المنطق الفازى وإعداد معلم الرياضيات

أ.د. نظلة حسن خضر
كلية التربية – جامعة عين شمس

مقدمة:

المنطق الفازى Fuzzy logic هو منطق الحياة ... منطق أفعالنا وتحركاتنا منذ الصغر،منطق يقوم بالضبط والتوصل إلى النتائج الصحيحة فى عالم من الغموض وعدم اليقين.

ولما كان المنطق الرياضى الكلاسيكى يستخدمه الرياضيون ليقوموا بعمل الرياضيات الصادقة (الصحيحة) ... فهو وسيلة للاشتقاق السليم للرياضيات، وقد تطور المنطق الرياضى منذ أرسطو على يد "إقليدس" واستخدم فى التوصل إلى النظريات والبرهنة عبر ألفى عام ثم تبلور وأسس على أساس رياضى سليم على يد "جورج بوول" باستخدام التركيبات الرياضية المميزة للرياضيات الحديثة، وبه توصلنا إلى أنواع جديدة من البراهين.

وقام "جلبرت" (من الشكليين المعتدين بطريقة المسلمات والتركيبات الرياضية بالرياضية) بوضع خصائص التركيب الرياضى ومنها خاصية الاكتمال، ثم قام بعد ذلك "جودل-Gödel" بمناقشة صحتها و قدم تقارير لايمكن برهنتها .. ومن هنا بدأ الطريق للتفكير بتوسيع المنطق الرياضى لجورج بوول ... التوسيع والتغيير الجذرى لصورته Paradigm Shift قدمه "لطفى زاده" العالم الإيراني الأصل، والأمريكى بعد حصوله على الدكتوراه فى عام ١٩٦٥م ونشره فى عام ١٩٧٠)، ليتعامل مع مواقف لغوية أو طبيعية لها غموض Ambiguous وعدم تحديد - Vague Uncertain وعدم يقين، ويقدم إجراءات منطقية رياضية سليمة للتوصل إلى النتائج وأسماه بالمنطق الفازى Fuzzy Logic.

يتميز هذا المنطق بأنه لا يعتمد على مقاييس مقننة و باستخدامه نقوم بعمل استجابات وصنع قرارات لانهائية ومستمرة والصدق فيه ليس ثنائياً (صح أو خطأ) ولكنه صدق جزئى يمتد بين (١،٠).

وهذا المنطق العصرى أصبح له تطبيقات تكنولوجية لمحاكاة التصرفات الإنسانية فى الروبوت وتطبيقات فى آلات التحكم والاقتصاد وفى معظم أرجاء الحياة.

نقدم فى هذه الورقة فكرة عن المنطق الفازى واختلافه عن المنطق الحديث (الذى أصبح منطق كلاسيكى لبول) ولأهمية هذا المنطق فقد تسابقت الدول وخاصة دول الشرق الأقصى فى تطبيقه (مثل اليابان) وفى إعداد علماء فيه مثل الصين.

ومن ثم فإن هذه الورقة تتعرض أيضا لأهمية هذا المنطق الفازى فى تطوير تدريس رياضيات كليات التربية.

١. أمثلة حياتية توضح ميكانيزمات (آليات - عمليات) التفكير الفازى:

فيما يلى نقدم أمثلة حياتية للإنسان أو الكائنات الأخرى لتوضيح هذه الميكانيزمات:

١. تأمل نفسك (أو طفلك) وهى تحاول التقاط كرة مقذوفة إلى أعلى تجد أنك تقوم بتحركات .. تميل بجسمك بزاوية نحو الكرة تتحرك يمينا .. يساراً، تقفز الى أعلى ترفع يديك .. تعدل من خطواتك وسرعاتك واتجاهاتك .. حتى تستطيع إلتقاط الكرة.. فى كل تحركاتك لاتستخدم وسيلة مقننة للقياس .. لاتستخدم منقلة تحدد ميلك .. لاتقيس سرعة قفزك .. لاتقيس ارتفاع الكرة.... كل حركاتك .. هى استجابات لانهائية نتيجة قرارات لانهائية مستمرة (مع الضبط والتحكم) .. وكلها لاتعتمد على قياسات مقننة. وجميعها تعتبر إجراءات أو آليات (ميكانيزمات آلية).

٢. عندما تركن عربتك فى مكان موازى، لاحظ أن عملية الركن تتضمن: أولاً تتقدم فى خط العربة التى سوف تركن ورائها ثم تدير العربة بزاوية للخلف بلف عجلة القيادة قليلاً كلما أصبحت قريباً جداً من الإكسدام للعربة أمامك، والآن تلف عجلة القيادة وترجع فى خط مستقيم. حيث تسير مقدمة العجل مواجهة للاكسدام. ثانياً تسير ببطء نحو الاكسدام. إذا كنت بعيداً جداً عن الاكسدام تسوق إلى الخلف أو إلى الأمام مستخدماً زوايا أقل. إذا كنت قريب جداً من الاكسدام فإنك ترجع مسافة قليلة إلى الوراء ... ثم إلى الأمام لتوسطن عربتك .. و تركن خلف العربة التى أمامك بنجاح.

هنا أيضاً أنت تستخدم عمليات (آليات) فازية. وهى ليست عمليات مشوشة ولكن عمليات فازية فى العالم الواقعى نستخدم فيها لغة غامضة المعنى ببطء، قليلا، قريب جداً، بعيدة لا نقيسها بوسائل القياس المقننة المعروفة ..

مثل هذه الألفاظ (الكلمات) اللغوية لها معانى غير محددة أو غير واضحة، وهى نستعملها فى حياتنا أكثر من المصطلحات الرياضية.

٣. حتى الكائنات الحية الأخرى تستخدم آليات (عمليات) فازية. لاحظ دودة الحرير وهى تبنى شرنقتها .. تختار مكان الشرنقة الآمن بعد تحركات هنا وهناك، تقوم باختيار وضع متزن لها تستطيع منه لف الحرير حولها بعد محاولات و تعديل

أوضاع باستجابات لانهائية مستمرة، كلها استجابات فازية تتبع المنطق الفازى الفطرى.

كذلك النبات فى توجهه وتعديل استقامته .. حيث يقوم بتعديل اتجاهاته نحو الشمس أو اتجاهات جذوره نحو الغذاء وذلك بعمليات فازية فطرية دون أن يتحرك من مكانه، وكذلك التحكم فى فتح وقفل فتحات الهواء والماء فى ورق النبات عندما يكثر التبخر حتى لايجف.

٤. معظم أجهزة التحكم التى نستخدمها مثل جهاز التكييف أو الغسالة الأوتوماتيك .. تأسست على المنطق الفازى .. بمعنى أن القواعد الفازية التى تشتغل بها وتتحكم فى إجراءاتها تستخدم اللغة العادية التى تتسم بالغموض، وليس بالحساب والقياس.. وبهذا تقترب من التفكير لدى الإنسان فى تعامله مع الواقع، أو بالأحرى تحاكى أو تنمذج (تعملنموذج) تفكيره و تصرفاته و لغته، فمثلاً إذا كان الجو حار (ساخن) شغل المروحة أوتوماتيكيا .. ساخن لفظ يعبر عن صفة وهى تعبير غامض، فيكون الجو حار عندما تكون درجة حرارته ٢٥ أو ٣٠ أو ٣٥، وما هو حار لفرد قد لا يكون حار لفرد أخر.

نلاحظ هنا أن القواعد التى تستخدمها الآلة مثل قاعدة بما أن .. إذاً (التضمين المنطقى) تعبر عن إذا كان المتغير كذا .... فإن الفعل action يكون .... بألفاظ و ليس بأعداد أو كميات رياضية

فعلى سبيل المثال:

إذا كانت **الحرارة باردة جداً** فإن **أوقف المروحة.**

إذا كانت **الحرارة باردة** فإن **خفض المروحة**.

إذا كانت **الحرارة عادية** فإن **ثبت المستوى**.

إذا كانت **الحرارة ساخنة** فإن **أجعل المروحة أسرع.**

عموماً استخدام أجهزة و آلات التحكم المتقدمة تبرز فائدة المنطق الفازى فى حياتنا المعقدة وفى التكنولوجيا العصرية .. وهذا ما سوف نقدمه فيما يلى:

٢. أهمية المنطق الفازى:

تبرز أهمية المنطق الفازى ليس فقط فى تطبيقاته فى أجهزة التحكم المنزلية و لكن عن طبيعته وتطبيقاته العصرية فى آلات التحكم المتقدمة والشبكات العصبية وفى الاقتصاد وفى المجالات المختلفة، وهذا ما سوف نتعرض إليه باختصار:

١) تطبيقات المنطق الفازى فى الأنظمة المعقدة:

طبيعة المنطق الفازى تظهر من تعامله مع المشكلات الغامضة ambiguous والمبهمة غير الواضحةvague والمتميزة بعدم اليقين uncertainty أو عدم التحديدية undecidability وفى كونه أسلوب للإستدلال التقريبى أكثر منه بالدقيق exact مما يتيح نمذجة استدلال الكمبيوتر بنوع يتصف بعدم الدقة و عدم الحدودية سواء عن قصد أو غير قصد لإستدلال الإنسان.

وأيضاً بقدرته على تعامله مع الأنظمة المعقدة غير الخطية و نمذجتها.

ومن هذه الأنظمة المعقدة: أنظمة من الصعب نمذجتها ـ الأنظمة التى يتحكم فيها الخبراء ـأنظمة ذات المدخلات ومخرجات معقدة و مستمرة ـ أنظمة تستخدم ملاحظات الإنسان كمدخلات أو كأساس للقواعد Rules– الأنظمة غير الواضحة كالتى فى السلوكيات والعلوم الإنسانية.

٢) تطبيقات المنطق الفازى فى الاقتصاد والمجالات الأخرى:

نحن نعيش فى عالم يتميز بالسرعة و التغيرات المعقدة التى تؤثر و تحول معظم الأحوال وأنشطة الأفراد، وقد تداخلت الأنظمة بحيث أصبحت الحدود والنهايات لهذه الأنشطة غير وواضحة و مطاطة ولا يمكن تميزها Indistinguishableولم نعد نستطيع حل المشكلات فى الأنظمة المحددة المعنية كما كان من قبل. أصبح الاقتصاد المهيمن على الرقى والازدهار والرخاء والأطماع غامض مبهم غير واضح وفى تغير سريع أبعد عن الخيال بحيث لايمكن تفهمه وشرحه بالرياضيات والمنطق المعتاد. ولكن أمكن بتطبيق المنطق الفازى حل مشكلات الاتصال فى الاقتصاد بتكنيكات توضح النماذج الواقعية فى معظم مشكلات الاقتصاد.

فقد أمكن بتكامل المجموعات الفازية مع الأفكار العصرية للاقتصاد مثل التفضيل، الاختيار،.. الفقر،.. الإزدهار welfare للعالم الإنسانى فى تفسير المفاهيم وحل مشكلات واقعية فى الاقتصاد، وأيضا فى مجالات الإدارة والطب والصناعة ....إلخ.

٣) تطبيقات المنطق الفازى فى تطوير نظرية الأدلة و الشواهد لدمبستر و شافر:

بالإضافة إلى أهمية المنطق الفازى فى تطوير آلات التحكم وفى حل مشكلات عصرية فى الصناعة والاقتصاد والطب، نجد أنه له أهمية فى مجال بعيد وهو فى تطوير نظرية

الأدلة و الشواهد Evidence وذلك بإعطاء وزن للدليل وتحديد درجات للتقارير المبنية عليه، وإستخدام قواعد لتجميع وحساب مجموع عدد من دوال الاعتقاد Belief Functionأو إختراع دالة اعتقاد جديدة منها بعمليات فازية.

٤) تطبيقات المنطق الفازى فى تبرير المعتقدات وغير المعتقدات:

تمتد أهمية المنطق الفازى إلى تبرير المعتقدات believes وغير المعتقدات Disbelieves عن طريق المؤيدات Endorsementsوهى طريقة قدمها بول كوهين ١٩٨٠ وهى تتضمن تحديد وإعطاء أسماء وعوامل (درجات أو تقدير) اليقين Certainty وعدم اليقين Uncertainty وذلك وصولا إلى الأولويات Priorities فى البدائل Alternatives حسب مدى إمكانية how likely احتمال نجاح كلا منها أو مدى كيفية مناسبتها فى الاستخدام، فمثلا تصنف البدائل بقواعد أو قوانين إلى بدائل محتملة وغير محتملة Unlikely قد تكون نافعة فى تحديد أولوية الأعمال لكونها مناسبة أو لاحتمال Likelihood نجاحها.

والمؤيدات هى أشياء تمثل أسباب معينة للاعتقاد (المؤيد الموجب) وغير اعتقاد (المؤيد السالب) والأدلة المرتبطة بها دالة تتضمن تقارير منطقية.

فالمؤيد هو عملية تحديد عوامل (تقدير أو أوزان) مرتبطة باليقين Certainty فى موقف معين. فمثلا صور الأقمار الصناعية للمناخ تعتبر مؤيد للتنبؤ بالطقس.

٥) تطبيقات المنطق الفازى فى تطور الاستدلال الكيفى:

المنطق الفازى له أهمية تطبيقية فى تطور الإستدلال الكيفى Qualitative Reasoning والاستدلال الكيفى هو طريقة من الحس السليم Common Sense يتميز باستدلال عميق حول عدم اليقين Uncertainty وهو يستخدم نماذج البيانات اللغوية وأيضا العديدية لوصف المشكلة والتنبؤ بالسلوك، وبالتالى فالمنطق الفازى له أهمية تطبيقية فى حل المشكلات بالمجالات التى يطبق فيها نمذجة الإستدلال الكيفى فى الفيزياء والعلوم الهندسية والطب وعلوم الكمبيوتر.

ولما كان أى نظام منطقى يمكن أن نجعله فازيا (كما بينه لطفى زاده) بوضع تقديرات لكل ماهو مبهم وغير واضح وغامض، حتى عدم اليقين فى الاحتمال الخاص بحدوث حدث فى المستقبل عن طريق نسبة رياضية يمكن أن يتحول إلى عدم يقين فازى بعبارات مثل إحتمال الحدوث ضئيل أو كبير أو قليل ... وذلك بوضع تقديرات كمية لهذه الصفات والمعانى (الغامضة).

٦) تطبيقات المنطق الفازى فى الشبكات العصبية:

يهمنا هنا تطبيق المنطق الفازى فى الشبكات العصبيةNeural Network، لأنه يقوم بتصحيح الأخطاء والتحسين للوصول إلى الأمثل Optimization وإدراك النمط Pattern recognition وصنع القرار، والتعلم ..

فهو يطبق المنطق الفازى الذى يستخدم الإستدلال للإنسان بقواعد نظم المعرفة فى الشبكات العصبية لينتج علم المنطق الفازى العصبى Neuro-Fuzzy Logic و فيه تكون المعرفة الناتجة لها قدرة تعليمية Learning Power تحاكى الشبكات العصبية لمخ الإنسان.

ببساطة الشبكة العصبية (النيرونية) تنمذج معالجة المعلومات Information processing لمخ الإنسان،والشبكة العصبية تتكون من شبكة واحدة أو عدة طبقات لرؤوسNodes (عناصر حسابية) ووصلات Links (أقواس) تستخدم فى تناظر الأنماط، وقى التصنيف .. ومشكلات غير عددية أخرى، الشبكة تحصل على النتائج الذكية من خلال حسابات موازية (بدون استخدام قواعد منطقية).

وكما فى مخ الإنسان تستقبل النيرونات (الخلايا العصبية) أو الرؤوس Nodes الإشارات Signal ثم تقوم بمعالجتها Processing (طاردة - نيرونات أخرى) وبعد ذلك ترسل ما عالجته إلى رؤوس عديدة، وتدرب الشبكة للتعرف على نمط بتقوية الإشارات (بضبط أوزان الأقواس) بأحسن فاعلية للتوصل إلى النتائج المرغوبة وتضعف الإشارات غير الصحيحة أو غير الفعالة. الشبكة تتذكر هذا النمط و تستخدمه عند معالجة بيانات جديدة. معظم هذه الشبكات فى برمجيات.

وتستخدم الشبكات العصبية (النيرونية) لإنتاج قواعد فازية تطبق فى أنظمة التحكم للتحسين وتصحيح الأخطاء وجعلها أكثر فاعلية.

وقد أصبحت الأنظمة الفازية العصبية لها استخدامات عملية فى أجهزة التحكم حتى المنزلية. فالغسالة الجديدة تتعلم أن تستخدم المياه على حسب عادة من يشغلها، فالنظم الفازية تتحكم فى أفعال الألة و الشبكة العصبية تحسنها بدقة Fine-Tunes لتجعلها أكثر فاعلية ممكنة.

وعموماً فالمنطق الفازى له يد كبير فى تطوير الأنظمة المختلفة وتحسين تشغيلها وخاصة الأنظمة المعقدة غير الخطية الصعبة فى البيولوجى والطب والـDNA، والاقتصاد والإدارة ومعظم المجالات الصناعية والتكنولوجية والعلوم الإنسانية.

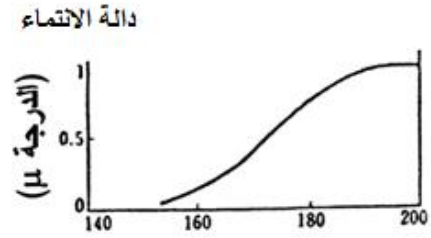
٣. نبذة مختصرة عن أفكار أساسية للمنطق الفازى:

كما نعرف المنطق الحديث الذى قدمه بوول هو محاولة لوضع المنطق الكلاسيكى (للصح والخطأ) على أساس رياضى سليم معتمداً على نظرية المجموعات Set theory.

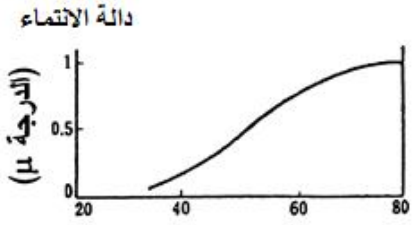
المجموعات هنا محددة تحديداً كاملاً والمتغيرات فيها متغيرات عددية. فمثلا التقرير ٣ عدد فردى صدقه ١. و هو ينتمى إلى مجموعة الأعداد الفردية، فإذا كانت المجموعة الشاملة الأعداد من ١ إلى ١٠، فإن الأعداد الفردية فيها تعتبر مجموعة جزئية حدودها محددة فأى عدد من ١ إلى ١٠ إما ينتمى إليها و قيمة صدقه ١ أو إلى المجموعة المكملة لها و قيمة صدقه صفر أى الصدق ثنائى إما ١ أو صفر.

أما المنطق الفازى فهو يتعامل مع متغيرات مبهمة غير عددية مثل المتغيرات اللغوية، كصفات مثل: طويل، قصير، عجوز ... فقير ... وهى صفات تتميز بالغموض وعدم الوضوح و الدقة وعدم اليقين.

فمثلاً إذا أخذنا صفة " طويل ". و أخذنا مدى الأطوال من ١٤٠ سم إلى ٢٠٠ سم فلا نستطيع تحديد حدود مجموعة الأفراد الطوال. هل الفرد الذى طوله ١٥٩ سم ينتمى إلى هذه المجموعة؟ ومن ثم ظهرت الحاجة إلى إعطاء صدق نسبى لكل طول ليس بالضرورة ١ أو صفر كما عهدنا فى المنطق الكلاسيكى (أو الحديث). هذا الصدق النسبى يعطى عدد فى الفترة من . إلى ١ ، يسمى هذا الصدق النسبى بدرجة أو تقدير أو دالة الإنتماء μ. فإذا أخذنا على المحور السينى الأطوال س، وعلى المحور الصادى درجات (تقديرات) الإنتماء التى تناظر الأطوال س، فإننا نحصل على الرسم البيانى لدالة الانتماء μ. أنظر الشكل (١)، هذا الشكل البيانى يعبر عن غموض معنى طويل بكمية فى (٠ $\leq \mu \leq$ ١). إعطاء معنى لكلمة طويل للأطوال المختلفة بكمية يسمى تكميم Quantifying معنى طويل. شكل (٢) يبين درجة (تقدير) للانتماء الشخصى الذى نعتبره عجوز.



الطول بالسم
شكل (١)



العمر بالسنة
شكل (٢)

– **تعريف المجموعة الفازية Fuzzy set :** تعرف عن طريق دالة الإنتماء.

و قبل أن نتحدث عن تعريف المجموعة الفازية، نُعرف أولاً دالة الإنتماء

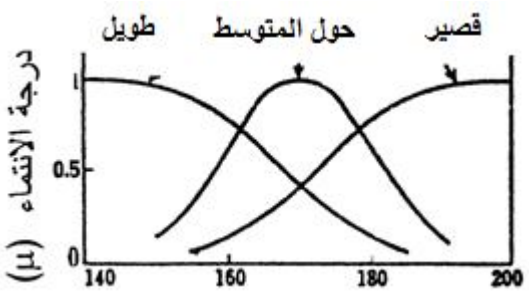
هى دالة من المجموعة الشاملة (X) إلى الفترة المغلقة [٠،١]، تمثل درجة انتماء العنصر للمجموعة الفازية. $\mu_A(x) : X \rightarrow [0,1]$

فمثلاً شكل (١) يمثل دالة الانتماء بمجموعة الأطوال التى نفكر أنها طويلة (بدرجة معينة) للمجموعة الفازية (كمجموعة جزئية) لمجموعة الأطوال من ١٤٠ ـ ٢٠٠ سم، و بالمثل شكل (٢) يمثل دالة الانتماء للمجموعة الفازية ومجموعة الأعمار التى نعتبرها للعجوز.

وعموماً فالمجموعة الفازية تستند على: (١)المجموعةX(ونمثلها على المحور السينى) وتسمى المجموعة المساعدة Support set، دالة الانتماء (ونمثلها على المحور الصادى).

المجموعات الفازية ليست قاصرة على الألفاظ (الكلمات أو الصفات). فمثلا يمكن أن نأخذ المجموعات الفازية ليس فقط لدوال الانتماء للطويل أو للقصير ولكن أيضا حول المتوسط About Average. أنظر شكل (٣) حيث يظهر حول المتوسط فى الوسط بين مدى ١٥٠،١٧٠ سم. و يختلف هذا المدى range من شخص لأخر. وعلى ذلك فالمجموعات الفازية ذاتية أكثر منها مو ضوعية. و نلاحظ أن المتوسط عدد محدد ولكن حول المتوسط هو تعبير فازى للمتوسط تقريبا ، كذلك عدد مثل ٨ عدد محدد ولكن تقريباًأو حوالى ٨ عدد فازى له مدى قد يكون من ٧ إلى ٩ ... مثلاً.

نلاحظ أيضاً أن المجموعة الفازية للصفة قصير هى مكملة المجموعة الفازية للصفة طويل.



الطول السـم
قصير ـ حول المتوسط ـ طويل
شكل (٣)

تعريف اتحاد وتقاطع مجموعات فازية: حيث أن المجموعة الفازية يعتمد تعريفها على دالة الإنتماء μ فإن العمليات عليها يعتمد تعريفها أيضا على دالة الإنتماء.

(١)إتحاد مجموعتان فازيتان A,B يعرف عن طريق دالة الإنتماء:

$$\mu_{\underline{A}\cup\underline{B}} = Max\,(\mu_{\underline{A}}(x), \mu_{\underline{B}}(x))$$

(أى أكبر دالة إنتماء عناصر المجموعة الفازية A أو دالة إنتماء عناصر المجموعة الفازية B).

(٢)تقاطع مجموعتان فازيتان A,B يعرف عن طريق دالة الإنتماء:

$$\mu_{\underline{A}\cap\underline{B}} = Min\,(\mu_{\underline{A}}(x), \mu_{\underline{B}}(x))$$

(أى أقل دالة إنتماء عناصر المجموعة الفازية A و دالة إنتماء عناصر المجموعة الفازية B).

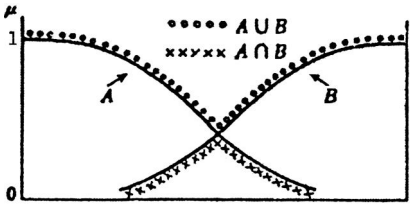
و يوضح شكل (٦) إتحاد و تقاطع المجموعات الفازية.

تعريف الاكمال لمجموعة فازية يعتمد أيضاً على دالة الإنتماء.

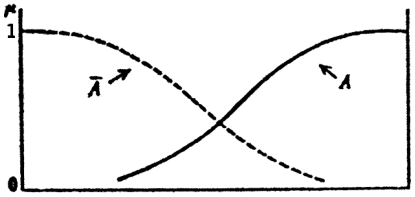
فالمجموعة الفازية المكملة $\bar{A}$ للمجموعة الفازية A تعرف عن طريق دالة الإنتماء:

$$\mu_{\underline{\bar{A}}} = 1 - \mu_{\underline{A}}(x)$$

شكل (٤) يبين الاتحاد والتقاطع، شكل (٥)يبين الإكمال الفازى.



الإتحاد والتقاطع الفازى
شكل (٤)



الإكمال الفازى
شكل (٥)

نلاحظ من شكل (٣) و(٥) أن المجموعة الفازية ومكملتها تتقاطع.وهذا يختلف عن المجموعات العادية التى فيها $A \cap \bar{A} = \varphi$. وهى تناظر أن التقرير ونفيه خطأ أى أن $a \wedge \bar{a} = 0$ =(أى أن التقرير لايكون صحيح وغير صحيح فى آن واحد). وهو ما يسمى بمبدأ التناقض وهذا يبين أحد الفروق بين المنطق العادى (البولى) والمنطق الفازى.ونلاحظ أيضا من شكل (٥) أن إتحاد المجموعة الفازية ومكملتها لا تساوى المجموعة الشاملة X، أى أن $\tilde{A} \cup A = X$. وهذا يختلف عن المجموعات العادية التى

فيها $A \cup \tilde{A} \neq$المجموعة الشاملة. وهذا يناظر أن التقرير أو نفيه يكون صحيح – وهو يمكن الوصول إليه من النفى مرتين لقانون ديمورجان والمعروف بمبدأ استبعاد الوسط. وعلى ذلك فقانون (أو مبدأ) التناقض و قانون إستبعاد الوسط لا يسريان على المجموعات الفازية.

عموما على أساس الأفكار السابقة يمكن تعريف عمليات أخرى وعلاقات مثل (العلاقة الشرطية بما أن .. إذا) على المجموعات الفازية وكذلك التوصل إلى مبدأ التوسع Extension أو مبدأ القرار Resolution للمجموعة الفازية (المبنى مفهوم قطوع - $\propto$ -cuts, $\propto$)

كما أمكن التعبير عن ألفاظ (جداً، أكثر أو أقل، ليس) للمجموعة الفازية A. فمثلاً دالة الإنتماء للمصطلحات A جداً. مثل طويل جداً:

$$\mu_{\underline{A^2}}(x) = (\mu_{\underline{A}}(x)^2) = A^2$$

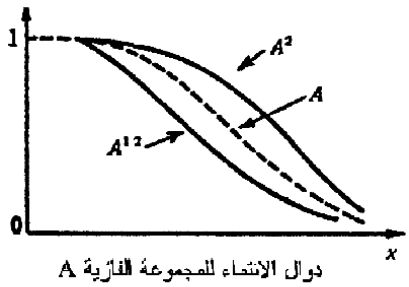
A أكثر أو أقل – حوالى:

$$\mu_{A^{1/2}}(x) = (\mu_A(x)^{1/2}) = A^{1/2}$$

$\bar{A}$ = ليس A مثل قصير (نفى طويل): أى صدق س= (١- صدق (س))

$$\mu_{1-A} = 1 - \mu_{\underline{A}}(x)$$

$\bar{A}^2$ =(ليس A)^2 مثل قصير جداً. أنظر شكل (٦).



دوال الانتماء للمجموعة الفازية A

أقل أو أكثر A ، A^1 جداً.

شكل (٦)

ومن هذه القواعد الأساسية وأخرى مشتقة منها أمكن للمنطق الفازى نمذجة إستدلال الكمبيوتر على أنواع عدم الدقة Imprecision وعدم التحديدية Undesirability

لإستدلال Reasoning الإنسان. وأثبت فاعليته فى نمذجة الأنظمة المعقدة و أغلبها غير خطية ليستطيع حل مشكلات عصرية فى مجالات مختلفة منها الإقتصاد و الطب والزراعة والصناعة والبيولوجى والعلوم الإنسانية ... وفى التكنولوجيا وتعددت تطبيقاته بدءاً من أنظمة التحكم المنزلية التى تألفها إلى الأنظمة المرنة Adaptative الفازية العصبية التى لها المقدرة على التفسير وتطوير وعمل قواعد منطقية وبالتالى المقدرة على التعلم و حتى التدريس. بالإضافة إلى التوصل للحلول المثلى وعلى مستويات الجودة.

٤. أهمية المنطق الفازى فى تطوير رياضيات كليات التربية:

تبدو الحاجة إلى تطوير رياضيات إعداد المعلمين بإدراج المنطق الفازى وتطبيقاته فى مناهج الرياضيات بصفة خاصة ومناهج المواد المرتبطة الأخرى بصفة عامة. ويتضح ذلك مما يلى:

١) الحاجة إلى إعداد علماء فى المنطق الفازى وتطبيقاته العصرية:

لأهمية المنطق الفازى تسابقت الدول وخاصة دول الشرق الأقصى فى تطبيقاته فى آلات التحكم و الروبوت مثل اليابان، وأيضاً فى إعداد علماء فيه، وتعد الصين أكثر الدول التى بها أكثر العلماء فيه. وهذا يدعونا إلى الإشتراك فى هذا التسابق. ولما كان من أهم أهداف التربية هو إعداد أكاديمين وعلماء ومدرسين فى التخصصات المختلفة، فهذا يستلزم تطوير رياضيات إعداد المعلمين بكليات التربية للمساعدة فى تحقيق هذا الهدف. وأيضاً لإجتذاب أعداد كبيرة لدراسته فى المراحل المختلفة للإستفادة منه فى التخصصات المختلفة للمراحل الدراسية الأعلى. وبذلك نستطيع إعداد جيل يواكب ويتحدى العصر الذى نعيشه بمنطقه وبمستجداته العلمية والتكنولوجية وبالتنافس الإقتصادى له٠٠٠

٢) الحاجة إلى تنمية العبقرية المجددة من خلال دراسة المنطق الفازى:

لما كان العباقرة المجددون فى تكنولوجيا المعلومات والاتصال يختارون المشكلات الكبيرة التى لها تطبيقات واسعة فى مجالات بعيدة مختلفة نتيجة لحساسيتهم الكبيرة للبيئة الواسعة التى تتضمن الحاجة الاقتصادية فى سياق حضارى، فإن المنطق الفازى فى حله للمشكلات العصرية أنتج تطبيقات متعددة فى مجالات حيوية وإنسانية وآلية وعلمية وتكنولوجية يسهم فى تنمية العقلية المتجددة. وعلى ذلك فدراسة المنطق الفازى وتطبيقاته العصرية ليس له فائدة فقط فى التحمس والتعلق به لإعداد علماء فيه ولكن أيضاً إلى تنمية العبقرية المجددة فى تكنولوجيا العصر.

٣) الحاجة إلى تنمية الإبتكار التحويلى من خلال دراسة المنطق الفازى:

يعتمد التغيير الثورى للمعرفة على عقليات مبتكرة ذات إبتكار تحويلى Transformational creativity قادرة على تحويل المنظومة Paradigm shift وهذه العقليات تصحح مسار العلم. "كوبرنيكس" و"جاليليو" قديماً اللذين غيروا فكرة أن الشمس هى مركز الكون و ليس الأرض، وأن الأرض هى التى تدور حول الشمس بعكس ما كان سائداً من قبل. وحديثاً فإن ماندلبورت هو الذى أخترع هندسة الكسوريات (الفركتال) العصرية التى تتعامل مع الأشكال الهُلامية (التى لا شكل لهل مثل السحاب و قمم الأشجار و ...). حيث غير مفهوم الأبعاد الإقليدية أو التوبولوجية من البعد ١ للمستقيم أو القطعة المستقيمة، من البعد ٢ للمستوى (أو المربع)، من البعد ٣ للفراغ (أو المكعب) .... إلى أبعاد كسرية.

المنطق الفازى أحدث ثورة تغيير فى المنطق (الكلاسيكى - البولى) بتعامله مع متغيرات غير عددية تتسم بالغموض وعدم الدقة وعدم اليقين كآليات سلوك الإنسان والأحياء ... وفى اللغات الطبيعية .. فالمنطق الفازى ليس توسع أو تعميم للمنطق ثنائى الصدق (صح أو خطأ {٠، ١}) ولكنه تغيير ثورى له بتقديم لا نهائى الصدق كسرى أو عدد حقيقى فى الفترة [٠، ١].

وعلى ذلك فالتفكير الخاص بالمنطق الفازى يساهم فى تنمية الإبتكار التحويلى من خلال دراسته.

٤) تنمية حب الرياضيات من خلال دراسة المنطق الفازى:

محاكاة المنطق الفازى بآلياته لسلوك الإنسان والكائنات الحية يقرب الدارس من الطبيعة وحل أسرارها. وهذا بالتالى يحبب الدارس فى الرياضيات التى يجدها فيما حوله. كذلك نشأة المنطق الفازى تتضمن ألغاز ومفارقات Paradoxes تجعل عملية تعلمه ممتعة وجذابة تساعد أيضاً فى تنمية حب الدارس للرياضيات.