تقنيات أرشميدس الرياضية والفيزيائية بمعيار منهج التحليل والتركيب مقاربة إبستمولوجية

د. أحمد عزب أحمد
أستاذ المنطق وفلسفة العلوم المساعد
كلية الآداب- جامعة حلوان

الملخص

عبر منهج التحليل والتركيب تمكن أرشميدس من التوصل إلى نظريات علمية رياضية وفيزيائيه جديدة، هذه النظريات كانت الضوء الكاشف لكثير من المغاليق، فتوصل إلى حلول غاية في السهولة لإشكاليات غاية في الصعوبة والتعقيد، ومن هذه الإشكاليات مسألة التاج الملكي وكيفية التأكد من أصالة الذهب الذي صُنع منه، والتحقق بنقائه وخلوه التام من المعادن الأخرى، وفي سبيل سعيه لذلك اهتدى إلى قانون الطفو، فمن خلاله تمكن من قياس الكثافة النوعية للمعادن. ولقد تجلت عبقرية أرشميدس في اعتماده على هندسة التقنية الحركية بخلاف هندسة الأشكال والسكون (الهندسة الإستكاتيكية)، فتبدى ذلك في صناعة الطنبور؛ التي تتكئ على الشكل الحلزوني اللولبي الذي أساسه الشكل المخروطي، فهذا الشكل يجمع بين الخط المستقيم والخط المنحنى، وجدير بالذكر أن الطنبور (الحلزون/اللولب) أول تقنية ميكانيكية استُخدمت في الري، لرفع المياه من المكان المنخفض إلى المستوى المرتفع، ويتواصل سيال عبقرية أرشميدس عندما اهتدى إلى فكرة الاتزان الميكانيكي التي تم تطبيقها في استخدام البكرات والروافع، وهي في الأصل استخدام لشكل الدائرة الهندسي، وكانت السبب في صك قانون الرافعة. ولما أدرك أرشميدس أن الضوء عبارة عن طاقة، استخدمه مطبقًا قوانين الانعكاس الضوئي،

واستفاد به في صناعة المرايا الحارقة التي تُجمع أشعة الشمس وتُسلطها على الهدف المراد إحراقه. ولقد اهتدى هذا العالم إلى تقنية المزولة (الساعة الرملية)، وحاول إصلاح نظام الأعداد اليونانية، وقياس حجم الكرة، وتأتي تقنية المدافع لتدل على مدى ما وصل إليه هذا العبقري من إبداع.

Abstract

Archimedes Mathematical and Physical Techniques by Analysis and Composition Method .. An Epistemological Approach

Dr. Ahmed Azzab Ahmed
Assistant Professor of Logic and Philosophy of Science
Faculty of Arts– Helwan University

Through the methodology of analysis and Composition, Archimedes was able to find new scientific mathematical and physical theories. These theories were the light of many of closures, he achieved very easy solutions to very difficult and complex problems. One of these problems is problem of royal crown and how to ensure the authenticity of the gold made of it, verify its purity and completely free of other minerals, and in order to achieve he reached the law of buoyancy through which he was able to measure the density quality of metals. The genius of Archimedes was manifested in his reliance on kinetic engineering, rather than geometry and static. This was shown in the industry of the Tanpor that

leans on spiral form based on the conical shape and this form combines the straight and the curved lines. It is worth mentioning that the Tanpor (Screw/ Helix) is the first mechanical technique used in irrigation to raise water from low to high.

Archimedes' genius continues when he comes to the idea of mechanical balance applied in the use of pulleys and cranes, which is originally a use of the geometric circle shape and was the reason for the law of lever. When Archimedes realized that light was energy, he used it in the laws of light reflection and used it in manufacturing of incendiary mirrors that collect sunlight and shed on the target to be burned. This scientist reached to the sundial technique (hourglass) and tried to reform the system of Greek numbers, measure the size of the ball, and the technique of guns to show the extent of this genius of his creativity.

(ISSN : 2536- 9555)

تقنيات أرشميدس الرياضية والفيزيائية بمعيار منهج التحليل والتركيب .. مقاربة إبستمولوجية

في مقولة منهجية كاشفة لفيلسوف العلم فرنسيس بيكون (1561-1626م) ينص فيها بالقول: "إذا أردنا إملاء إرادتنا على الطبيعة؛ بهدف السيطرة عليها، فلنبحث عن قوانينها؛ ولنستوعبها جيدًا، ثم يتوجب علينا الخضوع لهذه القوانين، فهي وحدها دون سواها بمثابة النواميس والمفاتيح لأسرار هذا الكون وحقائقه ... ومن ثَمَّ فلا غرو من التسليم بأن: المعرفة قوة"[1]. ويالها من قوة مادية هائلة تلك التي بذل أرشميدس (287-212 ق.م) من أجلها جُل عمره لاكتشافها وفكها من عِقالها، وحاول بنجاح توظيفها للدفاع عن وطنه سيراكوزا بطريقة مبتكرة وغير مسبوقة؛ لزيادة القدرة إلى حدها الأقصى، بهدف الصمود أمام محاولات الاجتياح المتكررة التي شنها جيش الأعداء المهاجم، فكانت تقنيات (تقانات) أرشميدس العلمية هي الحصن الحصين والوسيلة الناجعة التي قلبت الطاولة فوق رءوس الأعداء، وذلك قد دفع مؤرخي تلك الحقبة إلى القول بكل أريحية: إن جيش الأعداء المهاجم؛ ظل في حالة اشتباك وقتال ضارٍ مع عقل أرشميدس العلمي الرهيب[*]، لمدة ناهزت ثلاثة أعوام تقريبًا.

---

(1) Francis Bacon, –The Advancements of Learning– The World Great Classies– London, 1916– P.54.

(*) يذكرنا هذا الرأي بمقولة المؤرخ اليوناني المشهور بوليبوس، (204– 122ق.م) عن القائد هنيبال (247–183 ق.م) بخصوص حروبه مع روما– حرب روما وقرطاجنة–: "إن العلة لكل ما حدث للرومان ولقرطاجنة هو شئ واحد. إنه عقل هنيبال"، ومعروف أن كثيرًا من باحثي الحضارة الغربية قد ربطوا بطريقة دقيقة بين الوقائع الحربية والمنهجية العلمية الرصينة في التفكير، وذلك وثيق الصلة تمامًا بعلم استشراف المستقبل، وكذا فن إدارة

وثمة مقولة لنيوتن (1642– 1727م) يقول فيها "لم يستطع قادة البشرية ورجالاتها الأعاظم رؤية المستقبل والسير حثيثًا إلى الأمام؛ وكشفهم المستور والمخبوء من طلاسم الكون وألغازه، إلا لأنهم قد ارتقوا أكتاف عمالقة العلم، ومن ثم بدءوا أبحاثهم وشادوها على رصيد هؤلاء النفر من الجهابذة وإرثهم"[(2)]. وثمة محاولة بهذا البحث تبتغي تحليل غزارة تقنيات أرشميدس واكتناه جدتها وعمقها، وإلقاء ضوء كاشف على ما أحدثته من نقلة نوعية في العلم البشري ولاسيما الرياضيات (الهندسة) والفيزياء. ومعلوم أن الميكانيكا بمنزلة القاسم المشترك بين الرياضيات والفيزياء، فالميكانيكا كالعملة ذات الوجهين: الأول رياضي، والثاني فيزيائي.

ولقد حطِب في حبل أرشميدس كثيرٌ من علماء الحقبة الهيلينية[(*)]، وكذا علماء الحضارة العربية الإسلامية. مثل ثابت بن قرة (836– 901م)، وابن الهيثم (965– 1041م)، والبيروني (973– 1051م)، والخازن (توفى 1121م). أما في الحضارة الغربية فنخص بالذكر اثنين من رموزها؛ اعتمدت أبحاثهما على

الصراعات والتحكم فيها. انظر: هارولد لام– هنيبال– ترجمة رشدي السيسي، مراجعة د.توفيق الطويل– سلسلة الألف كتاب الأولى رقم 421– المجلس الأعلى لرعاية الفنون والآداب– دار الفكر العربي– القاهرة 1962م– ص7.

([2]) نقلاً عن:

Randal (G.) Bowdish– Military Strategy: Theory and Concepts– Lincoln, Nebraska– U.S.A, 2013– P.7

(*) الهيلينية Hellonisimus مصطلح يعني "على طراز اليونان وطريقتهم". انظر د. عبد الرحمن بدوي– التراث اليوناني في الحضارة الإسلامية (دراسات لكبار المستشرقين عن الألمانية والإيطالية)– دار القلم– بيروت– ط4– ص4.

(ISSN : 2536- 9555)

استلهام إرث أرشميدس والبناء عليه، وهما ليوناردو دافنشي (1452– 1519م) وجاليليو (1564– 1642م)... وغيرهما.

ووفقًا لِما سبق فلا توجد أدنى مبالغة إذا تم تقرير حقيقة مفادها: إن فلاسفة العلم على اختلاف مشاربهم ينظرون إلى تراث أرشميدس العلمي والتقني على أنه مرحلة حاسمة في العلم والصناعة، ولذلك يتحتم على كل من يلج ميدان الرياضيات التطبيقية كالهيدروستاتيكا(**)، فهم قواعده المتصلة بالموضوع واستيعابها.

يقول أينشتين (1879– 1955م): "حينما تُغلق أمامنا كل الطرق المؤدية إلى الفهم والمعرفة تمامًا؛ يصبح الخيال وحده دون سواه الطريق البديل الذي لا مناص من السير فيه"[3]. وهذا بالضبط ما حاول أرشميدس القيام به في كثير من الأحيان؛ لتخيل حلول بسيطة لمعضلات علمية عويصة وابتكارها، فمثلاً كان يتوجب عليه البحث عن حلول لمقاومة الأسطول المعادي الزاحف على وطنه سيراكوزا، فهداه تفكيره إلى تقنية عجيبة وهي المرايا الحارقة وقدرتها على تجميع أشعة الشمس، وعن طريق قانون الانعكاس؛ تم تسليط ذلك الضوء القوى على سفن الأسطول، وتمكن من إحراقها، فجعل الأسطول المهاجم أثرًا بعد عين، وهذا ما قال عنه هنري برجسون (1859– 1941م): "الخلق– الاختراع والاكتشاف– بالخيال"[4].

(**)الهيدروستاتيكا: مبحث فيزيائي يهتم بدراسة توازن السوائل، وخصوصًا الأجسام الطافية كالسفن وما شابه. وأساس هذا العلم هو اكتشاف أرشميدس لقانون الكثافة النوعية (الطفو).

(3) Burtt (G.A.)– Metaphysical Foundations of Modern Physical– London, 1971– P.56.

(4) هنري برجسون– الطاقة الروحية– ترجمة د. سامى الدروبي– الهيئة المصرية العامة للتأليف والنشر– القاهرة 1971م– ص159.

وفي واقع الأمر فإنه ثمة متلازمة لديه ربطت بين الخيال الابتكاري المفضي إلى الحدس، والقدرة الهائلة على التحليل وتحويل الكل (المعقد) إلى عناصر وأجزاء (بسائط)، والربط بين هذه البسائط برباط جديد كل الجدة، ولهذا أشار المفكر راندال (المولود في 1889؛ والحاصل على دكتوراه الفلسفة من جامعة كولومبيا عام 1920م) إلى أن "أساليب أرشميدس الرياضية جُلها انحصرت في التحليل والتركيب، ونُشرت أعماله في أول طبعة لاتينية عام 1453م؛ فلقد كانت هذه الأساليب هي العنصر الوحيد الذي لم يكن في حوزة مدرسة أوكام[***] في القرن الرابع عشر، على عكس مدرسة بادوا– وهي جامعة شهيرة في إيطاليا في القرن الخامس عشر–، وكان لأثر هذه الأساليب سيطرة مدرسة بادوا على الموقف بأسلوبها الكمي ... ثم نشأت مسائل فنية تكنولوجية ساعدت في إذكاء الاهتمام بالطريقة الرياضية لمعالجة المشكلات الطبيعية الواقعية (الحياتية)"[5].

وهناك سؤال يطرح نفسه يقول: هل ثمة فارقٌ بين الهندسة العقلية الاستدلالية– هندسة الأشكال– كما هي عند إقليدس (330–275ق.م تقريبًا)؛ والهندسة التطبيقية كما هي عند أرشميدس؟ وإجابة هذا السؤال: أن النوع الأول سببٌ في وجود النوع الثاني؛ وإن شئنا الدقة في القول: هي القدرة على الانتقال من مرحلة النظرية العلمية المجردة، إلى مرحلة التطبيق في الواقع العملي.

(***) نَصْلُ أوكام Occam's Razor: مبدأ فكري وقاعدة منهجية تُعزى إلى وليم الأوكامي (1288– 1347م)، ويُعني به اختيار الفرضية الأبسط من بين الفروض المقترحة، وفيلولوجيا– اشتقاق المصطلح– فإن اللفظة تعني إزالة كل ما هو زائد عن الحاجة وبتره وقطعه؛ والأمر أشبه بعمل السكين (النَصّل) حينما نستخدمها في إزالة ما لا حاجة لنا إليه.

([5]) جورج هرمان راندال– تكوين العقل الحديث– الجزء الأول– ترجمة د. جورج طعمة، مراجعة د. برهان دجاني– تقديم د. محمد حسين هيكل– إعادة طباعة– المركز القومي للترجمة– المجلس الأعلى للثقافة– رقم 2224– القاهرة 2013م– ص351.

(ISSN : 2536- 9555)

وشكلت هذه الثنائية متلازمة في الحضارة العربية الإسلامية، فنحتوا مصطلح جيومطريا كما هو في لغته اليونانية، ثم استُبدل به لاحقًا بمصطلح الهندسة "وهي كلمة فارسية، تعني اندازه أي المقادير ... والمهندس هو الذي يُقدر مجاري القني (القنوات)، ومواضعها حيث تُحتفر ... وقال بعضهم: هي انديشه في الفارسية أي الفكرة"[6]. والملاحظ على التعريف السابق الذي قدمه الخوارزمي (الكاتب)، صاحب السِفر الجليل (مفاتيح العلوم) أنه قد جمع بين البعد الاستدلالي (البداهة والفكرة النيرة للحصول على النتيجة)، والتطبيق العملي (تقدير مجاري القنوات المائية وحسابها).

والملاحظ أن العقل الغربي المعاصر قد وضع تفرقة بين جناحي الهندسة، فالجناح الأول هندسة الأشكال Geometry[*]، ويختص بالهندسة العقلية الاستدلالية- هندسة السكون-، أما الجناح الثاني. فهو الهندسة العملية التطبيقية المادية- الهندسة الصناعية- كالهندسة الميكانيكية (هندسة الحركة Engineering)، وهذا المصطلح الغربي مأخوذ من كلمة Engine، ويُعني بها An Ingenious Device؛ أي وسيلة مبتكرة وذكية (عبقرية)، فكلمة Ingenous تأتي من (ينتج) Gignene (في) in في اللغة اللاتينية؛ أي أن الأفكار الذكية (العبقرية) تُومِض في ذهن الرجل الألمعي، ومن ثم فإن المصطلح

([6]) الخوارزمي (الكاتب)- مفاتيح العلوم- تحقيق فان فلوتن- إعادة نشر سلسلة الهيئة العامة لقصور الثقافة- سلسلة الذخائر- رقم 118- القاهرة 2004م- ص202.

(*) اعتبر اليونان أن الأرض أشبه شئ بالرحم، لكل ما ينبت، وسموها بالأم Meter، وأطلق اليونان على الأرض الاسم: Demeter؛ وحُرفت هذه الكلمة مع توالي الأزمان إلى Gemeter "أمنا الأرض"، ومنها جاء مصطلح Geometry. انظر: ديودور الصقلي- مصر (القرن الأول ق.م)- نقلة من اليونانية د. وهيب كامل- دار المعارف- القاهرة 2013م- ص34.

Engineering قُصد به الفكر المبدع، والخلاصة فإن هندسة الأشكال في مجملها ساكنة فتقابل كلمة Geometry، أما النوع الثاني الخاص بهندسة الحركات والأفعال- هندسة العمليات- المادية فيقوم على الحركة والتغيير، تقابل المصطلح Engineering[7].

ووفقًا لما سبق يقول راندال: "أدت المشاكل الجديدة الناجمة عن تطور الحصون والمدفعية، إلى ضرورة وجود علم آلي عملي، وعندما طبق تارتاغليا[*] (1506-1557م) الفنون الرياضية (التطبيقية) على المدافع، ظهرت كتابات كثيرة في معالجة هذه المشكلة بالذات؛ "وقد كان من أثر أرشميدس بصورة خاصة، أن اندفع الناس للاجتهاد في الهندسة العملية النافعة ... وكان مهرة الصُّنَّاع هم الداعمين للرياضيات"[8].

التعريف بأرشميدس:

أرشميدس (287-312ق.م)- أرخميدس في اليونانية- هو أحد أضلاع المربع الرياضي اليوناني طائر الشهرة في تاريخ البشرية، وهم إقليدس؛ صاحب

(7) د. جلال شوقي- العلوم والمعارف الهندسية في الحضارة الإسلامية- مؤسسة الكويت للتقدم العلمي- سلسلة التراث العلمي العربي- الكويت 2005م- ص52، 53.

(*) نيقولو تارتاغليا ناقل ومترجم مؤلفات أرشميدس إلى اللاتينية عام 1543م، وهو رياضي إيطالي، ومن أشهر العلماء الذين تناولوا بالتأليف في موضوعات: المدفعية، والأرقام، والمقاييس. ويقع هذا المؤلف في جزئين، وعُرف باكتشافه لحل المعادلات التكعيبية. انظر: جورج سارتون وآخرون- حضارة عصر النهضة- ترجمة د. عبد الرحمن زكي- دار النهضة العربية بالاشتراك مع مؤسسة فرانكلين للطباعة والنشر- القاهرة 1961م- ص130.

(8) جون هرمان راندال- تكوين العقل الحديث- المجلد الأول- ترجمة د. جورج طعمه، د.برهان دجاني- ص334، 345.

(ISSN : 2536- 9555)

كتــاب: الأصــول، وأبولونيــوس (260-200ق.م)، صــاحب كتــاب: القطــوع المخروطية، وبطليموس (100- 170م) مبدع كتاب المجسطي- أحد أشهر كتب الفلـك والرياضـيات والجغرافيـا فـي تـاريخ البشـرية-، بالإضـافة إلـى أرشـميدس. ويلاحظ على هؤلاء الأربعة اتصالهم المباشر بمدرسة الإسكندرية- أعظم مؤسسة علمية على وجه البسيطة في زمانها-، ومعروف أن هذه المؤسسة العلمية العريقة قد مزجت بين الثقافة والفلسفة اليونانية، وأرومتها الاستدلال والاستنباط، وبين الثقافة والفكر الشرقي وأرومته التطبيق العملي؛ ولذا نشأت ثقافة وفلسفة جديدة مزجت بين النزعة اليونانية، والنزعة الشرقية وهي الفلسفة والحضارة الهيلينة"، أضف إلى ذلك أنه في هذه الحقبة الذهبية، قد تمكن رياضيين من إضافة تقنيات فـي غايـة الأهميـة؛ فعلـى سـبيل المثـال اسـتطاع إيراستوسـين (276-214 ق.م تقريبًا) من قياس محيط الأرض، بل تعدي الأمر لإنجاز مشروع علمي مذهل وهو منـارة الإسكندرية(**) (الفنـارة أو الفـاروس فـي الاصـطلاح اليونـاني)، وتُعد إحدى عجائب الدنيا السبع القديمة، ولا سيما تقنية المرآة في أعلى المنارة والتي بموجبها

(**) ثمة رواية مذكورة في أكثر من مصدر تاريخي بخصوص هدم منارة الإسكندرية، وكانت المرآة (أعجوبة الأعاجيب العلمية) باقية إلى زمن الوليد بن عبد الملك بن مروان، فأرسل ملك الروم شخصًا من خواصه، ذا دهاء ومكر، فجاء إلى بعض الثغور، وأظهر أنه هارب من ملك الروم، ورغب في الإقامة بمصر، واستخرج بعض دفائن الكنوز من أرض الشام، فلما صارت هذه الأموال إلى الوالي طمع في المزيد، فأخبر الوليد بن عبد الملك بأن هناك أموالاً وكنوزًا ودفائن للأمم السابقة (وحددها بأنها أموال عاد بن شداد صاحب مدينة إرم ذات العماد)، وأن مكانها أسفل منارة الإسكندرية، فبعث معه قومًا لاستخراجها، فشرعوا بالهدم؛ وحينما وصل إلى نصف المنارة، وبالطبع كان طابق المرآة العلوي في أعلى المنارة، فتم الهدم بداية منه، فلما تأكد أن المرآة قد هُدمت؛ هرب في الليل واستقل مركبًا قاصدًا ناحية الروم. انظر القزويني-آثار البلاد وأخبار العباد-دار صادر- بيروت- ص146.

يمكن انعكاس ضوء الشعلة المتقدة في أعلى المنارة لمسافة هائلة- يُقال إنها تجاوزت خمسة وعشرين كيلو متر داخل البحر المتوسط- حتى تهتدي بها السفن في ظلام الليل وتتجه بدقة إلى ميناء الإسكندرية(9).

يذهب ديودور الصقلي (القرن الأول ق.م) إلى أن "أرشميدس زار مصر وظل بها بعض الوقت"(10)، ويضيف سارتون "اخترع أرشميدس أثناء إقامته بالإسكندرية حلزون أرشميدس (الطنبور)"(11). وزيارة إرشميدس لمصر، رغبة منه في زيارة المعهد العلمي الأول إبان تلك الحقبة الذهبية للإسكندرية ومكتبتها، فهذا الأمر تقريبًا موضع اتفاق لكل من تناول شخصيته ونظرياته من المؤرخين ومدوني السير العملية.

ويُقال إن أرشميدس ابن عالم الفلك فيدياس، ومن ثم كان اهتمامه بالرياضيات والهندسة أمرًا طبيعيًا، وكان قريبًا وصديقًا لهيرو الثاني (308-216 ق.م) ملك سيراكوزا، ومن الثابت تاريخيًا أن الحرب البونية Punic War- الحرب البلوبونيزية- أطول حروب العالم في الزمن القديم-، وكانت وقائعها ممتدة بين أعوام (264-146 ق.م)، ودارت رحاها بين روما وقرطاج (قرطاجنة)، ومعروف أن صقلية وسيراكوزا قد تحالفا مع قرطاج ضد روما، وقُدر لأرشميدس أن يساهم

(9) هيرمان تيرش- فاروس (منارة الإسكندرية)- المصادر الإسلامية القديمة والغربية- ترجمة د. ميرفت سيف الدين- تقديم د. محمد عوض- مكتبة الإسكندرية 2009م- من ص119 إلى ص123.

(10) ديودور الصقلي- تاريخ مصر حتى القرن الأول ق.م- ترجمة د. وهيب كامل- ص66.

(11) جورج سارتون- تاريخ العلم- الجزء الرابع- ترجمة د. محمد رضا مدور، د. محمد عبد الهادي أبوريدة، د. عثمان أمين، وآخرون- إعادة طباعة- المركز القومي للترجمة- المجلس الأعلى للثقافة- سلسلة رقم 1648- القاهرة 2010م- ص138.

(ISSN : 2536- 9555)

في هذه المعارك بنصيب وافر من التقنيات العلمية لصالح سيراكوزا، التي كان لها أثر حاسم في سير المعارك، ولهذا ينظر أكبر مؤرخي العلم وفلاسفته إلى أرشميدس على "أنه أعظم ميكانيكي ومهندس في الأزمنة القديمة"[12]. ويقول عنه جورج جاموف– أحد علماء البشرية المؤثرين في العلم وفلسفته في القرن الفائت– "أرشميدس هو أبو علوم الميكانيكا"، وينظر إليه علماء الرياضيات في الحضارة العربية الإسلامية "أرشميدس قد بلغ من اجتهاده في علم الهندسة واستخراج (اكتشاف) غوامضه مثل الميخانيقا (الميكانيك) وما يُحتاج إليه فيه من الأدوات، حتى سماه اليونانيون المهندس، ولم يستحق هذا الاسم أحد من المتقدمين والمتأخرين غيره، لفضله وتقدمه"[13].

مؤلفات أرشميدس العلمية:

1- **كتاب الكرة والأسطوانة:** وصل إلينا في 114 صفحة باليونانية، ومن ضمن نظرياته "مساحة سطح الكرة تعادل أربعة أمثال إحدى دوائرها العظمى، وبرهنته على حساب حجم الكرة ([illegible] ط نق^{2})"[14].

2- **كتاب قياس الدائرة:** وصل إلينا في 100 صفحة باليونانية، ويتناول شبه المخروط، وشبه الكرة، كلاً من السطوح المتكافئة، والسطوح الزائدة

---

(12) بنجامين فارنتن– العلم الإغريقي– الجزء الثاني– ترجمة د. أحمد شكري سالم– مراجعة د.عبد الحليم منتصر– مكتبة النهضة المصرية– القاهرة 1959م– ص76.

(13) د. رشدي راشد– موسوعة الرياضيات التحليلية بين القرن الثالث والقرن الخامس– المجلد الثالث (نصوص وتحقيق ودراسة)– مؤسسة الفرقان– لندن 2006م– ص833.

(14) انظر مخطوط الكرة والأسطوانة لأرشميدس– المكتبة الوطنية بالجزائر (مجموع رياضي رقم 1446 / 167)– بداية ورقة 113.

الدورانيـة، والأجسـام الناتجـة عـن دوران القطـوع الناقصـة حـول محاورهـا الكبرى أو الصغرى[15].

3- **كتــاب الحلزونــات:** وصـل إلينـا فـي 60 صـفحة باليونانيـة، ويتنـاول فيـه الحلـزون بوصـفه شكلاً هندسيًا مكون من خط غير مستقيم يدور حول محـور ثابـت، وطريقـة عمـل الحلـزون (اللولـب)، وبيـان كيفيـة اسـتخدامه استخدامًا عمليًا[16].

4- **كتاب تربيع القطع المكافئ:** وصل إلينا في 27 صفحة باليونانية، وهناك مؤلفـات رياضـية كثيـرة فـي الحضــارة العربيــة الإســلامية تناولـت هـذا الموضوع[17].

5- **كتاب الفروض:** وفيه معالجة لنظرية الروافع والبكرات، وابتدأ هذا الكتاب بمجموعة من الفروض (التمهيدات) لاستنتاج قواعد عمل الروافع، وذلك على غرار منهجية إقليدس[18].

6- **كتــاب قيــاس الـدائرة:** وفيـه يقـارن بـين مسـاحتي مضـلعين منتظمـين كـل منهمـا 96 ضـلعًا ومرسومين داخـل دائـرة مـا وخارجهـا، وهـو عسـير الفهـم

(15) انظـر- البيرونـي- رسـالة اسـتخراج الأوتـار فـي الـدائرة بخـواص الخـط المنحنـي- تحقيـق ودراسـة د. أحمد سعيد الدمرداش- مراجعـة د. عبد الحميد لطفي- الهيئـة المصـرية العامـة للكتاب- القاهرة- بدون تاريخ.

(16) سارتون- تاريخ العلم- الجزء الرابع- ص140.

(17) المصدر السابق- ص140، 141.

(18) المصدر السابق- ص141، 142.

(ISSN : 2536- 9555)

علـى مـن لـيس لـه درايـة بالرياضـيات والهندسـة، ونظريـة الأعـداد والمساحة[19].

7-كتاب خلية أرشميدس (الستوماخيون): وهو في الألغاز الهندسية، وأصله اليوناني مفقود، ولكنه منقول إلى العربية وترجمه ثابت بن قرة الحراني[20].

8-كتاب حاسب (عداد) الرمل: وهو طريقة لإصلاح النظام العددي اليوناني، وحاول فيه حساب عدد حبات الرمل على سطح الأرض، من خلال معرفة "كم حبة رمل تحتويها وحدة محددة من الحجم"، ولنا أن نتخيل ضخامة الأعداد والأرقام التي حصل عليها، فهذه المحاولات بُذلت للبحث في الإشكال الفلسفي(التناهي واللاتناهي)[21].

9-كتاب ألغاز رياضية (مسألة الماشية): ويتناول فيه مسألة الأعداد الضخمة- والغريب هو اقترابه بشكل كبير من التقاليد الهندية في حساب الأعداد-، وهذا يشي لنا بمعرفته وإطلاعه على رياضيات الحضارات الشرقية القديمة[22].

---

(19) توبياز دانزج- العدد لغة العلم- ترجمة د. أحمد أبو العباس- مكتبة مصر- القاهرة بدون تاريخ- ص114، ص151.

(20) Thomas Heath- (Translator), The Works of Archimedes- Dover 2002- P.139.

(21) Ibid- P.133.

(22) Ibid- P.32.

10- **كتاب توازن المستويات (الأجسام الطافية):** وهو عبارة عن 50 صفحة باليونانيــة، ويحتـوي علــى قواعـد الهيدروسـتاتيكا أو ميكانيكـا السـوائل، واستنتاج قانون الطفو[23].

11- **كتــاب الطريقــة:** حـاول فيـه إيجـاد المسـاحات والحجـوم. ومـن ضـمن نظرياته: المخروط ثُلث الأسطوانة، الهرم ثُلث المنشور؛ بشرط اشتراكهما في القاعدة والتساوي في الارتفاع[24].

12- **كتاب عمل الكرة:** وأصله اليوناني مفقود، وإن كانت لـه ترجمـة في اللغة العربية، وصف فيه كيفية إقامة ساعة شمسية لبيان حركة الشمس والقمر والكواكب، وكانت قريبة من الدقة بحيث تستطيع التنبؤ بكسوف الشمس وخسوف القمر[25].

13- **كتاب المرايا:** وأصله اليوناني مفقود أيضًا ومنه اقتبس علماء الحضارة الهيلينية والعربية، ومعروف قصة إقامته لمرايا حارقة لسحق الأسطول الروماني[26].

تحليل تقنيات أرشميدس الرياضية:

من الثابت أنه يستوجب الربط بين مفهوم التحليل والبساطة، فالتحليل تفكيك ومحاولة لفهم المعقد، فأحد أسئلة هذا البحث الرئيسة هي: "هل تستطيع المعرفة الهندسية والمنطقية تزويدنا بحقائق تجريبية عن العالم"؟ وسيحاول هذا البحث

([23]) Ibid– P.212.

([24]) Michael Closey– Intuitive Pysics– Scientific American, April 1983– Vol. 248, No.4, P.54.

([25]) Ibid– P.55.

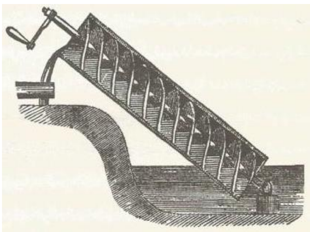
([26]) Ibid– P. 56.

(ISSN : 2536- 9555)

جاهدًا ربط السؤال السابق بالمقولة اليونانية الأثيرة الخاصة بأن "الدائرة هي أتم وأكمل الأشكال الهندسية"؛ بوصفها أدت إلى تقنية البكرات، أحد أهم أُسس الميكانيكا في بدايتها.

أولاً: **تحليل تقنية حلزون أرشميدس** Archimedes Screw :

ثمة ملاحظة للوهلة الأولى وهي: انسياب الماء وانحداره من أعلى لأسفل حسب قوانين الاستطراق(*)؛ ولكن حلزون (بريمة) أرشميدس المعروف بالطنبور يمكننا من رفع الماء من أسفل إلى أعلى، ولذلك اعتُبر الأمر أنه أشبه بالإعجاز في ذلك الزمن الغابر. ولتحليل الموضوع يتضح الآتي:



1- الأشكال الهندسية بأسرها ثلاثة أنواع من الخطوط فقط:

أ- خطوط مستقيمة فقط كالمربعات والمثلثات، ومتوازي الأضلاع...

ب- بعض الأشكال الهندسية عبارة عن خطوط غير مستقيمة- محدبة أو مقعرة- وهما في الأصل خط

(*) يستثنى من ذلك الخاصية الشعرية في النباتات والأشجار الباسقة، إذ إن الماء يرتفع من أسفل (الجذر) إلى أعلى (الساق والفروع والأوراق)، وهذه خاصية طبيعية بموجبها يرتفع الماء إلى أعلى بفعل صغر مقطع الأنابيب الحاملة للمِاء، فكلما كان هذا المقطع صغيرًا، ارتفع الماء لمسافة أكبر، ولولاها ما نَمَتِ المزروعات بأسرها.

منحني لا علاقة له بالاستقامة كالدائرة، أو مجسمًا كالكرة.

ج- أشكال هندسية تجمع بين الخطوط المستقيمة والخطوط غير المستقيمة، كالمخروط، والأسطوانة.

2- والسؤال المطروح وفقًا لِما سبق، هل يجوز لنا القول: بما أن المخروط والأسطوانة يتكونان من خطوط مستقيمة وخطوط غير مستقيمة: إنهما شكلان متطابقان، وخاصة أن مقاطع كلاٍّ منهما هي مقاطع دائرية. والإجابة بالنفي القاطع؛ لأنه ثمة فارق وحيد وجوهري (جامع مانع) بينهما وهو: أن كل مقاطع الأسطوانة متساوية، بينما مقاطع المخروط غير متساوية، فلو قسمنا أسطوانة ومخروط لهما الارتفاع نفسه إلى عشر مقاطع، سيتضح أن كل مقطع من العشرة في الأسطوانة مساوٍ تمامًا للآخر، على عكس المخروط، فكل مقطع من العشرة مختلف عن الآخر تمامًا من حيث المساحة. ومن ثم فإنه على الرغم من أنهما يشتركان في خاصية أنواع الخطوط، إلا أنه يوجد فارق جوهري بين مساحة مقاطع الشكلين(27).

3- والسؤال المطروح: ماذا نعني بحلزون أرشميدس؟ وسيتضح أن هذا الشكل الهندسي عبارة عن مجسم لولبي بداخل أسطوانة ما مجسمة، هي في الأصل دائرية الشكل، ويوجد خط مستقيم في مركز تلك الأسطوانة الدائري، يبدأ من أعلاها إلى أسفلها، هذا

(27) Thomas Heat- Translator The Works of Archimedes, P.276.

(ISSN : 2536- 9555)

الحلزون متعدد الانحناءات، بحيث إن كل انحناء يُفضي إلى الآخر، وكل انحناء يبدأ من سابقه ويتصل بلاحقه بصورة تجعل كل انحناء لهذا الحلزون متطابق تمامًا مع أي انحناء آخر، فتكون جملة الانحناءات متطابقة من أوله إلى آخره، وبالتالي فإن الماء ينساب بداخله بصورة دائرية تلقائية من أسفل (النهر، أو المنبع)، إلى أعلى حيث (المصب).

يقول جورج سارتون "في أحد مؤلفات أرشميدس- التي وصلت إلينا- المتعلق بشبه المخروط وشبه الكرة، ويعالج كلا من السطوح المتكافئة والسطوح الزائدة الدورانية، والأجسام الناتجة عن دوران القطوع الناقصة[*] حول محاورها الكبرى والصغرى، فخصص ذلك الكتاب للحلزونات ... وقد شرح طريقة عمله كما يلي: إذا ثُبت أحد طرفي خط مستقيم، ثم أُدير في مستوى بمعدل ثابت حتى يعود إلى الوضع الذي بدأ منه، وإذا حدث في الوقت نفسه الذي يدور فيه الخط المستقيم أن تحركت نقطة بمعدل ثابت على هذا الخط مبتدئة من الطرف المثبت، فإن هذه النقطة ترسم حلزونًا في المستوى"[28]، فالحلزون يدور دورة دائرية كاملة، بداخل أسطوانة دائرية مجسمة.

والكتاب الأول الذي يتناول هندسة المخروطات (وكذلك شبه المخروطات) هو: القطوع المخروطية لأبولونيوس، وهو عبارة عن (8) مقالات وصل منها إلى أيدي العرب (7) مقالات فقط، وقام ابن الهيثم بعمل ليس له نظير بأن ألف المقالة الثامنة وأسماها "تمام كتاب المخروطات" وذلك بعد استيعابه للمقالات السبعة، وبالتالي توقع ما هو ناقص ودونه في مقالته المذكورة آنفًا، ولتعريف

(*) القطوع المخروطية ثلاثة أنواع وهي: القطع الزائد، والقطع الناقص، والقطع المكافئ.

([28]) سارتون- تاريخ العلم- الجزء الرابع- ص140.

المخروط عند أبولونيوس يتضح أنه: يحدث من دائرة في سطح ونقطة في أعلى من ذلك السطح يوصل بين النقطة ومحيط الدائرة بخط مستقيم، ويُدار الخط على محيط الدائرة، والنقطة ثابتة، إلى أن يرجع الخط إلى النقطة من محيط الدائرة الذي منه ابتداء الدوران(29).

وعلى هذا فإنه من الخطأ الإشارة إلى الخط غير المستقيم بأنه المنحنى (المحدب والمقعر) فقط، ولكنه الحلزوني أيضًا، فالحلزون يصنع ما نسميه بالبديهة- (القلاووظ)(*) فهذه الآلة هي في الأصل تصور هندسي لحلزون اسطواني مجسم (لولب) يدور حول محوره.

ثم يدور الزمان دورته ويفكر عبقري آخر هو ليوناردو دافنشي، تحت تأثير حلزون أرشميدس ولولبه؛ بتعديل هذا الاختراع من عمله بنظرية السطح المائل بين المياة والمصب، إلى توظيفه بطريقة جديدة تمامًا وهي نظرية العمود وتحويل هذا الحلزون إلى البريمة (المثقاب) الذي يخترق سطح الأرض (عملية الحفر)، فتتم إدارة العمود الملولب ليخترق سطحها، ثم تجري عملية استخراج العمود اللوللبي (البريمة)، حيث يخرج من الأرض حاملاً معه التربة المقطوعة(30).

وبعد ذلك يُبدي هذا البحث ملاحظة وهي: أن الشكل الحلزوني داخل أسطوانة مجسمة له تطبيق غير ميكانيكي، أو بالأحرى تطبيق هندسي معماري- لاحظ توظيفات الهندسة الميكانيكية للحلزون، ثم ويا للعجب الاستفادة به في

---

(29) ظهير الدين البيهقي- تاريخ حكماء الإسلام- عُنى بنشره وتحقيقه د. محمد كُرد على- المجمع العلمي العربي- دمشق 1946م- ص111.

(*) القلاووظ لفظ دخيل على العربية، وهي لفظة تركية Kilavuz، المعجم الوسيط 784/2.

(30) د. جلال شوقي- عبقرية ليوناردو دافنشي في الهندسة- مكتبة الأنجلو المصرية- القاهرة 1964م- ص265.

(ISSN : 2536- 9555)

الهندسة الإنشائية-، واستخدام هذه التقنية في البناء والتشييد؛ وذلك عن طريق الصعود من أسفل إلى أعلى والهبوط من أعلى إلى أسفل بداخلها، فالسلم الحلزوني الموجود داخل المئذنة يدور حول نفسه (محوره) بطريقة دائرية صعودًا وهبوطًا[*].

ومن ثم فإنه يصبح في مقدورنا طرح سؤال مشروع وهو: هل تقنية السلم الحلزوني أسبق من تقنية طنبور الري ورفع المياه؟ وإذا علمنا وتأكدنا أن فن العمارة والبناء في مصر كان في غاية الدقة العلمية والهندسية، وكذا اتفاق معظم المصادر التاريخية على أن أرشميدس عرف حلزون الري إبان إقامته في مصر، يصبح السؤال أكثر أهمية، وهذا ما يحتاج إلى بحث جديد في تاريخ العمارة ومعرفة بداية استخدام التقنية الحلزونية في فن البناء وفن البناء والتشييد[31].

الطريقة البديهية وتطبيقاتها العديدة لدى أرشميدس:

يقرر سارتون أنه قد تم العثور على كتاب: توازن المستويات؛ وكتاب: الأجسام الطافية- في الترجمات العربية وليس الأصل اليوناني-، المكتوبين على غرار الطريقة الإقليدية التي انتشرت انتشار النار في الهشيم؛ فهي تبدأ من الأكثر

(*) من الشائع في دنيا العلوم استخدام التقنية بطريقة عكسية أحيانًا، فعلى سبيل المثال لا الحصر، فإن فكرة الدينامو (المولد) عكس فكرة الموتور تمامًا، ففي الدينامو نحصل على الكهرباء والطاقة من الحركة، أما الموتور فالعكس بالضبط هو الذي يحدث؛ فإننا نحصل على الحركة من الطاقة، فالمروحة الكهربائية تعطينا الحركة بعد إيصالها بالتيار الكهربائي، والخلاصة أن كل من التقنيتين (الدينامو والموتور) متعاكستان بمعنى أن نظرية عمل كل منهما عكس الأخرى تمامًا.

(31) هيرمان تيرش- فاروس (منارة الإسكندرية)- ترجمة ميرفت سيف الدين- من ص119 إلى ص123.

بساطة ووضوحًا كالبديهيات، ثم المصادرات، والتعريفات، وانتهاء بالحصول على نتيجة جديدة (نظرية). أي الابتداء بالأبسط والتدرج تدرجًا محسوبًا، إلى الانتهاء (بالأعقد). وما زالت هذه شيمة الرياضيات بعامة والهندسة بخاصة.

وهناك حقيقة لا يعلمها البعض؛ إلا بعد الإطلاع على أحد الأبحاث الرياضية الروسية الرصينة، التي أشارت إلى جانب مجهول تمامًا بخصوص أرشميدس وهي "ترجمة ثابت بن قرة" كتاب أرشميدس حول إشكالية التوازي عند إقليدس (المصادرة الخامسة)، فلربما كانت نظريته عن هذه المشكلة الرياضية العويصة، قد صيغت في الكتاب المنسوب إلى ثابت بن قرة، أو على أقل افتراض كانت نظرية ثابت قد دُونها متهديًا أثر أرشميدس. وخاصة أنه نقل له من اليونانية أكثر من كتاب إلى العربية أسماها "رسائل أرشميدس"، وكذلك كتاب أبولونيوس في المخروطات، أضف إلى ذلك أنه قد حرر أصول إقليدس[32]. وفي هذه الناحية سيتضح محاولة أرشميدس استنتاج قانون الرافعة الميكانيكي (التجريبي) بواسطة المنهاج العقلي الاستدلالي (الرياضيات البحتة).

النسق البديهي واستنتاج نظرية الروافع:

أولاً: المسلمات:

1- كل الأوزان المتساوية التي على أبعاد متساوية تكون متزنة.

(32) بوريس روزنفيلد، يوسكوفيتش- نظرية الخطوط المتوازية في المصادر العربية (ما بين القرنين الثالث والثامن للهجرة- التاسع والرابع عشر للميلاد)- ترجمه وأعده بعد العوودة به إلى أصوله العربية المخطوطة د. سامي شلهوب، د. كمال نجيب عبد الرحمن- منشورات معهد التراث العلمي العربي بجامعة حلب- مصادر ودراسات في تاريخ الرياضيات العربية رقم 6- سوريا 1989م- ص24، ص25، وكذلك ص58.

(ISSN : 2536- 9555)

2- الأوزان المتساوية التي على أبعاد غير متساوية لا تكون متزنة، وتميل نحو الوزن الذي يوجد على مسافة أكبر.
3- إذا أُضيف شيء إلى أحد الوزنين في مجموعة متزنة موضوعة على أبعاد معينة، فإن هذه المجموعة تصبح غير متزنة، وتميل تجاه الوزن الذي حدثت إليه الإضافة[33].
4- إذا حُذف شئ من أي وزن في المجموعة فإنها تصبح غير متزنة، إلا أنها تميل تجاه الوزن الذي لم يُحذف منه شيء.
5- إذا تطابق سطحان متساويان ومتشابهان عند مقارنتهما فإن مركزي ثقلهما يتطابقان كذلك.
6- يتشابه وضع مركز الثقل في أي شكلين متشابهين وغير متساويين.
7- إذا اتزن وزنان على بُعدين محددين، فإن أي وزنين آخرين مساويين لهما يتزنان على نفس البعدين[34].
8- في أي شكل مقعر الحدود، ينحني مركز ثقله في نفس الاتجاه داخل الشكل.

([33]) انظر جورج جاموف- قصة الفيزياء- ترجمة د. محمد جمال الدين الفندي- إعادة طباعة- تقديم د. أحمد فؤاد باشا- المركز القومي للترجمة- المجلس الأعلى للثقافة- سلسلة ميراث الترجمة رقم 1645- القاهرة 2010م- ص46، وانظر كذلك :

Thomas Heath- (Translator), The Works of Archimedes- P.266.

([34]) إسحق عظيموف- أفكار العلم العظيمة- ترجمة هاشم أحمد محمد- مراجعة على يوسف على- سلسلة الألف كتاب الثاني رقم 276- الهيئة العامة المصرية للكتاب- القاهرة 1997م، ص34 وانظر كذلك:

Clegett Marshall- "Archimedes", in Dictionary of Scientific Biography, Charles Gillispie, Editior- in chief (New York: Charles Scribner's Sons, 1970).

ثانياً: **التعريفات**:

النقط المتشابهة الوضع بالنسبة للأشكال المتشابهة، فهذه النقط إذا رُسمت منها خطوط مستقيمة لتمر بالزوايا المتساوية، فإن هذه الخطوط المستقيمة تعمل زوايا متساوية مع الأضلاع المتناظرة.

ويعقب هذه المسلمات والتعريفات[35] مجموعة من النظريات مشتقة منها عن طريق التطبيق المباشر للمنطق- لاحظ العلاقة الوطيدة بين الاستدلال المنطقي والرياضيات- وأخيرًا استنتاج بعض النظريات.

النظريات:

1- الأوزان التي تتطابق على مسافات متساوية تكون حتمًا متساوية.

2- عندما تُوضع الأوزان غير المتطابقة على أبعاد متساوية، لا تتزن وتميل تجاه الأوزان الأكبر.

3- عندما توضع الأوزان غير المتساوية على أبعاد غير متساوية، (يمكن أن تتزن) أو هي قد تتزن فعلاً، إذا كان الوزن الأكبر قد وُضع على بعد أصغر.

4- إذا لم يكن لوزنين متساويين نفس مركز الثقل، فإن مركز ثقل الوزنين معًا هو النقطة الواقعة على منتصف الخط الواصل بين مركزي ثقلهما.

5- إذا وقعت مراكز ثقل ثلاثة أوزان متساوية على خط مستقيم، وكانت على أبعاد متساوية، ينطبق مركز ثقل المجموعة على مركز ثقل الوزن الأوسط[36].

([35]) Thomas Heath- (Translator), The Works of Archimedes- P.76.

([36]) Ibid- P.78: 82.

وانظر جورج جاموف- قصة الفيزياء- ترجمة د. محمد جمال الدين الفندي- ص46، 47.

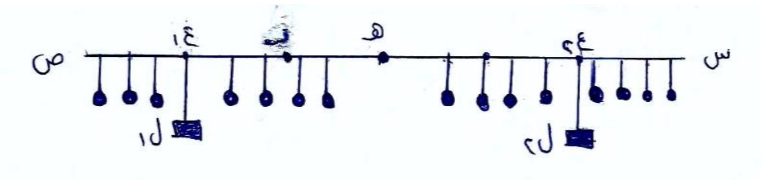
(ISSN : 2536- 9555)

ويرتكز برهان أرشميدس لقاعدة الرافعة، على الطريقة الإقليدية، على عدد من التعاريف المسبقة الإدراك والبدهيات وتشمل هذه:

1- أن الرافعة المتماثلة التحميل متزنة (المقصود بأن الأوزان بها متساوية، وعلى أبعاد متساوية).

2- أن الجسم المعلق على رافعة، يمكن استبداله بآخر له نفس الوزن، بشرط أن تظل المسافة من نقطة التعليق إلى المركز كما هي[37] (يُشترط عند الاستبدال عدم حدوث تغيير في الطرف الأيمن والطرف الأيسر، وكما يشترط تساوي الوزن)[38].

ويسير البرهان بعد ذلك كما يأتي: الثقلان ل$_1$، ل$_2$، معلقين عند النقطتين ع$_1$، ع$_2$ من قضيب يدور حول (مركز اتزان الرافعة) هـ. وأعطى أرشميدس برهانًا لإثبات قانون الرافعة، ولنفترض أن:



برهان أرشميدس على قانون الرافعة

أن ل$_1$: ل$_2$ = ن$_1$: ن$_1$ حيث ن$_1$، ن$_2$ أعداد صحيحة، ويمكن بذلك افتراض أن ل$_1$ = ن$_1$ ق، ل$_2$ = ن$_2$ ق. والمطلوب إثبات أن الرافعة تصبح متزنة عندما يكون: ل$_1$: ل$_2$ = هـ ع$_2$: هـ ع$_1$

---

(37) فوربس، ديكسترهيوز- تاريخ العلم والتكنولوجيا- الجزء الأول- ترجمة د. أسامة أمين الخولي- مراجعة د. محمد مرسي أحمد- سلسلة الألف كتاب الثاني رقم 1003- الهيئة المصرية العامة للكتاب- ط2- القاهرة 1992م- ص57.

(38) المرجع السابق- ص58.

وعلى هذا يمكن افتراض أن هـ $ع_2$ = $ن_1$ ث، هـ $ع_1$ = $ن_2$ ث. وسنجعل $ع_1$ ص = $ع_1$ ر = هـ ر، ثم هـ $ع_2$ = هـ $ع_1$، وسنجعل أيضًا $ع_2$ س = هـ ر، ثم هـ ص = هـ س، ونقوم بقسمة ص ر إلى 2 $ل_1$ إلى جزئين قيمة كل منهما ث، ر س إلى 2 $ن_2$ إلى جزئين قيمة كل منها ث، ونستبدل $ر_1$ = $ن_1$ ق عند $ع_1$ بـ2 $ن_1$ وزنًا قيمة كل منها $\frac{ق}{٢}$ عند مراكز الـ 2 $ن_1$ جزءًا وهو "ث" التي انقسم إليها ص ر، وبالمثل نستبدل أيضًا $ل_2$ = $ن_2$ ق عند $ع_2$ بـ 2 $ن_2$ وزنًا من الأوزان $\frac{ق}{٢}$ عند مراكز الـ 2 $ن_2$ جزءًا وهو "ث" التي في ر ص طبقًا للقاعدة (2) المشار إليها والتي تسمح بهذا، ويبدو أن أرشميدس استند في برهانه إلى اعتبار مركز الثقل المشترك (يكون في المنتصف بالضبط) لكل من مجموعتي الأثقال المعلقة من القضيب ثابتًا لا يتغير بالتقسيم، والملاحظ هنا أنه قد أتى بالبرهان الرياضي بعد التجربة في الواقع الحسي، ولذلك فإن البرهان الرياضي، يكون داعمًا للتجربة، وليس معزولاً عنها.

وتصبح الرافعة بهذا متماثلة التحميل بالضبط، وتكون متوازنة طبقًا للقاعدة الأولى، وأثبت أن هذا صحيح أيضًا إذا لم تكن $ل_1$، $ل_2$ وكذلك هـ $ع_1$، هـ $ع_2$ في تناسب عددى[39].

والبرهان على أية حال بارع للغاية، وكان ذا أهمية عظيمة في تاريخ الميكانيكيا، ويبدو أنه فتح الطريق للمعالجة الرياضية لفرع من فروع العلوم الطبيعية، وله تأثير قوى ملهم في التطورات بطريقة مماثلة لتعقب ما يسمى قانون

(39) المرجع السابق– ص58، 59.

(ISSN : 2536- 9555)

المستوى المائل، الذي يجلّى العلاقة بين ثقلين مربوطين بحبل معلق حول بكرة، يقع كل منهما على مستوى مائل. وهذا يؤدي إلى مجموعة من الحقائق وهي:

أ- يظهر بوضوح أن قاعدة الرافعة التي يمكن استخدامها لقياس الفائدة الآلية (الميكانيكية) للآلات البسيطة، ومن المحتمل أن تكون قد نشأت مباشرة عن ممارسة الأعمال القتالية، فقد استخدمت المنجنيقات الحربية الضخمة لأول مرة، وأصبحت أحد الأنواع المهمة من أسلحة الحروب عند الرومان[40]، وإلى جانب اهتمام أرشميدس بمسائل ميكانيكية متنوعة، خصص جزءًا من وقته لتنظيم القذائف الحربية[41]. (ومن المحتمل أن الذي أدى به إلى دراسة خواص الروافع هو محاولة تفسير عمل هذه المدافع)[42].

لقد وصف بوليبوس (204-122 ق.م)- مؤرخ روماني شهير- دور أرشميدس في الدفاع عن سيرا كوز سنة (205-212 ق.م) بالفقرة الآتية من كتابه "التاريخ" "كانت المدينة قوية ... وقد استغل أرشميدس ذلك ورسم خطة الدفاع، وهي أن يكون لدى الحامية كل ما يمكن أن تحتاج إليه في أية لحظة ... لقد بدأ جيش الأعداء الهجوم، فأحضر سلالم التسلق، ثم حاول تثبيت هذه السلالم على ذلك الجزء من الحائط المجاور، واستخدم 60 سفينة من ذوات الخمسة صفوف للتجديف، وكل من هذه السفن مملوءة بالحراب والمقاليع والرماح ...

([40]) إسحق عظيموف- أفكار العلم العظيمة- ترجمة هاشم أحمد محمد- ص35.

([41]) جون كلارك- موسوعة المسار الزمني لتقدم العلوم- المجلد الثاني (علوم العصر الكلاسيكي وأوائل العصور الوسطى)- ترجمة د. مصطفى معرفي، مراجعة علمية- د. أمل العازمي- مؤسسة الكويت للتقدم العلمي- الكويت 2015م- ص26، 27.

([42]) المرجع السابق- ص26.

وعلى هذه السفن المزدوجة التي كانت تسير بالمجاديف الخارجية، نقل المهاجمون خلف الأسوار بعض الالآت المسماة "سامبوكي" وهي (سلالم تسلق كبيرة تستخدم للانتقال من السفينة) ... ولكن أرشميدس كان قد صنع منجنيقات تناسب الأبعاد المختلفة، وبينما كانت السفن لا تزال على بُعد كبير، أخذ يقذف العدو بالأحجار والسهام مستخدمًا في ذلك الآلات ذات المدى البعيد والأقواس ذات الأوتار الأكثر شدًا، وذلك ليؤلم العدو لأقصى درجة، وعندما اقتربت السفن استخدم أرشميدس آلات أصغر مدرجة حسب المدى المطلوب في الأوقات المختلفة ... وكانت لديه أيضاً آلات أخرى لا تظهر إلا عند الحاجة إليها، فكلما حاولوا استخدام سلالم التسلق، تظهر هذه الآلات فجأة فوق الأسوار من الداخل ثم تمتد روافعها إلى الخارج بعضها يحمل أحجارًا يصل وزن الواحد منها إلى عشر وزنات (أو 260 كيلو جرامًا)، والبعض الآخر يحمل كتلاً كبيرة من الرصاص وكلما اقترب سلم التسلق، كانت الروافع تدور المسافة المطلوبة حول محورها، وبمساعدة حبل يمر على بكرة كانت الأحجار تسقط على السلم، ولم تقتصر نتيجة ذلك على تحطيم السلم نفسه، بل كانت السفينة ومن فيها تتعرض لخطر داهم، وبعض الآلات الأخرى التي صممها أرشميدس كانت تستخدم ضد مجموعات قاذفي الأحجار[43].

ولقد واجه أرشميدس هؤلاء بطريقتين: الأولى قذف أحجار كبيرة بدرجة تكفي لدفع البحارة إلى مقدم السفينة، والطريقة الثانية كانت إنزال يد حديدية مربوطة في سلسلة، وبمساعدة اليد يحاول الرجل الذي يسير هذه الآله (شبيهه بالونش) أن يمسك بمقدمة السفينة، ثم يضعها على رافعة الجهاز في اتجاه الحائط، وبذلك

([43]) بلوتارك نقلاً عن: لانسلوت هوجين– العلم– ترجمة د. عطية عبد السلام عاشور، د. سيد رمضان هدارة، مراجعة د. محمد مرسي أحمد– الجزء الثاني من المجلد الأول– دار الفكر العربي– سلسلة الألف كتاب الأولى رقم 101– القاهرة 1964م– ص364.

(ISSN : 2536- 9555)

يرتفع مقدم السفينة وترتكز على مؤخرتها، ثم فجأة يثبت الرجل رافعة آلته حتى لا تتحرك، ثم فجأة يرخي اليد والسلسلة باستخدام حبل وبكرة ... والحقيقة أن رجلاً واحدًا وعقلاً واحدًا، اضطلع بهذه المهمة الخاصة، كان يضاهي جيشًا بأكمله[44] إنه عقل أرشميدس!.

وقد ذكر بلوتارك (بلوتارخ) (46-120م) (في كتابه حياة مارسيلوس Life of Marcellus) أن القائد مارسيلوس خاطب جنوده قائلاً: هلا توقفنا عن القتال ضد هذا البراياروس Briareus الهندسي (وهو في الأساطير اليونانية مارد له مئة ذراع)، الذي يستخدم سفننا لغرف الماء من البحر، فهو يقلب على نحو مُذل السلالم الخاصة بنا التي كنا نستعملها للتسلق على أسوار المدينة المحاصرة، والذي يفوق بقذائفه الكثيرة التي كان يرشقنا بها دفعة واحدة، المارد ذا المئة ذراع الذي ذكرته الأساطير، ويروي بلوتارك أن الرعب دب في صفوف جنود الرومان فذكر: أنهم من رعبهم كانوا إذا رأوا مجرد حبل أو قطعة من الخشب مُدلاة خلف الأسوار، بادروا إلى الهرب والصراخ معلنين أن أرشميدس اخترع مجددًا آلةً جديدةً للقضاء عليهم[45].

ويذهب ليوناردو دافنشي إلى أنه صمم مدفعًا أطلق عليه اسم Architronito نسبة إلى أرشميدس فيقول: "الأرشيمترونتو مدفع من النحاس، يمكنه قذف كرات حديدية بقوة كبيرة، ويتكون هذا المدفع من ثلاثة أجزاء أساسية. هي غرفة حريق الفحم، تعلوها غرفة تبخر الماء، ومنها إلى ماسورة المدفع النحاسية المحتوية على الكرات الحديدية التي يجري قذفها بقوة كبيرة، وذلك بتسليط البخار عليها بشكل

([44]) إسحق عظيموف- أفكار العلم العظيمة- ص35، 36.

([45]) Clagett, Marshall, "Archimedes", in Dictionary of Scientific Biograpy, Charles Gillispie- P.302.

مفاجئ خلال صمامات لولبية معدة للتحكم في دفع البخار إلى ماسورة المدفع"[46].

ب- يعطي قانون الرافعة أبعاد الأثقال المختلفة عن المحور في حالة اتزانها، والقاعدة التي إنتهى إليها أرشميدس هي أن الثقل يتناسب عكسيًا مع البعد[47].

وكان لاكتشاف المبدأ الذي تعمل به الرافعة وما تبعه من تطبيقات مختلفة آثارٌ ظاهرة في العالم القديم، كما يتبين لنا من الوصف الذي ساقه بلوتارك عن تاريخ قادة الرومان.

وكتب أرشميدس إلى هيرو ملك سيراكوزا- وكان على علاقة وطيدة به-، ينبئه بأنه يستطيع إزاحة أي وزن عن موضعه باستخدام أي قدر من القوة يُعطي له، وقد شجعته تجاربه وبراهينه المبنية على أُسس متينة، على المجاهرة بأنه إذا كان هنالك عالم آخر (يقصد خارج الكرة الأرضية) واستطاع الذهاب، إليه فإنه يستطيع تحريك الأرض، ودهش هيرو أيما دهشة، ورجاه أن يطبق نظريته، ويُريه كيف يستطيع تحريك أحد الأوزان العظمى باستخدام قوة صغيرة[48]، وعمد أرشميدس إلى سفينة تجارية من ثلاثة طوابق تابعة للأسطول الملكي كانت قد سُحبت تجاه الشاطئ بعد مجهود شاق بذله العديد من الرجال، وبعد أن ساق إليها نفرًا من الركاب وملأها بأصناف البضاعة، وأتم شحنها كالمعتاد، وشرع يحرك بيديه عددًا من البكرات، استطاع بمفرده أن يسحب السفينة نحوه بسهولة تامة-

(46) انظر شوقي (د. جلال)- عبقرية ليوناردو دافنشي في الهندسة- الأنجلو المصرية- القاهرة 1964م- ص133 إلى ص135.
(47) المرجع السابق- ص365.
(48) جورج سارتون- تاريخ العلم- الجزء الرابع- ص228، 229.

(ISSN : 2536- 9555)

دون أن يبذل مجهودًا يذكر – وكأنما هي تنزلق على سطح الماء وتنساب فوقه انسيابًا"[49].

وثمة مجال آخر مماثل يمكن أن يستخدم فيه مبدأ تساوي الشغل[*](الجهد) المبذول في طرفي الرافعة، ويتصل هذا المجال باستعمال "البكرات" التي استعان بها أرشميدس في تحريك السفينة الضخمة الوزن التي أثار بها دهشة الملك هيرو، فنحن إذا ما عمدنا عند رفع وزن كبير إلى حمله بحبل ينساب على عجلة (بكرة) مثبتة في قائمة قوية من الخشب، ثم ارتفع الوزن خلال المسافة (ف) التي تساوي طول الحبل (ل) الذي سحبناه، فإن القوة المستخدمة في شد الحبل (ق)، تكون مساوية للوزن تمامًا[50].

ووفقًا للعرض السابق يتضح أن الفكرة الرياضية (الفكرة النيرة)، وهي الخاصة باكتشاف قانون الرافعة، قد تم التأكد منه في الواقع التجريبي، ولم نكن نحتاج سوى بكرة (على صورة دائرة وهي أحد تقنيات استخدام الشكل الدائري الذي هو بحق أتم الأشكال الهندسية)، أو بكرات، وبعض الحبال القوية والمتينة لرفع وزن من الضخامة، يعجز عنه حشود بشرية هائلة، ومن هنا فإن الفكرة (التصور الذهني)، والقدرة على تحويلها إلى تقنية واقعية، لهي قفزة ضخمة من التجريد

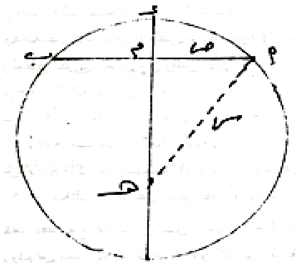
([49]) المصدر السابق– ص229.

(*) الشغل Work مصطلح فيزيائي يعني "طاقة تنتقل من جسم إلى آخر، وتقاس بضرب القوة المؤثرة في المسافة التي يقطعها الجسم بتأثير القوة، ويعبر عن مقادير الشغل بوحدات مثل: قدم، رطل، جول، إرج. انظر موسوعة المعجم العلمي– تحرير د. أحمد رياض تركي– إصدار الجامعة الأمريكية بالقاهرة بالاتفاق مع دائرة المعارف البريطانية– القاهرة 1968م– ص609.

([50]) المصدر السابق– ص229، 230.

(التأملي) إلى التجسيد (الواقعي)، ويالها من قفزة جعلت البشرية عبر كل تاريخها تنتقل من ماضٍ مرهق ومضنٍ إلى حاضر تنعم فيه بالراحة والدعة، وهذا هو جوهر ما فعله أرشميدس، أضف إلى ذلك فإن استغراق الإنسان بالتفكير في معضلة عويصة، تجعله يحلق في عالم من الأفكار الجديدة بهدف الاستفادة بأحدها بوصفها وسيلة للظفر بالحل[51].

تقنية الميزان:



من الثابت أن الميزان ذا الكفتين يعتمد على قوانين الروافع، فإذا تناولنا مثال ميزان تسوية الأرض، فهو يستخدم في تسوية سطح التربة، ويحدد منسوب المجاري المائية قياسًا إلى محتوى سطح الأرض، وهو عبارة عن عمود خشبي طويل وخشبتين متساويتين طول كل منهما بقدر قامة الرجل، ثم نأخذ رجلين بعد ذلك ممسكين بخيطين، ثم يبعد كل منهما عن الآخر، ثم يوضع الميزان في وسط العمود، ثم نراقب لسان الميزان (مركز الثقل) إلى أن يستوى، فإذا استوى اللسان كانت الأرض مستوية، ولكن إذا طلع اللسان من جهة فإن هذه الناحية هي الأعلى، ولذا يجب على صاحب الأرض معرفة ذلك، وإذا أردنا معرفة مقدار

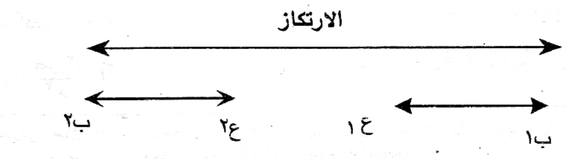
([51]) Heat- The Method of Archimedes- London, 1926- P.17.

وانظر كذلك ستيفن جونسون- من أين تأتي الأفكار الجيدة (التاريخ الطبيعي للإبداع)- ترجمة د. حاتم النجدي- مؤسسة الكويت للتقدم العلمي- الكويت 2014م. وانظر كذلك :

Clagett, Marshall, "Archimedes", in Dictionary of Scientific Biograpy, Charles Gillispie- P.305.

(ISSN : 2536- 9555)

الارتفاع طُلب من صاحب المكان الأعلى بأن ينزل بالخيط على الخشبة حتى يستوي اللسان، بمقدار ما يكون من الخشبة، فيكون هو ارتفاع الأرض[52].



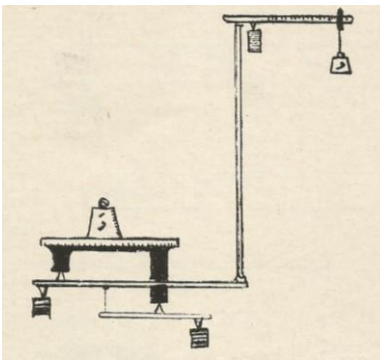
وهذا القانون يعتمد رياضيًا على أن:

القوة × الذراع = المقاومة × الذراع

الكتلة × العجلة × الذراع = الكتلة × العجلة × الذراع

ك2 × ع2 = ك1 × ع1[53].

ومن التطبيقات الرائعة المألوفة في حياتنا اليومية الآن الموازين المستخدمة لوزن المتاع، أو لوزن جسم الإنسان، والتشابه بين هذا الميزان وبين القذائف الحربية القديمة يثير الاهتمام، وذلك لأنه يتضمن نتيجة مهمة لم تستوعب استيعابًا كاملاً إلى أن أصبح قياس الشغل أمرًا ضروريًا نتيجة لقيام الآلة ببذل الجهد بدلاً من الإنسان، ومعلوم أنه لا يكاد يلزم أي مجهود لتحريك أي الكفتين عندما يتزن ثقلان في ميزان، فإذا كانت قوة الجذب أو القوة التي يستطيع ذراعك التأثير بها هي 112 رطلاً إنجليزيًا (الكيلو يساوي 2 ١/٣



---

(52) انظر الخازن- ميزان الحكمة- دراسة وتقديم د. منتصر مجاهد- الهيئة المصرية العامة للكتاب- القاهرة 2005م- ص240.

(53) المصدر السابق- ص241. ولمعرفة تركيب ميزان أرشميدس. انظر المصدر السابق الصفحات 367، 368.

رطل تقريبًا).

فإنـه يستطيع أيضًـا أن يـوازن طنًـا فـي نهايـة الرافعـة عنـدما تـؤثر اليـد عنـد الطرف الثاني على بعد يساوي عشرين مرة بُعْد الثقل عن محور الرافعة، وأي جهد إضافي مهما كان صغيرًا يكفي لقذف الثقل إلى أعلى[54].

المرايا الحارقة التي استُعملت لتدمير الأسطول المعادي:

عندما أصبحت السفن المعادية في مجال رمي السهام يُقال أنه صنع مرآة سداسية من نمط معين، ومرايا صغيرة لها 24 حرفًا، ووضعها جميعًا على مسافة ملائمة، وكان يحركها بالاستعانة بمفصلات وأسلاك معدنية، وقد نظم وضع المرآة السداسية، بحيث كانت دائرة الزوال في الصيف والشتاء تقسمها إلى شطرين متساويين، وكان يهدف إلى الاستفادة بأشعة الشمس الساقطة على هذه المرآة، في إضرام نارٍ هائلة بعد انعكاسها، محولة قوارب وسفن الأعداء إلى رماد، حتى عندما كانت تبتعد عن مجال رمي السهام.

لقد ذُكر الكثير عن (مرايا أرشميدس الحارقة) ... وأنه قد صنع نوعًا من (أشعة الموت)، التي اعتقد أنها تتكون من مجاميع من المرايا المقعرة التي كان لها قابلية تركيز أشعة الشمس على السفن الحربية المعادية وإضرام النار فيها، وحاول العديد من المؤرخين والبحاثة اختبار تلك الحقيقة التاريخية عمليًا، فقاموا بنصب العديد من توليفات المرايا لغرض تحقيق عملية إحراق شئ ما عن بُعد، فقد حاول أحد مهندسي (معهد ماسوشتس للتكنولوجيا MIT) التصدي لإثبات ما عجز عنه غيره، فقام في عام 2005م بتشجيع تلاميذه وقيادتهم لبناء نسخة مماثلة لإحدى سفن الأعداء الحربية من خشب البلوط، وقام بتسليط أشعة الشمس المركزة عليها،

(54) لانسلوت هوجين– العلم– القسم الثاني من الجزء الثاني– مرجع سابق– ص367، 368.

(ISSN : 2536- 9555)

لقد عمد هذا المهندس في محاولته تلك إلى صناعة (127) قطعة من قطع الرخام، بلغت مساحة الواحدة منها (12) مترًا مربعًا وقام بتغطيتها جميعًا بالمرايا العاكسة، ثم قام بتسليط أشعة الشمس المركزة بواسطتها على نموذج السفينة آنف الذكر من على بعد بلغ (30) مترًا، واصطبر الجميع لمدة (10) دقائق قبل أن تندلع النار فعلاً فيها[55].

وثمة محاولة سابقة لحرق جسم بحري آخر عن بُعد في عام (1973) بفعل أحد المهندسين اليونانيين، الذي قام بصناعة سبعين مرآة عاكسة وتركيبها بلغت مساحة كل منها (3 × 5) قدمًا، وجرب تركيز أشعة الشمس بواسطتها على قارب للتجديف، ونجحت هذه التجربة، فسرعان ما شبت النار في القارب بعد وقت قصير، لقد أثبتت التجربتان السابقتان إمكانية إضرام النار عن بُعد، بجسم بحري خشبي بواسطة المرايا المحرقة[56].

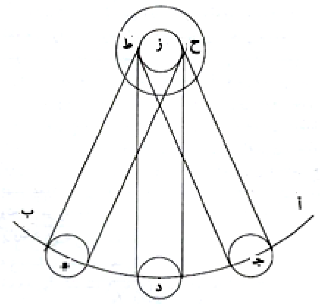
وأما الإحراق الذي ابتكره أرشميدس، فإن مراياه لم تكن من النوع الذي يحرق على نقطة محدودة، لأن هذه التي تحرق على نقطة محدودة إن تأخر الهدف المروم إحراقه عن حدها- الذي هو بُعد مسافة الإحراق- لم تحرقه، لأن نهاية الشعاع لا تبلغ إليه، وإن تقدم الهدف المراد إحراقه حتى ينعكس الشعاع عليه فلم يحرق.

ومن الثابت أنه أحرق بمرايا ذات مستويات عدة من السطوح هذه المرايا تعكس الشعاع بقدرها، إلى أن يعكس الشعاع جسم كثيف غير شفاف يعكس

([55]) أ. بكوفر كلفورد- رواد المعرفة عبر القرون- من أرشميدس حتى هوكينج- ترجمة د. إيمان نوري الجنابي- الجزء الأول- وزارة الثقافة والإعلام (المجلة العربية)- الرياض 2003م- ص132.

([56]) المرجع السابق- ص132، 133.

الضوء ولا ينفذ منه، إلى غير نهاية إن أمكن ذلك، فوضع المرايا بأيدي الرجال على قوس معلومة، فألقت شعاعاتها على المحرق فأحرقته، وإن تأخر المحرق لحقه شعاع المرايا بتحريك المتحكمين بالمرآة حتى يوازي المحرق، وإن دنا المحرق إليها، لحقه الشعاع أيضًا بتحريك تلك المرايا بواسطة المتحكمين فيها، فأين كان المحرق من الوضع، أعني في أي مكان كان، فإن شعاع تلك المرايا المنعكس منها يلحقه لا محالة[57].



وثم مثال رياضي لتوضيح هذه الحقيقة وهو مرايا جـ د هـ الثلاث الموضوعة على قوس ب أ والمحرق جسم ز.

فأقول: إن شعاع مرآة د يخرج حتى يصبح محرق ز ومنتهاه علامتا ح ط. وكذلك شعاع مرآة جـ، فإن الشعاع المنعكس منها يلحق المحرق الذي هو جسم ز، ونهايتاه ح ط، وكذلك مرآة هـ، فإن الشعاع المنعكس منها واقع أيضاً على جسم ز، ونهايتاه ح ط. فشعاع المرايا الثلاث مجتمع على جسم ز ، ونهايات الثلاثة أشعة ح ط، واجتماعها وتكاثفها على جسم ز يحدث الإحراق على جسم ز.

وكذلك إن تأخر جسم ز إلى أبعد من بعده الذي هو عليه مرارًا كثيرة على موازاة مرآة د، فإن شعاع مرآة د يلحقه، وكذلك إذا حُركت مرآة جـ إلى جهة أ، فإنها

(57) أبو يوسف يعقوب بن إسحق الكندي- علم المناظر وعلم انعكاس الضوء- تقديم وتحقيق ودراسة د. رشدي راشد- ترجمة د. نزيه المرعبي، د. بدوي المبسوط- مركز دراسات الوحدة العربية- بيروت 2003م- ص570، 571.

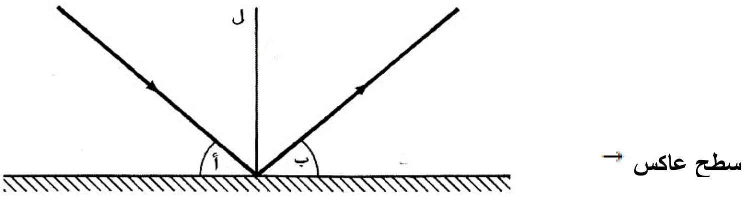
(ISSN : 2536- 9555)

تلحقه، وكذلك إذا حُركت مرآة هـ إلى جهة ب، فإنها تلحقه حتى تجتمع الشعاعات على جسم ز وتكون نهايتاها علامتي ح ط[58].

وكذلك إن قرب جسم ز إلى مرآة د على سمته الذي هو عليه، فإن شعاع مرآة د يلحقه وشعاع مرآة جـ إذا حُرك إلى جهة ب لحقه أيضًا وشعاع مرآة إذ حُرك إلى جهة ا لحقه أيضاً، فجسم ز إذا قرب فشعاعات المرايا الثلاث / تلحقه وتكون نهايات الأشعة علامتي ح ط، وكذلك أيضًا، جسم ز إن بعد، فإن أشعة المرايا الثلاث تلحقه وتكون نهايتا الأشعة اللاحقة له علامتي ط ح[59].

فبهذا النوع أحرق أرشميدس المراكب بالأشعة المنعكسة من المرايا، والتي لا تنفك تلاحقها إقبالاً وإدبارًا فالأشعة مُحدقة بها، والنيران تلتهمها، فلم تغادرها إلا أثرًا بعد عين، وذلك بالمرآة المُحرقة الإحراق المحدود في نقطة واحدة.

مبدأ انعكاس الضوء، ومرايا أرشميدس الحارقة:



زاوية السقوط (أ) تساوي زاوية الانعكاس (ب)

مبدأ الانعكاس يتكئ على القاعدتين التاليتين المتعلقتين بشعاع ضوئي وارد إلى مرآة، ثم ينعكس عنها:

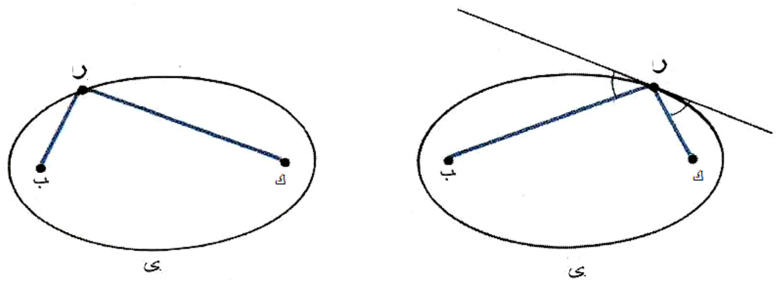
---

(58) المصدر السابق- ص571.

(59) المصدر السابق- ص570، 571.

القاعدة الأولى: إن مستوى سقوط الشعاع إلى مرآة يطابق مستوى انعكاسه.

القاعدة الثانية: إن زاوية سقوط الشعاع مساوية لزاوية انعكاسه[60].



انعكاس الضوء داخل قطع ناقص

هذا ويمكن تعميم المسألة السابقة بعدة طرق، وسننظر الآن في بعض منها، لنأخذ مثلاً نقطتين ب، ك بين مستقيمين ل، م، ولنطرح السؤال هنا عن أقصر الطرق من ب إلى ك الذي يمس أولاً الخط ل، ثم يمس الخط م، وأخيرًا يذهب إلى ك، إن الإجابة هي: خط منعكس يحقق قانون الانعكس في كل من ل، م، الانعكاسات عن خطوط مستقيمة، تطابق الانعكاس عن مرايا مسطحة، وقد بحث اليونانيون أيضًا في الانعكاسات بواسطة مرايا منحنية وخطوط منحنية، وتشمل هذه القطوع المخروطية[61].

لنبدأ بقطع ناقص، فكما هو ثابت، كان اليونانيون يعرفون أن لكل قطع ناقص بؤرتين، ب، ك مثلاً، وأن لهاتين البؤرتين الخاصة الشهيرة التالية:

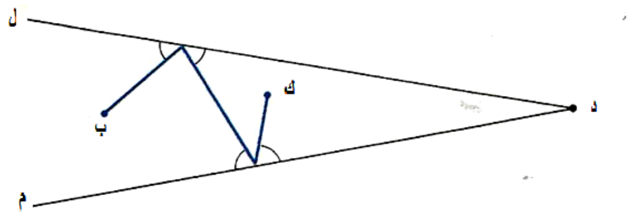
---

(60) Michael Closey- Intuitive Pysics- Scientific American- Vol. 248, No.4, P.122.

(61) Ibid- P. 123.

(ISSN : 2536- 9555)

في جميع النقاط ر على القطع الناقص، يكون المجموع رك + ب ر لبُعدي ر عن ب، ك ثابتًا، وليكن د مثلاً، وفضلاً على ذلك، فإن المجموع ر ك + ب ر لكل نقطة ر من المستوى يكون أصغر من د، أو أكبر من د، أو يساوي د، وذلك على الترتيب حسبما تكون ر واقعة داخل القطع؛ أو خارجه؛ أو عليه[62].



أقصر الطرق بين النقطتين ب، ك الذي يمس أولاً المستقيم ل ثم المستقيم م

وعن طريق رسم مماسٍ للقطع الناقص في نقطة ما، تكون ر منه عندئذ تقتضي خاصة القطع الناقص التي ذُكرت، فإن الخط المنكسر من ب إلى ر ثم إلى ك يجب أن يكون أقصر الطرق الممكنة من ب إلى ك عن طريق المماس للقطع في ب، وباستخدام مبرهنة سابقة تنص على أن: خاصة الطريق الأصغر تقتضي قانون الانعكاس، فإننا نجد أن زاوية السقوط يجب أن تساوي زاوية الانعكاس، ويعني هذا أن جميع الأشعة الضوئية الصادرة عن إحدى البؤرتين، ستنعكس بوساطة القطع الناقص بحيث تمر جميعًا بالبؤرة الأخرى، فإذا حصلنا على مرآة بتدوير القطع الناقص حول محوره الرئيس (وهو المستقيم المار ببؤرتيه)، فإننا نحصل على مرآة تتمتع بالخاصة المخيفة التالية: إذا وضعنا منبعًا

(62) Ibid- P. 124.

ضوئيًا قويًا، مثل الشمس، في إحدى البؤرتين، فإن أشعته ستتجمع كلها في البؤرة الثانية؛ محرقة كل ما تجده في طريقها[63].

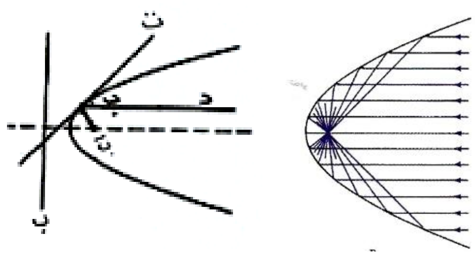
وللقطع المكافئ خواص إحراق مشابهة، ويمكن اعتبار القطع المكافئ قطعًا ناقصًا أُزيحت إحدى بؤرتيه بعيدًا إلى اللانهاية، لذا فإن جميع الأشعة المتوازية تكون قد انعكست بواسطة القطع المكافئ، لنتخيل الحالة المعاكسة- ونعني بذلك ورود عدة أشعة ضوئية من مسافة بعيدة-، كأن تكون صادرة عن الشمس، إن هذه الأشعة ستكون متوازية عمليًا، ولذلك القطع المكافئ سيعكسها كلها بحيث تتجمع في نقطة واحدة هي بؤرة القطع المكافئ، ليتم إدارة القطع المكافئ المستوى حول محوره ليشكل مرآة مكافئة ثلاثية الأبعاد، إن مثل هذه المرآة ستجمع كل الأشعة الموازية لمحورها في نقطتها البؤرية[64]، وهذا يجعل كل ما يوجد في هذه النقطة يتحول بسرعة إلى رماد، لذا فمن الممكن استخدام ضوء الشمس سلاحًا رهيبًا[*].

([63]) Ibid- P. 125.

([64]) Heat- The Method of Archimedes- London, P.15.

(*) في الحالة العامة لا يمكن للمرء توجيه المرآة على جسم يُراد إحراقه، وفي الوقت نفسه استقبال أشعة الشمس بحيث توازي المحور، وبدلاً من ذلك فإن الأشعة الشمسية ومحور المرآة المكافئة يصنعان زاوية، وبعد انعكاس الأشعة، فإنها لن تتجمع في نقطة واحدة، بل تشكل سطحًا يسمى سطحًا حارقًا Caustic or Burning Surface، وهو سطح هندسي معقد جدًا، ولكنه، بصورة تقريبية يحوي في الأغلب نقطة قرنية (ناتئة وبارزة كقرن حيوان) Cusp Point، وما يحدث هو أن معظم الأشعة تمر خلال كرة بالغة الصغر تحيط بهذه النقطة، لذا فإنه يوجد تركيز قوى للأشعة قرب النقطة القرنية، ومن ثم فإن عملية الإحراق يمكن أن تحدث أثرها الرهيب في المُحْرق.

(ISSN : 2536- 9555)



(ب) (أ)

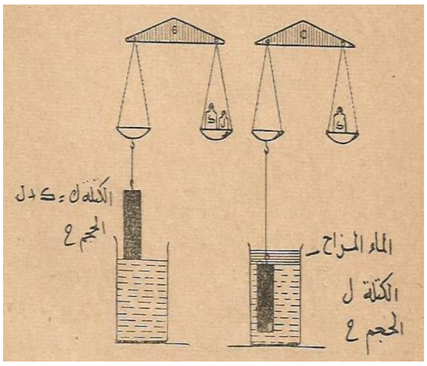
الانعكاس عن قطع مكافئ (أ) قطع مكافئ (ب)، (بَ) تنعكس جميع الأشعة للتوازن مارة ببؤرة القطع المكافئ

قانون الطفو:

وقاعدة أرشميدس لاتزان السوائل، هي التي كانت تُعرف في الأزمنة القديمة بقانون الطفو (الكثافة النوعية)[*]، والتي تقرر: أنك لو حاولت أن ترفع نفسك في أثناء الاستحمام (في البانيو)، فإنك تلاحظ أن جسمك يبدو عند غمسه في الماء أخف منه وهو خارجًا عنه، لذلك فقوة الجذب السفلية على جسم مغمور في سائل أقل منها وهو في الهواء، ويعادل الفرق وزن الماء المزاح، والكتلة (ك) عند

(*) الرواية التاريخية الخاصة باختبار تاج الملك، وهل هو من الذهب الخالص؟ أم أضاف إليه الصانع معادن أخرى (كالفضة) بطريق الغش، كانت هي اللغز الذي استغرق فيه أرشميدس بالكلية، ويُقال أنه أثناء استحمامه في مغطس الماء (البانيو) لاحظ أن هناك قوة بفعل الماء تدفعه لأعلى، وبالتالي ينسكب (ينزاح) بعض الماء، وبنفس القياس. أحضر قالبين من الذهب والفضة لهما نفس وزن التاج الملكي ووضعهما في إناء ممتلئ بالماء، ولاحظ كمية الماء المنسكبة في الحالتين (حالة قالب الذهب) وحالة (قالب الفضة) ووجدها مختلفة، وبحساب كمية المياه ومقارنتها بالكمية التي انسكبت بفعل التاج الملكي، فينتج عن ذلك حتمًا أنه: إذا تساوت كمية الماء التي أزاحها قالب الذهب وكمية الماء التي أزاحها التاج الملكي المتساويان في الوزن فإن التاج مصنوع من الذهب الخالص، وإذا لم يحدث التساوي ثبت الغش والخداع.

هبوطها خلال سائل، فإنها لا تغمر إلا إذا رفعت حجمًا مساويًا لها من السائل، وعليها أن ترفع كتلة من السائل (ل) مساويًا لحجمها، بالإضافة إلى الكتلة (كـ) التي توضع في كفة الميزان، أي أن مجموع الكتلة كلها = (ل + كـ)، وعند الاتزان[65]:



ك = كـ + ل

ل = ك− كـ

فإذا كانت (ك) هي كتلة الجسم وهو في الهواء، فإن (كـ) هي كتلته الظاهرة إذا وزن في الماء، (ل) كتلة الماء المزاح، أي حجم معادل من السائل.

ك = كـ + ل

أو ل = ك− كـ

وإذا كان (ح) هو حجم الجسم (ومن ثم حجم المزاح)، فتكون كثافة الجسم (ك ÷ ح)، وكثافة السائل هي (ل ÷ ح)، وحينئذ تكون نسبة كثافة الجسم إلى كثافة السائل هي:

ك ÷ ح: ل ÷ ح = ك ÷ ل

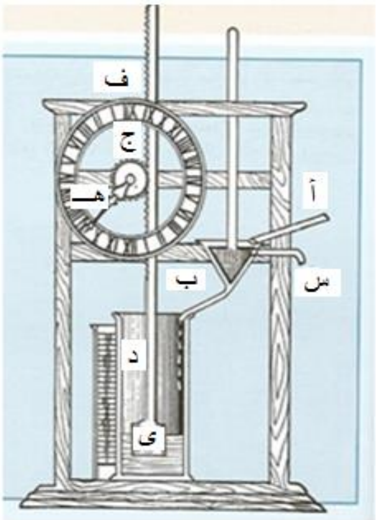
ونسبة كثافة الجسم إلى كثافة الماء (وزنه النوعي) هي:

---

(65) لانسلوت هوجين– العلم– الجزء الثاني– ترجمة د. حسين أحمد فهيم– مراجعة د. عبد الحليم منتصر– سلسلة الألف كتاب الأولى رقم (101)– دار الفكر العربي– القاهرة 1963م– ص25.

(ISSN : 2536- 9555)

وزن الجسم في الهواء ÷ (وزنه في الهواء– وزنه في الماء)[66].

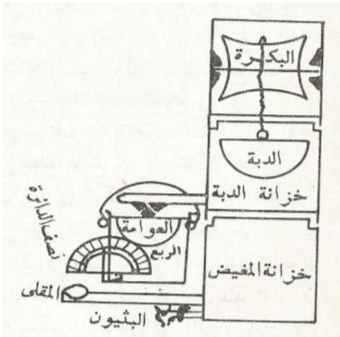


تقنية الساعة المائية وعلاقتها بقانون الطفو:

ابتُكرت الساعة الميكانيكية المائية في اليونان بفضل جهود أرشميدس كما في الشكل المبين ويوضح عمل نوع معين من الساعات يعرف بالمزولة الشمسية؛ يعمل بآلية الطفو (لاحظ التطبيق المباشر لقانون الطفو) بسريان الماء من خزان عبر أنبوب (أ) إلى القمع (ب)، ويحافظ أنبوب تصريف (س) على مستوى ثابت للماء في القمع، وبالتالي يكون معدل سريان الماء عبر القمع ثابتًا، وينساب الماء من القمع إلى الخزان (د) على شكل قطرات، وبذلك يرتفع الجسم الطافي (ى) ببطء إلى الأعلى، ويتصل هذا الجسم الطافي بحامل مسنن (يقصد التروس وهي أيضًا دائرة مسننة أي لها نتواءات، أسماها العرب والمسلمين "البرمادجة") يرتفع أيضًا مؤديًا إلى دوران دولاب مسنن (ج)، ويشير العقرب (هـ) بالدولاب المسنن إلى الوقت المبين على قرص مدرج، في النسخة الرومانية لمزولة مائية يونانية قديمة، المبينة في الرسم التوضيحي، ولقد كُتبت ساعات اليوم الـ 24 بالأعداد الرومانية[67].

([66]) المرجع السابق– ص26.

([67]) جون كلارك– المسار الزمني لتقدم العلوم والتكنولوجيا– المجلد الثاني– مترجم 35. وانظر كذلك– مقالة أرشميدس في الساعة المائية، ضمن كتاب ابن رضوان محمد الساعاتي (ت617 هـ)– تحقيق ودراسة محمد أحمد دهمان– دمشق 1981م– ص329.



تقنية الساعة كما وردت في مخطوط منسوب لأرشميدس[68].

اللوغاريتمات والتحليل العددي للأعداد الصحيحة:

حاول أرشميدس إصلاح الضعف والخلل في النظام العددي اليوناني، سواء عبرنا عنه بالرموز أو بالحروف، حيث قنع قادة الرياضيات القدامى بنظام عددي يختفي أساسه خلف رموز غير ملائمة، وفي هذه الحالة كانت الحاجة ماسة إلى خياله الوثاب، للدفاع عن الأرقام اليونانية لإثبات كفايتها وتمثيل أكبر الأعداد، وقد صاغ آراءوه في كتاب يسمى: القواعد أو تسمية الأعداد. وهذا الكتاب مفقود، ويتم العثور على غيره وهو "حاسب الرمل Psammites"، وأهداه إلى الملك، وفيه قدم لنا عددًا كبيرًا جدًا بطريقة كان فيها الكثير من الأصالة، بعد طرحه سؤالاً يقول: كم عدد حبات الرمل التي تملأ هذا الكون؟".

ومن الواضح أن هذا السؤال مزدوج؛ إذ لابد أولاً من أن تحديد الرياضي سعة هذا الكون، ومتى تم له ذلك، كان من السهل عليه حساب عدد حبات الرمل التي يمكن أن تملأ هذا الكون، إذا عُرف كم حبة رمل تحتويها وحدة حجم معينة، ومعنى هذا أنه من السهل علينا ذلك إذا كان لدينا مسميات الأعداد اللازمة، ففي

([68]) الرسم منقول من ابن رضوان محمد الساعاتي- فن الساعات والعمل بها- تحقيق ودراسة محمد أحمد دهمان- دمشق 1981م- ص328.

(ISSN : 2536- 9555)

النظام العشري لا يمكن أن تقوم لمثل هذه المشكلة قائمة، لأنه إذا استطاع المرء فهم معنى $10^{\text{صفر}}$، 10^{1}، 20^{2}، فليس هناك صعوبة البتة في فهم $10^{\text{ن}}$ بصرف النظر عن مقدار ن، وحله المقترح جاء أكثر تعقيدًا، فقد اعتبر الأعداد من 1 إلى 100 مليون (10^{8}) من الرتبة الأولى، ومن 10^{8} إلى 10^{16} من الرتبة الثانية وهكذا، كما اعتبر الأعداد من الرتبة المليون تنتهي بالعدد $10^{8} \times 10^{8}$، علمًا بأن كل هذه الأعداد هي أعداد الفترة الأولى، ويمكن تعريف أعداد الفترة الثانية بنفس الطريقة، وكذلك أعداد الفترة الثالثة، حتى الفترة 10^{8} وتنتهي بالعدد $(10^{8} \times 10^{8})^{10^{8}}$، والتعبير العشري للعدد الأخير للفترة 10^{8} هو واحد صحيح متبوعًا بأصفار عددها 80.000 مليون، ومعنى ذلك أن عدد حبات الرمل التي تملأ الكون أصغر نسبيًا من 10^{63}[(69)].

وهذا المقترح الرياضي العددي لأرشميدس جديد ومبتكر تمامًا، فبدلاً من التفكير في نظام عددي يمكن أن يكون ذا نفع في الحياة العملية، انغمس في فكرة الأعداد الهائلة، وهي أطروحة فلسفية[(*)] بحتة أكثر منها فرضًا رياضيًا.

يقول أرشميدس في كتابه حاسب الرمل "يظن بعض الناس أن عدد حبات الرمال لا نهائي المقدار، ولا اقصد بالرمال الموجودة بسيراكوزا وباقي جزيرة صقلية

([69]) توبياز دانزنج- العدد لغة العلم- ترجمة د. أحمد أبو العباس- مكتبة مصر- القاهرة- بدون تاريخ- ص241.

(*) تُعد براهين زينون الإيلي الثلاثة مشهورة جدًا في تاريخ الفلسفة اليونانية بخصوص مسألة اللاتناهي، أما في الرياضيات، فمعروف أن مجموعة الأعداد الطبيعية لها بداية وليس لها نهاية، وكذلك في الفيزياء (الطبيعيات) أن شعاع الضوء له بداية وليس له نهاية، ومن هنا فإن هذه الإشكالية العويصة لهي قاسم مشترك بين الفلسفة والرياضيات- انظر المرزوقي (أبو يعرب)- ابستمولوجيا أرسطو ومنزلة الرياضيات في قوله العلمي- الدار العربية- تونس 1985م. فهذا الكتاب في الأصل كان أطروحة دكتوراه من السوربون.

فقط، بل كل ما في سائر بقاع الأرض، المأهولة منها وغير المأهولة، ومع أن البعض يقرر بلانهائية هذا العدد، إلا أنهم واثقون باستحالة ذكر عدد يكون من الكِبر بحيث يزيد من العدد الدال على عدد حبات رمال الأرض، ولو أن هؤلاء تصوروا كتلة رملية في مثل حجم الأرض بما فيها من بحار، وبعد ملىء ما فيها من فجوات حتى تتساوى مع أعلى الجبال، لكانوا أشد وثوقًا من أنه لا يمكن إيجاد اسم لعدد يزيد عن عدد حبات الرمال التي احتوتها تلك الكتلة، ولكني سأحاول أن أبين أن بعض الأعداد التي وُضعت لها أسماء تتجاوز، لا عدد حبات الرمال في كتلة رملية تعادل حجم الأرض بعد ملئها بالكيفية التي ذكرتها فحسب، بل حتى تلك التي في كتلة رملية تعادل حجم الكون(**) كله أيضًا"(70).

والطريقة التي يعرضها أرشميدس لكتابة الأعداد الكبيرة في مؤلفه المشهور، تماثل الطريقة التي كُتبت بها الأعداد الكبيرة في العلوم الحديثة، فهو يبدأ بأكبر عدد في علم العدد الإغريقي وهو "ميرياد" (Myriad) أي عشرة آلاف، ثم يضيف عددًا جديدًا هو "ميرياد ميرياد" (مائة مليون) ويسميه "أوكتاد" (Octade)، أو "وحدة من الرتبة الثانية"، ويستمر على هذا المنوال فيضيف "أوكتاد أوكتاد" (عشرة

(**) لحساب سرعة الضوء (السنة الضوئية)؛ وكذا المسافات بين الكواكب (السنوات الضوئية)؛ ومساحة الكون التي هي بأعداد تفوق بلايين البلايين، يتم مراجعة موسوعة د.شوقي محمد صالح الدلال– موسوعة الفلك والفضاء والفيزياء الفلكية– الجزء الثاني– مؤسسة الكويت للتقدم العلمي– الكويت 2006م– ص1071 إلى 1075، واستند أرشميدس على حساب أرستراخوس– عالم الفلك اليوناني الذي قال بمركزية الشمس وعاصر أرشميدس– وفقًا لحساب ارستراخوس لمساحة الكون استند أرشميدس على هذا الحساب في تقديره لمساحة الكون.

(70) المرجع السابق– ص241، 242.

(ISSN : 2536- 9555)

ملايين البلايين[*]) أو "وحدة من الرتبة الثالثة" ثم "أوكتاد أوكتاد أوكتاد" أو "وحدة من الرتبة الرابعة" وهكذا[71]، وكتابة الأعداد الكبيرة يبدو موضوعًا من اليسر والسهولة بحيث لا يستحق أن تخصص له صفحات عديدة في كتاب، ولكن اكتشاف طريقة لكتابة مثل هذه الأعداد الضخمة في زمنه، كان ذا أهمية بالغة وله أثره في تقدم العلوم الرياضية.

وتوجب على أرشميدس معرفة اتساع الكون ليستطيع حساب عدد حبات الرمال اللازمة لملئه، والاعتقاد السائد في ذلك العصر أن الكون تحيط به كرة من البلور ثبتت النجوم على سطحها الداخلي، وبمقارنة حجم هذه الكرة بحجم حبات الرمل، أجرى سلسلة من العمليات الحسابية خلص منها إلى النتيجة الآتية:

"من الواضح أن عدد حبات الرمال التي تملأ فراغ الكرة السماوية لا يزيد عن ألف ميرياد من وحدات الرتبة الثامنة" وهذا يعادل بأعدادنا الآن 10^{63} (أي الواحد الصحيح وعلى يمينه 63 صفرا)[72]. لاحظ تشابه هذه الإشكالية مع الأسطورة الرياضية المرتبطة باختراع لعبة الشطرنج[**]، كما هو موضح بالتفصيل في الحاشية[***].

(*) كلمة بليون في إنجلترا معناها مليون مليون (10^{12})، بينما في أمريكا معناها ألف مليون (10^{9})، وهي مستخدمة في هذا البحث بالمعنى الأمريكي.

(71) جورج جاموف- واحد، اثنان، ثلاثة ... لا نهاية- ترجمة إسماعيل حقي- تقديم د. محمد مرسي أحمد- مكتبة النهضة المصرية- القاهرة 1958م- ص14، 15.

(72) دانزج- العدد لغة العلم- ص241. وانظر كذلك جاموف واحد، اثنين، ثلاثة ... لانهاية- من ص13: ص16.

(**) لعبة الشطرنج إشارة فلسفية كما أراد واضعوه من الهنود إلى حرية الإرادة والاختيار، أما لعبة النرد (الطاولة) فهي إشارة إلى الجبر وعدم الاختيار، فكما أنك ترمي بالنرد، ولا تعرف

أية أرقام ستظهر من خلال أحد الوجوه الستة لقطعتي النرد، كذلك فنحن لا نعرف الأقدار التي سنتعامل معها (الجبر وعدم الحرية)؛ على العكس من لعبة الشطرنج فهي بأسرها قادرة على صياغة الخطط بحرية تامة، ومصيرك في الشطرنج بين يديك على عكس لعبة النرد تمامًا، ومن ثم فإن وراء هاتين اللعبتين مقصدًا ابستمولوجيًا، كما ذكرت كثير من كتب التراث العربي.

(***) من ضحايا الأعداد المتناهية في الكبر شرهام ملك الهند، فقد أراد، كما تروي أسطورة قديمة، أن يكافئ وزيره لاختراعه لعبة الشطرنج وإهدائها له، وأن رغبة الوزير الماكر بدت متواضعة للغاية، ولم يفطن الملك لهول المطلوب فطلب الوزير من الملك– كما تقول الرواية– بحبة قمح واحدة تُوضع على المربع الأول، من رقعة الشطرنج وبحبتين على المربع الثاني، وأربع حبات على الثالث، وثمان حبات على المربع الرابع، وهكذا. بمضاعفة العدد لكل مربع تال، فطلب حبات من القمح تكفي لتغطية مربعات الرقعة الأربعة والستين". فأجابه الملك بالموافقة وهو يخفي سروره لأن ما عرضه من منحة سخية على مخترع هذه اللعبة المعجزة لن يكلف خزائنه كثيرًا ثم أمر بإحضار عدد من أجولة– جمع جِوال– القمح، ولكن عندما أخذ في عد حبة للمربع الأول، وحبتين للمربع الثاني، وأربع حبات للمربع الثالث، وهلم جرا، فنفذت جميع الأجولة قبل عد ما يكفي للمربع العشرين. فأُحضرت أجولة أخرى أمام الملك، ولكن تزايد حبات القمح اللازمة للمربعات التالية كان من السرعة بحيث أصبح واضحًا أن الملك لا يستطيع أن يفي بوعده لوزيره حتى لو جمع لهذا الغرض جميع محصول الهند من القمح، = إذ كان يحتاج للوفاء بوعده، إلى 18.446.744.073.709.551.615 حبة، وهذا العدد ليس في كبر عدد ذرات الكون ولكنه كبير على كل حال، ولو أننا حسبنا عدد حبات القمح التي بالأردب الواحد؛ وحساب متوسط محصول العالم كله من القمح في العام لوجدنا أن حبات القمح التي التمسها الوزير المتواضع تعادل محصول العالم كله لمدة ألفي سنة بمتوسط الإنتاج في ذلك الزمان على وجه التقريب، ولحساب ذلك رياضيًا 1 + 2 + 22 + 32 + .. + 622 + 632 وهذه متوالية هندسية حدها الأول 1 وأساسها (وهو خارج القسمة الثابت الناتج من قسمة كل حد على سابقه) 2، وعدد حدودها 64 (وهو عدد مربعات رقعة الشطرنج)، وبتطبيق قانون

(ISSN : 2536- 9555)

لقد كانت الفكرة الأساسية لجدول اللوغاريتمات مفهومة لأرشميدس، وبالعودة للوراء متتبعين خطوات هذا الاكتشاف، أولاً نضع أي متسلسلة هندسية تحت متسلسلة الأعداد الطبيعية المسببة لها، فعلى سبيل المثال:

7	6	5	4	3	2	1
2^7	2^6	2^5	2^4	2^3	2^2	2^1
128	64	32	16	8	4	2

وباتباع طريقة نابير (1550–1617م)– المنسوب له اكتشاف اللوغاريتمات– ونبدأ بتسمية الأعداد الموجودة في المتسلسلة الحسابية العليا لوغاريتمات والأعداد الموجودة أسفلها، بالمتسلسلة الهندسية، ولقد احتاج الجنس البشري إلى أكثر من (1600) عام تقريباً، لينتقل من قاعدة أرشميدس إلى الخطوة التالية في تطور جدول اللوغاريتمات[73].

مسألة أرشميدس :

هذه مسألة قديمة، ويُقال: إنه أرسلها بوصفها لغزًا لرياضيِّي الإسكندرية في عصره وهي وجود قطعان من الجاموس والبقر– أسماها قطعان الشمس–، كل منها إما أبيض أو رمادي أو أغبر أو منقط. عدد الجاموس المنقط أقل من عدد

جمع المتوالية الهندسية ينتج أن مجموعة يساوي = $\frac{٢^{٦٤}-١}{٢-١}$ $2^{64}-1$ وبمضاعفة 2 أربعًا وستين مرة وطرح الواحد الصحيح نحصل على العدد المبين آنفا.

([73]) انظر الأستاذ محمد السيد– متنوعات في الرياضة (عرض لأهم المسائل التاريخية في مختلف العصور)– تقديم د. مصطفى نظيف– مكتبة نهضة مصر– القاهرة 1947م– ص70.

الجاموس الأبيض (لا وجود لجاموس أبيض في الطبيعة ولكنه فرض جدلي) بـ $\frac{5}{6}$، عدد الجاموس الرمادي. وأقل من عدد الجاموس الرمادي بـ $\frac{9}{20}$ من عدد الجاموس الأغبر. وأقل من عدد الجاموس الأغبر بـ $\frac{13}{42}$ من عدد الجاموس الأبيض وعدد البقر الأبيض $\frac{7}{12}$ من عدد البقر والجاموس الرمادي معًا، وعدد البقر الرمادي $\frac{9}{20}$ من عدد البقر والجاموس الأغبر، وعدد البقر الأغبر $\frac{11}{30}$ من عدد البقر والجاموس المنقط، وعدد البقر المنقط $\frac{13}{42}$ من عدد البقر والجاموس الأبيض. فما عدد كل نوع من القطعان؟

10366482 جاموس أبيض	7206360 بقر أبيض
7460514 جاموس رمادي	4893246 بقر رمادي
7358060 جاموس أغبر	3515820 بقر أغبر
4149387 جاموس منقط	543913 بقر منقط[74].

ويُقال إن حل أرشميدس جاء فيه بأعداد 80 مرة قدر هذه الأعداد، وقد حُورت المسألة في عصور متأخرة بإضافة بعض القيود، والمسألة بوضعها السابق تؤول لسبع معادلات من الدرجة الأولى ذات ثمانية مجاهيل، وحلها ممكن بإنقاص المجاهيل حتى نصل لمعادلة واحدة بمجهولين، ولا تختلف جوهريًا عن المسألة السابقة.

---

(74) د. كلفورد بكوفر- رواد المعرفة عبر القرون (من أرشميدس إلى هوكينج)- الجزء الأول- مترجم- ص138، 139.

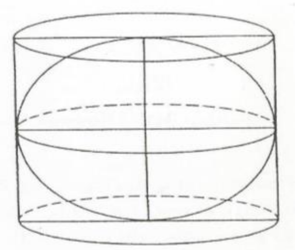
(ISSN : 2536- 9555)

وعُلم في عام 1880م أن الجواب القريب من الدقة للمسألة هو: (7.76 مضروباً بـ 10 مرفوعة إلى الأس 206544) رأسًا] فلم يتمكن أحد من مجاراة أرشميدس في تحديه، ولم يستطع أحد مجاراة صعوبة حساب تلك المسألة وإيجاد حل نهائي لها إلا في عام (1965)، وذلك باستعمال حاسبه آي. بي. أم (IBM) من طراز (7040)، وهو حاسب آلي عملاق سوبر.

والحق يقال بأنه لا توجد مسألة حسابية (غير هذه التي ذُكرت)، قد استغرق حلها ما يقارب الاثنين وعشرين قرنًا من الزمان، ومن المفيد أن نقارن بين هذه القيمة التي استنتجها أرشميدس بأكبر عدد أولى معروف، وهو عدد مكون من سبعة عشر رقمًا، والذي عُرفت قيمته حديثًا بمعهد التحليل العددي في لوس أنجلوس: م = $2^{2281}-1$

وقيمة هذا العدد تساوي 10^{687} ومعلوم أن $687 = 85 \times 8 + 7$ فقد اعتبرها أرشميدس ألف من الدرجة السادسة والثمانين[75].

حساب العلاقة الرياضية بين الكرة والأسطوانة:



اكتشف أرشميدس العلاقة بين حجم الأسطوانة وحجم الكرة الملامسة لها من الداخل، وفي هذا الاكتشاف من المهارة بقدر ما به من البساطة. فقد صنع عالمنا كوبًا أسطوانيًا بحيث كان ارتفاعه مساويًا قطره. ثم صنع كرة تدخل بسهولة وإحكام في هذا الكوب، ثم ملأ الكوب بالماء وغمر الكرة فيه، وقارن بين كمية السائل المنسكب أو المزاح، والكمية الأصلية للماء في الأسطوانة، وبذلك نتحصل على نتيجة وفقًا لهذه التجربة العملية

(75) توبياز دانزاج- العدد لغة العلم- ص242.

وهـي: أن حجم الكرة المماسـة للأسطوانة من الداخل يساوي بالضبط ثلثي حجم الأسطوانة التي تحويها، وقد جعله شغفه وحبه لهذا الاكتشاف بتوصيته بأن يُنقش على شاهد قبره رسمًا عبارة عن: كرة داخل أسطوانة[76].

وفـي حقيقـة الأمـر فـإن دراسـته عـن هـذا الموضـوع لهـو مـن أشـهر نتائجـه الهندسـية. ويتنـاول بالتحليـل الرياضـي هـذه الناحيـة فيقـول: "كـل أسـطوانة تكـون قاعدتها الكبرى هي الكرة، ويكون ارتفاعها مساويًا لقطر تلك الكرة، يكون حجمها مـرة ونصـف المـرة علـى تلـك الكـرة، ولابـد أن نفهـم أنـه لكـي نحصـل علـى حجـم مساحة كرة ذات حجم غير معروف، وتكون مرسومة داخل أسطوانة، فيكفـي أن نقسـم الحجـم والمسـاحة الكليـة للأسـطوانة علـى $1\frac{1}{2}$، وفـي دراسـته حـول الكـرة والأسـطوانة قـام أرشـميدس بوضـع علاقـات قيـاس بـين الأسـطح المنحنيـة بالنسـبة للأسـطح المسـتوية، فحـدد مسـاحة الـدائرة كدالـة لنصـف قطـر، وحسـب مسـاحة المخـروط النـاقص بدءًا من مساحة دائرة القاعدة لذلك المخروط أو الدائرة الكبرى للكرة[77].

ولإثبـات تلك النتيجـة التـي توصـل إليهـا أرشميدس: أنـه لـو كـان لـدينا مخـروط وكـرة وأسـطوانة لهـم نفـس الارتفـاع والقطـر، وإذا مـا حـددنا حجـم المخـروط بواحـد صـحيح، فسيكون حجم المخروط والكرة والأسطوانة عائلـة، ويرتبط قياسهم بقيـاس الـدائرة، فهـي ثلاثـة أشكال دائريـة، ولمـا كـان أرشميدس قد رسخ العلاقة بـين الكرة

(76) د. صـبري الـدمرداش– قطـوف مـن سـير العلمـاء– الجـزء الثـاني– مؤسسـة الكويـت للتقدم العلمي– إدارة التأليف والترجمة والنشر– ص850.

(77) انظر ثيوفيل أوبينجا– الهندسـة في مصـر القديمـة– ترجمـة وتقديم د. حسام الدين زكريـا– المركز القومي للترجمة رقم 1222– المجلس الأعلى للثقافة– القاهرة 2008م– ص281 بعنوان أرشميدس ومصر (المخروط، الكرة، الأسطوانة).

(ISSN : 2536- 9555)

والمخـروط، فقد توصـل للنتيجـة التاليـة: تمثـل مسـاحة الكـرة أربعـة أمثـال مسـاحة المخروط[78].

وثمـة محاولـة قـام بهـا أرشـميدس لحسـاب قيمـة (ط)؛ وهـي النسبة بين محيط الدائرة وقطرها، وأدرك أن الصعوبة تكمن في التعريف، فمثلاً عندما نتحدث عن مساحة المثلث؛ فإننـا نستطيع تعريـف مصـطلحاتنا وتحديـدها بدقـة، ونفس الشـئ بالنسبة لأي شـئ كثير الأضـلاع، ولكن مـاذا نعنـي بالمساحة المحدودة بمنحنـى؟ ويمكن تحديدها بخطـوط أشكال كثيرة الأضـلاع داخلها وخارجها، ثم يتم توضيح الحدود العليا والسفلى لمثل هذه المساحة، ولكن المساحة نفسها لا يمكن تعريفها بـدون إيجـاد عمليـات وحـدود لا نهائيـة، وعـن طريـق منهجيـة مبتكـرة- منهجيـة الاسـتنفاد- بعضـها داخـل الـدائرة وبعضـها خارجهـا، حـدد أرشـميدس أن قيمـة ط كانت محصورة بين $3\frac{1}{7}$، $3\frac{10}{71}$. وظلت هذه النسبة غير قابلـة للتغيير لمدة 1800 سنة أعقبت أرشميدس[79].

ومسـألة تربيـع الـدائرة التـي تـنعكس فيهـا جيـدًا الحـالات التـي مـرت بهـا الرياضيات، فطريقته تقوم على اعتبار المحيط كأنه موجود بين مجموعتين من كثيرات الأضـلاع المنتظمـة، إحداهما داخل المحيط والأخرى داخل الدائرة، وإذا بدأنا بالمسدس المنتظم فيجب الاستمرار في مضاعفة العدد حتى وصل إلى شكل يُعرف بكثيـر الأضـلاع لـه 96 ضـلعًا، والمحيطـات المتتاليـة لكثيـرات الأضـلاع الداخلـة تُكَوَنْ تسلسـلاً كمـا تمثـل كثيـرات الأضـلاع الخارجـة تسلسـلاً آخـر، وإذا

(78) انظـر كمـال الـدين الفارسـي- أسـاس القواعـد فـي أصـول الفوائـد- تحقيـق د. مصـطفى موالـدي- معهـد المخطوطـات التـابع لجامعـة الـدول العربيـة- القـاهرة 1994م- ص386، ص417.

(79) توبياز دانزج- العدد لغة العلم- ص114، ص151.

استمرت العملية دون تحديد، فإن التسلسلين يتقاربان نحو نفس النهاية، وهو طول محيط الدائرة، فإذا كان قطر هذا الأخير هو الوحدة، فإن النهاية المشتركة هي "ط"، وفي هذه الحالة استنتج أن "ط" تقع بين عددين جذريين هما $3\frac{١}{٧}$، $3\frac{١٠}{٧١}$[80].

ولما كان التحليل هو محاولة جادة وهادفة لاكتشاف خصائص جديدة، وهذا الكشف ينطلق من الفهم الدقيق والعميق للموضوع المراد الإحاطة به، ومن هذا المنطلق يختلف التصور الإبستمولوجي تجاه الموضوع قبل التحليل وبعده، وربما يكون هذا التصور مغايرًا تمامًا. فالحاصل على سبيل المثال بالنسبة للخط غير المستقيم، الذي يتبادر إلى الذهن للوهلة الأولى بأنه إما محدب أومقعر وهما صورتان للخط المنحنى، ولكن اهتدت الهندسة (تحديبًا وتقعيرًا) إلى ما يسمى بالحلزون (اللولب) وهو يجمع بين الانحناء في شكله (التحديب والتقعير)، أضف إلى ذلك دورانه حول محور ثابت بطول الحلزون، وهذا المحور عبارة عن خط مستقيم. إذن فالحلزون يجمع بين التحديب والتقعير والاستقامة. وهذا يؤدي بنا مباشرة إلى تناول هندسة القطوع المخروطية، بأنواعها الثلاثة (القطع الزائد، والقطع الناقص، والقطع المكافئ).

وبنظرة تحليلية فاحصة يتضح أن ميكانيكا الروافع كلها ترتبط بالخط المستقيم، وكذا قانون الطفو بوصفه استدلالاً تحليليًا نقارن فيه بين كثافة الذهب، وكثافة الفضة، وتركيب هذه الاستنتاجات للحصول على معرفة حقائق إبستمولوجية جديدة، وهي أن لكل نوع من المعادن كثافة نوعية مختلفة عن الآخر، وكذا الاستفادة به في تقنية الكباري العائمة كتلك التي أبدعتها عقول مصر ونفذتها سواعد جنودها ومهندسيها في حرب أكتوبر 1973م.

(80) المرجع السابق– ص151.

(ISSN : 2536- 9555)

أما بخصوص تقنية المرايا المحرقة، فإن الأمر ببساطة هو القدرة على تطويع قوى الطبيعة لصالحنا شريطة، استخدامنا لمفاهيم (قوانين) علمية صحيحة، فعن طريق تجميع أشعة الشمس بواسطة المرايا، وبواسطة قوانين الانعكاس (قوانين رياضية وفيزيائية في آنٍ واحد)؛ وتسليط هذه الأشعة القوية جدًا؛ والمنعكسة بفعل المرايا على الأسطول المعادي، تم إحراق هذا الأسطول. والتحليل المنهجي يُثبت امتلاك قدرة فائقة وتخيل القدرة على استنباط خصائص ومفاهيم جديدة تمامًا، بشرط امتلاك خيال علمي وثاب، وكذا توفر امتلاك خبرات متراكمة، فهذا هو ديدن المخترعين دائمًا، ثم تركيب هذه الخصائص بعد التحليل، واكتشاف إمكانية استخدام ضوء الشمس بعد تجميعه في نقطة (بؤرة) واحدة، لإحراق سفن الأعداء، ومن خلال ما سبق يبدو جليًا فهم أرشميدس جيدًا لطبيعة الضوء، وأنها عبارة عن طاقة، ويمكن تحويل هذه الطاقة إلى وقود في صورة نار مشتعلة.

وثَمّ مثال على التحليل بوصفه أداةً تساعد على بلوغ الحل لإحداث نقلة إبستمولوجية (نقلة نوعية) تساعد على إيجاد أيسر الحلول لأصعب المشاكل وأعقدها وهو: لو افترضنا أن رجلاً بدائيًا يريد عبور جدول مائي، ولكنه لا يستطيع الخوض فيه لارتفاع الماء به، ومن ثمَّ يبدو عبور الجدول (مسألة) وهو المجهول (س) في هذه المعضلة البدائية، ويتذكر الرجل أنه قد عبر جدولاً مائيًا في الماضي على جذع شجرة سقطت على هذا الجدول، ثم يبحث لعله يعثر على شجرة ساقطة مثلها؛ فلا يجدها، ولكنه يلحظ أشجارًا أخرى منتصبة على ضفة الجدول، فيتمنى لو استطاع إسقاط واحدة، فهنا فكرة جديدة (إسقاط الشجرة) ومجهول جديد، فكيف يتمكن من قطع وإسقاط الشجرة؟ فهذا الأمر لهو جوهر عملية التحليل، فإذا نجح الرجل البدائي في تحليله فقد يغدو مخترعًا للجسور (الكباري) وآلات القطع، فما التركيب إلا عبارة عن ترجمة التحليل إلى لغة العمل.

والخطوة النهائية هي: إنجاز الهدف؛ والسير على جذع الشجرة المنتصبة على الضفتين وعبور الجدول المائي(81).

فالتحليل أفكار ورؤية جديدة، والتركيب تنفيذ لهذه الرؤية في الواقع العملي، واستحداث تقنية مبتكرة. فهذه هي مسيرة العلم وصيرورتها عبر تاريخ البشرية الحافل والممتد، فهلا التحقنا بهذه المسيرة التي صنعها أجدادنا الأقدمون (الفراعين)، وشاركنا فيها؛ كما شارك أجدادنا الأقربون- علماء مصر في القرن التاسع عشر- مثل الرائد محمود حمدي الفلكي (1815-1886م)، وخالد الذكر الدكتور الألمعي على (بك) مصطفى مشرفة (1898-1950م).

فلربما سيطر هذا الطموح على رجال من بني جلدتنا ادخرهم الله في علم الغيب؛ حتى لو أتت الاستجابة في المستقبل غير المنظور.

(81) (G) Polya- Induction and Analogy in Mathematics- New York, 1960- P.150.

(ISSN : 2536- 9555)

قائمة المصادر والمراجع المستخدمة في البحث

أولاً: المراجع والمصادر باللغة العربية والمترجمة إليها:

1- **أرشميدس- مخطوط الكرة والأسطوانة-** (مجموع رياضي رقم 1446/ 167)- المكتبة الوطنية بالجزائر.

2- **أرشميدس- مقالة في الساعة المائية-** ضمن كتاب ابن رضوان محمد الساعاتي (ت617هـ)- تحقيق ودراسة محمد أحمد دهمان- دمشق 1981م.

3- **البيروني- رسالة استخراج الأوتار في الدائرة بخواص الخط المنحني-** تحقيق ودراسة د. أحمد سعيد الدمرداش- مراجعة د. عبد الحميد لطفي- بدون تاريخ- الهيئة المصرية العامة للكتاب- القاهرة.

4- **البيهقي (ظهير الدين)- تاريخ حكماء الإسلام-** عُنى بنشره وتحقيقه د.محمد كرد على- المجمع العلمي العربي- دمشق 1946م.

5- **الخازن- ميزان الحكمة-** دراسة وتقديم د. منتصر مجاهد- الهيئة المصرية العامة للكتاب- القاهرة 2005م.

6- **الخوارزمي (الكاتب)- مفاتيح العلوم-** تحقيق فان فلوتن- إعادة نشر سلسلة الهيئة العامة لقصور الثقافة- سلسلة الذخائر- رقم 118- القاهرة 2004م.

7- **الدمرداش (د. صبري)- قطوف من سير العلماء- الجزء الثاني-** مؤسسة الكويت للتقدم العلمي- إدارة التأليف والترجمة والنشر- الكويت 2004م.

8-**السيد (محمد)- متنوعات في الرياضة (عرض لأهم المسائل التاريخية في مختلف العصور)**- تقديم د. مصطفى نظيف- مكتبة نهضة مصر- القاهرة 1950م.

9-**الصقلي (ديودور)- تاريخ مصر في القرن الأول قبل الميلاد**- ترجمة د.وهيب كامل- دار المعارف- القاهرة 2013م.

10- **الفارسي (كمال الدين)- أساس القواعد في أصول الفوائد**- تحقيق د.مصطفى موالدي- معهد المخطوطات التابع لجامعة الدول العربية- القاهرة 1994م.

11- **القزويني- آثار البلاد وأخبار العباد**- دار صادر- بيروت- بدون تاريخ.

12- **الكندي (أبو يوسف يعقوب بن إسحق)- علم المناظر وعلم انعكاس الضوء (دراسات ونصوص)**- تقديم وتحقيق ودراسة د. رشدي راشد- ترجمة د. نزيه المرعبي- د. بدوي المبسوط- مركز دراسات الوحدة العربية- بيروت 2003م.

13- **المرزوقي (د. أبو يعرب)- أبستمولوجيا أرسطو ومنزلة الرياضيات في قوله العلمي**- الدار العربية- تونس 1985م.

14- **بدوي (د.عبد الرحمن)- التراث اليوناني في الحضارة الإسلامية (دراسات لكبار المستشرقين عن الألمانية والإيطالية)**- دار القلم- ط4- بيروت- بدون تاريخ.

15- **برجسون (هنري)- الطاقة الروحية**- ترجمة د. سامى الدروبي- الهيئة المصرية العامة للتأليف والنشر - القاهرة 1971م.

(ISSN : 2536- 9555)

16- أ. بكوفر (كلفورد)- **رواد المعرفة عبر القرون من أرشميدس حتى هوكينج- الجزء الأول**- ترجمة د. إيمان نوري الجنابي- وزارة الثقافة والإعلام (المجلة العربية)- الرياض 2003م.

17- تيرش (هيرمان)- **الفاروس (منارة الإسكندرية)**- ترجمة د. ميرفت سيف الدين- تقديم د. محمد عوض- سلسلة المصادر الإسلامية القديمة والغربية- مكتبة الإسكندرية 2009م.

18- ثيوفيل (أوبينجا)- **الهندسة في مصر القديمة**- ترجمة وتقديم د. حسام الدين زكريا- المركز القومي للترجمة رقم 1222- المجلس الأعلى للثقافة- القاهرة 2008م.

19- جاموف (جورج)- **واحد اثنان ثلاثة ... لا نهاية**- ترجمة إسماعيل حقي- تقديم د. محمد مرسي أحمد- مكتبة النهضة المصرية- القاهرة 1958م.

20- جونسون (ستيفن)- **من أين تأتي الأفكار الجيدة (التاريخ الطبيعي للإبداع)**- ترجمة د. حاتم النجدي- مؤسسة الكويت للتقدم العلمي- الكويت 2014م.

21- دانزانج (توبياز)- **العدد لغة العلم**- ترجمة د. أحمد أبو العباس- مكتبة مصر - القاهرة- بدون تاريخ.

22- راشد (د. رشدي)- **موسوعة الرياضيات التحليلية بين القرن الثالث والقرن الخامس (نصوص وتحقيق ودراسة)- المجلد الثالث**- مؤسسة الفرقان- لندن 2006م.

23- (راندال) **جورج هرمان- تكوين العقل الحديث- الجزء الأول**- ترجمة د. جورج طعمة- مراجعة د. برهان دجاني- تقديم د. محمد حسين هيكل- إعادة طباعة- المركز القومي للترجمة- المجلس الأعلى للثقافة رقم 2224- القاهرة 2013م.

24- روزنفيلد (بوريس)، يوسكوفيتش- **نظرية الخطوط المتوازية في المصادر العربية (ما بين القرنين الثالث والثامن للهجرة/ التاسع والرابع عشر للميلاد)**- ترجمه وأعده بعد العودة به إلى أصوله العربية المخطوطة د. سامي شلهوب- د. كمال نجيب عبد الرحمن- منشورات معهد التراث العلمي العربي بجامعة حلب- مصادر ودراسات في تاريخ الرياضيات العربية رقم 6- سوريا 1989م.

25- سارتون (جورج)- **تاريخ العلم- الجزء الرابع**- ترجمة د. محمد رضا مدور، د. محمد عبد الهادي أبوريدة، د.عثمان أمين وآخرون- إعادة طباعة- المركز القومي للترجمة- المجلس الأعلى للثقافة- سلسلة رقم 1648- القاهرة 2010م.

26- سارتون (جورج- **حضارة عصر النهضة**- ترجمة د. عبدالرحمن زكي- دار النهضة العربية بالاشتراك مع مؤسسة فرانكلين للطباعة والنشر- القاهرة 1961م.

27- شوقي (د. جلال)- **العلوم والمعارف الهندسية في الحضارة الإسلامية**- سلسلة التراث العلمي العربي- مؤسسة الكويت للتقدم العلمي- الكويت 2005م.

(ISSN : 2536- 9555)

28- **شوقي (د. جلال)- عبقرية ليوناردو دافنشي في الهندسة**- الأنجلو المصرية- القاهرة 1964م.

29- **عظيموف (إسحق)- أفكار العلم العظيمة**- ترجمة هاشم أحمد محمد- سلسلة الألف كتاب الثاني رقم 276- مراجعة على يوسف على- الهيئة العامة المصرية للكتاب- القاهرة 1997م.

30- **فارنتن (بنجامين)- العلم الإغريقي- الجزء الثاني**- ترجمة د. أحمد شكري سالم- مراجعة د. عبد الحليم منتصر- مكتبة النهضة المصرية- القاهرة 1959م.

31- **فوربس (ديكسترهيوز)- تاريخ العلم والتكنولوجيا- الجزء الأول**- ترجمة د. أسامة أمين الخولي- مراجعة د. محمد مرسي أحمد- سلسلة الألف كتاب الثاني رقم 1003- الهيئة المصرية العامة للكتاب- ط2- القاهرة 1992م.

32- **كلارك (جون) -علوم العصر الكلاسيكي وأوائل العصور الوسطى**- ترجمة د. مصطفى معرفي- مراجعة علمية د. أمل العازمي- موسوعة المسار الزمني لتقدم العلوم- المجلد الثاني- مؤسسة الكويت للتقدم العلمي- الكويت 2015م.

33- **لام (هارولد)- هنيبال- ترجمة رشدي السيسي**- مراجعة د. توفيق الطويل- سلسلة الألف كتاب الأولى رقم 421- المجلس الأعلى لرعاية الفنون والآداب- دار الفكر العربي- القاهرة 1962م.

34- **هوجين (لانسلوت)- العلم- الجزء الأول**- ترجمة د. حسن محمد حسين- د. محمد مرسي أحمد- د. عطية عبد السلام عاشور سلسلة الألف كتاب الأولى- رقم 103- مكتبة القاهرة 1959م.

35- **هوجين (لانسلوت)- العلم- الجزء الثاني**- ترجمة د. حسين أحمد فهيم- مراجعة د. عبد الحليم منتصر- سلسلة الألف كتاب الأولى رقم (101)- دار الفكر العربي- القاهرة 1963م.

ثانياً: **مراجع البحث باللغة الأجنبية**:

36- **Bacon (Francis)- The Advancement of Learning**- The World Great Classies- London 1916.

37- **Bowdish (Randal)- Military Strategy: Theory and Concepts**- Lincoln, Nebraska- U.S.A. 2013.

38- **Burtt (G.A.)- Metaphysical Foundations of Modern Physical**- London 1971.

39- **Closey (Michael)- Intuitive Pysics- Scientific American, Vol. 248, No.4**- April- (U.S.A.) 1983.

40- **Heat, (Thomas)- The Method of Archimedes**- London 1971.

41- **Heath (Thomas)- (Translator), The Works of Archimedes**- Dover/ London 2002.

(ISSN : 2536- 9555)

42- **Marshall (Clegett)**- "**Archimedes**", in Dictionary of Scientific Biography, Charles Gillispie, Editior- Charles Scribner's Sons- New York 1970.

43- **Polya (G),- Induction and Analogy in Mathematics**- New York 1960.

ثالثاً: **الموسوعات العلمية ودوائر المعارف**:

44- **الدلال (د. شوقي محمد صالح)- موسوعة الفلك والفضاء والفيزياء الفلكية**- الجزء الثاني- مؤسسة الكويت للتقدم العلمي- الكويت 2006م.

45- **موسوعة المعجم العلمي- تحرير د. أحمد رياض تركي**- إصدار الجامعة الأمريكية بالقاهرة بالاتفاق مع دائرة المعارف البريطانية- القاهرة 1968م.