مجلة كلية التجارة للبحوث العلمية
كلية التجارة
جامعة الإسكندرية

العدد الثاني– المجلد الخامس والخمسون – يوليو ٢٠١٨

تقدير معلمات نموذج الانحدار الخطي البسيط باستخدام طريقة البوتستراب في حالةعدم ثبات التباين بنمطي الدالة التربيعية والجذرية

أ/ أحمد شمس الدين احمد

المعيد بقسم الرياضة والإحصاء والتأمين

كلية التجارة جامعة الإسكندرية

Estimating the Parameters of Simple Linear Regression Model Using Bootstrap Method, Under Heteroscadasticity with Quadratic and Radical Function form

ملخص البحث

عند تقدير معلمات نموذج الانحدار الخطي البسيط باستخدام طريقة البوتستراب في ظل وجود مشكلة عدم ثبات التباين بنمطي الدالة التربيعية والجذرية ، بينت الدراسة تفوق طريقة بوتستراب أزواج المشاهدات Pairs Bootstrap علي طريقة بوتستراب البواقي Residual Bootstrap وعلي طريقة المربعات الصغري العادية OLS في حالة النمط التربيعي للتباين ، وفقاً لمعيار الخطأ المعياري للمقدر ، حيث أوضحت نتائج المحاكاة أن مقدرات البوتستراب بطريقة أزواج المشاهدات لها أعلي نسبة مئوية للتميز وأقل متوسط أخطاء معيارية، وذلك لجميع أحجام العينات الصغيرة والمتوسطة. بينما تفوقت طريقة المربعات الصغري العادية علي طريقتي البوتستراب في حالة النمط الجذري لتباين حد الخطأ العشوائي .

الكلمات المفتاحية

عدم ثبات التباين، إعادة المعاينة، البوتستراب.

Abstract

Estimating the parameters of linear regression model under heteroscadasticity with Quadratic and radical function form using Bootstrap Method, The study showed the superiority of the Pairs Bootstrap on the Residual Bootstrap and OLS methods in case of Quadratic pattern of variance, according to the criterion of the standard error of the estimator, Simulation study shows Pairs bootstrap estimators have the highest proportion of repetition (PR) and lowest average standard error for Small and medium sample sizes. While outperforming ordinary least square gives results better than bootstrap methods in the case of a radical pattern of variation of the random error term

Key words

Hetroscedacticity, Resampling, Bootstrap.

بحث مشتق من رسالة ماجستير بعنوان: تقييم بعض طرق البوتستراب المستخدمة فى تقدير نماذج الإنحدار الخطى فى ظل وجود مشكلة عدم ثبات التباين (دراسة محاكاة) تحت إشراف الأستاذ الدكتور/ محمد على محمد أحمد قسم الإحصاء والرياضة والتأمين كلية التجارة – جامعة الأسكندرية،و الدكتور/ محمد توفيق إبراهيم قفشير قسم الإحصاء والرياضة والتأمين كلية التجارة – جامعة الأسكندرية

١. مقدمـــة

يتطلب استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية OLS, فى تقدير معلمات نموذج الانحدار الخطى توافر عدداً من الافتراضات ، وذلك للحصول علي أفضل مقدرات خطية غير متحيزة (BLUE) تبعا لنظرية جاوس – ماركوف. وعليه فإن دقة تقدير معالم النموذج تتوقف على مدى تحقق هذه الافتراضات, وقد أكد Yan and Su (2009) على أن افتراض ثبات تباين حد الخطأ العشوائى Homoscedasticity يعتبر من أهم تلك الافتراضات. ويؤدى عدم تحقق الافتراض السابق الى وجود مشكلة عدم ثبات(اختلاف) التباين Hetroscedasticity، والتي قد تنشأ فى العديد من التطبيقات, وبخاصة فى تحليل بيانات القطاعات المستعرضة Cross Sectional Data Analy-sis.

ويترتب على مشكلة عدم ثبات التباين أن تظل مقدرات المربعات الصغري العادية غير متحيزة ومتسقة ولكنها **لا تتمتع بالكفاءة _not efficient** ، حيث إن أخطاءها المعيارية تكون كبيرة وليس لها أقل تباين بين المقدارات غير المتحيزة الأخرى, أي انها لم تعد BLUE , وأيضاً فإن التباينات والتغايرات لمقدرات المربعات الصغري تصبح **متحيزة Biased وغير متسقة Inconsistent** . وبالتالى فإن نتائج الاستدلال الإحصائي تكون مضللة ولا يمكن الاعتماد عليها, وذلك لأن إحصائية الاختبار وفترات الثقة تصبح خاطئة .Johnson, *et al.* (1987)

يقوم **هذا البحث** على إمكانية تقدير نموذج الانحدار الخطى في ظل عدم تحقق افتراض ثبات التباين باستخدام طريقة البوتستراب Statistical Bootstrap Method وذلك بإيجاد توزيعاً تجريبياً Empirical Distribution يحاكى توزيع المعاينة Sampling Distribution للمقدر الأصلى .

١. الطرق العلاجية التقليدية

تعد طريقة المربعات الصغري المرجحة بالأوزان هي الطريقة الأساسية التي تستخدم لعلاج أثار مشكلة عدم ثبات تباين حد الخطأ العشوائي والتي تعطي اوزاناً مختلفة W_i للمشاهدات للتغلب على مشكلة عدم ثبات التباين للحصول علي مقدرات جيدة. وتعتمد طريقة العلاج وتحديد الوزن W_i على العلاقة بين تباين حد الخطأ العشوائي σ_i^2 والمتغير المستقل X_i . فهل هو نمط منتظم لعدم ثبات التباين, وهنا يتوقف العلاج علي معلومية تباين حد الخطأ العشوائي σ_i^2 ، أم أنه لا يوجد نمط منتظم لعدم ثبات التباين ، وهنا يكون العلاج باستخدام العديد من الطرق منها استخدام التحويلات أو تقسيم المشاهدات الي مجموعات أو استخدام مقدر white.

٢. طريقة البوتستراب

قدم Efron (1979) طريقة البوتستراب ، واستخدمها Efron فى بادئ الأمر فى تقدير التباينات والأخطاء المعيارية وفترات الثقة والقيمة الاحتمالية . وتم تطويرها بواسطة Efron and Tibshirani (1993) بعد ذلك ***كطريقة من طرق إعادة المعاينة المستخدمة فى إيجاد توزيعات إعادة المعاينة Resampling Distributions.***

وتعتمد طريقة البوتستراب على توليد البيانات عن طريق السحب بإرجاع من البيانات الأصلية ، علي أن يتم سحب مفردات كل عينة بصورة مستقلة, حيث إنه إجراء عام لتقدير توزيع المعاينة Under The

Independent And Identically Distributed (iid).

وإحصائياً عرّف مقدِم مصطلح البوتستراب Efron البوتستراب بأنه طريقة محاكاة مبنية على البيانات وذلك لتقديم استدلال إحصائى. كما عرف Hastie, et al. (2008) كلمة البوتستراب بأنها إعادة استخدام العينة بكفاءة Efficient Sample Reuse.

ويمكن توضيح فكرة البوتستراب كما يلى:

1-(P) بفرض لدينا المجتمع : $P = \{X_1, X_2, \ldots\ldots, X_N\}$ $\quad \Theta = t(p)$

2- (S) بفرض سحب عينة عشوائية : $S = \{x_1, x_2, \ldots\ldots, x_n\}$ $\quad \hat{\theta}_i = t(S)$

3- S بسحب عدد B من العينات ذات الحجم n بإرجاع من S

$S_1^* = \{x_{11}, x_{21} \ldots\ldots, x_{n1}\}$ $\quad S_2^* = \{x_{12}, x_{22} \ldots\ldots, x_{n2}\}$ $\quad S_B^* = \{x_{1B}, x_{2B} \ldots\ldots, x_{nB}\}$

$\hat{\theta}_1^*$ $\quad \hat{\theta}_2^*$ $\quad \hat{\theta}_B^*$

ويعتبر إيجاد توزيع البوتستراب التجريبي هو الجزء الهام في طريقة البوتستراب ، والذي يعتمد علي كيفية تكوين عينات البوتستراب . ولإيجاد **توزيع البوتستراب المعتاد** نتبع الخطوات الحسابية كالتالي:

١) سحب عينة عشوائياً بإرجاع , من نفس حجم العينة الأصلية n .

٢) استخدام بيانات العينة الجديدة في حساب المقدر الإحصائي محل الاهتمام.

٣) تكرار الخطوة (١) , (٢) عدد B من المرات. وهكذا يصبح لدينا عدداً كبيراً جداً من المقدرات التى تكون التوزيع التجريبى البوتسترابى .

والقيمة المتوقعة لهذا التوزيع تصبح تقديراً لمعلمة المجتمع , كما يمكن أيضاً حساب التباين والإنحراف المعياري لهذا التوزيع.

وهكذا نحصل علي العينات البوتسترابية S_i^* ، ومن كل عينة بوتستراب يتم حساب المقدر الإحصائي $\hat{\theta}_b^*$, حيث B,......b=1,2 , وبالتالي يكون لدينا عدد B من المقدرات التي تكون التوزيع التجريبي البوتسترابي , ومتوسط هذا التوزيع يمثل تقديراً لمعلمة المجتمع. وهكذا فإنه بتوليد التوزيع البوتسترابي يمكننا الحصول علي المقدر البوتسترابي اللامعلمي $\hat{\theta}^*(\cdot)$ حيث:

$$\hat{\theta}^*(\cdot) = E(\hat{\theta}_b^*) = \frac{1}{B}\sum_{b=1}^{B} \hat{\theta}_b^* \qquad (1)$$

حيث $\hat{\theta}^{*}(\cdot)$ هي القيمة المتوقعة للتوزيع التجريبي البوتسترابي.

وبالمثل فإن تباين التوزيع البوتسترابي للمقدر هو :

$$\hat{V}(\hat{\theta}_{\mathrm{b}}^{*}) = \frac{1}{B-1} \sum_{b=1}^{B} (\hat{\theta}_{\mathrm{b}}^{*} - E(\hat{\theta}_{\mathrm{b}}^{*}))^{2} \quad (2)$$

وبأخذ الجذر التربيعي للتباين نحصل علي الخطأ المعياري للمقدر

$$\widehat{\mathrm{se}}_{B} = \left(\frac{\sum_{b=1}^{B} [\hat{\theta}^{*}(b) - \hat{\theta}^{*}(\cdot)]^{2}}{B-1} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3)$$

وهكذا فبدلا من استخدام توزيع المعاينة النظري Theoretical Sampling distribution (TSD) فى عمل فترات الثقة والاستدلال الإحصائي , فإن طريقة البوتستراب تستخدم توزيع المعاينة التجريبي Empirical sampling distribution (ESD) . وبالتالي استطاع البوتستراب اشتقاق الخطأ المعيارى لمقدرات معقدة Complex Estimator مثل CorrelationCoefficient,Me-dian , Mode .

والميزة (الإضافية الأخري) الأساسية في توزيع البوتستراب التقاربى Asymptotic Bootstrap distribution أنه يقترب من التوزيع الطبيعي حتي وإن كان التوزيع الأصلي للبيانات محل الدراسة غير طبيعي . وبالتالي استطاع البوتستراب توظيف واستخدام التوزيع الطبيعى فى عمل فترات الثقة والاستدلال عن تلك المقدرات , وكذلك فى تحليل والاستدلال عن البيانات غير المستمرة NewPer-spective إبراهيم (١٩٩٢) .

والمبدأ الأساسي للبوتستراب هو أن المجتمع (P) بالنسبة للعينة (S) مثل العينة S بالنسبة للعينات البوتسترابية S^{*} , حيث:

$$S^{*} = \{ S_{1}^{*},\ S_{2}^{*} \ldots\ldots\ldots\ldots, S_{b}^{*} \}$$

وهو ما يمكن التعبير عنه بالعبارة الآتية:

المجتمع بالنسبة للعينة, كالعينة بالنسبة للعينات البوتسترابية وهو ما يرمز له

P vs. S ~ S vs. S*

ويستخدم البوتستراب للاستدلال عن خصائص المجتمع من خلال عينة واحدة عشوائية مسحوبة من هذا المجتمع , وعادة ما تكون هذه العينة هي المعلومة الوحيدة عن هذا المجتمع , ولذلك فمن الأهمية بمكان أن تكون هذه العينة ممثلة للمجتمع تمثيلاً جيداً , حيث يتم استخدام بيانات العينة كأنها مجتمع ونسحب منها عينات متكررة.

٣. البوتستراب في الانحدار الخطي:

يتم استخدام طريقة البوتستراب في تطبيقات نماذج الانحدار الخطي بطريقتين هما :

أ. طريقة أزواج البوتستراب Pairs Bootstrap

ب. طريقة بوتستراب البواقى Residual Boots-trap.

أ. طريقة بوتستراب أزواج المشاهدات Pairs Bootstrap

بفرض أن أزواج مشاهدات العينة الأصلية ذات الحجم n هي :

$$(x_1, y_1), (x_2, y_2), \ldots\ldots\ldots, (x_n, y_n)$$

وبسحب عدد B من العينات كأزواج من نفس حجم العينة الأصلية بإرجاع نحصل علي عينات البوتستراب :

$$X^{*b} = (x_1^*, y_1^*), (x_2^*, y_2^*), ..., (x_n^*, y_n^*)$$

حيث :

b =1,2,---------,B

وبالتالي يكون لدينا عدد B من عينات البوتستراب ومن كل عينة بوتسترابية يتم حساب مقدر المربعات الصغري البوتسترابي وبالتالي يصبح لديناعدد B من مقدرات المربعات الصغرى البوتسترابية b_b^* :

$$b_b^* = b_1^* \, , \, b_2^* , ... \, b_B^*$$

حيث يعبر المتجه b_b^* بصفة عامة عن مقدرات بوتستراب أزواج المشاهدات لمعالم الانحدار الخطي . وتكون تلك المقدرات ما يعرف بالتوزيع البوتسترابي والذي توقعه يمثل تقدير لمتجه معالم المجتمع β Freedman (1981) .

ب. طريقة بوتستراب البواقى Residual Bootstrap

تعتبر طريقة بوتستراب البواقي الأكثر انتشاراً واستخداماً في تحليل الانحدار , وهي تعتمد على بواقي المربعات الصغرى العادية OLS Resid-ual, **ويمكن تلخيص خطواتها كالتالى :**

١- تقدير نموذج الانحدار من العينة الأصلية باستخدام OLS وحساب القيم المقدرة $\hat{Y}_i$

٢- حساب البواقي $\hat{u}_i$:

$$\hat{u}_i = Y_i - \hat{Y}_i \, , \, i = 1,2,......,n$$

حيث ,**العينة الأصلية للبواقي هي :**

$$\hat{u}_1 , \; \hat{u}_2 , ..., \hat{u}_n$$

٣- من البواقي نقوم بإعادة المعاينة عدد n مرة بإرجاع لنحصل علي الأخطاء البوتسترابية $\hat{u}^*$

٤- يتم استخدام الأخطاء البوتسترابية في تكوين المتغير التابع البوتسترابي:

$$Y^* = \hat{Y} + u^* \qquad (4)$$

٥- أخيراً حساب المقدر البوتسترابي *b حيث:

$$b^* = (X'X)^{-1} X'Y^* \qquad (5)$$

٦- بتكرار الخطوات ٣ , ٤ , ٥ عدد B مرة نحصل علي التوزيع التجريبي البوتسترابي للمقدرات , $b^*'s$ والذي توقعه يمثل المقدر البوتسترابي لمعالم نموذج الانحدار . Efron and Tibshirani (1993).

٤- دراسات سابقة

قدم Wu (1986) عدة تقديرات لتباين مقدر المربعات الصغرى ، وعرض العديد من طرق تخفيض التحيز للمقدرات bias-reducing esti-mators . وقد استخدم في دراسة المحاكاة أربع طرق لإعادة المعاينة، منها ثلاثة طرق باستخدام بوتستراب أزواج المشاهدات, والطريقة الرابعة باستخدام بوتستراب البواقي . وأوضحت النتائج أن طريقة بوتستراب البواقي تعطي مقدرات تباين غير متحيزة للأخطاء ثابتة التباين Homoscedastic errors، ولكن تبين أن مقدرات التباين للأخطاء غير ثابتة التباين Heteroskedastic errors متحيزة وغير متسقة، ولذلك اقترح طريقة معدلة تحت مسمى Wild (Weighted) Bootstrap والتي تعتمد على بوتستراب البواقي لطريقة المربعات الصغري للحصول على خطأ معيارى مصحح، فى ظل وجود مشكلة عدم ثبات التباين ذو الصيغة الدالية غير المعلومة Heteroscedasticity of unknown form, واوضح أن هذا الأسلوب يحقق تقديرات كفؤة فى ظل وجود مشكلة عدم ثبات

التباين, إلا أن تلك التقديرات البوتسترابية غير كفؤة فى حالة وجود القيم الشاذة .

ولعلاج هذه المشكلة إقترح Rana *et al.* (2012) شكلاً جديداً من أشكال البوتستراب وهو Robust wild Bootstrap والذى يستخدم فى ظل وجود المشكلتين معاً, وتقوم هذه الطريقة المقترحة على الدمج بين طريقة Wild Bootstrap (Weighted Bootstrap) ومقدرات MM المتينة. وقد اظهرت النتائج أن أداء الطريقة المقترحة قد تفوق على طريقة Wu (1986) فى حالة وجود المشكلتين معاً. كما أنه توجد ميزة اخري لتطبيق تلك الطريقة , وهي أنها لا تتطلب تشخيص البيانات Diagnosis قبل تطبيقها .

وقد قام Lui and Singh (1992) بدراسة محاكاة لمقارنة مقدرات البوتستراب والجاكنايف فى النماذج الخطية، واوضحا أن البوتستراب بطريقة أزواج المشاهدات ينتج عنها مقدرات متسقة فى ظل عدم ثبات التباين, وأن البوتستراب بطريقة البواقي لا ينتج عنها مقدارت متسقة فى ظل عدم ثبات التباين ولكنها تكون أكثر كفاءة فى ظل ثبات التباين. **وقد اقترحا تقسيم طرق إعادة المعاينة فى نماذج الإنحدار الخطى الى مجموعتين:**

١- **R-CLASS: مثل طريقة الجاكنايف**, حيث يكون تباين المقدر متين فى ظل وجود مشكلة عدم ثبات تباين حد الخطأ العشوائى Robust against Hetroscedasticity

٢- **E-CLASS: مثل طريقة البوتستراب**, حيث يكون فيها تباين المقدر أكثر كفاءة فى ظل ثبات التباين Efficient under Homoscedasticity

وقد إقترحا Cribari-Neto and Zarkos (2003) شكلاً بوتسترابياً معدلاً لتقدير نموذج الانحدار في ظل وجود مشكلة عدم ثبات التباين ذو الصيغة الدالية غير المعلومة Heteroscedasticityofunknown form أطلقا عليه البوتستراب المرجح Weighted Bootstrap, وبينا أن هذا الشكل البوتسترابى المرجح يكون متيناً Robust في حالة احتواء البيانات علي قيم شاذة مؤثرة , حيث أدى النموذج المقترح إلى تخفيض أثر القيم الشاذة .

كما أوضحت نتائج دراسة المحاكاة أن الاستدلال باستخدام المقدرات البوتسترابية المرجحة Weighted Bootstrap Estimators يعطى نتائج أكثر دقة من الاستدلال القائم على اختبار وايت White Test باستخدام تحويلات وايت HC3, HC2. كذلك أوضحت نتائج المحاكاة أن الاستدلال القائم علي احصائية اختبار وايت التي تستخدم تحويله HC3 تعطي نتائج غير دقيقة Inaccurate في حالة احتواء البيانات علي مشاهدات شاذة. ولهذه الأسباب فإنه يفضل استخدام البوتستراب المرجح في حالة وجود مشكلة عدم ثبات التباين ذو الصيغة الدالية غير المعلومة في نموذج الانحدار خاصة عند إحتواء مصفوفة التصميم Design Matrix علي مشاهدات شاذة وخصوصا في حالة العينات صغيرة الحجم . كذلك بينت هذه الدراسة أن الخطأ المعياري البوتسترابي متين فى مواجهة مشكلتى عدم ثبات التباين والمشاهدات الشاذة.

كما اوضحت دراسة Flachaire (2005) ، اعتمادا على نتائج المحاكاة (في حالة عدم ثبات التباين ذات الصيغة الرياضية غير المعلومة (Hetroscedasticity with unknown form تفوق طريقة Wild Bootstrap علي طريقة أزواج

المشـــاهدات Pairs Bootstrap وأن الاختبـــارات بإستخدام الطريقة الأولي تفوقت على الاختبارات التقاربية Asymptotic tests فى جميع الأحوال , وكـذلك بينـت دراسـة المحاكـاة أن طريقـة أزواج المشاهدات شديدة الحساسية للقيم الشاذة.

وقد اعتمدت دراسة Hodoshima and Ando (2008) علي المحاكاة للمقارنة بين أداء طريقة البوتستراب وإختبار وايت عند وجود مشكلة عدم ثبات التباين ، وذلك في ظل نموذج الانحدار الثابت Fixed regression model الذي يفترض ثبات المتغيرات المستقلةونموذج الانحدار العشوائى Sto- chastic regression model. واوضحت النتائج أفضلية طريقة البوتستراب في حالة نموذج الانحدار الثابت وأن احصائية أختبار وايت White test تعطي نتائج جيدة مثل طريقة البوتستراب في حالة العينات صغيرة الحجم. كما بينت الدراسة أنه اذا كانت الأخطاء العشوائية تتبع التوزيع المنتظم Uniform distribution فإن إستخدام طريقة البوتستراب الاحصائي يعطى نتائج أفضل من إحصائية اختبار وايت في حالتي نموذج الإنحدار الثابت والعشوائي.

٥- دراسة المحاكاة

تهدف دراسة المحاكاة إلى التحقق من صحة فرض الدراسة القائل بأن المقدرات البوتسترابية لها أفضلية عن مقدرات المربعات الصغرى العادية، وذلك باستخدام معيار الخطأ المعياري للمقدر، وذلك من خلال توليد بيانات تعاني من مشكلة عدم ثبات تباين حد الخطأ العشوائى فى ظل أحجام مختلفة من العينات (٢٠، ٥٠، ١٠٠ مفردة) ، ثم يتم تقدير معلمات نموذج الانحدار الخطي باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية , وحساب الخطأ المعيارى لتلك المقدرات, ثم توليد عينات بوتسترابية بطريقتى ازواج المشاهدات والبواقي وذلك في ظل مستويان لعدد عينات البوتستراب المولدة (B) هي (1000،1999،3000) وتقدير معلمات النموذج وحساب الخطأ المعيارى لتلك المقدرات حيث المقدر الأفضل هو المقدر ذو الأخطاء المعيارية الأقل Sohel, et al. (2012). وقد تم تصميم دراسة المحاكاة علي مرحلتين:

المرحلة الأولى : يتم فيها توليد بيانات تعاني من مشكلة عدم ثبات التباين وفقا لنموذج الإنحدار الخطي التالى:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + u_i \qquad (6)$$

حيث: β_1 ، β_0 معالم نموذج الانحدار الخطي والذي تم إفتراض ثباتها $\beta_0 = \beta_1 = 1$ (Sohel et al. 2012): u_i يمثل حد الخطأ العشوائي الذي تم توليده بطريقة تجعله يعاني من مشكلة عدم ثبات التباين , حيث تم توليد حد الخطأ العشوائي من توزيع طبيعي بمتوسط يساوى الصفر وتباين غير ثابت يمثل دالة فى المتغير المستقل X_i ، أى أن:

$$u_i \sim N(0, f(X_i))$$

وقد تم استخدام دوال التباين وفقا لدراستي Nathaniel (2014) , Michael and Christo- pher (2013): للصيغ التالية:

أ- دالة تربيعية في المتغير المستقل X_i :

تفترض أن تباين حد الخطأ العشوائي يرتبط بالمتغير المستقل X_i وفقاً لعلاقة تربيعية , ويمكن تمثيل العلاقة بالدالة التالية:

$$Var(u_i) = (a + bX_i)^2$$

وقد تم استخدام الدالة التالية في دراسة المحاكاة :

$$Var(u_i) = (1 + X_i)^2 \qquad (7)$$

حيث : $b = 1$, $a = 1$

ب- دالة جذرية في المتغير المستقل X_i:

حيث يفترض وجود علاقة جذرية بين تباين حد الخطأ العشوائي والمتغير المستقل X_i , ويمكن تمثيل العلاقة بالدالة التالية:

$$\text{Var}(u_i) = \sqrt{a + bX_i}$$

وقد تم استخدام الدالة التالية في دراسة المحاكاة :

$$\text{Var}(u_i) = \sqrt{8 + 3X_i} \qquad (8)$$

حيث : $b = 3$, $a = 8$

وقد تم تحديد ثوابت الدوال المستخدمة في دراسة المحاكاة (a, b) , في حالة الدالة التربيعية بغرض المقارنة مع الدراسات السابقة , بينما في حالة الدالة الجذرية فقد تم تحديد هذه الثوابت بالتجربة والخطأ عن طريق الباحث.

المرحلة الثانية : يتم فيها استخدام البيانات المولدة وفقاً للدوال السابقة لتقدير نموذج الانحدار باستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية OLS وحساب الخطأ المعياري للمقدر والذي يتم استخدامه كمعيار للمقارنة ، ثم يتم إعادة استخدام البيانات المولدة في تقدير النموذج بوتسترابياً بطريقتين مختلفتين هما طريقة أزواج المشاهدات البوتسترابية وطريقة البواقي البوتسترابية وذلك في ظل ثلاثة مستويات لعدد المقدرات البوتسترابية (B) والتى تستخدم فى عمل التوزيع التجريبى البوتسترابى Bootstrap Emp- irical Distribution

وقد تم تكرار حساب المقدرات البوتسترابية والخطأ المعيارى البوتسترابى 100 مرة (عدد المعاودات = عدد المقدرات البوتسترابية K= 100) في كل مستوى من المستويات السابقة . **كما تمت مقارنة آداء مقدرات طريقتي البوتستراب (أزواج المشاهدات والبواقي) مع مقدر طريقة المربعات الصغري باستخدام المعيارين التاليين:**

اولاً: النسبة المئوية للتكرار (PR) Proportion of Repetition :

ويقصد بها النسبة المئوية التي ينخفض فيها الخطأ المعياري في حالة التقدير بطريقتي البوتستراب مقارنة بطريقة المربعات الصغري, حيث المقدر ذو الأداء الأفضل الذي يحقق نسبة تكرار أعلي .Zeebari *et al.* (2012).

ثانياً: متوسط الأخطاء المعيارية Average Standard Error : ويقصد به متوسط الأخطاء المعيارية للمعاودات (k) لتقديرات طريقتي البوتستراب لكل مستوي من أعداد عينات البوتستراب المولدة (B) كمعيار أخر, وذلك للمقارنة مع الخطأ المعياري لتقديرات المربعات الصغرى العادية , حيث المقدر ذو الأداء الأفضل هو ذلك الذي يكون له أقل متوسط خطأ معيارى Sohel *et al.* (2012) .

٦- عوامل دراسة المحاكاة

تعتمد دراسة المحاكاة علي عدة عناصر هي :

أ- **الشكل الدالي لتباين حد الخطأ العشوائي ,** استخدمت الدراسة نمطين داليين لتباين حد الخطأ العشوائي هى **الدالة التربيعية والجذرية**, وقد تم اختيار هذه الدوال وفقاً لدراسات المحاكاة المشار إليها سابقاً.

ب- **حجم العينة (n)** , تم الاعتماد علي ثلاثة أحجام مختلفة للعينات هي (٢٠, ٥٠, ١٠٠) مشاهدة, وقد تم اختيار تلك الأحجام لتتناسب وأحجام العينات المستخدمة في أغلب دراسات المحاكاة في ذلك المجال.

ج- **عدد عينات البوتستراب المولدة من العينة الأصلية (B)** , تم استخدام مستويان لعدد العينات

البوتسترابية المولدة من العينة الأصلية والمكونة للتوزيع التجريبي البوتسترابي وهي (١٠٠٠, ١٩٩٩, ٣٠٠٠) . وتم استخدام عدد ١٩٩٩ طبقاً لما قدمه Efron (1979) , وعدد ١٠٠٠، ٣٠٠٠ بغرض المقارنة للتعرف على تأثير عدد عينات البوتستراب المولدة على نتائج الدراسة .

د- **طريقة التقدير المستخدمة** , استخدمت الدراسة طريقتين للبوتستراب , هما **البوتستراب بطريقة أزواج المشاهدات، والبوتستراب بطريقة البواقي**، بالمقارنة مع طريقة المربعات الصغري وذلك بغرض التعرف على تأثير كل طريقة على نتائج الدراسة .

٦. نتائج دراسة المحاكاة

تم تقسيم دراسة المحاكاة الى قسمين وفقا للنمط الدالي لتباين حد الخطأ العشوائي كالتالى:

أ – حالة الدالة التربيعية

ب – حالة الدالة الجذرية

أ – حالة الدالة التربيعية

حيث تباين حد الخطأ العشوائي يرتبط بالمتغير المستقل وفقاً للدالة التربيعية التالية:

$$\mathrm{Var}(u_i) = (1 + X_i)^2 \qquad (9)$$

ويبين ملحق (١- أ) وملحق (١- ب) وملحق (١- جـ) تفصيلياً نتائج مقارنة الأخطاء المعيارية الناتجة من تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية وطريقة البوتستراب بنوعيها : أزواج المشاهدات والبواقى , وذلك عند ثلاثة مستويات مختلفة من مكررات عينات البوتستراب (B) هى (١٠٠٠ , ١٩٩٩ , ٣٠٠٠) على التوالى ، وذلك عند أحجام العينات الثلاثة (n) هي (٢٠ ، ٥٠ ، ١٠٠ مفردة) وذلك علي القرص المدمج (CD) المرفق مع البحث.

أما جدول (١) فيقدم ملخصاً لنتائج دراسة المحاكاة مع افتراض أن تباين حد الخطأ العشوائي له نمط معلوم ويرتبط بالمتغير المستقل على شكل دالة تربيعية.

جدول (١): نتائج دراسة المحاكاة في حالة الشكل التربيعي لتباين حد الخطأ العشوائي

n		20		50		100	
BP Test P-value		0.02027		0.009143		3.344e-05	
OLS Standard error		1.4265		0.8849		0.7441	
		Pairs	Residual	Pairs	Residual	Pairs	Residual
B = 1000	number of bootstrap Standard error less than OLS Standard error	88%	66%	100%	53%	0%	47%
	Bootstrap Standard error means	1.3822704	1.419396	0.835941	0.883121	0.996275	0.743959
B = 1999	number of bootstrap Standard error less than OLS Standard error	91%	71%	100%	58%	0%	36%
	Bootstrap Standard error means	1.385897	1.418714	0.833356	0.881961	0.992456	0.748568
B = 3000	number of bootstrap Standard error less than OLS Standard error	94%	73%	100%	53%	0%	39%
	Bootstrap Standard error means	1.387215	1.419766	0.833358	0.883736	0.992909	0.746814

ويتضمن جدول (1) ما يلى:

١- القيمة الإحتمالية (p-value) الناتجة من إختبار BP .

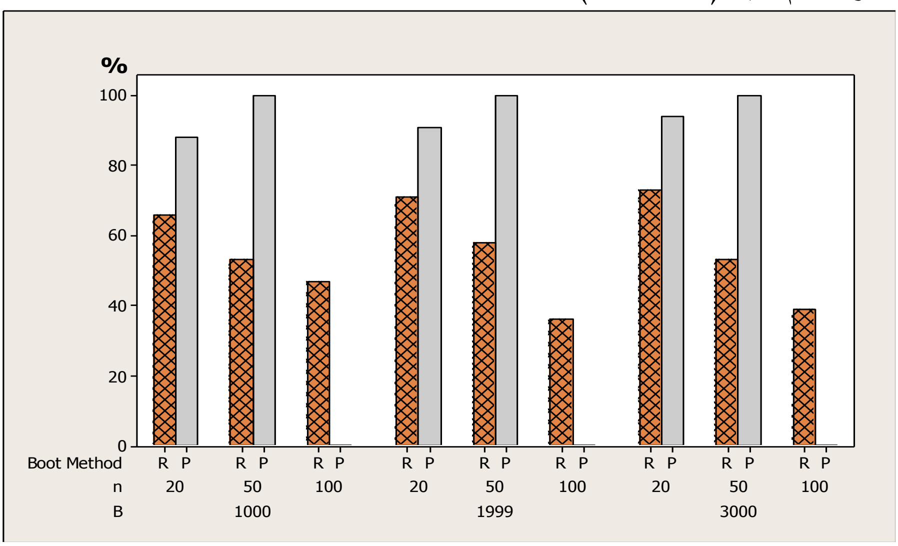
٢- الخطأ المعياري الناتج من تطبيق طريقة المربعات الصغرى OLS Standard error.

٣- النسبة المئوية التي ينخفض فيها الخطأ المعياري في حالة التقدير بطريقتي البوتستراب بالمقارنة بطريقة المربعات الصغري, وذلك لمستوى حجم العينة (١٠٠,٥٠,٢٠) .

٤- عدد ثلاثة مستويات مختلفة من أحجام عينات البوتستراب المولدة (١٠٠٠ , ١٩٩٩ , ٣٠٠٠).

٥- متوسط الأخطاء المعيارية للمعاودات (k) الناتجة من تطبيق طريقتي البوتستراب

والذي يمكن التعبير عنه بشكل (1) الخاص بالمقارنة وفقاً لمعيار النسبة المئوية.



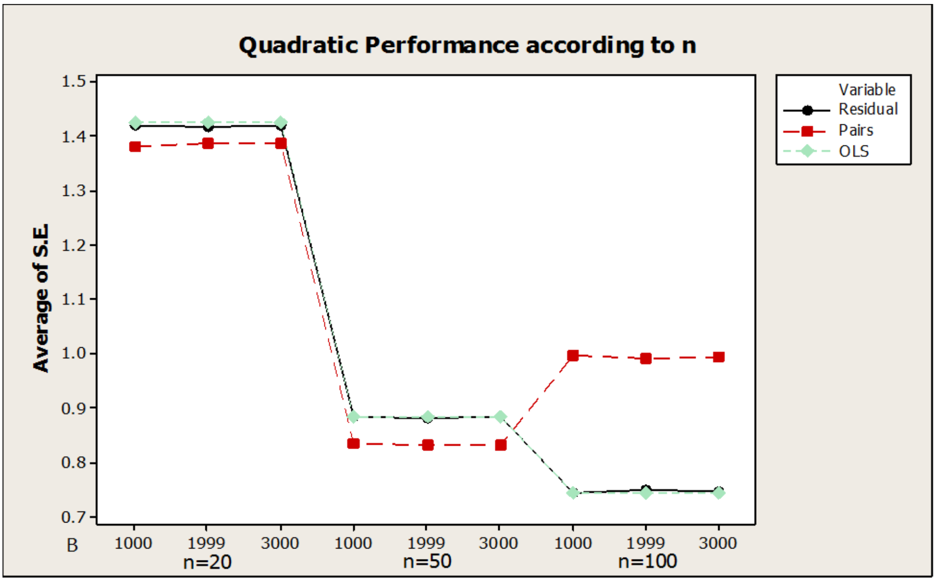
المصدر: الباحث باستخدام بيانات جدول رقم (1))

شكل(١):النسبة المئوية لتفوق طريقتي البوتستراب (أزواج المشاهدات P ,البواقي R) بالمقارنة مع طريقة OLS عند أحجام العينات الموضحة (n) ,وعدد عينات البوتستراب المولدة (B) في حالة الدالة التربيعية لتباين حد الخطأ العشوائي

ويتضح من شكل (1) أنه على الرغم من تفوق آداء مقدرات البوتستراب بنوعيه (أزواج المشاهدات Pairs, والبواقي Residuals) على مقدر المربعات الصغري عند أحجام عينات (n) = ٢٠، ٥٠ مشاهدة ., وعند جميع أحجام عينات البوتستراب المولدة (B) , إلا أن تفوق طريقة أزواج المشاهدات كان ملحوظاً . ويلاحظ عند حجم عينة (n) = ١٠٠ عدم تفوق آداء مقدرات البوتستراب بنوعيه على مقدر المربعات الصغري . وإن كانت نتائج طريقة بوتستراب البواقي أفضل من نتائج طريقة بوتستراب أزواج المشاهدات الذي فشل تماماً عند جميع قيم (B).

وقد تم حساب متوسط الأخطاء المعيارية لتقديرات طريقتي البوتستراب للمعاودات عند كل

حجم من أحجام عينات البوتستراب المولدة (B) ، وهو ما يوضحه شكل (٢) وشكل (٣) الخاص بمعيار متوسط الأخطاءالمعيارية للمعاودات (K) :

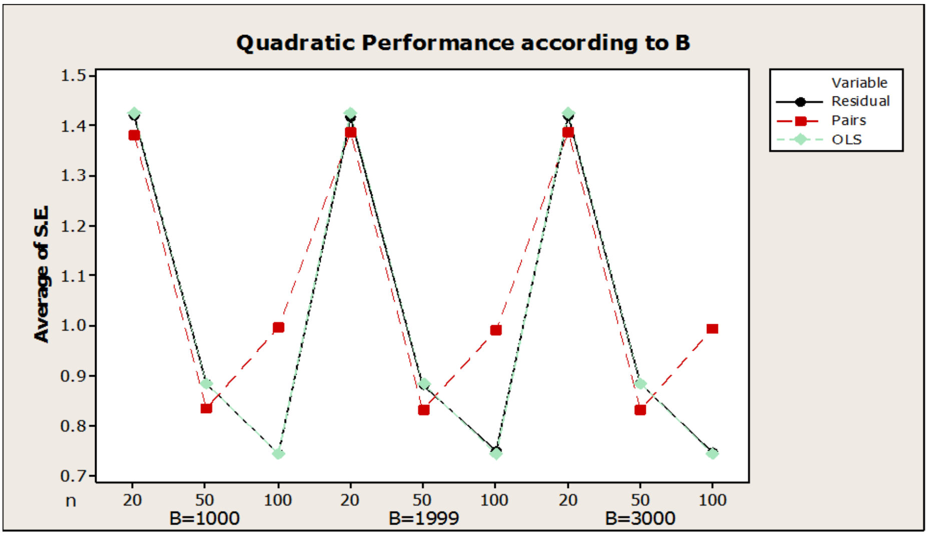


(المصدر : الباحث باستخدام بيانات جدول رقم (1))

شكل (٢) : تأثير إختلاف أحجام عينات البوتستراب المولدة (B), عند كل حجم عينة (n) في حالة الدالة التربيعية لتباين حد الخطأ العشوائي.

يتضح من شكل (2) أن طريقة أزواج المشاهدات لها أقل متوسط للأخطاء المعيارية , تليها طريقة البواقي , فطريقة المربعات الصغري وذلك عند أحجام عينات (n) = ٢٠، ٥٠ مشاهدة , لجميع قيم (B) , وإن كان هناك تقارب فى نتائج متوسط الأخطاء المعيارية لطريقة البواقي وطريقة المربعات الصغري عند حجم عينة (n = 50).

بينما فشل البوتستراب بنوعيه عند حجم عينة (n =100) عند جميع قيم (B) , حيث كان الخطأ المعياري لطريقة المربعات الصغري هو الأقل يليه متوسط الأخطاء المعيارية لطريقتي البواقي ثم أزواج المشاهدات علي الترتيب , مع وجود تقارب في نتائج كل من طريقتي المربعات الصغري والبواقي ، كما يوضح الشكل أنه لا يوجد تأثير معنوي لاختلاف عدد عينات البوتستراب المولدة (B) علي نتائج الدراسة .



(المصدر : الباحث باستخدام بيانات جدول رقم(١))

شكل (٣): تأثير اختلاف أحجام العينات (n) عند كل حجم من أحجام عينات البوتستراب المولدة (B) في حالة الدالة التربيعية لتباين حد الخطأ العشوائي.

يتضح من شكل (3) عند عدد ١٠٠٠ عينة بوتستراب (B=1000) , أن لطريقة أزواج المشاهدات أقل متوسط للأخطأء المعيارية عند حجم عينة (٢٠ , ٥٠ مفردة) ، يليها متوسط الأخطاء المعيارية لطريقة البواقي , ثم الخطأ المعياري لطريقة المربعات الصغري , مع تقارب نتائج طريقتي البواقي والمربعات الصغري عند حجم عينة (٥٠ مفردة).

ويتغير الأداء عند حجم عينة (١٠٠ مفردة), حيث يصبح آداء طريقة المربعات الصغري هو الأفضل مقارنةً بطريقتي البواقي ثم أزواج المشاهدات علي التوالي. ويتكرر نفس السلوك عند عدد عينات بوتستراب (B) = ١٠٠٠، ٣٠٠٠ مما يدل علي عدم وجود تأثير جوهري لتغير قيم (B) .

مما سبق نخلص إلى أن:

(أ) تميز آداء مقدرات البوتستراب بنوعيه (أزواج المشاهدات Pairs, والبواقي Residuals) بشكل واضح عن مقدر طريقة المربعات الصغرىOLS ، في حالة العينة صغيرة الحجم (n) = ٢٠ مشاهدة ، لجميع أعداد عينات البوتستراب (B) المكونة للتوزيع التجريبي البوتسترابي ، وكان التفوق الأكبر لطريقة أزواج المشاهدات .

(ب) تفوق طريقة بوتستراب أزواج المشاهدات بصورة مطلقة علي طريقة المربعات الصغري ، وعلي طريقة بوتستراب البواقي عند حجم عينة (n) = ٥٠ مشاهدة بغض النظر عن قيم (B) .

(ج) تفوق طريقة المربعات الصغري العادية نسبياً علي طريقة بوتستراب البواقي ، وفشل طريقة بوتستراب أزواج المشاهدات تماماً عند حجم العينة (n) = ١٠٠ مشاهدة ، بغض النظر عن قيم (B) .

ويلاحظ أن الأداء الأفضل لطريقتي البوتستراب يتحقق عند حجم عينة (n) = ٢٠، ٥٠ مشاهدة ,

ويفشل البوتستراب بنوعيه في حالة العينة كبيرة الحجم (n) = ١٠٠ مشاهدة ، والذي يعني نقص آداء طريقتى البوتستراب مع زيادة حجم العينة .

وبمقارنة النتائج علي أساس معيار متوسط الأخطاء المعيارية للمعاودات Average StandardError مقارنة بالخطأ المعياري لطريقة المربعات الصغري (S.E) :

١- انخفاض متوسط الأخطاء المعيارية لطريقة أزواج المشاهدات عن طريقة البواقي وعن الخطأ المعياري الناتج من تطبيق طريقة المربعات الصغري عند حجم عينة (n) = ٢٠، ٥٠ مشاهدة .

٢- زيادة متوسط الأخطاء المعيارية لطريقتي البوتستراب أزواج المشاهدات والبواقي بشكل ملحوظ عن الخطأ المعياري لطريقة المربعات الصغري عند حجم عينة (n) = ١٠٠ مشاهدة.

٣- زيادة متوسط الأخطاء المعيارية لطريقة بوتستراب البواقي بشكل ملحوظ علي متوسط الأخطاء المعيارية لطريقة بوتستراب أزواج المشاهدات عند حجم عينة (n) = ٢٠، ٥٠ مشاهدة ، بينما ينعكس الأداء عند حجم عينة (n) = ١٠٠ مشاهدة .

٤- يلاحظ عدم تأثر متوسط الأخطاء المعيارية في حالتي طريقة أزواج المشاهدات وطريقة البواقي بزيادة قيم (B) .

ج – حالة الدالة الجذرية

وفيها يفترض ان تباين حد الخطأ العشوائي يرتبط بالمتغير المستقل وفقاً لدالة جذرية التالية :

$$\mathrm{Var}(u_i) = \sqrt{8 + 3X_i} \qquad (10)$$

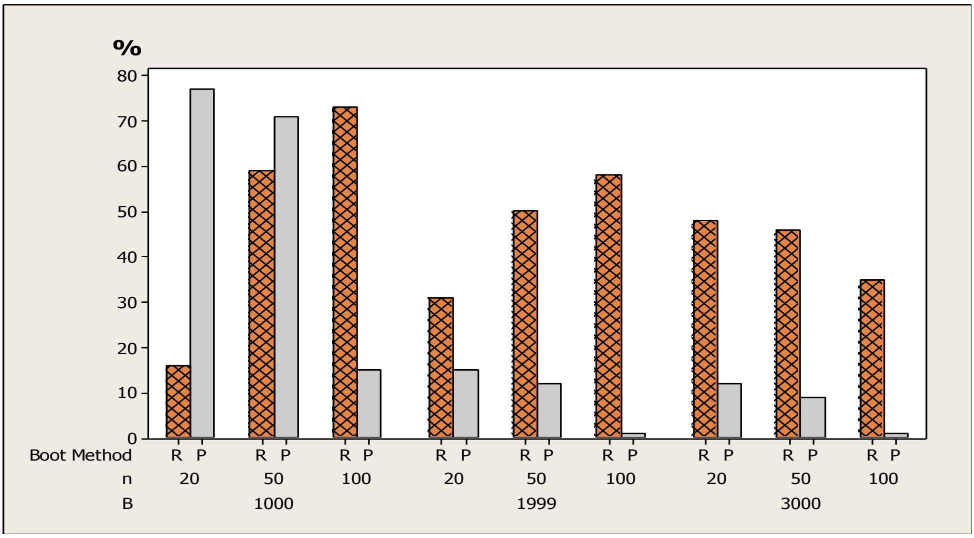
ويبين ملحق (٣-أ) وملحق (٣-ب) وملحق (٣-جـ) نتائج دراسة المحاكاة لمقارنة للأخطاء المعيارية الناتجة من تطبيق طريقة المربعات الصغرى العادية وطريقة البوتستراب بنوعيها أزواج المشاهدات والبواقى عند الثلاثة مستويات المختلفة من مكررات عينات البوتستراب على التوالى ، وذلك عند احجام العينات الثلاثة (٢٠ ، ٥٠ ، ١٠٠ مفردة) وذلك علي القرص المدمج (CD) المرفق بالبحث .

ويوضح جدول (2) ملخصاً لنتائج دراسة المحاكاة في حالة الشكل الجذري لتباين حد الخطأ العشوائي . والذي يوضح تفوق أداء طريقة البوتستراب بنوعيه مقارنةً بطريقة OLS.

جدول (٢): نتائج دراسة المحاكاة في حالة الشكل الجذرى لتباين حد الخطأ العشوائي

N		20		50		100	
BP Test P-value		0.03802		0.0007011		0.006225	
OLS Std. error		0.6691		0.1885		1.2911	
		Pairs	Residual	Pairs	Residual	Pairs	Residual
B = 1000	number of bootstrap Standard error less than OLS Standard error	77%	16%	71%	59%	15%	73%
	Bootstrap Standard error means	**0.660268**	**0.677095**	0.191566	0.1878	1.391927	1.289969
B = 1999	number of bootstrap Standard error less than OLS Standard error	15%	31%	12%	50%	1%	58%
	Bootstrap Standard error means	**0.686512**	**0.67302**	0.19227	0.188319	1.383833	1.286822
B = 3000	number of bootstrap Standard error less than OLS Standard error	12%	48%	9%	46%	1%	35%
	Bootstrap Standard error means	**0.685086**	**0.670143**	0.192202	0.188763	1.38207	1.285756

ويوضح شكل (٤) النسبة المئوية لتفوق طريقتي البوتستراب بالمقارنة مع طريقة المربعات الصغري العادية



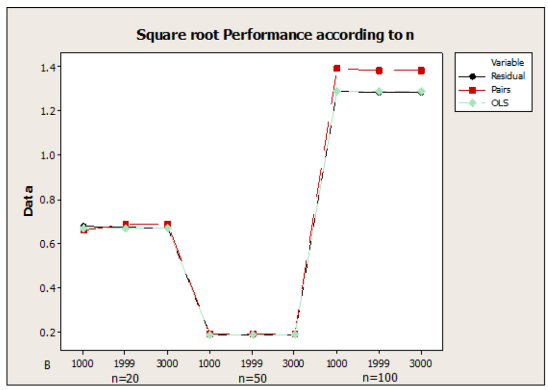
المصدر: الباحث باستخدام بيانات جدول رقم (4-4))

شكل (٤): النسبة المئوية لتفوق طريقتي البوتستراب (أزواج المشاهدات P , البواقي R) بالمقارنة مع طريقة OLS عند أحجام العينات الموضحة (n) , وعدد عينات البوتستراب المولدة (B) في حالة الدالة الجذرية لتباين حد الخطأ العشوائي

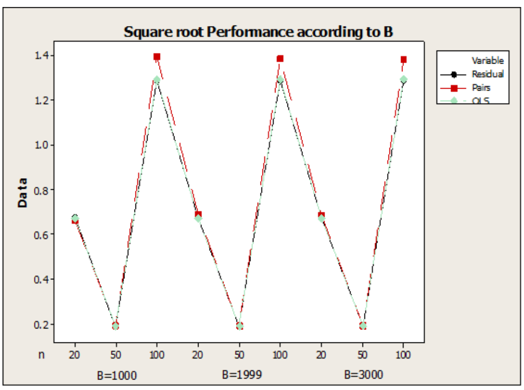
يتضح من شكل (٤) تفوق آداء البوتستراب بطريقة أزواج المشاهدات عند حجم عينة (n) = ٢٠، ٥٠ مشاهدة ، وفقط عند عدد عينات بوتستراب (B) = ١٠٠٠.

وفي السياق نفسه فإن تفوق البوتستراب بطريقة البواقي تحقق في حالة حجم عينة (n) = ٥٠ مشاهدة و فقط عند إستخدام ١٠٠٠ عينة بوتستراب , بينما تحقق التفوق في حالة العينة كبيرة الحجم (n) = ١٠٠ مشاهدة عند قيم (B) = ١٠٠٠، ١٩٩٩ . وبمقارنة آداء طريقتي البوتستراب يتبين تفوق طريقة البواقي علي طريقة أزواج المشاهدات في حالة حجم عينة (n) = ٢٠، ٥٠ مشاهدة عند (B) = ١٠٠٠ , بينما تتفوق طريقة البواقي عند حجم عينة (n) = ١٠٠ مشاهدة لجميع قيم (B) .

وقد تم حساب متوسط الأخطاء المعيارية لتقديرات طريقتي البوتستراب لكل حجم من أحجام عينات البوتستراب المولدة ، وهو ما يوضحه شكل (5) وشكل (6) الخاص بمعيار متوسط الأخطاء المعيارية المستخدم في المقارنة:



شكل (٥): تأثير اختلاف عدد عينات البوتستراب المولدة (B) , عند كل حجم عينة (n) في حالة الدالة الجذرية لتباين حد الخطأ العشوائي.
(المصدر: الباحث باستخدام بيانات جدول رقم (2))



شكل (٦): تأثير اختلاف أحجام العينات (n) عند كل حجم من أحجام عينات البوتستراب المولدة (B) في حالة الدالة الجذرية لتباين حد الخطأ العشوائي.
(المصدر: الباحث باستخدام بيانات جدول رقم (2))

يتضح من شكل (٥) ، (٦) أن متوسط الأخطاء المعيارية لطريقة أزواج المشاهدات أقل من متوسط الأخطاء المعيارية لطريقة البواقي والخطأ المعياري لطريقة المربعات الصغري عند حجم عينة (n) = ٢٠ وفقط عند عدد عينات بوتستراب (B) = ١٠٠٠. بينما متوسط الأخطاء المعيارية لطريقة البواقي هو الأقل عند حجم عينة (n) = ٥٠ لقيم (B) = ١٠٠٠ ، ١٩٩٩ وعند حجم عينة (n) = ١٠٠ مشاهدة لجميع قيم (B).

مما سبق نخلص إلى أن :

(أ) تفوق طريقة بوتستراب أزواج المشاهدات علي طريقة المربعات الصغري العادية OLS , وعلي طريقة بوتستراب البواقي عند حجم عينة (n) = ٢٠، ٥٠ مشاهدة ، وفقط عند عدد عينات بوتستراب (B) = ١٠٠٠ ، و تفشل طريقة بوتستراب أزواج المشاهدات تماماً عند حجم العينة (n) = ١٠٠ مشاهدة ، بغض النظر عن قيم (B) .

(ب) تفوق طريقة بوتستراب البواقي بصورة مطلقة علي طريقة المربعات الصغري العادية ، وعلي طريقة أزواج المشاهدات عند حجم عينة (n) = ١٠٠ مشاهدة عند قيم (B) = ١٠٠٠، ١٩٩٩. وهو ما يوضحه أيضاً شكل (٤–٧) الخاص بالمقارنة وفقاً لمعيار النسب المئوية.

ويوضح جدول (٣) ملخصاً لنتائج دراسة المحاكاة لجميع الدوال وجميع أحجام العينات موضع الدراسة عند المستويات المختلفة للمقدرات البوتسترابية.

جدول (٣): ملخص نتائج دراسة المحاكاة :

B	n	طريقتي البوتستراب	النمط الدالي للتباين	
			الدالة التربيعية	الدالة الجذرية
B = 1000	n = 20	Pairs	88% (1.3822704)	77% (0.660268)
		Residual	66% (1.419396)	16% (0.677095)
	n = 50	Pairs	100% (0.835941)	71% (0.191566)
		Residual	53% (0.883121)	59% (0.1878)
	n = 100	Pairs	0% (0.996275)	15% (1.391927)
		Residual	47% (0.743959)	73% (1.289969)
B = 1999	n = 20	Pairs	91% (1.385897)	15% (0.686512)
		Residual	71% (1.418714)	31% (0.67302)
	n = 50	Pairs	100% (0.833356)	12% (0.19227)
		Residual	58% (0.881961)	50% (0.188319)
	n = 100	Pairs	0% (0.992456)	1% (1.383833)
		Residual	36% (0.746814)	58% (1.286822)
B = 3000	n = 20	Pairs	94% (1.387215)	12% (0.685086)
		Residual	73% (1.419766)	48% (0.670143)
	n = 50	Pairs	100% (0.833358)	9% (0.192202)
		Residual	53% (0.883736)	46% (0.188763)
	n = 100	Pairs	0% (0.992909)	1% (1.38207)
		Residual	39% (0.746814)	35% (1.285756)
OLS standard error		n = 20	1.4265	0.6691
OLS standard error		n = 50	0.8849	0.1885
OLS standard error		n = 100	0.7441	1.2911

ملحوظة: متوسط الأخطاء المعيارية بطريقة البوتستراب موجودة بين قوسين.

ملحوظة: القيم المظللة هي الأكبر من حيث نسبة التميز عند حجم العينة (n) .

يلخص جدول (٣)عن خلاصة نتائج دراسة المحاكاة وفقاً لمعياري المقارنة ، النسبة المئوية للتفوق ومتوسط الأخطاء المعيارية :

١- يتحقق الأداء الأفضل لطريقتي البوتستراب ، في حالة النمط التربيعي لتباين حد الخطأ العشوائي عند حجم عينة (n) = ٢٠ لجميع قيم (B) ، ثم الدالة الجذرية عند حجم عينة (n) = ٢٠،٥٠ وفقط عند (B) = ١٠٠٠ . بينما تفشل طريقتي البوتستراب في حالة الدالة الخطية باستثناء طريقة بوتستراب البواقي التي تحقق تفوقاً نسبياً مقارنةً بطريقة المربعات الصغري العادية عند حجم عينة (n) = ١٠٠ وفقط عند (B) = ١٠٠٠ .

٢- تتفوق طريقة بوتستراب أزواج المشاهدات تفوقاً تاماً (١٠٠%) في حالة النمط التربيعي عند حجم عينة (n) = ٥٠ عند جميع قيم (B) . بينما يتحقق الأداء الأفضل لطريقة البواقي مقارنة بطريقة المربعات الصغري في حالة النمط التربيعي لتباين حد الخطأ العشوائي عند حجم عينة (n) = ٢٠ .

٣- يتضح أفضلية طريقة بوتستراب أزواج المشاهدات عن طريقة بوتستراب البواقى وذلك فى حالتى العينة صغيرة ومتوسطة الحجم , وذلك عند جميع مستويات المقدرات البوتسترابية بينما يتغير الآداء في حالة العينة كبيرة الحجم حيث تتفوق طريقة البواقي علي طريقة أزواج المشاهدات.

٤- يتحسن بصورة ملحوظة أداء مقدري البوتستراب بزيادة عدد المقدرات البوتسترابية من ١٠٠٠ الى ١٩٩٩ مقدراً , بينما التحسن غير ملحوظ فى حالة الزيادة الى٣٠٠٠ مقدراً بوتسترابياً , لذلك يفضل استخدام عدد ١٩٩٩مقدراً بوتسترابياً, حيث لا توجد حاجة إلى زيادة عدد المقدرات الى ٣٠٠٠ مقدر وما يتطلبه ذلك من تكثيف عمل الحاسب واستهلاكا للوقت,مع عدم إضافة فائدة ملحوظة فى تحسن الأداء.

ويمكن تلخيص نتائج دراسة المحاكاة بحيث يستطيع القارئ تحديد الدالة الملائمة لحجم العينة (n) وعدد المعاودات (B) وطريقة البوتستراب المطلوب استخدامها في الجدول التالي :

جدول (٤) : خلاصة نتائج المحاكاة حسب أعلي نسبة تميز

الدالة	طريقتي البوتستراب	n	B
تربيعية	Pairs	n = 20	B = 1000
تربيعية	Pairs	n = 50	
جذرية	Residual	n = 100	
تربيعية	Pairs	n = 20	B = 1999
تربيعية	Pairs	n = 50	
جذرية	Residual	n = 100	
تربيعية	Pairs	n = 20	B = 3000
تربيعية	Pairs	n = 50	
جذرية	Residual	n = 100	

(المصدر: جدول رقـــم(٣))

٧- توصيات الدراسة

بنـاء علـى مـا تقـدم مـن نتـائج لدراسـة المحاكـاة السابقة يتقدم الباحث بالتوصيات التالية:

١) حالة العينة صغيرة الحجم (٢٠ ، ٥٠ مفردة) : يفضل التقدير باستخدام طريقة أزواج المشاهدات البوتستراببة علي طريقتي البواقى والمربعات الصغرى العادية إذا كان تباين حد الخطأ العشوائى دالة تربيعية فى المتغير المستقل X_i وذلك عند جميع مستويات أعداد المقدرات البوتستراببة (B) المكونة للتوزيع التجريبي البوتسترابى . والنمط الجذري عند وفقط عند (B) = ١٠٠٠

٢) حالة العينة كبيرة الحجم (١٠٠مفردة) : لا ينصح باستخدام أى طريقة من طرق البوتستراب موضع الدراسة (أزواج المشاهدات والبواقى).

٣) ينصح باستخدام عدد مقدرات بوتستراببة B تساوى ١٩٩٩ مقدراً بوتسترابياً.

المـــراجـــــــع

أ- المراجع العربية

١. إبراهيم, إبراهيم حسن (١٩٩٢), "أهم مشكلات استخدام تحليل التباين التقليدي في إتجاه واحد"، ***مجلة الإدارة العامة***، الرياض ١٥٧،٧٣-١٧٥.

٢. عامر،غزال عبدالعزيز (٢٠١٥), "**الاقتصاد القياسي وتحليل السلاسل الزمنية**", معهد الإحصاء, جامعة القاهرة.

٣. الحربي ، فائزة طالع (٢٠١١)، نظرية البوتستراب للإحصاءات المرتبة المتطرفة مع بعض التطبيقات، رسالة دكتوراة، كلية العلوم للبنات، جامعة الملك عبدالعزيز.

٤. الهانسي، محمد مختار ، السيد، سيد مشعال ، عبدالعزيز، محمد علي (٢٠١٣)، "استخدام طريقة البوتستراب لتقليل آثار الازدواج الخطي" ، ***مؤتمر الإسكندرية الدولي الثاني للإحصاء***، قسم الإحصاء والرياضة والتأمين، كلية التجارة، جامعة الإسكندرية.

ب- المراجع الأجنبية:

5. Barrera, M. S. and Zamar, R. H. (2002). "Bootstrapping Robust Estimate of Regression", ***Ann. Statistic***, Vol. 30, p. 556-582.
6. Breusch, T. S. and Pagan, A. (1979). "A Simple Test for Heteroscedasticity and Random Coefficient Variation'', ***Econometrica***, Vol. 47(5) p. 1287–1294.
7. Chattefuee, S. and Hadi, A. S. (2006). "**Regression Analysis by Example** ",Fourth Edition, Wiley Interscience.
8. Chesher, A. and Jewitt, I. (1987). "the Bias of Hetroscedasticity Consistent Covariance Matrix Estimator", ***Econometrica***, Vol. 55(5), p. 1217-1222.
9. Chou, Pin-Huan (2004). "Bootstrap Tests for Multivariate Event Studies", ***Review of Quantitative Finance and Accounting***, Vol. 23(3), p. 275–290.
10. Cribari-Neto, F. and Zarkos, S. G. (2003). "Improved Weighted Bootstrap", working paper, ***XXV Brazilian Econometrics Meeting***, Porto Seguro/BA, December. Retrieved March 11, 2014 from: (http://www.-google.com.eg/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CC8QFjAA&url=http%3A%2).
11. Efron, B. (1979). "Bootstrap Methods: Another look at the jackknife", ***Ann. Statist.,*** p. 7, 1-26.
12. Efron, B. (1992). "Jackknife-after-bootstrap standard errors and influence functions (with discussion)", ***J. Roy Statist. Soc.*** Ser. B, Vol. 54 p. 83-127.
13. Efron, B.(2000)."The Bootstrap and Modern Statistics", ***Journal of the American statistical Association***, Vol. 95(452), p. 1293-1296.
14. Efron, B. (2003). "Second Thoughts on the Bootstrap", ***Statistical Science***, Vol. 8(2), p. 135-140.
15. Efron, B. and Tibshirani, R.J. (1993). ***"An Introduction to the Bootstrap"***, Chapman and Hall, New York.
16. Flachaire, E. (2005). "Bootstrapping Heteroskedastic Regression Models: Wild Bootstrap vs. Pairs Bootstrap", ***Computational Statistics and Data Analysis***, Vol. 49(2), p. 361-376.
17. Fercheluc, O. M. (1999). ***"On the Bootstrap Heteroskedastic Regression Models",*** Retrieved March 11, 2014 from: (http://www.google.com.eg/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&cad=rja&uact=8&ved=0CCoQFjAA&url=http%3A%2F%2Finterstat.statjournals.net%2FYEAR%2F1999%2Farticles%2F9903001.pdf&ei=qgYfU_z9C4eJywPy8YCIDQ&usg.
18. Fox, J. and Weiberg, S. (2012). ***"Bootstrapping Regression Models in R"***, An Appendix to An R Companion to Applied Regression, Second Edition, 1-17. Retrieved March 11, 2014 from: (http://www.google.com.eg/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=2&ved=0CDwQFjAB&url=http%3A%2F%2Fsocserv.mcmaster.ca%2Fjfox%2FBooks%2FCompanion%2Fappendix%2FAppendixBootstrapping.pdf&ei=XSEfU_H5O8X9ygO2l4DYDg).
19. Freedman, D. A. (1981). "Bootstrapping Regression Models", ***Annals of Statistics***, Vol. 9, p. 1218-1228.

20. Freedman, D. A. and Peters, S. C. (1984). "Bootstrapping a Regression Equation: Some Empirical Results", ***Journal of American Statistical Association***, Vol. 79, p. 97-106.
21. Gujarati, D. N. and Porter, D. C. (2009).**"Basic Econometrics"**, Fifth Edition. The McGraw−Hill Companies.
22. Hansen B. E. (2017). ***"Econometrics"***, University of Wisconsin, Department of Economics.
23. Harvey, A.C. (1976). "Estimating Regression Models with Multiplicative Heteroscedasticity'', ***Econometrica***, Vol. 44(3), p. 461-465.
24. Hastie,T. , Tibshirani, R. and Friedman, J. (2008) The Elements of Statistical Learning, second edition, Springer, Stanford, California. P.223.
25. Hodoshima, J. and Ando M. (2008). "A Simulation Study of White's Test for Hetroscedasticity in Fixed and Stochastic Regression Models", ***Taylor and Francis***, Vol. 37(5), p. 897-906.
26. Johns, M. V. (1988). "Importance Sampling for Bootstrap Confidence Intervals'', ***JASA***, Vol. 83, p.709-714.
27. Johnston, J. and DiNardo, J. (1997) . "**Econometric Methods**" Fourth Edition, McGraw-Hill Companies.
28. Kutner, M. H. & Nachtsheim, C. J. & Neter, J. and Li, W. (2005). **"Applied Linear Statistical Models"**, Fifth Edition. *The McGraw·HiII Companies*.
29. Liu, R.Y. and Singh, K. (1992). "Efficiency and Robustness in Resembling", ***Annal of Statistic***s, 20 (1), 370-384.
30. Payne, N. (2014). "Evaluating the Impact of Heteroscedasticity on the Predictive Ability of Modern Regression Techniques", ***published thesis***, ***Simon Fraser University***, ***Department of Statistics and Ac-tuarial Science Faculty of Science***.
31. Singh, K. and Xie, M. (2003). "Bootstrap: A Statistical Method", ***Sankhya***, Vol. 65(3), p. 532-559.
32. Rana, S. & Midi, H. and Imon, A. H. M. R. (2012). "Robust Wild Bootstrap for Stabilizing the Variance of Parameter Estimates in Heteroscedastic Regression Models in the Presence of Outliers", ***Mathematical Problems in Engineering***, p. 1–14.
33. Yan, X. and Su, X. G. (2009). **"Linear Regression Analysis: Theory and Computing"**, World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd, Singapore.
34. Yu, C. H. (2003). "Resampling methods: concepts, applications, and justification: Practical Assessment", ***Research and Evaluation,*** 8(19). Retrieved March 11, 2014 from (http://PAREonline.net/getvn.asp?v=8&n=19).
35. Wu, C. F. J. (1986), "Jackknife, Bootstrap and other Resampling Methods in Regression Analysis", ***Annals of Statistics***, Vol. 14, p. 1261-1350.