تدريس مفهوم المتوسط الحسابي للصف السادس باستخدام المنحى "البصري".

(بحث إجرائي)

د/ حنان أيوب عنابي
جامعة الإمارات العربية المتحدة

تدريس مفهوم المتوسط الحسابي للصف السادس باستخدام المنحى " البصري"
(بحث إجرائي)

د. حنان أيوب عنابي
جامعة الإمارات العربية المتحدة

ملخص الدراسة

قام هذا البحث الإجرائي على أساس نظري يؤكد ضرورة تدريس مفهوم المتوسط الحسابي على أساس الفهم المفاهيمي قبل تدريسه كمعرفة إجرائية. قدمت الدراسة نموذج بديل(المنحى البصري) للنموذج التقليدي لدرس المتوسط الحسابي واختبر مدى فعاليته في تطوير فهم طلبة الصف السادس لهذا المفهوم. نفذت الطريقة من خلال نشاطات تشكل "حل مسألة" متعلقة باستخدام مشاهدات بشكل حسي أو صوري. طبق هذا النموذج على شعبة للصف السادس بالإضافة لتطبيق النموذج التقليدي على شعبة أخرى للصف السادس ومن قبل نفس المعلمة. وطبق اختبار لقياس فهم الطلبة لمفهوم المتوسط الحسابي كاختبار قبلي وبعدي للمجموعتين التجريبية والضابطة. وقد جاءت النتائج لتدعم النموذج البديل حيث تفوق طلبة المجموعة التجريبية على المجموعة الضابطة في الاختبار البعدي. كشفت الدراسة عن بعض الأخطاء المفاهيمية لدى الطلبة قبل وبعد التدريس.

مقدمة

بدأت دولة الإمارات العربية المتحدة في عام 2001 حركة تربوية لتطوير تدريس الرياضيات. وقد برز موضوع الإحصاء كأحد المحتويات الأساسية والهامة في منهاج الرياضيات الجديد؛ ذلك لكون معيار *تحليل البيانات والاحتمالات* أحد المعايير الرئيسة في هذا المنهاج. ويلاحظ في كتب الرياضيات الجديدة والتي بدأت تطبق منذ عام 2003 وبشكل متلاحق سنة بعد سنة على الصفوف المختلفة الاختلاف في الاهتمام بموضوع الإحصاء مقارنة بمنهاج الرياضيات القديم. ففي المنهاج القديم مثلاً، كان الطلبة يبدءون

بدراسة الإحصاء في الصف السادس والاحتمالات في المرحلة الثانوية. أما في المنهاج الجديد فإن الطالب يبدأ بدراسة كل من تحليل البيانات والاحتمالات من الصف الأول.

ويأتي التركيز على موضوع الإحصاء نظراً لارتباط هذا الموضوع بحياة الطالب اليومية وارتباطه ببقية محتويات الرياضيات الأخرى، وكذلك ارتباطه بالمواضيع الدراسية المختلفة. كذلك، فان التفكير الإحصائي الفعال هو مظهر من مظاهر التفكير الناقد الذي تسعى وزارة التربية والتعليم والشباب في دولة الإمارات العربية المتحدة الى تنميته عند الطلبة (وزارة التربية والتعليم، 2001).

إن تدريس الإحصاء في مدارس دولة الإمارات العربية المتحدة حسب المنهاج القديم يتم بالطريقة التقليدية. فالإحصاء بالنسبة للمعلمين والطلبة هو مجرد حسابات وقوانين يتم تطبيقها على بيانات مجردة غير حقيقية ولا معنى لها. والاهتمام الذي يعطى لوحدة الإحصاء، والتي غالبا ما يكون موقعها في آخر الكتاب، هو أقل من الاهتمام الذي يعطى للمحتويات الرياضية الأخرى. إن محتوى الإحصاء الذي يدرّس حسب المناهج القديمة يتكون من مفاهيم وتعميمات منفصلة وغير مترابطة، ومن تطبيقات وتدريبات على استخدام بيانات نظرية محضرة بشكل مسبق ، غير حقيقية، ولا تتعلق بحياة الطالب (Innabi, 2007). أما المنهاج الجديد فيبدو أنه يبشر بصورة أفضل. حيث نجد في وثيقة منهاج الرياضيات في معيار *تحليل البيانات والاحتمالات* معايير فرعية تعكس روح جديدة متعلقة بالتفكير الإحصائي مثل: صياغة الأسئلة، جمع وتنظيم وتمثيل وتحليل وتفسير البيانات، تقييم التوقعات والتعميمات الإحصائية (وزارة التربية والتعليم، 2001).

إن النجاح في تحقيق هذه النظرة الجديدة في تدريس الإحصاء يتطلب بالضرورة نقلة نوعية في التدريس. ويتطلب -تحديداً- التحرر من التدريس التقليدي للإحصاء الذي يعتمد على المعرفة الإجرائية والتدرب على قوانين من خلال بيانات لا معنى لها بالنسبة للطالب. والانتقال إلى التدريس الذي يساعد الطالب على بناء معرفته الإحصائية من خلال التركيز على الإدراك المفاهيمي. وهذا يتم من خلال صياغة مشكلات وأسئلة من قبل الطالب، وجمع بيانات حقيقية ذات معنى بالنسبة له Mvududu, (2005).

يلاحظ أن الدراسات التربوية المتعلقة بتعلم وتعليم المفاهيم الإحصائية شحيحة في الوطن العربي بشكل عام. وهناك حاجة ماسة لدراسات تبحث في تطور التفكير الإحصائي لدى الطلبة وفهمهم للمفاهيم

الإحصائية المختلفة. كذلك فإن هناك حاجة للدراسات التي تقترح طرقاً واستراتيجيات عملية للمعلمين. وتأتي هذه الدراسة كمساهمة في هذا المجال ويؤمل أن تتكاتف الجهود في المستقبل لتقوية وتشجيع البحوث المتعلقة بتدريس الإحصاء في الوطن العربي.

تهتم هذه الدراسة بأحد المفاهيم المهمة في الإحصاء وهو المتوسط الحسابي . ويعتبر هذا المفهوم من المفاهيم الأساسية ليس فقط في الإحصاء الوصفي حيث يمثل أداة لوصف البيانات، إنما أيضا في الإحصاء التحليلي حيث يتم استخدامه في فهم ومقارنة البيانات وفحص الافتراضات. ونجد في وثيقة منهاج الرياضيات أن الطلبة في الصفوف من الثالث إلى الثامن عليهم "إيجاد واستخدام وتفسير مقاييس النزعة المركزية لتفسير ومقارنة البيانات" (وزارة التربية والتعليم، 2001).

ولتحقيق هذا المعيار الذي يتضمن مهارات معرفية عليا وفهم عميق لمقاييس النزعة المركزية بما فيها المتوسط الحسابي، فإن هذه الدراسة تفترض أن تدريس المتوسط الحسابي يجب أن يسعى للفهم المفاهيمي ولا يقتصر على المعرفة الإجرائية فقط. فتدريس المتوسط الحسابي كإجراء حسابي (مجموع المشاهدات على عددها) والذي ما زال مطبقا حتى الآن، لن يساعد الطالب في بناء هذا المفهوم. بمعنى آخر لن يطور فهما مفاهيميا للمتوسط الحسابي. ويقوم هذا الافتراض على النتائج التي توصلت إليها دراسات عالمية كثيرة والتي تؤكد أن المتوسط الحسابي لا يدرَّس في العادة كمفهوم إنما كخوارزمية. وبالتالي، فإن فهم الطلبة لهذا المفهوم يكون مؤطراً بقوانين حسابه(George, 1995) . ويؤكد (Mokros & Russell, 1995) أن الأطفال الذين يتعلمون المتوسط الحسابي كخوارزمية من الصعب عليهم أن يميزوا معنى المتوسط الحسابي كقيمة ممثلة لبقية القيم.

الدراسات السابقة

تشير الدراسات السابقة في هذا المجال إلى أنه وبالرغم من أن الطلبة قد ينجحون في إيجاد قيمة المتوسط الحسابي إلا أنهم وبشكل عام يفتقرون إلى فهم هذا المفهوم كقيمة ممثلة لجميع القيم وكقيمة لها خصائص معينة. وقد وجدت هذه النتيجة عند جميع الطلبة بمستوياتهم التعليمية المختلفة؛ الجامعية والثانوية والأساسية (Pollatsek, Lima, & Well, 1981; Mevarech, 1983; Cai, 1995; Strauss & Bichlier, 1988; Mokros & Russell, 1995; NCTM, 2000).

وبشكل عام فإنه يبدو أن إدراك الطلبة لمعنى المتوسط الحسابي يأخذ واحداً من الأشكال التالية (Mokros & Russell, 1995; Russell & Mokros, 1996)

1. المتوسط الحسابي كمنوال: حيث يظهر أن الطلبة هنا يرون المتوسط الحسابي كقيمة سائدة أو شائعة.

2. المتوسط الحسابي كخوارزمية حسابية: حيث يستخدم الطلبة هنا منحى الخوارزمية ويحسبون المتوسط الحسابي كما تم تعليمهم في المدرسة، ولكن فهمهم المفاهيمي لا يتعدى هذه الإجراءات.

3. المتوسط الحسابي كقيمة معقولة أو نقطة الوسط: حيث يرى الطلبة هنا المتوسط الحسابي على أنه الوسيط (القيمة التي تقع في الوسط).

4. المتوسط الحسابي كنقطة توازن أو كقيمة ممثلة: وهذا الشكل هو الذي يعكس الفهم الحقيقي لمفهوم المتوسط الحسابي كتوزيع متساوي لمجموع معين والذي يمكن تحقيقه من خلال خوارزمية معينة.

ويرى Zawojewski & Shaughnessy (2000) أن الطلبة يجب قبل تعرضهم لخوارزمية حساب المتوسط الحسابي أن يتعرضوا لخبرات متعددة للتعامل مع بيانات مختلفة، كأن يجمعوا البيانات ويجيبوا عن أسئلة متعلقة بها، فمثل هذه الخبرات تشكل خلفية هامة تمكن الطالب من بناء معرفته حول مفهوم المتوسط الحسابي. ويؤكد Russell & Mokros (1996) أن الاستعجال في تقديم مفهوم المتوسط الحسابي كإجراء حسابي (المتوسط الحسابي هو مجموع المشاهدات على عددها) قبل إتاحة الفرصة للطالب لكي يدرك هذا المفهوم، سوف يؤدي إلى التعلم الأصم القائم على الحفظ. وعليه، فإن هناك مطالبة بتأجيل تدريس خوارزمية حساب المتوسط الحسابي لتجنب إعاقة الفهم المفاهيمي له.

بدأت منذ بداية الثمانينيات الأبحاث التي تهتم بتحديد خصائص المتوسط الحسابي وتفسيراته، وقد أفادت هذه الأبحاث بلفت النظر إلى أهمية التوجه لتدريس معنى المتوسط الحسابي، كذلك أدّت إلى التوجه إلى التدريس الفعلي لهذا التوجه. من الأمثلة على هذه الأبحاث دراسة Goodchild (1988) الذي استقصى مقدرة الطلبة على تفسير المتوسط الحسابي كعدد ممثل وكقيمة متوقعة. أيضا دراسات Mokros & Russell (1992)، وMevarech, (1983) , Watson & Moritz (1999).

ونظرا لأهمية فهم التطور المعرفي لمفهوم المتوسط الحسابي، فقد أجريت بعض الدراسات بهذا الخصوص. ومنها دراسة Strauss & Bichlier (1988) التي تم فيها استقصاء التطور في فهم طلبة الصفوف من الرابع حتى الثامن لخصائص المتوسط الحسابي. وقد وجد أن فهم الطلبة للمتوسط على أنه "قيمة تقع بين أعلى قيمة وأدنى قيمة" وأنه "يتأثر بالقيم البعيدة" كان أفضل من فهمهم بأن "مجموع الانحرافات عن المتوسط الحسابي يساوي صفرا" وأن المتوسط هو "القيمة التي تمثل جميع القيم الأخرى". أما Leon & Zawojewski (1993) ، اللذان إستقصيا فهم الطلبة للمتوسط الحسابي كقيمة ممثلة، فقد وجدا أن الطلبة بمختلف مستوياتهم التعليمية يفهمون أن المتوسط "يقع بين أعلى وأدنى قيمة" وأن "مجموع الانحرافات عن المتوسط الحسابي يساوي صفراً بشكل أفضل من فهمهم أن "الصفر إذا وجد بين القيم فإنه يحسب ويؤثر" وأن المتوسط الحسابي هو"قيمة ممثلة". وقد وُجد في نفس هذه الدراسة أن فهم الطلبة لخصائص المتوسط الحسابي يزيد مع العمر، وأن مقدرة الطلبة في حل المسائل المتعلقة بالمتوسط الحسابي كانت أحسن في حالة المسائل الكلامية عنها في المسائل العددية الرمزية.

وكنتيجة لهذه الأبحاث، فقد أصبح هناك تركيز على أهمية تدريس معنى مفهوم المتوسط الحسابي (الفهم المفاهيمي) (Mvududu, 2005)، وأصبحت هناك حاجة للدراسات البيداغولوجية المتعلقة بطبيعة الخبرات التي يجب أن يتعرض لها الطالب ليبني لنفسه مفهوم المتوسط الحسابي. وقدم الكثير من الأفكار والنشاطات في هذا الصدد (أنظر على سبيل المثال Meyer, Browning, & Channell, 1995; Bremigan, 2003)

وركز المجلس الوطني لمعلمي الرياضيات في الولايات الأمريكية المتحدة (NCTM) في معاييره التي وضعت عام 2000 على أهمية تمثيل الأفكار الرياضية بأشكال مختلفة ومتعددة حيث يساعد هذا في عملية تعلُم الطلبة. وشجع على استخدام أساليب متنوعة منها الأسلوب البصري (Visual Approach) والأسلوب المادي المحسوس (NCTM, 2000).

في بداية التسعينات قدم Bennett & Foreman (1991) ولأول مرة المنحى البصري كمنحى بديل للمنحى التقليدي في تدريس المتوسط الحسابي. وتقوم هذه الطريقة على بناء الطلبة لأعمدة من مكعبات الخشب ليمثل كل عمود عدد معطى في مجموعة، ومن ثم يتم تسوية أعمدة المكعبات لتصبح في نفس الارتفاع. ويكون الارتفاع الذي يتم التوصل إليه بعد عملية التسوية هو المتوسط الحسابي. في هذا المنحى يتم تشجيع الطلبة على الانتقال من التمثيل المادي إلى التمثيل باستخدام الرسومات. وقد رأى

Bennett & Foreman (1991) أن المناقشة والتدرب على هذا المنحى يساعد الطلبة على بناء مفهوم المتوسط الحسابي. ذلك لأنهم يواجهون بنشاطات تساعدهم على تأمل العلاقة بين الأعداد في المجموعة وبين المتوسط الحسابي نفسه مما يجعل المتوسط الحسابي مفهوماً له معنى بالنسبة لهم.

بدأت بعد ذلك جهود مختلفة لتدعم هذا المنحى (أنظر مثلا: Friel (1998), Grouws (1992), Kamii & Warrington, (1999).

كذلك فقد ظهرت الدراسات التجريبية التي اختبرت فعالية المنحى الصوري في تعلم مفهوم المتوسط الحسابي (على سبيل المثال: Baker & Beisel (2001) ، Cai & Moyer (1995) George (1995)، . وفي دراسة Baker & Beisel (2001) تم استقصاء تأثير ثلاث طرق تدريس (التقليدية ، المادية، البصرية باستخدام الكمبيوتر) على فهم طلبة الصفوف من الرابع إلى السادس لمفهوم المتوسط الحسابي، ووجد أن هناك فائدة لصالح الطريقة الصورية. أما في دراسة (George (1995 فقد تمت مقارنة مدى وطبيعة الفهم المفاهيمي والإجرائي لمجموعتين من طلبة الصف السابع تلقت كلاً منهما طريقة مختلفة في تدريس مفهوم المتوسط الحسابي. واحدة قامت على الطريقة التقليدية (خوارزمية حساب المتوسط الحسابي) والثانية على حل المشكلة البصرية. وبالرغم من أن المجموعتين أبديتا درجة من الفهم والمرونة مع الإجراء الذي تمّ تعلمه، إلا أن الطلبة الذين تعلموا ضمن المنحى البصري قد أبدوا فهما مفاهيميا أعمق للمتوسط الحسابي من المجموعة الأخرى.

المشكلة

هناك ملاحظة على الدراسات السابقة المتعلقة بتدريس المتوسط الحسابيّ التي أجريت بشكل تجريبي لتختبر مدى فعالية المناحي الأخرى المختلفة عن المنحى التقليدي القائم على الحساب الخوارزمي. هذه الملاحظة تكمن في أن معظمها طبق على عينة صغيرة من الطلبة المتطوعين وفي ظروف عيادية بهدف اختبار بُعد واحد معين. هذا من جهة، ومن جهة أخرى، فإن هناك حاجة لدى معلمي الرياضيات في دولة الإمارات العربية المتحدة وجميع الدول العربية الاخرى لرؤية أمثلة ونماذج تدريسية تساعدهم في تطوير طرق تدريسهم خصوصا في محتوى الاحصاء. هؤلاء المعلمون المطالبون بالتدريس وفق نظرة حديثة مختلفة تقوم على الفهم والتعلم ذي المعنى. وعليه، فإن هناك حاجة لنماذج عملية لتدريس المتوسط الحسابي بشكل فعال وقائم على الفهم ضمن مواقف صفية طبيعية. وتأتي هذه الدراسة الحالية لتحقيق غايتين: 1) اقتراح طريقة لتدريس درس "المتوسط الحسابي" بشكل متكامل، بمعنى أن يمتلك الطالب في

النهاية الفهم المفاهيمي والمعرفة الإجرائية بالإضافة للمهارات التطبيقية التي تحقق ما ورد في وثيقة الرياضيات.

2) اختبار مدى فعالية الدرس المقترح من خلال تطبيقه بشكل طبيعي على صف عادي كجزء من منهاج الرياضيات ومن قبل المعلمة نفسها.

من المهم الإشارة هنا الى أن هذه الدراسة قدمت موضوع المتوسط الحسابي بشكل يكامل بين فهمه كمفهوم وحسابه كقيمة وكإقتراح عملي يمكن تطبيقه في الصفوف العادية. وبالرغم من ذلك، فإن ما يهم في هذه الدراسة هو البعد المفاهيمي للمتوسط الحسابي وليس البعد الإجرائي (كيفية حسابه). وعليه، فقد سعت هذه الدراسة للإجابة عن السؤال التالي:

هل تؤثر طريقة التدريس (تقليدي / بصري) في فهم طلبة الصف السادس لمفهوم المتوسط الحسابي بشكل أبعد من كونه خوارزمية حسابية؟

تعريفات

الطريقة البصرية: يعتمد المنحى البصري لتدريس مفهوم المتوسط الحسابي على إدراك الطالب لمفهوم المتوسط الحسابي كقيمة توازن أو تساوي بين جميع القيم الأخرى، وذلك من خلال رؤيتهم (بشكل بصري حقيقي) لهذه العملية من خلال أخذ كميات من القيم الأكبر وإعطائها للقيم الأقل حتى تتم حالة التسوية (جميع القيم متساوية). وتنفذ هذه الطريقة من خلال نشاطات تشكل "حل مسألة"، وبحيث يستخدم الطالب المشاهدات بشكل حسي (مكعبات أو نقود) أو صوري (رسومات أعمدة).

الطريقة التقليدية: طريقة الكتاب المدرسي الذي ما زال مستخدما في الصف السادس في دولة الإمارات العربية المتحدة. حيث يُدرّس مفهوم المتوسط الحسابي كقيمة حسابية يتم الحصول عليها من خلال جمع البيانات وقسمتها على عددها، ويكون التركيز هنا على المعرفة الإجرائية وليس المفاهيمية.

الطريقـــة

تم تدريس مفهوم المتوسط الحسابي لشعبتين من شعب الصف السادس في إحدى مدارس الإناث في مدينة العين في شهر آيار عام 2005. كل شعبة درّست بطريقة مختلفة من قبل المعلمة ذاتها. الشعبة

الأولى (الضابطة) درَست بالطريقة التقليدية بحيث تم إتباع منحى الكتاب الذي يركز على مفهوم المتوسط الحسابي كإجراء حسابي، والشعبة الثانية (التجريبية) درَست من خلال طريقة ركزت على الفهم المفاهيمي للمتوسط الحسابي وذلك من خلال المنحى البصري القائم على حل مسائل اعتمدت على التمثيل المادي والصوري.

تم التشاور مع موجهات الرياضيات في المنطقة لترشيح عدد من مدرسات الرياضيات المتميزات والمتعاونات اللواتي يدرسن الصف السادس، كذلك فقد تم التشاور معهن ومع بعض مديرات المدارس لاختيار المدرسة التي تحوي على أكثر من شعبة متجانسة للصف السادس تدَرس من قبل المعلمة ذاتها. وقد تم اختيار المدرسة والمعلمة والشعبتين بعد التأكد من تكافؤهما من خلال مقارنة معدل الطالبات في نتائج الفصل الأول (المعدل العام لجميع المواد ومعدل مادة الرياضيات). هذا وقد أشارت نتائج الاختبار القبلي الذي قاس فهم الطالبات لمفهوم المتوسط الحسابي و الذي طبق على الشعبتين بعدم وجود فروقات دالة إحصائيا بين متوسطي أداء طالبات الشعبتين ($t = -4.8, P = 0.63$).

بالنسبة للمعلمة التي تم اختيارها للتطبيق فقد كانت معلمة رياضيات بخبرة 10 سنوات للصفوف من الرابع حتى السادس وتحمل بكالوريوس رياضيات بدون أي مؤهل تربوي.

بالرغم من أن عدد الطالبات في الشعبتين بلغ 23 و 24 ولكن في التحليل النهائي للبيانات تم التعامل مع 20 حالة في كل شعبة، حيث أخذت بعين الاعتبار فقط الحالات التي اشتركت في الاختبار القبلي والبعدي وفي جميع حصص التدريس واستبعدت الحالات التي غابت عن أي نشاط.

استغرق تطبيق الدراسة أسبوعان. طبق في اليوم الأول من الأسبوع الأول الاختبار القبلي على جميع طالبات الشعبتين من قبل الباحثة والموجهة التربوية، وقد تمّ الحرص على عدم اطلاع المعلمة على الاختبار القبلي.

تم الاجتماع مع المعلمة (بحضور الموجهة التربوية والباحثة) في نفس اليوم الأول وتم سؤالها عن الطريقة التي تتبعها في تدريس درس المتوسط الحسابي، حيث أكدت المعلمة على أنها تتبع طريقة الكتاب مع إضافة بعض الأسئلة والأمثلة الخارجية (التي لاتخرج عن إطار الإجراءات الحسابية للمتوسط الحسابي). كذلك فقد ذكرت المعلمة أنها تستخدم التعلم التعاوني في تطبيق بعض المسائل على المتوسط الحسابي. تم التأكد من خلال المقابلة أن المعلمة لا تركز و(كما هو الحال في الكتاب المدرسي) على فهم

مفهوم المتوسط الحسابي إنما التركيز على حساب المتوسط الحسابي. طلب من المعلمة أن تدرس إحدى الشعبتين بنفس الطريقة التي تدرس فيها في العادة هذا الدرس، وأن تؤجل تدريس المتوسط الحسابي للشعبة الأخرى للأسبوع القادم.ولم يوضح في هذا الاجتماع للمعلمة أهداف الدراسة أو أي معلومة عن أية طريقة أخرى.

تمّ تنفيذ التدريس بالطريقة التقليدية لإحدى الشعبتين خلال اليومين الثاني والثالث من الأسبوع الأول، وفي نهاية الدرس طلبت المعلمة من الطالبات أن يراجعن المادة والاستعداد لاختبار في اليوم التالي. مع نهاية اليوم الثالث عُقد لقاء قصير مع المعلمة تم فيه مناقشتها حول أهداف الدرس ومدى اعتقادها بتحقيق هذه الأهداف. وفي هذا اللقاء أظهرت المعلمة أن لديها وضوح في أهداف الدرس والتي تكمن في أن تتعرف الطالبة على مفهوم المتوسط الحسابي وتحسبه وتطبقه في بعض المواقف الحياتية المتمثلة في حساب معدلها. وعندما سُئلت المعلمة ماذا تقصد بهدف: "أن تتعرف الطالبة على مفهوم المتوسط الحسابي" أجابت بأن تعرف الطالبة قانون المتوسط الحسابي وهو مجموع المشاهدات على عددها. وقد أكدت المعلمة أنها استطاعت أن تحقق أهداف الدرس بدليل مشاركة الطالبات وتمكنهن من التوصل للإجابات الصحيحة.

ومع نهاية اللقاء سلّمت المعلمة كراسة حول تدريس بعض المفاهيم الأساسية في الإحصاء بطريقة ذات معنى قائمة على الفهم المفاهيمي وطلب منها قراءتها ليتم مناقشتها معها في اليوم التالي (مرفق صفحة كعينة في ملحق ١). في اليوم الرابع طبق الاختبار البعدي من قبل الباحثة على طالبات هذا الصف (المجموعة الضابطة).

في نفس اليوم الرابع عقد لقاءان مع المعلمة استغرق كل لقاء ساعتين. في اللقاء الأول تمت مناقشة الكراسة التي قرأتها المعلمة سابقا، وقد كان الهدف من هذا اللقاء توضيح الفرق بين الفهم المفاهيمي والمعرفة الإجرائية في موضوع تدريس الإحصاء. وأثناء اللقاء أبدت المعلمة الحماس والقناعة بأهمية التعلم القائم على الفهم. وقد عبرت بشكل مباشر أنه بعد قراءتها للكراسة أدركت السطحية التي يتم فيها تدريس مادة الإحصاء الموجودة في الصف السادس. في اللقاء الثاني وُضّحت أهداف الدراسة وقد تم الاتفاق مع المعلمة على تجريب طريقة أخرى لتدريس المتوسط الحسابي بحيث يكون هدفها تعلم قائم على فهم المتوسط الحسابي. وقد روعي في هذا اللقاء أن تضع المعلمة أفكارها واقتراحاتها مع الباحثة التي قدمت بعض النشاطات التي يمكن استخدامها في التدريس. في اليومين الخامس والسادس تم عقد لقاءين

آخرين مع المعلمة لتوضيح ومناقشة خطوات تنفيذ الطريقة التي ستنفذ في تدريس المتوسط الحسابي للشعبة الثانية.

تم تنفيذ الدرس للشعبة الثانية (التجريبية) من خلال حصتان في أول يومين من الأسبوع الثاني من تطبيق الدراسة. وقد طبق الاختبار البعدي على طالبات الشعبة التجريبية في اليوم الثالث بعد ما تم إخبارهم عن عقد هذا الاختبار في اليوم السابق.

تنفيذ الطريقة التقليدية

حُدِّدت ثلاثة أهداف تدريسية لتحقيقها في تدريس المتوسط الحسابي بالطريقة التقليدية وهي: 1)أن تتعرف الطالبة على مفهوم المتوسط الحسابي. 2) أن تحسب الطالبة قيمة المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم. 3) أن تحل بعض المسائل العملية المتعلقة بالمتوسط الحسابي.

درّست المعلمة درس المتوسط الحسابي في حصتين مدة كل منه 45 دقيقة، وقد اتبعت أسلوب الكتاب الذي يركز على أن مفهوم المتوسط الحسابي عدد يتم الحصول عليه من جمع المشاهدات والقسمة على عددها.

بدأت المعلمة الحصة الأولى بكتابة درجات وهمية لطالبة في مواد مختلفة ثم قالت أنها ستعلمهم اليوم كيف يحسبوا معدل هذه الطالبة. شرحت طريقة حساب المعدل. ثم انتقلت إلى أعداد أخرى لعلامات أخرى، وتركت الفرصة لطالبة لحل السؤال على السبورة. أعلنت المعلمة أن اسم الدرس هو المتوسط الحسابي وكتبته على السبورة ثم شرحت بشكل شفهي كيف يتم حسابه ثم كَتبت القانون على السبورة وطلبت من الطالبات أن ينقلوه في دفاترهم. طبقت فيما بعد مثالين وقامت بحلهما بمساعدة بعض الطالبات. وزعت ورقة عمل تحوي على سؤال يتطلب حساب المتوسط الحسابي باستخدام القانون وطلبت العمل بشكل جماعي وتم حله فيما بعد أمام الجميع. ومع نهاية الحصة طلبت المعلمة كواجب بيتي حل التمارين من 1-5. في الحصة الثانية قامت المعلمة بمراجعة حل الطالبات ثم قامت بحل التمارين المطلوبة أمام الجميع بمساعدة الطالبات. في نهاية الحصة وزعت واجب بيتي تطلب توضح كيفية الحصول على المعدل التي حصلت عليه في الفصل الأول وسمحت لهم باستخدام الآلة الحاسبة. كذلك طلبت حل أربعة تمارين أخري من 5 الكتاب المدرسي. ذكرت بقانون حساب المتوسط الحسابي وأعلنت عن اختبار في الدرس في اليوم التالي.

تنفيذ الطريقة البصرية

بقيت أهداف الدرس نفسها بالنسبة للمعلمة (التعرف على المتوسط الحسابي، إيجاد قيمته، وحل المسائل العملية). ولكن الاختلاف الجوهري كان في مفهوم المعلمة للهدف الأول ولكلمة "تتعرف" بالتحديد؛ ففي الطريقة البديلة للطريقة التقليدية، تغير معنى هذه الكلمة عند المعلمة بحيث أصبح كما هو مبين في الجدول رقم (1)

جدول رقم (1): مفهوم المتوسط الحسابي بحسب طريقة التدريس

الطريقة	مفهوم المتوسط الحسابي
التقليدية	مجموع المشاهدات على عددها
البديلة	قيمة ممثلة لجميع القيم الأخرى (القيمة الأقرب لجميع القيم الأخرى). يقع المتوسط الحسابي بين أعلى قيمة وأدنى قيمة. مجموع الانحرافات عن المتوسط الحسابي يساوي صفرا. يتأثر المتوسط الحسابي بالقيم البعيدة (وبالتالي يصبح تمثيله للبيانات غير جيد). ليس بالضرورة أن يكون المتوسط الحسابي قيمة من قيم المشاهدات. قد يكون المتوسط الحسابي عدد كسر لا يوجد له نظير في الواقع. القيمة"صفر إذا ظهرت في البيانات تؤخذ بعين الاعتبار عند حساب المتوسط الحسابي.

في اليوم الأول تمت مناقشة النشاطين الأول والثاني (ملحق رقم 2) ومع نهاية الحصة تم تلخيص الطرق المختلفة لإيجاد قيمة المتوسط الحسابي والتي تم استخدامها في الحصة (رسومات الأعمدة، التوزيع المادي بالتساوي، والقانون الرياضي). وأعطي واجب بيتي عبارة عن الأسئلة الثلاثة الأولى من الكتاب المدرسي بالإضافة لسؤال يتطلب التعامل مع بيانات مقدمة بشكل أعمدة. في الحصة الثانية، نوقشت أسئلة الواجب وطبق النشاط الثالث وروعي أثناء النقاش التركيز على معنى المتوسط الحسابي وخصائصه. طبق النشاط الثالث وتم تلخيص أهم الأفكار المتعلقة بالمتوسط الحسابي. (جميع النشاطات والواجبات موجودة في الملحق رقم 2)

الاختبار القبلي والبعدي

للإجابة عن سؤال الدراسة تم بناء أداة لتقييم المعرفة المفاهيمية للمتوسط الحسابي. وقد حدد الفهم المفاهيمي للمتوسط الحسابي بمدى تمكن الطلبة من الإجابة عن الأسئلة المتعلقة بمعنى المتوسط الحسابي وخصائصه المتمثل أهمها بالنقاط التالية:

1. المتوسط الحسابي قيمة تمثل جميع القيم الأخرى في المشاهدات وهي أقرب قيمة لجميع القيم الأخـــرى
2. المتوسط الحسابي يقع بين أعلى قيمة وأدنى قيمة، على سبيل المثال فإن المتوسط الحسابي لدرجات طلبة صف معين يكون بين أعلى درجة وأدنى درجة ولا يمكن أن يكون المتوسط الحسابي أعلى من الدرجة الأفضل ولا أدنى من الدرجة الأسوأ.
3. مجموع الانحرافات فوق المتوسط الحسابي يساوي صفراً. على سبيل المثال فإن المتوسط الحسابي للقيم 2 ، 1 ، 6 هو 3 . وعليه فإن $0 = (3-6) + (3-1) + (3-2)$
4. المتوسط الحسابي يتأثر بالقيم البعيدة، المتوسط الحسابي للقيم 1 ، 0 ، 1 ، 2 ، 16 هو 4.

وعليه، فقد تم صياغة أربعة أسئلة تعلق كل منها بواحدة من النقاط السابقة وشكلت في مجملها أداة الدراسة. من المهم الإشارة في هذا الصدد إلى أن الأسئلة قاست هذه الخصائص الأربعة بشكل مفاهيمي وليس بشكل حسابي. على سبيل المثال وبالنسبة للخاصية الثالثة (مجموع الانحرافات)، قاس السؤال إدراك الطلبة إلى أن مجموع الفروقات بين المشاهدات التي أكبر من المتوسط الحسابي والمتوسط الحسابي هو نفس مجموع الفروقات بين المشاهدات التي أصغر من المتوسط الحسابي والمتوسط الحسابي.

عرضت الأسئلة على مجموعة من الخبراء المتخصصين في الإحصاء والقياس والتقويم وقد تم إجراء بعض التعديلات بناء على الملاحظات التي قدموها.

وقد تجدر الإشارة هنا إلى أن الاختبار في صورته الأولية احتوى على أسئلة تقيس المعرفة الإجرائية لحساب المتوسط الحسابي، ولكن بعد المناقشة مع مجموعة من الخبراء المتخصصين، ارتؤي بأن يكون التركيز في الأداة على الفهم المفاهيمي فقط وأن لا تذكر كلمة متوسط حسابي في الاختبار حتى لا تشكل تشويشاً للطلبة خصوصا في المرحلة القبلية.

وقد تم تجريب الأداة على خمسة من طلبة الصف السادس من خارج عينة الدراسة، وبناء على هذا التجريب تم إعادة صياغة كثيراً من العبارات. أيضا تقرر أن يعطى الاختبار على شكل مقابلة جماعية بحيث يُقاد الطلبة من خلال تعليمات وإرشادات شفهية للإجابة عن كل سؤال على حدة بحيث تنتقل المجموعة كلها إلى السؤال الثاني عندما يتم الانتهاء من السؤال الأول وهكذا. فيما يلي شكل مختصر لأسئلة الاختبار:

1) في الأيام الأربعة الماضية بلغت نسبة الرطوبة في مدينة العين كما يلي: اليوم الأول أ ، اليوم الثاني ب، الثالث ج ، الرابع د. هل تستطيع أن تحدد (من خلال عدد واحد) كم كانت نسبة الرطوبة خلال الأيام الأربعة الماضية؟ (نعم / لا .وضح إجابتك).

2) قررت طالبات إحدى الصفوف أن يتشاركوا في قراءة القصص التي يقتنوها في منازلهم واتفقوا أن تحضر كل طالبة بعض القصص التي لديها، في اليوم التالي تم إحضار الكتب وقد كانت الطالبة نبيله هي الطالبة التي أحضرت أكبر عدد من الكتب (6 قصص). تم تجميع الكتب وتم كذلك الاتفاق بين الطالبات على أن يوزعوا هذه الكتب بينهم بالتساوي، أي أن تأخذ كل طالبة عدداً من القصص يساوي لعدد القصص التي تأخذها كل زميلة من زميلاتها. عندما تم توزيع الكتب أخذت كل طالبة 7 قصص. هل تعتقد بأن هذا ممكن أن يحدث؟ لماذا تعتقد بأن هذا ممكن أو غير ممكن أن يحدث؟

3) أحضر مجموعة من الأطفال قطع من البسكويت لحفلة أقاموها في المدرسة. بعض الأطفال أحضر الكثير من قطع البسكويت وبعضهم أحضر القليل. أعطى الأطفال الذين أحضروا بسكويت أكثر الأطفال الذين أحضروا بسكويت أقل حتى أصبح عدد قطع البسكويت متساو وكل الأطفال أصبح لديهم العدد نفسه من قطع البسكويت. هل تعتقد بأن عدد قطع البسكويت التي أعطاها الأطفال الذين أحضروا بسكويت أكثر هو نفس عدد قطع البسكويت الذي أخذه من الأطفال الذين أحضروا بسكويت أقل؟ نعم/ لا لماذا؟

4) استمع إلى القصة التالية جيداً ثم حدد فيما إذا كان من الممكن أو من غير الممكن أن يحدث ما حدث ووضح لماذا تعتقد بأن هذا ممكن (أو غير ممكن) أن يحدث؟

في يوم الاثنين أحضر كل طفل في صف رياض الأطفال عدد قليل من قطع المكعبات. عندما تم توزيع كل ما أحضر على الأطفال بحيث يأخذ كل طفل العدد نفسه، تبين أن كل طفل أخذ مكعبين اثنين. ومع نهاية اليوم المدرسي أعادت المعلمة المكعبات للأطفال بحيث أخذ كل طفل العدد الذي أحضره في

الصباح. في يوم الثلاثاء أحضر كل طفل العدد نفسه الذي أحضره يوم الاثنين ماعدا فاطمة التي يملك أبوها محل يبيع مثل هذه القطع فقد أحضرت عدداً كبيراً جداً من المكعبات. عندما تم تجميع جميع المكعبات وتوزيعها على الأطفال بالتساوي بحيث يأخذ كل طفل العدد نفسه من المكعبات حصل كل طفل مرة أخرى على مكعبين اثنين. هل تعتقد أن هذا ممكن أن يحدث؟ نعم / لا . لماذا ؟

تحليل النتائج

تم التعامل مع بيانات نوعية وبيانات كمية في هذه الدراسة وقد مُثلت البيانات النوعية بثلاثة متغيرات، الأول كان الإجابة المغلقة لكل سؤال (نعم / لا ، ممكن / غير ممكن) . والثاني كان متغيراً إسمياً (Nominal) لتوضيحات الطلبة لإجابتهم على السؤال المغلق، حيث تم ترميز اجاباتهم بعدما صنفت في تصنيفات محددة. أما المتغير الثالث فمثل درجة إجابة الطالب على السؤال بشكل عام وقد وضعت هذه الدرجة بناءً على معيار تقييم الأداء التالي:

3 إجابة صحيحة تدل على معرفة وفهم وليس على حزر وتخمين.

2 تقدم كبير نحو الإجابة الصحيحة مع وجود القليل من سوء الفهم حول طبيعة المسألة أو إستراتيجية الحل.

1 بعض التقدم نحو الإجابة مع وجود سوء مفاهيمي كبير حول طبيعة السؤال أو إستراتيجية الحل.

0 لا إجابة أو إجابة خاطئة لا تعكس أي فهم للسؤال.

لكل سؤال، حسبت التكرارات للمتغيرين الأول والثاني وتم عمل مقارنات بين المتوسطات الحسابية (t-test ,related groups) بين المجموعتين المستقلتين الضابطة والتجريبية. كذلك بين الأداء القبلي والبعدي لكل مجموعة وذلك لكل سؤال على حدا وللأسئلة مجتمعة. أما بالنسبة للبيانات النوعية فقد كتبت جميع اجابات الطلبة لكل سؤال ومن ثم جمعت في تصنيفات مختلفة. تمت عملية ترميز وتصحيح جميع الإجابات من قبل الباحثة نفسها. وقد خلطت أوراق المجموعتين للاختبارين القبلي والبعدي بشكل عشوائي وبطريقة لا تظهر هوية الطالبة فيما إذا كانت من المجموعة الضابطة أو التجريبية أو فيما إذا كانت الورقة ضمن المرحلة القبلية أو البعدية. هذا وقد أعيد ترميز وتصحيح 10 ورقات. وحسبت نسبة التوافق على كل من عمليتي الترميز والتصحيح وكانت نسبة التوافق في الحالتين أكبر من 0.92 .

يبين الجدول رقم (2) التبريرات التي قدمها الطلبة لإجابتهم على كل سؤال من أسئلة الاختبار الأربعة وتوزيعهم على هذه الإجابات.

بالنسبة للسؤال الأول المتعلق بطبيعة المتوسط الحسابي كقيمة ممثلة لجميع القيم، يلاحظ أن نصف الطلبة تقريباً في الاختبار القبلي وبالنسبة للمجموعتين الضابطة والتجريبية وافقوا على أنه من الممكن تحديد عدد واحد نبيين كم كانت نسبة الرطوبة خلال الأيام الأربعة الماضية. وقد حصرت توضيحات هؤلاء الطلبة في أربعة تصنيفات هي:

- إجابات عبرت أن أكبر أو أصغر مشاهدة هي التي ممكن أن تمثل البيانات. (أمثلة: أصغر قيمة هي الجواب، إذا كانت ب هي أكبر نسبة فتكون ب هي الجواب).
- إجابات تحدثت عن الممثل كقيمة تقع في الوسط (أمثلة: العدد الذي يقع تقريباً في الوسط، العدد الذي يقع بين الأعداد).
- إجابات عكست مفهوم المتوسط الحسابي. (أمثلة: نوزعها مثل بعضها البعض، هي التي توازن النسب الأخرى، نجمعها ونقسم على أربعة).
- لا أعرف ، أو لم تقدم إجابة، أو قدمت إجابات لا صلة لها بالموضوع.

أما نصف الطلبة الآخر فقد حكموا على أنه لا يمكن تحديد عدد ليبين ضبة الرطوبة خلال الأيام الأربعة السابقة وبرر معظمهم ذلك بأن الأعداد مختلفة ولا يمكن تقديم عدد واحد ليمثلها: (أمثلة: كل يوم له نسبة رطوبة مختلفة، هذا مستحيل لأن النسب ليست مثل بعضها البعض).

يلاحظ من الجدول رقم (2) أن إجابات الطلبة على السؤال الأول اختلفت في الاختبار البعدي لدى المجموعتين الضابطة والتجريبية حيث زاد عدد طلبة المجموعة الضابطة الذين ظنوا أنه يوجد عدد ممثل للبيانات من 9 في الاختبار القبلي إلى 12 طالب في الاختبار البعدي. أيضا عدد طلبة المجموعة الضابطة والذين تحدثوا عن مفهوم المتوسط الحسابي كقيمة ممثلة ارتفع من طالب واحد إلى سبعة طلاب. هذا التحسن كان أوضح في حالة المجموعة التجريبية حيث ارتفع عدد الطلبة الذين يعتقدون بوجود ممثل

للبيانات من 11 طالباً إلى 16 طالباً. وارتفع عدد طلبة المجموعة التجريبية الذين تحدثوا عن مفهوم الممثل كمتوسط أو وسيط من 7 طلاب إلى 12 طالب.

بالنسبة للسؤال الثاني المتعلق بإمكانية أن يكون المتوسط الحسابي أكبر من أكبر قيمة في المشاهدات، فقد أجاب 60% من الطلبة تقريباً في المجموعتين الضابطة والتجريبية في الاختبار القبلي بأن هذا ممكن. وقد بقيت هذه النسبة نفسها في الاختبار البعدي عند طلبة المجموعة الضابطة في حين انخفضت إلى 25% عند طلبة المجموعة التجريبية.

أما التبريرات التي قدمها الطلبة لهذه الإجابة فقد وضعت ضمن التصنيفات التالية:

- هذا يعتمد على عدد المشاهدات/ عدد الأشياء. (أمثلة على هذه الإجابات: "هذا ممكن لأنه كل ما زاد عدد الأطفال زاد عدد الكتب"،" لأن الكتب زادت"، "هذا يعتمد على عدد الأطفال").

- جمع الكميات سيزيد كل حصة. (أمثلة على هذه الإجابات:"عندما تجمع كميات قليلة هذا سيعطي كل طفل كمية أكبر من أكبر كمية أحضرت").

- المجموع قد يكون حاصل ضرب الكميات القليلة. (مثلا: "لأننا نجد المجموع من خلال ضرب الكميات")

- لا أعرف، لا إجابة ، إجابة لا علاقة لها بالموضوع.

أما الطلبة الذين حكموا بأن حصة كل طفل من الكتب لا يمكن أن تتجاوز أكبر عدد أحضر فقد قدموا واحدة من التبريرات التالية:

- المتوسط لا يمكن أن يكون أكبر من أكبر قيمة.

- لا يستطيع كل واحد أن يأخذ أكثر من الذي أحضر أكبر عدد من الكتب.

- لا يستطيع كل واحد أن يأخذ أكثر مما أحضر كل طفل.

- لا أعرف أو لا يوجد تبرير.

جدول رقم (2): توزيع أعداد الطلبة على الإجابات النوعية لأسئلة الاختبار

			ضابطة		تجريبية	
			قبل	بعد	قبل	بعد
السؤال الأول	نعم	أكبر/أقل قيمة	4	1	2	1
		في الوسط	3	3	6	4
		المتوسط	1	7	1	8
		لا أعرف/لا إجابة	1	1	2	3
		المجموع	9	12	11	16
	لا	الأعداد مختلفة	6	5	3	0
		لا أعرف/لا إجابة	5	3	5	4
		المجموع	11	8	9	4
السؤال الثاني	ممكن	يعتمد على عدد المشاهدات/ قيمتها	4	4	2	1
		جمع كميات قليلة سينتج كمية كبيرة لكل شخص	3	3	1	1
		المجموع عبارة عن حاصل ضرب الكميات	2	1	1	0
		لا أعرف/ لا إجابة	3	4	7	3
		المجموع	12	12	11	5
	غير ممكن	لا يمكن أن يكون اكبر من أكبر قيمة	1	3	4	12
		لا أعرف/ لا إجابة	7	5	5	3
		المجموع	8	8	9	15
السؤال الثالث	نعم	العدد المعطى =العدد المألوف	0	1	0	7
		تعتمد على عدد المشاهدات/ او قيمتها	4	7	3	0
		لا أعرف/ لاإجابة	6	3	7	8
		المجموع	10	11	10	15
	لا	تعتمد على عدد المشاهدات/ او قيمتها	6	5	3	3
		القيم فوق المتوسط أعلى/ أقل	2	4	2	2
		لا أعرف/ لاإجابة	2	0	5	0
		االمجموع	10	9	10	5
السؤال الرابع	نعم	لا أعرف/ لاإجابة	7	5	8	3
		المجموع	7	5	8	3
	لا	يجب أن تكون أكثر	5	5	5	11
		لا أعرف/ لاإجابة	8	10	7	2
		استخدام خوارزمية أو رسومات أعمدة	0	0	0	5
		المجموع	13	15	12	17

بالنسبة للسؤال الثالث المتعلق بخاصية أن مجموع الانحرافات عن المتوسط الحسابي يساوي صفراً.

نصف الطلبة تقريباً في الاختبار القبلي وفي المجموعتين أجابوا "بنعم" عندما سئلوا فيما إذا كانوا يعتقدون بأن الإنحرافات فوق المتوسط يساوي الانحرافات تحت المتوسط (بالطبع باستخدام لغة القصة البسيطة). وقد عكست تبريرات بعض هؤلاء الطلبة فهما بأن الانحرافات فوق وتحت المتوسط متساوية (أمثلة على هذه الإجابات من مثل: حتى يأخذوا مثل بعضهم البعض. الأكثر يجب أن يكون مثل الأقل. عندما تكون الأشياء متساوية الأكثر مثل الأقل. لأن هناك توازن). أما الطلبة الذين أجابوا بـ "لا" فقد برروا إجابتهم إما بأن هذا يعتمد على عدد الأطفال أو عدد قطع البسكويت أو لأنهم يعتقدون بأن ما أعطي أكثر مما أخذ أو العكس.

جدول رقم (3): نتائج الاختلافات بين متوسطات كل من المجموعتين الضابطة والتجريبية في الاختبار القبلي والاختبار البعدي

		الضابطـــة				التجريبيـــة			
		المتوسط	الخطأ المعياري	قيمة t	P	المتوسط	الخطأ المعياري	قيمة t	P
السؤال الأول	قبلي	0.85	0.24	-1.7	0.11	1.15	0.26	-2.3	0.036
	بعدي	1.30	0.28			1.75	0.24		
السؤال الثاني	قبلي	0.65	0.17	0.00	1.00	0.85	0.21	-3.8	0.001
	بعدي	0.65	0.21			1.75	0.23		
السؤال الثالث	قبلي	0.7	0.21	0.00	1.00	0.55	0.11	-3.2	0.005
	بعدي	0.7	0.16			1.4	0.27		
السؤال الرابع	قبلي	1.10	0.25	-1.0	0.33	1.10	0.27	-2.2	0.039
	بعدي	1.20	0.24			1.90	0.27		
الاختبار الكلي	قبلي	3.30	0.56	-1.6	0.13	3.65	0.44	-6.1	0.000
	بعدي	3.85	0.45			6.80	0.59		

يلاحظ من الجدول (2) أن عدد الطلبة في الاختبار البعدي الذين قد يعكسون فهماً لهذه الخاصية زاد من 1 إلى 15 طالب في المجموعة التجريبية، في حين زاد هذا العدد في المجموعة الضابطة من 10 الى 11.

أما السؤال الرابع فقد تعلق بخاصية أن المتوسط يتأثر بالقيم البعيدة. ويلاحظ من الجدول رقم (2) أن عدد الطلبة في المجموعة الضابطة الذين قد يعكسون فهماً لهذه الخاصية قد زاد من 13 طالب في الاختبار القبلي إلى 15 طالب في الاختبار البعدي. بينما زاد هذا العدد في المجموعة التجريبية من 12 إلى 17. بعض هؤلاء الطلبة لم يقدم تبريراً لإجابته. وبعضهم أقر بأنه لا يعرف. في حين قدم بعضهم تبريراً يدل على فهم من مثل "الحصص ستزيد لأن فاطمة أحضرت الكثير للجميع"، "سيأخذ كل واحد أكثر من مكعبين" . بعض الطلبة في المجموعة التجريبية وعلى الاختبار البعدي حاولوا أن يبرروا إجاباتهم إما باستخدام الخوارزمية أو أشكال الأعمدة.

أما الطلبة الذين وافقوا على أن العدد ممكن أن يبقى كما هو بدون تغير فقد انحصرت اجابتهم إما بـــ "لا أعرف" أو بترك السؤال بدون تبرير.

يلاحظ من جدول رقم (2) أن السؤال الرابع كان من أكثر الأسئلة التي احتوت على الإجابة "لا أعرف" أو تركت فارغة.

كما ذكر سابقاً، فقد تم تصحيح كل سؤال بناء على معيار محدد وتم إعطاء قيمة من ثلاث درجات. وقد حسبت المتوسطات الحسابية لأداء الطلبة على كل سؤال على حدا وعلى الاختبار ككل. ويبين الجدول رقم (3) هذه المتوسطات قبل وبعد التدريس بالنسبة للمجموعتين الضابطة والتجريبية كل على حدا. ويلاحظ أنه بالنسبة للمجموعة الضابطة كان هناك زيادة في المتوسطات على السؤالين الأول والرابع كذلك على الاختبار الكلي ولم تكن هناك أي زيادة في السؤالين الثاني والثالث. وعلى أية حال فلم يكن لأي من الفروقات بين المتوسطات دلالة إحصائية كما يظهر من جدول رقم (3). أما بالنسبة للمجموعة التجريبية فتلاحظ الزيادة في المتوسطات الحسابية في جميع الأسئلة. ولكن فقط على السؤالين الثاني والثالث كانت الزيادة في المتوسط فيهما دالة إحصائيا ($p<.01$). أما على مستوى الاختبار ككل فقد ارتفع

متوسط طلبة المجموعة التجريبية من 3.65 في الاختبار القبلي إلى 6.8 في الاختبار البعدي وكان هذا الفرق دال احصائياً ($t= -3.97$, $p<.01$).

من النقاط التي يمكن ملاحظتها من جدول رقم (3) أنه بشكل عام وعلى مستوى جميع الطلبة وفي المرحلتين القبلية والبعدية، فإن الأداء الأضعف كان في السؤال الثالث المتعلق بمجموع الانحرافات عن المتوسط الحسابي.

ولاستقصاء الفروقات في متوسطات أداء طلبة المجموعتين الضابطة والتجريبية فقد اختبرت هذه الفروقات باستخدام اختبار t للمجموعات المستقلة حيث تبين (انظر جدول رقم 4) أن هناك فرقاً دالاً إحصائياً على الاختبار ككل. أما على مستوى الأسئلة فتلاحظ الفروقات بين متوسطات أداء الطلبة في المجموعتين ولصالح المجموعة التجريبية على جميع الأسئلة. ولكن جدول رقم (4) يبين أن الفرق بين متوسطي أداء المجموعتين في السؤال الأول لم يكن دال احصائياً. كذلك في السؤالين الثالث والرابع حيث الدلالة ضعيفة.

جدول رقم (4): الاختلافات بين متوسطات المجموعتين التجريبية والضابطة في الاختبار البعدي

		المتوسط الحسابي	الخطأ المعياري	قيمة t	P
السؤال الأول	ضابطة	1.30	0.282	- 1.21	0.23
	تجريبية	1.75	0.239		
السؤال الثاني	ضابطة	0.65	0.21	- 3.56	0.001
	تجريبية	1.75	0.23		
السؤال الثالث	ضابطة	0.70	0.16	- 2.24	0.031
	تجريبية	1.40	0.27		
السؤال الرابع	ضابطة	1.20	0.24	- 1.95	0.059
	تجريبية	1.90	0.27		
الاختبار الكلي	ضابطة	3.80	0.45	- 3.97	0.000
	تجريبية	6.80	0.58		

المناقشــــة

أتت هذه الدراسة لتدعم بشكل عملي التصورات النظرية الطموحة لحركة الإصلاح التربوي المتعلق بتدريس الإحصاء. وقد سعت لتقديم نموذج بديل للنموذج التقليدي لمفهوم المتوسط الحسابي واختبار مدى فعالية هذا النموذج البديل في تطوير فهم طلبة الصف السادس لهذا المفهوم.

وقد طبق هذا النموذج على شعبة للصف السادس بالإضافة لتطبيق النموذج التقليدي على شعبة أخرى للصف السادس ومن قبل نفس المعلمة. وطبق اختبار لقياس فهم الطلبة لمفهوم المتوسط الحسابي كاختبار قبلي وبعدي للمجموعتين التجريبية والضابطة. وقد جاءت النتائج لتدعم النموذج البديل حيث تفوق طلبة المجموعة التجريبية على المجموعة الضابطة في الاختبار البعدي. وكان تقدم طلبة المجموعة التجريبية نحو الإجابات الأفضل أعلى من طلبة المجموعة الضابطة. وفي هذا الصدد فقد يكون من الأجدر الإشارة إلى بعض المعلومات التي لم تذكر في فصل النتائج والمتعلقة بوجهة نظر المعلمة عن مدى فعالية الطريقة الأخرى. حيث كانت المعلمة متحمسة لهذه الطريقة. وقد أكدت أن تفاعل الطلبة وفهمهم وإجاباتهم عن الأسئلة، أيضا قدرة الطلبة في حساب المتوسط الحسابي كأن أفضل بشكل ملحوظ عند طلبة المجموعة التجريبية.

بشكل عام، وضمن إطار هذه الدراسة المتمثل بالمدرسة التي تم التطبيق فيها والمعلمة التي نفذت التدريس والاختبار الذي طبق، فإنه يمكن القول بأن الطريقة البديلة التي استخدمت لتدريس درس المتوسط الحسابي كان لها تأثير إيجابي أكثر في مساعدة الطلبة على تطوير فهمهم المتعلق بمفهوم المتوسط الحسابي من الطريقة التقليدية التي تقوم على تدريس المتوسط الحسابي كخوارزمية حسابية. يؤمل أن يوسع إطار هذه الدراسة من خلال دراسات أخرى بحيث يطبق على طلبة أكثر في مدارس مختلفة ومن قبل معلمين آخرين.

بالنسبة لتقدم فهم الطلبة على مستوى الخصائص الأربعة التي تم رصدها في الاختبار. ربما يكون من الصعب إجراء أية تعميمات بخصوص فهم الطلبة لكل خاصية من هذه الخصائص بناء على النتائج المتعلقة بكل سؤال. ولكن يمكن الإشارة الى بعض الملاحظات العامة التي رصدت من النتائج والتي ما زالت تحتاج لاستقصاء وبحث أعمق. واحدة من هذة الملاحظات هو التفاوت في فهم الطلبة للخصائص

المختلفة للمتوسط الحسابي. وهذا بشكل عام يتسق مع الدراسات السابقة في هذا الموضوع التي وجدت أيضا وجود تفاوت في الفهم من خاصية إلى أخرى. (Strauss & Bichlier, 1988 و Baker & Beisel2001).

ولكن هناك اختلاف بين ما لوحظ في هذه الدراسة والدراسات السابقة. فقد أكدت الدراسات الأخرى أن إدراك الطلبة أن المتوسط يقع بين القيمتين القصوتين كان أفضل من إدراكهم بأن المتوسط قيمة ممثلة لجميع القيم الأخرى. وهذا لم يلاحظ في هذه الدراسة. كما ذكر سابقاً فإنه من الصعب في هذه المرحلة تأكيد هذا التناقض ولكن ما يمكن قوله هو ضرورة إجراء بحوث لدراسة هذه النقطة.

لوحظ في تحليل البيانات النوعية بعض الأخطاء المفاهيمة لدى الطلبة المتعلقة بالمتوسط الحسابي. وقد برزت معظم هذه الأخطاء قبل التدريس وبقيت كذلك بعده من قبل بعض الطلبة في المجموعتين التجريبية والضابطة. يؤمل أن تؤخذ هذه الأخطاء بعين الاعتبار في تدريس المعلمين وبناء المناهج. هذه الأخطاء هي:

- أكبر قيمة (أو أصغر قيمة) تمثل البيانات.

- لا يمكن لعدد واحد أن يمثل أعداداً مختلفة.

- عدد المشاهدات له علاقة بوقوع أو عدم وقوع المتوسط الحسابي بين أكبر قيمة وأصغر قيمة.

- قيم المشاهدات لها علاقة بوقوع أو عدم وقوع المتوسط الحسابي بين أكبر قيمة وأصغر قيمة.

- المتوسط الحسابي يكون أكبر من أكبر قيمة (لأن جمع كميات قليلة سيعطي كِمية أكبر).

- عدد المشاهدات أو قيم المشاهدات يؤثر على كون مجموع الانحرافات فوق المتوسط الحسابي يساوي مجموع الانحرافات تحته.

- مجموع القيم فوق المتوسط الحسابي أكبر/ أصغر من مجموع القيم تحت المتوسط الحسابي.

يؤمل أن تساهم هذه الدراسة في لفت الانتباه للحاجة إلى تغيير النمط التقليدي في تعليم الإحصاء. هذا النمط الذي يحول التفكير الإحصائي النشط والذي يجب أن يتعلمه الطالب في حياته الدراسية والعملية إلى تفكير خطي جامد يطبق القوانين بشكل آلي على بيانات لا معنى لها. كذلك يؤمل أن تتم الاستفادة من هذه التجربة والتي كانت نتائجها مشجعة فيما يتعلق بفهم الطلبة لمفهوم المتوسط الحسابي.

المراجع

الوثيقة الوطنية لمنهاج الرياضيات. (2001). وزارة التربية والتعليم الإمارات العربية المتحدة.

Baker, J.D., Beisel, R.W. (2001). An Experiment in three approaches to teaching average to elementary school children. *School Science and Mathematics*. *101*(1), 23-31.

Bremigan, E.G. (2003).Developing a Meaningful Understanding of the Mean. *Mathematics Teaching in the Middle School*. NCTM.

Cai, J. (1995). Beyond the Computational Algorithm: Students' understanding of the arithmetic average concept. In L. Meira, and D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (v.3,pp. 144-151). Pernambuco, Brazil.

Cai, J. & Moyer, J. C. (1995). Middle school students' understanding of average: A problem solving approach. In D. T. Owens, M. K. Reed, and G. M. Millsaps (Eds.), *Proceedings of the Seventeenth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group of the Psychology of Mathematics Education* (v. 1, pp. 359-364). Columbus, OH.

Friel, S. (1998). Teaching statistics: What's average? In L. Morrow & M. Kenney (Eds), *The teaching and learning of algorithms in school mathematics* (pp. 208-217). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

George, E. A. (1995). Procedural and conceptual understanding of the arithmetic mean: A comparison of visual and numerical approaches. In D. T Owens, & M. K. Reed (Eds.), *Proceedings of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. North American Chapter XVII* (v.1, pp. 204-209). Ohio State University.

Grouws, D. (Ed). (1992). Handbook of research on mathematics teaching and learning. New York· MacMillan Publishing.

Innabi, H. (2007). Factors Considered by Secondary Students when Judging the Validity of a Given Statistical Generalization. *International Electronic Journal of Mathematics Education. 2* (3).

Kamii, C., & Warrington, M. (1999). Teaching fractions: Fostering children's own reasoning. In L. Stiff & F. Curcio (Eds), Developing mathematical reasoning in grades K-12 (pp. 82-92. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Leon, M. R., & Zawojewski, J. S. (1993). Conceptual understanding of the arithmetic mean. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Atlanta GA, April 12-16.

Meyer, R., Browning, C. & Channell, D. (1995). Expanding students' conceptions of the arithmetic mean. School Science and Mathematics, 95(3), 114 - 17.

Mokros, J., and S. J. Russell. (1992). Children's concepts of average and representativeness. Working Paper 4-92, Technical Education Research Center, Cambridge, MA.

Mokros, J. and Russell, S. (1995). Children's concepts of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(1), 20-39.

Mevarech, Z.R. (1983). A deep structure model of students' statistical misconceptions. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 415-429.

Mokros,J.R. & Russell, S.J. (1995). Children's concepts of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education*. 12. 191-204.

Mvududu, N. (2005). Constructivism in the statistics classroom: From theory to practice. *Teaching Statistics. 27* (2).

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.

Pollatsek, A., Lima,S., & Well, A.D.(1981). Concept or computation: Students' understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 191-204.

Russell, S. & Mokros, J. (1996). Research into practice: What do children understand about average? *Teaching Children Mathematics, 2* (6), 360-364.

Strauss, S. and Bichlier, E. (1988). The development of children's concepts of the arithmetic average. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19, 64-80.

Watson, J. & Moritz, J. (1999). The development of concepts of average. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 21*(4), 15-39.

Zawojewski, Judith and Shaughnessy, Michael (March, 2000). Mean and Median: Are They Really So Easy? Mathematics *Teaching in the Middle School*, 5 (7), 436-440.