تدريس المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجى الهندسى في التعليم العام

د/ سامح احمد محمد جعفر ريحان
د/ حفنى إسماعيل محمد إسماعيل

مقـــدمة:

إن الحاجـــة إلى مصـــادر بشـــرية مؤهلة تتمتع بمعرفة رياضية تتوافق وعصر المعلومات الجديد الذي نعيشه الآن،يضـــع مســـئوليات ثقيلة على كاهل المؤسسات التعليمية وذلك بتوفير تعليم رياضي مناسب.غير ان تحقيق ذلك يطرح تحديات مهمة في عملية تطوير مناهج الرياضيات بشكل يكون ملائماً لجميع الطلاب الذين يجب توعيتهم بأهمية الرياضيات وتطبيقاتها،وتطوير أساليب تدريسها بحيث تشجع الطلاب على اكتشاف وممارسة الأفكار الرياضية إضافة إلى توضـــيح أهمية الفهم والمحاكاة المنطقية،أي تحول تعليم الرياضيات من مجرد شغل التفكير بمهارات رتيبة مطبوعة في الذهن إلى تطوير قوة رياضية ذات قاعدة عريضة،تتطلب هذه القوة من الطلاب زيادة قدراتهم على إدراك العلاقات والتعليل ،واستعمال تشكيلة واسعة من الأساليب الرياضية لحل المشـــكلات المتنوعة.

ونظـــراً لأن الرياضـــــيات تعد موضوعاً حيوياً يبحث في فهم الأنماط التي تتغلغل إلى العالم من حولنا وإلى عقولنا ،فإنه من المفيد للطالب أن يبحث ويفهم ما وراء القوانين التي تعبر عن الأشياء بلغة رياضية،وليس الاكتفاء فقط بحفظ القوانين وتكوين التخمينات لحل المسائل الرياضية،وعندما يتم ذلك سيكون أمام الطلاب فرصة كبيرة لدراسة الرياضـــيات كموضـــوع استكشافي متحرك بدلاً من أن يكون موضوعاً ثابتاً وهيكلاً مغلقاً من قوانين ينبغي حفظها وتذكرها .

لـــذا نرى الآن تحولاً في الأنموذجات الأساسية Paradigms في الرياضيات وفي تعليم الرياضيات،ويتلخص هذا التحول في النظر إلى الرياضيات باعتبارها دراسة لنظم شكلية إلى الرياضيات كجسم حي ،ومن النظر إلى برامج تعلـــيم الرياضيات في المرحلة الابتدائية من كونها مجموعة كثيرة من المفاهيم والمهارات التي يجب إتقانها بترتيب معين صـــارم إلى أشـــياء يمارسها الناس ، ومن النظر إلى برامج تعليم الرياضيات في المرحلة الإعدادية والثانوية من كونها تدريس شكلي للرياضيات إلى نشاط إنساني ، مع الحاجة إلى تطوير "رياضيات جديدة " تدرس سلوك الاتساق(كما في نظرية الكارثة و نظرية الفوضى) (فايز مراد مينا ، ٢٠٠١ :١٣- ١٤) .

ولعـــل المطلوب هو وضع خطة واضحة المعالم لإصلاح مناهج الرياضيات المدرسية وأساليب تدريسها لجميع المستويات التعليمية استجابة للمتطلبات المتزايدة لتطبيقات الرياضيات ؛ لذا أوصى مؤتمر "الرياضيات المدرسية :معايير ومستويات" (الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات ، ٢٠٠١ :٥٠٣) بالإقلال من الموضوعات التقليدية والتي تعتمد على خوارزميات آلية وكثافة العمل الروتيني بالورقة والقلم مثل العمليات على الكسور الاعتيادية والكسور الجبرية وتحليل كثيرات الحدود والعمليات الحسابية باللوغاريتمات والعمليات على الجذور الصم والمحددات وتعدد معادلات الخط المستقيم والدائرة واستظهار منطوقات النظريات الهندسية ،مع العمل على زيادة الاهتمام بموضوعات أكثر تطوراً مـــن حيث فائدتها التطبيقية الحياتية وإعمالها للأنشطة الذهنية الإبداعية مثل :المصفوفات ، البرمجة الخطية ، الإحصاء والاحتمالات ، رياضيات البيانات الغير متصلة (القافزة) ، نظرية الفوضى ، هندسة الفتافيت ، التوبولوجي ....مع التأكيد على الحس بالعدد والحس بالشكل والاستقراء واستراتيجيات البرهان وتطبيقاتها على أنشطة جبرية وهندسية وتحليلية...

وإذا كان ما يطالب به من إصلاح ضرورياً لمناهج الرياضيات ككل إلا أنه أكثر ضرورة لمنهج الهندسة، لأن " الهندسة هي بوابة الدخول إلى كل الرياضيات "كما يقول ميسرفMeserve (عن : محمد مسعد نوح ، ١٩٩٩ : ٢) ، بالاضافة إلى أن الهندسة كعلم لها جوانب شتى تتصل اتصالاً مباشراً بالمناهج المدرسية الأخرى ، ومن هذه الصلات تنبثق أهداف عده لدراسه الهندسة.فالغة الهندسة والحس الهندسي لها دور هام في تيسير فهم كثير من المفاهيم ليست بالضرورة كلها مفاهيم هندسية،ولكن تتصل بالرياضيات وبغيرها من العلوم،ولها دور هام في العلوم التطبيقية،التكنولوجيا،والإنتاج،وسيفدو وجودنا نفسه مستحيلاً إذا انعدم فينا الإحساس بالفراغ ، وإذا توقفت أفكارنا الهندسية عن التطور إلى حد ما،وأرجح الظن أنه سيثبت في نهاية الأمر أن الهندسة هي خير أداه لتطوير الخيال الهندسي لدى الطالب والتدرة على التفكير المنطقي والإبداع الرياضي بأسلوب منهجي من خلال حل المشكلات الهندسية ولهذه الجوانب –منفردة ومجتمعة – أهميتها ، وكل منها يحدد اتجاهات مناظرة لاتجاهات تدريس الهندسة في المدارس (روبرت موريس ، ١٩٨٦ : ١١٠) .

ويعد التوبولوجي أحد الموضوعات الحديثة في علم الرياضيات والذي ظهر في القرن التاسع عشر وتبلور من الناحية الهندسية في القرن العشرين ،ولو أن جذوره تمتد في الهندسة والتحليل الرياضي قبل هذا التاريخ إلا أنه بنموه استقل عنهما وأصبح أكثر فروع الرياضيات نمواً،حتى أصبح من الصعب القول في هذه الفترة من الزمن أن هناك فرعاً من فروع الرياضيات يعتبر مستقلاً عن استخدام المفاهيم التوبولوجية (Victor J.Katz,1993 : 8-11).

فعلم التوبولوجي له أهمية كبيرة في كثير من المعالجات الرياضية في الوقت الحالي وستزداد أهميته مستقبلاً لأنه يساعد في كثير من عمليات النمذجة الرياضية للبيانات والمفاهيم التي تزداد درجة التداخل بين مكوناتها ، وإذا كانت الهندسة الإقليدية قد ظلت حوالي ألفي سنة هي النموذج الشائع لدراسة كثير من المشكلات العلمية، وأثرت بأسلوبها ومنطقها في الفلسفة والمنطق . هذه الهندسة هي مثال بسيط من أمثلة الفراغان التوبولوجية ، التي يمكن إنشاء عدد لانهائي منها على أي مجموعة غير محدودة وبالتالي في حالة المستوي أو الفضاء. بل أن شمولية المجموعة التي يبني عليها الفضاء التوبولوجي تجعل من الممكن إنشاء أبنية رياضية علي أي تجمع من الأشياء .وهذه البني تكسب هذا التجمع صفات مشابهة للصفات الهندسية وهذا ما يعرف حالياً باسم Knowledge Discovery,Data Mining (إبراهيم عساف ، محمد قنديل ، عبد المنعم قوزع ، ٢٠٠١ : ٧١) .

وإذا كان ذلك هو حال الرياضيات كعلم في اعتماده على المفاهيم التوبولوجية .فهل انتقل هذا في المقابل إلى الرياضيات المدرسية ؟ .

مشكلة الدراسة وأهميتها :

إن كل ما يحيط بالإنسان منذ بدء الخليقة يخضع للنظام التوبولوجي ،وإن كان التوبولوجي كعلم لم يبدأ التعامل به إلا في بدايات القرن العشرين ويرجع سبب ذلك إلى سيطرة أفكار إقليدس وسقراط وفيثاغورث وغيرهم حول الفراغ .

فـــرغم أن الأشياء بطبيعتها غير منتظمة ولا يمكن تفسيرها بمفاهيم الانتظام إلا أننا نقوم بتحويلها إلى أشكال تخضـــع للانتظام الإقليدى فالصخور تقطع على شكل مكعبات أو متوازيات مستطيلات،والرمال والزلط والأسمنت تخـــلط بالمـــاء وتصـــب في قوالـــب منتظمة،أي أننا أقلدنا هذه الأشياء لتبدو لنا معقولة لأننا حبسنا أنفسنا وطلابنا في مفاهيم إقليدس، والفراغ ليس كذلك، إذاً لابد من التحرر من هذا الحبس الضيق والتحرك في الفضاء الأوسع ولا يعطيـــنا ذلـــك إلا النظر إلى الأشياء من المنظور التوبولوجى ،حيث أن التوبولوجي الهندسي أظهر خواصاً جديدة لم تكن موجودة من قبل في الهندسات الأخرى .

ولكـــن إذا أردنا لطلابنا التحرر من هذا الحبس الضيق بشكل مرن يتفق وطبيعة علم التوبولوجى،فمن أين نبدأ تدريس التوبولوجي الهندسي لطلابنا ؟ ،هـــل نبدأ بتدريس مفاهيم إقليدس مروراً بالهندسات اللاإقليدية وانتهاءً بالـــتوبولوجى كما أتضح من التسلسل التاريخ لتراكم علم الرياضيات ؟ . و لسنا بصدد الإجابة عن هذا السؤال.

حيـــث أكـــدت دراســـات "بياجيـــه" على أن المفاهيم الأولى التي تتكون عند الطفل عن الفراغ هي مفاهيم توبولوجيـــة وليســـت إقـــليدية ، لأن الأطفال يدركون المفاهيم والعلاقات التوبولوجية قبل أن يتكون لديهم الوعي بالمفاهيم والعلاقات الإقليدية حيث يأتي مفهوم مثل ثبات الطول وثبات المساحة في مراحل متأخرة من نمو الطفل بعد سن السابعة تقريباً ثم يأتي بعد ذلك دراسة المفاهيم الإقليدية (وليم عبيد ، محمد المفتي ، محمد مسعد نوح ، ١٩٨٧ : ٨٣ – ٨٤) ؛ لذا يرى روبنسن Robins 1999(عن : إبراهيم عساف، محمد قنديل، عبد المنعم قوزع ، ٢٠٠١ : ٧٦) " أن الـــبدء بتدريس الهندسة التوبولوجية والتوصل من خلالها إلى الهندسة الإقليدية يعتبر طريقة جيدة لتقديم الهندسة للأطفال " .

ولكـــن السؤال ماذا ندرس من المفاهيم والعلاقات التوبولوجية الهندسية لطلابنا ؟ .للإجابة عن هذا السؤال نعرض بعضاً من نتائج الدراسات التي اهتمت بتدريس المفاهيم والعلاقات التوبولوجية بداية من رياض الأطفال وحتى المرحلة الثانوية :

– أظهـــرت نـــتائج دراسة فايز مراد مينا (١٩٨٣) من خلال تدريس وحدة في التوبولوجي من ثلاثة دروس اشـــتملت عـــلى مفاهيم (المنحني المغلق البسيط – المسار المتصل – والاتصال – الأشكال المتكافئة توبولوجياً) للصف الثالث الابتدائي أن معظم التلاميذ قد ميزوا بين المنحنيات فيما يتعلق بالانغلاق البسيط والاتصال بينما أظهر نفس التلاميذ عدم فهمهم لكلمة التكافؤ التوبولوجي .

– أظهـــرت دراسة محمد المشد (١٩٨٤) أن طلاب الصف الثاني الثانوي قد تمكنوا من المفاهيم والتركيبات التوبولوجية وبعض النظريات (خواص بعض المفاهيم التوبولوجية) الأولية المتضمنة بالوحدة البنائية في التوبولوجي التحليلي .

– أظهرت نتائج دراسة حفني اسماعيل (١٩٨٧) أن الألعاب والأنشطة المحسوسة كان لها أثر إيجابي في إكساب أطفال ما قبل مرحلة التعليم الأساسي من ٥–٦ سنوات بعض المفاهيم والعلاقات التوبولوجية مثل الجوار – (قريب

/بعيد) – الانفصال (منفصل / متلامس) – الإحاطة (مفتوح /مغلق) – داخل وخارج المنحنى المغلق – اتجاها (فوق / تحت) .

– لخصت دراسة كليمنتس وباتيستا Clements &Battista (1992) المعايير التي يستخدمها الأطفال في تمييز الأشكال الهندسية الموجودة في بيئاتهم الثقافية والإجتماعية، واظهرت نتائج الدراسة أن الدائرة هي أكثر الأشكال سهولة لدى الأطفال من حيث تمييزها وتحديدها ولكن من الصعب عليهم تعريفها تعريفاً دقيقاً أو وصفها، وقد يكون هناك نوع من الخلط بين الدائرة والبيضاوي والمنحنيات المغلقة شبيهة بالدائرة ،كما بينت نتائج الدراسة أن الأطفال في البداية يرسمون خططاً على أساس تحليل ملامح الأشكال المعروضة عليهم والأشكال التي سبق لهم رؤيتها ويحتفظون بها في ذاكرتهم ،كما اقترح كليمنتس وباتيستا مستوى معرفي آخر يسبق مستوى فان هيل Van Hieleالأول سموه مستوى ما قبل التعرف Pre recognition وفي هذا المستوى ينتبه الأطفال فقط إلى مجموعة جزئية من صفات الشكل المعطى لهم ويكونوا غير قادرين على تحديد هوية العديد من الأشكال الشائعة ،كما لا يستطيعوا التميز بين أشكال من نفس النوعية . ويتضح من هذه الدراسة أن الأفكار الأولي للأطفال عن الفراغ والأشكال الهندسية هي أفكار توبولوجية .

– وفي دراسة قدمها حفني إسماعيل ، أحمد عبد الكريم ، عبد المنعم قوزع (١٩٩٧) تناولوا فيها أفكاراً عن تدريس المفاهيم التوبولوجية الأساسية باستخدام أعمال الفن التشكيلي، وأوصوا بأن هذه الأفكار ستساعد على تبسيط عملية اكتساب هذه المفاهيم للتلاميذ بدلاً من الانتظار حتى المرحلة الجامعية .

– وفي دراسة إبراهيم عساف ، محمد قنديل ، عبد المنعم قوزع (٢٠٠١) والتي كان الهدف منها تحديد عمر اكتساب أطفال ماقبل المدرسة للمفاهيم الأساسية في التوبولوجي ، حيث طبقت الدراسة على عينة من الأطفال تتراوح أعمارهم ما بين ٣–٦ سنوات ؛ وقد تبين من نتائج الدراسة أن الأطفال في الفئة العمرية من٤ –٤،٦ سنة اكتسبوا المفاهيم التوبولوجية (النقطة الحدودية – الجوار – الانفصال – النقطة الخارجية – البينية – النقطة الداخلية) بنسب تتراوح ما بين ٨٠ % –٩٠ % ولم يستطيعوا اكتساب مفاهيم (التكافؤ التوبولوجي– الارتباط – عدم الارتباط – الخاصية التوبولوجية) ؛ كما أن الأطفال في الفئة العمرية من ٥ – ٥،٦ سنة اكتسبوا المفاهيم التوبولوجية (التحول المتصل – المنحني المفتوح – المنحني المغلق – التحول غير المتصل – الشكل التوبولوجي) بنسب تتراوح ما بين ٨٠ % – ٨٥ % ؛ ولم يكتسب الأطفال في جميع الفئات العمرية مفهوم التكافؤ التوبولوجي . وقد أوصت هذه الدراسة بضرورة تقديم أنشطة إثرائية متعددة المستويات تثري بيئة رياض الأطفال لتنمية المفاهيم التوبولوجية التي كشفت الدراسة عن قصور بها ؛ كذلك أوصت بضرورة أن تتكامل الرياضيات المدرسية في المراحل اللاحقة مع خبرات الأطفال في مرحلة ماقبل المدرسة وأن تكون تطوراً طبيعياً وفقاً لعمر الاكتساب الذي تكشف عنه نتائج الدراسات .

ومن الملاحظ أن الدراسات السابقة قد ركزت بعضها على تحديدعمراكتساب بعض المفاهيمالتوبولوجية في مرحلة ماقبل المدرسة وكذلك تدريسها في هذه المرحلة وحتى الصف الثالث الابتدائي ،وبعضها جرب تدريس بعض

المفاهيم والعلاقات التوبولوجية في المرحلة الثانوية ،ولكن على حد علم الباحثين أن نهاية المرحلة الابتدائية والمرحلة الإعدادية لم يتم تجريب تدريس مفاهيم وعلاقات توبولوجية فيهما ،أضف إلى ذلك أن تدريس المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي قد توقف في التعليم العام عند الصف الأول والثاني الابتدائي من خلال فكرة مبسطة عن : المنحنى المغلق والمنحنى المفتوح وداخل وخارج المنحنى المغلق ، وعلاقات (قريب /بعيد) ، (أمام /خلف) ، (فوق /تحت).وكلها مفاهيم وعلاقات تذوب وتختفي في المفاهيم والعلاقات الإقليدية دون أن يكتسب التلميذ مرونة علم التوبولوجي ،ثم يقفز تدريس التوبولوجي بتجرد تام وبمداخل مختلفة لطلاب الجامعة . "فبرغم أهمية التوبولوجي إلا أن مناهج الرياضيات التي تدرس في المرحلة قبل الجامعية بمصر تكاد تخلو تماماً ليس فقط من موضوعات توبولوجية وإنما حتى من ذكر لفظ (توبولوجي) فيها " (إبراهيم عساف، محمد قنديل، عبد المنعم قوزع ، ٢٠٠١ : ٧٢ - ٧٣)

ولذلك ربما يسمع الطلاب عن علم التوبولوجي عندما يبدأون دراستهم المتخصصة في الجامعة فيفاجئوا بالمفاهيم المجردة لهذا العلم ويشعرون بصعوبتها في أحيان كثيرة لأنهم لايدركون أن ما يدرسونه منها له مجالات واسعة التطبيق .

ومع إحساس الباحثان أن ذلك ناتج عن وجود فجوة شاسعة في تدريس التوبولوجي الهندسي بين بداية السلم التعليمي (المرحلة الابتدائية) وقمته (المرحلة الجامعية) . كانت هذه الدراسة كمحاولة لتحديد بعض المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي التي يجب دمجها داخل البنية الرياضية لمناهج الرياضيات لطلاب التعليم العام (المرحلة الابتدائية - المرحلة الإعدادية - المرحلة الثانوية) وتجريب تدريس وحدة من المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي لتلاميذ الصف الخامس الابتدائي.

أهداف الدراسة :

تهدف هذه الدراسة إلى :

١-تحديد قائمة بالمفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي التي يمكن تدريسها لطلاب التعليم العام والتي يمكن إدماجها داخل البنية الرياضية لمناهج الرياضيات لطلاب التعليم العام (المرحلة الابتدائية - المرحلة الإعدادية - المرحلة الثانوية) .

٢-بناء وحدة المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي بصورة مبسطة ومحسوسة لتلاميذ الصف الخامس الابتدائي في ضوء ما تم تحديده بالقائمة للمرحلة الابتدائية .

٣-تدريس وحدة المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي لتلاميذ الصف الخامس الابتدائي وقياس مدى اكتسابهم للمفاهيم والعلاقات الرياضية المتضمنة بها .

أسئـــلة الدراســـة :

تحددت مشكلة الدراسة في الإجابة عن الأسئلة التالية :

١-ما المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجى الهندسي التي يمكن تدريســـها لطلاب التعليم العام (المرحلة الابتدائية – المرحلة الإعدادية – المرحلة الثانوية) .

٢-مـــا مـــدى اكتســـاب تلاميـــذ الصـــف الخـــامس الابـــتدائي للمفاهـــيم والعلاقـــات الرياضية المتضمنة بوحدة "المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي "بعد دراستهم لها ؟ .

مسلمـــات الدراســـة :

١- لعلم التوبولوجي أهمية كبيرة في كثير من المعالجات الرياضية والتطبيقات في كثير من العلوم .

٢- المفاهيم الأولى التى تتكون عند الطفل عن الفراغ هي مفاهيم توبولوجية وليست إقليدية ،وتدريس مفاهيم الفراغ يجب أن يتم في ضوء ذلك .

مصطلحات الدراســـة :

(١) التوبولوجي الهندسي :

هـــو العـــلم الـــذي يهـــتم بدراســـة الخصـــائص الهندســـية الوصـــفية الأولية للأشكال والتي لا تتغير عـــندما يـــنحني الشـــكل أو يمـــتد بدون تمزق أي تلك الخصائص التي تعتمد علي الموقع فقط بدون اعتبار للبعد أو القياس أو المساحة أو الحجم (أي يعني فقط بالخصائص التوبولوجية للأشكال الجديدة بعد تحويلها) .

(٢) المفاهيم الأساسية للتوبولوجي الهندسي :

يقصـــد بمفاهـــيم الـــتوبولوجي الهندسي في هذه الدراسة المفاهيم البسيطة التي يكتشفها المتعلم من خلال التجســـيدات الحسية لها مثل مفاهيم المنحنى المغلق (بسيط – غير بسيط) ،المنحنى المفتوح ، تلوين الخرائط والأسطح والمجســـمات ،....؛ثم المفاهيم التي يربط بينها عن طريق الاستقراء في علاقات وجمل رياضية كبداية للتعميمات مثل مفاهـــيم التكافؤ التوبولوجي ، الاتصال ، المسارات ، الشبكات ، ...؛ثم المفاهيم الأكثر تجريداً مثل المفاهيم المتصلة بالكرات المفتوحة ، الجوار ، الفئة المفتوحة والمغلقة ، الاستمرار ، ... .

(٣) العلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي :

مـــن خلال تصنيف المفاهيم الرياضية اتضح أن العلاقة بين الجمل الرياضية (المفاهيم) هي أدوات مفاهيمية لاكتشـــاف التعمـــيمات ... والتمثيلات لهذه المفاهيم مجردة غالباً ، ويتم ذلك في المستوى الاستقرائي . ولذا يقصد بالعلاقـــات التوبولوجية الهندسية في هذه الدراسة الربط بين المفاهيم التوبولوجية واستخلاص خواص رياضية جديدة

منها . مثل علاقة (داخل / خارج) المنحنى المغلق ، علاقات متصلة بالتكافؤ التوبولوجي ، علاقات متصلة بالمسارات ، مميز أويلر للأسطح البسيطة كثيرة الأوجه ، ...

حدود الدراسة :

١- اقتصرت الدراسة على تحديد المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي التي يمكن تدريسها في التعليم العام (المرحلة الابتدائية - المرحلة الإعدادية - المرحلة الثانوية) .

٢- اقتصرت الدراسة على بناء وتجريب تدريس وحدة للمفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي لتلاميذ الصف الخامس الابتدائي .

٣- اقتصرت تجربة الدراسة على تلاميذ الصف الخامس الابتدائي بمدرسة البياضية الابتدائية -إدارة قنا التعليمية ،في الفصل الدراسي الثاني - العام الدراسي١٩٩٩ /٢٠٠٠م.

أدوات الدراسة :

١- استطلاع رأي حول قائمة المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي التي يجب تدريسها لطلاب التعليم العام (المرحلة الابتدائية - المرحلة الإعدادية - المرحلة الثانوية) .

٢- وحدة المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي لتلاميذالصف الخامس الابتدائى (من إعداد الباحثان).

٣- اختبار تحصيلي لقياس مدى اكتساب تلاميذ الصف الخامس الابتدائي للمفاهيم والعلاقات الرياضية المتضمنة بوحدة " المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي " (من إعداد الباحثان) .

الإطار النظري للدراسة

التوبولوجي (نشأته وتطوره) :

"التوبولوجي وليد القرن العشرين "هذه المقولة خاطئة من الناحية التاريخية،فمنذ بدء الخليقة يتعامل الإنسان البدائي مع أشياء وأشكال لا يمكن تفسيرها بمفاهيم الانتظام كالسحاب،الصخور،الرمال،العجين، جلود الحيوانات...،وحينما استخدم الجلود لصناعة قفازات تحميه من البرد كان يخطئ أحياناً ويجعل الفراء على السطح الداخلي للقفاز ،ثم يعود ليصلح خطأه بجعل السطح الداخلي خارجياً والخارجي داخلياً وعند ذلك يلاحظ أن قفاز اليد اليمنى أصبح صالحاً لليسرى وكذلك قفاز اليد اليسرى صالحاً لليد اليمنى. أن هذه الحركة البسيطة التي فعلها الإنسان البدائي والتغيرات التي نتجت عنها في وضع الجلد للقفاز في تغيير صلاحيته لأي اليدين هي تغيرات فسرت فيما بعد على أنها تغيرات توبولوجية ذلك لأنها تمت دون قطع أو تمزق في القفاز ،رغم أن المشاهد لهذه العملية

مـن أول وهـلة يتصـور أنها بعيدة تماماً عن الرياضيات إلا أنها أصبحت تمثل ترتيبات بدائية لفرع من أهم فروع الرياضيات الحديثة وهو التوبولوجي.

ويمكـن القـول أن التربة الخصبة التي نمت وترعرعت فيها بدايات علم التوبولوجي هي حساب التفاضل والتكامل والهندسات اللاإقليدية (Armstrong,M.A.,1979). (Fomenko,A.T.,and other.,1986) ، (Jean Dieudonne ,1989) ، (Victor,J.Katz ,1993) ، (Milewski, E.G,1994) ، (Robertson,E.F&Oconnon,J.J.I,2001) و يتضح ذلك من العرض التـالي :

- فقد وضع اسحق نيوتن (١٦٤٢ -١٧٢٧ م) وليبنتز (١٦٤٦-١٧١٦م) أسس علم التفاضل والتكامل وقد أفـرزت أعمالهم بعض المشاكل التي تركزت حول مفهوم النهاية المرتبطة إلى حد كبير بمفهوم القرب والبعد ،ويرجع الفضـل إلى ليبنتز في صياغة بعض المفاهيم التوبولوجية المعاصرة حيث صاغ المفاهيم الهندسية للأشكال بدلالة الموقع وليـس بدلالة قيم المسافات وفي نهاية القرن السابع عشر وبداية القرن الثامن عشر أدت التفسيرات المتعددة لكلمة نهايـة إلى عـدد من المبادئ المتعارضة التي أمكن حلها فقط بمفهوم جديد يسمح بأن تعاد صياغة كلمة نهاية بطريقة صحيحة وغير مبهمة .

- عـند البحث عن الحلول لعدد من المسائل الفيزيائية مثل مسألة الخيط المهتز نتجت مسائل كانت دافعاً أساسياً للبحث في حساب التفاضل ،كذلك عند دراسة المنحنيات اتضح التمايز بين الاتصال وقابلية التفاضل وأدى ذلك إلى الاتجـاه نحـو دراسـة الدوال .مثل هذه الدراسات أوضحت الحاجة إلى طرق علمية دقيقة للصيغ المجردة للمسائل الرياضـية الـتي أصـبحت ممكنة -فيما بعد-بواسطة نظرية المجموعات لجورج كانتور (١٨٤٥- ١٩١٨م)والتي أحدثـت ثورة في طريقة البحث حول طبيعة الفضاءات بالنظر إليها على أنها مجموعة نقاط لها خواص معينة وكذلك ساعدت على تطور التحليل الدالي الذي قاد إلى فضاءات هلبرت (١٨٦٢- ١٩٤٣م) وتفسير الجوار .

-كـانت محـاولات ا الروسـي لوباشوفسكي (١٧٩٣- ١٨٥٦م)والألماني ريمان (١٨٢٦- ١٨٦٦م)والمجري بوليا (١٨٠٢- ١٨٦٠م)للبرهنة على مسلمة التوازي لإقليدس السبب المباشر في التحرر من قيود هندسة إقليدس الـتي وجدة لقرون عديدة بناءً على فرضيات غير قابلة للجدل والنقاش وأنها هي الوحيدة التي تمثل مشاكل فيزيائية يمكـن أن تستنتج عملياً ،وفي البحث عن برهنة هذه المسلمة أصبحت المشكلة إلى أي مدي يمكن مد المستقيمات ؟، وكيف يمكن مدها ؟، وكيف يمكن تمثيلها بالرسم أو رؤيتها في الطبيعة ؟ .حيث أن الرؤية لأي خطين من هذا النوع توضـح أنهمـا يتقابلان وكذلك التصوير ،كما أن خطوط الطول على نموذج الكرة الأرضية وإن بدت متوازية فإنها تستقابل عند القطب ،كذلك عملية رسم مثلث علي سطح مقعر أو محدب فإن مجموع زواياه تختلف عن ١٨٠ درجة لذا ظهرت أنواع من الهندسات عرفت بالهندسات اللاإقليدية لتعالج مثل هذه المشاكل .

- في عـام ١٩٠٩ م أهـتم أويلر بالعلاقة بين الأحرف والأوجه للمحدب المغلق (وهو ما يسمي بمميز أويلر وهو خاصـية توبولوجيـة ثابـتة ومتساوية للأسطح والمجسمات المتكافئة توبولوجياً) وكذلك أهتم بحل مشكلة قناطر

كالنجراد الشهيرة التي عرفت باسم كونجسبرج ،وتزامن مع هذه المشكلة ظهور بعض التطبيقات مثل ربطة موبيس وزجاجة كلين والعقد والشبكات ومشكلة الألوان الأربعة لتلوين خريطة لـ ٣٥ قطر (بحيث لا يتم تلوين المناطق متجاورة الحدود بنفس اللون) وبعض نظريات النقطة الثابتة في بعد وفي بعدين والتي فسرت فيما بعد علي أساس التوبولوجي الهندسي .

– وكذلك قام ريمان بدراسة مفصلة عن السطوح حيث ربط بين دراسة الدوال والسطوح وتصنيف السطوح والتصنيف ثنائي الأبعاد طبقاً للارتباط والاقتران وهذا ما عرف في ذلك الوقت بتحليل الموقع Situs A nalysis لذا فإن بداية أبحاث التوبولوجي يمكن أن تورخ علي أنها بدأت علي يد ريمان في منتصف القرن التاسع عشر .

– وفي نهاية القرن التاسع عشر اهتم الرياضي الفرنسي هنري بوانكاريه (١٨٥٤ – ١٩١٢م) باستخدام العلاقات التوبولوجية لحساب عدد الخصائص التوبولوجية لكل مجسم وحاول تطوير علاقة أويلر للأسطح ، والتوسع في دراسة خواص فضاءات ذات أبعاد أكثر من ثلاثة،وذلك من خلال اهتمامه بدراسة المعادلات التفاضلية وقاده ذلك إلي إنشاء السطوح ذات الأربعة أبعاد المستخدمة في تمثيل الدوال ذات المتغيرات المركبة وبالتالي إلي دراسة الهندسة في n من الأبعاد ، ووضع الأساس للتوبولوجي كتحليل للموقع من خلال وصفه للأنابيب المتفرعة أو السطوح الهندسية والمعادلات الجبرية، حيث يعتقد علي وجه العموم أن التوبولوجي كعلم تكون من خلال أعماله .

– كما وضع فيلكس هوسدروف (١٨٨٢ – ١٩٤٢ م) أسس مجموعة نقط التوبولوجي كانضباط منفصل بالكامل في وضع مستقل ،ووضع مفهوم الجوار على مستوي أساسي واعتبر هذا تطوراً جديداً في نظريات الهندسة التي تهتم بالفضاء .

– وقدم بروور (١٨٨٢ – ١٩٦٦م) حقل مجموعة النقط التوبولوجية ، هذا الحقل يتعامل بشكل رئيسي بخصائص الأعداد الحقيقية ، فمثلاً إذا كانت هناك قواعد ما تقرر كيف قرب عددان أي أن كلاً منهما أصبح الآخر ، بشكل رياضي هذا سببه جوار نقطة، ومجموعة نقط التوبولوجي تتضمن دراسة الأشكال الهندسية علي مستوي بسيط جداً عادة في بعدين .

– كما قام اليكساندروف (١٨٩٦ – ١٩٨٢م) وآخرون منهم هيز هوبف (١٨٩٤ – ١٩٧١م) بتطوير أعمال بروور وجعلوا التوبولوجي واحداً من أكبر الحقول الرياضية النشطة في فترة ما بين الحربين العالميتين الأولي والثانية ، حسب ما نشر عن نظرية البعد ، وقدموا تطبيقات في التوبولوجي مندمجة مع فروع أخري من الرياضيات كالتحليل والجبر، ورأوا أن الحقائق التوبولوجية تتعلق بالحقائق الرياضية الأكثر دقة بشكل مباشر تقريباً في كل من التحليل أو الهندسة وباعتبارات توبولوجية تقود غالباً إلي الأفكار الأكثر خصوبة .وأن مستوي التحليل في المفاهيم والمشاكل التوبولوجية الجديدة يولد مستوي أعمق من التفكير الرياضي ويفتح اقتران هندسي جديد .

كل هذه الاتجاهات والأعمال المتعددة لعلماء الرياضيات تجمعت معاً ولعبت دوراً في نشأة علم التوبولوجي كفرع جديد سريع النمو متداخل مع معظم فروع الرياضيات ،ولذا يمكن القول أن في هذه الفترة من الزمن لا يوجد فرع من فروع الرياضيات يعتبر مستقلاً عن استخدام المفاهيم والعلاقات التوبولوجية .

التوبولوجي الهندسي :

عرفت هندسة التحويلات لتفسير بعض الموضوعات في الهندسة الإقليدية مثل التطابق بين الأشكال الهندسية وكذلك التشابه بينها ،ففي الهندسة الإسقاطية مثلاً نقول أن مثلثين متطابقان إذا كان أحدهما صورة من الآخر تحت تأثير تحويل قياسي معين وأنهما متشابهان إذا كان أحدهما صورة من الأخر بتحول مغير بعد معين (Jean Dieudonne ,1989:182)

ولكن ظهرت بعض التحويلات الهندسية التي لا يمكن النظر إليها أو تفسيرها من وجهة النظر القياسية أو غير القياسية مثل :كرة الصلصال يمكن تحويلها إلي مكعب أو اسطوانة أو أي مجسم آخر ....،رباط المطاط المستخدم في ربط النقود يمكن تكوينه علي هيئة دائرة أو مربع أو مثلث ويمكن أن يجذب أو يمط أو ينثني أو ينكمش ....بدون تمزق ، وهو مايسمى بهندسة شرائح المطاط Rubber Sheet Geomtry . (Milewski, E.G,1994)

أي أنه وجدت تحويلات هندسية فعلية لأشكال هندسية لا تتغير حينما يحدث لها تشوه بأي قدر نريد ولكن لا تتمزق بصرف النظر عن الزوايا والمسافات والمساحات والتي لا تتغير بفعل التشوه والتحول من صورة إلي أخري بدون حدوث قطع أو تمزق أو عمل ثقوب ،وهذه التحويلات الهندسية لم تستطع المفاهيم الإقليدية واللاإقليدية الموجودة تفسيرها وأصبح من الضروري النظر إليها من منظور آخر وهو المنظور التوبولوجي .

فالأشكال في الهندسة الإقليدية تعتمد على القياس العددي (الكمي) للأبعاد والزوايا والمساحات وهذه الأشكال ثابتة تماماً ولا تعاني أي تغير في قياساتها إذا ما أزيحت عن مواضعها ،أما الأشكال التوبولوجية فلا تتأثر بتغيير الموضع ولذا فهي لا تعتبر ثابتة بل قابلة للتحول في الشكل مع احتفاظها بخواصها التوبولوجية في حالة تحولها الجديد ، أي الخصائص الوصفية الأولية بدون اعتبار للبعد أو القياس أو المساحة ،تلك الخصائص المستقلة عن الموضع والشكل والحجم والتي لا تتغير عندما ينحني الشكل أو يمتد بدون تمزق (وليم عبيد ، محمد المفتي ، محمد مسعد نوح ، ١٩٨٧ :٨٣) . أي أن " التوبولوجي هو الهندسة المتحررة من القياسات NonmeasurableGeometry " (Topology Atlas Web Site ,2000) .

لـــذا يمكن القول أن التوبولوجي الهندسي هو "علم دراسة الموقع أو هندسة الموقع لأنه يختص بدراسة موقع الشـــئ بالنسبة للأشياء الأخرى " (Topology Atlas Web Site ,2000) ؛ و يعد الرياضي الألماني ليستنج (١٨٤٧م) أول من استخدم التوبولوجي ليعني هندســـة الموقع (نظلة حسن خضر ، ١٩٨٤ : ٩٤-٩٥) .

يتضـــح ممـــا سبق أن التوبولوجي الهندسي هو العلم الذي يهتم بدراسة الخصائص الهندسية الوصفية الأولية للأشكال والتي لا تتغير عندما ينحني الشكل أو يمتد بدون تمزق أي تلك الخصائص التي تعتمد علي الموقع فقط بدون اعتبار للعد أو القياس أو المساحة أو الحجم (أي يعني فقط بالخصائص التوبولوجية للأشكال الجديدة بعد تحويلها) .

المفاهيم الأساسية للتوبولوجي الهندسي :

المفاهـــيم الرياضية هي وحدات وبنى أساسية تعمل كأدوات أو عناصر أو منظمات ورو اسم في كل مجالات الخـــبرة وانجـــالات المعرفية (الرياضية) ، وحيث أنها تحمل سمات وخصائص معيارية ، فإنها تمكن الأطفال من القيام بعمـــليات التصـــنيف ، والـــترتيب ، والاستدلال ، والفهم ،... ،وهي موجودة في المواقف والمخططات والتعبيرات الصريحة والضمنية (محمد مسعد نوح، ٢٠٠١ :٤١) .

ولذا فإن تعلم المفهوم من وجهة نظر جانييه (Gagne,R.G.,1992 : 57-61) هو قدرة الفرد على تمييز الخصـــائص أو الصفات المشتركة العامة بين مجموعة متنوعة من المثيرات لتصنيفها في فئة أو صنف واحد، بحيث يعطي الفـــرد استجابة واحدة لهذه المثيرات جميعاً ؛ وبتعلم المفهوم يصبح الفرد قادراً على إعطاء السمات المميزة للمفهوم ، وإعطاء تعريف لفظي له بجميع هذه السمات أو إعطاءه رمزاً يميزه عن غيره من المفاهيم .

ولهـــذه المفاهـــيم الرياضـــية تجسيدات فيزيقية ، وتمثيلات مجردة في المستويات العليا ويمكن رؤية ذلك في المستويات الثلاثة التالية (محمد مسعد نوح ، ٢٠٠١ :٤١-٤٢) :

أ)-المستوى الحدسي : في هذا المستوى ، العناصر المفاهيمية هي كيانات مجسدة وأدوات ، مثل العدد ، خط الأعداد ، التماثل ، المجسمات ،... وهذه الأدوات المفاهيمية تعمل في فضاء استكشافي غير محكم ، وهي قابلة للتوسع والتحول والانفتاح نحو بنى معممة في المراحل المتقدمة ، وذلك مثل فكرة العدد / والكمـــية وارتباطها بالنظم العددية والبنى الجـــبرية ، والاســـتدلال الجبري .لذلك فإن أفعالاً مثل الحـــس ، والوعـــي ، واكتشاف الأنماط ، وبناء العلاقات ، والتخمين ،... هي مناشط جداً مهمة في هذا المستوى .

ب)- المستوى الاستقرائي :في هذا المستوى ، المفاهيم الرياضية هي أدوات وأنماط رياضية ذات طابع ترتيبي ، وذات سمات مميزة تأخذ تأخذ جذورها من المستوى الحدسي وتنطلق إلى التعميم والصيغ المعممة . ويتأســـس ذلك على الاستدلال الاستقرائي فالعلاقة بين الجمل العددية ، والعدد النسبي ، والتناســـب الطردي / والعكـــسي ، والأنماط العددية والجبرية والهندسية،... وهي أدوات مفاهيمية لاكتشاف التعميمات والتمثيلات لهذه المفاهيم مجردة غالباً .

ج)- مستوى التجريد :في هذا المستوى ، المفاهيم الرياضية هي مبانـــي أو موضوعات مجردة ، تحمل صفات بنيوية /

شكلية / مجردة ، ولذلك فإن عمليات مثل التحليل والاستنباط والملائمة والاتساق والصدق ... هي محكات مهمة لبناء المحتوي الرياضي في المستويات المتقدمة . فالدالة / والعدد / والمعادلة / والقيمة ... هي أدوات في نظام الأعداد النسبية ، كما في المستوى الاستقراني ، ولكنها تعمل كموضوعات أوبني في الجبر الأساسي ، وذلك في نظم الدوال والمعادلات والمتباينات .

ويقصد بمفاهيم التوبولوجي الهندسي في هذه الدراسة المفاهيم البسيطة التي يكتشفها المتعلم من خلال التجسيدات الحسية لها مثل مفاهيم المنحنى المغلق (بسيط – غير بسيط) ،المنحنى المفتوح ، تلوين الخرائط والأسطح والمجسمات ،....؛ثم المفاهيم التي يربط بينها عن طريق الاستقراء في علاقات وجمل رياضية كبداية للتعميمات مثل مفاهيم التكافؤ التوبولوجي ، الاتصال ، المسارات ، الشبكات ، ...؛ثم المفاهيم الأكثر تجريداً مثل المفاهيم المتصلة بالكرات المفتوحة ، الجوار ، الفئة المفتوحة والمغلقة ، الاستمرار ، ... .

ويمكن إعطاء تعريف لفظي لبعض هذه المفاهيم فيما يلي :

– المنحنى المغلق البسيط : هو المنحنى الذي يقسم المستوى إلى منطقة داخلية ومنطقة خارجية وخط حدودي وليس له نهايات حرة (ترتبط بدايته بنهايته) ولا يعبر نفسه .

– المنحنى المغلق غير البسيط : هو المنحنى الذي يعبر نفسه ويقسم المستوى إلى عدة مناطق تكون لها خطوط حدودية ليست لها نهايات حرة .

– المنحنى المفتوح : هو المنحنى الذي يكون خطه الحدودي نهايات حرة (تنفصل بدايته عن نهايته) .

– داخل /وخارج / وعلىالمنحنى المغلق : إذا وجد منحنى مغلق ونقطة في المستوى فإن هذه النقطة تكون داخل المنحنى إذا وقعت في المنطقة الداخلية للمنحنى ، وتكون النقطة خارج المنحنى إذا وقعت في المنطقة الخارجية عن المنحنى ، وتكون على المنحنى إذا وقعت على الخط الحدودي له .

– التكافؤ التوبولوجي : هو امكانية تحويل شكل إلي شكل آخر دون قطع أو تمزق في الاتجاه والاتجاه المعاكس .
فإذا كان لديتا شريط (رباط) مطاط مقفل يمكن تحويله إلى شكل مثلث أو مربع أو دائرة أو أي شكل آخر ويحتفظ بنفس الخصائص التوبولوجية مالم يحدث تمزق للرباط المطاط ، يقال أن هذه الأشكال جميعها متكافئة توبولوجياً .

– المسار : هو سلسلة من الأقواس المتصلة التي يمكن السير عليها باتصال دون تكرار المرور على قوس منها (ويمكن تسمية هذا الشكل " ممكن العبور " أي ممكن عبوره) .

– الرأس الزوجية للمسار : هي الرأس التي يتقابل عندها عدد زوجي من الأقواس .

– الرأس الفردية للمسار : هي الرأس التي يتقابل عندها عدد فردي من الأقواس .

– الشبكة :هي مسار يتكون من عدد محدود من الرؤس مرتبط بعدد من المنحنيات ، يجب ألا تتقاطع هذه المنحنيات مع أنه من الممكن تقابل منحنيين أو أكثر في رأس واحدة . كذلك يرتبط المنحني بأكثر من رأسين ولاتوجد رأس معزولة عن الارتباط بالمنحنيات . وتسمى الرؤس نقاط أو أقطاب وتسمى الأقواس أجزاء من الخطوط أو فروع .

– الشبكة البسيطة أو المستوية : هي الشبكة التي لايوجد تقاطع بين أي من أقواسها .

–الشبكة غير المستوية : هي الشبكة التي يوجد تقاطع بين أقواسها .

العلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي :

من خلال تصنيف المفاهيم الرياضية السابق اتضح أن العلاقة بين الجمل الرياضية (المفاهيم) هي أدوات مفاهيمية لاكتشاف التعميمات ... والتمثيلات لهذه المفاهيم مجردة غالباً ، ويتم ذلك في المستوى الاستقرائي . ولذا يقصد بالعلاقات التوبولوجية الهندسية في هذه الدراسة الربط بين المفاهيم التوبولوجية واستخلاص خواص رياضية جديدة منها . مثل علاقة (داخل / خارج) المنحنى المغلق ، علاقات متصلة بالتكافؤ التوبولوجي ، علاقات متصلة بالمسارات ، مميز أويلر للأسطح البسيطة كثيرة الأوجه ، ...

ويمكن إعطاء تعريف لفظي لبعض هذه العلاقات فيما يلي :

– علاقة (داخل / خارج) المنحنى المغلق :إذا وجد منحنى مغلق (متاهة – منحنى مغلق ملتف حول نفسه بدون تقاطع أو عبور) ونقطة في المستوى فإنه يمكن تحديد ما إذا كانت النقطة تقع داخل المنحنى أو خارجه ، وذلك برسم دائرة حول الشكل وتحديد نقطة عليها ثم نصل بين النقطة التي على الدائرة والنقطة التي نبحث عنها ثم نعد عدد تقاطعات القطعة المستقيمة مع المنحنى فإذا كان العدد زوجياً كانت النقطة تقع خارج المنحنى وإذاكان العدد فردياً كانت النقطة داخل المنحنى .

– علاقات متصلة بالتكافؤ التوبولوجي :

أ) المنحنيات أو الأشكال المغلقة البسيطة متكافئة توبولوجياً .

ب) المنحنيات أوالأشكال المغلقة غير البسيطة تكون متكافئة توبولوجياً إذا كان لها نفس العدد من المنحنيات أو المناطق المغلقة .

ج) الأشكال التي لها نفس المسارات (الأشكال التي يمكن عبورها) متكافئة توبولوجياً .

– علاقات متصلة بالمسارات :

أ) الشكل الذي يمكن عبوره يتكون فقط من الرؤس الزوجية (أو جميع رؤسه زوجية عدا اثنتان فرديتان) .

ب) الشكل الذي لايمكن عبوره يتكون من عدد من الرؤس الفردية عددها أكثر من اثنتان .

– مميز أويلر للأسطح البسيطة كثيرة الأوجه : (عدد الرؤس+ عدد الأوجه – عدد الأحرف) . فإذا أخذنا المكعب على سبيل المثال نجد أن مميز أويلر له (٨+٦–١٢=٢) هذا الرقم ثابت للمكعب ولجميع الأشكال التوبولوجية المتكافئة معه ، وهو خاصية توبولوجية للمكعب

إجراءات الدراسة

أولاً : اختيار مجموعة الدراسة :

تم اختيار تلاميذ الصف الخامس الابتدائي بمدرسة البياضية الابتدائية -إدارة قنا التعليمية - لتطبيق تجربة الدراسة عليهم ، وبطريقة عشوائية تم اختيار ٧٢ تلميذ وتلميذة ليمثلوا أفراد مجموعة الدراسة (٣٥ تلميذاً وتلميذة فصل ٢/٥ ، ٣٧ تلميذاً وتلميذة فصل ٣/٥) ، ١٨ تلميذاً وتلميذة من فصل ١/٥ لإجراء التجربة الاستطلاعية عليهم .

وقد تم اختيار تلاميذ الصف الخامس لما أظهرته نتائج دراسة (فايز مراد مينا ، ١٩٨٣: ٢١٥ - ٢٢٢) من صعوبة فهم تلاميذ الصف الثالث الابتدائي للتكافؤ التوبولوجي ، كما أن الوحدة الحالية تتضمن موضوع المسارات و الشبكات وهو أصعب من التكافؤ التوبولوجي ومرتبط به إلي حد كبير.

ثانياً : استطلاع الرأي حول قائمة المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي في التعليم العام :

من خلال الاطلاع علي بعض الكتابات والدراسات والمشروعات التي اهتمت بتدريس التوبولوجي بصفة عامة والتوبولوجي الهندسي بصفة خاصة ، (Richard,W.Capeland,1984 :404-413) ، وليم عبيد،محمد المفتي، محمد مسعد نوح، ١٩٨٧) ، (Gary,L.Mussr&William,F.Burger:1991) ، (Clements,D.H&Battista,m.T.:1992)، (Battista,M.T.and others,1998) ، (Swofford,J.O,and others.,1997) ، (Milewski,E.G.,1994) ، (Fox,Thomas,B.,2000) أمكن التوصل إلي قائمة بالمفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي والتي يقترح تدريسها لطلاب التعليم العام (المرحلة الابتدائية - المرحلة الاعدادية - المرحلة الثانوية) مصنفة حسب المراحل التعليمية ومرتبة حسب تدريسها في كل مرحلة .

وبعد إعداد قائمة المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي في التعليم العام تم طرحها في استطلاع رأي *حيث وضع أمام كل مفهوم أو علاقة مقياس من ثلاثة بدائل (مناسب -غير متأكد- غير مناسب) وطلب من مجموعة من أساتذة الرياضيات ببعض كليات العلوم وأساتذة المناهج وطرق تدريس الرياضيات ببعض كليات التربية إبداء الرأي حولها من حيث سلامة الصياغة ومناسبة الترتيب في كل مرحلة من مراحل التعليم وإضافة بعض المفاهيم والعلاقات التوبولوجية الأخرى التي يرون أنها مناسبة ولم تتضمنها القائمة .

---

* ملحق (١)استطلاع الرأي حول قائمة المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي في التعليم العام .

بعد ذلك تم تجميع آراء السادة المحكمين حول القائمة للتوصل إلى المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي النهائية التي يجب تدريسها لطلاب التعليم العام (المرحلة الابتدائية – المرحلة الاعدادية – المرحلة الثانوية) كما يتضح من نتائج الدراسة (الإجابة عن السؤال الأول) .

ثالثاً :بناء الأنشطة الخاصة بوحدة المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي لتلاميذ الصف الخامس الابتدائي :

في ضوء قائمة المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي التي يجب تدريسها لطلاب التعليم العام تم تحديد ما يجب تدريسه منها لتلاميذ المرحلة الابتدائية ،وقد تم بناء وحدة تتضمن هذه المفاهيم والعلاقات لتلاميذ الصف الخامس الابتدائي حسب الخطوات التالية :

١)– أهداف تدريس الوحـــدة :

في نهاية دراسة هذه الوحـــدة يجب أن يكون تلميذ الصف الخامس الابتدائي قادراً على :

- تحديد المنحنيات المفتوحة والمغلقة (البسيطة وغير البسيطة) .
- تحديد داخل وخارج المنحنى المغلق بطريقة رياضية .
- تعريف التكافؤ التوبولوجي .و تحديد الحروف الإنجليزية والمنحنيات والأسطح المتكافئة توبولوجياً.
- تـــلوين الأسطح والخرائط والمجسمات بأقل عدد تحتاجه من الألوان (بشرط عدم تلوين منطقتين مشتركتين في الحدود بنفس اللون) .
- تعريف المسار .وتحديد نوع الرأس للمسار وإمكانية السير عليه .
- تعريف الشـــبكة .وتحديد رتبة رؤسها، وتحديد نوع الشبكة (بسيطة – غيربسيطة) .

٢)– محتـــوى الوحـــدة :

تضـــمنت الوحـــدة خمسة دروس روعيعند صياغة أنشطة كل درس أن تساعد التلاميذ على الاكتشاف من خلال العمل، وأن تكون مشوقة وتثير تفكيرالتلاميذ وتناسب المستوى العقلي لهم ، وأن تكون متدرجة الصعوبة في الدرس الواحد ومن درس إلى درس، مع مراعاة الفروق الفردية بين التلاميذ وخلفياتهم السابقة في التوبولوجي . ومحتوي هذه الدروس كالتالي :

– الدرس الأول : المنحـــنيات ، ويتضمن : المنحنى المفتوح – المنحنى المغلق (بسيط، غير بسيط) – تحديد داخل وخارج المنحنى المغلق بطريقة رياضية .

- الـــدرس الثاني : الـــتكافؤ التوبولوجـــي ، ويتضمن مفهوم التكافؤ التوبولوجي – تحديد الحروف الإنجليزية والمنحنيات والأسطح المتكافئة توبولوجياً .

- الدرس الثالث التلوين للخرائط والأسطح والمجسمات ويتضمن :تلوين خرائط وأسطح مقسمةإلى مناطق - تلوين أوجه المجسمات (المكعب - متوازي المستطيلات - الاسطوانة - هرم قاعدته مثلثة - منشور ثلاثي القاعدة)

- الدرس الرابع : المسارات والشبكات (١) ويتضمن : مفهوم المسار - تحديد نوع الرؤس بالمسار (رأس زوجية . رأس فردية) - تحديد المسارات التي يمكن عبورها والتي لا يمكن عبورها .

- الدرس الخامس : المسارات والشبكات (٢) ويتضمن : مفهوم الشبكة - تحديد رتبة رؤس الشبكة - أنواع الشبكات (بسيطة ، غير بسيطة) .

٣)- طريقة تدريس الوحدة :

نظراً لطبيعة الأنشطة العملية بالوحدة فقد تم اختيار المدخل المعملي المبني على الاكتشاف لتدريس وتطبيق الأنشطة الخاصة بدروس الوحدة من خلال أعمال التلاميذ المحسوسة وشبه المحسوسة .

٤)- الوسائل التعليمية المستخدمة لتنفيذ أنشطة الوحدة

تم الاستعانة ببعض الوسائل التعليمية في تنفيذ أنشطة الوحدة حسب المطلوب لكل نشاط من هذه الوسائل :الرباطات المطاطية الملونة - خيوط وحبال ملونة لعمل منحنيات مفتوحة وأخرى مغلقة على شكل متاهة ومسارات وشبكات - اللوحة الهندسية - بطاقات ورقية - لوحات خرائط وأشكال هندسية مستوية مقسمة إلى مناطق - مجسمات هندسية من الورق المقوى (مكعبات - متوازيات مستطيلات - اسطوانات - أهرامات - منشورات ، ....) .

٥)- تقييم التعلم للمفاهيم والعلاقات الرياضية المتضمنة بالوحدة :

ينقسم كل درس من دروس الوحدة إلى عدة أنشطة يوجد بعد كل نشاط تدريب تطبيقي يقوم به التلميذ قبل الانتقال إلى النشاط التالي وذلك في جميع الدروس ، كذلك صمم اختبار تحصيلي لتقييم التعلم للمفاهيم والعلاقات الرياضية المتضمنة بالوحدة ككل .

و بعد صياغة أنشطة دروس الوحدة ، وللتأكد من مناسبتها للتطبيق تم القيام بما يلي :

أ)- عرض الوحدة على مجموعة من المحكمين :

تم عرض الوحدة على بعض أساتذة الرياضيات بكليات العلوم وبعض أساتذة المناهج وطرق تدريس الرياضيات بكليات التربية لمعرفة مدي صحة صياغة المحتوى الرياضي لأنشطة دروس الوحدة والتسلسل المنطقي لترتيب تقديمها ومدي مناسبتها لتلاميذ الصف الخامس الابتدائي . وفي ضوء آراء السادة المحكمين أمكن تعديل صياغة بعض الأنشطة وتعديل ترتيب البعض منها أيضاً وقد أقر السادة المحكمون صحة المحتوي الرياضي للوحدة والترتيب المنطقي لتقديم موضوعاتها

ب)- التجربة الاستطلاعية للوحدة :

للتأكد من مناسبة أنشطة الوحدة لمستوي تلاميذ الصف الخامس الابتدائي ، ومعرفة الزمن المناسب الذي يحتاجه تدريس الوحدة ، كذلك الصعوبات التي تواجه التلاميذ عند دراستهم لأنشطة الوحدة ومحاولة تلافيها . تم تدريس

الوحـــدة لتلاميذ المجموعة الاستطلاعية (١٨ تلميذاً وتلميذة من فصل ١/٥ بمدرسة الباضية الابتدائية بقنا) . وقد لوحـــظ من هذه التجربة سهولة الأنشطة الخاصة بتلوين الحرائط و مناطق الأشكال الهندسية المستوية ، تليها الأنشطة الخاصـــة بـــتحديد النقاط داخل / خارج المنحنى المغلق بطريقة رياضية ، وصعوبة بعض الأنشطة الخاصة بالمسارات والشـــبكات .وفي ضوء ذلك تم تعديل صياغة هذه الأنشطة .كما أتضح من التجربة الاستطلاعية أن تدريس الوحدة يحتاج إلى زمن ١٠ حصص (الدرس الأول حصة – الدرس الثاني حصتان – الدرس الثالث حصتان – الدرس الرابع ثلاث حصص – الدرس الخامس حصتان) .

وبعد عرض الوحدة على المحكمين والتجربة الاستطلاعية لها أصبحت معدة في صورتها النهائية للتطبيق*.

رابعاً : بناء الاخـــتبار التحصيلي :

تم بـــناء اختبار تحصيلي لقياس مدي اكتساب تلاميذ الصف الخامس الابتدائي (مجموعة الدراسة) للمفاهيم والعلاقات الرياضية المتضمنة بوحدة "المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي ".

وقد تمت صياغة مفردات الاختبار في ضوء محتوي الوحدة ، حيث تضمن الاختبارستة أسئلة (السؤال الأول: تعـــريف المنحنى المغلق وتحديدموقع نقطة داخل/خارج المنحنى المغلق بطريقة رياضية – السؤال الثاني: تعريف التكافؤ الـــتوبولوجي وتحديـــد الأشـــكال المتكافئة توبولوجياً – السوال الثالث: تحديد أقل عددمن الألوان لتلوين الأسطح والمجسمات – السؤال الرابع: تحديد المسار ممكن العبور وتعديل المسارحتى يمكن عبوره – السؤال الخامس : تعريف المسار وتعريف الشبكة غير المستوية ورسم مسارات غير متقاطعة– السؤال السادس: تحديد رتبة رؤس الشبكة ونوع الشبكة مستوية /غير مستوية) وقد حدد لكل سؤال عشر درجات .

وللحكم علي صلاحية الاختبار لتحقيق الهدف منه تم عرضه بمصاحبة الوحدة على بعض أساتذة الرياضيات بكـــليات العلوم وبعض أساتذة المناهج وطرق التدريس بكليات التربية ،حيث وافق المحكمون على مفردات الاختبار وقد اعتبرت هذه الموافقة دلالة على صدقه .

ولحســـاب معـــامل ثبات الاختبار تم تطبيقه علي تلاميذ المجموعة الاستطلاعية (١٨ تلميذاً وتلميذة) بعد تجريب تدريس الوحدة لهم (التجربة الاستطلاعية للوحدة) ،ثم استخدمت طريقة التجزئة النصفية للاختبار لجتمان Guttman (فؤاد البهى السيد ، ١٩٧٩ : ٣٨٧–٣٨٩) ، وبإيجاد معامل الارتباط بين نصفي الاختبار اتضح أن معـــامل ثبات الاختـــبار = ٠,٨١ وهو معامل ثبات مناسب، وبذلك يكون الاختـــبار التحصيلي معداً في صورته النهائية للتطبيق**.

---

* ملحق (٢) وحدة المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي لتلاميذ الصف الخامس الابتدائي .

** ملحق (٣) الاختـــبار التحصيلي .

تجربـــة الدراســـة ونتائجها

بعـــد الانتهاء من تحديد قائمة المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي التي يجب أن يدرسها طلاب التعلـــيم العام (المرحلة الابتدائية – المرحلة الاعدادية – المرحلة الثانوية) ،وبناء أنشطة وحدة " المفاهيم والعلاقات الأســـاسية للتوبولوجي الهندسي" للصف الخامس الابتدائي ، وبناء الاختـــبار التحصيلي أجريت تجربة الدراسة لمعرفة مدي اكتساب تلاميذ الصف الخامس الابتدائي للمفاهيم والعلاقات الرياضية المتضمنة بالوحدة بعد دراستهم لها .وقد تمت تجربة الدراسة خلال الفترة من ٢٠٠٠/٣/١٨م إلي ٢٠٠٠/٤/٢٠م حسب الخطوات التالية :

– تطـــبيق الاختبار التحصيلي علي أفراد مجموعة الدراسة (قبلي) لمعرفة مدي إلمامهم ببعض المفاهيم والعلاقات الأساســـية للـــتوبولوجي الهندسي قبل دراستهم للوحدة (حيث أنهم درسوا بعض المفاهيم والعلاقات التوبولوجية البسيطة في الصف الأول والثاني الابتدائي كما تمت الإشارة إلي ذلك في مشكلة الدراسة) .

– تدريس وحـــدة "المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي" لتلاميذ الصف الخامس الابتدائي من خلال استخدام الأنشطة المحسوسة وشبه المحسوسة في ١٠حصص (حصة للدرس الأول وحصتان لكل درس من الدروس الـــثاني والثالث والخامس وثلاث حصص للدرس الرابع) بواقع درس واحد فقط أسبوعياً وقد قام بالتدريس أحد الباحـــثين مـــع مشاركة أحد معلمي الرياضيات بالمدرسة التي تم فيها التطبيق بعد تدريبه علي كيفية تنفيذ الأنشطة وذلك لكثافة عدد التلاميذ في كل فصل من فصول مجموعة الدراسة .

– تطـــبيق الاختبار التحصيلي علي أفراد مجموعة الدراسة (بعدي) لقياس مدي اكتساب تلاميذ الصف الخامس الابتدائي للمفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي المتضمنة بالوحدة بعد دراستهم لهـــا .

وقد التزم الباحثان في عرضهما لنتائج الدراسة بعد معالجتها إحصائياً بالإجابة عن أسئلة الدراسة كالتالي:

السؤال الأول :

ما المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي التي يمكن تدريسها لطلاب التعليم العام (المرحلة الابتدائية – المرحلة الاعدادية – المرحلة الثانوية) ؟

للإجابة عن هذا السؤال تم تجميع آراءالسادةالمحكمين (٣٠ محكماً)حول قائمة المفاهيم والعلاقات الأساسية للـــتوبولوجي الهندسي التي يجب تدريسها لطلاب التعليم العام من حيث مناسبتها أو عدم مناسبتها في كل مرحلة من مـــراحل التعليم العام وسلامة صياغتها وترتيبها وإضافة بعض المفاهيم والعلاقات التوبولوجية الأخرى التي يرون أنها مناســـبة ولم تتضمنها القائمة ،وذلك بحساب النسبة المئوية للموافقة التي حصل عليها كل مفهوم أو علاقة توبولوجية كما يتضح من الجدول التـــالي :

جـــدول (١)

النسبة المئوية لآراء المحكمين حول قائمة المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي التي يجب تدريسها لطلاب التعليم العام (المرحلة الابتدائية – المرحلة الاعدادية – المرحلة الثانوية) .

المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي	مناسب %	غير متأكد %	غير مناسب %
أولاً : المرحلة الابتدائية :			
١ – المنحني المفتوح والمنحني المغلق (البسيط وغير البسيط) .	١٠٠	–	–
٢ – الحركة على المنحنيات المفتوحة والمغلقة البسيطة .	٩٣,٣	–	٦,٧
٣ – الداخل والخارج والحدود للمنحنيات المغلقة البسيطة .	١٠٠	–	–
٤ – المنحنيات المغلقة والنطاقات وتقاطع النطاقات .	٧٣,٣	٦,٧	٢٠
٥ – تحوير الأشكال المستمرة .	٤٠	١٣,٣	٤٦,٧
٦ –التكافؤ التوبولوجي لبعض الحروف الإنجليزية والمنحنيات المغلقة البسيطة والأسطح.	٧٣,٣	٦,٧	٢٠
٧ – الاتصالية البسيطة والمضاعفة .	٤٦,٧	٢٠	٣٣,٣
٨ –تلوين الخرائط والأسطح والمجسمات بلونين، بثلاثة ألوان،بأربعة ألوان .	٨٦,٧	–	١٣,٣
٩ – المسارات والشبكات البسيطة لمنحنيات موجهة (مسارات بسيطة مستوية وغير مستوية)	٨٠	٦,٧	١٣,٣
ثانياً : المرحلة الإعدادية :			
١ – تحويلات توبولوجية للمستمرة : التي تتم بالشد أو اللي بدون قطع أو تمزق في الشكل الهندسي .	٨٦,٧	–	١٣,٣
٢ – الامتغيرات التوبولوجية : موضع وترتيب النقط على الخطوط والمنحنيات .	٨٦,٧	–	١٣,٣
٣ – الشبكات وخصائصها والتطبيقات المتعلقة بها (القناطر والمسارات –العقد والشبكات) .	٧٣,٤	١٣,٣	١٣,٣
٤ –الإنشاءات البسيطة في الشبكات .	٤٦,٦	٢٦,٧	٢٦,٧
٥ – استعمال الشبكات المربعة في تمارين التوافيق والتمارين الطوبوغرافية .	٣٣,٣	٢٠	٤٦,٧
٦ – الأسطح وأنواعها وعلاقات الارتباط بينها .	٧٣,٣	٦,٧	٢٠
٧ –العلاقات التوبولوجية لأويلر: مميز أويلر للأسطح البسيطة كثيرة الأوجه ودراسة هذه العلاقات على الشبكات .	٦٦,٦	١٣,٣	٢٠
ثالثاً : المرحلة الثانوية :			
١ –المفاهيم التوبولوجية البسيطة المتصلة بالتحليل الرياضي مثل :الجوار–الفئة المفتوحة والمغلقة – الاستمرار	٨٠	٦,٧	١٣,٣
٢ –التوبولوجي المبسط عن طريق الكرات المفتوحة والجوارات .	٨٦,٦	٦,٧	٦,٧
٣ –التركيبات التوبولوجية الخاصة بالفراغ القياسي(المتري) البسيط والفراغ الخطي وبعض النظريات حولها .	٧٣,٣	٦,٧	٢٠

يتضح من جـدول (١) أن عدد ١٥ من المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي التي تضمنتها القائمـة قـد حصلت علي نسبة موافقة ٥٠ % فأكثر من آراء المحكمين وعدد ٤ من هذه المفاهيم والعلاقات قد حصـلت علي نسبة موافقة أقل من ٥٠ % ولذا تم حذفها ، كما وافق المحكمون علي الترتيب المنطقي لتدريس هذه المفاهيم والعلاقات كما وردت في القائمة وأن كان البعض منهم قد رأي أن تحذف علاقة تحوير الأشكال المستمرة من المرحلة الابتدائية لأنها متضمنة في التحويلات التوبولوجية المستمرة التي تتم بالشد واللي دون قطع أو تمزق في الشكل الهندسـي والمحـددة للمرحـلة الإعدادية .وبناءً على هذه النتيجة يكون قد تم تحديد المفاهيم والعلاقات الأساسية للـتوبولوجي الهندسـي التي يجب تدريسها لطلاب التعليم العـام (المرحلة الابتدائية – المرحلة الاعدادية– المرحلة الثانوية) ،ومنها تم تحديد المفاهيم والعلاقات التي تضمنتها وحدة "المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي" للصف الخامس الابتدائي .

السؤال الثاني :

مـا مـدي اكتساب تلاميذ الصف الخامس الابتدائي للمفاهيم والعلاقات الرياضية المتضمنة بوحدة " المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي " بعد دراستهم لها ؟ .

للإجابة عن هذا السؤال تم حساب المتوسط الحسابي لدرجات أفراد مجموعة الدراسة في الاختبار التحصيلي (قبلي ،بعدي) وكذلك مجموع مربعات انحرافات فروق الدرجات (البعدية – القبلية) عن متوسط هذه الفروق ، وحسـاب قـيمة " ت "لدلالـة فـروق المتوسـطات المرتـبطة الـتي قـد توجد بين متوسطي الدرجات، كما يتضح من الجدول التـالي :

جـدول (٢)

متوسطا درجات أفراد مجموعة الدراسة في الاختبار التحصيلي (قبلي، بعدي) ومربعات انحرافات فروق الدرجات (البعدية – القبلية) عن متوسط هذه الفروق والدلالة الإحصائية لهذه الفروق .

البيـان / التطبيـق	عـدد الطـلاب	المتوسط الحسـابي م	مجـ ح٢ف	قيمـة " ت "	مستـوي الدلالة
القبـلي	٧٢	١٨,٥٧	٢٩٣٣,٨٤	٤٠,٨٧	دال عند مستـوي ٠,٠١
البـعدي	٧٢	٤٩,٦٣			

النهاية العظمي للاختبار = ٦٠ درجـة .

يتضح من جـدول (٢) أن هناك فرقاً ذا دلالة إحصائية عند مستوي ٠,٠١ بين متوسطي درجات أفراد مجموعة الدراسة في التطبيقين البعدي والقبلي للاختبار التحصيلي لصالح التطبيق البعدي ، مما يدل علي أن تلاميذ الصف الخامس الابتدائي (أفراد مجموعة الدراسة) قد اكتسبوا بمستوى مناسب المفاهيم والعلاقات الرياضية المتضمنة بوحدة " المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي " بعد دراستهم لها .

ولمعـرفة مـدي اكتسـاب أفراد مجموعة الدراسة للمفاهيم والعلاقات الرياضية المتضمنة بوحدة " المفاهيم والعلاقـات الأساسية للتوبولوجي الهندسي " بعد دراستهم لها تم حساب نسبة الكسب المعدل لبلاك (يحيى هندام ، ١٩٨٤ :١٦٣) كما يتضح من الجدول التـالي :

جـدول (٣)

متوسطا أفراد مجموعة الدراسة في الاختبار التحصيلي (قبلي ،بعدي)ونسبة الكسب المعدل لبلاك .

البيـان / التطبيـق	النهاية العظمي للدرجـة	المتوسـط الحسـابي م	نسبة الكسـب المعدل
القبـلي	٦٠	١٨,٥٧	١,٢٧
البعـدي	٦٠	٤٩,٦٣	

يتضـح من جـدول (٣) أن نسـبة الكسب المعدل لأفراد مجموعة الدراسة قد تعدت القيمة التي عندها يمكـن اعتـبار مستوي الاكتسـاب معقولاً لذلك يمكن القول أن تلاميذ الصف الخامس الابتدائي (أفراد مجموعة الدراسـة)أمكنهم اكتساب المفاهيم والعلاقات الرياضية الأساسية للتوبولوجي الهندسي المتضمنة في الوحدة بمستوي مناسب ، مما يؤكد صلاحية أنشطة الوحدة ومناسبتها لهم .

مناقشة النتائج وتفسيرها :

بناءً على النتائج التي أمكن التوصل إليها من استطلاع رأي السادة المحكمين حول قائمة المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي وتدريس وحدة " المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي " لتلاميذ الصف الخامس الابتدائي والتطبيق القبلي والبعدي للاختبار التحصيلي، يمكن تحليل هذه النتائج وتفسيرها علي النحو التالي:

– اتضح من جدول (١) أن معظم المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي التي تضمنتها القائمة والتي تم اسـتطلاع الرأي حولها قد حصلت علي نسبة موافقة ٥٠ % فأكثر (٦٦,٧ %– ١٠٠ %) وعددها ١٥ ، وبـاقي المفاهـيم والعلاقات وعددها ٤ قد حصلت علي نسبة موافقة أقل من ٥٠ % (٣٣,٣ %– ٤٦,٧%) لذا تم

حذفهـا ،وعلي ذلك تم تحديد المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي التي يجب تدريسها لطلاب التعليم العام (المرحلة الابتدائية – المرحلة الإعدادية – المرحلة الثانوية) .

– اتضح من جدول (٢) أن متوسط التحصيل القبلي لأفراد مجموعة الدراسة قد بلغ ١٨,٥٧ من الدرجة العظمي للاختبار وهي ٦٠ درجة ويعزي ذلك إلي دراستهم السابقة لبعض المفاهيم والعلاقات التوبولوجية في الصفين الأول والثاني الابتدائي وسهولة تلوين الأسطح الهندسية ، كما اتضح من الجدول أيضاً أن هناك فرقاً ذا دلالة إحصائية عند مستوي ٠,٠١ بين متوسطي تحصيل أفراد مجموعة الدراسة في التطبيق البعدي والقبلي للاختبار التحصيلي في صالح التطبيق البعدي ، مما يدل على أن تلاميذ الصف الخامس الابتدائي قد اكتسبوا المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي بفاعلية مرتفعة بعد دراستهم لوحدة " المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي" ويتضح ذلك من جدول (٣) ، مما يؤكد إمكانية تدريس التوبولوجي الهندسي في المرحلة الابتدائية ، وإمكانية تعميم تجريب تدريس الوحدة .

القيمة التربوية للدراسة :

التوبولوجي أحد فروع الرياضيات النشطة والمندمجة مع كثير من فروع الرياضيات في عصرنا الحالي وربما يظهر ذلك واضحاً في المقررات الجامعية وقد يكون هذا الاندماج بصورة قليلة في المرحلة الابتدائية وربما انعدم في المرحلة الإعدادية والثانوية ، ولذا قام الباحثان بهذه الدراسة التي تظهر قيمتها التربوية في الأوجه التالية :

– التوصل إلي قائمة بالمفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي التي يجب تدريسها لطلاب التعليم العام (المرحلة الابتدائية – المرحلة الإعدادية – المرحلة الثانوية) يمكن للباحثين والقائمين علي بناء مناهج الرياضيات تطويرها والاستفادة منها .

–إعداد وحدة " المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي "للصف الخامس الابتدائي يمكن للباحثين والمهتمين بتدريس التوبولوجي الهندسي الاستفادة من أنشطتها أو محاولة إعادة تجريبها علي مجموعات أخري من التلاميذ وفي مناطق تعليمية أخري .

توصيات ومقترحات الدراسة :

بناء علي ما توصلت إليه الدراسة من نتائج يوصي الباحثان بما يلي :

– العمل على تطوير مناهج الرياضيات بالتعليم العام من خلال زيادة الاهتمام بموضوعات أكثر تطوراً من حيث فائدتها التطبيقية الحياتية وإعمالها للأنشطة الذهنية الإبداعية مثل هندسة الفتافيت والتوبولوجي ، مع التأكيدعلى الحس بالشكل والاستقراء واستراتيجيات البرهان الرياضي .

- محاولة إضافة وحدات دراسية مبسطة إلى مقرر الهندسة بمناهج الرياضيات في لتعليم العام تتضمن المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي بما يناسب كل مرحلة

- العمل على أن تتحول رؤية الطلاب للهندسة من كونها نظاماً إقليدياً شكلياً مجرداً إلى كونها نشاط إنساني يتفاعل فيه الفكر مع دلالات الشكل والنمط والنموذج بقصد الفهم المعرفي والتذوق الجمالي وزيادة القدرة على التفكير الإبداعي من خلال دراسة هندسة التوبولوجي .

واستكمالاً لهذه الدراسة يقترح الباحثان القيام بالدراسات التالية :

- دراسة تجريبية لتدريس المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي لطلاب المرحلتين الإعدادية ، الثانوية .
- دراسة تجريبية لدمج المفاهيم والعلاقات الأساسية للتوبولوجي الهندسي داخل البنية الرياضية لمقررات الرياضيات بالتعليم العام .
- دراسة تقويمية لبرامج إعداد معلمي الرياضيات بكليات التربية في ضوء الكفايات المعرفية اللازمة لتدريس التوبولوجي الهندسي في التعليم العام .
- مدي فعالية أسلوب التدريس المصغر ومعمل الرياضيات في تنمية مهارات تدريس التوبولوجي الهندسي لدي الطلاب / المعلمين بكليات التربية واتجاهاتهم نحو تدريس الهندسة .

مراجع الدراسة :

١) إبراهيم حسن عساف، محمد متولي قنديل، عبد المنعم محمد قوزع ، "عمر اكتساب أطفال ماقبل المدرسة للمفاهيم الأساسية في التوبولوجي " ، مؤتمر الرياضيات المدرسية : معايير ومستويات ،الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات بالاشتراك مع كلية التربية جامعة ٦ أكتوبر ،القاهرة ، ٢١-٢٢ فبراير ٢٠٠١ .

٢) الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات ، مؤتمر الرياضيات المدرسية : معايير ومستويات ،الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات بالاشتراك مع كلية التربية جامعة ٦ أكتوبر ،القاهرة ، ٢١-٢٢ فبراير ٢٠٠١ .

٣) حفني إسماعيل محمد ،"دراسة تجريبية لتدريس بعض مفاهيم الرياضيات لأطفال ما قبل مرحلة التعليم الأساسي" ،رسالة ماجستير غير منشورة ، كلية التربية بقنا ، جامعة أسيوط ، ١٩٨٧ .

٤) _____ ، أحمد عبد الكريم ، عبد المنعم محمد قوزع ، " تدريس المفاهيم التوبولوجية الأساسيةباستخدام أعمال الفن التشكيلي "، الندوة التوبولوجية الثانية عشر ،كلية العلوم بالمنصورة ، ١٩٩٧ .

٥) روبرت موريس ، دراسات في تعليم الرياضيات - تدريس الهندسة ، المجلد الخامس ، ترجمة :أحمد البديني ، مصطفي مرجان ، اليونسكو ، منظمة الأمم المتحدة للتربية والعلم والثقافة ، القاهرة ، مؤسسة الأهرام للمطابع التجارية ، ١٩٨٦ .

٦) فايز مراد مينا ، مجمـــوعة بحوث ومقالات في التربيـــة ، القاهـــرة ، دار الثقافة ، ١٩٨٣ .

٧) ـــــــــــ ، " أســـس الـــتطوير نظرة فلـسفية " ، مؤتمر الرياضيات المدرسية : معايير ومستويات ، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات بالاشتراك مع كلية التربية جامعة ٦ أكتوبر ، القاهرة ، ٢١-٢٢ فبراير ٢٠٠١ .

٨) فؤاد البهي السيد ، علم النفس الإحصائي وقياس العقل البشري ،ط٣ ، القاهرة ، دار الفكر العربي ، ١٩٧٩ .

٩) محمد أحمد المشد ، "وحدة بنائية للتوبولوجي في المرحلة الثانوية " ، رسالة ماجستير غير منشورة ، كلية التربية ، جامعة عين شمس ، ١٩٨٤ .

١٠) محمد مسعد نوح ، " منهج الرياضيات ذو النوافذ المفتوحة " ، مجلة تربويات الرياضيات ،المجلد الثاني ،الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات ، كلية التربية بينها ، جامعة الزقازيق ، أكتوبر ١٩٩٩ .

١١) ـــــــــــ ، " مســـتويات الرياضـــيات المدرسية الرؤى والمعايير "، مؤتمر الرياضيات المدرسية : معايير ومستويات ، الجمعية المصرية لتربويات الرياضيات بالاشـــتراك مع كليـــة التربية جامـــعة ٦ أكتوبر ، القاهـــرة ، ٢١ _ ٢٢ فبراير ٢٠٠١ .

١٢) نظلة حســـن خضر ، أصـــول تدريـــس الرياضـــيات ، ط٣ ، القاهـــرة ، عالم الكتب ، ١٩٨٤ .

١٣) ولـــيم عـــبيد ، محمد المفتي ، محمد مسعد نوح ، طرق تدريس الرياضيات ، ،برنامج تأهيل معلمي المرحلة الابتدائية للمستوى الجامعي ، القاهرة ، مطابع مجموعة شركات الهلال ، ١٩٨٧ / ١٩٨٨ .

١٤) يحيى حامد هندام ، مسارات تفكير الكبار في الرياضيات (طريقة هندام)،القاهرة دار النهضة العربية ،١٩٨٤ .

15) **Armstrong,M.A.,** Basic Topology ,New York, Mc Grow-Hill Book Company(UK) Limited,1979.

16) **Battista, M .T, Clements, D.H, Arnoff, J., Battsta, K. & Van Auken, B.C.,** "Students Spatial Structuring of 2D Arrays of Squares". Journal for Research in Mathematics Education , N.29, 1998.

17) **Clements, D.H.&Battista, M.T.,** "Geometry and Spatial Veasoning". In D.A Grouws (ED), Hand book of Resarch on MathematicsTeaching and Learning , New York, Macmillan Publishing Co,Inc,1992.

18)**Fomenko,A.T., Fuchr,D.B.&Gutenmacher,V.L.,** Homotopic Topology, Akademiai kiado ,Budapest ,1986.

19) **Fox,Thomas,B.**,"Research inton Practice,Implications of Research on Childrens Understanding of Geometry" , Theaching Children Mathematics ,Vol.7,May ,2000 .

20) **Gagne,R.M., et al** , Principles of Instructional Design , 4th ed ,Holt , Rinehart and Winston , Inc ,1992 .

21) **Gary,L.Musser&William, F. Burger,** Mathematics for Elementar Teachers , 2 th ed , New York, Macmillan Publishing Co, Inc,1991.

22) **Jean Dieudonne,** A History of Algebraic and Differental Topology (1900-1960) , Boston, Birkhauser, 1989.

23) **Milewski,E.G.,** The Topology Problem Solving Research and Education Assoc, New Jersy , 1994 .

24)**Richard,W.Capeland**,HowChildren Learn Mathematics, Teaching Implications of Piaget s Research , 4 th ed, New York, Macmillan Publishing Co, Inc, 1984.

25) **Robertson ,E.F. & O connon,J.J.I.,** Topology enters Mathematics , WWW history.mes.st.andresws.ac.uk.,2001 .

26) **Smith ,Karl,J.,** The Nature of Mathematics , 8 th ed ,Brooks,Col publishing compeny, 1998 .

27)**Swofford,J.O.,Jones,G.A.&Thornton,C.A.**,"InCreased Knowledge in Geometry and Instructional Practice, Journal for Research in Mathematics Education , N.28, 1997.

28) **Topology Atlas Web Sit** , http : // at Yorku . ca / topology /, 2000 .

29) **Victor, J.Katz,** A History of Mathematics: An Introduction , NewYork, Harper Collins Publishers, 1993.