مجلة كلية التجارة للبحوث العلمية
كلية التجارة
جامعة الإسكندرية
العدد الأول– المجلد السادس والخمسون – يناير ٢٠١٩

تأثير المتغير الضبابي على التكاليف الكلية لنموذج المخزون المختلط*

أ/ شيماء عبد الفتاح محمود
باحثة بقسم الإحصاء والرياضة والتأمين
كلية التجارة - جامعة الإسكندرية

The Effect of Fuzzy Variable on the Total Cost of Mixture Inventory Model

ملخص البحث

تقدم الدراسة نموذج مخزون مستمر مختلط، يتم فيه إعتبار النقص في المخزون خليطاً من الطلبات المتراكمة والمبيعات المفقودة. وذلك في ظل إفتراض أن الطلب خلال فترة التوريد يتبع لتوزيع حر, لذلك سيتم تطبيق ما يعرف بأسلوب تدنية– تعظيم التوزيع الحر للطلب خلال فترة التوريد. كما سيتم دراسة نموذج المخزون في بيئة ضبابية (متوسط الطلب السنوي ضبابي) وذلك لكي يتم تحديد متوسط الطلب السنوي بدقة في ظل ظروف عدم التأكد التي تحدث غالباً لنماذج المخزون في الواقع العملي.

الكلمات الدالة: تدنية وتعظيم التوزيع الحر, الطلب الضبابي, نموذج المخزون المختلط.

Abstract

The proposed study investigates a continuous review mixture inventory model in which shortage is mixture of backorders and lost sales. it is assumed that the lead time demand follows free distribution ,so the Mini-Max distribution free approach for lead time demand is applied. Whole of the study is performed in fuzzy environment(fuzzy average annual demand) to accurately determine the average annual demand under uncertainty conditions which happened to the inventory models in real life.

Key Words: Mini- Max Distribution Free, Fuzzy Concept, Mixture Inventory Model.

*بحث من إعداد الطالبة: شيماء عبد الفتاح محمود, مشتق من رسالة ماجستير بعنوان " الرقابة علي المخزون في ظل التوزيع الحر للطلب أثناء فترة التوريد وفي ظل بيئة ضبابية "Inventory Control with Distribution Free Lead Time Demand and Fuzzy Environment" ، تحت إشراف أ.د/ إمتثال محمد حسن (أستاذ الإحصاء التطبيقي- كلية التجارة- جامعة الإسكندرية) , و د/ سمية محمد علي (مدرس الإحصاء التطبيقي - كلية التجارة جامعة الإسكندرية)

(١) مقـدمــة

يتطلب للبقاء في عالم الأسواق التنافسية – كما ذكر Gaither and Frazier [4]– توافر مجموعة من المعايير يجب علي الشركات المتنافسة تحقيقها . وتتمثل هذه المعايير في كل من : فترات توريد قصيرة وتكاليف إعداد منخفضة ومستوي مرتفع لخدمة العملاء . وذلك لأن العملاء يمثلون الهدف الأساسي للشركات. وقد عرفت دراسة Khan and Jain[5] فترة التوريد Lead Time, بأنها الفترة الزمنية التي تستغرقها الشركة بين تسلم أمر بطلب جديد إلي تسليم المنتج, كما عرفت الدراسة تكلفة الإعداد Setup Cost بأنها التكلفة الخاصة بتجهيز الطلبية مثل إعداد طلب شراء المواد الخام وتكلفة نقل هذه المواد وتكاليف العمالة اللازمة لفحص السلع عند وصولها, للتأكد من عدم وجود وحدات معيبة.

ويعد النظام الياباني الذي يعرف بأسم "في الوقت المناسب" Just In Time , من أشهر الأنظمة التي تعمل علي تحقيق المعايير السابق ذكرها ,حيث يهدف ذلك النظام إلي تقليل فترة التوريد و تخفيض تكلفة الإعداد. علي الرغم من ذلك, فإنه في كثير من نماذج المخزون [١] التقليدية قد تم إفتراض أن كل من تكلفة الإعداد و فترة التوريد قيماً ثابتة لا يمكن التحكم فيها,وهذا لا يتوافق ذلك مع متطلبات الواقع العملي إذ تتضمن فترة التوريد Lead Time الفترات الآتية : تجهيز الطلبية Order prepration , ووقت الإعداد Processing Time والوقت اللازم لنقل الطلبية من المورد Order Transit Time From Supplier بالإضافة إلي وقت توريد المورد Supplier Lead Time . وكل عنصر من هذه العناصر مستقل عن الآخر, ويمكن أن تكون له تكلفة إضافية ثابتة Craching Cost (تهدف إلي تقليل الفترة الخاصة بكل عنصر من هذه العناصر). ومن المؤكد أن تقليل فترة التوريد يمكن أن يبدأ من العنصر (الفترة) صاحب التكلفة الإضافية الأقل ويليه العنصر صاحب التكلفة الإضافية الأعلي وهكذا, إلي أن يتم تخفيض كل هذه الفترات التي تتضمنها فترة التوريد. وبذلك يتم التحكم في فترة التوريد لتصبح متغير وليست قيمة ثابتة . وبهذه الطريقة يمكن دراسة فترة التوريد كمتغير قرار Decision Variable في نماذج المخزون ,أي تصبح فترة التوريد متغير يمكن التحكم فيه من خلال تخفيض الفترة الخاصة بها.

كما أنه في الواقع العملي يترتب علي تخفيض فترة التوريد إنخفاض في تكلفة الإعداد,فعلي سبيل المثال تطبيق نظام تبادل البيانات إلكترونياً ينتج عنه تخفيض في كل من فترة التوريد وتكلفة الإعداد.وبالتالي يمكن التحكم في تكلفة الإعداد لتصبح متغير قرار.

كما يفترض في كثير من نماذج المخزون التقليدية أن الطلب خلال فترة التوريد يتبع للتوزيع الطبيعي علي الرغم من أن هذا الإفتراض يؤدي إلي إتخاذ قرارات خاطئة مقارنة بالتوزيعات التي يكون لها نفس الوسط الحسابي والإنحراف المعياري للطلب خلال فترة التوريد. من ناحية أخري فإنه في كثير من نماذج المخزون التي تم تقديمها في الدراسات

---

[١] **المخزون** هو الكميات التي تحتفظ بها المنشأة من المواد الخام أو المنتجات قيد التصنيع أو المنتجات النهائية لمواجهة الطلب في المستقبل. وتصنف نماذج المخزون إلي نوعين نماذج مخزون محددة وهي النماذج التي يكون فيها الطلب معلوماً. والنماذج الإحتمالية التي يكون فيها الطلب إحتمالي لذا يتم إعتبار الطلب متغير عشوائي. Yadav[12]

السابقة , تم إفتراض أن الطلب السنوي واضحCrisp , تجاهلاً لحقيقة أن الطلب السنوي في كثير من الأحيان يكون غير واضح أي ضبابي Fuzzy. وقد ينتج عدم التأكد في الطلب , عن تغيرات بيئية أو سياسات ترويجية أو بسبب التضخم . لذلك لا يمكن التعامل مع مفاهيم نظرية الإحتمال عندما يكون هناك عدم تأكد في نماذج المخزون, ويكون من الأفضل التعامل مع المفاهيم الضبابية Fuzzy Concepts. وقد أوضحت دراسة Yadav[12] الفرق بين الإحتمال والضبابية في أن نظرية الإحتمال تستخدم في حال وجود معرفة جزئية Partial Knowledge عن المتغير محل الدراسة, مثل معرفة الوسط الحسابي والإنحراف المعياري. في حين أن المفاهيم الضبابية تستخدم في حال عدم التأكد من المعلومات التي تم الحصول عليها عن المتغير محل الدراسة وبالتالي تعمل هذه المفاهيم علي محاولة إختيار أو تحديد قيمة واضحة لهذا الرقم الضبابي وفقاً لما يطلق عليه الانتماء الجزئي Partial Membership للمجموعة الشاملة التي تتضمن كل القيم الممكنة للمتغير محل الدراسة. ولاحقاً سيتم توضيح مفهوم الرقم الضبابي بشكل تفصيلي وكذلك كيفية تحويل الأرقام الضبابية إلي قيم واضحة ومحددة من خلال ما يسمي بطرق إزالة الضبابية.

كذلك من الإفتراضات غير الواقعية في نماذج المخزون , الإفتراض الخاص بالنقص في المخزون Shortage والذي يعتبر النقص في المخزون مبيعات مفقودة تماماً Completely lost Sales ,أو طلبات متراكمة Completely Back-orders . وفي الواقع العملي قد يفضل بعض العملاء الإنتظار, وبالتالي يكون الطلب في هذه الحالة طلب متراكم Backorder , بينما لا يفضل البعض الإنتظار. لذلك لكي يكون نموذج المخزون أكثر واقعية لابد من إعتبار نقص المخزون خليطاً من الطلبات المتراكمة والمبيعات المفقودة. أي يكون نموذج المخزون مختلطاً Mixed Inventory Model . وقد ذكرت دراسة [10] *Quyang et al.* , أن هناك عامل يؤثر علي إنتظار العميل وقبوله لحالة الطلب المتراكم في نماذج المخزون المختلطة وهو الخصم السعري علي الطلب المتراكم Backorder Price Disco-unt.وقد أوضحت الدراسة أهمية إفتراض أن الخصم السعري علي الطلب المتراكم متغير قرار وليس قيمة ثابتة في نماذج المخزون.

لذلك مما سبق ذكره قامت كثير من الدراسات في الآونة الأخيرة بتعديل بعض من الإفتراضات الخاصة بنماذج المخزون التقليدية , فقد قامت دراسة Ben-Daya and Raouf [1] بإفتراض أن فترة التوريد متغير قرار في نموذج المخزون بدلاً من إعتبارها قيمة ثابتة. كما قامت دراسة Quyang *et al.* [7] بإعتبار النقص في المخزون خليطاً من الطلبات المتراكمة والمبيعات المفقودة .كما قامت دراسة Quyang and Wu[8] بإفتراض أن الطلب خلال فترة التوريد يتبع لتوزيع حر . كما قامت دراسة Chang *et al.* [2] بإفتراض أن حجم الطلب خلال فترة التوريد ضبابي وليس قيمة واضحة.وقد قامت دراسة Lin[6] بدراسة العلاقة غير المستقلة بين فترة التوريد وتكلفة الإعداد ولكن في ظل إفتراض أن الطلب السنوي قيمة واضحة.كما قامت دراسة Yadav[12] بإفتراض أن الطلب السنوي ضبابي في ظل إفتراض علاقة مستقلة بين فترة التوريد وتكلفة الإعداد ولكن في ظل إفتراض أن عامل

الأمان يمكن معرفته من خلال بيانات سابقة وليس متغير قرار .وقامت دراسة الشمرتي و عبد [١] بافتراض أن كل من الطلب وفترة التوريد أرقام ضبابية. كما قامت دراسة حمادي وعبدل [٢] بإفتراض أن الطلب رقم ضبابي.

وفي الدراسة الحالية سيتم تقديم نموذج للمخزون مستمر مختلط يتم فيه إعتبار كل من حجم الطلبية, وفترة التوريد,وتكلفة الإعداد, والخصم السعري علي الطلب المتراكم , وعامل الأمان متغيرات قرار . كما سيتم من خلال النموذج الجمع بين الإفتراض الخاص بإعتبار متوسط الطلب السنوي ضبابي بالإضافة إلي إفتراض وجود علاقة غير مستقلة بين فترة التوريد وتكلفة الإعداد حيث أن الدراسات السابقة لم تقم بالجمع بين هذه الإفتراضات السابق ذكرها معاً.

أهمية الدراسة

ترجع أهمية هذه الدراسة إلي أنها تعد الدراسة الأولي التي تأخذ تأثير إفتراض وجود علاقة غير مستقلة بين فترة التوريد وتكلفة الإعداد في ظل بيئة ضبابية .لذا فإن الدراسة الحالية تلقي الضوء علي ضرورة تعديل الإفتراضات الخاصة بنماذج المخزون التقليدية .

أهداف الدراسة

تهدف الدراسة إلي إجراء بعض التعديلات علي الإفتراضات الخاصة بنماذج المخزون التقليدية. ودراسة تاثير تلك التعديلات علي هيكل دالة التكاليف الكلية المتوقعة, وذلك من خلال نموذج المخزون الذي سيتم تقديمه والذي يهدف الي تحقيق النقاط التالية :

١-إستخدام أسلوب تدنية و تعظيم التوزيع الحر Mini-Max Distribution Free : والذي يتم من خلاله تعظيم أقل ربح متوقع , كي يتم تحديد حجم النقص المتوقع في المخزون خلال فترة التوريد , في ظل عدم معرفة التوزيع الإحتمالي للطلب أثناء فترة التوريد.

٢-إفتراض أن متوسط الطلب السنوي ضبابي تماشياً مع ظروف عدم الوضوح التي تحدث غالباً في نماذج المخزون في الحالات العملية.

(٢) التكاليف الكلية لنموذج المخزون المختلط

سيتم أولاً توضيح الفروض التي بني عليها نموذج المخزون الخاص بالدراسة الحالية.

(٢-١) فروض الدراسة

بنيت الدراسة علي مجموعة من الفروض تتمثل فيما يلي:

١. يخضع نموذج المخزون للمراجعة المستمرة أي يتم مراجعة المخزون بشكل مستمر لتحديد ما إذا كان الوقت قد حان لإصدار أمر بإعادة الطلبية.
٢. يتبع الطلب خلال فترة التوريد لتوزيع حر Free Distribution .
٣. النقص في المخزون خليطاً من الطلب المتراكم والمبيعات المفقودة.
٤. تتكون فترة التوريد من عدد (n) من الفترات .
٥. يرتبط بتقليل فترة التوريد تكاليف إضافية, لذا يتم تقليل العنصر ذات التكلفة الإضافية الأقل أولاً ويليه العنصر صاحب التكلفة الإضافية الأعلي, وهكذا إلي أن يتم تقليل الفترات الأخري التي تتضمنها فترة التوريد.
٦. يترتب علي تقليل فترة التوريد تخفيض في تكلفة الإعداد (أي أن العلاقة بينهما علاقة غير مستقلة).

٧. متوسط الطلب السنوي ضبابي وليس قيمة واضحة.

٨. فترة التوريد ,تكلفة الإعداد, الخصم السعري علي الطلب المتراكم, حجم الطلبية وعامل الأمان متغيرات قرار.

الرموز المستخدمة

تتضح الرموز التي سيتم إستخدامها للتعبير عن معالم دالة التكاليف الكلية فيما يلي:

A: تكلفة الإعداد لكل طلبية

D :متوسط الطلب السنوي

L :فترة التوريد (متغير قرار)

μ_L :الوسط الحسابي للطلب خلال فترة التوريد

$\sigma\sqrt{L}$: الإنحراف المعياري للطلب خلال فترة التوريد

C(L) :التكلفة الإضافية لتقليل فترة التوريد

Q :حجم الطلبية (متغير قرار)

r :نقطة إعادة الطلبية

h : تكلفة الإحتفاظ بالوحدة الواحدة من المخزون

SS: مخزون الأمان

β_0 : الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β)

k: عامل الأمان (متغير قرار)

x : الطلب خلال فترة التوريد

$E\,(x-r)^+$:حجم النقص المتوقع في المخزون خلال فترة التوريد

(٢-٢) دالة التكاليف الكلية السنوية المتوقعة Expected Annual Total Cost

تشتمل دالة التكاليف الكلية السنوية المتوقعة لنموذج المخزون $\mathbf{EATC(Q,k,\pi_x, A(L), L)}$ علي العناصر التالية: تكلفة الإعداد السنوية

١. التكلفة السنوية للإحتفاظ بالمخزون

٢. التكلفة السنوية للنقص في المخزون

٣. التكلفة السنوية الإضافية لتقليل فترة التوريد

بحيث يمكن كتابة دالة التكاليف الكلية السنوية المتوقعة لنموذج المخزون, علي الصورة التالية:

التكاليف الكلية السنوية المتوقعة = تكلفة الإعداد السنوية + التكلفة السنوية للإحتفاظ بالمخزون + التكلفة السنوية للنقص في المخزون + التكلفة السنوية الإضافية لتقليل فترة التوريد

يمكن توضيح عناصر دالة التكلفة الكلية فيما يلي:

١- تكلفة الإعداد $\mathbf{c_1(EATC)}$:

يرمز $\mathbf{c_1(EATC)}$ إلي $\mathrm{Cost_1}$(Expected Annual Total Cost) ويشير ذلك إلي أن تكلفة الإعداد تمثل العنصر الأول من عناصر دالة التكاليف الكلية السنوية المتوقعة لنموذج المخزون الخاص بالدراسة الحالية. وقد عرفت دراسة Khan and Jain[5] تكلفة الإعداد علي النحو التالي:

تكلفة الإعداد: هي التكلفة الخاصة بتجهيز الطلبية مثل إعداد طلب شراء المواد الخام وتكلفة نقل هذه المواد وتكاليف العمالة اللازمة لفحص السلع عند وصولها, للتأكد من عدم وجود وحدات معيبة. ويمكن التعبير عن تكلفة الإعداد علي النحو التالي:

تكلفة الإعداد السنوية = تكلفة الإعداد لكل طلبية × عدد الطلبيات خلال السنة

ويمكن التعبير عن $\mathbf{c_1(EATC)}$ **كما يلي :**

$$\mathbf{c_1(EATC)}=\frac{\mathbf{A(L)D}}{\mathbf{Q}} \qquad (\mathbf{1})$$

حيث: $(\frac{D}{Q})$ عدد الطلبيات خلال السنة. و A(L) : تكلفة الإعداد لكل طلبية , والتي توضح أن تكلفة الإعداد (A) دالة في فترة التوريد (L) . ومن ثم فإن تخفيض فترة التوريد (L) سيؤثر علي تكلفة الإعداد (A).

يمكن التعبير عن تكلفة الإعداد A(L) في ظل إفتراض وجود علاقة غير مستقلة بين فترة التوريد وتكلفة الإعداد – كما ورد في دراسة Lin[6]– كما يلي:

$$A\ (L) = a + b\ L \qquad (2)$$

حيث:

$$a = (1 - 1/\lambda)A_0 \qquad (3)$$

$$b = A_0/\lambda L_0 \qquad (4)$$

حيث (λ) : معلمة قياس تصف قوة العلاقة بين كل من فترة التوريد وتكلفة الإعداد.و (A_0) : تكلفة الإعداد المبدئية (أي قبل أن يتم تخفيضها من خلال التكلفة الإضافية),وتشير (L_0) إلي فترة التوريد قبل أن يتم تخفيضها من خلال التكلفة الإضافية.

في هذه الدراسة الحالية تم إفتراض أن متوسط الطلب السنوي رقم ضبابي وليس قيمة واضحة وقد تم إفتراض ذلك لكي يتوافق نموذج المخزون مع التغيرات التي تحدث في الواقع العملي لنماذج المخزون.حيث أنه في الواقع العملي يكون الطلب السنوي أحياناً به تقلبات Fluctuation , نتيجة لظروف عدم التأكد وبالتالي يصبح متوسط الطلب السنوي ضبابي ومن ثم لا يمكن تحديده بدقة ووضوح . وفي هذه الحالة يصعب علي متخذ القرار تحديد متوسط الطلب السنوي كقيمة واضحة أو محددة Crisp Sense. لذلك يكون من الأسهل تحديده من خلال فترة, حيث تتضمن هذه الفترة القيم الممكنة لمتوسط الطلب السنوي. وقد أوضحت دراسة Quyang and Yao [9] أنه إعتماداً علي الفترة المغلقة $[D- \Delta_1 , D + \Delta_2]$ التي تنتمي لها القيم الممكنة لمتوسط الطلب السنوي, يمكن كتابة متوسط الطلب السنوي **كرقم ضبابي مثلثي** , وهو الرقم الذي يمكن التعبير عنه من خلال ثلاثة قيم ممكنة , وهنا يرمز لمتوسط الطلب السنوي كرقم ضبابي مثلثي بالرمز ($D\%$), ويتم التعبير عنه كما يلي:

$$\mathbf{D\% = (D - \Delta_1 , D, D + \Delta_2)} \qquad \mathbf{(5)}$$

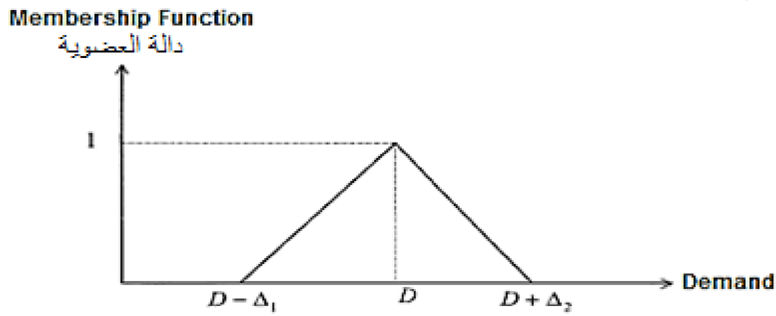
حيث D: متوسط الطلب السنوي.

و حيث: $D - \Delta_1$: الحد الأدني لقيم الرقم الضبابي للطلب السنوي.

$D + \Delta_2$: الحد الأعلي لقيم الرقم الضبابي للطلب السنوي.

Δ_2 , Δ_1 : قيم يتم إختيارها من قبل متخذ القرار.

وفقاً لمفهوم العضوية الجزئية المشار إليه سابقاً عند توضيح الفرق بين نظرية الإحتمال والمفهوم الضبابي, فإن قيمة متوسط الطلب السنوي (D) التي يتم معرفتها من خلال بيانات سابقة للطلب السنوي, تنتمي للمجموعة الضبابية Fuzzy Set التي تتضمن كل القيم الممكنة للرقم الضبابي لمتوسط الطلب السنوي والمعبر عنها بالفترة المغلقة $[D- \Delta_1 , D + \Delta_2]$ بدرجة عضوية Memb–ership Grade مساوية للواحد الصحيح. وتقل هذه الدرجة بالإبتعاد عن هذه القيمة ويمكن توضيح ذلك من خلال شكل (١).



شكل(١): متوسط الطلب السنوي وفقاً للمنطق الضبابي

المصدر: Quyang and Yao (2002)

بالتعويض عن متوسط الطلب السنوي كرقم ضبابي مثلثي المعادلة (5) في المعادلة (1) الخاصة بتكلفة الإعداد , تصبح تكلفة الإعداد علي الصورة التالية:

$$\mathbf{c_1(EATC) = \frac{A(L)D\%}{Q}} \qquad (6)$$

٢- **تكلفة الإحتفاظ بالمخزون $\mathbf{c_2(EATC)}$:**

أوضحت دراسة Yadav[12] تعريف تكلفة الإحتفاظ بالمخزون علي النحو التالي:

تكلفة الإحتفاظ بالمخزون: هي التكلفة التي يتطلبها الإحتفاظ بالوحدة الواحدة من المخزون في حال بقائها إلي الفترة اللآحقة .مثل, إيجارات المخازن وتكاليف التأمين.وتكون تكلفة الإحتفاظ بالمخزون علي الصورة التالية:

تكلفة الإحتفاظ بالمخزون = تكلفة الإحتفاظ بالوحدة الواحدة من المخزون × (متوسط حجم الطلبية + مخزون الأمان + حجم المبيعات المفقودة المتوقع)

يمكن التعبيرعن $c_2(EATC)$ كما يلي:

$$\mathbf{c_2(EATC) = h[\frac{Q}{2} + k\,\sigma\sqrt{L} + (1-\beta)E[x-r]^+]} \qquad (7)$$

حيث $E(x-r)^+$: حجم النقص المتوقع في المخزون خلال فترة التوريد

β : معدل الطلب المتراكم خلال فترة التوريد , $0 \le \beta \le 1$

$\beta\, E(x-r)^+$: حجم الطلبات المتراكمة المتوقع , وبالتالي فإن $(1-\beta)E(x-r)^+$ يمثل حجم المبيعات المفقودة المتوقع

وقد ذكرت دراسة Lin[6] انه يمكن التعبير عن (β) كدالة في الخصم السعري علي الطلب المتراكم (π_x) كما يلي:

$$\boldsymbol{\beta = \beta_0 \pi_x / \pi_0} \qquad (8)$$

حيث (β_0) : الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم $0 \le \beta_0 < 1$

و (π_0) : الربح الهامشي للوحدة.

بالتعويض عن معدل الطلب المتراكم (β) كدالة في الخصم السعري علي الطلب المتراكم المعادلة (8) في المعادلة (7) الخاصة بتكلفة الإحتفاظ بالمخزون, فإن تكلفة الإحتفاظ بالمخزون $c_2(EATC)$ يمكن التعبير عنها كما يلي:

$$\mathbf{c_2(EATC) = h[\frac{Q}{2} + k\sigma\sqrt{L} + \left(1 - \frac{\beta_0\pi_x}{\pi_0}\right) E[x-r]^+]} \qquad (9)$$

٣- **تكلفة النقص في المخزون** $c_3(\mathrm{EATC})$

أوضحت دراسة Yadav[12] مفهوم تكلفة النقص في المخزون علي النحو التالي :

تكلفة النقص في المخزون هي التكلفة التي تنتج عن نفاد المخزون. وبالتالي يترتب علي ذلك عدم القدرة علي تلبية الطلب الزائد في حال حدوثه, مما يؤدي إلي فقدان جزء من إجمالي الربح, وتكون علي الصورة التالية :

تكلفة النقص في المخزن = عدد الطلبيات خلال السنة ×(تكلفة الطلب المتراكم + تكلفة المبيعات المفقودة)

يمكن التعبير عن $c_3(\mathrm{EATC})$ كما يلي :

$$\mathbf{c_3(EATC)} = \frac{\mathbf{D\%}}{\mathbf{Q}}[\boldsymbol{\pi} + \boldsymbol{\pi_0}(\mathbf{1} - \boldsymbol{\beta})]\mathbf{E}[\mathbf{x} - \mathbf{r}]^{+} \quad (\mathbf{10})$$

حيث : (π) تكلفة الوحدة من الطلب المتراكم .

وقد تم التعبير عن تكلفة النقص في المخزون علي الصورة السابقة في المعادلة (10) وذلك لأنه في هذا النموذج تم إعتبار النقص في المخزون خليطاً من الطلبات المتراكمة والمبيعات المفقودة.وبالتالي فإن تكلفة النقص في المخزون في هذه الحالة تتضمن جزئين الجزء الأول يختص بتكلفة الطلب المتراكم , والجزء الثاني خاص بتكلفة المبيعات المفقودة.

٤- **التكلفة الإضافية لتخفيض فترة التوريد** $C_4(\mathrm{EATC})$, وقد أوضحت دراسة Yadav[12] أنها تمثل التكلفة التي يتم تحملها بهدف تخفيض الفترة الخاصة بكل عنصر من عناصر فترة التوريد .و يمكن التعبير عنها كما يلي:

التكلفة السنوية الإضافية لتخفيض فترة التوريد = عدد الطلبيات خلال السنة × (التكلفة الإضافية لتخفيض فترة التوريد للطلبية الواحدة).

ويمكن التعبيرعنها كما يلي:

$$\mathbf{c_4}\ (\mathbf{EATC}) = \frac{\mathbf{D\%}}{\mathbf{Q}}\mathbf{C} \qquad (\mathbf{11})$$

ويمكن التعبيرعن التكلفة الإضافية لتخفيض فترة التوريد للطلبية الواحدة (L) C , كما يلي :

$$\mathbf{C(L)} = \mathbf{c_i}(\mathbf{L_{i-1}} - \mathbf{L}) + \sum_{\mathbf{j=1}}^{\mathbf{i-1}} \mathbf{c_j}(\mathbf{b_j} - \mathbf{a_j})\ \mathbf{i} = \mathbf{1, 2, 3, \dots, n} \qquad (\mathbf{12})$$

حيث: (b_j) قيمة الفترة الأصلية لكل عنصر من عناصر فترة التوريد (أي قبل تخفيض أي فترة من خلال التكلفة الإضافية) ويمثل (j) عنصر فترة التوريد الذي يتم البدء بتخفيض الفترة الخاصة به نظراً لإنخفاض تكلفته الإضافية.

وحيث: (a_j) قيمة الفترة المخفضة لكل عنصر من عناصر فترة التوريد (أي بعد أن يتم تخفيض الفترة الأصلية من خلال تكلفة إضافية).

فعلي سبيل المثال, إذا كانت فترة التوريد تتكون من ثلاثة عناصر حيث (i=1,2,3) فإن التكلفة الإضافية لتخفيض عناصر فترة التوريد الثلاثة يمكن التعبير عنها كما يلي وفقاً للمعادلة (12):

تكلفة تخفيض عناصر فترة التوريد الثلاثة = التكلفة الإضافية الخاصة بتخفيض فترة العنصر الثالث + التكلفة الإضافية الخاصة بتخفيض فترة كل من العنصرين الأول والثاني.

وفقاً للمعادلات (6) , و (9) , و(10) والمعادلة (11) , يمكن التعبير عن دالة التكاليف الكلية السنوية المتوقعة كالآتي:

$$\mathbf{EATC(Q,k,\pi_x, A(\mathit{L}), \mathit{L})} = \frac{\mathbf{A(L)D\%}}{\mathbf{Q}} + \mathbf{h}\left(\frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{2}} + \mathbf{k\sigma\sqrt{L}} + \left(\mathbf{1} - \frac{\beta_0\pi_x}{\pi_0}\right)\mathbf{E}\ (\mathbf{x}-\mathbf{r})^+\right) + \frac{\mathbf{D\%}}{\mathbf{Q}}\left(\frac{\beta_0{\pi_x}^2}{\pi_0} + \pi_0 - \beta_0\pi_x\right)\mathbf{E}\ (\mathbf{x}-\mathbf{r})^+ + \frac{\mathbf{D\%}}{\mathbf{Q}}\mathbf{C(L)} \qquad (13)$$

حيث قد تم إفتراض أن الطلب خلال فترة التوريد يتبع لتوزيع حر, لذلك يتم تحديد حجم النقص المتوقع في المخزون خلال فترة التوريد $E\ (x-r)^+$ في ظل إفتراض التوزيع الحر للطلب أثناء فترة التوريد من خلال تطبيق أسلوب تدنية وتعظيم التوزيع الحر للطلب أثناء فترة التوريد الذي قدمه Scarf [11] ويمكن توضيح ذلك الأسلوب فيما يلي:

إفترض Scarf [11] أن التوزيع الإحتمالي للطلب خلال فترة التوريد هو توزيع حر Free Distribution . وأن المعلومات المتاحة هي فقط الوسط الحسابي (μ) والإنحراف المعياري (σ) للطلب خلال فترة التوريد ويمكن تقديرهما إعتماداً علي بيانات سابقة. وتهدف الطريقة إلي تحديد حجم الطلبية الأمثل (Q) للتنبؤ بمستوي المخزون في ظل عدم معرفة التوزيع الإحتمالي للطلب خلال فترة التوريد . كما هدفت الطريقة إلي تعظيم أقل ربح ينتج عن إختيار أسوء توزيع للطلب خلال فترة التوريد وذلك من خلال تحديد حجم الطلبية الأمثل الذي يعظم أقل ربح. لذلك يطلق علي هذه الطريقة اسم " تدنية – تعظيم التوزيع الحر", ويمكن توضيح خطوات تدنية – تعظيم التوزيع الحر من خلال ما يلي:

١- حساب الربح بمعلومية الوسط الحسابي للطلب خلال فترة التوريد (μ) والإنحراف المعياري للطلب خلال فترة التوريد (σ) , وكذلك عند كل قيمة من القيم المفترضة لحجم الطلبية .

٢- من بين قيم كل القيم الخاصة بحجم الطلبية يتم إختيار القيمة التي تعظم أقل ربح ناتج عن إختيار أسوأ توزيع للطلب خلال فترة التوريد.

وقد إعتمدت دراسة Scarf [11] علي عمليات حسابية معقدة للتوصل إلي الربح المتوقع في ظل عدم معرفة التوزيع الإحتمالي للطلب أثناء فترة التوريد. لذلك قامت دراسات أخري بمحاولة تبسيط هذه الصيغة , فقد أوضحت دراسة Gallego and Moon[3] أن الوصول للتوزيع الإحتمالي للطلب الذي ينتج عنه أقل ربح ممكن يكافئ الوصول لأسوأ حالة لحجم النقص المتوقع في المخزون خلال فترة التوريد.وذلك لأنه كلما إزداد حجم النقص المتوقع في المخزون كلما إزدادت التكلفة وقل الربح. وقد أوضحت تلك الدراسة أن حجم النقص المتوقع في المخزون يمكن التعبير عنه بالعلاقة التالية:

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}-\mathbf{r})^+ \le \frac{[\sigma^2+(\mu-r)^2]^{1/2}-(r-\mu)}{2} \qquad (14)$$

و يمكن التعويض بنقطة إعادة الطلبية (r) في المعادلة (14), كما يلي:

$$\mathbf{r} = \mu_L + \mathbf{k\sigma\sqrt{L}}$$

وذلك لأن النقص في المخزون يحدث عندما يكون حجم الطلب خلال فترة التوريد أكبر من مستوي المخزون المعبر عنه بنقطة إعادة الطلبية (r) .

لتصبح الصيغة السابقة للنقص المتوقع في المخزون خلال فترة التوريد المعادلة (14) كالآتي:

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}-\mathbf{r})^+ \le \frac{1}{2}\ \sigma\sqrt{\mathbf{L}}(\sqrt{\mathbf{1}+\mathbf{k}^2} - \mathbf{k}) \qquad (15)$$

بالتعويض عن حجم النقص المتوقع في المخزون في ظل إفتراض أن الطلب خلال فترة التوريد يتبع لتوزيع حر المعادلة (15) في معادلة التكاليف الكلية

المتوقعة المعادلة (13), تصبح التكاليف الكلية المتوقعة كالتالي:

$$\mathbf{EATC}(\mathbf{Q},\mathbf{k},\pi_x, A(L), L) = \frac{A(L)D\%}{Q} + h\left(\frac{Q}{2} + k\sigma\sqrt{L} + \left(1 - \frac{\beta_0\pi_x}{\pi_0}\right)\frac{1}{2}\,\sigma\sqrt{L}\left(\sqrt{1+k^2} - k\right)\right) + \frac{D\%}{Q}\left(\frac{\beta_0{\pi_x}^2}{\pi_0} + \pi_0 - \beta_0\pi_x\right)\frac{1}{2}\,\sigma\sqrt{L}\left(\sqrt{1+k^2} - k\right) + \frac{D\%}{Q}C(L) \qquad (16)$$

(٣) طرق إزالة الضبابية

لتحويل متوسط الطلب السنوي الضبابي إلي قيمة واضحة سيتم إستخدام ما يعرف بطرق إزالة الضبابية, والتي يتم تطبيقها حتي يتمكن متخذ القرار من تحديد قيمة واضحة لمتوسط الطلب السنوي. علي سبيل المثال, في حالة إذا كان لدي متخذ القرار مجموعة من القيم الممكنة لمتوسط الطلب السنوي والتي قد أمكنه الحصول عليها من بيانات سابقة للطلب السنوي, ولكنه لا يمكنه تحديد أي من هذه القيم تمثل الطلب السنوي وذلك نتيجة لوجود تقلبات في الطلب السنوي . هنا يأتي دور إزالة الضبابية لتحديد هذه القيمة بوضوح . سيتم إستخدام أكثر الطرق شيوعاً لإزالة الضبابية وهذه الطرق هي طريقة المسافة المركزية وطريقة المسافة وفقاً للإشارة.

(٣-١) طريقة المسافة المركزية Centroid Distance Method

يعتمد تحويل القيم الضبابية للرقم الضبابي A% إلي قيمة عددية واضحة ومحددة , وفقاً لهذه الطريقة علي إحتساب المسافة المركزية بين الرقم الضبابي A% و الصفر(كنقطة الأصل) . ويرجع السبب في تسمية هذه الطريقة " بالمسافة المركزية" لأنها تعتمد علي حساب القيمة التي تتركز حولها مجموعة القيم الممكنة المكونة للرقم الضبابي A%.

فإذا كان, الرقم الضبابي المثلثي لمتوسط الطلب السنوي علي الصورة الواردة في المعادلة (5).فإن المسافة المركزية C(D)% بين الرقم الضبابي لمتوسط الطلب السنوي D% و الصفر, تكون علي الصورة التالية :

$$D^{\sim} = D + \frac{(\Delta_2 - \Delta_1)}{3} \qquad (17)$$

(٣-٢) طريقة المسافة وفقاً للإشارة Signed Distance Method

يتضح الفرق بين طريقة المسافة المركزية لإزالة الضبابية التي تم توضيحها مؤخراً وبين طريقة المسافة وفقاً للإشارة , في أنه في ظل طريقة المسافة المركزية يتم حساب القيمة التي تتركز حولها مجموعة القيم الممكنة للرقم الضبابي دون الإهتمام بإشارة كل قيمة من القيم الممكنة للرقم الضبابي, بينما يتم حساب قيمة محددة للرقم الضبابي في ظل طريقة المسافة وفقاً للإشارة بالإعتماد علي إشارة القيم الممكنة المكونة للرقم الضبابي التي سيتم من خلالها التوصل إلي قيمة محددة للرقم الضبابي. وفيما يلي توضيح لهذه الطريقة.

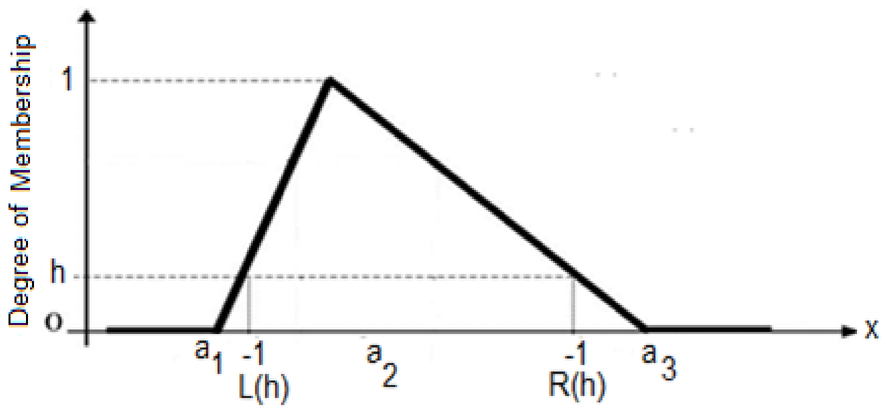
أوضحت دراسة Yadav[12] أن تحويل القيم الضبابية للرقم الضبابي A% إلي قيمة عددية واضحة ومحددة وفقاً لهذه الطريقة , يعتمد علي إحتساب متوسط المسافة وفقاً للإشارة بين الرقم الضبابي A% و الصفر. وبالتحديد متوسط المسافة وفقاً للإشارة بين الحدين الأدني والأعلي لقيم الرقم الضبابي A% المناظرين لدرجة العضوية h و الصفر.

درجة العضوية h- level هي أقل درجة عضوية يتم قبولها وتحديدها من قبل متخذ القرار لتحديد الرقم الضبابي من خلال الفترة Interval الخاصة بهذه الدرجة .

ويمثل كل من $L^{-1}(h)$ و $R^{-1}(h)$ الحد الأدني والأعلي علي الترتيب لقيم الرقم الضبابي المناظرين لدرجة العضوية (h) التي يتم إختيارها بشكل حكمي من قبل متخذ القرار. و يتضح من خلال شكل (2) الحدان الأدني والأعلي لقيم الرقم الضبابي المثلثي A% المناظرين لدرجة العضوية h .

لذا يمكن التعبير عن الرقم الضبابي من خلال فترة وذلك من خلال إختيار درجة عضوية –h– معينة, كما يلي :

$$\mathbf{A_h} = [\mathbf{L^{-1}(h)}, \mathbf{R^{-1}(h)}]$$



شكل(2): الحدان الأدني والأعلي لقيم الرقم الضبابي المثلثي المناظرين لدرجة العضوية (h)

المصدر :Yadav(2012)

فإذا كان الرقم الضبابي المثلثي (A%) كما يلي:

$$\mathbf{A\% = (a_1, a_2, a_3)}$$

فإنه يمكن التعبيرعن كل من : $\mathbf{L^{-1}(h)}$, $\mathbf{R^{-1}(h)}$, كما يلي :

$$\mathbf{L^{-1}(h) = a_1 + (a_2 - a_1)h/w}$$

$$\mathbf{R^{-1}(h) = a_3 - (a_3 - a_2)h/w} \quad (18)$$

حيث (w) : درجة عضوية كل قيمة من القيم الممكنة للرقم الضبابي. حيث:($\mathbf{0 < w \leq 1}$)وفيما يلي توضيح لسبب تسمية هذه الطريقة "المسافة وفقاً للإشارة" وذلك من خلال ما ذكرته دراسة Yadav [12] : أنه يتم تحديد المسافة بناءً علي الإشارة بالتحديد بين الحدين المناظرين لدرجة العضوية (h) والصفر لأن, قياس المسافة بين الحدين المناظرين لدرجة العضوية –h– $[\,L^{-1}(h)\ ,\ R^{-1}(h)\,]$ والصفر (نقطة الأصل), يتوقف علي موقع كل منهما علي المحور الأفقي .

فعلي سبيل المثال إذا كان :

$$\mathbf{R^{-1}(h) > 0\ ,\ L^{-1}(h) > 0}$$

فإن المسافة بين $R^{-1}(h)$ أو بين $L^{-1}(h)$ و الصفر , تكون علي الصورة التالية:

$$\mathbf{d(L^{-1}(h)\ ,0) = L^{-1}(h)},$$

$$\mathbf{d(\,R^{-1}(h),\ 0) = R^{-1}(h)}$$

أي أن موقع كل من: $\mathbf{L^{-1}(h)}$, $\mathbf{R^{-1}(h)}$ يكون علي الجانب الأيمن من نقطة الأصل. وبالتالي تكون المسافة بإشارة موجبة.

بإستخدام التكامل, فإن قيمة متوسط المسافة وفقاً للإشارة بين الصفر و الحدين الأدني والأعلي لقيم

الرقم الضبابي (A%) المناظرين لدرجة العضوية h, يمكن كتابتها علي الصورة التالية:

$$\mathbf{d_0(A\%,0)=\frac{1}{2}\int_0^1[L^{-1}(h)\ +\ R^{-1}(h)]\,.\,dh} \qquad \mathbf{(19)}$$

يمكن التعويض بالمعادلة (18) التي تمثل الحد الأدني والأعلي لقيم الرقم الضبابي المناظرين لدرجة العضوية (h) في المعادلة (19), ليصبح متوسط المسافة وفقاً للإشارة بين الحدين الأدني والأعلي لقيم الرقم الضبابي (A%) المناظرين لدرجة العضوية h و الصفر علي الصورة التالية:

$$\mathbf{d\ (A\%\ ,0)=\frac{1}{2}\int_0^1[a_1+(a_2-a_1)h+a_3-(a_3-a_2\,)h\,].\,dh}$$

$$\mathbf{d\ (A\%\ ,0)=\frac{1}{2}\left[\frac{2a_1+a_2-a_1+2a_3-a_3+a_2}{2}\right]=\frac{a_1+2a_2+a_3}{4}}$$

بالتطبيق علي متوسط الطلب السنوي الضبابي D% , فإن المسافة وفقاً للإشارة بين متوسط الطلب السنوي الضبابي D% و الصفر, وفقاً للمعادلة السابقة تكون علي الصورة الآتية :

$$\mathbf{D^*=d\,(D\%,0)=D+\frac{\Delta_2-\Delta_1}{4}} \qquad \mathbf{(20)}$$

يمكن التعويض بالمعادلات (17) و(20) الخاصة بالقيمة الواضحة لمتوسط الطلب السنوي في ظل طريقتين إزالة الضبابية السابق ذكرهما في معادلة التكاليف الكلية المتوقعة المعادلة (16) , لتصبح دالة التكاليف الكلية المتوقعة كالتالي:

دالة التكاليف الكلية المتوقعة " **في ظل طريقة المسافة المركزية**"

$$\mathbf{EATC(Q,k,L,A(L),\pi_x)}$$

$$\mathbf{=\frac{A(L)\left(D+\frac{(\Delta_2-\Delta_1)}{3}\right)}{Q}+h\left(\frac{Q}{2}+k\sigma\sqrt{L}+\left(1-\frac{\beta_0\pi_x}{\pi_0}\right)\frac{1}{2}\sigma\sqrt{L}\left(\sqrt{1+k^2}-k\right)\right)+\frac{\left(D+\frac{(\Delta_2-\Delta_1)}{3}\right)}{Q}\left(\frac{\beta_0{\pi_x}^2}{\pi_0}+\pi_0-\beta_0\pi_x\right)\frac{1}{2}\sigma\sqrt{L}\left(\sqrt{1+k^2}-k\right)+\frac{\left(D+\frac{(\Delta_2-\Delta_1)}{3}\right)}{Q}C(L)} \qquad \mathbf{(21)}$$

دالة التكاليف الكلية المتوقعة " **في ظل طريقة المسافة وفقاً للإشارة**"

$$\mathbf{EATC(Q,k,L,A(L),\pi_x)=\frac{A(L)\left(D+\frac{(\Delta_2-\Delta_1)}{4}\right)}{Q}+h\left(\frac{Q}{2}+k\sigma\sqrt{L}+\left(1-\frac{\beta_0\pi_x}{\pi_0}\right)\frac{1}{2}\sigma\sqrt{L}\left(\sqrt{1+k^2}-k\right)\right)+\frac{\left(D+\frac{(\Delta_2-\Delta_1)}{4}\right)}{Q}\left(\frac{\beta_0{\pi_x}^2}{\pi_0}+\pi_0-\beta_0\pi_x\right)\frac{1}{2}\sigma\sqrt{L}\left(\sqrt{1+k^2}-k\right)+\frac{\left(D+\frac{(\Delta_2-\Delta_1)}{4}\right)}{Q}C(L)} \qquad \mathbf{(22)}$$

مع ملاحظة أن معادلة التكاليف الكلية في **ظل إفتراض أن متوسط الطلب السنوي قيمة واضحة** تكون كالتالي:

$$\mathbf{EATC(Q,k,L,A(L),\pi_x)=\frac{A(L)(D)}{Q}+h\left(\frac{Q}{2}+k\sigma\sqrt{L}+\left(1-\frac{\beta_0\pi_x}{\pi_0}\right)\frac{1}{2}\sigma\sqrt{L}\left(\sqrt{1+k^2}-k\right)\right)+\frac{(D)}{Q}\left(\frac{\beta_0{\pi_x}^2}{\pi_0}+\pi_0-\beta_0\,\pi_x\right)\frac{1}{2}\,\sigma\sqrt{L}\left(\sqrt{1+k^2}-k\right)+\frac{(D)}{Q}C(L)} \qquad \mathbf{(23)}$$

ويمكن الحصول علي القيم المثلي لمتغيرات القرار والمتمثلة كل من حجم الطلبية (Q) , وعامل الأمان (k), والخصم السعري علي الطلب المتراكم (π_x), وفترة التوريد (L) , وتكلفة الإعداد A(L) من

خلال إيجاد المشتقات الجزئية الأولي لدالة التكاليف الكلية السنوية المتوقعة المعادلة (21) بالنسبة لكل متغير علي حدة, ثم مساواتها بالصفر .

للتوصل إلي القيم المثلي لحجم الطلبية (Q) وعامل الأمان (k) والخصم السعري علي الطلب المتراكم (π_x) علي الترتيب, يتم التعويض في المعادلات التالية :

$$\mathbf{Q}=\sqrt{\frac{\left(D+\frac{(\Delta_2-\Delta_1)}{3}\right)[2A(L)+2C(L)+\sigma\sqrt{L}\left(-k+\sqrt{1+k^2}\right)\left(\pi_0-\beta\pi_x+\frac{\beta\pi_x^2}{\pi_0}\right)]}{h}} \quad (24)$$

$$1-\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{2h}{h\left(1-\frac{\beta_0\pi_x}{\pi_0}\right)+\frac{\left(D+\frac{(\Delta_2-\Delta_1)}{3}\right)G(\pi_x)}{Q}} \quad (25)$$

$$\pi_x=\frac{h\,Q}{2\left(D+\frac{(\Delta_2-\Delta_1)}{3}\right)}+\frac{\pi_0}{2} \quad (26)$$

يلاحظ من خلال المعادلات (24) و (25) الخاصة بحساب قيمة كل من حجم الطلبية (Q) وعامل الأمان (k), أن حساب قيمة كل من حجم الطلبية (Q) وعامل الأمان (k) يعتمد علي معرفة قيمة الخصم السعري علي الطلب المتراكم (π_x) لذلك يمكن التعويض بالمعادلة (26) الخاصة بالخصم السعري علي الطلب المتراكم في المعادلات (24) و(25) الخاصة بحساب كل من حجم الطلبية وعامل الأمان علي الترتيب, لتصبح القيم المثلي لكل من حجم الطلبية (Q) وعامل الأمان(k) علي الصورة التالية :

$$\mathbf{Q}=\sqrt{\frac{-\left(D+\frac{(\Delta_2-\Delta_1)}{3}\right)^2\pi_0(-8A(L)-8\,C(L)+C(A))+\sigma\sqrt{L}(\sqrt{1+k^2}-k)(-4+\beta_0)\pi_0)}{-h(h(\sqrt{1+k^2}-k)\sigma\sqrt{L}\beta_0-4\left(D+\frac{(\Delta_2-\Delta_1)}{3}\right)\pi_0)}} \quad (27)$$

$$1-\frac{k}{\sqrt{1+k^2}}=\frac{2\,h}{h\left(1-\frac{\beta\left(\frac{hQ}{2D^{\sim}}+\frac{\pi_0}{2}\right)}{\pi_0}\right)+\frac{D^{\sim}\left(\pi_0-\left(\beta\left(\frac{hQ}{2D^{\sim}}+\frac{\pi_0}{2}\right)\right)+\left(\frac{\beta\left(\frac{hQ}{2D^{\sim}}+\frac{\pi_0}{2}\right)^2}{\pi_0}\right)\right)}{Q}} \quad (28)$$

كما يلاحظ أن حساب قيمة حجم الطلبية (Q) يعتمد علي معرفة قيمة عامل الأمان (k), والعكس صحيح. لذلك تم إجراء تحليل رقمي Numerical Analysis للتوصل إلي القيم المثلي لكل من حجم الطلبية (Q), وعامل الأمان (k) , و الخصم السعري علي الطلب المتراكم (π_x), وفترة التوريد (L) و تكلفة الإعداد (A) في ظل إفتراض علاقة غير مستقلة بين فترة التوريد وتكلفة الإعداد. وفيما يلي توضيح لخطوات التحليل الرقمي الذي تم إجراءه.

عند كل عنصر من عناصر فترة التوريد أي عند كل (i) حيث (i=0,1,…,n) , يتم إجراء الخطوات التالية :

١- يتم التعويض بقيمة مبدئية لعامل الأمان (k) علي سبيل المثال, يتم وضع عامل الأمان يساوي صفر في المعادلة (27) الخاصة بحساب حجم الطلبية .

٢- يتم التعويض بقيمة حجم الطلبية (Q) التي تم الحصول عليها من الخطوة السابقة في المعادلات الخاصة بحساب عامل الأمان (k) المعادلة (28) للحصول علي قيمة جديدة لعامل الأمان , ثم يتم التعويض بقيمة عامل الأمان التي تم الحصول عليها في معادلة حجم الطلبية المعادلة (27) للحصول علي قيمة أخري لها, وهكذا يتم تكرار ذلك عدد من المعاودات إلي أن

تتقارب قيم كل من حجم الطلبية وعامل الأمان.

٣- يتم التعويض بقيمة حجم الطلبية التي تم التوصل إليها في الخطوة السابقة في المعادلة (26) الخاصة بحساب الخصم السعري علي الطلب المتراكم (π_x).

٤- يتم التعويض بقيم كل من: عامل الأمان وحجم الطلبية والخصم السعري علي الطلب المتراكم في معادلة التكاليف الكلية المتوقعة المعادلة (22).

٥- يتم تحديد قيم المتغيرات التي تحققت عندها أقل تكلفة كلية متوقعة والتي تمثل القيم المثلي للمتغيرات السابق ذكرها وهي حجم الطلبية , وعامل الأمان , والخصم السعري علي الطلب المتراكم, وتكلفة الإعداد, وفترة التوريد,(حيث يوجد علي سبيل المثال أربعة قيم للتكاليف الكلية وذلك علي سبيل المثال إذا كانت فترة التوريد (L) تتكون من ثلاثة عناصر, فيتم عند كل فترة من فترات التوريد حساب التكلفة الكلية عندما يتم تخفيض الفترة الخاصة بكل عنصر عن عناصر فترة التوريد عن طريق التكلفة الإضافية أي سيتم حساب التكلفة الكلية عند كل (L_i) حيث i=0,1,2,3,....,). ومن ثم يتم إختيارأقل تكلفة كلية,وبعد ذلك يتم تحديد القيم المثلي لمتغيرات القرار السابق ذكرها وهي القيم التي تحققت عندها أدني تكلفة كلية).

(٣-٣) تأثير قيم Δ_1, Δ_2 علي هيكل دالة التكاليف الكلية المتوقعة للنموذج المقترح

يمكن توضيح تأثير قيم كل من Δ_1 , Δ_2 علي دالة التكاليف الكلية السنوية المتوقعة علي النحو التالي:

إذا كان ($\Delta_1 < \Delta_2$) فإن التكلفة الكلية الناتجة عن إستخدام طريقة المسافة وفقاً للإشارة لإزالة الضبابية تكون أقل من التكلفة الكلية الناتجة عن إستخدام طريقة المسافة المركزية, والعكس صحيح, ويمكن توضيح ذلك من خلال ما يلي:

يمكن الحصول علي الفرق بين التكاليف الكلية المتوقعة في ظل إستخدام طريقة المسافة المركزية المعادلة (21), وفي ظل إستخدام طريقة المسافة وفقاً للإشارة لإزالة الضبابية المعادلة (22), كما يلي:

EATC (Centroid Method) −EATC (Signed Distance Method)

$$= \frac{(\Delta_2-\Delta_1)}{3Q}\left[\mathbf{A(L)} + \left\{\frac{\beta_0\pi_x^2}{\pi_0} + \left(1-\frac{\beta_0\pi_x}{\pi_0}\right)\pi_0\right\}\frac{1}{2}\sigma\sqrt{L}\left(\sqrt{1+k^2}-k\right) + \mathbf{C(L)}\right]$$

$$-\frac{(\Delta_2-\Delta_1)}{4Q}\left[\mathbf{A(L)} + \left\{\frac{\beta_0\pi_x^2}{\pi_0} + \left(1-\frac{\beta_0\pi_x}{\pi_0}\right)\pi_0\right\}\frac{1}{2}\sigma\sqrt{L}\left(\sqrt{1+k^2}-k\right) + \mathbf{C(L)}\right]$$

$$= \frac{(\Delta_2-\Delta_1)}{12Q}\left[\mathbf{A(L)} + \left\{\frac{\beta_0\pi_x^2}{\pi_0} + \left(1-\frac{\beta_0\pi_x}{\pi_0}\right)\pi_0\right\}\frac{1}{2}\sigma\sqrt{L}\left(\sqrt{1+k^2}-k\right) + \mathbf{C(L)}\right] \qquad (29)$$

وبالتالي يتضح من خلال المعادلة (29) ان الفرق يكون موجب إذا كان: ($\Delta_2 > \Delta_1$), مما يعني أن طريقة المسافة المركزية ينتج عنها تكاليف كلية أكبر مقارنة بإستخدام طريقة المسافة وفقاً للإشارة لإزالة الضبابية, والعكس صحيح.عندما يكون ($\Delta_1 > \Delta_2$), فإن إستخدام طريقة المسافة وفقاً للإشارة لإزالة الضبابية ينتج عنه تكاليف كلية مرتفعة مقارنة بالتكاليف الكلية الناتجة عن طريقة المسافة المركزية.

(٤) تأثير المفهوم الضبابي علي التكاليف الكلية لنموذج المخزون المختلط : (دراسة حالة)

سيتم في هذه الدراسة مقارنة التكاليف الكلية لنموذج المخزون في ظل تعديل بعض من الإفتراضات التقليدية التي تم ذكرها في الدراسة الحالية. وذلك لمعرفة تأثيرها علي هيكل دالة التكاليف الكلية لنموذج المخزون المقترح دراسته. وهذه الإفتراضات تتضح فيما يلي:

- **متوسط الطلب السنوي :** متوسط الطلب السنوي قيمة واضحة أو متوسط الطلب السنوي رقم ضبابي.
- **طرق إزالة الضبابية:**. وهي طريقة المسافة المركزية,وطريقة المسافة وفقاً للإشارة.
- **الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم** (β_0): يتم دراسة تأثير قيم الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0) علي هيكل دالة التكاليف الكلية السنوية المتوقعة للنموذج المقترح, وتتمثل هذه القيم فيما يلي ($\beta_0 = 0.95 , 0.80 ,0.50 , 0.20$) وقد تم الإعتماد علي هذه القيم في النموذج المقترح وذلك إسترشاداً بالدراسات السابقة.
- **قيم كل من Δ_2 , Δ_1 :** وهما علي الترتيب الفرق بين متوسط الطلب السنوي(D) والحد الأدني لقيم الرقم الضبابي لمتوسط الطلب السنوي ($D - \Delta_1$) , الفرق بين الحد الأعلي لقيم الرقم الضبابي لمتوسط الطلب السنوي ($D+\Delta_2$) متوسط الطلب السنوي (D). وسيتم دراسة تأثير حالتين لقيم كل من Δ_2 , Δ_1 علي هيكل دالة التكاليف الكلية السنوية المتوقعة , الحالة الأولي عند ($\Delta_1 = 25 , \Delta_2 = 50$) والحالة الثانية عند ($\Delta_1 = 50 , \Delta_2 = 25$) وذلك إسترشاداً بالدراسات السابقة.

فيما يلي توضيح للنتائج التي تم التوصل إليها بإستخدام برنامج Mathematica V. 10 في ظل إفتراضات النموذج الخاص بالدراسة الحالية , وفي ظل بيانات تم الإعتماد عليها في كثير من الدراسات السابقة. وقد تم من خلال البرنامج التوصل إلي المشتقات الجزئية الأولي التي تم توضيحها سابقاً لدالة التكاليف الكلية المتوقعة بالنسبة لكل من حجم الطلبية والخصم السعري علي الطلب المتراكم وفترة التوريد وتكلفة الإعداد . وكذلك تم من خلال البرنامج التوصل إلي القيم المثلي لكل هذه المتغيرات.

يوضح الجدول (1) بيانات فترة التوريد التي تم الإعتماد عليها في كثير من الدراسات السابقة لنماذج المخزون, وهذه البيانات تتعلق بكل عنصر (فترة) من عناصر فترة التوريد. ويوضح العمود الأول عدد عناصر فترة التوريد , بينما يوضح العمود الثاني الفترة الأصلية لكل عنصر من العناصر والتي يرمز لها بالرمز (b_i) وهي الفترة

الطبيعية Normal Duration لكل عنصر من العناصر أي قبل التكلفة الإضافية التي تهدف إلي تخفيضها. ويوضح العمود الثالث الفترة المخفضة Minimum Duration لكل عنصر من عناصر فترة التوريد والتي يرمز لها بالرمز (a_i). بينما يوضح العمود الأخير التكلفة الإضافية التي تهدف إلي تخفيض كل عنصر من عناصر فترة التوريد.

جدول(١) : يوضح بيانات فترة التوريد

مكونات فترة التوريد i	الفترة الأصلية لكل مكون من المكونات b_i	الفترة المخفضة لكل مكون من المكونات a_i	التكلفة الإضافية لكل مكون من المكونات c_i
1	20	6	0.4
2	20	6	2.1
3	16	9	5.0

- كما يتضح فيما يلي بيانات معالم دالة التكاليف الكلية المتوقعة, التي تم الإعتماد عليها في كثير من الدراسات السابقة.

D: متوسط الطلب السنوي (وحدة $D = 600$)

A: تكلفة الإعداد السنوية لكل طلبية , قبل أن يتم تخفيضها (وحدة نقدية $A = 200$)

h: تكلفة الإحتفاظ بالوحدة الواحدة من المخزون(وحدة نقدية $h=20$)

λ: معلمة القياس Scale Paremeter التي تصف العلاقة بين تخفيض فترة التوريد وتكلفة الإعداد ($\lambda = 0.75$)

σ: الإنحراف المعياري للطلب خلال وحدة زمنية معينة (٧ وحدات/ أسبوع = σ)

β_0: الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم ($\beta_0 = 0.95 , 0.80 , 0.50 , 0.20$)

قيم كل من (Δ_1 , Δ_2) كما يلي : $\Delta_2 = 50 , 25$, $\Delta_1 = 50 , 25$

وفقاً للبيانات الموضحة في الجدول (1) والمعادلة الخاصة بحساب التكلفة الإضافية لكل عنصر من عناصر فترة التوريد المعادلة (12), فإنه يمكن حساب التكلفة الإضافية لكل عنصر من عناصر فترة التوريد (i) , كما يلي:

أولاً: قبل أن يتم تخفيض عناصر فترة التوريد من خلال التكلفة الإضافية أي عند (i=0) فإن, فترة التوريد في هذه الحالة تمثل مجموع قيم الفترات الأصلية لكل عنصر من عناصر فترة التوريد والموضحة في العمود الثاني, كما يلي:

$$\mathbf{L_0 = (20 + 20 + 16) = 56\ \mathit{days} = 8\ \mathit{weeks}}$$

بالإعتماد علي المعادلة الخاصة بالتكلفة الإضافية لتقليل فترة التوريد المعادلة (12),فإن التكلفة الإضافية للعنصر الأول الذي تم تخفيض الفترة الخاصة به من 20 يوم إلي 6 أيام أي التكلفة الإضافية عند (i=1) , يمكن حسابها كما يلي:

$C(L_1) = 0.4(20-6)+0 = 5.6$ وحدة نقدية

والتكلفة الإضافية للعنصر الثاني الذي تم تخفيض الفترة الخاصة به من 20 يوم إلي 6 أيام, أي التكلفة الإضافية عند (i=2) تكون كما يلي:

$C(L_2) = 1.2[(6+20+16)-(6+6+16)]+5.6 = 1.2(42-28)+5.6 = 22.4$ وحدة نقدية

كما أن التكلفة الإضافية للعنصر الثالث الذي تم تخفيض الفترة الخاصة بـه من 16 يوم إلي 9 أيام أي التكلفة الإضافية عند (i=3) تكون كما يلي:

$C(L_3)=5[(6+6+16)-(6+6+9)]+22.4$

$=5(28-21)+22.4=57.4$ وحدة نقدية

وفقاً للبيانـات الموضـحة فـي الجـدول (1) إذا كانت فترة التوريد تتكون من 3 عناصر, فإنه إذا تم تخفيض الفترة الخاصة بالعنصر الأول من 20 يوم إلي 6 أيام, فإنه وفقاً للمعادلة التالية والتي توضح كيفية حساب فترة التوريد عندما يتم تخفيض أي عنصر من عناصرها, فإن فترة التوريد بعد تخفيض الفترة الخاصة بالعنصر الأول (L_1) تكون كما يلي:

$$\mathbf{L_i = \sum_{j=1}^{n} b_j - \sum_{j=1}^{n}(b_j - a_j)} \quad \mathbf{(30)}$$

تصبح فترة التوريد (L_1) بعد تخفيض العنصر الأول وفقاً للمعادلة (30) كما يلي:

$$\mathbf{L_1=56-14=42\ days=6\ weeks}$$

وعندما يتم تخفيض الفترة الخاصة بالعنصر الثاني من 20 يوم إلي 6 يوم تصبح فترة التوريد (L_2) بعد تخفيض الفترة الخاصة بالعنصر الأول والثاني وفقاً للمعادلة (30) كما يلي :

$$\mathbf{L_2=56-(14+14)=28\ days=4\ weeks}$$

وعندما يتم تخفيض الفترة الخاصة بالعنصر الثالث من 16 يوم إلي 9 يوم تصبح فترة التوريد (L_3) بعد تخفيض الفترة الخاصة بعناصرها الثلاثة, وفقاً للمعادلة (30) كما يلي :

$$\mathbf{L_3=56-(14+14+7)=21days= 3\ weeks}$$

أي انه لتخفيض فترة التوريد من 8 أسابيع إلي 3 أسابيع يستلزم ذلك تكلفة إضافية مقدارها 57.4 وحدة نقدية.

و كذلك إفترضت الدراسة وجود علاقة غير مستقلة بين فترة التوريد وتكلفة الإعداد , ويمكن حساب تكلفة الإعداد في هذه الحالة من خلال المعادلة (2) كما يلي:

أولاً: قبل تخفيض أي عنصر من عناصر فترة التوريد عند (L=8) و (i=0)

فإن تكلفة الإعداد (A(L = 200 وحدة نقدية)

وذلك وفقاً لبيانات معالم دالة التكاليف الكلية السابق ذكرها.

قبل تخفيض أي عنصر من عناصر فترة التوريد أي عند (i=0) عند (أسابيع L_0=8), فإن تكلفة الإعداد (A = 200 وحدة نقدية) وذلك إسترشاداً بالدراسات السابقة التي قامت بالإعتماد علي هذه القيمة لتكلفة الإعداد.

عند ($\lambda = 0.75$) يمكن حساب كل من (a) و (b) علي الترتيب, وفقاً للمعادلات (3) و(4) كما يلي :

$$a = 200\ (1-1/0.75)= -66.6$$

$$b = 200/0.75(8) = 33.33$$

وبالتالي عند تخفيض فترة التوريد من 8 أسابيع إلي 6 أسابيع أي عند تخفيض الفترة الخاصة بالعنصر الأول عند (i=1) فإن تكلفة الإعداد A(L) , تكون علي الصورة التالية وفقاً للمعادلة (2): وحدة نقدية $\mathbf{A(L)=-66.6+(33.33\times6)=133.33}$ وعند تخفيض فترة التوريد من 6 أسابيع إلي 4 أسابيع أي عند تخفيض الفترة الخاصة بالعنصر الثاني عند (i=2) فإن تكلفة الإعداد A(L), تكون علي الصورة التالية وفقاً للمعادلة (2): وحدة نقدية $\mathbf{A(L)= -66.6 + (33.33\times4)= 66.67}$

وعند تخفيض فترة التوريد من 4 اسابيع إلي 3 أسابيع, أي عند تخفيض الفترة الخاصة بالعنصر الثالث عند (i=3) فإن تكلفة الإعداد A(L) , تكون

علي الصورة التالية وفقاً للمعادلة (2): $A(L)=-66.6 + (33.33\times3)= 33.33$ **وحـــــدة نقدية**

أي أنـه قد ترتـب علـي تخفيض فتـرة التوريـد مـن 8 أسابيع إلي 3 أسابيع تخفيض في تكلفة الإعداد من 200 وحدة نقدية إلي 33.33 وحدة نقدية.

و فيما يلـي سيتم توضيح نتائج الدراسـة الحالية في ظل إستخدام طرق إزالة ضبابية متوسط الطلب السنوي وهما علي الترتيب طريقة المسافة المركزية , وطريقـة المسـافة وفقـاً للإشـارة. كمـا سـيتم توضـيح نتـائج الدراسـة فـي ظـل إفتـراض أن متوسـط الطلـب السنوي قيمة واضحة.

(٤-١) النتائج في ظل طريقة المسافة المركزية لإزالة ضبابية متوسط الطلب السنوي وفي ظل علاقة غير مستقلة بين فترة التوريد وتكلفة الإعداد.

يوضـح الجـدول (2) نتـائج الدراسـة فـي ظـل إسـتخدام طريقـة المسـافة المركزيـة لإزالـة الضـبابية والذي تم فيها الإعتماد علي معادلة التكاليف الكلية المتوقعة المعادلة (21),ويتضمن الجدول (2) دراسة تـأثير عدة عوامل علـي دالـة التكاليف الكليـة,وتتمثل هذه العوامل فـي كل من فترة التوريد, ومعلمـة الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0) , وقيم كل من Δ_1 ,Δ_2. مع ملاحظة انه قد تم إعتبار كل من فترة التوريـد ,و تكلفـة الإعـداد, و الخصـم السـعري علـي الطلــب المتــراكم, وحجــم الطلبيــة وعامــل الأمــان متغيرات قرار في النموذج.

جدول(٢):نتائج الدراسة في ظل طريقة المسافة المركزية لإزالة الضبابية

	β_0	i	L_i	C(L)	A(L)	Q_i	k_i	π_{x_i}	$(EATC_i)$
$\Delta_1=25$ $\Delta_2=50$	0.95	i=0	L_0=8	0	200	165.55	2.15	77.72	4184.64
		i=1	L_1=6	5.6	133.33	144.09	2.32	77.37	3695.57
		i=2	L_2=4	22.4	66.67	120.81	2.56	76.98	3146.55
		i=3	**L_3=3**	**57.4**	**33.33**	**115.19**	**2.63**	**76.89**	**2953.01**
	0.80	i=0	L_0=8	0	200	166.81	2.20	77.74	4232.45
		i=1	L_1=6	5.6	133.33	145.15	2.38	77.38	3739.47
		i=2	L_2=4	22.4	66.67	121.82	2.62	77.00	3185.25
		i=3	**L_3=3**	**57.4**	**33.33**	**116.10**	**2.69**	**76.90**	**2987.25**
	0.50	i=0	**L_0**=8	0	200	168.95	2.31	77.77	4324.10
		i=1	**L_1**=6	5.6	133.33	147.25	2.49	77.42	3823.67
		i=2	**L_2**=4	22.4	66.67	123.83	2.73	77.03	3259.45
		i=3	**L_3=3**	**57.4**	**33.33**	**117.79**	**2.81**	**76.93**	**3052.89**
	0.20	i=0	**L_0**=8	0	200	171.07	2.41	77.81	4492.42
		i=1	**L_1**=6	5.6	133.33	149.33	2.59	77.45	3903.57
		i=2	**L_2**=4	22.4	66.67	125.65	2.84	77.06	3329.84
		i=3	**L_3=3**	**57.4**	**33.33**	**119.57**	**2.91**	**76.96**	**3115.24**

	β_0	i	L_i	C(L)	A(L)	Q_i	k_i	π_{x_i}	($EATC_i$)
$\Delta_1 = 50$ $\Delta_2 = 25$	0.95	i=0	L_0=8	0	200	163.65	2.13	77.76	4138.95
		i=1	L_1=6	5.6	133.33	142.44	2.30	77.40	3655.82
		i=2	L_2=4	22.4	66.67	119.42	2.54	77.01	3113.20
		i=3	**L_3=3**	57.4	**33.33**	**113.96**	**2.60**	**76.92**	**2921.22**
	0.80	i=0	L_0=8	0	200	164.70	2.19	77.78	4186.42
		i=1	L_1=6	5.6	133.33	143.48	2.36	77.42	3699.41
		i=2	L_2=4	22.4	66.67	120.41	2.60	77.03	3151.62
		i=3	**L_3=3**	57.4	**33.33**	**114.74**	**2.67**	**76.93**	**2955.19**
	0.50	i=0	L_0=8	0	200	167.00	2.29	77.82	4277.46
		i=1	L_1=6	5.6	133.33	145.56	2.47	77.46	3783.02
		i=2	L_2=4	22.4	66.67	122.12	2.73	77.06	3225.29
		i=3	**L_3=3**	57.4	**33.33**	**116.52**	**2.78**	**76.96**	**3020.37**
	0.20	i=0	L_0=8	0	200	169.09	2.39	77.85	4363.85
		i=1	L_1=6	5.6	133.33	147.60	2.57	77.49	3862.35
		i=2	L_2=4	22.4	66.67	124.19	2.82	77.09	3295.15
		i=3	**L_3=3**	57.4	**33.33**	**118.16**	**2.89**	**76.99**	**3082.25**

ويلاحظ من خلال الجدول (2) ما يلي:

- أن الإفتراض الخاص **بإعتبار فترة التوريد متغير قرار** نتج عنه تخفيض في التكاليف الكلية المتوقعة .فعلي سبيل المثال, عند الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0=0.95) فإن أقل تكلفة كلية كانت مساوية 2953.01 وحدة نقدية . وهذه التكلفة تحققت عند العنصر الأخير لفترة التوريد (i=3) أي أنه قد نتج عن تقليل فترة التوريد من (8 أسابيع =L_0) إلي (3 أسابيع =L_3) وفورات في التكلفة الكلية المتوقعة بمقدار 1231.63 وحدة نقدية.
- كلما إزداد **الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0)**(بمعني كلما زادت فرص تلبية الطلب غير المشبع) كلما إنخفض كل من التكلفة الكلية المتوقعة, والخصم السعري علي الطلب المتراكم (π_x), وعامل الأمان (k) .

فعلي سبيل المثال عند ($\Delta_2 = 50 , \Delta_1 =$ 25) تحققت أكبر تكلفة كلية عند أصغر قيمة للحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم ($\beta_0 = 0.20$) وهذه التكلفة تساوي 3082.25 وحدة نقدية وعامل الأمان يساوي 2.89 . ويمكن مقارنة ذلك بأقل تكلفة كلية والتي تحققت عند أكبر قيمة للحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم عند ($\beta_0 = 0.95$) والتي تساوي 2953.01 وحدة نقدية وعامل الأمان (k) عند هذه القيمة يساوي 2.60, ويرجع السبب في ذلك إلي انه كلما إرتفع الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم كلما إنخفض حجم مخزون الأمان , ومن ثم تنخفض تكلفة الإحتفاظ بالمخزون.

- حجم الطلبية (Q) يقل كلما إنخفضت فترة التوريد (L) وتكلفة الإعداد A(L), فعلي سبيل المثال عند ($\Delta_2 = 50 , \Delta_1 = 25$) وعند الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0=0.95) وعند (i=0) أي عندما كانت فترة التوريد تساوي 8 أسابيع كان حجم الطلبية (Q) يساوي 165.55 وحدة , وعندما تم تخفيض فترة التوريد من 8 أسابيع الي 3 أسابيع عند (i=3) أصبح حجم الطلبية (Q) يساوي 115.19 وحدة.مما يشير إلي إنخفاض حجم الطلبية نتيجة لتخفيض فترة التوريد.

- تحققت أقل تكلفة كلية متوقعة في ظل إستخدام طريقة المسافة المركزية عندما كان (Δ_1) أكبر من (Δ_2). فعلي سبيل المثال, عند ($\Delta_2 =$ 50 , $\Delta_1 = 25$) وعند (i=3) وعند الحد الاعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0=0.95) كانت التكلفة الكلية المتوقعة تساوي 2921.22 وحدة نقدية وهذه التكلفة الكلية المتوقعة أقل من التكلفة الكلية المتوقعة عند الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0=0.95) وعند ($\Delta_2 = 50$, $\Delta_1 =$ 25) وعند (i=3) وهي 2953.01 وحدة نقدية.

(٤-٢) نتائج الدراسة في ظل طريقة المسافة وفقاً للإشارة لإزالة ضبابية متوسط الطلب السنوي وفي ظل علاقة غير مستقلة بين فترة التوريد وتكلفة الإعداد.

يوضح الجدول (3) نتائج الدراسة في ظل إستخدام طريقة المسافة وفقاً للإشارة لإزالة الضبابية . والذي تم فيها إستخدام معادلة التكاليف الكلية (22).ويتضمن الجدول (3) دراسة نفس العوامل التي تم ذكرها عند مناقشة النتائج في ظل طريقة المسافة المركزية لإزالة الضبابية, وهذه العوامل هي: فترة التوريد و قيم معلمة الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0) , وقيم كل من Δ_2, Δ_1 علي هيكل دالة التكاليف الكلية المتوقعة لنموذج المخزون., ولكن في ظل الإعتماد علي طريقة المسافة وفقاً للإشارة لإزالة الضبابية.

جدول (٣):نتائج الدراسة في ظل طريقة المسافة وفقاً للإشارة لإزالة الضبابية

	β_0	i	L_i	C(L)	A(L)	Q_i	k_i	π_{x_i}	($EATC_i$)
$\Delta_2 = 50$ $\Delta_1 = 25$	0.95	i=0	L_0=8	0	200	165.27	2.15	77.72	4178.97
		i=1	L_1=6	5.6	133.33	143.85	2.32	77.37	3690.63
		i=2	L_2=4	22.4	66.67	120.60	2.56	76.98	3142.41
		i=3	L_3=**3**	57.4	**33.33**	**114.99**	**2.63**	**76.89**	**2949.06**
	0.80	i=0	L_0=8	0	200	166.52	2.20	77.74	4226.73
		i=1	L_1=6	5.6	133.33	144.90	2.38	77.39	3734.50
		i=2	L_2=4	22.4	66.67	121.75	2.61	77.00	3181.09
		i=3	L_3=**3**	57.4	**33.33**	**115.78**	**2.70**	**76.90**	**2983.26**
	0.50	i=0	L_0=8	0	200	168.66	2.31	77.78	4318.31
		i=1	L_1=6	5.6	133.33	147.00	2.49	77.42	3818.62
		i=2	L_2=4	22.4	66.67	123.61	2.73	77.04	3255.20
		i=3	L_3=**3**	57.4	**33.33**	**117.71**	**2.80**	**76.94**	**3048.86**
	0.20	i=0	L_0=8	0	200	170.77	2.41	77.81	4405.23
		i=1	L_1=6	5.6	133.33	149.08	2.59	77.46	3898.45
		i=2	L_2=4	22.4	66.67	125.44	2.84	77.07	3325.53
		i=3	L_3=**3**	57.4	**33.33**	**119.25**	**2.92**	**76.96**	**3111.13**

	β_0	i	L_i	$C(L_i)$	$A(L_i)$	Q_i	k_i	π_{x_i}	$(EATC_i)$
$\Delta_2 = 25$ $\Delta_1 = 50$	0.95	i=0 i=1 i=2 i=3	L_0=8 L_1=6 L_2=4 L_3=**3**	0 5.6 22.4 57.4	200 133.33 66.67 **33.33**	163.94 142.53 119.63 **114.04**	2.13 2.31 2.54 **2.61**	77.76 77.40 77.01 **76.92**	4144.71 3660.81 3117.40 **2925.21**
	0.80	i=0 i=1 i=2 i=3	L_0=8 L_1=6 L_2=4 L_3=**3**	0 5.6 22.4 57.4	200 133.33 66.67 **33.33**	164.99 143.73 120.62 **114.94**	2.19 2.36 2.60 **2.67**	77.77 77.42 77.03 **76.93**	4192.22 3704.46 3155.86 **2959.23**
	0.50	i=0 i=1 i=2 i=3	L_0=8 L_1=6 L_2=4 L_3=**3**	0 5.6 22.4 57.4	200 133.33 66.67 **33.33**	167.29 145.81 122.61 **116.61**	2.29 2.47 2.71 **2.78**	77.81 77.45 77.06 **76.96**	4283.33 3788.14 3229.58 **3024.47**
	0.20	i=0 i=1 i=2 i=3	L_0=8 L_1=6 L_2=4 L_3=**3**	0 5.6 22.4 57.4	200 133.33 66.67 **33.33**	169.39 147.86 124.41 **118.36**	2.39 2.57 2.82 **2.89**	77.85 77.49 77.09 **76.99**	4369.80 3867.54 3299.52 **3086.41**

يلاحظ من خلال الجدول (3) ما يلي:

- تحققت أقل تكلفة كلية متوقعة في ظل الإعتماد علي طريقة المسافة وفقاً لإشارة عندما كان (Δ_1) أكبر من (Δ_2) عند ($\Delta_2 = 25, \Delta_1 =$ 50). فعلي سبيل المثال, يتضح عند ($\Delta_2 = 25, \Delta_1 = 50$) وعند الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0=0.95) وعند (i=3) أن التكلفة الكلية المتوقعة تساوي 2925.21 وحدة نقدية وهذه التكلفة الكلية المتوقعة أقل من التكلفة الكلية المتوقعة عند ($\Delta_2 = 50, \Delta_1 = 25$) عند الحد الاعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0=0.95) وعند (i=3) وهي 2949.06 وحدة نقدية. وهذه النتيجة قد تم التوصل إليها في ظل إستخدام طريقة المسافة المركزية لإزالة الضبابية. كما يلاحظ أن تأثير تخفيض فترة التوريد (L) علي حجم الطلبية (Q) وكذلك تأثير الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0) علي التكاليف الكلية المتوقعة , هو نفس التأثير الوارد ذكره في ظل إستخدام طريقة المسافة المركزية. وهو أن حجم الطلبية ينخفض كلما تم تخفيض فترة التوريد وتكلفة الإعداد , وكذلك تنخفض التكلفة الكلية المتوقعة كلما إرتفع الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0).
- التكلفة الكلية المتوقعة في ظل إستخدام طريقة المسافة وفقاً للإشارة تكون أقل من التكلفة الكلية المتوقعة في ظل إستخدام طريقة المسافة المركزية عندما يكون (Δ_1) أقل من (Δ_2).

فعلي سبيل المثال, تحققت أقل تكلفة كلية في ظل إستخدام طريقة المسافة وفقاً للإشارة عند $(\Delta_2 = 50, \Delta_1 = 25)$ وعند (i=3) وعند الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم $(\beta_0 = 0.95)$ والتي تساوي 2949.06 وحدة نقدية ويتضح من خلال جدول (2) أن أقل تكلفة كلية تحققت في ظل إستخدام طريقة المسافة المركزية عند $(\Delta_2 = 50, \Delta_1 = 25)$ عند الحد الأعلي معدل الطلب المتراكم $(\beta_0 = 0.95)$ وعند (i=3) كانت تساوي 2953.04 وحدة نقدية. والعكس صحيح, في حالة أن (Δ_1) أكبر من (Δ_2), ينتج عن إستخدام طريقة المسافة وفقاً للإشارة لإزالة الضبابية تكاليف كلية مرتفعة مقارنة بالتكاليف الكلية الناتجة عن إستخدام طريقة المسافة المركزية.

(٤-٣) نتائج الدراسة في ظل إفتراض أن متوسط الطلب السنوي قيمة واضحة Crisp وفي ظل علاقة غير مستقلة بين فترة التوريد وتكلفة الإعداد.

تم دراسة نموذج المخزون في ظل إفتراض أن متوسط الطلب السنوي قيمة واضحة وذلك في ظل وجود علاقة غير مستقلة بين فترة التوريد وتكلفة الإعداد. وقد تم إستخدام معادلة التكاليف الكلية المتوقعة المعادلة (23). ويوضح الجدول (4) نتائج الدراسة في ظل دراسة تأثير نفس العوامل التي تم ذكرها في ما سبق علي هيكل دالة التكاليف الكلية المتوقعة, ولكن في ظل إفتراض أن الطلب السنوي قيمة واضحة وليس رقم ضبابي.

جدول(٤):نتائج الدراسة في ظل إفتراض أن متوسط الطلب السنوي قيمة واضحة

β_0	i	L_i	C(L)	A(L)	Q_i	k_i	π_{x_i}	$(EATC_i)$
0.95	i=0	L=8	0	200	164.80	2.13	77.74	4161.92
	i=1	L=6	5.6	133.33	143.44	2.30	77.39	3675.81
	i=2	L=4	22.4	66.67	120.39	2.53	77.00	3130.00
	i=3	**L=3**	57.4	**33.33**	**114.76**	**2.60**	**76.91**	**2937.21**
0.80	i=0	L=8	0	200	166.05	2.18	77.76	4209.58
	i=1	L=6	5.6	133.33	144.65	2.35	77.41	3719.60
	i=2	L=4	22.4	66.67	121.39	2.58	77.02	3168.56
	i=3	**L=3**	57.4	**33.33**	**115.66**	**2.66**	**76.92**	**2971.32**
0.50	i=0	L=8	0	200	168.36	2.28	77.80	4300.95
	i=1	L=6	5.6	133.33	146.75	2.46	77.44	3803.49
	i=2	L=4	22.4	66.67	123.39	2.70	77.05	3242.49
	i=3	**L=3**	57.4	**33.33**	**117.34**	**2.78**	**76.95**	**3036.73**
0.20	i=0	L=8	0	200	170.47	2.38	77.84	4387.63
	i=1	L=6	5.6	133.33	148.81	2.56	77.48	3883.11
	i=2	L=4	22.4	66.67	125.20	2.81	77.08	3312.62
	i=3	**L=3**	57.4	**33.33**	**118.98**	**2.89**	**76.98**	**3098.83**

يلاحظ من خلال الجدول (4) النتائج التالية:

- تحققت أقل تكلفة كلية متوقعة عند الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم ($\beta_0 = 0.95$) وذلك عندما تم تخفيض كل عناصر فترة التوريد أي عند (i=3) وهذه التكلفة كانت مساوية 2937.18 وحدة نقدية , ويلاحظ من هذه النتيجة أن أقل تكلفة كلية تتحقق دائماً عند أكبر قيمة للحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0) وعندما يتم تخفيض كل عناصر فترة التوريد من خلال التكلفة الإضافية. وقد تم التوصل إلي هذه النتيجة في الخاص بإفتراض أن متوسط الطلب السنوي رقم ضبابي في ظل وجود علاقة غير مستقلة بين فترة التوريد وتكلفة الإعداد .أي ان هذه النتيجة تتماشي مع ماتم التوصل إليه في حالة متوسط الطلب السنوي الضبابي.
- يلاحظ أن التكلفة الكلية في ظل إفتراض أن متوسط الطلب السنوي قيمة واضحة, تكون أقل من التكلفة الكلية في ظل إفتراض أن متوسط الطلب السنوي رقم ضبابي وذلك في ظل إستخدام طريقتي إزالة الضبابية السابق ذكرهما, وذلك عندما يكون (Δ_1) أقل من (Δ_2) فعلي سبيل المثال, يتضح من خلال الجدول (4) في ظل إفتراض أن متوسط الطلب السنوي قيمة واضحة أن أقل تكلفة كلية تحققت عند العنصر الثالث لفترة التوريد (i=3) وعند الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0=0.95) كانت تساوي 2937.21 وحدة نقدية بينما يتضح من خلال الجدول (2) في ظل إفتراض أن متوسط الطلب السنوي ضبابي وفي ظل إستخدام طريقة المسافة المركزية أن أقل تكلفة كلية تحققت عند الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0=0.95) وعند العنصر الثالث لفترة التوريد (i=3) كانت تساوي 2953.05 وحدة نقدية , ويتضح من خلال الجدول (3) في ظل إفتراض أن متوسط الطلب السنوي ضبابي وفي ظل إستخدام طريقة المسافة وفقاً للإشارة أن أقل تكلفة كلية تحققت عند الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0=0.95) وعند العنصر الثالث لفترة التوريد (i=3) كانت تساوي 2949.05 وحدة نقدية, وبالتالي فقد إتضح أن أقل تكلفة كلية تحققت في ظل إفتراض أن متوسط الطلب السنوي قيمة واضحة وذلك عندما يكون(Δ_1) أقل من (Δ_2) , والعكس صحيح عندما يكون يكون (Δ_1) أكبر من (Δ_2).

و يمكن تلخيص النتائج التي تم التوصل إليها في المباحث الفرعية الثلاثة السابقة فيما يلي:

- تكون التكلفة الكلية الناتجة في حالة أن ($\Delta_1 > \Delta_2$) أقل من التكلفة الكلية الناتجة في حالة أن ($\Delta_1 < \Delta_2$) وذلك في ظل إستخدام أي طريقة من طرق إزالة الضبابية السابق ذكرهم.
- في حالة إذا كان ($\Delta_1 < \Delta_2$) فإن أقل تكلفة كلية متوقعة تتحقق في حالة إستخدام طريقة المسافة وفقاً للإشارة ثم طريقة المسافة المركزية, والعكس صحيح في حالة إذا كان ($\Delta_1 > \Delta_2$).
- في حالة إذا كان ($\Delta_1 < \Delta_2$) فإن أقل تكلفة كلية متوقعة تتحقق في حالة إفتراض أن متوسط الطلب السنوي قيمة واضحة مقارنة بإفتراض أن متوسط الطلب السنوي ضبابي.
- يقل حجم الطلبية (Q) كلما تم تخفيض فترة التوريد (L) وتكلفة الإعداد(L)A.
- كلما إرتفع الحد الأعلي لمعدل الطلب المتراكم (β_0) كلما إنخفضت التكلفة الكلية المتوقعة, وقد

تم التوصل إلي هذه النتيجة في ظل إفتراض أن متوسط الطلب السنوي قيمة واضحة وكذلك في ظل إفتراض أن متوسط الطلب السنوي رقم ضبابي.

(٥) الخلاصة والتوصيات

تم تقديم نموذج للمخزون مستمر مختلط في ظل تعديل بعض من الإفتراضات الخاصة بنماذج المخزون التقليدية. حيث تم إفتراض أن متوسط الطلب سنوي ضبابي وليس قيمة واضحة, وفي هذا النموذج تم إعتبار كل من فترة التوريد , و حجم الطلبية , وعامل الأمان , و الخصم السعري علي الطلب المتراكم و تكلفة الإعداد متغيرات قرار. كما تم إفتراض أن الطلب أثناء فترة التوريد يتبع لتوزيع حروليس للتوزيع الطبيعي , وبالتالي تم التوصل إلي حجم النقص المتوقع في المخزون خلال فترة التوريد بدقة . كما تم إفتراض وجود علاقة غير مستقلة بين فترة التوريد وتكلفة الإعداد. تم تقديم كل هذه الإفتراضات بهدف جعل نموذج المخزون أقرب للواقع العملي . وقد تم مقارنة التكاليف الكلية في ظل طريقتين إزالة ضبابية الطلب السنوي وهما طريقة المسافة المركزية, و طريقة المسافة وفقاً للإشارة , كما تمت المقارنة في حالة إفتراض أن متوسط الطلب السنوي قيمة واضحة.وقد إتضح من خلال النتائج التي تم عرضها في هذه الدراسة أنه قد نتج عن تعديل بعض من إفتراضات نماذج المخزون تخفيض في التكاليف الكلية مقارنة بالإفتراضات التقليدية.

تقترح الباحثة مستقبلاً دراسة تأثير تعديل بعض من الإفتراضات التقليدية الأخري لنماذج المخزون علي هيكل دالة التكاليف الكلية, مثل:

١. تطبيق المفهوم الضبابي لمعالم أو متغيرات أخري في دالة التكاليف الكلية لنماذج المخزون مثل حجم الطلب خلال فترة التوريد أو حجم النقص المتوقع في المخزون.
٢. إفتراض جودة المنتج كمتغير قرار يمكن التحكم فيها و تحسينها من خلال تكاليف إضافية.

المراجــع

أولاً :المراجع العربية

[١] الشمرتي , حامد سعد و عبد,غسق محمد (٢٠١٨). " بناء نموذج للسيطرة علي الخزين في ظل ضبابية الطلب وفترة الإنتظار مع تطبيق عملي". *مجلة الإدارة و الإقتصاد*.العدد ١١٤.ص ص: ٣١٠-٣٢٠ .

[٢] حمادي, عبد المنعم كاظم و عبدل, رشا عادل(٢٠١٧). "إنشاء نموذج للخزين الضبابي مع تطبيق عملي". *مجلة كلية مدينة العلم الجامعة*.المجلد ٩.العدد ٢.ص ص:٢٤٩-٢٦٨.

ثانياً :المراجع الأجنبية

[1]Ben-Daya,M and Raouf, A. (1994)." Inventory models Involving Lead Time as Decision Variable ".*Plagrave Macmillan Journal of behalf of The Operational Reseach Society*. Vol.45.pp:579-582.

[2]Chang,Hung-Chi,Yao,Jing Shing, and Quyang,Liang. (2006). " Fuzzy Mixture Inventory Model Involving Fuzzy Random Variable Lead Time Demand and Fuzzy Total Demand .*European Journal of Operational Research.*Vol. 169. pp:65-80.

[3] Gallego ,G. and Moon,I .(1993) ."The Distribution Free Newsboy Problem: Review and Extensions". *Journal of the Operational Research Society*. Vol 44,No.8,pp.825–834.

[4] Gaither,N and Frazier,G.(1994) ."Production and Operation Management ".Sixth Edition, *The Dryden Press, Orlando, New York.*

[5] Khan,M.Y .and Jain, P.K.(1991)." Theory and Problems in Finacial Management*".MCGraw Hill.*

[6] Lin ,Y.J .(2008)." Mini-Max Distribution Free Procedure with Backorder Price Discount". *International Journal of Production Economics*. Vol. 111, pp118–128.

[7] Quyang L.Y, Yeh N.C, and Wu K.S .(1996). "Mixture Inventory Model with Backorders and Lost Sales for Variable Lead Time". *Journal of the Operational Research Society*.Vol.47,pp.829–832.

[8] Quyang, L.Y.,and Wu, K.S.,(1998). " A Mini-Max Distribution Free Procedure for Mixed Inventory Model with Variable Lead Time". *International Journal of Production Economics* .Vol 57, pp.511–516.

[9] Quyang L.Y.,and Yao J.S., (2002)." A Mini-Max Distribution Free Procedure for Mixed Inventory Model Involving Variable Lead Time with Fuzzy Demand".*Journal of Computers and Operations Research.* Vol. 9 , pp.471–487.

[10] Quyang, L.Y. Chuang, B.R, and Lin,Y.J,.(2003)."Impact of Backorder Discounts On Periodic Review Inventory Model" *International Journal of Information Management Sciences* ,Vol.14,pp.1-13.

[11] Scarf, H. (1958)."A Mini–Max Solution of An Inventory Problem". *Studies in The Mathematical Theory of Inventory and Production.Stanford University Press*, pp.201-209.

[12] Yadav,D.(2012)."Modeling and Analysis of Some Inventory Control Systems in Fuzzy Environment" .Ph.D.Thesis. *Chandhary Charan Singh University. India.*