التواصل في الرياضيات
Communication in mathematics
إطلالة في المعايير العالمية لتعليم وتعلم الرياضيات

إعداد
أ.د.العزب محمد زهران
أستاذ المناهج وطرق تدريس الرياضيات
ووكيل الكلية لشؤون التعليم والطلاب
كلية التربية – جامعة بنها

مقدمة:

نظراً لظهور فكرة معايير الرياضيات عالمياً ومحلياً ونظراً لأهمية التواصل فى العملية التعليمية بصفة عامة وفى تدريس الرياضيات بصفة خاصة فقد وضعت مجموعة من الأفراد والهيئات العالمية والمحلية معايير للتواصل فى الرياضيات طبقاً للمراحل الدراسية المختلفة بدءاً من مرحلة رياض الأطفال وحتى المرحلة الثانوية، وفيما يلي إطلالة لهدف هام من أهداف تعليم وتعلم الرياضيات هو مهارات التواصل لأهميتها في تعليم وتعلم الرياضيات بجانب كونها مهارات هامة للتفاعل الجيد في الحياة الدراسية والمجتمعية، حيث يتم تحديد مدى اهتمام المعايير العالمية بمهارات التواصل في الرياضيات كما يلي:

أولاً: مشروع المجلس القومي لمعلمي الرياضيات بالولايات المتحدة الأمريكية NCTM

حدد المجلس القومي لمعلمي الرياضيات مجموعة من المعايير الأساسية للتواصل فى الرياضيات التي تضمنتها وثيقة مستويات المنهج والتقويم التى كانت بعنوان Principles and Standards for School Mathematics وهى أن تمكن البرامج التعليمية جميع التلاميذ فى مرحلة ما قبل رياض الأطفال وحتى الصف ١٢ من *(NCTM,2004,1-4)* :

*** تنظيم تفكيرهم الرياضي من خلال التواصل.**

***نقل تفكيرهم الرياضي بطريقة مترابطة وبشكل واضح إلى زملائهم ومعلميهم.**

***تحليل وتقييم تفكيرهم الرياضي واستراتيجيات الآخرين.**

***استخدام لغة الرياضيات للتعبير عن الأفكار الرياضية بدقة.**

ثانياً: مشروع المعايير في ولاية نيويورك:

يصنف قسم التعليم "NYC Department of education" بولاية نيويورك معايير أداء التواصل فى الرياضيات إلى : معايير خاصة بالمرحلة (الابتدائية Elementary School المتوسطة Middle School – الثانوية High School) كما يلى :

(NYC Department of Education,2002:1)

أ- المرحلة الابتدائية:

فى هذه المرحلة يجب أن يستخدم التلميذ لغة الرياضيات لكى يتواصل من خلال الاستماع والتحدث والقراءة والكتابة حول الرياضيات لكى يصف الأفكار والمفاهيم ويوضح الاستدلالات.

ب-المرحلة المتوسطة:

أن يستخدم التلميذ لغة الرياضيات بما تحويه من إشارات ورموز وترقيم ورسوم بيانية وتعبيرات وجداول وأشكال توضيحية وهندسية لكى يتواصل من خلال الاستماع والتحدث والقراءة والكتابة لوصف الأفكار والمفاهيم الرياضية للآخرين، بحيث تكون لديه القدرة على:

*استخدام لغة الرياضيات والتمثيل بالدقة الملائمة بحيث يشتمل على الأعداد والمعادلات العددية والمخططات والرسوم البيانية لوصف العلاقات.

*تنظيم العمل وتوضيح الحل شفهياً وكتابياً باستخدام الرسومات وأساليب أخرى لتوضيح المعنى.

*استخدام لغة الرياضيات لتسهيل فهم المواقف الصعبة والمعقدة.

*توضيح الأفكار ليس فقط للمعلمين ولكن للزملاء.

*فهم الرياضيات من قراءة المهام ومصادر أخرى.

جـ-المرحلة الثانوية:

في هذه المرحلة يجب أن يكون هناك نمو أساسى فى قدرات التلاميذ على بناء تسلسل منطقى للأفكار وعلى التعبير عن أنفسهم بطريقة مترابطة وبشكل واضح والإنصات للآخرين.

ثالثاُ: مشروع المعايير في ولاية نيوجيرسي:

حدد مكتب التعليم والمناهج "*Curriculum and Instruction office*" مجموعة من معايير تدريس الرياضيات للصف الثامن 8^{th} Grade Mathematics Standards كان من بينها مجموعة معايير للتواصل فى الرياضيات Communication Standard in Math وهى (Curriculum and Instruction Office, 2000:1) :

أن يستخدم التلميذ لغة الرياضيات – رموزها وإشاراتها ورسومها البيانية وتعبيراتها – لكى يتصل من خلال (الاستماع والتحدث والقراءة والكتابة) عن طريق وصف الأفكار والمفاهيم الرياضية وتفسير الاستنتاجات والنتائج بحيث تكون لديه القدرة على :

* استخدام اللغة والتمثيلات الرياضية بدقة والتى تشتمل على الجداول والمعادلات والخرائط والرسوم البيانية والأشكال التخطيطية للتعبير عن الأفكار.
* تنظيم العمل وتوضيح أوجه الحل شفهياً وكتابياً و استخدام الأساليب الأخرى لكى يوضحوا المعنى للجمهور (المستمعين).
* استخدام لغة الرياضيات لتسهيل فهم المواقف المعقدة.
* تبرير وتفسير العبارات من خلال قدرتهم على الاستدلال.
* شرح الأفكار ليس فقط لمعلميهم ولكن لزملائهم أو للأطفال الصغار أيضاً لإظهار فهمهم للمفاهيم.
* فهم الرياضيات من خلال قراءة الواجب والمصادر الأخرى.

كما يضع "كرلسون وكورتيس – Carlson & Kortes " معايير للتواصل فى الجبر والهندسة للصفوف ٧-١٢ Mathematical Communication Standards كما يلى: (Carlson & Kortes,2003:1)

معايير التواصل فى الجبر والهندسة للصفوف (٧-١٢)

المدرسة المتوسطة Middle School	الجبر Algebra	الهندسة Geometry
فى نهاية الصف الثامن يجب أن يكون التلميذ لديه القدرة على: *نقل تفكيره الرياضى عن طريق إظهار وإثبات فهمه للمصطلحات الرياضية واستخدامها بطريقة صحيحة وبدقة. *شرح وتفسير العمليات بوضوح وباختصار لمجموعة متنوعة من المستمعين.	فى نهاية دراسة التلميذ لمقرر الجبر يجب أن يكون لديه القدرة على نقل تفكيره الرياضى عن طريق: *دمج التفسيرات خطوة بخطوة فى الحل. *ضم التمثيلات الرياضية إلى التفسيرات الشفية والمكتوبة.	*فى نهاية دراسة التلميذ لمقرر الهندسة يجب أن يكون لديه القدرة على نقل تفكيره الرياضى عن طريق: *تبرير وإثبات العمليات والحلول فى صورة تفسيرات وبراهين. *التخمين واختبار التخمين باستخدام الأمثلة المضادة. *الاستدلال الاستنباطى والاستقرائى.

رابعاً: مشروع المعايير في ولاية أريزونا:

تشير المعايير إلى أنه ينبغي على كل الطلاب فهم واستخدام المفاهيم والمهارات في نهاية كل مرحلة دراسية، فلقد صممت المعايير من أجل بناء نمط تعليمي جديد يركز على المهارات الجديدة واحتياجات الطلاب ،حيث تتضمن معايير الرياضيات معايير العملية وهي : التواصل وحل المشكلات والاستدلال والبرهان والارتباط، حيث أشارت معايير التواصل إلى أنه في نهاية الصف الثاني عشر يكون الطالب لديه القدرة على *(Arizona Department of Education, 2008:6 -7)* :

*** التعبير عن الأفكار الرياضية شفهياً وكتابياً.**

*** قراءة النصوص الرياضية المكتوبة مع الفهم.**

*** تبرير وتفسير العبارات من خلال قدرتهم على الاستدلال**

خامساً: مشروع المعايير في ولاية إلينوس:

اشتملت وثيقة المعايير على مجموعة من معايير العملية (حل المشكلات، التواصل، الارتباط، استخدام التقنية، العمل في مجموعات)، حيث أشارت معايير التواصل إلى أنه في نهاية الصف الثاني عشر يكون الطالب لديه القدرة على *(Illinois State Board of Education, 2008: 1-3)* :

- **استخدام اللغة والتمثيلات الرياضية بدقة والتى تشتمل على الجداول والمعادلات والخرائط والرسوم البيانية والأشكال التخطيطية للتعبير عن الأفكار ،**

- شرح الأفكار للآخرين.
- التعبير عن الحل بأكثر من طريقة.
- استخدام لغة الرياضيات في تفسير النظريات الرياضية.

سادساً: مشروع المعايير في ولاية جورجيا:

اشتملت وثيقة المعايير على مجموعة من معايير العملية Process Standards حيث تم وضع مجموعة من المعايير للصفوف (٩-١٢) مقسمة إلى أربعة مستويات كمستوى تأسيسي وثلاثة مستويات كمستوى متقدم بحيث (المستوى التأسيسي- رياضيات (١) (٢) (٣)(٤) + المستوى المتقدم- رياضيات (١)(٢)(٣)) بالإضافة إلى مؤشرات الأداء كما يلي: *(Georgia Department of Education, 2006: 1)*

معايير التواصل في الرياضيات:

في نهاية الصف الثاني عشر يكون الطالب لديه القدرة على أن:

- ينظم ويعزز تفكيره الرياضي من خلال التواصل.
- ينقل تفكيره الرياضي بوضوح لأقرانه والمعلمين والآخرين.
- يحلل ويقيم تفكير واستراتيجيات الآخرين.
- يستخدم لغة الرياضيات لتعبير عن الأفكار بدقة.

سابعاً:مشروع المعايير في ولاية المكسيك:

اشتملت وثيقة المعايير على مقدمة والهدف من المعايير بالإضافة إلى عرض للمبادئ التي قامت عليها معايير المجلس القومي لمعلمي الرياضيات بالولايات المتحدة الأمريكية، كما اشتملت الوثيقة على مجموعة من معايير العملية في الرياضيات (حل المشكلات، الاستدلال والبرهان، التواصل، الارتباط، التمثيل) حيث أشارت معايير التواصل إلى أنه في نهاية الصف الثاني عشر يكون الطالب لديه القدرة على *(New Mexico State Board of Education, 2007:51-53)* :

- نقل تفكيره الرياضي بوضوح للآخرين (المعلم، أقرانه، الأباء).
- استخدام استراتيجيات متنوعة عند حل المشكلات الرياضية وتوضيحها بوضوح للآخرين.
- التعبير عن الأفكار الرياضية بأكثر من طريقة.
- استخدام لغة الرياضيات في التعبير عن المواقف الحياتية.

ثامناً: مشروع المعايير في ولاية فيرجينيا:

اشتملت وثيقة المعايير على مجموعة من معايير المحتوى والعملية، حيث وضعت بدءاً من روضة الأطفال وحتى الصف الثامن كل صف على حده، ثم وضعت مجموعة أخرى من المعايير للمرحلة الثانوية (٩ – ١٢) حيث أشارت معايير التواصل إلى أنه في نهاية الصف الثاني عشر يكون الطالب لديه القدرة على:

(Common Wealth of Virginia Board of Education, 1995:14-20)

- **استخدام لغة الرياضيات بما تحويه من مصلحات ورموز لتمثيل ووصف الأفكار والعلاقات والتعميمات الرياضية.**
- **تمثيل ومناقشة الأفكار الرياضية بوضوح.**
- **قراءة وكتابة واستماع الرياضيات بطريقة صحيحة.**
- **فهم الأفكار الرياضية بعمق.**
- **توضيح تفكيره الرياضي للآخرين.**

تاسعاً: مشروع المعايير في ولاية لويسيانا:

اشتملت الوثيقة على مجموعة من معايير العملية كان من بينها التواصل حيث أشارات معايير التواصل في الرياضيات إلى أنه في نهاية الصف الثاني عشر يكون الطالب لديه القدرة على ***(Louisiana Department of Education, 2008: 1)*** **:**

- **قراءة الرياضيات ونقلها للآخرين بوضوح.**
- **كتابة الرياضيات بوضوح.**
- **التحدث بلغة الرياضيات في المواقف الحياتية.**
- **استماع لغة الرياضيات واستخدامها في مواقف متعددة.**
- **التمثيل والتصور البصري للأفكار الرياضية.**
- **استخدام استراتيجيات متنوعة أثناء الحل.**
- **استخدام لغة الرياضيات (الرموز، الإشارات، المصطلحات، المفاهيم،.....) في التعبير عن الأفكار الرياضية.**
- **استخدام التكنولوجيا في العمل في مجموعات.**

أما على مستوى العالم العربي فيصنف كل من "*محمد راضى قنديل ويوسف الحسينى الإمام*" (محمد راضي، يوسف الحسيني، ١٩٩٧: ١٢٠-١٢١) معايير التواصل فى الرياضيات إلى :

أ-معايير تعليم التواصل فى الرياضيات وتتضمن :

- **تأمل التلميذ لما يدور فى ذهنه من أفكار رياضية وتوضيحها للآخرين.**
- **التعبير عن الأفكار الرياضية شفهياً وكتابياً.**
- **قراءة النصوص الرياضية المكتوبة مع الفهم.**
- **صياغة التعريفات الرياضية والتعبير عن التعميمات التى يتم اكتشافها من خلال الاستقصاء.**
- **تقدير جمال لغة الرياضيات ودقتها وكفاءة رموزها فى التعبير عن الأفكار الرياضية.**

ب-معايير تقويم التواصل فى الرياضيات وتتضمن :

- **معرفة التلميذ لمفردات لغة الرياضيات من رموز وألفاظ وأشكال.**
- **فهم التلميذ لما يعرض له من أفكار رياضية معبراً عنها بشكل صحيح باستخدام لغة المادة.**
- **استخدام التلميذ لمفردات اللغة الرياضية فى التعبير عن الأفكار وتمثيل العلاقات.**

كما ترى "*أمل خصاونة ومفيد أبو موسى*"أن معايير التواصل فى الرياضيات تشتمل على أنشطة وشرح ومسائل تفعل دور التلميذ فى استخدام نماذج اللغة الرياضية من خلال :

- **تمثيل المواقف الحياتية بصور لغوية مختلفة.**
- **استخدام مهارات اللغة من قراءة وكتابة.**
- **استخدام المجسمات كمقدمة لعرض المفاهيم الرياضية الجديدة.**
- **طرق الترجمة من نموذج لغوى لآخر، فالنماذج اللغوية هى أنماط مميزة لتمثيل التفكير الرياضى والتواصل رياضياً من خلال الرياضيات وهى خمسة أشكال (مجسمات أو محسوسات، صور وأشكال ورسومات، رموز كلامية، رموز كتابية، مواقف حياتية).**

مقترحات لأمثلة تطبيقية لتحقيق أهداف التواصل بمناهج الرياضيات بالمرحلة الابتدائية:

الموضوعات	الأمثلة
ضـــــــرب الأعداد	أكتب رياضيات: أكتب مسألة لكل ممايلي: ٢٨٥ × ١٦ ٤٥٧٥ ÷ ٢٥ تحدث رياضيات: وضح لماذا ٢٥ × ٥ = ١٢٥
الإحصاء	أكتب رياضيات: ١) وضح الاختلاف بين الوسط الحسابي والوسيط. ٢) أكتب سبعة أعداد مختلفة بحيث يكون وسطها الحسابي = ٩ تحدث رياضيات: هل بالضرورة: يكون الوسط الحسابي لمجموعة أعداد هو أحدها. اكتشف رياضيات: مجموعة أعداد حسبنا متوسطها الحسابي ثم أضفنا عدد ما لكل عدد من هذه الأعداد، هل يختلف الوسط للأعداد الجديدة عن الوسط قبل الإضافة.
الأعـــــداد العشرية	أكتب رياضيات: أكتب سؤالاً إجابته: ٩ × ١٢.٧٥ = ١١٤.٧٥ جنيهاً تحدث رياضيات: وضح كيف أن عملية ضرب عدد صحيح في عدد عشري تشبه عملية ضرب عددين عشريين.
العدد الأولي	أكتب رياضيات: وضح لماذا لايمكن كتاب العدد الأولي كناتج ضرب أعداد أولية. تحدث رياضيات: أذكر السؤال الذي إجابته: ١٢ = ٢ × ٢ ×٣
الهندسة	أكتب رياضيات: أكتب أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين المربع ومتوازي الأضلاع. تحدث رياضيات: وضح كيف يتحول المستطيل إلى مربع، وكيف يتحول المربع على مستطيل.

المراجـــع

أولاً: المراجع العربية:

١- أمل عبد الله خصاونة، مفيد أبو موسى (١٩٩٩): تحليل كتب الرياضيات المطورة للصفوف من الخامس إلى الثامن الأساسى فى الأردن فى ضوء معيارى حل المسألة والاتصال الرياضى، مجلة كلية التربية بأسيوط – جامعة أسيوط، العدد ١٥، الجزء الأول، ص ص ١٢١-١٥٥

٢- بدر عبدالرحمن عبدالله، وآخرون: الرياضيات للصف السادس، وزارة التربية والتعليم بدواة الإمارات العربية، مركز تطوير المناهج والمواد التعليمية.

٣- محمد راضى قنديل، يوسف الحسينى الإمام (١٩٩٧): أثر استخدام مدخل لغوى لتدريس الرياضيات على تحصيل تلاميذ الصف الثانى الإعدادى لموضوع المساحات وعلى تواصلهم الرياضى حوله واتجاهاتهم نحو استخدام الكتاب المدرسى لمادة الرياضيات، دراسة تجريبية، التربية المعاصرة، العدد ٤٧، السنة الرابعة عشر، ص ص ١٠٩-١٦٦

ثانياً: المراجع الأجنبية:

4-Arizona Department of Education (2008): Standards- Based Teaching and Learning : Mathematics Standards, Available at: http :/ /www .ade. state.az.us/standards/mathl.

5-Carlson, W.Y. & Kortes, R.R Mathematics. NCTM, Avaliable at: http://standards. nct. (2003) : Middle Schools Math Standards Guide, Available at: http:/ohort.educ. Csus. edu/ sanjuan/ wrmath/htm.

6- Common Wealth of Virginia Board of Education(1995): Mathematics Standards of Learning for Virginia Public Schools, Available at: http:// www. Doe.virginia.gov/go/sols/math.htm1.

7-Curriculum and Instruction office (2000) : 8 The Grade mathematics Standards avaliable at http://www.hesd. k12. Ca.uc/cinauenge/8mth.htm.

8-Georgia Department of Education (2006): Georgia Standards – Mathematics Standards Available at: http:// www.georgias tand ard s.org/index.

9-Illinois State Board of Education (2008): Illinois Learning Standards – Mathematics: Mathematics Goals & Standards, Available at: http://www.isbe.net/ils/math/ Standards.html.

10- Louisiana Department of Education (2008): Math Contents Standards, Available at: http://www.doe.state.la.us /doe/public cation s/con tentsl

11- Maletslky, M. E. & et. al. (2009): HSP MATH., Harcourt School Publishers, INC.

12-National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2004): Principles and Standards for School m. Org/

13-New Mexico State Board of Education (2007): Mathematics Content Standards, Benchmarks, and Performance Standards, Available at: www.sde. State.nm.us.

14-NYC Departmente of education (2002) : New Standards, Performance Standards. New York City, Available at http://www.nycenet. du/dis/standards /Math/appendix/ 169appendix htm/.