الجانب المنطقي لحساب لامدا
(دراسة تحليلية)

Lambda- Calculus's Logical Attitude
(Analytical Study)

د. محمد سيد محمد أبوالعلا

كلية الآداب جامعة بورسعيد

ملخص البحث:

يناقش هذا البحث حساب لامدا الذي قدمه المنطقي **"ألونزو تشيرش** Alonzo Church*"(١٩٠٣-١٩٩٥)"، واعتبر من أساسيات لغات برمجة الحاسوب، إلا أنني أتناول فيه الجانب النسقي الصوري له كجزءٍ من المنطق الرياضي، فتناولت بالتعريف حساب لامدا، الذي يشار إليه بالمصطلح الرمزي λ، مبيناً أنه يتعلق بالأسس الشائعة لبرمجة الدالة، مبيناً أنه عبارة عن لغةٍ صوريةٍ ذات قواعد اختزال محددة، تؤدي إلى نتائجٍ في المنطق الصوري، ونظرية الدالات العودية" التكرارية"، ولغة البرمجة، مبيناً أن حساب لامدا يعرف قوانين صياغة الحساب، وتحويل التعبيرات داخل النسق.

يتعامل حساب لامدا مع نظرية النمط الحر، التي تطبق على تطابق الدالة الذي قدمه **"كيوري"** تحت عنوان منطق التحليل، وقدمه **"تشيرش"** بعد ذلك، في محاولةٍ منه لتقديم المنطق في صورة دالات بدلاً من نظرية الفئات. تطابق نموذج حساب لامدا **"لكيوري وتشيرش"** مع نموذج **"ميلنر"**، الذي يسمى بالنمط الضمني، ومن ثم يعتبر حساب لامدا غامضاً من أول وهلة، لكن يعتبر آداةً للتسمية، ويعامل حساب لامدا كنسقٍ جبري صوري للتفكير حول الحساب، هذا الحساب يزودنا بنموذجٍ كليٍ للحساب، قدمه **"تشيرش"**، و أوضحه فيما بعد **"آلان تورنج"**، كما اعتبر نسقاً صورياً له بديهيات وقواعد استدلال، تساعد بنفسها في تحليل استخدام اللغة وأدوات المنطق الرياضي، وفيه يُلاحظ حساب لامدا باعتباره استنباطاً إرشادياً في هذا النسق الصوري.

وحساب $-\lambda$ حسابٌ اقتصادي في الدالات، لكنه يخفي المدى الذي ينبع من أصوله هذا الحساب في المنطق الرياضي، ويكتب التعبير في حساب$-\lambda$ في شكل تصدير محدد، ولهذا لايوجد مجالٌ لإقحام أو إزالة الثوابت، علاوة على أن الدالة والبرهان يكتبان ببساطة بجوار بعضهما البعض دون أقواس حول البرهان، لذلك بينما يكتب عالم الرياضيات ومبرمج الحاسب الآلي جيب الدالة Sin جا **(س)**، نكتب جا **(س)** في حساب $-\lambda$ بطريقةٍ أبسط

*"**ألونزو تشيرش** Alonzo Church": ولد في ١٤ يونيه عام ١٩٠٣ بواشنطن، تخرج في جامعة برينستون عام ١٩٢٤، حصل على درجة الدكتوراه عام ١٩٢٧، في موضوع يفترض أن الأنساق التي تقوم على بديهية الاختيار ربما تكون كاذبة، قضى عامان في الزمالة البحثية الوطنية أولهما في هارفارد، والآخر في جوتينجن وأمستردام ، عاد بعدهما إلى برينستون ليكون سبباً في رفع مكانة الكلية في شعبة الرياضيات. (انظر **The Logic of Curry and Church :** Seldin. P . Jonathan)وترجع أهميته ليس فقط للحلول التي قدمها لبعض المشكلات التقنية الصعبة، بل أيضاً لمساهمته الفعالة في نشر المنطق الرياضي من خلال وظيفته كأستاذ في جامعة برينستون وبنشره "مجلة المنطق الرمزي" The Journal of Symbolic Logic التي تعتبر وثيقة هامة في هذا المجال،وهي مجلة ربع سنوية ويقوم على نشرها كل من **تشيرش** و**ناجل** . Nagel E وهي تهتم بنشر الأبحاث الجديدة في المنطق الرياضي فضلاً عن نشر التعليقات النقدية على كل المؤلفات التي تظهر في مجال المنطق.
انظر: ديمتريو: **تاريخ المنطق" قراءات حول التطور المعاصر للمنطق"** ج٤، ترجمة د: إسماعيل عبد العزيز، دار الثقافة للنشر والتوزيع، القاهرة، ١٩٩٧، ص١١٤.

من ذلك، إذا أخذت الدالة أكثر من برهان؛ فإنها حينئذٍ تصطف ببساطة بعد الدالة، ومن ثم **"س + ٣"** تصبح "+ **س** ٣"، وتصبح **"س**^{٢}**"** **"س س"**، وتستخدم الأقواس فقط لفرض تنظيمٍ خاص على المجموعات.

هناك أكثر من استخدام لحساب-λ صاغها كلٌ من **"تشيرش"** عام ١٩٣٠، و**"كلين***[١] Stephen Cole Kleene **(١٩٠٩-١٩٩٤)"** عام ١٩٣٦ الذي أوضح في بحثٍ له كيفية تمثيل بعض الأعداد الترتيبية بحدود –λ.

مقدمة:

إن حساب لامدا بما قدمه **"تشيرش"** كلغةٍ من لغات البرمجة التي يعتمد عليها الحاسوب لا يخلو من القيمة المنطقية الفعالة لبرمجة الدالة، مما جعل من تلك اللغة نسقاً صورياً منطقياً لم يتطرق إليه أحدٌ من قبل في مجال المنطق الرياضي - حتى كتابة هذه السطور- خاصةً للصعوبة التي يواجهها دارسو المنطق الرياضي كفرعٍ من فروع الفلسفة، نظراً لما لهذا الجانب من صعوبةٍ بالغةٍ يُدركها متخصصي البرمجة في الكليات والمعاهد التي تدرس الحاسبات، لذلك كان لابد من عرض هذا الموضوع لما له من جانبين: أولاً جانبٌ صوري يظهر فيه أثر المنطق الرياضي، ثانياً: جانبٌ برمجي يظهر فيه أثر الحاسب.

إشكالية البحث

تتمثل إشكالية البحث في معرفة إلى مدى بلغ تأثير حساب لامدا على لغات البرمجة التي أصبح يعتمد عليها الحاسوب بشكلٍ كبير بالمنطق الرياضي ؟ ومعرفة الدور الذي قام به هذا الحساب في الأنساق المنطقية الصورية، ودوره في الرياضيات، والنتائج المترتبة على استخدامه، وعلاقته بالدالات والأنماط، كذلك بيان أن هذا الحساب لم يعد بمعزلٍ عن تطبيقات الذكاء الاصطناعي، وبالتالي ليس بعيداً عن استخداماتنا المختلفة لأجهزة الذكاء الاصطناعي في الواقع المادي الذي نعيشه، وبالتالي كان للغات البرمجة الأثر الكبير في تغيير واقعنا، خاصةً بعدما اعتمدت معظم الأجهزة الكهربية على قيمتي الصدق المنطقيتين(الصدق والكذب) في جميع الأجهزة قبل ظهور المنطق الغائم.

---

* **كلين** Stephen Cole Kleene**:** ولد في ٥يناير عام ١٩٠٩، وتوفي في ٢٥ يناير عام ١٩٩٤، عمل أستاذ بجامعة ويسكونسن، ويدين له المنطق الرياضي بإسهامات هامة على صعيد الإبداع الشخصي والأبحاث التفسيرية على حدٍ سواء، حيث أنه عمل منذ ١٩٤٠ في برنامج للأبحاث في الرياضيات الحدسية والدوال الراجعة، والتي شرح بواسطتها بعض أفكار الحدسيين. كما أنشأ نسقاً صورياً جديداً للتحليل الحدسي، والذي يختلف عن النسق الذي قدمه **هايتنج** Heyting (١٩٣٠)، ولكنه يتوافق مع نسق التحليل الكلاسيكي.مما أدى بالتالي إلى سهولة المقارنة بين النسق الحدسي والأنساق الكلاسيكية. كما استخدم كلين الدوال الراجعة لدراسة النسق الحدسي من وجهة نظر سيمانطيقية.

انظر: ديمتريو: **مرجع سابق**، ص١٢٠.

** **فيبوناتشي** Fibonacci: عالم رياضيات إيطالي شهير في العصور الوسطى اشتهر باسم **ليوناردو** أو **ليوناردو بيزا** (نسبة إلى مولده في مدينة بيزا الإيطالية) ولد عام ١١٧٥ ميلادية.

ثانياً: لما لهذا الموضوع من أهميةٍ في مجال الرياضيات، لأنه يعتمد طرقاً جديدة في تفسير حساب الدالة من خلال المضاعفات الأُسية، ثالثاً: لما لحساب لامدا من أهميةٍ في مجال لغات الحاسب البرمجية المختلفة التي سوف أعرض لها داخل صفحات هذا البحث.

أولاً: تعريف حساب لامدا– λ Lambda Calculus وأهميته

عند استعراض تاريخ المصطلح الرمزي نجد أنه قُدِّم للمرة الأولى عند الغرب حوالي عام ١٢٠٠م من خلال **ليوناردو فيبوناتشي** Leonardo Fibonacci**(١١٧٥- ١٢٥٠م). وكان عبارة عن مجموعة صغيرة محددة من الأرقام التي تخلو من قيمتها في سلسلة الأعداد الترتيبية. أماعن نسق قيمة الأعداد فقد استمده الغرب من العرب الذين استمدوه بدورهم من السلاسل الهندية، ومن غير المعروف أين ومتى اخترع الهنود هذه اللغة.

أما المصطلح الرمزي للتعبيرات والمعادلات فلم يكن متاحاً قبل القرن السابع عشر؛ أي قبل أن يقوم **فرانسوا فييت** François Viète (١٥٤٠-١٦٠٣) بعمل نسقٍ ينوب عن العناصر المتغيرة في التجربة، واختصارات للعمليات الحسابية، وحتى ذلك الحين كان يستخدم التعبير البسيط مثل ٣س٢ لوصف ترتيب Order الحساب الفعلي الذي كان ضرورياً للحصول على ٣س٢من خلال معرفة قيمة س، وقد تطور هذا الرمز بعد أكثر من مائتي وخمسين عاماً على يد **تشيرش** فيما عرف بتطوير المصطلح الرمزي للدالات الاختيارية arbitrary*، أو حساب لامدا - λ[١].

وفكرة الترتيب من أهم الأفكار التي عرفتها البحوث الرياضية عبر تاريخها، سواء في مجال الحساب أو في مجال الهندسة. وأول ما يجب أن ندركه عند البحث عن تعريف للترتيب، أنه ليس هناك ترتيب وحيد لأي مجموعة من الحدود، وإنما تختلف طبيعة الترتيب باختلاف العلاقة الرابطة بين هذه الحدود، مثل أكبر من، أصغر من، أو يساوي، ... إلخ[٢].

والمصطلح لامدا– λ يقع ضمن قائمة الحدود غير المعرفة في المنطق الصوري مثل: "{ }، ( )، λ، [ ] ، II، &، ~، Σ، ίˇ". التعبيرات "{ }، ( )، λ، [ ]" ليست رموزاً فردية، لكنها مجموعة متعددة من الرموز يمكن البرهنة عليها في كل صيغة كنتيجة Consequence منطقية لمصادراتنا، تظهر دائماً في مجموعات في ترتيبٍ

* arbitrary: اختياري ما يختار دون التقيد بأي قيود (**معجم الرياضيات**: وضع لجنة الرضيات بالمجمع، إشراف د.عطية عبدالسلام عاشور، مجمع اللغة العربية، القاهرة،١٩٩٥، ص٨١).

(1)Jung . Achim: **A short Introduction to The Lambda Calculus** , School of Computer Science,The University of Birmigham, Edgbaston, Birmingham, March, 18, 2004, p.1.

(٢)د: صلاح عثمان: **المنطق متعدد القيم بين درجات الصدق وحدود المعرفة**، منشأة المعارف، الإسكندرية، ٢٠٠٢، ص١٣٠.

بعينه مع الرموز أو الصيغ الأخرى الواقعة بين المسافات الفراغية. والصيغ التي يمكن البرهنة عليها كنتيجة للمصادرات تكون مصاغة بشكلٍ جيد، ولا تضم متغيراتٍ حرة.

بالإضافة إلى قائمة الحدود غير المعرفة السابقة نسمح باستخدام الصيغ التي تنتمي للنسق الذي نشيده لأي رمزٍ صوري آخر، وهذه الرموز الإضافية التي نستخدمها في صيغنا تسمى متغيرات(١).

ولا يكون للحدود غير المعرفة للنسق الصورى معنىً إلا بارتباطها بالتطبيق الفردي للنسق، أما بالنسبة للنسق الصوري الذي نشاركه في البناء العقلي فيعد تطبيقاً فردياً يفسر في واقع الأمر الدافع وراء بناء هذا النسق(٢).

ولحساب لامدا – λ عدداً من التعريفات الشائعة، منها أنه يمثل الأسس الشائعة المقبولة لبرمجة الدالة، ومعناه تنميط Prototypical لغة الدالة بصورةٍ محضة(٣). كما يُعرَّف بأنه النسخة غير النمطية لمجموعة أنساقٍ صوريةٍ تصف الدالات، والدالات التطبيقية، وهذا الحساب عبارة عن لغةٍ صورية ذات قواعد اختزالٍ محددة، تهدف إلى الاستحواذ على مفهوم الدالة التطبيقية، الذي قدمه **"تشيرش"** عام١٩٣٠ كمفهومٍ أولي، ويعد حساب - λ بمثابة لغة برمجة*نموذجية، تنشأ أهميته الفلسفية من القوة التعبيرية للنسق الصوري البسيط؛ حيث أنه يمثل في حقيقة الأمر عائلةً من الأنساق الصورية تنبع جميعها من الجذر المشترك نفسه.

أسفرت المجموعات المتنوعة والتعبيرية لحساب لامدا عن عدة نتائج في المنطق الصوري تعكس أهميته منها:

أ- أثره في نظرية الدالات التكرارية أو (العودية) Recursive Functions Theory ب- تأثيره على حساب دالات القضايا. جـ - نظرية لغة البرمجة*(٤).

(1)Church .A: **A set of Postulates for The Foundation of Logic, The Annals of Mathematics,** 2nd ser **,**Vol . 33, No .2.(Apr . , 1932). Pp. 346-366, p.351.

(2)**Ibid**,p.352.

(3)Abramsky .Samson: **The Lazy Lambda Calculus**, Department of Computing, Imperical College of Science Technology and Medicin, Published in Reasearch Topics in Functional Programming , edition . D . Turner , Pages 65 -117 , Addison Wesley , 1990, December , 17, 1987, p1.

***لغة البرمجة**:هي عملية كتابة البرنامج، والبرنامج مجموعة أوامر متصلة مكتوبة بإحدى لغات البرمجة لتنفيذ عمل معين، ولغة البرمجة هي وسيلة إعطاء الأوامر للحاسب لتنفيذ عملٍ ما، وتتم كتابتها وفق قواعد صارمة متفق عليها. توجد اليوم مئات من لغات البرمجة تختلف في تكوينها وقدراتها واستعمالاتها، وتُصنَّف إلى قسمين: ١- لغات المستوى البسيط Low Level Language، ٢- لغات المستوى العالي High Level Language، انظر: محمود الزهد: **مقدمة في الحاسب الآلي**، معهد الإدارة العامة، المملكة العربية السعودية، شوال ١٣٨٠هـ ، ابريل ١٩٦١م ، ص١٢٧

(4)THE Internet Encyclopedia of Philosophy, IEP, Apear-Reviewed Academic Resource . (Lambada Calculi) .

أ – أثر حساب لامدا في نظرية الدالات التكرارية:

الدالات التكرارية قدمها للمرة الأولى **كورت جودل** Kurt Godel(١٩٠٦- ١٩٧٨) في سلسلة محاضرات ألقاها في برينستون عام ١٩٣٤[١]. وهي عبارة عن فئة يمكن إحصاءها من الدالات تستمد اسمها من عملية "التكرار recurrence" أو "التكرارية recursion" بأوسع صورةٍ عدديةٍ ممكنةٍ لعملية التكرار، تتألف من تحديد قيمة الدالة عن طريق استخدام القيم الأخرى للدالة نفسها.

وتنقسم الدالة التكرارية إلى خمسة أنواع أساسية من التكرار: ١- العودية iteration، ٢- التكرارية الأولية primitive، ٣- التكرارية الأولية مع ماينوب عنها،٤- قيمة التكرار course- of – value recursion، ٥-التكرار المزدوج double[٢].

من خلال هذه الأفكار التي قدمها **جودل** اعتبر المنطق بصفةٍ فرعاً من فروع نظرية العدد الأولي Prime، وهذا ما لاحظه **ديفيد هيلبرت** David Hilbert(١٨٦٢- ١٩٤٣)، لكنها تظهر بصورةٍ واضحة في تعريفات **جودل** نفسه[٣].

والقضية التكرارية تكرر عناصر الموضوع ـ بعضها أو كلهاـ فلا تضيف إلى علمنا به شيئاً جديداً، سوى إقرارها لتلك العناصر. بحيث تصبح مذكورة ذكراً صريحاً بعد أن كانت متضمنة، ولتوضيح ذلك بصورة رمزية نقول: إنه في قضية مثل س هي ص (ليست هذه الصيغة قضية، بل هي ما نسميه بدالة قضية[٤].

وتمثل دالة الأعداد الصحيحة الموجبة عند **تشيرش** مجموعة من المعادلات التكرارية يمكن وصفها بالتكرار، وبالنسبة للدالة التكرارية للأعداد الصحيحة الموجبة يوجد لوغاريتم Algorithm** يستخدم أي قيمة من قيم الدالة نريد حسابها بشكلٍ فعال، ويمكن كذلك من خلال اللوغاريتم إحصاء المعادلات المشتقة لمجموعة المعادلات التكرارية هـ بشكلٍ فعال.

---

(1)Church .A : **An Unsolvable Problem of Elementary Number Theory** , American Journal of Mathematics , Vol . 58 , No.2, Apr, 1936,p.351.

(2)Piergiorgio, Odifreddi and Barry , S .Cooper: "**Recursive Functions**", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy* (Winter 2016 Edition), Edward N. Zalta (ed.), URL = <https://plato.stanford.edu/archives/win2016/entries/recursive-functions/>.

(3)Church .A : **An Unsolvable Problem of Elementary Number Theory** ,p.350.

(٤)علي محسن جمجوم: **السيموطيقا ومشكلات الفلسفة**، الهيئة المصرية العامة للكتاب، القاهرة، ١٩٩٨، ص ص٣٧-٣٨.

** **اللوغاريتم أو الخوارزمية**: متتابعة من القواعد أو العمليات تؤدي إلى حل قضية محددة، مثل إيجاد الجذر التربيعي لعدد، وينسب هذا الأسلوب إلى الرياضي العربي "محمد بن موسى الخوارزمي": انظر (**معجم الرياضيات**، ص٣٣).

إذن يرتبط وجود اللوغاريتم عند **تشيرش** بالقيم المحسوبة للدالة التي يعرفها حساب لامدا – λ بالنسبة للأعداد الصحيحة الموجبة(١).

والمصطلح الرمزي الصوري λ يعود كذلك إلى **جودل** كما يؤكد **تشيرش** نفسه، بهدف تقييد كل صيغة عدد صحيح موجب فيصورها على النحو التالي: بالنسبة لكلٍ من الرموز "{، (، [" فهذه الرموز تتفق مع العدد ١١، أما الصيغ "}،)،]" فتتفق مع العدد١٣، أما الرمز λ فيتفق مع العدد١، والمتغيرات "أ، ب، ج، ...، والأعداد الأولية "١٧، ١٩، ٢٣، ....." على التوالي. والصيغة التي تتألف من العدد اللانهائي "ن" من الرموز "ت١، ت٢، ....، ت ن" إذا أردنا تقييد العدد ٢ت هـ ٣ت٢ .....ق ن ت ن فتسمى تصوير **جودل** للصيغة "ت١ ت٢ ... ت ن".

تصور الصيغ المحددة أحياناً بتصوير **جودل** بسبب العددين١١، ١٣، لأن هذان العددان يتفقان مع ثلاثة رموز مختلفة، لكن **جودل** يبرهن بسهولة على أنه لا توجد صيغتان مصاغتان بشكلٍ جيد يمكن أن يكون لهما التصوير نفسه، بالإضافة إلى أن هناك منهج مؤثر تحدد من خلاله أي صيغة، وكما أن تصوير **جودل** يمكن حسابه، فبالمثل هناك منهج مؤثر لأي عدد صحيح موجب، و من الممكن الحصول على هذه الصيغة من خلال تصوير **جودل** للصيغ المصاغة جيداً(٢).

من خلال مصطلحات "التكرارية، والاستقراء" يمكن تعريف القضية عن طريق نظرية العدد الأولي على النحو التالي: إذا كانت ϕ دالة قضية تكرارية للأعداد الصحيحة الموجبة "ن" (تعرف من خلال مجموعة فردية من المعادلات التكرارية بالنسبة للدالة المتطابقة التي تكون قيمها ٢، ١) وإذا كانت س١، س٢، ....، س ن متغيرات قيمها أعداد صحيحة موجبة، حينئذٍ تكون ϕ (س١، س٢، ..، س ن) قضية من قضايا نظرية العدد الأولي. وإذا كانت أ قضية من قضايا نظرية العدد الأولي تتضمن المتغير الحر س، حينئذٍ تكون نتيجة استبدال العدد الصحيح الموجب بكل وقائع س في أ قضية من قضايا نظرية العدد الأولي، وإذا كانت "(س) أ" و"(∃ س)أ" قضايا لنظرية العدد الأولي، حيث تعبر (س) و (∃ س) على التوالي عن الأسوار الكلية والوجودية ل س من خلال فئة الأعداد الصحيحة الموجبة. حينئذٍ يمكن رؤية أن سلب negation قضية نظرية العدد الأولي، أو حاصل ضرب product قضيتين منطقيتين أو جمعها sum في نظرية العدد الأولي يبين أن القضيتان متكافئتان،

(1)Church .A : **An Unsolvable Problem of Elementary Number Theory** ,p.351.
(2)**Ibid**,p.349.

أو على الأقل مساويتان لقضية أخرى من قضايا نظرية العدد الأولي[١]. ومن ذلك ما قاله **بيانو** Peano (١٨٥٨-١٩٣٢) أنه من الواضح أن العدد الأولي الزوجي ليس مطابقاً للعدد الصحيح بعد الواحد. وذلك في سياق تناوله للمطابقة بين الفصل وبين فصل التصور، فينبغي أن نسلم بأن فصلين قد يكونان متساويين دون أن يكونا متطابقين. ومع ذلك فمن الواضح أن أنه حين يوجد فصلان متساويان فثمة شيء من التطابق بينهما، لأننا نقول إن لهما "نفس" الحدود[٢].

ب- تأثير حساب لامدا على حساب دالات القضايا

قدم **رسل** بعض أفكاره الخاصة بنظرية حساب المحمول في مقالٍ نشره عام ١٩٠٨تحت عنوان **"المنطق الرياضي"** مستنداً إلى نظرية الأنماط، إلا أنه قام بتطويرالنظرية في كتاب **"أصول الرياضيات"** في القسم الثاني من الجزء الأول تحت عنوان" نظرية المتغيرات الظاهريةTheory of Apparent Variables "، ورأى أنه توجد خمسة أنواع من الرموز تستخدم في نظرية حساب المحمول هي:-

١- رموز المتغيرات الفردية Indiviual Variables مثل**"س"**، **" ص"** ، **"ع"**.

٢- رموز المتغيرات الحملية Predicative variables مثل:**"ح"**، **"د"** ، **"هـ"**.

٣- رمز للسور الكلي بالرمز(س) الذي يشير إلى(كل).

٤- رمز للسور الجزئي بالرمز(∃ س) الذي يشير إلى(بعض).

٥- رمز للثوابت المنطقية بذات الرموز المستخدمة في حساب القضايا مثل:(⊃)، (.)، (~)، (≡)،(v)[٣].

أما **"هيلبرت"** فقد قام بتطبيق المصطلح "حر free " على المتغيرات، و رأى أن المصطلحات المتطورة تُقسِّم المتغيرات إلى: أ - "حرة"، ب – "مقيدة"، و أن المقيدة هي الأكثر تطوراً بالنسبة للمفهوم الجوهري، وهو ما نجده عند **"فون نيومان** Von Neumann (١٩٠٣-١٩٥٧)"، وهذا المفهوم الأخير يتماشى إلى حدٍ كبير مع مفهوم **رودلف كارناب** Rudolf Carnap (١٨٩١-١٩٧٠)[٤].

أما **ويلارد كواين** W.V. Quine(١٩٠٨-٢٠٠٠) فقدَّم إلى نظرية التسوير التي اعتبرها ضمن منطق الترتيب الأول لنظرية حساب المحمول المنطقية، لذا يمكن صياغتها بكل بساطة من خلال مصطلحاتٍ تتألف من

---

(1)**Ibid**,pp.353-354.

(٢)برتراند رسل: **أصول الرياضيات،** ج٢، ترجمة: محمد مرسي أحمد، مكتبة الدراسات الفلسفية، دار المعارف، القاهرة، ١٩٥٨، ص١٢٤.

(٣)د: ماهر عبد القادر محمد: **نظريات المنطق الرياضي**، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، ١٩٩٩، ص ص١٢٤-١٢٥.

(4)Quine,W.V**: Mathematical Logic**,Revised ed, Cambridge, Harvard University press, New York , 1951, p.80.

حروف المحمول، وعددٍ قليل من موضوعات دالة المحمول أو مُعاملات Functors موضوع دالة المحمول، التي تقوم بصياغة محمولاتٍ إضافيةٍ، وقد جعل **كواين** الجزء الأكبر فيها من حروف المحمول يعبر عن الصيغ لا عن المتغيرات، لكنه يتفق إلى حدٍ كبيرٍ مع منطق التحليل الذي قدمه كلٌ من **شون فينكل*** Schonfinkel(١٨٨٩-١٩٤٢) و **هيسكيل كيوري**Haskell Curry (١٩٠٠- ١٩٨٢)، اللذان تقع عندهما نظرية المجموعات العليا بكامل صياغتها الحالية داخل المحمولات المنطقية المقيدة. وكان **كواين** قد نشر عام ١٩٦٠ نسقاً منطقياً لهذا الغرض، وعدَّله عام١٩٧١، وقدم في كلا النسختين نوعين من الدوال: الدالة العكسية "أكبر من، وأصغر من"، و الدالة التحصيلية، كما تناول بالشرح الدالة التكميلية، مبيناً آثار هذه الموضوعات عندما تُطَّبق على عددٍ من أماكن المحمول[١].

كانت طريقة فهم الدالات أساس عمل كُلاً من **"تشيرش وكيوري"**؛ فكلاهما بيَّن أسس المنطق والرياضيات في صورة دالات بدلاً من نظرية الفئات، وعلى الرغم أن أياً منهما لم يحقق نمط النجاح الذي فكر فيه، إلا أن كلاهما اختتم عمله بما اعتبره مساهمةً أساسية لأسس المنطق والرياضيات، بالإضافة إلى أن نتائج عملهما أصبحت مُهمة جداً في علوم الحاسب النظرية سواء حساب لامدا **لتشيرش**، أو نسق منطق التحليل **لكيوري** Combinatory[٢].

يتعامل حساب لامدا مع نظرية النمط الحر، ذلك لأن كل تعبير(يُلاحَظ كدالة)، ربما يُطبَّق على كل تعبيرٍ آخر يُلاحَظ كحُجة؛ على سبيل المثال دالة التطابق التي تُطبق أي حجة **"س"** تقدَّم كنتيجة لـ**"س"** نفسها، لكن هناك عدداً من النماذج النمطية لحساب لامدا قدمها **"كيوري"** عام (١٩٣٤) فيما سُمي بمنطق التحليل[٣].

أما **تشيرش** فقد تجنب استخدام المتغير الحر أو الحقيقي real بهدف تقديم تقييد محدد restriction لقانون الوسط الممتنع Law of Excluded Middle كوسيلة لتجنب المفارقات Paradoxes التي ترتبط بالرياضيات

---

* **موسيس شون فينكيل** Mosess Schonfinkel عالم رياضيات روسي ولد في ٤ سبتمبر عام ١٨٨٩، وتوفي عام ١٩٤٢، درس الرياضيات بجامعة نوفوروسيسك بأوديسا على يد صامويل أوشيبوفيتش(١٨٥٩-١٩٢٩)، الذي كان يعمل في أسس الهندسة والرياضيات من عام ١٩١٤ حتى عام ١٩٢٤، كان **شونفينكل** عضواً في جماعة ديفيد هيلبرت بجامعة جوتنجين. انظر:Felice

Cardone, Hindley& Roge, J. r: "**History of Lambda-Calculus And Combinatory Logic**", in Gabbay, Dov M.; Woods, John, Handbook of The History of Logic, 5, Elsevier.

(1)Quine,W.V: **Predicate Functors Revisited**, The Journal Of Symbolic Logic, Vol . 46 , No3, Sept , 1981, p.649.

(2) Seldin, .P. Jonathan**: The Logic of Curry and Church,** Departement of Mathematics and Computer Science, University of Lethbridge, Lethbridge ,Alberta, Canda, March, 3, 2008, p.10.

(3)George P. Loczewski: **The Lambda Calculus** , A Brief Introduction, Stmv, S. Toeche- Mittler verlag , Darmstadt, Germany,1989, p.1.

التي تتعدى نطاق المتناهِ وتهتم باللامتناه Transfinite[١].كان الهدف منه على حد وصفه تصوير قضايا فردية غير غامضة Un Ambigously، ودون إضافة شروحٍ لفظية Verbal، حيث رأى أن استخدام المتغير الحر يشتمل على تعدي المطلوب[٢].

ولم يتوقف إسهام **تشيرش** عند تجنب استخدام المتغير الحر، وإنما اعترض على استخدامه، معللاً ذلك بأن استخدام المتغير الحر يحتمل ازدواجية رمزية، تنشأ عندما يتطابق المتغير الحرأو الحقيقي أو المقيد مع القضية التي تصور المعادلة، فعندما تشير "أ، ب، جـ" إلى أي أعداد حقيقية، ونريد أن نميز بين قضيتين تمييزاً مقنعاً، فإن محاولة مطابقة القضيتان تكون غير كافية، إذا صغناها في صورة معادلات الأولى "أ، ب، جـ" (١)، والمعادلة الثانية:

ع(أ) ع(ب) ع (جـ) ⊂ أ ب جـ . أ (ب+ جـ) = أب +أ جـ. (٢)، سنجد أن محاولة مطابقة القضيتان (١) و(٢) غير كافية عند استبدال (١) ب(٢)، وإذا حدث هذا الاستبدال فلا يمكن أن يتم دون أن يحدث ارتباكاً Confusion في الصياغة، ولهذا السبب رأى **تشيرش** أن الحل الوحيد يتمثل في التخلي التام عن المتغير الحر باعتباره جزءاً من رمزية المنطق الصوري[٣].

وهذا الأمر دفع **كواين** للاعتراض عليه بشدة، فرأى أن سياقات التسوير التقليدية التالية:

(∃ س) (...... س ......)، (س) (....... س ......) ليست جميع الطرق التي ربما يظهر فيها المتغير(س)، لأن المتغير يكون ضرورياً في التعبير الذي يتكون من وصفٍ فردي، أما الموضوع (س) فإما أن يشير مثل الفراغ (......) إلى فئةٍ مجردة، أويشير إلى أن فئة كل الموضوعات س تكون مثل الفراغ (......)، ومهما يكن الاستخدام التسويري للمتغيرات مضنياً وشاقاً؛ فإن كل استخدام للمتغيرات المقيدة سوف يتحول إلى مثل هذا النوع، وكل قضية تحتوي على متغيرات يمكن تحويلها إلى قضيةٍ أخرى، تختزل متغيراتها في صورة متغيرات تسويرية فقط، ومع استمرار وجود القواعد يمكن استخدام متغيرات القضية فقط بدلاً من اعتبارها مجرد دالة كما عند **"تشيرش"**، وأياً كانت الأدوار التي تلعبها المتغيرات الجوهرية، فإنه من الضروري التمسك بمعيار الحكم الأنطولوجي[٤].

(1)Church .A: **A set of Postulates for The Foundation of Logic** , p.346.
(2) Seldin, .P. Jonathan**: Op.Cit,** p.3.
(3)Church .A : **A set of Postulates for The Foundation of Logic,** p.346.
(4)Quine,W.V: **From A Logical Point of View**, Harvard University Press, Cambridge, Massochsettes, 2nd ed,1961, p10.4.

وتابع **كواين** أن الوجود **"ما تعتبره نظرية ما موجوداً بناءً على مستوى قيم متغيراتها كي تصبح قضاياها صادقة منطقياً"**، فالقوة الوجودية عند **كواين** تكمن إن صح التعبير في متغيراتها المتصلة، ولكي نتمكن من تحديد هذا البعد الوجودي للنظرية يجب ترجمتها أولاً إلى لغةٍ صورية تعتمد اعتماداً أساسي على منطق المحمولات، و قانون الهوية، وبواسطة هذه الترجمة يمكن تحديد الموضوعات التي تحل محل المتغيرات المتصلة في القضايا بصورةٍ عامة، وهكذا تصبح الأنطولوجيا من وجهة نظر **كواين** مسألة إصطناع قبل كل شيء. لأنها تعتمد على الصورية حتى في استعمال اللغة[١].

(١) **الرياضيات والأنطولوجيا فى فلسفة كواين**:انظر: http://mlikahamdi.unblog.fr ".