والتدريبات والحصول على توجيهات ودعم وتعزيز المعلم.

ووفقا لصيغة الصف المعكوس؛ يتعاظم قدر مشاركة المتعلم بما يدعم فلسفة التعلم التفاعلي؛ حيث يتفاعل مع معلمه وأقرانه على مستوى الشق الصفي للصف المعكوس داخل غرفة الصف التقليدية كما تتاح له فرص التفاعل مع الأدوات والمصادر التكنولوجية (التكنولوجيات) التفاعلية على مستوى الشق الإلكتروني للصف المعكوس. وتتعدد أنماط الفصول الدراسية المقلوبة؛ فهناك الاستقصاء وتدريس الأقران.

وقد حاز الصف المعكوس على اهتمام كثير من الباحثين المنشغلين بالتعلم التفاعلي للرياضيات؛ حيث تشير نتائج الجهود البحثية التي أجراها كل من : (الجريري والفايز، ٢٠٢١؛ الشهري، ٢٠١٩؛ الصعيدي وهندي، ٢٠٢٣؛ عسيري، ٢٠٢٠؛ عيد، ٢٠٢٠؛ قنيبي وإخليل، ٢٠٢٢) إلى:

- تحسن التحصيل.
- نمو مهارات الحس العددي.
- نمو الابتكار الرياضي.
- تحسن مهارات التواصل الرياضي الكتابي.
- تحسن مهارات إنتاج الاختبارات الإلكترونية لدى معلمي الرياضيات قبل الخدمة ذوي اليقظة العقلية Mindfulness المرتفعة.
- نمو مهارات التعلم الذاتي.
- نمو مهارات التفكير الناقد.
- تطور جوهري في ممارسات التلاميذ لسلوك حل المشكلة الرياضية.

واستهدفت دراسة قام بها كل من Yang et al (2021) مراجعة Review البحوث ذات الصلة بالفصول الدراسية المعكوسة في جميع مجالات الرياضيات والمنشورة حتى عام ٢٠١٨م من أبعاد مختلفة. وخلصت الدراسة إلى أنه وفيما يتعلق بتنفيذ الشق الإلكتروني للصف المعكوس؛ فإن الدراسات قد استخدمت أنظمة التعلم عبر الإنترنت أو وسائل التواصل الاجتماعي لتوفير مقاطع فيديو تعليمية وإجراء مناقشة عبر الإنترنت. وبالنسبة للشق الصفي للصف المعكوس، فإن استراتيجيات التعلم الأكثر اعتماداً هي مناقشة القضايا، والتمرين، والتعلم القائم على حل المشكلات، في حين أن عدداً قليلاً فقط من الدراسات استخدمت التقنيات في هذه المرحلة. وقد بحثت غالبية

الدراسات متغيرات: التحصيل ، والتحفيز/ الدافعية Motivation، والرضا Satisfaction، والتشارك Collaboration، والوعي بالتواصل.

واستهدفت دراسة قام بها Wright and Park (2022) مراجعة Review البحوث ذات الصلة بالفصول الدراسية المعكوسة. وخلصت الدراسة إلى أنه وعلى الرغم من أن الصف المعكوس يمثل أحد الاستجابات البيداغوجية للتحول نحو أساليب التعلم النشط التي تركز على الطالب لتعزيز تعلم الطلاب في العلوم والتكنولوجيا والهندسة والرياضيات Science, technology, engineering, and mathematics [STEM]؛ إلا أن هناك عدم اتساق في تصميم وتنفيذ الصف المعكوس وتأثيره على تعلم الطلاب. ولفهم الأسس النظرية التي تؤدي إلى أساليب مختلفة للفصول الدراسية المعكوسة وتأثير الفصول الدراسية المعكوسة على تعلم الطلاب في فصول العلوم والرياضيات؛ قام الباحثان بمراجعة ٣٠ دراسة تجريبية حول الفصول الدراسية المعكوسة في الفصول الدراسية الرسمية للعلوم والرياضيات من الروضة إلى الصف السادس عشر. وأظهرت النتائج ما يلي: (١) هناك المزيد من المؤلفات المنشورة حول الفصل الدراسي المعكوس في فصول العلوم والرياضيات في مرحلة ما بعد الثانوية، (٢) نادرًا ما يرتكز تصميم الفصل الدراسي المعكوس على الأطر النظرية خاصة في فصول العلوم، (٣) للفصل الدراسي المعكوس تأثير إيجابي عام على تعلم الطلاب للعلوم والرياضيات. وأوصت الدراسة بأهمية استخدام أطر نظرية واضحة تتماشى مع نظريات التعلم المعاصرة لتوجيه تصميم وتنفيذ وتقييم الفصل الدراسي المقلوب.

✍ **الكتاب التفاعلي Interactive eBook[IB]:**

يمتاز الكتاب الإلكتروني التفاعلي IB في الرياضيات عن الكتاب الورقي التقليدي المألوف؛ حيث يوفر الكتاب الإلكتروني التفاعلي فرصًا للتفاعل مع ما يحتويه من عناصر بشكل مباشر directly interact . ويحتوي هذا النوع من المحتوى على الكثير من نقاط الاتصال touchpoints (للتفاعل عبر اللمس) بحيث يمكن للقارئ التفاعل مع مقاطع الفيديو والصوت والروابط وأي محتوى تفاعلي آخر، مما يعمل على جذب انتباهه واستثارة دافعيته وصولًا لتحقيق الفاعلية.

وقد حاز الكتاب التفاعلي IB على اهتمام كثير من الباحثين المنشغلين بالتعلم التفاعلي للرياضيات؛ حيث تشير نتائج الجهود البحثية التي أجراها كل من : (الجندي والأحول، ٢٠٢٢؛ الشهراني، ٢٠١٨؛ فكري، ٢٠٢٠) & (Radovic et al., 2020) إلى:

- تحسن مهارات التواصل الرياضي والكفاح المنتج.
- تحسين صعوبات التعلم الحسابية لدى طفل الروضة.
- نمو مهارات التفكير الرياضي.
- أن الكتاب الإلكتروني التفاعلي (eBook) المنشأ باستخدام تطبيقات GeoGebra وتقنيات الويب الحديثة؛ يسمح بدرجة عالية من التفاعل والتغذية الراجعة أثناء عملية التعلم. وقد أظهر الطلاب الذين استخدموه زيادة في المعرفة والاحتفاظ بها (بقاء أثر المعرفة) Knowledge and knowledge retention بشكل ملحوظ مقارنة بأقرانهم في الفصول الدراسية القياسية. كما أكد الطلاب على أن المهام التي تتضمن تطبيقات تفاعلية Interactive applets ونوعًا جديدًا من المواد التعليمية ألهمتهم لتعلم المزيد سواء في المدرسة أو في المنزل.

وتشير نتائج دراسة Karmila et al (2021) إلى أن مقاطع الفيديو التعليمية التفاعلية interactive learning videos لها دور إيجابي في تعلم الرياضيات خلال جائحة Covid-19.

✍ **التغذية الراجعة التفاعلية Interactive Feedback[IF]:**

في عصر التكنولوجيا وإتاحة المعرفة والتعلم عن بعد الذي يتغلب على عاملي الزمان والمكان (الزمكان)؛ بات من الضروري لمعلم الرياضيات وتلميذه معًا التمكن من مجموعة المهارات التي فرضتها مستجدات واقع العصر الرقمي ومعطيات الظروف العالمية الراهنة ككورونا وخلافه أو التي قد يمر بها العالم مستقبلًا وتتسبب في صعوبة تواجد الممتحن بقاعات دراسية معينة وفي أوقات محددة؛ والمتمثلة في التقويم الإلكتروني والذي يُعد خيارا جيدًا وبديلًا استراتيجيًا مناسبًا للتقويم بصيغته التقليدية يمكن التعويل عليه (الصعيدي وهندي، ٢٠٢٣). لقد أظهرت جائحة Covid-19 الحاجة إلى أدوات ومنهجيات لدعم التعلم المستقل للطلاب وممارسات التقييم التكويني في سياقات التعليم عن بعد، وخاصة للطلاب من الذين تواجههم تحديات صعبة (Barana et al., 2021).

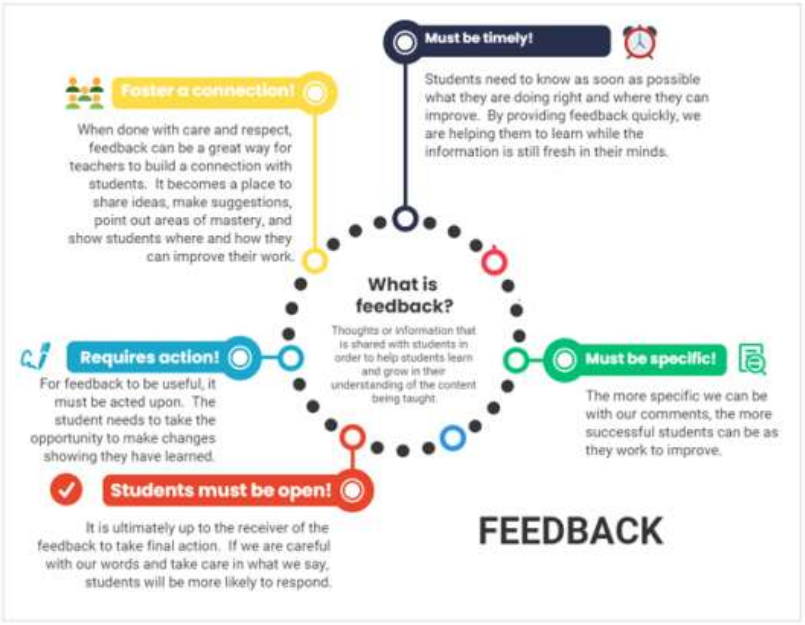
وتوفر بعض المنصات الرقمية أو مواقع الإنترنت المتخصصة بالتقويم عن بعد والاختبارات الإلكترونية في الرياضيات؛ مثل أكاديمية خان Khan academy، وموقع شركة IXL learning (https://www.ixl.com/) ومقرها سان ماتيو بولاية كاليفورنيا فرصًا للتغذية الراجعة التفاعلية Interactive Feedback؛ والتي يمكن النظر إليها باعتبارها عملية تفاعلية خطوة بخطوة توجه المتعلم في حل المهمة

بعد واحد أو أكثر من التجارب المستقلة Autonomous tentative (Barana et al., 2021).

ويلخص كل من Glassmeyer et al (2022) خمسة مبادئ أساسية للتغذية الراجعة التفاعلية، والاستراتيجيات المرتبطة بها لمعلمي الرياضيات لتزويد الطلاب بالتغذية الراجعة الافتراضية Virtual feedback، وملاحظات حول كيفية تنفيذ هذه الاستراتيجيات في فصول الرياضيات بالمدارس المتوسطة:

شكل (٣)

خمسة مبادئ أساسية للتغذية الراجعة التفاعلية. في (Glassmeyer et al., 2022)



- تعزيز الاتصالFoster a Connection : يجب أن تكون التغذية الراجعة جذابة ومحفزة Engaging and motivating للطلاب.
- في الوقت المناسب Must be Timely: يجب تقديم التغذية الراجعة عندما ينخرط الطلاب في العمل engaged with the work حتى يتمكن الطلاب من إجراء التحسينات.
- تتطلب العمل Requires Action: يجب أن تزود التغذية الراجعة الطلاب بمعلومات ملموسة، محددة، مفيدة، وقابلة للتنفيذ Concrete, specific,

useful, and actionable information. فالتغذية الراجعة القابلة للتنفيذ تُخبر المتعلم بما يحتاجه لتحقيق الهدف.

- الطلاب منفتحين (قابلين للتلقي) Students must be Open: يمكن للمعلمين تقديم التغذية الراجعة بعدة طرق؛ ولكن إذا لم يكن الطالب منفتحًا لتلقي/استقبال الملاحظات والتفكير فيها والتصرف بناءً عليها، فستظل التغذية الراجعة غير فعالة.
- محددة Must Be Specific: يجب أن تكون التغذية الراجعة هادفة وتقدم معلومات مفصلة للطلاب لتعلم المفاهيم المطلوبة. فالتغذية الراجعة المحددة لا تعني بالضرورة إعطاء الإجابة الصحيحة لمشكلة ما، بقدر ما تهتم بفتح حوار بين الطالب والمعلم وإعطاء الطلاب أفكارًا للتأمل فيها.

ويقترح كل من Barana et al (2021) تصورًا conceptualization للتغذية الراجعة التفاعلية IF في الرياضيات؛ يرتكز على نظريات ونماذج التقييم التلقائي Automatic assessment، والتقييم التكويني Formative assessment، والتغذية الراجعة. حيث تم مناقشة فعالية التغذية الراجعة التفاعلية IF في إشراك الطلاب من سياقات اجتماعية واقتصادية منخفضة Low socio-economic contexts في سد الفجوة بين الأداء الحالي والمرجعي Current and reference performance من خلال تجربة تعليمية تشمل ٢٩٩ طالبًا إيطاليًا في الصف الثامن. وباستخدام التحليلات الكمية تم مقارنة نتائج المحاولات الأولى والأخيرة في الأنشطة مع أو بدون IF، بناءً على بارامترات خوارزمية Algorithmic parameters بحيث تتغير المهمة في كل محاولة. تم التوصل إلى أن التغذية الراجعة التفاعلية IF كانت أكثر فعالية من الأنواع الأخرى من الأنشطة لإشراك المتعلمين في الإجراءات التي تهدف إلى تحسين نتائجهم، وكانت التأثيرات أقوى في السياقات الاجتماعية والاقتصادية المنخفضة.

وهو ما أكدته دراسة Carranza Rogerio et al (2023) حول جدوى التغذية الراجعة التفاعلية IF للطلاب الملتحقين بمدارس STEM.

خاتمـــــة Conclusion:

خلصت المراجعة إلى مجموعة من الاستنتاجات والإسهامات Conclusions and Contributions. تحددت الاستنتاجات Conclusions الرئيسة في: ثراء الدراسات والبحوث التي تناولت التعلم التفاعلي– لا سيما التفاعل بين الطلاب والمصادر المعززة بالتكنولوجيا أو التكنولوجيات الإلكترونية التفاعلية - كمنطقة بحث واعدة في تربويات الرياضيات (وقد أطرت المراجعة هذا الثراء في (١١) محور)،

وأشارت معظم الدراسات إلى أثر إيجابي للتعلم التفاعلي من خلال التكنولوجيات الإلكترونية التفاعلية على المتغيرات المعرفية وما وراء المعرفية والمهارية، كما تبين أن هناك حاجة إلى قدر كبير من البحث الإضافي في المزيد من التكنولوجيات الإلكترونية التفاعلية في صف الرياضيات الرقمي الداعمة للتفاعل ومشاركة الطلاب بشكل يغطي كافة أجزاء المحتوى الرياضياتي ومجالاته (الأعداد والعمليات عليها والحس العددي، القياس، الهندسة والحس المكاني، الجبر والدوال الجبرية، تحليل البيانات والإحصاء والاحتمالات) والمستويات التعليمية بدءًا من رياض الأطفال وحتى الجامعة.

وأسفرت المراجعة عن وجود فجوات ونقاط تضارب أو عدم اتساق/انسجام inconsistent بين الباحثين؛ فلا يوجد تعريف متفق عليه للتعلم التفاعلي، بيد أن نقطة الاتفاق بين الأدبيات تكمن في أنه يضمن ويتطلب مشاركة الطلاب. ولا يوجد تعريف أو تحديد للمصادر التفاعلية المعززة بالتكنولوجيا. كما لا يوجد تعريف ثابت، أو في الواقع، مقياس لمشاركة الطلاب مع التكنولوجيا، وإن كان الأمر يبدو سهلًا في حالة المشاركة والتفاعل الصفي مع معلم الرياضيات (مقدار كلام الطالب في مقابل مقدار كلام المعلم Student talk vs. Teacher talk). ولم يتم العثور إلا على القليل من الدراسات حول استكشاف المتغيرات النفسية والشخصية أو الفردية (التي تتغير بتغير الفرد) لدى الطلاب أثناء تفاعلهم مع المصادر الإلكترونية؛ مثل: العبء/الحمل المعرفي Students' cognitive load، مستوى "اليقظة العقلية Mindfulness"، وأساليب التعلم Learning style و ... الخ. ففي حين أن التعريف الواسع لكلمة "تفاعلي" يجعل تصميم التدريس أمرًا سهلاً نسبيًا، إلا أنه ليست جميع أنواع التفاعل فعالة بنفس القدر لجميع الطلاب؛ فعلى سبيل المثال، من المرجح أن يستفيد الطلاب الخجولين بشكل أقل من المناقشات الصفية حيث تكون المشاركة طوعية؛ في الوقت الذي تقدم فيه التكنولوجيا فائدة كبيرة من خلال السماح لمعلمي الرياضيات بإعداد واستخدام المواد التعليمية التي يجب استكشافها بنشاط. ولا شك أن لهذه الفجوات ونقاط عدم الاتساق آثار مهمة للغاية على البحوث المستقبلية في هذه المنطقة.

وفي ضوء ما سبق؛ تقدم المراجعة مجموعة من المساهمات Contributions كتطلعات مستقبلية أو قضايا محتملة للبحث في هذه المنطقة الواعدة بالبحوث؛ تتمثل في: الحاجة إلى بحث التفاعل بين الطالب والمصادر المعززة بالتكنولوجيا أو التكنولوجيات الإلكترونية التفاعلية في إطار المتغيرات البينية والسياقية Contextual والنفسية Psychological والشخصية Personal بما يشكل ما يمكن

أن نسميه التعلم التفاعلي الشخصي Personal Interactive Learning. حيث يتم النظر إلى التكنولوجيات الإلكترونية التفاعلية كأدوات شخصية Personal على اعتبار أنها تُراعي، تتكيف مع، تناسب، ترتبط بـ، وتتفاعل مع ما يخص كل طالب على حده من متغيرات نفسية ووجدانية/ عاطفية Emotional وقيميه (تتسق مع متغيرات تتغير بطبيعتها بتغير الفرد؛ كأساليب التعلم، الحمل/العبء المعرفي، السعة العقلية، اليقظة العقلية، الاستعداد، الدافعية، الميل، .. الخ) و شخصية أو فردية (التعلم المُفرد أو تفريد التعليم؛ حيث التعلم دالة في الزمن وبالتالي تُراعى معدل السرعة في التعلم لكل متعلم على حده) وسياقية (الزمان والمكان؛ متحررة من قيود الزمكان) وما إذا كان مقدار التفاعل سيتأثر باستخدامها في الفصل الرقمي أو في المنزل.

المراجع References:

الأغبري، أمل عبد الوارث. (٢٠٠٨). *أثر تدريس التفاضل والتكامل باستخدام الحاسبة البيانية Graphics Calculator في تحصيل طلبة المستوى الأول كلية التربية*[رسالة ماجستير غير منشورة]. كلية التربية، جامعة صنعاء، اليمن.

بدوي، رمضان مسعد. (٢٠٠٣). *استراتيجيات في تعليم وتقويم تعلم الرياضيات*، دار الفكر، عمان.

بوسيمنتر، الفريد؛ وستيبلمان، جاي. (٢٠٠٤). *تعليم الرياضيات للمرحلة الثانوية: أساليب ووحدات إثرائية*(حسن مظفر الرزو، مترجم). العين، دار الكتاب الجامعي للنشر.(الطبعة السادسة للعمل الأصلي نشرت في ٢٠٠١)

الجريري، زينب صالح عبد الحافظ؛ والفايز، منى قطيفان ارشيد. (٢٠٢١). أثر استراتيجية التعلم المعكوس بتوظيف برمجية التدريس الخصوصي في تنمية مهارات التواصل الرياضي الكتابي لدى طالبات الصف العاشر الأساسي. *مجلة جامعة الحسين بن طلال للبحوث*، جامعة الحسين بن طلال - عمادة البحث العلمي والدراسات العليا، ٧، ١- ١٨.

الجندي، حسن عوض حسن؛ والأحول، مروة نبيل. (٢٠٢٢). توظيف الكتاب التفاعلي القائم علي تقنية Code-QR في تنمية مهارات التواصل الرياضياتي ودعم الكفاح المنتج في تعلم الرياضيات لدى طلاب معاهد العبور. *مجلة جامعة الفيوم للعلوم التربوية والنفسية*، كلية التربية – جامعة الفيوم، ١٦(٤)، ٤٩١-٥٩٥.

حسانين، عبد الماجد سعد الدين. (٢٠١٧). *فاعلية الاكتشاف الموجه باستخدام الحاسبة البيانية في تدريس الرياضيات على التحصيل والاستدلال الرياضي لدى طلاب المرحلة الثانوية الأزهرية*[رسالة ماجستير غير منشورة]. كلية التربية بنين بالقاهرة، جامعة الأزهر.

حسن، شيماء محمد علي. (٢٠١٩). تصميم معمل افتراضي باستخدام أنماط من التغذية الراجعة في تنمية مهارات قياس المجسمات والحس الجمالي للرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٢(١٢)، ٦-٦٦.

حميدة، شيما سمير أنور. (٢٠٢٢). برنامج إثرائي قائم على اليدويات الافتراضية التفاعلية لتنمية مهارات التفكير البصري والتطبيقات الحياتية في الرياضيات لدى طلاب المرحلة الثانوية في ضوء النظرية التواصلية. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٥(٣)، ٢٩٤-٣٥٢.

الزهراني، بدرية ضيف الله يحي. (٢٠٢٣). فاعلية الخرائط الذهنية الإلكترونية في تنمية التحصيل ومهارات التفكير المنتج في الرياضيات لدى طالبات المرحلة المتوسطة. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٦(٣)، ١٤٩-١٩٩.

السعيد، رضا مسعد. (٢٠١٨). TABLET: معمل رياضيات افتراضي لتدريس المهارات العملية والتطبيقات الحياتية للرياضيات. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢١(٤)، ٦-٣٩.

السعيد، رضا مسعد؛ وداود، السيد محمود محمد. (٢٠٢٠). تنمية الاستيعاب المفاهيمي والنزعة المنتجة لدى تلاميذ الصف الثاني الاعدادي الأزهري باستخدام يدويات معمل الجبر. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٣(٥)، ٢٠٤-٢٣٥.

الشهراني، ناصر دبيان ناصر. (٢٠١٨). فاعلية استخدام كتاب إلكتروني تفاعلي في تنمية مهارات التفكير الرياضي لدى تلاميذ الصف السادس الابتدائي. *مجلة جامعة بيشة للعلوم الإنسانية والتربوية*، جامعة بيشة، ٢، ٣٣٧- ٣٣٩.

الشهري، مانع علي محمد. (٢٠١٩). فاعلية استخدام استراتيجية الفصل المعكوس في التحصيل وتنمية مهارات الحس العددي لدى تلاميذ الصف الخامس الابتدائي. *مجلة جامعة بيشة للعلوم الإنسانية والتربوية*، جامعة بيشة، ٥، ٣١٣- ٣٤١.

صبري، رشا السيد. (٢٠١٢).فاعلية برنامج مقترح في هندسة الفراكتال باستخدام السبورة التفاعلية في تنمية بعض مهارات الحس المكاني و مهارات استخدام السبورة التفاعلية لدى طلاب الدراسات العليا بكليات التربية. *دراسات عربية في التربية وعلم النفس*، رابطة التربويين العرب، ٢٨(٣)، ١١-٦٦.

الصعيدي، علي عبد الرحيم علي. (٢٠١٣). *فاعلية برنامج اثرائي كمبيوتري متعدد الوسائط في الرياضيات في تنمية الحس المكاني لدى تلاميذ الصف الثالث الابتدائي بالأزهر الشريف*[رسالة ماجستير غير منشورة]، كلية التربية بنين بالقاهرة، جامعة الأزهر.

الصعيدي، علي عبد الرحيم علي. (٢٠٢١).أثر استراتيجية مقترحة لاستخدام الحاسبة البيانية "TI-Nspire CX CAS" في ضوء نموذج "Marzano" لأبعاد التعلم على تنمية التفكير التأملي لدى طلاب الصف الثالث الإعدادي. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٤(٨)، ٢٠٦-٢٥٠.

الصعيدي، علي عبد الرحيم علي. (٢٠٢٤). *التكنولوجيا وتدريس الرياضيات على نحو إبداعي: الجزء الأول*. القاهرة، دار الفكر العربي.

الصعيدي، علي عبد الرحيم علي؛ وهندي، أسامة محسن محمود. (٢٠٢٣). أثر التفاعل بين أنماط الصف المعكوس ومستويات اليقظة العقلية على تنمية مهارات إنتاج الاختبارات الإلكترونية لدى طلاب الدبلوم العام تخصص رياضيات بكلية التربية جامعة الأزهر. *مجلة كلية التربية*، كلية التربية، جامعة بنها، ٣٤(١٣٣)، ٢٤٨- ٣٢٠.

الطويل، رأفت يوسف محمود؛ وسمعان، عماد ثابت. (٢٠١١). *تصميم استراتيجية تدريس مستندة إلى المنحى البنائي المدعم بالتعلم التفاعلي المحوسب وبيان أثرها في التحصيل والقدرة على البرهان الهندسي*[رسالة دكتوراه غير منشورة]، كلية العلوم التربوية والنفسية، جامعة عمان العربية، الأردن.

الطيب، ماهيتاب أحمد. (٢٠٢١). الألعاب الرقمية كمدخل لتنمية بعض المفاهيم الهندسية لدى التلاميذ ذوي صعوبات تعلم الرياضيات. *مجلة الطفولة والتربية*، كلية رياض الأطفال- جامعة الإسكندرية، ١٣(٤٥)، ٤٩- ١٣٠.

عبد الصمد، أسماء السيد محمد. (٢٠١٨). أثر التفاعل بين نمط الفرص المتاحة وزمن الاستجابة ببرامج التدريب والممارسة القائمة على عناصر محفزات الألعاب الرقمية في إكساب مهارات الحساب الذهني لتلاميذ المرحلة الابتدائية وخفض عبئهم المعرفي. *تكنولوجيا التعليم*، الجمعية المصرية لتكنولوجيا التعليم، ٢٨(٤)، ٣- ١٢١.

عبد القادر، أيمن مصطفى مصطفى . (٢٠١٨). فاعلية تدريس الرياضيات باستخدام الخرائط الذهنية الإلكترونية في تنمية مهارات التفكير البصري والتواصل الرياضي لدى طلاب الصف الأول المتوسط. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢١(٩)، ١٢٣-١٩١.

عسيري، مفرح أحمد علي. (٢٠٢٠). أثر التعليم المقلوب المستند إلى نموذج TPACK على تنمية مهارات التعلم الذاتي والتفكير الناقد وتصورات طلاب كلية التربية تخصص "رياضيات" نحوه. *المجلة التربوية*، كلية التربية-جامعة سوهاج، ٧٧، ٢٧٤١-٢٧٠٣.

العلوني، منيرة حميد سالم. (٢٠١٩). فاعلية استخدام برنامج ماتلاب "MATLAB" مع السبورة التفاعلية على التحصيل وتنمية القدرة المكانية ومفهوم الذات الرياضياتية لدى طالبات الصف الثالث الثانوي. *مجلة تربويات الرياضيات*، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات، ٢٢(٤)، ٢٩٧-٣٣١.

عمر، دعاء خالد عبد القادر. (٢٠١٨). أثر استخدام معمل الرياضيات الافتراضي في تنمية مهارات الترابط الرياضي لدى تلميذات الصف الرابع الابتدائي بمدينة مكة المكرمة. *مجلة كلية التربية- جامعة الإسكندرية*، ٢٨(٤)، ٣٠٣-٣٢١.

العنزي، عبد الله نافع. (٢٠١٠). *استخدام الحاسبة البيانية في تدريس رسم المنحنيات وأثرها في تحصيل الرياضيات لطلاب الصف الثالث ثانوي واتجاهاتهم نحوها*[رسالة ماجستير غير منشورة]. كلية التربية، جامعة طيبة، المملكة العربية السعودية.

العنزي، مها زايد مطلق؛ صلاح، صلاح أحمد فؤاد؛ وكفافي، وفاء مصطفى محمد. (٢٠١٨). استراتيجية قائمة على التعلم التفاعلي في الرياضيات لتنمية مهارات حل المشكلات لطالبات المرحلة الثانوية بدولة الكويت. *المجلة الدولية للتعليم بالإنترنت*، جمعية التنمية التكنولوجية والبشرية، ٢٢-٥٤.

العنزي، مها زايد مطلق؛ صلاح، صلاح أحمد فؤاد؛ وكفافي، وفاء مصطفى محمد. (٢٠١٧). استراتيجية قائمة على التعلم التفاعلي لتنمية مهارات التفكير الابتكاري في الرياضيات لطالبات المرحلة الثانوية بدولة الكويت. *المجلة الدولية للتعليم بالإنترنت*، جمعية التنمية التكنولوجية والبشرية، ٢٧٦-٣١٥.

عيد، إسراء الحسيني أحمد. (٢٠٢٠). تطور ممارسات تلاميذ الصف الأول الإعدادي لسلوك حل المشكلة في الجبر خلال توظيف استراتيجية الصف المعكوس. *مجلة كلية التربية*، كلية التربية – جامعة طنطا، ٧٨(٢)، ١٥٤- ١٨٣.

الغانمي، ديما غازي؛ والحساني، سامر عبد الحميد حمود. (٢٠٢٠). فاعلية برنامج تعليمي باستخدام اليدويات الافتراضية على الأجهزة اللوحية لتطوير المهارات الحسابية لدى الطلبة ذوي صعوبات تعلم الرياضيات في محافظة جدة. *مجلة العلوم الإنسانية*، جامعة حائل، ٥، ٨-٢٤.

فتوح، أماني. (٢٠٠٨). *أثر استخدام برنامج الراسم الهندسي في اكتساب مفاهيم التحويلات الهندسية لدي تلاميذ الصف التاسع*[رسالة ماجستير غير منشورة].كلية التربية، جامعة صنعاء، اليمن.

فرج، تريزة بغدادي عزيز؛ شحاتة، جمال عبد الناصر محمود: وإبراهيم، وليد يوسف محمد. (٢٠٢٠). تطوير استراتيجية تعليمية قائمة على توظيف الكمبيوتر اللوحي والسبورة التفاعلية وقياس فاعليتها في تنمية التفكير الإبداعي بمادة الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية. *دراسات في التعليم الجامعي*، جامعة عين شمس - كلية التربية - مركز تطوير التعليم الجامعي، ٤٨، ٧٥-١٦١.

فكري، إيمان جمال محمد. (٢٠٢٠). برنامج قائم على نموذج أوزوبل باستخدام الكتاب التفاعلي في تحسين صعوبات التعلم الحسابية لدى طفل الروضة. *مجلة كلية رياض الأطفال*، كلية رياض الأطفال – جامعة بورسعيد، ١٦، ٦٨-١٦٨.

قنيبي، عبير رشدي؛ وإخليل، غانم يوسف يونس. (٢٠٢٢). فاعلية استخدام استراتيجية الصف المعكوس في تنمية الابتكار الرياضي وزيادة التحصيل لدى طالبات الحادي عشر العلمي. *مجلة المناهج وطرق التدريس*، المركز القومي للبحوث - غزة، ١(١)، ١-٢٥.

محمد، دعاء يسرى جلال. (٢٠٠٨). *فعالية استخدام برمجية وسائط متعددة تفاعلية في تنمية مهارات التفكير المكاني في الرياضيات لدى تلاميذ المرحلة الابتدائية*[رسالة ماجستير غير منشورة]، كلية التربية، جامعة طنطا.

المحمدي، صلاح مضحي. (٢٠١٥). *أثر استخدام الآلة الحاسبة البيانية (Ti-Nspire cx) على تحصيل طلاب الصف الثالث الثانوي وبقاء أثر التعلم*[رسالة ماجستير غير منشورة]. كلية التربية، جامعة طيبة، المملكة العربية السعودية.

المولا، علا أحمد محمود؛ والشرع، إبراهيم أحمد. (٢٠١٣). أثر استخدام اللوح التفاعلي في تحصيل طلبة الصف الرابع الأساسي في الرياضيات وفي تفاعلهم اللفظي في أثناء التدريس في الأردن. *دراسات، العلوم التربوية*، عمادة البحث العلمي-الجامعة الأردنية، ٤٠(٣)، ١١١٩- ١١٣٤.

Ahmad, N., & Junaini, S. (2020). Augmented Reality for Learning Mathematics: A Systematic Literature Review. *International Journal of Emerging Technologies in Learning (iJET)*, 15(16), 106–122. https://doi.org/10.3991/ijet.v15i16.14961.

Akman, E., & Çakir, R. (2023). The Effect of Educational Virtual Reality Game on Primary School Students' Achievement and Engagement in Mathematics. *Interactive Learning Environments*, 31(3), 1467-1484. *EJ1388819*.

Ananga, P., & Akayuure, P. (2016). Integrating interactive multimedia into mathematics course modules for distance education. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*, 12 , 35-43.

Arlinghaus, S.L., Kerski, J.J., & Arlinghaus, W.C. (2023). *Teaching Mathematics Using Interactive Mapping* (1st ed.). CRC Press. https://doi.org/10.1201/9781003305613

Arnal-Palacian, M., Baeza, M., &Claros-Mellado, J. (2022). Quadratic Functions Representation: Pencil and Paper vs GeoGebra. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 29(3), 165-178. *EJ1372487*.

Baki, A., Kosa, T., &Guven, B. (2011). A Comparative Study of the Effects of Using Dynamic Geometry Software and Physical Manipulatives on the Spatial Visualisation Skills of Pre-Service Mathematics Teachers. *British Journal of Educational Technology*, 42(2), 291-310. *EJ927807*.

Barana, A., Marchisio, M., & Sacchet, M. (2021). Interactive Feedback for Learning Mathematics in a Digital Learning Environment. *Education Sciences*, 11, 1- 21. *EJ1300835*.

Bedada, T., & Machaba, M. (2022). Investigation of Student's Perception Learning Calculus with GeoGebra and Cycle Model. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 18(10), 1-19. *EJ1359583*.

Bulut, M., Borromeo Ferri, R. (2023). A Systematic Literature Review on Augmented Reality in Mathematics Education. *European Journal of Science and Mathematics Education*, 11(3), 556-572. *EJ1385559*.

Burrill, G., Allison, J., Breaux, G., Kastberg, S., Leatham, K., & Sanchez, W. (2002*). Handheld graphing technology in secondary mathematics: Research findings and implications for classroom practice*, Michigan State University, Texas instruments.

Caetano, G. A., & Zaro, M. (2018). The Impact of Using the Interactive Multimedia Book on Mathematics Learning: A Focus on 7th

Grade Students Performance. *Creative Education*, 9, 2455-2476. https://doi.org/10.4236/ce.2018.915185.

Carranza Rogerio, B., Yan, Y., & Cooper, E. W. (2023). Modeling Affective Response to Interactive Feedback in STEM Education E-Learning Activities. *International Journal of Technology in Education (IJTE)*, 6(2), 136-154. https://doi.org/10.46328/ijte.366. *EJ1391346*.

Castrillon-Velandia, O., & Hemandez-Rodriguez, O. (2019). Classroom Connectivity Technology to Enhance the Social Construction of Mathematical Knowledge. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 26(4), 161-176. *EJ1302100*.

Chen, C, J. (2006). Are Spatial Visualization Abilities Relevant to Virtual Reality?, *EJ846719*.

Christou, C., Jones, K., Mousoulides, N., & Pittalis, M. (2006). Developing the 3DMath dynamic geometry software: Theoretical perspectives on design. *International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13, pp. 168–174.

Common Core State Standards Initiative(CCSSI). (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers. Retrieved September 12, 2022 from http://www.corestandards.org/read-the-standards/

Da Fonseca, V., & Henriques, A. (2023). Pre-Service Mathematics Teachers Using "GeoGebra" to Learn about Instantaneous Rate of Change. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 54(4), 534-556. *EJ1384296*.

Das, K. (2020). Realistic Mathematics & Vygotsky's Theories in Mathematics Education. *International Journal of Education*, 9(1), 104- 108. *EJ1278172*.

DeLoach , M. (2013). *The impact of graphing calculators on high school students' performance on a standardized mathematics test*(Unpublished Doctoral Dissertation of Education), University of Phoenix, Phoenix, Arizona.

Demitriadou, E., Stavroulia, K., & Lanitis, A. (2020). Comparative Evaluation of Virtual and Augmented Reality for Teaching Mathematics in Primary Education. *Education and Information Technologies*, 25(1), 381-401. *EJ1239458*.

Dhayanti, D., Johar, R., &Zubainur, C. (2018). Improving Students' Critical and Creative Thinking through Realistic Mathematics Education Using Geometer's Sketchpad. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education*, 3(1), 25-35. *EJ1283911*.

Dibble, A. (2013*). Impact of Graphing Calculators on Students' Problem-Solving Abilities and Students' Attitudes Towards Mathematics* (Unpublished Master's thesis of Science in Education).Southwest Minnesota State University, Marshal, Minnesota.

Ersen, Z., & Ergül, E. (2022). Trends of Game-Based Learning in Mathematics Education: A Systematic Review. *International Journal of Contemporary Educational Research*, 9(3), 603-623. *EJ1363615*.

Fugleberg, J. (2012). *Enhancing Student Performance by Incorporating the TI-Nspire into Advanced Algebra* (Unpublished Master's thesis of Arts in Teaching Mathematics).Minot State University, Minot, North Dakota.

Ganesan, N., &Eu, L. (2020). The Effect of Dynamic Geometry Software Geometer's Sketchpad on Students' Achievement in Topic Circle among Form Two Students. *Malaysian Online Journal of Educational Technology*, 8(2), 58-68. *EJ1251616*.

Glassmeyer, D., Colclasure, M., & Alevy, L. (2022). Providing Virtual Mathematics Feedback: Connecting Research to Practice. *Georgia Educational Researcher*, 19(1), 47- 61. DOI: 10.20429/ger.2022.190103

Gülburnu, M. (2022). Secondary School Students' Views on Geometry Teaching via Three-Dimensional Dynamic Geometry Software Cabri 3D: Solid Volume Measurement. *International Journal of Curriculum and Instruction*, 14(1), 1088-1105. *EJ1331731*.

Hakimjon, O., &Jakbaraliyev, F. (2022). Ways to Use Interactive Methods in Teaching Mathematics in Primary Classes. *Journal of Pedagogical Inventions and Practices*, 14, 68-71.

Hartatiana., Darhim., &Nurlaelah, E. (2018). Improving Junior High School Students' Spatial Reasoning Ability through Model Eliciting Activities with Cabri 3D. *International Education Studies*, 11(1), 148-154. *EJ1165241*.

Hartono, S. (2020). Effectiveness of Geometer's Sketchpad Learning in Two-Dimensional Shapes. *Mathematics Teaching Research Journal*, 12(3), 84-93. *EJ1384440*.

Hatem, N. (2010). *The effect of graphing calculators on student achievement in college algebra and pre-calculus mathematics course*(Unpublished Doctoral Dissertation of Education). University of Massachusetts Lowell.

Hauptman ,H. (2010). Enhancement of spatial thinking with Virtual Spaces 1.0, *Computers & Education*, 54 ,pp123–135

Hayati, E., & Amri, Z. (2022). Interactive Learning Media on Mathematics Problem Solving Elementary School Students. *journal of Mathematics Education and Application (JMEA)*, 1(2), 89-96.

Hegedus, S., &Otálora, Y. (2023). Mathematical Strategies and Emergence of Socially Mediated Metacognition within a Multi-Touch Dynamic Geometry Environment. *Educational Studies in Mathematics*, 112(2), 289-307. *EJ1364050*.

Hussein, M., Ow, S., Elaish, M., & Jensen, E. (2022). Digital game-based learning in K-12 mathematics education: a systematic literature review. *Education and Information Technologies*, 27(2) , 2859–2891. *EJ1329388.*

Ibrahim, K. (2018). Effect of Dynamic Geometry Software on 3-Dimensional Geometric Shape Drawing Skills. *Journal of Education and Training Studies*, 6(10), 98-106. *EJ1188955*.

Idris, N., & Meng, CH. (2011). Effect of graphic calculator-based performance assessment on mathematics achievement, *Academic Research International*, 1(1), 5-14.

Ipek, J., Çerçi, S., &Zabzun, G. (2021). Applications of Tulip Motif in Turkish Art with Geometer's Sketchpad Program. *Open Journal for Educational Research*, 5(2), 365-382. *EJ1332161*.

Irmawan., Mering, A., & Astuti, I. (2022).The development of interactive learning multimedia based on the website for mathematics' subject in junior high school. *Journal of Education, Teaching, and Learning*, 7(1), 108-120.

Ishartono, N., Nurcahyo, A., Waluyo, M., Razak, R., Sufahani, S., &Hanifah, M. (2022). GeoGebra-Based Flipped Learning Model: An Alternative Panacea to Improve Students' Learning Independency in Online Mathematics Learning. *Journal of*

Research and Advances in Mathematics Education(JRAMathEdu), 7(3), 178-195. https://doi.org/10.23917/j. *EJ1362074*.

Kandemir, M.A. & Demirbag Keskin, P. (2019). Effect of graphing calculator program supported problem solving instruction on mathematical achievement and attitude. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, *5*(1), 203-223.

Kaplar, M., Radović, S., Veljković, K., Simić-Muller, K., & Marić, M. (2022). The Influence of Interactive Learning Materials on Solving Tasks That Require Different Types of Mathematical Reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 20, 411–433.

Karmila, D., Putri, D., Berlian, M., Pratama, D., & Fatrima. (2021). The Role of Interactive Videos in Mathematics Learning Activities During the Covid-19 Pandemic. *Proceedings of the International Conference on Educational Sciences and Teacher Profession (ICETeP 2020), Advances in Social Science, Education and Humanities Research*, 141- 144. Atlantis Press.

Khansila, P., Yonwilad, W., Nongharnpituk, P., &Thienyutthakul, S. (2022). Improving Academic Performance in Geometry Using a Mastery Learning Approach through GeoGebra. *Journal of Educational Issues*, 8(2), 876-894. *EJ1362277*.

Koehler, M. J., & Mishra, P. (2009). What is technological pedagogical content knowledge? *Contemporary issues in technology and teacher education*, *9*(1), 60–70.

Koehler, M., Mishra, P., Akcaoglu, M., & Rosenberg, J. M. (2013). *The technological pedagogical content knowledge framework for teachers and teacher educators Commonwealth Educational Media Center For Asia*, Retrieved October 12, 2020, from: http://cemca.org.in/ckfinder/userfiles/files/ICT%20teacher%20educati

Koehler, M., Mishra, P., Peruski, L., & Hershey, K. (2004). With a Little Help From Your Students: A New Model for Faculty Development and Online Course Design. *Journal of Technology and Teacher Education* , 12(1) 25-55.

Loc, N., & Loc, M. (2020). Using Mind Map In Teaching Mathematics: An Experimental Study. *International Journal of Scientific & Technology Research*, 9(4), 1149-1155.

Long, H., Bouck, E., & Kelly, H. (2023). An Evidence-Based Practice Synthesis of Virtual Manipulatives for Students with ASD and IDD. *Focus on Autism and Other Developmental Disabilities*, 38(3), 147-157. *EJ1385586*.

Lutfi, S., Ismatulloh, Kh., &Kholiso, Y. (2021). Developing Interactive Learning Multimedia for Mathematics Subject in Junior High School Grade VIII Student East Lombok. *Indonesian Journal of Innovation and Applied Sciences* (*IJIAS*), 1 (2), 105-112.

Masduki, N., Prayitno, L., Dartani, E., & Rensi, M. (2019). The Use of Interactive Multimedia in Improving Mathematics Learning Outcomes: The Case of the 4th Grade Students of SDN Manyaran 01 Semarang in the Academic Year of 2019/2020. *Advances in Social Science, Education and Humanities Research*, 417, 227-231. *2nd International Conference on Education and Social Science Research (ICESRE 2019)*.

McClintock, E., Zhonghong, J., & July, R. (2002). Student's Development of Three-Dimensional Visualization in the Geometer's Sketchpad Environment, *ED471759*.

Milovanović, M., Obradović, J., & Milajić, A. (2013). Application of interactive multimedia tools in teaching mathematics - Examples of lessons from geometry. *Turkish Online Journal of Educational Technology*, 12(1), 19-31.

Mishra, P., & Koehler, M. (2006). Technological Pedagogical Content Knowledge: A framework for teacher knowledge. *Teachers College Record*, 108 (6),1017-1054.

Murat, K., & Yesim, I. (2007).Interactive Learning in Mathematics Education: Review of Recent Literature. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 26(2), 137-153.*EJ756188*.

Nafisa, R., & Shukurona, M. (2022). Interactive Method of Teaching Mathematics. *European Multidisciplinary Journal of Modern Science*, 6, 249-253.

National Council for Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standards for* School *Mathematics*, Reston, VA: Author.

National Governors Association Center for Best Practices (NGA)., & Council of Chief State School Officers(CCSSO). (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices, Council of Chief State School Officers, Washington D.C.

National Research Council (NRC). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. J.Kilpatrick, J. Swafford, and B.Findell (Eds.). Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: National Academy Press.

Nichols, F. (2012). *Teaching slope of a line using the graphing calculator as a tool for discovery learning*(Unpublished Doctoral Dissertation of Education). The Faculty of the School of Education, The College of William and Mary in Virginia.

Nongharnpituk, P., Yonwilad, W., &Khansila, P. (2022). The Effect of GeoGebra Software in Calculus for Mathematics Teacher Students. *Journal of Educational Issues*, 8(2), 755-770. *EJ1362030*.

Nurmawati., Masduki, L., Prayitno, E., & Dartani, M. (2020). The Implementation of Interactive Multimedia in Improving Mathematics Learning Outcomes. *English Teaching Journal*, 11(2), 101-107.

Nusir, S., Alsmadi, I., Al-Kabi, M.,& Sharadgah, F. (2012). Studying the impact of using multimedia interactive programs at children ability to learn basic math skills . *Acta Didactica Napocensia*, 5(2), 17-32, *EJ1054302*.

Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD) .(2018). *PISA 2022 Mathematics Framework (Draft)*. Retrieved October 22, 2023 from https://2u.pw/35JYX

Pamuk, S. (2022). Investigation of Teachers' Reflections on Countrywide Tablet PC and Interactive White Board Initiative in Turkish Schools. *Participatory Educational Research*, 9(1), 22-40. *EJ1308634*.

Park, J., Bryant, D., & Shin, M. (2022). Effects of Interventions Using Virtual Manipulatives for Students with Learning Disabilities: A Synthesis of Single-Case Research. *Journal of Learning Disabilities*, 55(4). 325-337. *EJ1342927*.

Parrot, M., & Leong, K. (2018). Impact of Using Graphing Calculator in Problem Solving. *international electronic journal of mathematics education*, 13(3), 139-148. *EJ1227509*.

Radovic, S., Radojicic, M., Veljkovic, K., & Maric, M. (2020). Examining the Effects of GeoGebra Applets on Mathematics Learning Using Interactive Mathematics Textbook. *Interactive Learning Environments*, 28(1), 32-49. *EJ1242525*.

Reznichenko, N. (2007). Learning Mathematics with Graphing Calculator: A Study of Students' Experiences. *ED497715*.

Sabuncu, F., & Ipek, J. (2021). Computer Assisted Education's Effects of Learning the Eighth Grade Math Subjects with Geometer's Sketchpad on Students' Performance Grades and Academical Achievements and Students' Opinions: A Mixed Method Study. *Education Quarterly Reviews*, 4(1), 307-322. *EJ1300607*.

Samet, O., & Hollebrands, K. (2016). High School Students' Forming 3D Objects Using Technological and Non-Technological Tools. *Paper presented at the Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (38th, Tucson, AZ, Nov 3-6, 2016), ED583690*.

Schrupp, R. (2007). *Effects of Using Graphing Calculators to Solve Quadratics with High School Mathematics Students*(Unpublished Master's thesis of Science in Education). Southwest Minnesota State University, Marshal, Minnesota.

Senthamarai, S. (2018). Interactive teaching strategies. *Journal of Applied and Advanced Research*, 3(1), 36–38. *Proceedings of the Conference on "Recent Trend of Teaching Methods in Education" Organised by Sri Sai Bharath College of Education Dindigul-624710, Tamil Nadu, India*.

Shi, Y., Yang, H., Dou, Y., & Zeng, Y. (2023). Effects of Mind Mapping-Based Instruction on Student Cognitive Learning Outcomes: A Meta-Analysis. *Asia Pacific Education Review*, 24(3), 303-317. *EJ1386711*.

Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher*, 15(2) 4-14.

Tajudin,N., Tarmizi,R., Ali,W., &Konting, M. (2008). The use of graphic calculator in teaching and learning of mathematics: effects on

performance and metacognitive awareness., in *Proceedings of the 3rd National Conference on Graphing Calculators* 16 – 18 April, University of Sains, Malaysia.

Tavares, L., Meira, M., & Amaral, S. (2021). Interactive Mind Map: A Model for Pedagogical Resource. *Open Education Studies*, 3, 120–131.

Thangasmani, U., &Eu, L. (2019). Students' Achievement in Symmetry of Two Dimensional Shapes Using Geometer's Sketchpad. *Malaysian Online Journal of Educational Sciences*, 7(1), 14-22. *EJ1201774*.

Thapa, R., Dahal, N., & Pant, B. (2022). GeoGebra Integration in High School Mathematics: An Experiential Exploration on Concepts of Circle. *Mathematics Teaching Research Journal*, 14(5), 16-33. *EJ1382680*.

The Partnership for 21st Century Skill[P21]. (2006). *Framework for 21st Century Learning*. Retrieved October 22, 2023 from http://www.p21.org/overview/skillsframework

Tieng, P., & Eu, L. (2014). Improving Students' Van Hiele Level of Geometric Thinking Using Geometer's Sketchpad. *Malaysian Online Journal of Educational Technology*, 2(3), 20-31. *EJ1086363*.

Tutak, T., Turkdogan, A., & Birgin, O. (2009). The Effect of Geometry Teaching with CABRI to Learning Levels of Forth Grade Students, *e-Journal of New World Sciences Academy*, 4(2), 26-35.

Uwurukundo, M.S., Maniraho, J.F. & Tusiime Rwibasira, M. (2022). Effect of GeoGebra Software on Secondary School Students' Achievement in 3-D Geometry. *Education and Information Technologies*, 27(4), 5749–5765. *EJ1336811*.

Vita, M., Verschaffel, L., & Elen, J. (2014). Interactive Whiteboards in Mathematics Teaching: A Literature Review. *Education Research International*, 2014, 1-16. https://doi.org/10.1155/2014/401315.

Wong, S., & Wong, S. (2021). Effects of Motivational Adaptive Instruction on Student Motivation towards Mathematics in a Technology-Enhanced Learning Classroom. *Contemporary Educational Technology*, 13(4), 1-16. *EJ1316261*.

Wright, G., & Park, S. (2022). The Effects of Flipped Classrooms on K-16 Students' Science and Math Achievement: A Systematic Review. *Studies in Science Education*, 58(1), 95-136. *EJ1330908*.

Yang, Q., Lin, C., & Hwang, G. (2021). Research Focuses and Findings of Flipping Mathematics Classes: A Review of Journal Publications Based on the Technology-Enhanced Learning Model. *Interactive Learning Environments*, 29(6), 905-938. *EJ1309146*.

Zhang, J., Gao, M., Holmes, W., Mavrikis, M., & Ma, N. (2019). Interaction patterns in exploratory learning environments for mathematics: a sequential analysis of feedback and external representations in Chinese schools, *Interactive Learning Environments*, DOI: 10.1080/10494820.2019.1620290.